



HAL
open science

Modélisation analyse et commande optimale LQR d'un canal d'irrigation

P.O. Malaterre

► **To cite this version:**

P.O. Malaterre. Modélisation analyse et commande optimale LQR d'un canal d'irrigation. Cemagref Editions, pp.220, 1994, Coll. Etudes du Cemagref, série Equipements pour l'eau et l'environnement, n° 14, 2-85362-368-8. hal-02582086

HAL Id: hal-02582086

<https://hal.inrae.fr/hal-02582086>

Submitted on 21 Jul 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

PUB 000 12534

n°14



**Modélisation, analyse et commande
optimale LQR d'un canal d'irrigation**

Pierre-Olivier Malaterre

CEMAGREF
DOCUMENTATION
CLERMONT-FERRAND

Modélisation, analyse et commande LQR d'un canal d'irrigation

P.-O. Malaterre



CEMAGREF

**CENTRE NATIONAL
DU MACHINISME AGRICOLE
DU GÉNIE RURAL
DES EAUX ET DES FORÊTS**

GROUPEMENT DE MONTPELLIER
361, rue J.-F. Breton - B.P. 5095
34033 Montpellier Cedex 1
Tél. : 67 04 63 00 • Télex : 490 990 F
Télécopie : 67 63 57 95



THESE DE DOCTORAT

**délivrée par l'ENGREF
(École Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts)**

[Arrêté du 23 novembre 1988]

Présentée par
Pierre-Olivier Malaterre

Modélisation, analyse et commande optimale LQR d'un canal d'irrigation

Soutenue le 27 janvier 1994,
à l'ENGREF Montpellier, devant le jury suivant :

Claude MILLIER	Président du jury
Rémy POCHAT	Rapporteur
Joseba QUEVEDO	Rapporteur
José AGUILAR-MARTIN	Directeur de thèse
Guy CHEVEREAU	Examineur
Jacques SAU	Examineur

Les Études du CEMAGREF

Cette collection éditée des travaux scientifiques du CEMAGREF, thèses, comptes rendus de recherches, regroupés en quatre séries qui correspondent aux quatre nouveaux départements scientifiques du CEMAGREF. Ces séries font suite aux publications ventilées en sept rubriques jusqu'à fin 1993 :

- **Gestion des milieux aquatiques** (anc. série *Ressources en eau*),
- **Équipements pour l'eau et l'environnement** (anc. séries *Hydraulique agricole, Gestion des services publics*),
- **Gestion des territoires** (anc. séries *Forêt, Montagne, Production et économie agricoles*),
- **Équipements agricoles et alimentaires** (anc. série *Équipement des IAA*).

■ Série *Équipements pour l'eau et l'environnement*

N°14 - Modélisation, analyse et commande LQR d'un canal d'irrigation - 1994, 220 pages - 210 F.

Études déjà parues :

- *Hydraulique agricole* (anc. série)

N°1 - Étude de la qualité des eaux de drainage. Diagnostic de risque de lessivage d'azote en fin de campagne culturale. La tranchée de drainage. Une nouvelle expression de la hauteur équivalente. A propos des coefficients de forme de la nappe libre drainée - 1986, 21x29,7, 182 pages - 200 F.

N°2 - Hydraulique au voisinage du drain. Méthodologie et premiers résultats. Application au diagnostic du colmatage minéral des drains - 1987, 21x29,7, 220 pages - 200 F.

N°3 - Secteurs de référence drainage. Recueil des expérimentations - 1988, classeur 20x26, 92 fiches - 150 F.

N°4 - Fonctionnement hydrologique et hydraulique du drainage souterrain des sols temporairement engorgés : débits de pointe et modèle SIDRA - 1989, 334 pages - 250 F.

N°5 - Transferts hydriques en sols drainés par tuyaux enterrés. Compréhension des débits de pointe et essai de typologie des schémas d'écoulement - 1989, 322 pages - 250 F.

N°6 - Réseaux collectifs d'irrigation ramifiés sous pression. Calcul et fonctionnement - 1989, 140 pages - 150 F.

N°7 - Géologie des barrages et des retenues de petites dimensions - 1992, 144 pages - 200 F.

N°8 - Estimation de l'évapotranspiration par télédétection. Application au contrôle de l'irrigation - 1990, 248 pages - 250 F.

N°9 - Hydraulique à l'interface sol/drain - 1991, 336 pages - 250 F.

N°10 - Le fonctionnement du drainage : approche pédo-hydraulique - 1991, 248 pages - 200 F.

N°11 - Mise en valeur des sols difficiles. Drainage et après-drainage des argiles vertes - 1991, 140 pages - 150 F.

N°12 - Colmatage des drains et enrobages : état des connaissances et perspectives - 1991, 152 pages - 200 F.

N°13 - Guide pour le diagnostic rapide des barrages anciens - 1992, 100 pages - 150 F.

- *Gestion des services publics* (anc. série)

N°1 - Économie et organisation à l'échelle départementale du financement du renouvellement des réseaux d'eau potable - 1991, 76 pages - 150 F.

- *Montagne* (anc. série)

N°1 - Éléments d'hydraulique torrentielle - 1991, 280 pages - 300 F.

N°2 - Aspects socio-économiques de la gestion des risques naturels - 1992, 152 pages - 150 F.

N°5 - Rhéologie des boues et laves torrentielles - Étude de dispersions et suspensions concentrées - 1993, 416 pages - 400 F.

A commander au CEMAGREF - DICOVA,
BP 22, 92162 ANTONY Cedex - Tél. : (1) 40 96 61 32 - Télécopie : (1) 40 96 61 64
joindre votre paiement à la commande

Photo de couverture (P.O. Malaterre, CEMAGREF) : Canal de la Rocade (Maroc)

Le CEMAGREF est un établissement public de recherche sous la tutelle du ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, et du ministère de l'Agriculture et de la Pêche.

Ses équipes conçoivent des méthodes et des outils pour l'action publique en faveur de l'agriculture et de l'environnement. Leur maîtrise des sciences et techniques de l'ingénieur contribue à la mutation des activités liées à l'agriculture, à l'agro-alimentaire et à l'environnement.

La recherche du CEMAGREF concerne les **eaux continentales**, ainsi que les **milieux terrestres** et **l'agriculture**.

Elle permet d'élaborer des méthodes et des outils de **gestion intégrée** des milieux, de conception et d'exploitation d'**équipements**.

Les équipes qui rassemblent un millier de personnes réparties sur le territoire national, sont organisées en **quatre départements scientifiques** :

- **Gestion des milieux aquatiques**
- **Équipements pour l'eau et l'environnement**
- **Gestion des territoires**
- **Équipements agricoles et alimentaires**

En ce qui concerne le département *Équipements pour l'eau et l'environnement*, les programmes de recherche concernent principalement :

- l'optimisation des équipements et aménagements hydro-agricoles ;
- le développement de méthodes de surveillance et de prévention, et d'ouvrages de protection pour les risques liés aux avalanches, à l'érosion des terres, aux ruptures de barrages ;
- la gestion des services publics : optimisation des réseaux d'eau potable et des installations de déchets municipaux.



RESUME

Différentes méthodes de régulation automatique des canaux d'irrigation ont été développées depuis une vingtaine d'années, principalement en France et aux USA. Ces méthodes peuvent être étudiées et classées selon chacun des quatre concepts fondamentaux : les variables contrôlées, la logique de contrôle, la méthode de synthèse et sa mise en oeuvre. Une méthode de régulation multivariable est développée dans ce mémoire : le contrôle optimal.

Le modèle linéaire nécessaire est obtenu par discrétisation des équations de Saint-Venant selon le schéma implicite de Preissmann. Ce schéma présente de nombreux avantages dont celui de ne pas être soumis à une condition de Courant. Une modélisation particulière des conditions aux limites est proposée, permettant d'assurer la commandabilité du système et de limiter les vitesses de variation des commandes. Une méthode permettant d'évaluer la période d'échantillonnage de la modélisation et de la commande du système est présentée.

Le contrôleur optimal développé permet de tenir compte de consignes variables sur les sorties et les commandes et d'utiliser des prédictions éventuelles de prélèvements aux prises. Un observateur complet puis un observateur réduit sont proposés. Un observateur de prélèvement est également défini. Il permet de reconstituer les prélèvements imprévus aux prises et, ainsi, d'améliorer la reconstruction de l'état. Une méthode d'initialisation des matrices de pondération est proposée.

Le contrôleur optimal et l'observateur réduit sont testés sur deux exemples : un bief de canal à faible et à forte perte de charge. Leur robustesse est étudiée, par simulation sur un système éloigné du système nominal. Les simulations réalisées montrent un comportement très satisfaisant du contrôleur et de l'observateur. Enfin, les résultats sont comparés, avec succès, à ceux d'autres méthodes de régulation connues.

Mots Clefs : Canaux, Irrigation, Modélisation, Automatique, Contrôle Optimal, Régulation

ABSTRACT

Methods of automatic control have been developed for irrigation canals since 1970, mainly in France and USA. These methods can be classified according to four concepts : controlled variables, control logic, design method and implementation. Optimal control, a multivariable method, is developed in this thesis.

The required linear model is obtained from Saint-Venant equations, discretised with Preissmann implicit scheme. One advantage of this scheme is not to be constrained by Courant condition. A special modelisation is used for boundary conditions, in order to obtain a controllable system and to limit input velocities. A method is presented that evaluates the modelisation and control time step.

The optimal controller can address tracking issues and use prediction of offtake withdrawals. A complete and reduced order state observer are proposed. A perturbation observer is also defined, reconstructing unknown offtake withdrawals and therefore improving the state reconstruction. A method is suggested that initialises the weighting matrices.

The optimal controller and the reduced observer are tested on two examples : a low and a high head loss canal reach. Robustness is evaluated, by simulation on a degraded system. Results prove the controller and the observer to be very satisfactory. Finally, results are compared, to other well-known regulation methods.

Key words : Canal, Irrigation, Modelisation, Automatic, Optimal Control, Regulation



TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS ET REMERCIEMENTS	15
I. POSITION DU PROBLEME	17
I.1. INTRODUCTION - CONTEXTE GENERAL	19
I.1.1. L'eau et l'irrigation	19
I.1.2. Les canaux d'irrigation	20
I.1.3. L'automatisation	23
I.2. ETAT DE L'ART - CLASSIFICATION	25
I.2.1. Variables contrôlées.....	26
I.2.1.1. Débits	27
I.2.1.2. Cotes	28
I.2.1.2.1. Amont de bief	28
I.2.1.2.2. Aval de bief.....	29
I.2.1.2.3. Cote intermédiaire	29
I.2.1.3. Volumes	30
I.2.1.4. Conclusion	30
I.2.2. Logiques de contrôle.....	31
I.2.2.1. Définitions	31
I.2.2.2. Régulation des débits	33
I.2.2.2.1. Commande en boucle fermée	33
I.2.2.2.2. Commande en boucle ouverte.....	33
I.2.2.3. Régulation des cotes	33
I.2.2.3.1. Commande en boucle fermée	33
I.2.2.3.2. Commande en boucle ouverte.....	35
I.2.2.4. Régulation des volumes	36
I.2.2.4.1. Commande en boucle fermée	36
I.2.2.4.2. Commande en boucle ouverte.....	36
I.2.2.5. Conclusion	36
I.2.3. Méthodes de synthèse.....	37
I.2.3.1. Méthodes monovariabiles	37
I.2.3.2. Méthodes multivariabiles	39
I.2.4. Mises en oeuvre	39
I.2.5. Conclusion	40

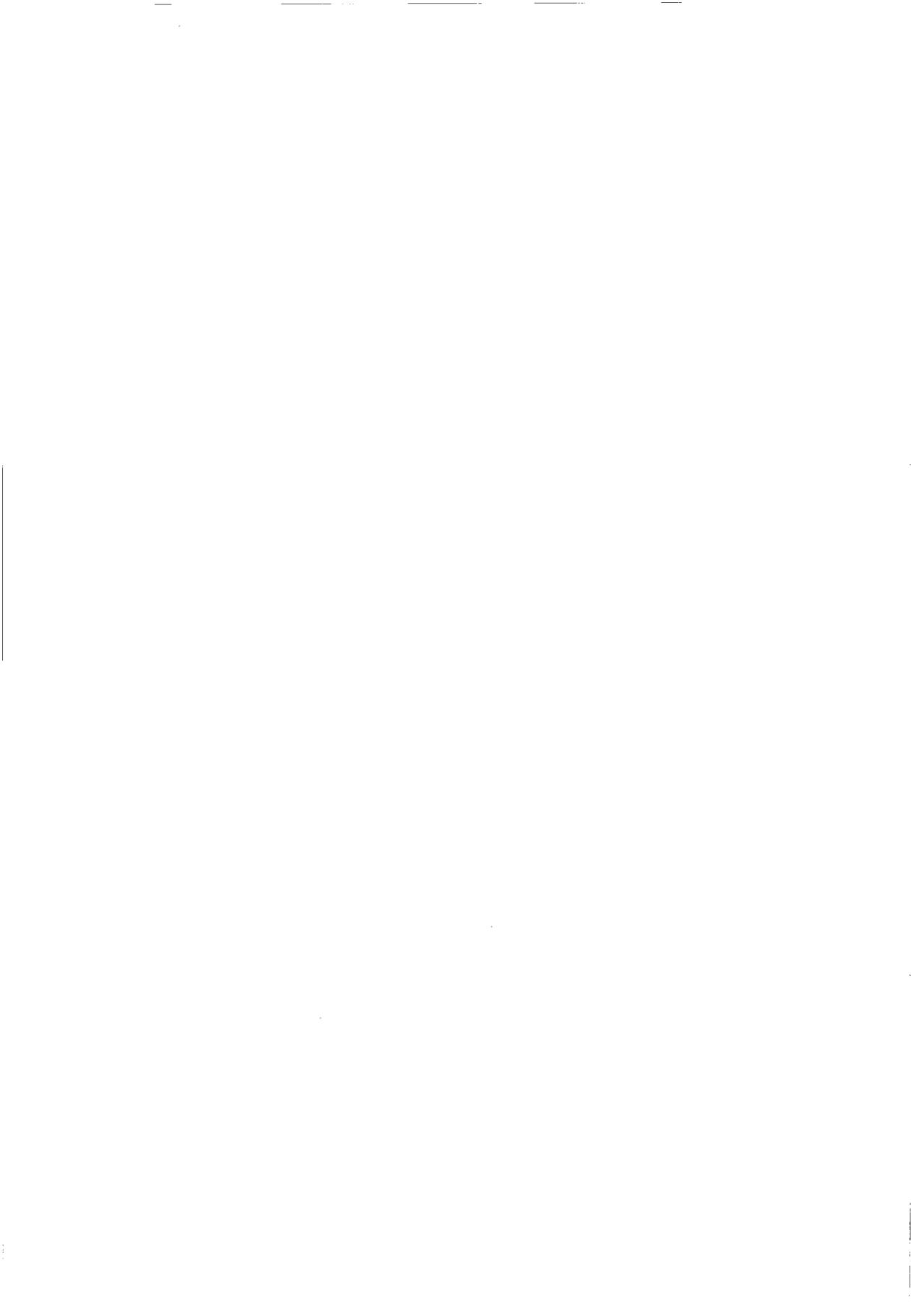
I.3. OBJECTIF DE L'ETUDE	47
I.4. METHODOLOGIE	48
II. MODELISATION DU SYSTEME.....	53
II.1. FORME DU MODELE	55
II.2. CHOIX DU MODELE	57
II.3. MODELE DE CONNAISSANCE DU SYSTEME	59
II.3.1. Modèle continu	60
II.3.2. Modèle échantillonné	61
II.4. DISCRETISATION DES EQUATIONS DE SAINT-VENANT	64
II.4.1. Schéma implicite de Preissmann	64
II.4.2. Propriétés du schéma de Preissmann	65
II.4.3. Equation de continuité.....	66
II.4.4. Equation dynamique	67
II.4.5. Conclusion	67
II.5. INTRODUCTION DES CONDITIONS AUX LIMITES	69
II.5.1. Introduction de la condition limite amont.....	69
II.5.2. Introduction d'une condition limite interne de type prise	70
II.5.3. Introduction d'une condition limite interne de type ouvrage.....	71
II.5.4. Introduction de la condition limite aval	73
II.6. REPRESENTATION DANS L'ESPACE D'ETAT	74
II.6.1. Equation dynamique	74
II.6.2. Exemple	74
II.6.3. Equation de sortie contrôlée	76
II.6.4. Equation de sortie observée.....	77
ANNEXE 1 - DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CONTINUITE	79
ANNEXE 2 - DISCRETISATION DE L'EQUATION DYNAMIQUE.....	81
III. ANALYSE DU MODELE	87
III.1. CHOIX DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE	89
III.2. REPRESENTATION DE LA PROPAGATION D'ONDES.....	91
III.2.1. Modes propres réels.....	91
III.2.1.1. Problème de Cauchy.....	91
III.2.1.2. Problème aux conditions aux limites	93
III.2.2. Modes propres modélisés	94
III.2.3. Exemple	95
III.2.4. Conclusion	99
III.3. REPRESENTATION DU TRANSPORT DE MATIERE.....	101
III.3.1. Modèle d'Hayami	101
III.3.2. Analyse fréquentielle du modèle d'Hayami	102
III.3.3. Modèle du second ordre.....	103
III.3.4. Exemples	106
III.3.4.1. Exemple 1	108
III.3.4.2. Exemple 2	109
III.3.4.3. Exemple 3	110
III.3.4.4. Exemple 4	111

III.3.5. Conclusion	112
III.4. CONCLUSION	113
IV. SYNTHESE DU CONTROLEUR ET DE L'OBSERVATEUR.....	115
IV.1. SYNTHESE DU CONTROLEUR.....	117
IV.1.1. Modèle.....	117
IV.1.2. Critère	118
IV.1.3. Calcul des gains	119
IV.1.3.1. Principe de Bellman	119
IV.1.3.2. Calcul de S par récurrence.....	120
IV.1.3.3. Conclusion	122
IV.1.4. Solution asymptotique	122
IV.1.5. Conclusion	124
IV.2. CONSTRUCTION D'UN OBSERVATEUR D'ETAT.....	125
IV.2.1. Principes.....	125
IV.2.2. Propriétés.....	126
IV.2.3. Influence de perturbations inconnues.....	126
IV.2.4. Observation de prélèvements imprévus	127
IV.2.5. Convergence de l'observateur global.....	128
IV.2.6. Influence des non-linéarités.....	130
IV.3. CONSTRUCTION D'UN OBSERVATEUR REDUIT.....	132
IV.3.1. Principes.....	132
IV.3.2. Synthèse de l'observateur réduit	132
IV.3.3. Convergence de l'observateur réduit	134
IV.4. CONCLUSION.....	137
V. TESTS ET RESULTATS	139
V.1. INTRODUCTION	141
V.1.1. Critères d'évaluation.....	141
V.1.2. Choix des matrices de pondération	143
V.1.3. Choix des pôles de l'observateur	145
V.2. MODELES DE SIMULATION.....	147
V.2.1. Modèle linéaire	147
V.2.2. Modèle non-linéaire.....	149
V.3. SYSTEME 1	150
V.3.1. Description du système.....	150
V.3.2. Choix de la période d'échantillonnage	152
V.3.3. Synthèse du modèle linéaire	152
V.3.4. Synthèse du contrôleur	153
V.3.5. Synthèse de l'observateur	153
V.3.6. Test 1 (poursuite)	154
V.3.6.1. Sans prédiction, modèle linéaire	154
V.3.6.2. Sans prédiction, sans observateur, modèle non-linéaire	155
V.3.6.3. Sans prédiction, avec observateur, modèle non-linéaire.....	155
V.3.6.4. Avec prédiction, avec observateur, modèle linéaire	155
V.3.6.5. Avec prédiction, avec observateur, modèle non-linéaire	155

V.3.7. Test 2 (robustesse)	165
V.4. SYSTEME 2 (Maricopa Stanfield)	170
V.4.1. Description du système.....	170
V.4.2. Choix de la période d'échantillonnage	172
V.4.3. Synthèse du modèle linéaire	173
V.4.4. Synthèse du contrôleur	173
V.4.5. Synthèse de l'observateur	174
V.4.6. Test 1 (réaction à un prélèvement imprévu).....	174
V.4.7. Test 2 (comparaison BF, BO + BF, PIR).....	175
V.5. CONCLUSION.....	180
CONCLUSION GENERALE	183
SIGLES ET ABREVIATIONS.....	187
NOTATIONS.....	189
FIGURES	195
TABLEAUX	197
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	199
BIBLIOGRAPHIE COMPLEMENTAIRE.....	213

Dieu fasse que votre horizon s'élargisse chaque jour davantage !
Ceux qui s'attachent à des systèmes sont ceux qui, incapables d'embrasser la vérité toute entière, tentent de l'attraper par la queue. Un système c'est un peu la queue de la vérité, mais la vérité est comme le lézard : elle vous laisse sa queue entre les doigts, et file, sachant parfaitement qu'il lui en poussera une nouvelle en un rien de temps.

Tourgueniev dans une lettre à Tolstoï (1856)



AVANT-PROPOS ET REMERCIEMENTS

Ce travail de recherche a été réalisé au sein de la Division Irrigation du CEMAGREF Montpellier, dans l'équipe Modélisation et Régulation des Transferts d'Eau. Mes activités au sein de cette Division ont contribué à me présenter la problématique de la gestion des canaux d'irrigation dans un cadre plus général que celui de ma thèse.

Je remercie les membres de cette équipe, et en particulier Pascal Kosuth, Chef de Division, et Jean-Pierre Baume, Ingénieur de Recherche, pour leurs conseils scientifiques et leur amitié.

Je remercie tous les stagiaires et les thésards qui ont agréablement et fortement contribué aux travaux de l'équipe et à son humeur joyeuse. Une mention spéciale va à Salam Sawadogo, pour sa gentillesse et sa compétence en automatique.

Je remercie Jean-Luc Deltour de la Société du Canal de Provence d'avoir bien voulu me fournir les données présentées à la figure 53 du Chapitre V.

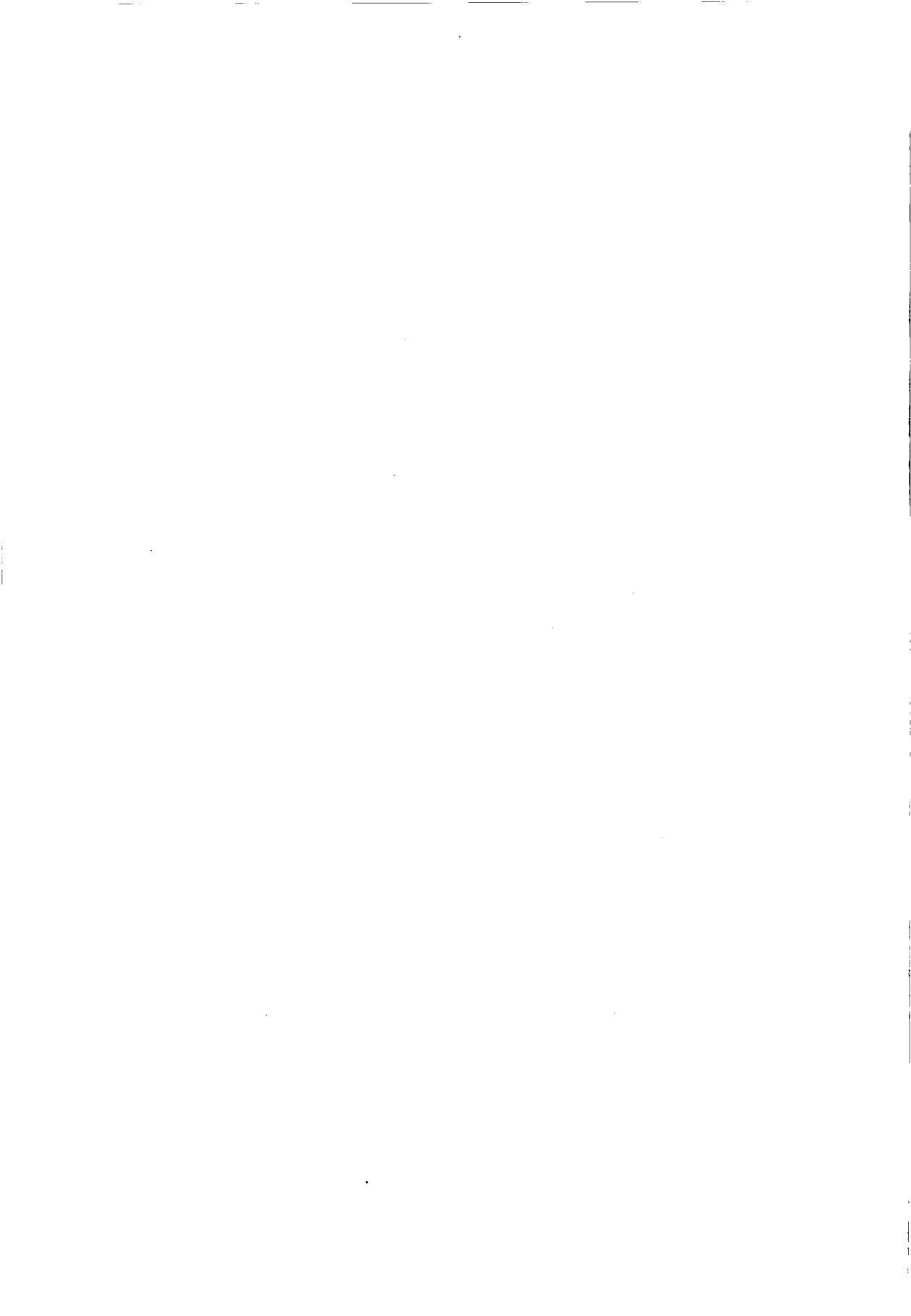
Je remercie José Aguilar Martin, Directeur de Recherche au Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes (CNRS Toulouse) d'avoir accepté de suivre et d'orienter ce travail pendant ces quatre années de recherche.

Je remercie Rémy Pochat d'avoir accepté d'être rapporteur de ce mémoire pour la partie hydraulique et modélisation, malgré ses responsabilités au Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche. Je le remercie également de m'avoir transmis une partie de son expérience en hydraulique, à l'ENGREF ou au bord du canal Kirindi Oya (Sri Lanka).

Je remercie Joseba Quevedo, Professeur à l'Université Polytechnique de Catalogne (Barcelone, Espagne), d'avoir accepté d'être rapporteur de ce mémoire pour la partie automatique.

Je remercie enfin Guy Chevereau, Ingénieur au BCEOM, Claude Millier, Directeur Scientifique à l'ENGREF, et Jacques Sau, Professeur à l'Université Claude Bernard (Lyon), d'avoir accepté d'être membres du jury.

Je dédie ce travail aux personnes qui me sont chères.



CHAPITRE I :

POSITION DU PROBLEME

I.1. INTRODUCTION - CONTEXTE GENERAL	19
I.1.1. L'eau et l'irrigation	19
I.1.2. Les canaux d'irrigation	20
I.1.3. L'automatisation	23
I.2. ETAT DE L'ART - CLASSIFICATION	25
I.2.1. Variables contrôlées	26
I.2.1.1. Débits	27
I.2.1.2. Cotes	28
I.2.1.2.1. Amont de bief	28
I.2.1.2.2. Aval de bief	29
I.2.1.2.3. Cote intermédiaire	29
I.2.1.3. Volumes	30
I.2.1.4. Conclusion	30
I.2.2. Logiques de contrôle	31
I.2.2.1. Définitions	31
I.2.2.2. Régulation des débits	33
I.2.2.2.1. Commande en boucle fermée	33
I.2.2.2.2. Commande en boucle ouverte	33
I.2.2.3. Régulation des cotes	33
I.2.2.3.1. Commande en boucle fermée	33
I.2.2.3.2. Commande en boucle ouverte	35
I.2.2.4. Régulation des volumes	36
I.2.2.4.1. Commande en boucle fermée	36
I.2.2.4.2. Commande en boucle ouverte	36
I.2.2.5. Conclusion	36
I.2.3. Méthodes de synthèse	37
I.2.3.1. Méthodes monovariabiles	37
I.2.3.2. Méthodes multivariabiles	39
I.2.4. Mises en oeuvre	39
I.2.5. Conclusion	40
I.3. OBJECTIF DE L'ETUDE	47
I.4. METHODOLOGIE	48



I.1. INTRODUCTION - CONTEXTE GENERAL

I.1.1. L'eau et l'irrigation

L'eau est une ressource rare. Bien que renouvelable, elle existe en quantités limitées, avec de fortes hétérogénéités dans l'espace et dans le temps. La gestion de cette ressource a depuis toujours été l'objet de l'attention de l'homme. Elle est devenue de plus en plus exigeante et délicate du fait de la compétition croissante existant entre ses différents utilisateurs : agriculture, industrie, besoins domestiques, et environnement (Valiron 1984, Hubert 1984). En France, l'agriculture consomme à elle seule plus de 36 % de cette ressource, l'industrie 22 % et les usages domestiques 9 % (chiffres 1988, sources Ministère de l'Environnement, cité par Lesaffre et al. 1992). L'irrigation représente plus de 80 % de la consommation en eau dans le monde (chiffres 1975, cité par ASCE 1993) et plus de 90 % dans l'ouest des USA (chiffres 1984, cité par ASCE 1993).

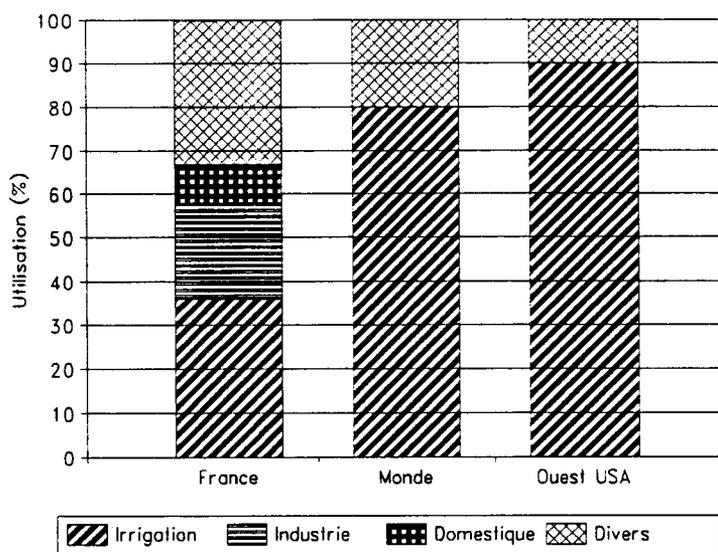


Figure 1. Répartition de l'utilisation de l'eau par secteur

La surface totale cultivée dans le monde est d'environ 1500 millions d'hectares (Mha), dont 800 en pays en voie de développement et 700 en pays industrialisés (Schultze 1989). Sur cette surface totale cultivée, environ 280 Mha sont irrigables, soit trois fois plus qu'il y a quarante ans (Lesaffre et al. 1992). Cette irrigation permet, entre autre, d'augmenter les rendements agricoles et de diminuer l'impact des aléas ou déficiences climatiques. Une part importante (environ 200 Mha, soit 70 %) de cette surface irrigable est située dans les pays en voie de développement où elle représente 25 % des terres cultivées. Les 30 % restants (environ 80 Mha) sont situés en pays industrialisés où ils représentent 11 % des terres

cultivées. Dans les deux cas, les terres irrigables contribuent très fortement à la production agricole.

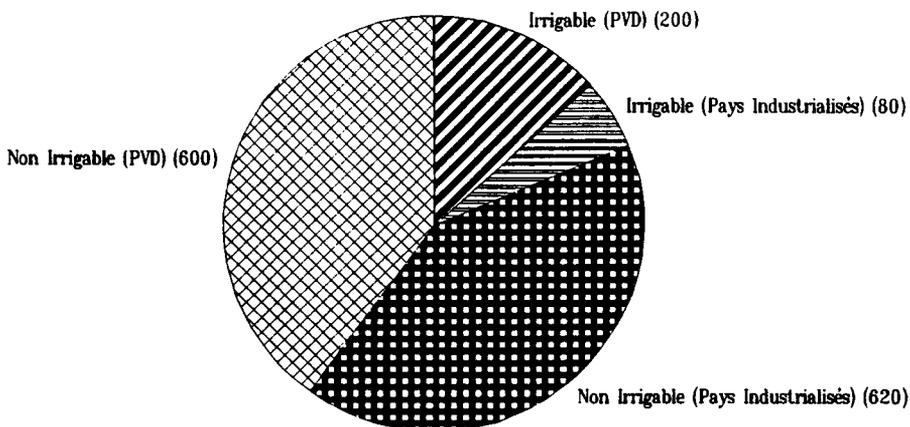


Figure 2. Répartition des surfaces cultivées (en millions d'hectares)

L'irrigation revêt donc une importance particulièrement grande dans les pays en voie de développement, où les objectifs de production alimentaire sont prioritaires. Dans les pays industrialisés, la recherche de rendements élevés n'est plus une priorité. Par contre, l'efficacité de l'utilisation de l'eau doit être améliorée compte tenu de l'accroissement de la compétitivité entre ses différents utilisateurs, et notamment des contraintes grandissantes liées au respect de l'environnement. De plus, la qualité du service aux utilisateurs est appelée à augmenter.

1.1.2. Les canaux d'irrigation

En ce qui concerne l'irrigation, l'acheminement de l'eau, de sa source (un barrage, une rivière) vers ses usagers (parcelles agricoles, stations de pompage) se fait généralement à travers un réseau complexe et étendu de canaux. Le terme "canal d'irrigation" est utilisé par la suite pour décrire un tel système, en incluant les systèmes multi-utilisateurs et les rivières naturelles (les canaux d'irrigation ont souvent des usages multiples, les principaux consommateurs étant les irriguants). Les rivières d'irrigation ont une infrastructure et des contraintes différentes mais des objectifs de fonctionnement communs. Les rivières gérées par la CACG¹ ou la CARA² en sont un exemple. Leurs particularités seront signalées le cas échéant.

La gestion, au sens large, d'un canal d'irrigation comprend des composantes techniques, financières, socio-économiques, et politiques (Figure 3). Sous son aspect technique, la gestion d'un canal d'irrigation est caractérisée par :

¹ Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne

² Compagnie d'Aménagement Rural d'Aquitaine

- des procédures de maintenance,
- une méthode de distribution de l'eau aux usagers,
- une méthode de gestion du canal principal.

Cette gestion technique interagit fortement avec les autres composantes de la gestion (financières, socio-économiques, et politiques). D'autre part, l'infrastructure physique impose des contraintes sur les procédures ou méthodes envisageables. Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons brièvement ces aspects et illustrons les contraintes correspondantes.

La maintenance d'un canal est une activité essentielle à son bon fonctionnement et à la pérennité de ses performances (Verdier 1992). Le niveau technique requis pour assurer la maintenance des ouvrages de régulation d'un canal dépend des méthodes utilisées et des choix technologiques de mise en oeuvre. Ainsi, les méthodes modernes de régulation automatique développées en France et aux Etats-Unis sont difficilement applicables aux pays en voie de développement. D'autre part, lorsque l'eau d'irrigation est très chargée en sédiments, certaines méthodes de régulation, facilitant les dépôts solides, sont à proscrire.

Différentes méthodes de distribution de l'eau aux usagers sont décrites dans la littérature (Merriam 1992, Goussard 1993). Ces méthodes se distinguent suivant la liberté laissée aux irriguants dans le choix des caractéristiques débit-durée-fréquence de leurs irrigations. Les méthodes "à la demande" permettent aux irriguants de prélever l'eau lorsqu'ils la désirent, sans demande préalable (débit, durée, et fréquence libres). Une telle méthode procure une grande qualité de service, en libérant les irriguants de contraintes horaires. Cela contribue, en théorie, à optimiser l'efficacité de l'utilisation de l'eau, en adaptant au mieux les irrigations aux besoins réels des cultures (Bandaragoda 1992). Les méthodes "au tour d'eau" contraignent les irriguants à prélever l'eau selon un calendrier de distribution préétabli (débit, durée, et fréquence fixés). Cette méthode de distribution est très répandue dans le monde, surtout dans les pays en voie de développement. C'est la plus simple pour le gestionnaire, mais la plus contraignante pour les usagers. C'est également la plus économique, dans la mesure où elle minimise le débit maximum requis dans le canal principal. En période de pénurie elle permet de limiter et de contrôler les consommations. Sa rigidité conduit cependant très fréquemment à de faibles efficacités car l'eau n'est pas toujours distribuée au moment optimal. De nombreuses variantes intermédiaires existent entre ces deux méthodes extrêmes, suivant le degré de liberté accordé aux caractéristiques débit-durée-fréquence de la distribution. Plus une méthode de distribution est souple, plus les perturbations créées sur le système par les usagers sont importantes et imprévisibles. Les méthodes de régulation d'un canal sont ainsi directement liées à la méthode de distribution.

Dans la suite, nous focalisons l'étude sur les méthodes de gestion du canal principal. Cette gestion comprend deux niveaux différents : la gestion stratégique et la gestion tactique (Trouvat 1991). La gestion stratégique concerne le système global : ressource, canaux, et usagers. Elle consiste à définir une stratégie d'allocation de l'eau en fonction des ressources disponibles, des besoins éventuellement affectés de priorités, et des contraintes techniques liées à l'infrastructure existante (Fang et al. 1989, Parent 1991). Son pas de temps est de l'ordre de la semaine. La gestion tactique, ou régulation, concerne le canal d'irrigation et ses ouvrages. Elle vise à satisfaire les objectifs de distribution définis par la gestion stratégique. Son pas de temps va de quelques minutes à quelques heures. Par la suite, le terme de gestion s'applique à la gestion tactique. Afin d'assurer une gestion correcte (dans l'espace et dans le temps), le gestionnaire a la charge de manoeuvrer les ouvrages mobiles construits le long du canal dont il est responsable. Ces ouvrages (vannes, seuils) permettent de modifier des pertes de charge locales, et par conséquent de contrôler indirectement les niveaux, débits ou volumes dans le canal. Les contraintes relatives aux méthodes de régulation envisageables sont fréquemment évoquées dans la littérature (Kraatz et al. 1982, Plusquellec 1988, Buyalski et al. 1991, Valera 1991, Goussard 1993). En particulier, certaines méthodes nécessitent des berges horizontales sur la totalité ou une partie de chaque bief, alors que d'autres sont compatibles avec des berges parallèles au fond du canal. En outre, ces méthodes de régulation ont des comportements différents du fait de l'existence ou non de volumes de stockage intermédiaires.

Les différents concepts évoqués dans ce chapitre, concernant la gestion d'un canal d'irrigation au sens large, sont regroupés dans la figure suivante.

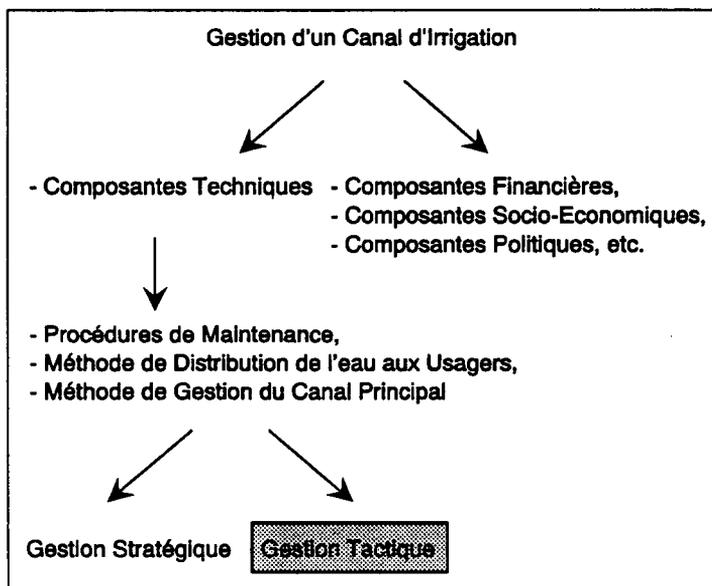


Figure 3. La gestion d'un canal d'irrigation

I.1.3. L'automatisation

Différentes contraintes techniques (complexité du fonctionnement des ouvrages, interactions, temps de retard, non linéarités) et de fonctionnement (risques de débordement, stabilité des berges, plages de fonctionnement minimal et maximal) rendent la gestion des canaux difficile. De ce fait, et malgré leur importance, les canaux traditionnels gérés manuellement ont très souvent une qualité de distribution très médiocre, pour des périmètres fonctionnant bien en deçà de leur potentiel (Plusquellec 1988) :

- les rendements obtenus (pour le riz) sont de l'ordre de 1.5 à 2 tonnes par hectare au lieu de 6 couramment réalisables,
- l'efficacité (rapport entre l'eau prélevée dans le barrage et l'eau appliquée aux cultures) est de l'ordre de 30% (ou inférieure) alors que 60 % est considéré comme réalisable. Une étude du Ministère de l'Intérieur Américain, réalisée sur plus de 60 périmètres irrigués situés aux USA, estime que l'efficacité moyenne y est de 44 %, et qu'une meilleure gestion du système de transport et de distribution principal pourrait la faire passer à 61 % (Rapport 1978, cité par ASCE 1993).

En outre, les conditions de fonctionnement sont parfois sources de conflits :

- la distribution au tour d'eau est contraignante pour les usagers,
- il existe des iniquités de distribution entre les usagers situés à l'amont et ceux situés à l'aval.

Des recherches sont menées actuellement pour améliorer la qualité de la gestion de ces canaux, en conservant les structures existantes et la gestion manuelle (IIMI 1989, Malaterre 1989, Bhutta et al. 1992, Kosuth 1992, Baume et al. 1992b et 1993, Rey et al. 1993). Lorsque les conditions socio-économiques le permettent, l'automatisation des ouvrages est une voie possible d'amélioration de la régulation d'un canal d'irrigation. Plusieurs niveaux d'automatisation existent (Goussard 1993) :

- surveillance-acquisition automatique,
- télécommande automatique,
- élaboration automatique des consignes et/ou des ordres,
- automatisme de manoeuvre,
- automatisme de réglage.

Les avantages de l'automatisation des systèmes d'irrigation sont nombreux (Baudequin et al. dans Framji et al. 1978) :

- avantages financiers,
 - diminution de la main d'oeuvre,
 - économie sur les coûts d'investissement (réservoirs tampons),
 - économie sur les coûts de fonctionnement (personnel),
- utilisation optimale de l'eau disponible, dans un contexte de compétitivité de plus en plus forte entre usagers,
- qualité de service, vers une tendance de distribution à la demande,
- facilité de gestion et d'acquisition d'information.

Ces avantages expliquent les efforts consacrés en recherche et développement, depuis les années 1960-1970, pour le contrôle automatique des canaux d'irrigation. Les méthodes développées sont basées sur des actionneurs mécaniques, électroniques ou informatiques. Une évolution semblable a lieu dans d'autres domaines de la gestion de l'eau, tels que l'assainissement, l'adduction d'eau potable ou la protection contre les crues (Frerot 1987, Gilbert 1990, Valiron 1988). Cependant, ces applications sont encore limitées au regard des applications de l'automatique au domaine l'industriel (chimie, génie des procédés, électricité, spatial, etc.).

I.2. ETAT DE L'ART - CLASSIFICATION

De nombreuses méthodes de gestion des canaux ont été mises au point de par le monde (Zimbelman 1987, Plusquellec 1988, Buyalski 1991, Goussard 1993). Ces méthodes diffèrent d'un pays à un autre, d'une région à une autre. Elles vont des plus sommaires, développées il y a plus de 2000 ans, aux plus modernes mises au point récemment, ou en cours de développement, à partir des techniques modernes de l'automatique. De nombreux auteurs classifient ces différentes méthodes (Hussou et al. dans Framji et al. 1978, De Leon 1986, Zimbelman 1987, Deltour 1988 et 1992, Buyalski et al. 1991, Chevereau 1991, Schuurmans 1991, Malaterre 1991, Baume et al. 1992a, Khaladi 1992, Ankum 1992, 1993a et 1993b, Goussard 1993). Les termes utilisés par ces auteurs, souvent hydrauliciens de formation, se réfèrent à des concepts parfois mal définis et différents de nature (commande par l'amont ou par l'aval, commande à niveau aval, à niveau amont, à débit ou à volume constant, commande répartie ou centralisée, commande manuelle, automatique mécanique ou automatique électronique, etc.). Les définitions utilisées sont différentes voire contradictoires entre auteurs (Chevereau 1991, Ankum 1992, 1993a et 1993b, Goussard 1993). Chevereau (1991) souligne cette ambiguïté, source de confusions, et présente une classification plus satisfaisante dans le cas particulier d'une commande en débit sur un bief unique équipé d'une vanne en tête. Nous présentons, dans ce chapitre, une classification pour un système quelconque, et remplaçons les termes utilisés par les hydrauliciens dans le langage des automaticiens. Cette classification s'applique aussi bien aux méthodes traditionnelles que modernes. Des exemples classiques de méthodes sont donnés au cours de la classification. Les méthodes sont repérées par leur nom lorsqu'elles en ont un, ou par le nom de leur(s) auteur(s), ou par la théorie automatique utilisée. Nous ne les présentons pas en détail. Elles sont abondamment décrites et étudiées par leurs auteurs ou dans des travaux de recherche ou de synthèse (Zimbelman 1987, Chevereau 1991, Goussard 1993). Des références bibliographiques détaillées sont données lors de la première apparition de chaque exemple. Elles ne sont pas reprises par la suite, ou réduites, afin de simplifier la lecture du texte. Les sigles utilisés sont définis en note de bas de page et repris en annexe.

La première étape d'une classification est de distinguer les différents concepts susceptibles de caractériser un élément à classer, en l'occurrence une méthode de régulation. Toute méthode de régulation est caractérisée par, et classifiée selon :

- des variables contrôlées,
- une logique de contrôle,
- une méthode de synthèse,
- une mise en oeuvre.

Cette ordre n'est pas un ordre de priorité d'intérêt. Selon son domaine de compétence, chaque personne sera plus ou moins sensible à un ou plusieurs des 4 concepts évoqués. Ainsi, le gestionnaire et l'ingénieur hydraulicien seront plus sensibles aux variables contrôlées et à la logique de contrôle. L'automaticien sera sensible à la logique de contrôle et à la méthode de synthèse. Le gestionnaire et l'ingénieur chargé de la réalisation des travaux, s'intéresseront à la mise en oeuvre.

La littérature fait souvent référence aux régulations "par l'amont" ou "par l'aval". Cette terminologie est source fréquente de confusion comme le montrent des publications récentes (Ankum 1992, 1993a et 1993b). En effet, même si les régulations "par l'aval" (respectivement "par l'amont") visent traditionnellement (pour des raisons de simplicité technologique) à maintenir une cote constante à l'aval (respectivement à l'amont) immédiat des régulateurs, cela n'est pas forcément le cas. On parle, par exemple, de régulation par l'aval distant lorsque la cote contrôlée est la cote amont du régulateur aval suivant! Nous préférons, dans la classification qui suit, définir les cotes contrôlées par rapport au bief³ (amont, milieu ou aval d'un bief) et non pas par rapport au régulateur (amont ou aval d'un régulateur). Nous définirons au chapitre I.2.2.3.1. la régulation "par l'amont" et "par l'aval" en tant que logique de contrôle et non pas en référence à une variable contrôlée particulière.

I.2.1. Variables contrôlées

Les variables contrôlées sont les variables du système auxquelles le gestionnaire assigne des consignes. En automatique on parle de "poursuite" (tracking en anglais) lorsque ces consignes sont variables au cours du temps. Suivant les auteurs, le terme "régulation" est soit général à tout type de consigne (constante ou variable), soit particulier au cas d'une consigne constante nulle. Nous utiliserons le terme régulation dans son sens général et le terme poursuite dans le cas où l'on veut insister sur la nature variable des consignes.

Les variables hydrauliques contrôlées sur un canal d'irrigation peuvent être de deux natures : des flux (débits) ou des efforts (cotes), selon la terminologie utilisée en modélisation des systèmes physiques par bond-graphs (Borne 1992). Elles peuvent également être des volumes, c'est à dire des intégrales de flux (débits) dans le temps, ou d'efforts (cotes) dans l'espace.

³ Nous appelons "bief" une portion d'un canal, située entre deux ouvrages de régulation ("pool" en anglais)

1.2.1.1. Débits

Les besoins des différents usagers d'un canal d'irrigation se définissent principalement en terme de débits :

- Besoins agricoles :
 - débit délivré à une parcelle,
 - débit alimentant un canal secondaire,
 - débit prélevé par une station de pompage,
- Besoins pour l'environnement :
 - débit restitué en fin de système.

Eventuellement, si les usagers du système sont multiples :

- Besoins domestiques :
 - débit alimentant une habitation,
 - débit prélevé par une station de traitement d'une agglomération,
- Besoins industriels :
 - débit prélevé par une usine.

Lorsque des réservoirs de stockage, naturels ou non, sont disponibles (réserve utile du sol, réservoir d'eau, bassin d'une station de traitement, bassin de stockage, volume stocké dans les biefs), les besoins peuvent être définis de manière plus souple, en terme de volumes distribués sur une période de temps. Dans ce cas, la variable contrôlée n'est plus une valeur donnée de débit, mais un volume, soit l'intégrale d'un débit sur une période donnée. Des fluctuations de débits sont alors autorisées, et amorties par la capacité de stockage des réservoirs. Cependant ces réservoirs sont coûteux, de tailles limitées et des contraintes de distribution ne suppriment jamais les besoins exprimés en terme de débits.

Par conséquent, tout système hydraulique à surface libre doit être géré, directement ou indirectement, de manière à satisfaire les demandes de débits de ses différents usagers. Compte tenu de la nature du phénomène physique en jeu (écoulement gravitaire de l'amont vers l'aval), ces demandes en débit ne peuvent être satisfaites qu'à partir de la source située à l'amont du système, par vidange des réservoirs amont.

Exemples de régulation :

- GPC⁴ (Sawadogo 1991a, 1991b, 1992a, 1992b et 1992c, Rodellar 1993),
- CACG (Piquereau et al. 1982 et 1984, Grosclaude et al. 1985, Verdier 1986, Tardieu 1988, Barbet 1990, Rey 1990),
- SIMBAK (Chevereau 1991).

⁴ Generalized Predictive Control

1.2.1.2. Cotes

Les débits sont difficilement mesurables en rivières ou canaux à surface libre. Par contre, les cotes peuvent l'être facilement. D'autre part, les contraintes d'alimentation des prises gravitaires, la stabilité des berges des canaux, la lutte contre leur enherbement, la constitution de stocks d'eau intermédiaires, les risques de débordement, etc., créent des contraintes supplémentaires en terme de cotes.

Les cotes contrôlées z peuvent être situées en début (cote amont), en milieu (cote intermédiaire) ou en fin de bief (cote aval). Les caractéristiques de fonctionnement sont très différentes suivant l'option choisie.

1.2.1.2.1. Amont de bief

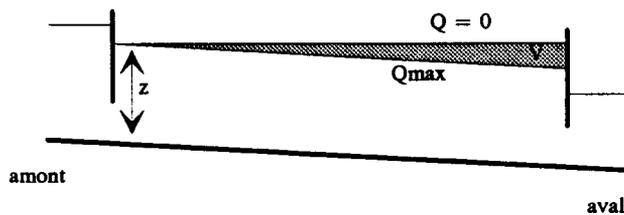


Figure 4. Contrôle d'une cote amont de bief

Avantage : un volume de stockage V est disponible entre le volume à débit nul et le volume à débit maximal. Il permet de répondre rapidement aux demandes imprévues du bief ou de l'aval et de stocker de l'eau en cas de diminution de la consommation.

Inconvénient : les berges du canal doivent être horizontales, ce qui est coûteux en génie civil.

Exemples de régulation :

- Vannes AVIS et AVIO (Mises au point par Alstom Fluide. Références : Alstom Fluide 1975-79 et 1981, Goussard 1993),
- LittleMan par l'aval (Mis au point par l'USBR⁵, existe en version par l'amont et par l'aval. Référence : Zimbelman 1987).

⁵ United State Bureau of Reclamation

1.2.1.2.2. Aval de bief

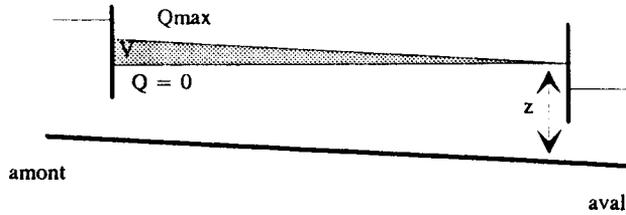


Figure 5. Contrôle d'une cote aval de bief

Avantage : les berges du canal peuvent suivre la pente naturelle du terrain, ce qui limite les coûts de génie civil.

Inconvénient : aucun volume de stockage n'est disponible entre le volume à débit nul et le volume à débit maximal. Le système ne peut donc pas répondre rapidement à une demande imprévue. L'eau non consommée ne peut pas être stockée localement et est "perdue" dans les biefs aval.

Exemples de régulation :

- Vannes AMIL (Mises au point par Alstom Fluide. Références : Alstom Fluide 1975-79 et 1981, Goussard 1993),
- ELFLO⁶ (Shand 1971),
- CARDD⁷ (Burt 1983),
- LittleMan par l'amont (USBR),
- PIR⁸ (Deltour 1992),
- PID⁹ (UMA Engineering - Imperial Valley, USA),
- PI (Sogreah - Kirkuk, Irak),
- Zimbelman (Mis au point par Zimbelman en 1981. Référence : Zimbelman 1987).

1.2.1.2.3. Cote intermédiaire

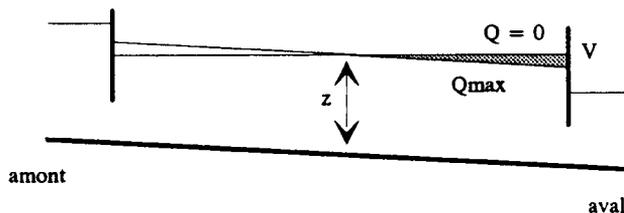


Figure 6. Contrôle d'une cote intermédiaire

⁶ Electronic Filter Level Offset

⁷ Canal Automation for Rapid Demand Deliveries

⁸ Proportionnel, Intégral, Retard

La variable contrôlée est une cote intermédiaire. Dans certains cas (pour un emplacement particulier de cette cote), cela revient à contrôler le volume stocké dans le bief. Cette cote peut, soit être mesurée directement (aucun exemple à notre connaissance mais envisageable a priori), soit être obtenue comme combinaison linéaire d'une cote amont et d'une cote aval (ex. : Bival).

Avantage : cette méthode présente un compromis entre les deux options précédentes, tant au niveau du coût en génie civil que du volume de stockage disponible V. En effet, les berges ne doivent être horizontales qu'à l'aval de la cote régulée.

Inconvénient : plusieurs cotes doivent être mesurées, ce qui implique l'installation de lignes de transmission ou d'un réseau de mesure.

Exemple de régulation :

- Bival (Mis au point par la Sogreah. Références : Zimbelman 1987, Chevereau 1991).

I.2.1.3. Volumes

Dans un tel cas, le contrôleur est moins sensible aux parasites, mais les temps de réponse sont augmentés (Hussou et al. dans Framji et al. 1978). Ces méthodes sont applicables sur les canaux d'irrigation à forts volumes de stockage et nécessitent une mise en oeuvre centralisée.

Exemples de régulation :

- Régulation Dynamique (Mis au point par la SCP¹⁰. Références : Coeuret 1977, Lefebvre 1977, Deltour 1988),

- Controlled Volumes (Mis au point par l'USBR. Référence : Buyalski 1991).

I.2.1.4. Conclusion

Les besoins des usagers étant exprimés en terme de débits, les variables hydrauliques contrôlées doivent logiquement être des débits. Cependant, ces derniers sont difficilement mesurables dans les canaux d'irrigation, au contraire des cotes et, dans une moindre mesure, des volumes. De plus, des contraintes de fonctionnement conduisent souvent à considérer des consignes de cotes minimales et maximales, indépendamment des objectifs de satisfaction des besoins des usagers. Des cotes, ou parfois des volumes, sont donc adoptées comme variables contrôlées supplémentaires. L'emplacement des cotes contrôlées est un point important à considérer compte tenu de ses relations avec les coûts en génie civil et les possibilités de stockage d'eau dans les biefs.

Nous verrons, dans le chapitre suivant, que certaines logiques de contrôle de cotes conduisent également, de manière indirecte, à un contrôle de débits. Un contrôle de volume

⁹ Proportionnel, Intégral, Dérivé

¹⁰ Société du Canal de Provence

implique indirectement un contrôle de débit. Par contre, dans le cas général, le ou les contrôleurs doivent considérer les deux types de variables :

- les débits, pour satisfaire les besoins des usagers,
- les cotes (ou parfois les volumes), pour satisfaire les contraintes de fonctionnement.

Les variables contrôlées pouvant être de natures différentes, il faut préciser, lorsque l'on parle de commande s'il s'agit d'une commande en débit, en cote ou en volume.

1.2.2. Logiques de contrôle

1.2.2.1. Définitions

L'automaticien définit clairement la notion de Boucle Fermée ou Compensation (Closed Loop ou Feedback en anglais) et de Boucle Ouverte ou Anticipation (Open Loop ou Feedforward en anglais) suivant la nature des informations utilisées pour calculer les commandes du système.

En Boucle Fermée (BF) ou Compensation, la commande U est calculée à partir de l'erreur mesurée entre la sortie réelle Y (variable contrôlée) et la sortie de consigne Y_c . Les perturbations P , même inconnues, sont prises en compte indirectement, à travers leurs effets sur le système.

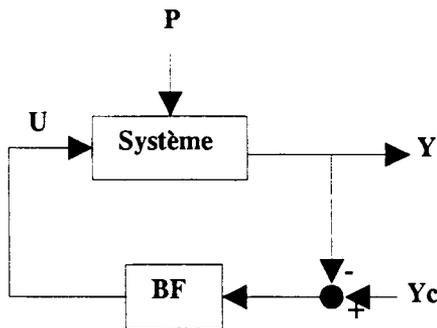


Figure 7. Commande en Boucle Fermée

En automatique, la notion de Boucle Fermée est essentielle puisque c'est elle qui permet d'asservir une commande à une consigne. Cependant, pour des procédés complexes (processus à temps mort par exemple, c'est à dire avec des temps de retard, Kuanyi 1989), cette Boucle Fermée ne donne pas entière satisfaction. La qualité du contrôle peut être alors considérablement améliorée par l'adjonction d'une Boucle Ouverte (Shinsky 1988). Dans le cas des canaux d'irrigation, les temps de retard entre les organes de réglage amont et les débits contrôlés aval sont importants (de quelques minutes à plusieurs heures). Une boucle fermée seule ne peut alors fonctionner correctement que si des volumes de stockage importants sont disponibles. En effet, dans le meilleur des cas la commande aura un retard

au moins égal au retard du système. Or, des volumes de stockage impliquent des coûts de génie civil élevés.

En Boucle Ouverte (BO) ou Anticipation, la commande U est calculée à partir de la connaissance des consignes Y_c et éventuellement d'une estimation des perturbations \hat{P} . La boucle ouverte peut compenser les temps de retard inhérents au système en anticipant sur les besoins des usagers. Ces besoins doivent être estimés de manière aussi précise que possible en fonction de données climatiques, agronomiques, sociologiques, et d'enregistrements des consommations des semaines ou saisons passées (Perrin 1989).

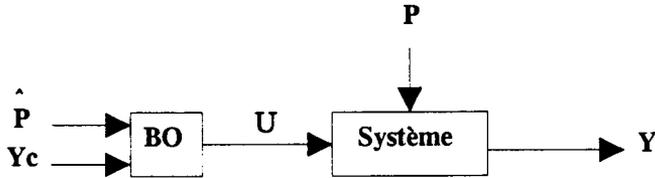


Figure 8. Commande en Boucle Ouverte

Cependant, la boucle ouverte n'est généralement pas suffisante, du fait des erreurs d'estimation des perturbations, des erreurs de modèle, et de l'existence de perturbations inconnues. C'est pour ces raisons que l'association Boucle Ouverte + Boucle Fermée est souvent utilisée (Figure 9). La boucle fermée corrige les erreurs de prédictions, les perturbations inconnues, et les erreurs de modèle.

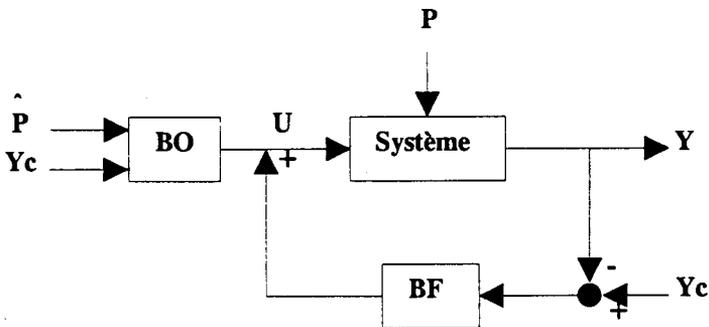


Figure 9. Commande en Boucle Ouverte + Boucle Fermée

Dans le cas d'un système multivariable (avec plusieurs variables de commande et plusieurs variables contrôlées), plusieurs boucles de régulation et plusieurs contrôleurs de logiques différentes peuvent être combinés. Par exemple, dans le cas des canaux d'irrigation, les débits peuvent être contrôlés en Boucle Ouverte et les cotes en Boucle Fermée. Certaines méthodes de régulation citées dans les chapitres qui suivent peuvent donc apparaître dans plusieurs catégories.

I.2.2.2. Régulation des débits

I.2.2.2.1. Commande en boucle fermée

Les organes de commande du système (vannes, seuils) sont manoeuvrés en fonction des écarts entre les débits mesurés en divers points du système et les débits objectifs correspondants.

Exemples de régulation :

- GPC (Sawadogo 1992),
- CACG (Piquereau et al. 1982),
- CARA (Marzouki 1989, Roux 1992).

I.2.2.2.2. Commande en boucle ouverte

Les organes de commande du système sont manoeuvrés en fonction de la connaissance des débits de consigne, d'une estimation des prélèvements et de la dynamique du système.

Exemples de régulation :

- Différentes méthodes par inversion de modèle sont étudiées par Chevereau (1991) :
 - onde cinématique ou retard pur (CARA, Roux 1992),
 - onde diffusive (CACG, Sawadogo 1992),
 - onde dynamique (Chevereau 1991 : SIMBAK, O'Laughlin 1972, Liu et al. 1992, USBR 1979 et Falvey 1987 : Gate Stroking).
- Par optimisation (Najim 1981, Sabet et al. 1985, Tomcic 1989, Khaladi 1992, Zihui et al. 1992).

I.2.2.3. Régulation des cotes

I.2.2.3.1. Commande en boucle fermée

Les organes de commande du système sont manoeuvrés en fonction des écarts entre les cotes mesurées en divers points du système et les cotes de consigne correspondantes.

L'écoulement dans les canaux étant généralement de type fluvial, une cote peut être contrôlée soit par modification du débit amont, soit par modification de la cote aval (tant que la cote contrôlée reste dans la courbe de remous de la cote aval modifiée). Ces modifications se font en agissant soit sur un ouvrage amont, soit sur un ouvrage aval (respectivement). Paradoxalement, la première logique de contrôle est appelée commande par l'aval, la seconde logique est appelée commande par l'amont.

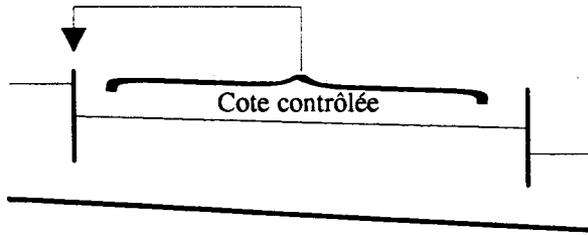


Figure 10. Commande par l'aval

La commande (en cote) par l'aval conduit indirectement à une commande en débit en boucle fermée. Cette caractéristique est une propriété essentielle de la commande (en cote) par l'aval.

Exemples de régulation :

- Vannes AVIS, AVIO (Alstom Fluide),
- LittleMan par l'aval (USBR),
- ELFLO (Shand 1971),
- CARDD (Burt 1983),
- Zimbelman (1981),
- CARA (régulation d'une cote dans une bêche, Marzouki 1989),
- Bival (Sogreah),
- PI (Sogreah - Kirkuk, Irak),
- PID (Chevereau 1991),
- PIR (Deltour 1992).

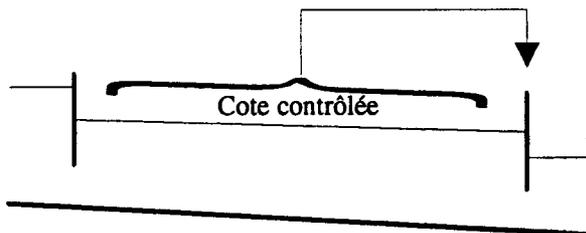


Figure 11. Commande par l'amont

Contrairement à la commande (en cote) par l'aval, la commande (en cote) par l'amont ne conduit pas à une commande en débit. Une commande (en cote) par l'amont ne suffit donc pas en elle-même et doit être complétée par une commande en débit (qu'elle soit en boucle ouverte ou en boucle fermée).

Exemples de régulation :

- Vannes AMIL (Alsthom Fluide),
- LittleMan par l'amont (USBR),
- PID (UMA Engineering - Imperial Valley, USA),
- Seuils bec de canard (même si ces ouvrages sont fixes, ils peuvent être considérés comme fonctionnant en boucle fermée dans la mesure où ils maintiennent une cote quasi-constante quelles que soient les perturbations agissant sur le système).

Certaines commandes (en cote) combinent les deux logiques (par l'amont et par l'aval). Dans la mesure où elles conduisent également à une commande en débit en boucle fermée elles sont également appelées, pour simplifier, commandes par l'aval. Lorsque l'on veut introduire une terminologie particulière elles sont appelées commandes mixtes.

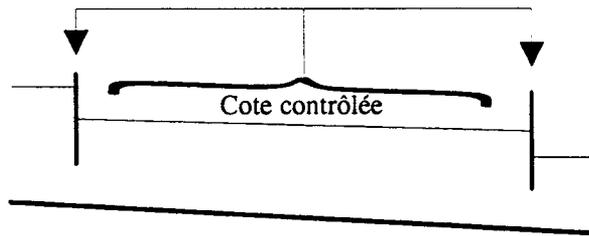


Figure 12. Commande mixte

Exemples de régulation :

- Vannes mixtes (Alsthom Fluide, exploitées par la CNABRL¹¹). Le principe de fonctionnement ou de régulation de ces vannes est parfois dit "à niveaux associés", car, dans certaines gammes de fonctionnement, la vanne a pour but de maintenir une différence constante entre ses cotes amont et aval. Nous classons ces vannes dans la catégorie des vannes en "commande mixte", car la modification d'une cote dans un bief implique la réaction combinée des vannes amont et aval à cette cote.

- LQR¹² (Corriga et al. 1980, 1982a, 1982b et 1983, Balogun 1985 et 1988, Garcia 1988 et 1992, Hubbard et al. 1987, Reddy 1986, 1990, 1992a et 1992b, Filipovic et al. 1989, Florea et al.).

1.2.2.3.2. Commande en boucle ouverte

Les organes de commande du système sont manoeuvrés en fonction de la connaissance des cotes de consigne, d'une estimation des prélèvements et de la dynamique du système.

¹¹ Compagnie Nationale d'Aménagement du Bas-Rhône Languedoc

¹² Linear Quadratic Regulator, appelé également contrôle optimal

Exemples de régulation :

- Par inversion du modèle de l'onde dynamique (O'Laughlin 1972, Liu et al. 1992, USBR 1979, Falvey 1987),
- Par optimisation (Tomicic 1989, Khaladi 1992, Zihui 1992),
- Par simulation (Malaterre 1989, Baume et al. 1993 - Kirindi Oya, Sri Lanka).

I.2.2.4. Régulation des volumes

I.2.2.4.1. Commande en boucle fermée

Les organes de commande du système sont manoeuvrés en fonction des écarts entre les volumes mesurés en divers biefs du système et les volumes de consigne correspondants. En général, le volume d'un bief est contrôlé grâce aux manoeuvres de la vanne amont de ce bief. De ce fait, la commande en volume est également une commande en débit (idem que pour une commande en cote par l'aval).

Exemples de régulation :

- Régulation Dynamique (SCP),
- Controlled Volumes (USBR).

I.2.2.4.2. Commande en boucle ouverte

Les organes de commande du système sont manoeuvrés en fonction de la connaissance des volumes de consigne, d'une estimation des prélèvements et de la dynamique du système.

Exemple de régulation :

- Sabet et al. (1985).

I.2.2.5. Conclusion

Une régulation en cote par l'aval ou une régulation en volume conduit indirectement à une régulation en débit, comme indiqué aux chapitres I.2.2.3.1. et I.2.2.4.1.. Par contre, dans les autres cas (en particulier régulation en cote par l'amont), deux boucles de contrôle sont nécessaires. Couramment, la régulation en débit est effectuée en Boucle Ouverte et la régulation en cote est effectuée en Boucle Fermée. Ceci est lié au fait que les besoins sont exprimés en débit (mais les débits sont difficilement mesurables) et que les cotes sont facilement mesurables. Or, une Boucle Ouverte utilise des prévisions et une Boucle Fermée utilise des mesures.

Il ne faut pas confondre, comme cela est parfois le cas (Ankum 1992, 1993a et 1993b), les variables régulées avec les logiques de contrôle. En effet, une cote régulée à l'amont d'un ouvrage (Figure 5) n'implique pas forcément une commande par l'amont (Figure 11), comme le montre les régulateurs ELFLO ou PIR. Par ailleurs, une commande par l'amont (Figure 11) n'est pas synonyme de commande en boucle ouverte (Figure 8) (Chevereau 1991), les vannes AMIL en sont un exemple.

Remarque : Le terme de "self-management" est utilisé par Ankum (1992, 1993a et 1993b) pour désigner les systèmes fonctionnant en boucle fermée. Cette terminologie est source de confusion car elle risque d'être confondue avec la notion de "self-regulation" et n'apporte rien par rapport à la notion bien connue de boucle fermée. En effet, un système se comporte en auto-régulation (self-regulation), lorsqu'il évolue spontanément vers un état d'équilibre (Shinsky 1988). Cet état d'équilibre peut évidemment être différent suivant les conditions de fonctionnement. Par opposition, un système se comporte en non-auto-régulation (non-self-regulation), lorsqu'il butte sur ses conditions extrêmes dès que la commande n'est pas parfaitement ajustée aux objectifs de sortie. C'est le cas pour un canal fermé à l'aval et alimentant des stations de pompage. En effet, si le débit entrant n'est pas exactement le même que le débit pompé, il y a, à terme, soit débordement soit assèchement total. L'immense majorité des canaux d'irrigation fonctionne en auto-régulation, car les excès d'eau sont évacués vers l'aval et les assèchements sont rares puisque les prélèvements gravitaires deviennent impossibles dès que le niveau d'eau dans le canal principal est trop bas.

1.2.3. Méthodes de synthèse

La démarche de l'automatique implique le passage par 3 étapes :

- la modélisation, ou définition d'un modèle,
- l'analyse, ou étude du comportement du modèle,
- le contrôle, ou détermination d'une commande conduisant à une dynamique prédéfinie du système régulé, ou minimisant un critère J.

Les méthodes d'analyse des systèmes et de synthèse des contrôleurs ont beaucoup évolué, de même que les outils utilisés par les ingénieurs. Les premiers outils de calcul scientifique datent de plus de 3 siècles, mais ce n'est que très récemment que l'informatique les a révolutionnés. Actuellement, environ 15 outils de simulation dynamique sont disponibles sur micro-ordinateur. La 19^{ème} Annual Advanced Control Conference (Août 1993) à l'Université de Purdue, est entièrement consacrée à ces outils de simulation dynamique (Kompass 1993). Au cours des vingt dernières années, ces progrès ont permis aux recherches et applications en automatique de passer de la régulation analogique monovariante à la régulation numérique multivariante dans l'espace d'état. Dans les chapitres qui suivent, nous présentons différentes méthodes utilisées en régulation des canaux, en distinguant les méthodes monovariantes des méthodes multivariantes.

1.2.3.1. Méthodes monovariantes

Des méthodes heuristiques monovariantes ont été développées à partir de considérations hydrauliques. Bien que citées dans la littérature elles sont peu performantes et à notre connaissance non opérationnelles :

- Zimelman (1981),
- CARDD (Burt 1983).

Une méthode empirique utilisée par la CARA sur des systèmes rivières-bâches (Marzouki 1989) est en cours de modernisation (Roux 1992).

La plupart des méthodes de régulation développées et testées sur les canaux d'irrigation sont basées sur des contrôleurs linéaires monovariables en boucle fermée de type PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) :

- P (Proportionnel) :
 - AMIL, AVIS, AVIO (Alstom Fluide).
- I (Intégral) :
 - LittleMan (USBR).
- PI (Proportionnel, Intégral) :
 - ELFLO (Shand 1971),
 - Bival (Sogreah),
 - Régulation Dynamique (SCP),
 - PI (Sogreah - Kirkuk, Irak).
- PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) :
 - PID (UMA Engineering - Imperial Valley, USA).
- Régulateur linéaire d'ordre supérieur à 2, calé par placement de pôle :
 - CACG.

Récemment, un contrôleur PI a été combiné avec un prédicteur de Smith permettant de tenir compte des temps de retard caractéristiques des biefs de canaux (Deltour 1992). Ce contrôleur a été appelé PIR (Proportionnel, Intégral, Retard).

Les coefficients de ces régulateurs PID sont ajustés soit par tâtonnement, soit par la méthode de Ziegler-Nichols (Larminat 1993), soit par placement de pôle.

Les méthodes monovariables présentent l'inconvénient de nécessiter un découpage du système en sous-systèmes sans tenir compte explicitement des interactions entre ces sous-systèmes. Or, un canal d'irrigation est typiquement un système multivariable présentant de fortes interactions entre sous-systèmes (la manoeuvre d'une vanne a des influences sur plusieurs biefs amont et aval). La technique du découplage a pour objectif de limiter, dans la mesure du possible, l'influence d'une commande sur une seule sortie. Le processus global multivariable peut alors être considéré comme une série de processus indépendants monovariables non interactifs évoluant en parallèle. Ceci est possible si le nombre d'entrées est supérieur ou égal au nombre de sorties (Borne 1990). Les performances d'un contrôleur peuvent être notablement améliorées par découplage. Cette technique n'a cependant été appliquée qu'une seule fois pour le contrôleur ELFLO (Schuurmans 1992). Ce découplage

est réalisé à partir d'un modèle du processus. Ses performances sont donc dégradées du fait des perturbations inconnues et des erreurs de modèle (non linéarités). D'autres méthodes (ex. : PIR de Deltour 1992, Régulation Dynamique SCP), bien que ne tenant pas compte explicitement des problèmes de couplage, tentent de les limiter en considérant le débit et non l'ouverture comme commande à un ouvrage (équivalent du découpleur II de Schuurmans 1992) et en reportant une partie d'une commande à un ouvrage sur l'ouvrage situé à son amont (équivalent du découpleur I de Schuurmans 1992).

1.2.3.2. Méthodes multivariables

Des méthodes d'optimisation ont été développées. Elles sont basées non plus sur la réponse désirée en boucle fermée, mais sur la minimisation d'un critère J pondérant la commande et les écarts entre les variables contrôlées et leurs consignes. Ces méthodes présentent l'avantage d'être multivariables :

- Optimisation linéaire (Sabet 1985),
- Optimisation non-linéaire (Tomicic 1989, Khaladi 1992, Zihui 1992),
- GPC (Sawadogo 1992, Rodellar 1993),
- LQR (Corriga 1983, Balogun 1985, Garcia 1988, Hubbard 1987, Reddy 1992, Filipovic 1989, Florea).

La mise en oeuvre de ces méthodes est beaucoup plus lourde que dans le cas monovariable. L'optimisation non-linéaire conduit uniquement à une boucle ouverte, sensible aux erreurs et aux perturbations. L'optimisation doit alors être refaite périodiquement (voire à chaque pas de temps), ce qui alourdit la méthode et limite ses applications. Par ailleurs, la détermination des conditions initiales n'est a priori pas évidente. Par contre, les méthodes GPC (modèle sous forme de fonctions de transfert, Chan et al. 1990, Soeterboek 1990, Lee et al. 1990, Linkens et al. 1992) et LQR (modèle dans l'espace d'état) présentent l'avantage d'incorporer naturellement une boucle ouverte et une boucle fermée.

1.2.4. Mises en oeuvre

Différentes mises en oeuvre sont possibles pour chacune des méthodes de régulation décrites ci-dessus. Les plus courantes sont décrites dans la littérature (Plusquellec 1988, Goussard 1993). Il ne faut pas confondre logique de contrôle ou méthode de synthèse avec mise en oeuvre. Ainsi des régulateurs de type PI peuvent être pilotés soit individuellement bief par bief (ELFLO), soit à distance à partir d'un poste de contrôle centralisé (SCP). Un régulateur donné peut être manuel, mécanique, électronique analogique ou numérique. Les différentes mises en oeuvre peuvent être classées dans l'ordre de complexité croissante suivant :

- vannes (manuelles ou motorisées) manoeuvrées sur place par des opérateurs,
 - opérant de manière empirique,
 - aidés par des outils traditionnels (règles, tables),
 - aidés par des outils modernes (calculatrices, ordinateurs),
- vannes (motorisées) pilotées à distance par un opérateur,
 - consigne donnée en ouverture (Salt River Project),
 - consigne donnée en débit ou en cote (Central Arizona Project, Maricopa),
- vannes automatiques indépendantes,
 - mécaniques (AMIL, AVIS, AVIO),
 - électroniques ou électromécaniques,
 - . utilisant des informations locales (PID UMA Engineering, LittleMan),
 - . utilisant des informations distantes (exemple de mise en oeuvre courante mais pas exclusive pour les méthodes : ELFLO, PIR, Bival, CARDD, Zimbelman),
- vannes (motorisées) pilotées à distance par un ordinateur central (SCP). Une commande centralisée permet la surveillance et la télégestion du réseau. Cependant, elle est plus lourde à mettre en oeuvre et plus sensible aux pannes matérielles.
- vannes automatiques à contrôleur local, communiquant avec un poste de contrôle central (modification des consignes, surveillance des pannes, etc.).

1.2.5. Conclusion

Les différentes méthodes de régulation des canaux peuvent être regroupées dans un tableau synthétique et classifiées selon les quatre notions présentées dans les chapitres précédents : les variables contrôlées, les logiques de contrôle, les méthodes de synthèse et les mises en oeuvre.

Cette classification, ainsi que le tableau synthétique présenté ci-dessous ont été utilisés comme base de travail d'une réunion du groupe de travail de l'American Society of Civil Engineers sur la régulation des canaux d'irrigation (ASCE Task Committee) tenue le 4 Novembre 1993 à l'US Water Conservation Laboratory (Phoenix, Arizona, USA).

Des informations autres que celles relatives aux quatre notions de base ont également été indiquées dans le tableau de classification ci-dessous. En particulier, le nom des auteurs des méthodes, les variables de contrôle et des exemples d'application ou de test ont été donnés.

Les notations utilisées dans le tableau de classification sont :

BO : Boucle Ouverte

BF : Boucle Fermée

BFam : Boucle Fermée par l'amont

BFav : Boucle Fermée par l'aval

BFmi : Boucle Fermée mixte

Y : Cote de l'eau

Yam : Cote de l'eau amont du bief (donc aval de la vanne)

Yav : Cote de l'eau aval du bief (donc amont de la vanne)

Yin : Cote de l'eau intermédiaire dans le bief

Q : débit dans le canal

V : volume dans un bief du canal

W : ouverture de la vanne du régulateur

SISO : Single Input Single Output (1 entrée, 1 sortie, pour le contrôleur)

nInO : n Inputs n Outputs (n entrées, n sorties)

AIAO : All Inputs All Outputs (toutes les entrées, toutes les sorties)

IDENTIFICATION		CLASSIFICATION					APPLICATION		
Nom de la méthode de régulation	Auteur(s)	Variables contrôlées	Variables de contrôle	Logique de contrôle	Méthode de synthèse : Architecture	Méthode de synthèse : Technique	Mise en oeuvre : Architecture	Mise en oeuvre : Technologie	Application ou tests
ACS	CAP, USBR	Q & Y	W	BO	AIAO	Inversion de modèle	Centralisé	Vannes auto. électroniques + ordinateur	Central Arizona Project
AMIL	Alstom Fluide	Yav	W	BFam	SISO	P	Local	Vannes auto. mécaniques	Nombreux pays
ANN	Schaalje & Manz	Y	W	BFmi	AIAO	Réseaux de neurones	Centralisé	Vannes auto. électroniques + ordinateur	
AVIS, AVIO	Alstom Fluide	Yam	W	BFav	SISO	P	Local	Vannes auto. mécaniques	Nombreux pays
Bival	Sogreah	Yin	W	BFav	2I 10	PI	info. distante	Vannes auto. électroniques	Nombreux pays
CARA	CARA	Q & Y bâche	Q	BFav + BO	SISO	Heuristique	info. distante	Vannes auto. électroniques	Rivières du Sud Ouest de la France
CARAMBA	CACG - CEMAGREF	Q	Q	BF + BO	SISO	Placement de pôles	Centralisé, info. distante	Vannes auto. électroniques	Rivières du Sud Ouest de la France
CARDD	Charles Burt & Parrish	Yav	W	BFav	(3-5)I 10	Heuristique	Local, info. distante	Vannes auto. électroniques	Canal réduit de CalPoly
CEMAGREF	CEMAGREF	Yav	W	BFam + BO	AIAO	Simulation sur modèle hydraulique	Centralisé	Vannes manuelles	Kirindi Oya
CEMAGREF	CEMAGREF (Malaterre, Kouath)	Q & Y	Q & W	BFmi + BO	AIAO	LQR	Centralisé	Vannes auto. électroniques + ordinateur	Modèle non linéaire

Chevereau	Chevereau	Yav	W	BF	SISO	PID	info. distante	Vannes auto. électroniques	Modèle non linéaire
Controlled Volumes	USBR	V	W	BFav + BO	AIAO	?	Centralisé	Vannes auto. électroniques	California Aqueduc
DACL				BF	SISO				
ELFLO	Shand (Berkeley U.), Buyalski & Serfozo	Yav	W	BFav	SISO	PI + Filtre	Local, info. distante	Vannes auto. électromécaniques ou électroniques	Corning, Coalinga (USA)
ELFLO + Découpleur	Schuurmans	Yav	W	BFav	2I 2O ?	PI + Filtre + découpleur	Semi local, info. distante	Vannes auto. électroniques + ordinateur	Canal réduit de CalPoly
Gate Stroking	Wylie, Falvey	Q & Yav	W	BO	AIAO	Inversion de modèle	Centralisé	Vannes auto. électroniques	Granite Reef Aqueduc (CAP)
IMTA - CEMAGREF	IMTA - CEMAGREF	Yav	Q	BFav + BO	SISO	PI	Local, info. distante	Vannes auto. électroniques	Begonia
Khaladi	Khaladi	Q & Y	Q & W	BO (+ BF ?)	AIAO	Optimisation non- linéaire	Centralisé	Vannes auto. électroniques + ordinateur	Modèle non linéaire
LittleMan (par l'amont)		Yav	W	BFam	SISO	I	info. locale	Vannes auto. électromécaniques	
LittleMan (par l'aval)		Yam	W	BFav	SISO	I	info. locale	Vannes auto. électromécaniques	
Liu	Liu et al.	Q & Yav	W	BO		Inversion de modèle	Centralisé		
LQR Davis U.	Balogun, Garcia	Q & Y	Q & W	BFmi	AIAO	LQR	Centralisé	Vannes auto. électroniques + ordinateur	Modèle

Model Predictive Control	Zagona & Clough	Q & Y	W	BF + BO	AIAO	Commande prédictive	Centralisé		
Najim	Najim	Y	Q	BF + BO		Automate à structure variable	Centralisé		
NLP	Lin & Manz			BF + BO		Optimisation non-linéaire	Centralisé		
O'Laughlin	O'Laughlin	Q & Yav	Q & W	BO		Inversion de modèle	Centralisé		
P + PR	Buyalski	Yam	W	BFav	SISO	PI + Filtre	local	Vannes électro-mécaniques ou électroniques	
PIR	SCP (Deltour)	Yav	Q	BFav + BO	2I 2O ?	PI + Prédicteur de Smith	info. distante	Vannes auto. électroniques	France (SCP)
Reddy1	Reddy	Y	W	BFmi	2I 1O ?	LQR	Centralisé	Vannes auto. électroniques + ordinateur	Modèle
Régulation Dynamique	SCP	V	Q	BFav + BO	2I 2O ?	PI + Heuristique	Centralisé	Vannes auto. électroniques	France, Maroc
RTUQ	Rogers	Q	W	BF	SISO	Heuristique	Local	Vanne électronique	
Sabet	Sabet et al.	V	Q	BO		Optimisation linéaire	Centralisé		
Sawadogo	Sawadogo	Q	Q	BF + BO	SISO	GPC	info. distante	Vannes auto. électroniques	Modèle non linéaire
Seuils Bec de canard		Yav	aucune	BFam	SISO	Dimensionnement	Local	Seuil fixe	Nombreux pays

SIMBAK	Chevereau	Q	Q	BO	SISO	Inversion de modèle	Centralisé	Vannes auto. électroniques + ordinateur	Modèle non linéaire
Sogreah	Sogreah	Yav	W	BFav + BO	SISO	PI + Filtre	info. distante	Vannes auto. électroniques	Kirkuk (Irak)
Tomicic	Tomicic	Q & Y	Q & Y	BO (+ BF ?)		Optimisation non-linéaire	Centralisé		Modèle
UMA Engineering	UMA Engineering	Yav	W	BFam	SISO	PID	info. locale	Vannes auto. électroniques	Imperial Valley
Vannes Mixtes	Alstom Fluide	Yam & Yav	W	BFmi	2I 1O	P ou PI	Local	Vannes auto. locales mécaniques	Nombreux pays
Zihui	Zihui et al.	Q & Y	Q & W	BO (+ BF ?)		Optimisation non-linéaire	Centralisé		Modèle
Zimelman	Zimelman	Yav	W	BFav	SISO	Heuristique	info. distante	Vannes auto. électroniques	Modèle

Tableau 1. Classification des méthodes de régulation



I.3. OBJECTIF DE L'ETUDE

L'objectif de cette étude est de mettre au point une méthode de régulation automatique des canaux d'irrigation ayant les caractéristiques suivantes :

- contrôler des débits et des cotes en boucle fermée (adapté à une distribution souple de type "à la demande"), avec une grande souplesse dans l'emplacement de ces variables contrôlées (adapté à différentes infrastructures existantes),
- autoriser des consignes variables au cours du temps (problème de poursuite),
- améliorer, grâce à une boucle ouverte, la rapidité de ce contrôleur en tenant compte de prévisions sur les perturbations,
- appréhender le problème sous son aspect multivariable pour tenir compte des interactions entre sous-systèmes,
- utiliser une méthodologie et des techniques de l'automatique garantissant les performances du contrôleur et facilitant les applications à de nouveaux systèmes,
- tenir compte, dans l'évaluation des performances du contrôleur, des non-linéarités inhérentes au système,
- tenir compte des aspects opérationnels du contrôleur, en limitant les temps de calcul et la quantité d'information nécessaire.

I.4. METHODOLOGIE

Aucune des méthodes existant à ce jour ne répond à tous ces objectifs. En particulier, la plupart des méthodes disponibles sont monovariabiles et ne tiennent pas compte explicitement des interactions entre sous-systèmes. De plus, elles disposent rarement d'une boucle ouverte. Par ailleurs, les méthodes d'optimisation non-linéaire sont très lourdes à mettre en oeuvre et peu utilisables en temps réel. Elles présentent de plus l'inconvénient de ne fournir qu'une commande en boucle ouverte.

Nous avons choisi d'utiliser le contrôle optimal LQR comme méthode de synthèse du régulateur, pour différentes raisons :

- sa capacité d'appréhender les systèmes multivariabiles, et par conséquent de tenir compte directement des interactions entre sous-systèmes,
- son utilisation de la représentation dans l'espace d'état, qui fournit a priori une modélisation de meilleure qualité que par fonction de transfert,
- sa simplicité relative par rapport aux méthodes non-linéaires (Isidori 1985, Mira 1990),
- la possibilité de pondérer sélectivement les sorties et les commandes,
- la marge de robustesse caractéristique des commandes LQ (Larminat 1993, p. 212),
- l'existence de travaux antérieurs (Corriga 1983, Balogun 1985, Garcia 1988, Hubbard 1987, Reddy 1992, Filipovic 1989, Florea), bien qu'aucuns n'abordent le problème de la poursuite, ni celui de l'utilisation de prévisions des perturbations et rarement celui des non-linéarités. Selon Rodellar (1993), il serait même impossible d'appréhender des perturbations inconnues ! Nous verrons que ce n'est pas exact.

Les premiers développements et applications du contrôle optimal datent du début des années 60. Une bibliographie complète a été réalisée sur ce sujet dès 1971 regroupant plus de 900 références (Mendel et al. 1971). Le principe du contrôle optimal est de déterminer les commandes u du système, sur un horizon donné, qui permettent de minimiser un critère quadratique J . Le problème peut être posé en variables continues ou échantillonnées. En échantillonné, l'horizon est noté $[0 .. N-1]$ et le critère J :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \{ (x(k) - x_c(k))^T \cdot Q_x \cdot (x(k) - x_c(k)) + (u(k) - u_c(k))^T \cdot R \cdot (u(k) - u_c(k)) \} \\ + (x(N) - x_c(N))^T \cdot Q_{xf} \cdot (x(N) - x_c(N))$$

où :

x_c : la trajectoire de consigne sur x ,

u_c : la trajectoire de consigne sur u , et

Q_x , Q_{xf} (symétrique semi-définie positive) et R (symétrique définie positive) matrices de pondération sur les écarts.

La minimisation du critère J se fait sous les contraintes liées à la dynamique du système :

$$\begin{cases} x(k+1) = A.x(k) + B.u(k) + e(k) & \text{équation dynamique} \\ y(k) = C.x(k) & \text{équation de sortie contrôlée} \\ z(k) = D.x(k) & \text{équation de sortie observée} \end{cases}$$

où x est le vecteur d'état du système, y le vecteur de sortie contrôlée (variables contrôlées), z le vecteur de sortie observée (variables observées), e un terme de perturbation, A la matrice dynamique, B la matrice de commande, C et D les matrices de sortie.

Le système est dit commandable s'il est possible d'intervenir sur son entrée u de manière à lui imposer un état final $x(n)$ quelconque à partir d'un état initial $x(0)$ en un nombre fini n de périodes d'échantillonnage (Bühler 1983). Alors, une commande optimale u^* existe. Elle est obtenue par résolution d'une équation de Riccati et se présente sous la forme :

$$u^* = -K.x + H.$$

Le système est dit observable s'il est possible de déterminer l'état initial $x(0)$ en mesurant ses sorties observées z pendant un nombre fini n de périodes d'échantillonnage (Bühler 1983). Le vecteur d'état x peut alors être reconstruit grâce à un observateur d'état à partir de la mesure des sorties observées z .

Si le terme de perturbation e est de nature stochastique, le problème est appelé LQG (Linear Quadratic Gaussian). Dans le cas d'un canal d'irrigation, on peut considérer que le terme e représente principalement les prélèvements inconnus, de nature déterministe (même s'ils sont inconnus). Dans le cadre d'une application réelle, un terme supplémentaire de perturbation stochastique interviendra (influence du vent, etc.). Nous supposons que cette perturbation stochastique est faible devant la perturbation déterministe e , la seule dont nous tiendrons compte. Nous traitons donc un problème LQR (Linear Quadratic Regulator).

Un des inconvénients du contrôle optimal est qu'il conduit à des calculs matriciels relativement lourds dès que le système à contrôler est grand. Balogun (1985) utilise des matrices 96×96 pour contrôler 3 biefs en série. D'autre part, la commande globale du système complet implique une commande centralisée lourde à mettre en oeuvre et a priori plus sensible aux pannes qu'une commande décentralisée. Par conséquent, nous abordons le problème en scindant le système global en sous-systèmes, en appliquant le contrôle optimal LQR sur chacun de ces sous-systèmes et en recomposant la commande du système global

par décomposition-coordination ou commande hiérarchisée (Binder 1977, Rey 1978, Hagrais 1979, Titli 1979). Ce travail reste lourd mais conduit à limiter les calculs et à rendre possible une commande décentralisée. L'application du contrôle optimal à un sous-système, et l'étude particulière des non-linéarités sont présentées dans ce mémoire. La commande du système global par décomposition-coordination ou commande hiérarchisée de sous-systèmes élémentaires fait l'objet d'un autre travail de recherche en cours de réalisation au CEMAGREF (Kosuth 1994).

Les sous-systèmes considérés sont constitués d'un bief, et d'une vanne située à l'aval du bief :

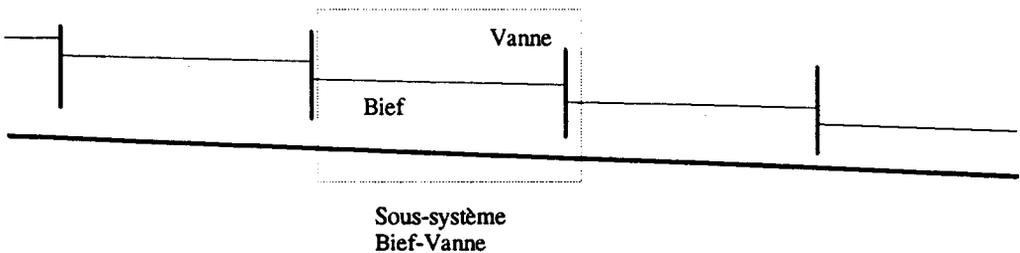


Figure 13. Découpage en sous-systèmes

Malgré sa taille réduite, un sous-système bief-vanne reste un système multivariable. En effet les entrées (ou commandes) agissant sur lui sont au nombre de trois : le débit amont provenant du sous-système amont, l'ouverture de la vanne, et la cote aval imposée par le sous-système aval. Les sorties (variables contrôlées) sont au nombre de deux (ou trois) : le débit aval et une (ou deux) cote(s) dans le bief. Ce sous-système bief-vanne est plus satisfaisant d'un point de vue de la modélisation qu'un sous-système vanne-bief, pour lequel la vanne serait située à l'amont du bief (Kosuth 1989, Baume 1990).

Afin de limiter le nombre de sous-systèmes à coordonner, il est possible de considérer des sous-systèmes plus complexes, composés de plusieurs biefs et vannes en série. Les exemples présentés dans ce mémoire seront appliqués à un sous-système bief-vanne simple (un bief et une vanne), mais tous les développements mathématiques seront présentés dans un cas plus général.

Un autre inconvénient du contrôle optimal est qu'il nécessite une modélisation linéaire du système à commander. La modélisation linéaire choisie est justifiée et présentée au chapitre II. Nous retiendrons finalement une modélisation basée sur les équations de Saint-Venant, discrétisées selon un schéma implicite de Preissmann, puis linéarisées autour d'un régime de fonctionnement de référence.

Le modèle obtenu est ensuite étudié au chapitre III. Nous présenterons également une méthode pour déterminer le pas de temps d'échantillonnage du système.

La synthèse de la commande d'un sous-système est présentée au chapitre IV. Les gains matriciels sont calculés à partir du principe de Bellman, en tenant compte de la forme particulière du modèle numérique du système. Puis un observateur d'état et un observateur de la perturbation sont développés. Enfin, un observateur réduit est présenté permettant de limiter la reconstruction de l'état aux seules variables d'état inconnues.

Les tests et les problèmes posés par les non-linéarités sont présentés et étudiés au chapitre V. Dans la mesure où l'on ne dispose pas d'un canal réel pour effectuer les tests et validations, ceux-ci sont effectués sur un modèle mathématique de simulation. Un système fictif est étudié en détail. Puis le contrôle optimal est comparé à d'autres régulations classiques (PIR, ELFLO, CARDD) sur un des biefs amont du canal de Maricopa Stanfield Irrigation and Drainage District (Arizona, USA).



CHAPITRE II :

MODELISATION DU SYSTEME

II.1. FORME DU MODELE	55
II.2. CHOIX DU MODELE	57
II.3. MODELE DE CONNAISSANCE DU SYSTEME	59
II.3.1. Modèle continu	60
II.3.2. Modèle échantillonné	61
II.4. DISCRETISATION DES EQUATIONS DE SAINT-VENANT	64
II.4.1. Schéma implicite de Preissmann	64
II.4.2. Propriétés du schéma de Preissmann	65
II.4.3. Equation de continuité	66
II.4.4. Equation dynamique	67
II.4.5. Conclusion	67
II.5. INTRODUCTION DES CONDITIONS AUX LIMITES	69
II.5.1. Introduction de la condition limite amont.....	69
II.5.2. Introduction d'une condition limite interne de type prise	70
II.5.3. Introduction d'une condition limite interne de type ouvrage.....	71
II.5.4. Introduction de la condition limite aval	73
II.6. REPRESENTATION DANS L'ESPACE D'ETAT	74
II.6.1. Equation dynamique	74
II.6.2. Exemple	74
II.6.3. Equation de sortie contrôlée	76
II.6.4. Equation de sortie observée.....	77
ANNEXE 1 - DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CONTINUTE	79
ANNEXE 2 - DISCRETISATION DE L'EQUATION DYNAMIQUE.....	81



II.1. FORME DU MODELE

Pour pouvoir synthétiser un contrôleur d'un système grâce à la théorie du contrôle optimal, il faut disposer d'un modèle linéaire du système. Ce modèle peut être écrit en fonction de variables continues du temps (Dieulesaint et al. 1987), ou en fonction de variables discrètes, considérées aux différents pas d'échantillonnage (Dieulesaint et al. 1990). Ce modèle linéaire doit en outre être exprimé dans l'espace d'état, c'est à dire sous la forme générale :

$$\text{modèle continu :} \quad \frac{dX}{dt} = A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p \quad (1)$$

$$\text{modèle échantillonné :} \quad X^+ = A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p \quad (2)$$

L'équation (1) ou (2) est appelée équation dynamique. X est le vecteur d'état du système, regroupant des variables d'état à l'instant t , par exemple la cote et le débit en certains points. Dans le cas échantillonné, X^+ est le vecteur d'état à l'instant $t + \Delta t$, où Δt est le pas de temps d'échantillonnage.

U est le vecteur de commande. Il regroupe les variables sur lesquelles on agit pour modifier l'état du système, par exemple des ouvertures de vanne ou un débit en tête de canal.

U_p est le vecteur de perturbation. Il regroupe les variables qui perturbent le système, par exemple les prélèvements aux prises. Ces perturbations peuvent être connues ou inconnues, déterministes ou stochastiques. Dans notre cas, nous nous limiterons aux prélèvements inconnus supposés déterministes. Nous ne tiendrons pas compte de bruits stochastiques éventuels (on peut supposer en première approximation qu'ils sont négligeables devant les prélèvements inconnus).

Les matrices A_s , B_s et B_p ne sont bien entendu pas les mêmes dans le cas continu et dans le cas échantillonné. Nous avons utilisé les mêmes noms pour simplifier les notations. La matrice A_s est appelée matrice dynamique. Elle caractérise l'évolution du système en l'absence de commandes et de perturbations. Un système physique stable aura donc une matrice A_s stable, c'est à dire avec des valeurs propres à parties réelles négatives dans le cas continu ou de modules inférieurs à 1 dans le cas échantillonné. La matrice B_s est appelée matrice de commande. Elle caractérise la manière dont les commandes U agissent sur l'état du système. La matrice B_p est appelée matrice de perturbation.

Plus le système est complexe, plus la dimension du vecteur d'état X doit être grande pour pouvoir représenter correctement son comportement dynamique. On appelle ordre du système, la dimension du vecteur d'état X . Un système dynamique dont le comportement est décrit par une équation différentielle linéaire d'ordre n (système localisé), peut être écrit sous forme canonique dans l'espace d'état, avec un vecteur d'état X de dimension n . Par contre, un système dynamique dont le comportement est décrit par une équation aux dérivées partielles d'ordre n (système distribué), est en fait d'ordre infini. La représentation

de sa dynamique sous forme de l'équation (1) ou (2) conduirait à un vecteur d'état X de dimension infinie. Il faut donc choisir une représentation simplifiée, d'ordre réduit, mais aussi fidèle que possible, en fonction des objectifs d'utilisation du modèle.

En général, l'objectif de la commande ne porte que sur quelques composantes (ou combinaisons linéaires de composantes) de l'état X, par exemple : la cote et le débit en des points particuliers du système. Ces composantes sont regroupées dans un vecteur de sortie contrôlée Y, défini par :

$$Y = C_s \cdot X \quad (3)$$

C_s est appelée matrice de sortie contrôlée.

Le vecteur d'état X nécessaire au calcul de la commande U par retour d'état n'est en fait généralement pas complètement mesurable. En particulier, il est difficile de mesurer les débits en chaque section du canal. Le vecteur d'état X doit alors être reconstruit grâce à un "observateur" à partir d'un nombre minimum de variables mesurées. Les sorties observées sont regroupées dans un vecteur Z défini par :

$$Z = D_s \cdot X \quad (4)$$

D_s est appelée matrice de sortie observée.

Remarque : dans le modèle échantillonné (2), on ne considère les valeurs des variables qu'en certains instants $i\Delta t$ (i entier), où Δt est le pas de temps d'échantillonnage (Bühler 1983, 1986). Les méthodes modernes de contrôle privilégient cette forme, adaptée à l'utilisation des calculateurs numériques. Il est cependant possible de travailler, de manière équivalente, avec les deux modèles.

II.2. CHOIX DU MODELE

Il existe de nombreuses manières d'obtenir un modèle du système étudié, de la forme définie ci-dessus. Les différents modèles obtenus peuvent être classés en deux catégories (Richalet 1991, p. 26) :

- *les modèles de connaissance*, basés sur des lois physiques. Les paramètres utilisés ont un sens physique et font référence à d'autres processus connus du même système. Ces paramètres sont dit "réifiables". L'avantage d'un tel modèle est de comporter des informations potentiellement riches sur le comportement statique et dynamique du processus, dans un domaine de fonctionnement potentiellement large. Son inconvénient majeur est sa lourdeur de mise en oeuvre, surtout en ce qui concerne la modélisation du comportement dynamique du système. D'autre part l'identification d'un tel modèle est très délicate, voir impossible, sans réduction du modèle.
- *les modèles de représentation*, basés sur une représentation mathématique de type "boite noire". Les paramètres utilisés ne sont pas réifiables, c'est à dire qu'ils ne peuvent pas être reliés aux paramètres d'autres modèles de processus du même système. Son principal avantage est sa simplicité relative de mise en oeuvre et d'identification. Par contre il est limité à un domaine de fonctionnement a priori restreint.

En fait, cette distinction entre modèles, utile pour la classification, peut parfois devenir floue.

Ainsi un *modèle de connaissance* a lui aussi ses limites et des simplifications nécessaires conduisent parfois à des paramètres non réifiables. Ces paramètres doivent alors être identifiés à partir de données mesurées sur le système réel, au cours d'une phase appelée "calage du modèle". Par exemple, dans un modèle numérique de Saint-Venant, les coefficients de Manning-Strickler perdent un peu de leur caractère physique et deviennent en partie des paramètres de calage.

D'autre part, un *modèle de représentation* nécessite souvent une connaissance physique du processus permettant par exemple de choisir la structure mathématique adaptée, avant d'en ajuster les paramètres non réifiables.

Dans le cas des canaux d'irrigation, les deux approches sont possibles :

- Un *modèle de connaissance* est disponible. En effet, le comportement de l'eau dans un canal à surface libre peut être décrit de manière très satisfaisante par les équations de Barré de Saint-Venant (1871). Une littérature considérable est disponible sur le sujet (Miller et Yevjevich 1975, Vol. 3). Citons principalement French (1985), Chow (1988), et Henderson (1989). D'autre part, le comportement des ouvrages

hydrauliques rencontrés sur le canal, peut être décrit correctement par des équations connues (Kraatz et al. 1982, Lencastre 1986).

- Un *modèle de représentation*, basé sur l'identification de fonctions de transfert entre toutes les entrées et toutes les sorties considérées du système a été étudié (Kosuth 1989, Baume 1990). Le vecteur d'état X correspondant présente l'inconvénient de ne pas avoir de signification physique, car il provient d'une mise sous forme canonique des fonctions de transfert, dans l'espace d'état. D'autre part, l'identification des fonctions de transfert se fait entre chaque entrée et chaque sortie, prises individuellement, en supposant les autres variables constantes. Or, dans la réalité, les variables considérées sont corrélées. L'étude de ce modèle et son utilisation en commande optimale sont actuellement en cours dans le cadre d'une thèse de doctorat (Kosuth 1994).

Compte tenu de l'existence d'un modèle de connaissance et des inconvénients liés au modèle de représentation, nous utiliserons par la suite un modèle de connaissance dérivé des équations de Saint-Venant complétées par les équations des ouvrages hydrauliques. Ce modèle est détaillé et analysé dans les chapitres qui suivent.

II.3. MODELE DE CONNAISSANCE DU SYSTEME

Les équations de Saint-Venant sont des équations aux dérivées partielles, hyperboliques, du premier ordre, non-linéaires. Elles sont obtenues en écrivant la conservation de la masse (équation de continuité) et de la quantité de mouvement (équation dynamique¹³) d'un volume élémentaire de liquide. Les hypothèses sont :

- l'écoulement est mono-dimensionnel,
- la pente I du canal est suffisamment faible pour faire l'approximation $\sin I \approx I$,
- la masse volumique de l'eau ρ est considérée constante,
- la répartition des pressions est hydrostatique,
- les effets de la viscosité interne sont négligeables par rapport aux frottements externes.

Sous ces hypothèses, les équations sont (Pochat 1980) :

$$\text{Continuité : } \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (5)$$

$$\text{Dynamique : } \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q^2/S}{\partial x} + g \cdot S \frac{\partial z}{\partial x} + g \cdot S \cdot J = k \cdot q \cdot V \quad (6)$$

où :

t est la variable de temps (s),

x la variable d'espace (m), orientée dans le sens de l'écoulement,

S la section mouillée (m²),

Q le débit (m³/s),

q le débit latéral par unité de longueur (m²/s) : $\begin{cases} q > 0 : \text{apports} \\ q < 0 : \text{pertes} \end{cases}$

g l'accélération gravitaire (m/s²),

z la cote absolue de l'eau (m),

J la pente de frottement,

V la vitesse de l'écoulement (m/s),

$k = 0$ si $q > 0$, $k = 1$ si $q < 0$. On suppose ainsi que les apports sont perpendiculaires au sens de l'écoulement et n'apportent pas de quantité de mouvement, et que les pertes sont parallèles au sens de l'écoulement et diminuent la quantité de mouvement.

¹³ Il ne faut pas confondre cette équation dynamique définie par les hydrauliciens avec l'équation dynamique définie par les automaticiens (Equation (1) ou (2)).

Les frottements sont modélisés par la formule de Manning-Strickler :

$$J = \frac{Q^2 n^2}{S^2 R^{4/3}} \quad (7)$$

où R est le rayon hydraulique (m) et n le coefficient de Manning ($n = \frac{1}{K}$, où K est le coefficient de Strickler).

Remarques :

Il existe de nombreuses manières d'écrire les équations de Saint-Venant (5) et (6). On peut en particulier choisir parmi différents couples de variables (Q , S), (Q , z), (V , z), etc. On peut utiliser le tirant d'eau y ($y = z - z_f$, où z_f est la cote du fond) à la place de la cote absolue z . On peut également choisir une formulation intégrale ou une formulation différentielle. Les différentes formulations, obtenues par manipulations mathématiques, sont équivalentes d'un point de vue mathématique dès lors que toutes les fonctions et variables sont au moins une fois différentiables. Par contre, lorsque cela n'est plus le cas, les formes ne sont plus strictement équivalentes. Ainsi, lorsque l'on veut modéliser des discontinuités de type ressaut hydraulique, il faut utiliser une formulation particulière, appelée conservative ou divergente (Cunge et al. 1980 p. 15, Vila 1986). La formulation présentée ci-dessus, par les équations (5) et (6), est fréquemment utilisée par les ingénieurs. Dans notre cas, nous supposons que les variables hydrauliques et physiques sont différentiables, ce qui justifie l'utilisation de cette formulation non rigoureusement conservative. C'est d'ailleurs pour cela que l'équation (6) est fréquemment appelée équation dynamique et non pas équation de conservation de la quantité de mouvement. L'interprétation physique des différents termes des équations (5) et (6) est facile, et la suppression de certains d'entre eux conduit à différents modèles simplifiés : modèles de l'onde cinématique, de l'onde diffusante, de l'onde diffusante avec cote, de l'onde inertielle (Pochat 1989).

Nous sommes donc en présence d'un système distribué (dit également à paramètres répartis, ou Distributed Parameter System en anglais), car décrit par un système d'équations aux dérivées partielles. Ces systèmes sont relativement complexes à commander, même si certaines théories existent (El Jai et al. 1990). Afin d'appliquer les techniques éprouvées de l'automatique linéaire moderne, et en particulier le contrôle optimal, le système distribué est approché par un système localisé (Lumped Parameter System en anglais), c'est à dire décrit par des équations différentielles. Puis il est linéarisé. Que le modèle soit continu ou échantillonné, différentes procédures existent.

II.3.1. Modèle continu

Deux méthodes d'obtention d'un modèle continu sont citées et étudiées dans la littérature (Robinson 1971, Garcia 1988) : la discrétisation spatiale et le développement en fonctions propres.

La discrétisation spatiale est la méthode la plus ancienne adaptée à la commande des systèmes distribués. Elle consiste à choisir une discrétisation de l'espace et à remplacer les dérivées partielles par rapport à x par des différences finies. Les dérivées partielles par rapport à t sont, quant à elles, remplacées par des dérivées exactes. Le modèle obtenu est

continu car les équations ne sont pas discrétisées dans le temps. Ainsi, les deux équations aux dérivées partielles sont remplacées par un ensemble d'équations différentielles. Le nombre de ces équations différentielles est d'autant plus important que le maillage de discrétisation en x est fin. Cette méthode a été utilisée par Balogun dans sa thèse de doctorat (1985). Garcia (1988) montre, dans un cas particulier, grâce à une analyse spectrale, que ce modèle ne reproduit pas correctement les différents modes propres du système, à moins d'augmenter considérablement la dimension du vecteur d'état. Ceci n'est pas admissible compte tenu de l'accroissement du temps de calcul correspondant. Il montre en outre, que pour un modèle d'une dimension donnée, les erreurs sur les modes sont plus élevées pour les modes rapides que pour les modes lents. Garcia en déduit que ce modèle n'est pas adapté à la situation. Bien que ces critiques soient réelles, on peut nuancer sa conclusion en remarquant qu'aucune des méthodes existantes ne permet de reproduire correctement l'ensemble des modes propres du système pour l'ensemble des conditions hydrauliques possibles. Le choix du modèle doit donc être un compromis entre sa qualité de modélisation et la complexité de sa représentation mathématique.

Le développement en fonctions propres est basé sur le calcul numérique des valeurs et des fonctions propres de l'équation aux dérivées partielles linéarisées. Cette méthode présente deux inconvénients : une mauvaise modélisation du retard caractéristique des systèmes hyperboliques, et une difficulté à prendre en compte des conditions initiales différentes de zéro (Garcia 1988).

II.3.2. Modèle échantillonné

Un modèle échantillonné peut être obtenu de différentes manières à partir des équations de Saint-Venant. En effet, la nature hyperbolique de ces équations implique que deux familles de méthode peuvent être appliquées (Mahmood et al. 1975, Vol. 1, p. 89) :

- Méthode des caractéristiques,
- Discrétisation, avec différentes options :
 - différences finies,
 - éléments finis,
 - volumes finis.

L'application de ces différentes méthodes à la résolution numérique des équations de Saint-Venant a été largement étudiée et décrite dans la littérature (Preissmann 1965, Cunge 1966, Strelkoff 1970, Mahmood et al. 1975, Wylie et al. 1978, Abbott 1979, Cunge et al. 1980, Fread 1981).

La méthode des caractéristiques, utilisée par Garcia (1988), est considérée comme bien adaptée aux canaux à géométrie régulière et aux variations de conditions hydrauliques rapides mais de faible amplitude. Elle permet en outre de prendre en compte correctement

les conditions aux limites. Garcia (1988) montre que le modèle numérique reproduit parfaitement les premiers modes propres du système, dans le cas simple d'un canal horizontal, sans frottement et à débit nul, et ce quel que soit l'ordre du système. Par contre, dans un cas quelconque, il n'est pas garanti que ces modes soient parfaitement reproduits. En outre, la mise en œuvre numérique de la méthode des caractéristiques conduit à des contraintes sur le pas de temps utilisé. Si, pour des raisons de simplicité de calcul, on impose que les caractéristiques c^+ et c^- aboutissant en un point P où sont calculées les variables hydrauliques, partent de points situés à l'intérieur des mailles adjacentes, alors les deux conditions de stabilité numérique sont :

$$\Delta t \leq \frac{V}{gJ} \quad (\text{condition de Vassiliev})$$

où Δt est le pas de temps de discrétisation (Figure 14), et

$$C_r \leq 1 \quad (\text{condition de Courant, Fredrich, Lévy}) \quad (8)$$

où C_r est le nombre de Courant défini par $C_r = \frac{\Delta t (V + c)}{\Delta x}$, avec $c = \sqrt{g y}$ en canal rectangulaire, et Δx le pas d'espace de discrétisation (Figure 14).

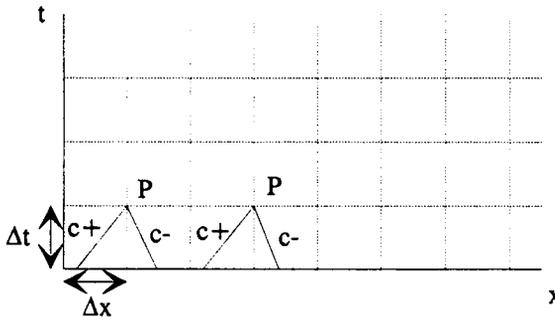


Figure 14. Méthode des caractéristiques, cas 1

La condition (8) étant contraignante, certains modèles (Elicsir, SCP) s'autorisent à utiliser des caractéristiques partant de mailles éloignées (Figure 15). Il est alors nécessaire d'effectuer des interpolations temporelles aux conditions aux limites amont ($x = 0$) et aval ($x = L$). La condition de Courant devient :

$$\Delta t \leq \frac{L}{V + c}$$

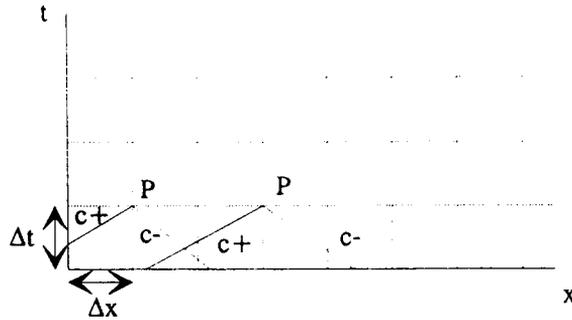


Figure 15. Méthode des caractéristiques, cas 2

La discrétisation par différences finies peut être faite à partir d'un schéma explicite ou implicite (Lions 1984).

Un schéma explicite est soumis à une condition de stabilité de Courant identique à (8). Si les conditions hydrauliques varient lentement, cette condition est pénalisante, car elle conduit à utiliser un pas de temps faible, pour des raisons strictement numériques. Ceci augmente les temps de calcul. D'autre part, la célérité des ondes et par conséquent les modes propres ne sont pas reproduits de manière parfaite dans le cas général (Preissmann 1965). Cette méthode est celle utilisée par Reddy (1990, 1992a et 1992b). Il donne un exemple dans lequel le pas de temps $\Delta t = 30$ s et $\Delta x = 1750$ m.

Un schéma implicite n'est pas soumis à une condition de stabilité de Courant. Il est donc le mieux adapté lorsque la géométrie du canal est irrégulière et que les conditions hydrauliques varient lentement. De plus, il convient à la commande en temps réel, car il est indispensable dans ce cas de limiter les temps de calcul et la fréquence de commande opérationnelle.

Les méthodes des éléments finis et des volumes finis sont adaptées aux problèmes bidimensionnels (les équations de Saint-Venant peuvent être généralisées au cas bidimensionnel). Elles sont également adaptées aux études de propagation de discontinuités (ex. : rupture de barrage). Par contre, leur formulation est plus complexe et ces méthodes ne sont pas justifiées dans notre cas.

En conclusion, les deux approches les plus intéressantes sont la méthode des caractéristiques et la discrétisation aux différences finies avec un schéma implicite. La première approche a été suivie par Garcia (1988). Nous retenons la seconde approche, qui n'a, à notre connaissance, jamais été suivie en contrôle optimal.

II.4. DISCRETISATION DES EQUATIONS DE SAINT-VENANT

II.4.1. Schéma implicite de Preissmann

Le schéma implicite utilisé est celui de Preissmann. Il fut mis au point par Alexandre Preissmann de la société Sogreah, au début des années 60. Une fonction f et ses dérivées par rapport à la variable d'espace x ou par rapport à la variable de temps t sont discrétisées en :

$$f(x,t) = \frac{\theta}{2} (f_{i+1}^{n+1} + f_i^{n+1}) + \frac{1-\theta}{2} (f_{i+1}^n + f_i^n)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \theta \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_i^{n+1}}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{f_{i+1}^n - f_i^n}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_{i+1}^n + f_i^{n+1} - f_i^n}{2\Delta t}$$

où i est l'indice d'espace, n l'indice de temps et θ un coefficient de pondération compris entre 0 et 1 (Figure 16).

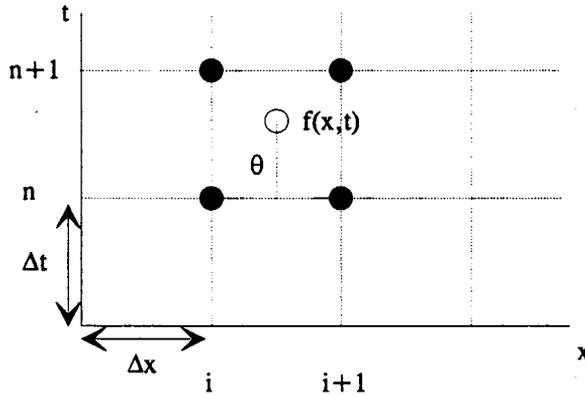


Figure 16. Notations du schéma de Preissmann

Par la suite, pour simplifier les notations et par analogie avec celles utilisées par les automaticiens, nous noterons $f_i^n = f_i$ et $f_i^{n+1} = f_i^+$. Nous noterons également $j = i+1$. On a alors :

$$f(x,t) = \frac{\theta}{2} (f_j^+ + f_i^+) + \frac{1-\theta}{2} (f_j + f_i)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \theta \frac{f_j^+ - f_i^+}{\Delta x} + (1-\theta) \frac{f_j - f_i}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_j^+ - f_j + f_i^+ - f_i}{2\Delta t} = \frac{f_j^+ + f_i^+}{2\Delta t} - \frac{f_j + f_i}{2\Delta t}$$

Ce schéma a été abondamment étudié et utilisé (Preissmann 1965, Cunge 1966, Mahmood et al. 1975, Abbott 1979, Cunge et al. 1980).

II.4.2. Propriétés du schéma de Preissmann

Consistance : le schéma est consistant si, en faisant tendre Δx et Δt vers 0 dans les équations aux différences finies, on retrouve bien les équations aux dérivées partielles du problème. On vérifie, en utilisant un développement de Taylor, que le schéma de Preissmann est du premier ordre en x (i.e. consistant en $o(\Delta x)$) pour $\theta \neq 0.5$ et du deuxième ordre en t (i.e. consistant en $o(\Delta t^2)$). Ce schéma est du deuxième ordre en x pour $\theta = 0.5$. Lorsqu'un schéma est du premier ordre (respectivement du deuxième ordre), la discrétisation introduit artificiellement dans l'équation aux dérivées partielles un terme en dérivée seconde par rapport à x (respectivement en dérivée troisième). Un tel terme correspond physiquement à un phénomène de diffusion¹⁴. Par conséquent, une diffusion numérique apparaît avec le schéma de Preissmann pour $\theta \neq 0.5$. Pour $\theta = 0.5$, il n'y a pas de diffusion numérique. Il n'y a pas de dissipation, mais une dispersion est présente si le nombre de Courant $C_r \neq 1$.

Stabilité : une erreur $\varepsilon(x,t)$ tend vers 0, quand t tend vers l'infini. Cette étude de stabilité a été l'objet de nombreux travaux. Elle est généralement basée sur une analyse de Fourier, et rigoureusement applicable uniquement aux équations linéaires. Les conclusions sont généralisées aux équations complètes non-linéaires. En particulier, il a été démontré que pour un canal horizontal, de géométrie régulière, et sans frottement, le schéma de Preissmann est inconditionnellement stable si $0.5 \leq \theta \leq 1$, et inconditionnellement instable si $\theta < 0.5$ (Cunge 1966, Lyn 1987).

Une étude récente (Samuels et al. 1990) montre qu'en gardant les équations complètes (et en particulier les termes de frottement), et sous les hypothèses :

- Δt et Δx réguliers,
- géométrie régulière,
- pas d'influence des conditions aux limites,

la stabilité est vérifiée sous les deux conditions :

- $0.5 \leq \theta \leq 1$
- $|V| \leq 1$ où V est le nombre de Vedernikov, défini par $V = \frac{m F S}{n R} \frac{dR}{dS}$

F est le nombre de Froude défini par $F^2 = \frac{Q^2 L}{g S^3}$, où L est la largeur au miroir (m),

¹⁴ le phénomène de diffusion (numérique ou physique) est la conjonction d'un phénomène de dissipation (ou amortissement de l'amplitude des ondes) et de dispersion (ou étalement des fréquences des ondes).

S est la surface mouillée (m^2), R le rayon hydraulique (m),

n et m sont définis par le terme de frottement $J = \frac{C U |U|^{n-1}}{R^m}$. Dans le cas particulier de la formulation de Manning-Strickler (Equation (7)), $m = \frac{4}{3}$ et $n = 2$.

Dans la formulation de Chézy, $m = 1$ et $n = 2$.

Cette seconde condition de stabilité correspond à l'apparition de "roll waves", instabilité physique rencontrée parfois en régime torrentiel. Il est intéressant de remarquer que cette instabilité physique se retrouve traduite dans le schéma numérique.

Convergence : la solution numérique tend, dans un domaine donné, vers la solution réelle quand Δt et Δx tendent vers 0. Le théorème de Lax montre que pour un problème aux valeurs initiales "bien posé", approché par des équations aux différences finies consistantes, la stabilité est une condition nécessaire et suffisante de convergence (Cunge et al. 1980, p. 79).

En conclusion, les propriétés du schéma de Preissmann sont nombreuses, ce qui justifie son utilisation fréquente :

- ce schéma est stable pour $0.5 \leq \theta \leq 1$, indépendamment des valeurs de Δx et Δt . En particulier un pas d'espace irrégulier peut s'adapter facilement à toutes les géométries naturelles. Le pas de temps peut être beaucoup plus grand que pour un schéma explicite.
- les variables z et Q étant connues en chaque point de discrétisation, les conditions aux limites internes et externes sont introduites très facilement.
- ce schéma est consistant au deuxième ordre en t , au premier ordre en x pour $\theta > 0.5$, et au deuxième ordre en x pour $\theta = 0.5$.
- de plus, ce schéma donne la solution exacte des équations aux dérivées partielles linéarisées, lorsque $\theta = 0.5$ et $C_r = 1$ (Preissmann 1965, Mahmood et al. 1975, p. 159, Cunge et al. 1980, p. 66). Ceci est également vérifié pour certains schémas explicites (ex.: Leap Frog ou schéma de Lax). Par contre, ce n'est pas le cas pour le schéma implicite d'Abbott-Ionescu, qui ne conduit à la solution exacte que lorsque Δt et Δx tendent vers 0.

II.4.3. Equation de continuité

L'équation de continuité (5) est discrétisée selon le schéma de Preissmann. Les variables considérées sont les débits Q et les cotes z en chaque point du maillage. L'équation discrétisée est donc non-linéaire, car en géométrie quelconque, S est une fonction non-linéaire de z . Afin d'obtenir un modèle linéaire, l'équation discrétisée est linéarisée autour

d'un régime de référence indicé (e), par développement de Taylor au premier ordre. On effectue le changement de variable :

$$Q = Q_e + \delta Q$$

$$z = z_e + \delta z$$

où Q , z sont les valeurs de la variable, Q_e , z_e les valeurs de la variable pour le régime de référence (e), et δQ , δz les valeurs relatives de la variable par rapport au régime de référence (e).

Avec ces notations l'équation de continuité s'écrit :

$$\begin{aligned} A_{11} \delta Q_i^+ + A_{12} \delta z_i^+ + A_{13} \delta Q_j^+ + A_{14} \delta z_j^+ \\ = B_{11} \delta Q_i + B_{12} \delta z_i + B_{13} \delta Q_j + B_{14} \delta z_j + C_1 \end{aligned} \quad (9)$$

Les calculs détaillés et les valeurs des coefficients A_{1k} , B_{1k} ($k=1$ à 4), C_1 , sont donnés en annexe 1.

Remarque: C_1 dépend de l'état de référence (e). Si (e) est un régime permanent, alors

$$C_1 = 0. \text{ En effet, } C_1 = \frac{q_{ie} + q_{je}}{2} - \frac{Q_{je} - Q_{ie}}{\Delta x} = 0.$$

II.4.4. Equation dynamique

L'équation dynamique (6) est discrétisée et linéarisée selon le même principe (Annexe 2). Elle s'écrit :

$$\begin{aligned} A_{21} \delta Q_i^+ + A_{22} \delta z_i^+ + A_{23} \delta Q_j^+ + A_{24} \delta z_j^+ \\ = B_{21} \delta Q_i + B_{22} \delta z_i + B_{23} \delta Q_j + B_{24} \delta z_j + C_2 \end{aligned} \quad (10)$$

La remarque faite sur C_1 s'applique à C_2 , c'est à dire $C_2 = 0$ si (e) est un régime permanent.

II.4.5. Conclusion

La discrétisation et la linéarisation des deux équations de Saint-Venant conduisent donc à :

$$\begin{cases} A_{11} \delta Q_i^+ + A_{12} \delta z_i^+ + A_{13} \delta Q_j^+ + A_{14} \delta z_j^+ = B_{11} \delta Q_i + B_{12} \delta z_i \\ \quad + B_{13} \delta Q_j + B_{14} \delta z_j + C_1 \\ A_{21} \delta Q_i^+ + A_{22} \delta z_i^+ + A_{23} \delta Q_j^+ + A_{24} \delta z_j^+ = B_{21} \delta Q_i + B_{22} \delta z_i \\ \quad + B_{23} \delta Q_j + B_{24} \delta z_j + C_2 \end{cases}$$

soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_i^+ \\ \delta z_i^+ \\ \delta Q_j^+ \\ \delta z_j^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_i \\ \delta z_i \\ \delta Q_j \\ \delta z_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$$

On suppose, dans toute la suite, que le régime initial de référence (e) est un régime permanent, donc $C_1 = C_2 = 0$. Les équations de Saint-Venant discrétisées s'écrivent alors :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_i^+ \\ \delta z_i^+ \\ \delta Q_j^+ \\ \delta z_j^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_i \\ \delta z_i \\ \delta Q_j \\ \delta z_j \end{pmatrix} \quad (11)$$

II.5. INTRODUCTION DES CONDITIONS AUX LIMITES

II.5.1. Introduction de la condition limite amont

Lorsque le débit amont est une variable de commande, la commande amont U_1 , première composante du vecteur de commande U , peut être définie par :

$$U_1 = \delta Q_1^+ - \delta Q_1$$

$$\text{donc } \delta Q_1^+ = \delta Q_1 + U_1$$

$$\text{On note } \Delta \delta Q_1 = \delta Q_1^+ - \delta Q_1$$

La commande U_1 est, à chaque instant t , la variation de débit amont entre les instants $t + \Delta t$ et t . Avec une telle définition de U_1 , le contrôle optimal pénalise les variations fortes de débit entre 2 pas de temps mais autorise des écarts importants par rapport au régime de référence (e). L'avantage de cette modélisation est de permettre de contrôler la vitesse de variation des conditions aux limites. Cette limitation est essentielle car elle permet de respecter les vitesses maximales des moteurs des vannes et d'éviter que les solutions ne satisfassent pas les hypothèses de l'écoulement graduellement varié. Garcia (1988) utilise cette modélisation.

La commande U_1 peut être définie autrement :

$$U_1 = \delta Q_1^+$$

$$\text{donc } \delta Q_1^+ = U_1$$

Alors, la commande U_1 est, à chaque instant t , le débit amont à l'instant $t + \Delta t$. Le contrôle optimal pénalise alors les écarts par rapport au régime de référence (e). Ceci n'est pas forcément pertinent car, dans le cas d'une poursuite en débit aval (par exemple lors d'un échelon de demande à l'aval), la solution physique correcte peut consister à s'éloigner du débit de référence. Par contre, cette modélisation est adaptée au cas de la régulation sans poursuite (consigne constante nulle). Reddy (1992b) utilise cette modélisation.

Sous forme matricielle ces deux modélisations se traduisent respectivement par :

$$(1 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_1^+ \\ \delta z_1^+ \end{pmatrix} = (1 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_1 \\ \delta z_1 \end{pmatrix} + (U_1)$$

et

$$(1 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_1^+ \\ \delta z_1^+ \end{pmatrix} = (0 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_1 \\ \delta z_1 \end{pmatrix} + (U_1)$$

Dans le premier cas, il apparaît dans la matrice dynamique A de l'équation (2) une valeur propre égale à 1. Ceci pose problème, car si toutes les conditions aux limites sont traitées de la même manière (amont, prise, régulateur, aval), on obtient 4 valeurs propres égales à 1. La synthèse de l'observateur, à partir de 3 sorties observées, conduit alors à une matrice

de gain de l'observateur avec au moins une valeur propre égale à 1. Ceci empêche la convergence de cet observateur.

Dans le deuxième cas, il apparaît une valeur propre égale à 0. Ceci pose également problème dans la mesure où la résolution de l'équation de Riccati par l'Hamiltonien nécessite l'inversion de la matrice dynamique (Dieulesaint et al. 1990, MatLab 1991), impossible dans ce cas.

On propose donc d'adopter une modélisation hybride du type :

$$U_1 = \delta Q_1^+ - \lambda \delta Q_1$$

$$\text{donc } \delta Q_1^+ = \lambda \delta Q_1 + U_1$$

Soit sous forme matricielle :

$$(1 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_1^+ \\ \delta z_1^+ \end{pmatrix} = (\lambda \ 0) \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_1 \\ \delta z_1 \end{pmatrix} + (U_1) \quad (12)$$

La valeur propre λ est choisie telle que $0 < \lambda < 1$ afin d'éviter les problèmes décrits ci-dessus. Elle permet également d'ajuster les pénalisations sur la commande (soit sur les variations de débit amont $\Delta \delta Q_1$, soit sur les valeurs de débit amont δQ_1^+).

II.5.2. Introduction d'une condition limite interne de type prise

Considérons une prise située entre les sections j et k d'un bief de canal :

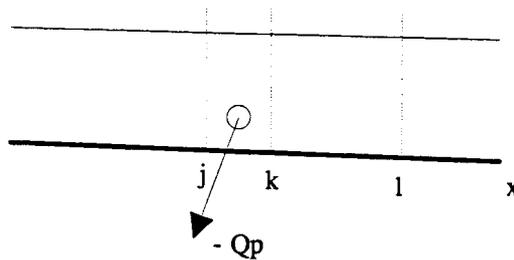


Figure 17. Condition limite interne de type prise

Entre j et k, les équations de la prise sont :

$$\begin{cases} Q_j + Q_p = Q_k \\ z_j = z_k \end{cases}$$

avec la convention de signe $Q_p > 0$ si le débit est apporté au canal et $Q_p < 0$ si le débit est prélevé du canal. En considérant les variables relatives, ces équations deviennent :

$$\begin{cases} \delta Q_k = \delta Q_j + \delta Q_p \\ \delta Q_k^+ = \delta Q_j^+ + \delta Q_p^+ \\ \delta z_k = \delta z_j \\ \delta z_k^+ = \delta z_j^+ \end{cases} \quad (13)$$

Entre k et l, les équations de Saint-Venant discrétisées sont :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_k^+ \\ \delta z_k^+ \\ \delta Q_l^+ \\ \delta z_l^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_k \\ \delta z_k \\ \delta Q_l \\ \delta z_l \end{pmatrix} \quad (14)$$

En reportant (13) dans (14) on élimine les composantes indicées k (i.e. δQ_k^+ , δz_k^+ , δQ_k et δz_k). Ceci permet de diminuer la dimension du vecteur d'état X (Equation (2)) et surtout d'éliminer des variables redondantes ou dépendantes ($\delta z_k = \delta z_j$ et $\delta Q_k = \delta Q_j + \delta Q_p$). Cette redondance conduirait en effet à un système non commandable. On obtient alors entre j et l :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Q_j^+ \\ \delta z_j^+ \\ \delta Q_l^+ \\ \delta z_l^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Q_j \\ \delta z_j \\ \delta Q_l \\ \delta z_l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{11} & -A_{11} \\ B_{21} & -A_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Q_p \\ \delta Q_p \end{pmatrix} \quad (15)$$

Remarque :

La combinaison des équations à la prise et entre deux sections de calcul a été faite dans cet ordre (prise située à l'amont des sections) pour simplifier la programmation informatique. En effet dès qu'une prise est détectée, les sections de calcul suivantes font l'objet du traitement particulier décrit ci-dessus.

II.5.3. Introduction d'une condition limite interne de type ouvrage

Considérons un ouvrage situé entre les sections j et k d'un bief de canal :

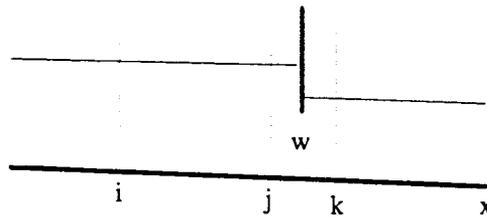


Figure 18. Condition limite interne de type ouvrage

où w est l'ouverture de vanne. Entre i et j, les équations de Saint-Venant discrétisées sont :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_i^+ \\ \delta z_i^+ \\ \delta Q_j^+ \\ \delta z_j^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_i \\ \delta z_i \\ \delta Q_j \\ \delta z_j \end{pmatrix} \quad (16)$$

Entre j et k, la loi d'ouvrage s'écrit :

$$Q_j(t) = Q_k(t) = f(z_j(t), z_k(t), w(t))$$

$$\Rightarrow \delta Q_k^+ - \delta Q_k = Q_k^+ - Q_k = f(z_j^+, z_k^+, w^+) - f(z_j, z_k, w)$$

$$= f(e) + \left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e \delta z_j^+ + \left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e \delta z_k^+ + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)_e \delta w^+ - f(e) - \left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e \delta z_j - \left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e \delta z_k - \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)_e \delta w$$

$$= \left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e (\delta z_j^+ - \delta z_j) + \left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e (\delta z_k^+ - \delta z_k) + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)_e (\delta w^+ - \delta w)$$

soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} 0 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e & 1 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_j^+ \\ \delta z_j^+ \\ \delta Q_k^+ \\ \delta z_k^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e & 1 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_j \\ \delta z_j \\ \delta Q_k \\ \delta z_k \end{pmatrix} + \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)_e \cdot \Delta \delta w \quad (17)$$

avec $\Delta \delta w = \delta w^+ - \delta w$. Les équations (16) et (17) sont regroupées sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ & & 0 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e & 1 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Q_i^+ \\ \delta z_i^+ \\ \delta Q_j^+ \\ \delta z_j^+ \\ \delta Q_k^+ \\ \delta z_k^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ & & 0 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e & 1 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Q_i \\ \delta z_i \\ \delta Q_j \\ \delta z_j \\ \delta Q_k \\ \delta z_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)_e \end{pmatrix} \cdot \Delta \delta w$$

La composante δQ_j du vecteur d'état est éliminée car $\delta Q_j = \delta Q_k$ et $\delta Q_j^+ = \delta Q_k^+$. Cette redondance conduirait à un système non commandable. On obtient alors :

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{14} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{24} & A_{23} \\ & & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e & 1 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Q_i^+ \\ \delta z_i^+ \\ \delta z_j^+ \\ \delta Q_k^+ \\ \delta z_k^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{14} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{24} & B_{23} \\ & & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_j}\right)_e & 1 & -\left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right)_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Q_i \\ \delta z_i \\ \delta z_j \\ \delta Q_k \\ \delta z_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \left(\frac{\partial f}{\partial w}\right)_e \end{pmatrix} \cdot \Delta \delta w \quad (18)$$

Remarque :

La combinaison des équations à l'ouvrage et entre deux sections de calcul a été faite dans l'ordre inverse (ouvrage situé à l'aval des sections) pour simplifier la programmation informatique. En effet le vecteur d'état se termine par δQ_k et δz_k , ce qui permet d'enchaîner les prochaines sections de calcul sans traitement particulier.

II.5.4. Introduction de la condition limite aval

Le raisonnement suivi pour la condition limite amont s'applique à la condition limite aval en remplaçant le débit amont Q_1 par la cote aval z_n . Donc, une modélisation hybride du type suivant est adoptée :

$$U_n = \delta z_n^+ - \lambda \delta z_n \quad \text{avec } 0 < \lambda < 1$$

$$\text{donc } \delta z_n^+ = \lambda \delta z_n + U_n$$

soit sous forme matricielle :

$$(0 \ 1) \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_n^+ \\ \delta z_n^+ \end{pmatrix} = (0 \ \lambda) \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_n \\ \delta z_n \end{pmatrix} + (U_n) \quad (19a)$$

Si le sous-système bief-vanne est situé en fin de canal, la cote aval n'est pas une variable de commande. On suppose alors que la condition limite aval peut s'écrire sous la forme d'une courbe de tarage $Q_n = g(z_n)$. La linéarisation de cette loi donne :

$$\delta Q_n^+ - \delta Q_n = \left(\frac{\partial g}{\partial z_n} \right)_e (\delta z_n^+ - \delta z_n)$$

soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} 1 & -\left(\frac{\partial g}{\partial z_n} \right)_e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_n^+ \\ \delta z_n^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\left(\frac{\partial g}{\partial z_n} \right)_e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_n \\ \delta z_n \end{pmatrix} \quad (19b)$$

II.6. REPRESENTATION DANS L'ESPACE D'ETAT

II.6.1. Equation dynamique

L'agrégation des équations matricielles (11), (12), (15), (18) et (19) conduit à une représentation linéaire de la forme :

$$A_1 \cdot X^+ = A_2 \cdot X + B_1 \cdot U + B_{p1} \cdot U_p \quad (20)$$

Dans un modèle hydraulique numérique, le vecteur d'état X^+ , au temps $t + \Delta t$, peut être calculé à partir du système (20). Ce calcul se fait habituellement par double balayage, méthode bien adaptée à la structure bande de la matrice A_1 (Cunge 1966). Les matrices A_1 , A_2 , B_1 et B_{p1} sont ensuite recalculées à partir des nouvelles variables hydrauliques. Le modèle numérique ainsi obtenu est donc non-linéaire, car les matrices A_1 , A_2 , B_1 et B_{p1} ne sont pas constantes. Un tel modèle, spécialement adapté aux canaux d'irrigation, a été développé par le CEMAGREF (Modèle SIC, CEMAGREF 1992). Appelé "modèle non-linéaire", il sera utilisé au chapitre V pour tester les algorithmes de commande optimale.

Cependant, pour la synthèse de la commande, nous avons besoin d'un modèle linéaire de la forme (2). Pour cela, la matrice A_1 doit être inversée. Nous verrons lors des applications numériques que cela est possible. Cela traduit qu'il existe une solution physique unique au problème posé. On obtient alors une représentation dans l'espace d'état :

$$X^+ = A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p \quad (21)$$

avec :

$$A_s = A_1^{-1} \cdot A_2$$

$$B_s = A_1^{-1} \cdot B_1$$

$$B_p = A_1^{-1} \cdot B_{p1}$$

II.6.2. Exemple

Pour le système élémentaire bief-vanne suivant :

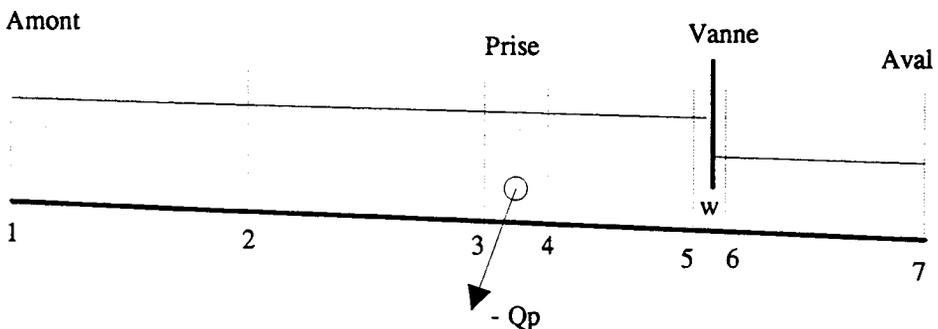


Figure 19. Système bief-vanne

$$B_1 = \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \gamma \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \text{Cond. amont 1} \\ \text{Ouvrage 5-6} \\ \text{Cond. aval 7} \end{array}$$

$$\text{où } \gamma = \left(\frac{\partial f}{\partial w} \right)_e$$

$$U = \begin{pmatrix} \delta Q_1^+ - \lambda \delta Q_1 \\ \Delta \delta w \\ \delta z_n^+ - \lambda \delta z_n \end{pmatrix}$$

$$B_{p1} = \begin{array}{|cc|} \hline B_{11} & -A_{11} \\ B_{21} & -A_{21} \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \text{SV cont. + Prise 3-5} \\ \text{SV dyn. + Prise 3-5} \end{array}$$

$$U_p = \begin{pmatrix} \delta Q_p \\ \delta Q_p^+ \end{pmatrix}$$

II.6.3. Equation de sortie contrôlée

Le vecteur Y des sorties contrôlées est défini par l'équation (3). Une grande souplesse est laissée dans le choix de ce vecteur. Dans le cas du sous-système bief-vanne, les sorties contrôlées sont le niveau à l'amont du bief, le niveau à l'amont immédiat de la vanne et le débit aval. La matrice C_s s'écrit alors :

$$C_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Dans l'exemple précédent, ces sorties contrôlées sont δz_1 , δz_5 , et δQ_7 . Donc :

$$C_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

De manière plus générale, les sorties contrôlées peuvent être des cotes et des débits en n'importe quel point du système. Les cotes contrôlées peuvent être situées à l'aval des vannes (ex. : vannes AVIS ou AVIO), à l'amont des vannes (ex. : vannes AMIL, ELFLO) ou en milieu de bief (ex. : Bival). Le choix de la matrice C_s permet de simuler tous ces cas.

II.6.4. Equation de sortie observée

Le vecteur Z des sorties observées est défini par l'équation (4). Balogun (1985) montre que le vecteur d'état X peut être reconstruit à partir de la seule connaissance des cotes situées à l'amont et à l'aval immédiat des vannes, et des commandes U appliquées au système. Ce résultat, appelé observabilité, est utile car ces cotes sont facilement mesurables dans la pratique.

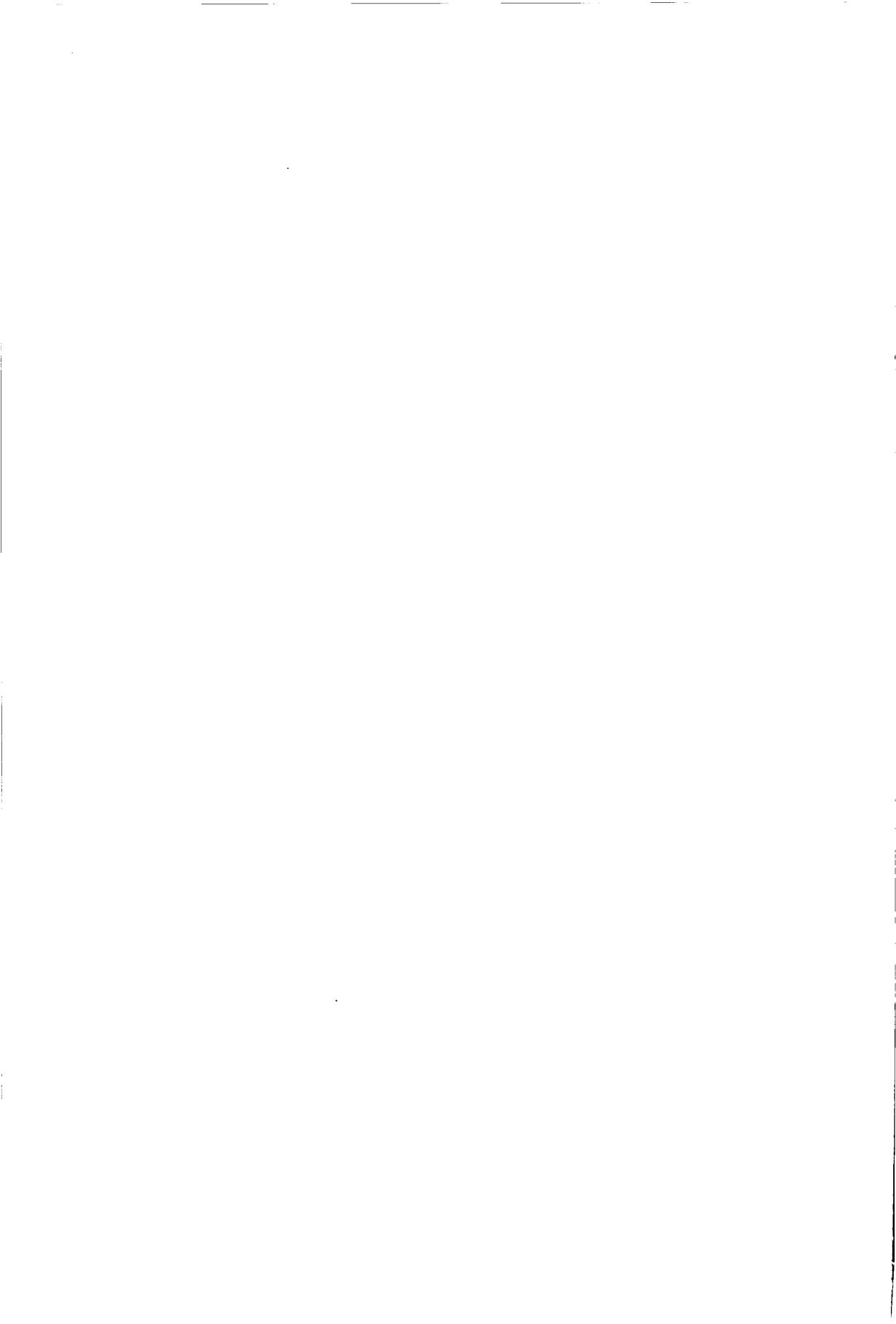
La matrice D_s s'écrit alors :

$$D_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Remarque : le vecteur Z peut également contenir des débits en certaines sections particulières où l'on dispose d'une courbe de tarage, ou aux ouvrages dont on connaît la loi de fonctionnement.

Dans l'exemple précédent, les sorties observées choisies sont δz_1 la cote à l'amont du bief, δz_5 la cote à l'amont immédiat de la vanne, δz_6 la cote à l'aval immédiat de la vanne. En effet, la cote δz_1 à l'amont du bief correspond à la cote aval du sous-système bief-vanne situé juste à l'amont. Cette cote étant située à l'aval d'une vanne on considère qu'elle est connue. Donc :

$$D_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



ANNEXE 1 - DISCRETISATION DE L'EQUATION DE CONTINUITE

La discrétisation de l'équation de continuité (5) :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q$$

par un schéma de Preissmann donne :

$$\frac{S_j^+ + S_i^+}{2\Delta t} - \frac{S_j + S_i}{2\Delta t} + \frac{\theta}{\Delta x} (Q_j^+ - Q_i^+) + \frac{1-\theta}{\Delta x} (Q_j - Q_i) = \frac{\theta}{2} (q_j^+ + q_i^+) + \frac{1-\theta}{2} (q_j + q_i)$$

On suppose par la suite que q est un terme d'infiltration constant dans le temps, c'est à dire $q_i^+ = q_i = q_{ie}$ et $q_j^+ = q_j = q_{je}$. Cette hypothèse est réaliste dans la mesure où les variations d'infiltration dans un canal sont généralement faibles ou lentes par rapport à l'horizon de commande, en particulier si le canal est revêtu. L'équation ci-dessus devient :

$$\frac{1}{2\Delta t} (S_j^+ + S_i^+) - \frac{1}{2\Delta t} (S_j + S_i) + \frac{\theta}{\Delta x} (Q_j^+ - Q_i^+) + \frac{1-\theta}{\Delta x} (Q_j - Q_i) = \frac{q_{ie} + q_{je}}{2}$$

Les variables recherchées sont les débits Q et les cotes z en chaque point du maillage. L'équation ci-dessus est non-linéaire, car en géométrie quelconque S est une fonction non-linéaire de z . Afin d'obtenir un modèle linéaire, l'équation est linéarisée autour d'un régime permanent de référence indicé (e) par développement de Taylor au premier ordre. On effectue également le changement de variable :

$$Y = Y_e + \delta Y \quad \text{où } Y = Q_i^+, z_i^+, Q_j^+, z_j^+, Q_i, z_i, Q_j \text{ ou } z_j$$

c'est à dire :

Y : valeur absolue de la variable Y ,

Y_e : valeur de la variable Y pour le régime permanent de référence,

δY : valeur relative de la variable Y par rapport au régime permanent de référence.

Alors,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\Delta t} L_{ie} (\delta z_i^+ - \delta z_i) + \frac{1}{2\Delta t} L_{je} (\delta z_j^+ - \delta z_j) + \frac{\theta}{\Delta x} \delta Q_j^+ - \frac{\theta}{\Delta x} \delta Q_i^+ + \frac{1-\theta}{\Delta x} \delta Q_j - \frac{1-\theta}{\Delta x} \delta Q_i \\ & = - \frac{Q_{je} - Q_{ie}}{\Delta x} + \frac{q_{ie} + q_{je}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & - \frac{\theta}{\Delta x} \delta Q_i^+ + \frac{L_{ie}}{2\Delta t} \delta z_i^+ + \frac{\theta}{\Delta x} \delta Q_j^+ + \frac{L_{je}}{2\Delta t} \delta z_j^+ \\ & = \frac{1-\theta}{\Delta x} \delta Q_i + \frac{L_{ie}}{2\Delta t} \delta z_i - \frac{1-\theta}{\Delta x} \delta Q_j + \frac{L_{je}}{2\Delta t} \delta z_j + \frac{q_{ie} + q_{je}}{2} - \frac{Q_{je} - Q_{ie}}{\Delta x} \end{aligned}$$

Soit :

$$A_{11} \delta Q_i^+ + A_{12} \delta z_i^+ + A_{13} \delta Q_j^+ + A_{14} \delta z_j^+ \\ = B_{11} \delta Q_i + B_{12} \delta z_i + B_{13} \delta Q_j + B_{14} \delta z_j + C_1$$

avec:

$$A_{11} = -\frac{\theta}{\Delta x} = -\theta \alpha_1$$

$$A_{12} = \frac{L_{ie}}{2\Delta t} = \alpha_2(i)$$

$$A_{13} = \frac{\theta}{\Delta x} = \theta \alpha_1$$

$$A_{14} = \frac{L_{je}}{2\Delta t} = \alpha_2(j)$$

$$B_{11} = \frac{1-\theta}{\Delta x} = (1-\theta) \alpha_1$$

$$B_{12} = \frac{L_{ie}}{2\Delta t} = \alpha_2(i)$$

$$B_{13} = -\frac{1-\theta}{\Delta x} = -(1-\theta) \alpha_1$$

$$B_{14} = \frac{L_{je}}{2\Delta t} = \alpha_2(j)$$

$$C_1 = \frac{q_{ie} + q_{je}}{2} - \frac{Q_{je} - Q_{ie}}{\Delta x}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\Delta x}$$

$$\alpha_2(i) = \frac{L_{ie}}{2\Delta t}$$

ANNEXE 2 - DISCRETISATION DE L'EQUATION DYNAMIQUE

Comme pour l'équation de continuité (Annexe 1), chaque terme de l'équation dynamique (6) :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q^2/S}{\partial x} + g.S \frac{\partial z}{\partial x} + g.S.J = k.q.V$$

est discrétisé selon le schéma de Preissmann, puis linéarisé autour du régime de référence (e).

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\partial Q}{\partial t} &= \frac{Q_j^+ + Q_i^+}{2\Delta t} - \frac{Q_j + Q_i}{2\Delta t} \\ &= \frac{1}{2\Delta t} \delta Q_i^+ + \frac{1}{2\Delta t} \delta Q_j^+ - \frac{1}{2\Delta t} \delta Q_i - \frac{1}{2\Delta t} \delta Q_j \\ &= \alpha_3 (\delta Q_i^+ + \delta Q_j^+ - \delta Q_i - \delta Q_j) \end{aligned}$$

$\alpha_3 = \frac{1}{2\Delta t}$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{\partial Q^2/S}{\partial x} &= \frac{1-\theta}{\Delta x} \left[\frac{Q_j^2}{S_j} - \frac{Q_i^2}{S_i} \right] + \frac{\theta}{\Delta x} \left[\frac{Q_j^{+2}}{S_j^+} - \frac{Q_i^{+2}}{S_i^+} \right] \\ &= f_1(Q_i^+, z_i^+, Q_j^+, z_j^+, Q_i, z_i, Q_j, z_j) \\ &= f_1(e) + \Sigma \left(\frac{\partial f_1}{\partial Y} \right)_e \delta Y \quad \text{pour } Y = Q_i^+, z_i^+, Q_j^+, z_j^+, Q_i, z_i, Q_j, z_j \end{aligned}$$

L'évaluation de ces termes donne :

$$\text{i. } f_1(e) = \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{Q_{je}^2}{S_{je}} - \frac{Q_{ie}^2}{S_{ie}} \right]$$

$$\text{ii. } \left(\frac{\partial f_1}{\partial Q_i^+} \right)_e = - \frac{2\theta Q_{ie}}{S_{ie} \Delta x} = -\theta \alpha_4(i)$$

$$\text{iii. } \left(\frac{\partial f_1}{\partial z_i^+} \right)_e = \frac{\theta Q_{ie}^2 L_{ie}}{S_{ie}^2 \Delta x} = \theta \alpha_4(i) \frac{V_{ie} L_{ie}}{2} = \theta \alpha_4(i) \alpha_5(i)$$

$$\text{iv. } \left(\frac{\partial f_1}{\partial Q_j^+} \right)_e = \frac{2\theta Q_{je}}{S_{je} \Delta x} = \theta \alpha_4(j)$$

$$\text{v. } \left(\frac{\partial f_1}{\partial z_j^+} \right)_e = - \frac{\theta Q_{je}^2 L_{je}}{S_{je}^2 \Delta x} = -\theta \alpha_4(j) \alpha_5(j)$$

$$\text{vi. } \left(\frac{\partial f_1}{\partial Q_i} \right)_e = - \frac{2(1-\theta) Q_{ie}}{S_{ie} \Delta x} = -(1-\theta) \alpha_4(i)$$

$$\text{vii. } \left(\frac{\partial f_1}{\partial z_i} \right)_e = \frac{(1-\theta) Q_{ie}^2 L_{ie}}{S_{ie}^2 \Delta x} = (1-\theta) \alpha_4(i) \alpha_5(i)$$

$\alpha_4(i) = \frac{2 Q_{ie}}{S_{ie} \Delta x}$
$\alpha_5(i) = \frac{V_{ie} L_{ie}}{2}$

$$\text{viii. } \left(\frac{\partial f_1}{\partial Q_j}\right)_e = \frac{2(1-\theta) Q_{je}}{S_{je} \Delta x} = (1-\theta) \alpha_4(j)$$

$$\text{ix. } \left(\frac{\partial f_1}{\partial z_j}\right)_e = -\frac{(1-\theta) Q_{je}^2 L_{je}}{S_{je}^2 \Delta x} = -(1-\theta) \alpha_4(j) \alpha_5(j)$$

Remarque : le terme non-linéaire $\frac{\partial Q^2/S}{\partial x}$ peut être discrétisé de différentes manières. Si le schéma est convergent, la solution numérique tend vers la solution réelle, lorsque les pas de temps Δt et d'espace Δx tendent vers 0. Par contre, pour un pas de temps Δt et un pas d'espace Δx donnés, la solution n'est qu'approchée, avec une erreur en $o(\Delta t^n)$ et $o(\Delta x^m)$, où n (respectivement m) est l'ordre de consistance du schéma en t (respectivement en x). Ainsi, un même schéma appliqué à différentes formulations pourra plus ou moins bien rendre compte de la conservation de certaines quantités physiques (volume, énergie, charge, quantité de mouvement). Des exemples de ce phénomène sont donnés dans Cunge et al. (1980, chapitre 3.3, p. 92). Nous avons retenu une méthode de discrétisation utilisée par le CEMAGREF (Pochat 1980) validée sur de nombreux cas réels.

$$\begin{aligned} \text{c) } g.S \frac{\partial z}{\partial x} &= g \left[\frac{1-\theta}{2} (S_i + S_j) + \frac{\theta}{2} (S_i^+ + S_j^+) \right] \frac{1}{\Delta x} [(1-\theta) (z_j - z_i) + \theta (z_j^+ - z_i^+)] \\ &= \frac{g}{2 \Delta x} [(1-\theta) (S_i + S_j) + \theta (S_i^+ + S_j^+)] [(1-\theta) (z_j - z_i) + \theta (z_j^+ - z_i^+)] \\ &= f_2(z_i^+, z_j^+, z_i, z_j) \\ &= f_2(e) + \Sigma \left(\frac{\partial f_2}{\partial Y}\right)_e \delta Y \quad \text{pour } Y = z_i^+, z_j^+, z_i, z_j \end{aligned}$$

L'évaluation de ces termes donne :

$$\text{i. } f_2(e) = \frac{g}{2 \Delta x} (S_{ie} + S_{je}) (z_{je} - z_{ie})$$

$$\text{ii. } \left(\frac{\partial f_2}{\partial z_i^+}\right)_e = \frac{g \theta}{2 \Delta x} [L_{ie} (z_{je} - z_{ie}) - (S_{ie} + S_{je})] = \theta \alpha_6$$

$$\text{iii. } \left(\frac{\partial f_2}{\partial z_j^+}\right)_e = \frac{g \theta}{2 \Delta x} [L_{je} (z_{je} - z_{ie}) + (S_{ie} + S_{je})] = \theta \alpha_7$$

$$\alpha_6 = \frac{g}{2 \Delta x} [L_{ie} (z_{je} - z_{ie}) - (S_{ie} + S_{je})]$$

$$\alpha_7 = \frac{g}{2 \Delta x} [L_{je} (z_{je} - z_{ie}) + (S_{ie} + S_{je})]$$

$$\text{iv. } \left(\frac{\partial f_2}{\partial z_i}\right)_e = \frac{g(1-\theta)}{2 \Delta x} [L_{ie} (z_{je} - z_{ie}) - (S_{ie} + S_{je})] = (1-\theta) \alpha_6$$

$$\text{v. } \left(\frac{\partial f_2}{\partial z_j}\right)_e = \frac{g(1-\theta)}{2 \Delta x} [L_{je} (z_{je} - z_{ie}) + (S_{ie} + S_{je})] = (1-\theta) \alpha_7$$

$$\text{d) } g S J = g \left[\frac{1-\theta}{2} (S_i J_i + S_j J_j) + \frac{\theta}{2} (S_i^+ J_i^+ + S_j^+ J_j^+) \right]$$

$$= f_3(Q_i^+, z_i^+, Q_j^+, z_j^+, Q_i, z_i, Q_j, z_j)$$

$$= f_3(e) + \Sigma \left(\frac{\partial f_3}{\partial Y} \right)_e \delta Y \quad \text{pour } Y = Q_i^+, z_i^+, Q_j^+, z_j^+, Q_i, z_i, Q_j, z_j$$

On évalue d'abord l'expression S J ainsi que ses dérivées par rapport aux variables Q et z :

$$* S J = S \frac{Q^2 n^2}{S^2 R^{4/3}} = \frac{n^2 Q^2}{S R^{4/3}}$$

$$* \frac{\partial(S J)}{\partial Q} = \frac{2 n^2 Q}{S R^{4/3}}$$

$$* \frac{\partial(S J)}{\partial z} = - \frac{n^2 Q^2}{S^2 R^{8/3}} [L R^{4/3} + \frac{4}{3} S R^{1/3} \frac{\partial R}{\partial z}] = - \frac{n^2 Q^2}{S^2 R^{7/3}} [L R + \frac{4}{3} S \frac{L P - S \frac{\partial P}{\partial z}}{P^2}]$$

$$= - \frac{n^2 Q^2}{S^2 R^{4/3}} [L + \frac{4}{3} (L - R \frac{\partial P}{\partial z})]$$

L'évaluation des termes du développement de Taylor au premier ordre de f_3 donne donc :

$$i. f_3(e) = \frac{g}{2} (S_{ie} J_{ie} + S_{je} J_{je})$$

$$ii. \left(\frac{\partial f_3}{\partial Q_i^+} \right)_e = \frac{g \theta}{2} \frac{2 n^2 Q_{ie}}{S_{ie} R_{ie}^{4/3}} = \theta \alpha_8(i)$$

$\alpha_8(i) = \frac{g n^2 Q_{ie}}{S_{ie} R_{ie}^{4/3}}$

$$iii. \left(\frac{\partial f_3}{\partial z_i^+} \right)_e = - \frac{g \theta}{2} \frac{n^2 Q_{ie}^2}{S_{ie}^2 R_{ie}^{4/3}} [L_{ie} + \frac{4}{3} (L_{ie} - R_{ie} \left(\frac{\partial P_i}{\partial z_i} \right)_e)] = - \theta \alpha_8(i) \alpha_9(i) \alpha_{10}(i)$$

$\alpha_9(i) = \frac{V_{ie}}{2}$	$\alpha_{10}(i) = \left[\frac{7}{3} L_{ie} - \frac{4}{3} R_{ie} \left(\frac{\partial P_i}{\partial z_i} \right)_e \right]$
----------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$$iv. \left(\frac{\partial f_3}{\partial Q_j^+} \right)_e = \frac{g \theta}{2} \frac{2 n^2 Q_{je}}{S_{je} R_{je}^{4/3}} = \theta \alpha_8(j)$$

$$v. \left(\frac{\partial f_3}{\partial z_j^+} \right)_e = - \frac{g \theta}{2} \frac{n^2 Q_{je}^2}{S_{je}^2 R_{je}^{4/3}} [L_{je} + \frac{4}{3} (L_{je} - R_{je} \left(\frac{\partial P_j}{\partial z_j} \right)_e)] = - \theta \alpha_8(j) \alpha_9(j) \alpha_{10}(j)$$

$$vi. \left(\frac{\partial f_3}{\partial Q_i} \right)_e = \frac{g (1-\theta)}{2} \frac{2 n^2 Q_{ie}}{S_{ie} R_{ie}^{4/3}} = (1-\theta) \alpha_8(i)$$

$$vii. \left(\frac{\partial f_3}{\partial z_i} \right)_e = - \frac{g (1-\theta)}{2} \frac{n^2 Q_{ie}^2}{S_{ie}^2 R_{ie}^{4/3}} [L_{ie} + \frac{4}{3} (L_{ie} - R_{ie} \left(\frac{\partial P_i}{\partial z_i} \right)_e)] = - (1-\theta) \alpha_8(i) \alpha_9(i) \alpha_{10}(i)$$

$$viii. \left(\frac{\partial f_3}{\partial Q_j} \right)_e = \frac{g (1-\theta)}{2} \frac{2 n^2 Q_{je}}{S_{je} R_{je}^{4/3}} = (1-\theta) \alpha_8(j)$$

$$ix. \left(\frac{\partial f_3}{\partial z_j} \right)_e = - \frac{g (1-\theta)}{2} \frac{n^2 Q_{je}^2}{S_{je}^2 R_{je}^{4/3}} [L_{je} + \frac{4}{3} (L_{je} - R_{je} \left(\frac{\partial P_j}{\partial z_j} \right)_e)] = - (1-\theta) \alpha_8(j) \alpha_9(j) \alpha_{10}(j)$$

$$e) k.q.V = \frac{k}{2} [(1-\theta) (q_{ie} \frac{Q_i}{S_i} + q_{je} \frac{Q_j}{S_j}) + \theta (q_{ie} \frac{Q_i^+}{S_i^+} + q_{je} \frac{Q_j^+}{S_j^+})]$$

$$= f_4(Q_i^+, z_i^+, Q_j^+, z_j^+, Q_i, z_i, Q_j, z_j)$$

$$= f_4(e) + \Sigma (\frac{\partial f_4}{\partial Y})_e \delta Y \quad \text{pour } Y = Q_i^+, z_i^+, Q_j^+, z_j^+, Q_i, z_i, Q_j, z_j$$

On évalue d'abord les dérivées de Q/S par rapport aux variables Q et z :

$$* \frac{\partial Q/S}{\partial Q} = \frac{1}{S}$$

$$* \frac{\partial Q/S}{\partial z} = - \frac{Q L}{S^2}$$

L'évaluation des termes du développement de Taylor de f_4 au premier ordre donne donc :

$$i. f_4(e) = \frac{k}{2} (q_{ie} \frac{Q_{ie}}{S_{ie}} + q_{je} \frac{Q_{je}}{S_{je}})$$

$$ii. (\frac{\partial f_4}{\partial Q_i^+})_e = \frac{k \theta q_{ie}}{2 S_{ie}} = \theta \alpha_{11}(i)$$

$$\alpha_{11}(i) = \frac{k q_{ie}}{2 S_{ie}}$$

$$iii. (\frac{\partial f_4}{\partial z_i^+})_e = - \frac{k \theta q_{ie} Q_{ie} L_{ie}}{2 S_{ie}^2} = - 2 \theta \alpha_{11}(i) \alpha_5(i)$$

$$iv. (\frac{\partial f_4}{\partial Q_j^+})_e = \frac{k \theta q_{je}}{2 S_{je}} = \theta \alpha_{11}(j)$$

$$v. (\frac{\partial f_4}{\partial z_j^+})_e = - \frac{k \theta q_{je} Q_{je} L_{je}}{2 S_{je}^2} = - 2 \theta \alpha_{11}(j) \alpha_5(j)$$

$$vi. (\frac{\partial f_4}{\partial Q_i})_e = \frac{k (1-\theta) q_{ie}}{2 S_{ie}} = (1-\theta) \alpha_{11}(i)$$

$$vii. (\frac{\partial f_4}{\partial z_i})_e = - \frac{k (1-\theta) q_{ie} Q_{ie} L_{ie}}{2 S_{ie}^2} = - 2 (1-\theta) \alpha_{11}(i) \alpha_5(i)$$

$$viii. (\frac{\partial f_4}{\partial Q_j})_e = \frac{k (1-\theta) q_{je}}{2 S_{je}} = (1-\theta) \alpha_{11}(j)$$

$$ix. (\frac{\partial f_4}{\partial z_j})_e = - \frac{k (1-\theta) q_{je} Q_{je} L_{je}}{2 S_{je}^2} = - 2 (1-\theta) \alpha_{11}(j) \alpha_5(j)$$

f) L'équation dynamique s'écrit donc :

$$\begin{aligned} & A_{21} \delta Q_i^+ + A_{22} \delta z_i^+ + A_{23} \delta Q_j^+ + A_{24} \delta z_j^+ \\ & = B_{21} \delta Q_i + B_{22} \delta z_i + B_{23} \delta Q_j + B_{24} \delta z_j + C_2 \end{aligned}$$

avec:

$$A_{21} = \alpha_3 - \theta [\alpha_4(i) - \alpha_8(i) + \alpha_{11}(i)]$$

$$A_{22} = \theta [\alpha_4(i) \alpha_5(i) + \alpha_6 - \alpha_8(i) \alpha_9(i) \alpha_{10}(i) + 2 \alpha_{11}(i) \alpha_5(i)]$$

$$A_{23} = \alpha_3 + \theta [\alpha_4(j) + \alpha_8(j) - \alpha_{11}(j)]$$

$$A_{24} = -\theta [\alpha_4(j) \alpha_5(j) - \alpha_7 + \alpha_8(j) \alpha_9(j) \alpha_{10}(j) - 2 \alpha_{11}(j) \alpha_5(j)]$$

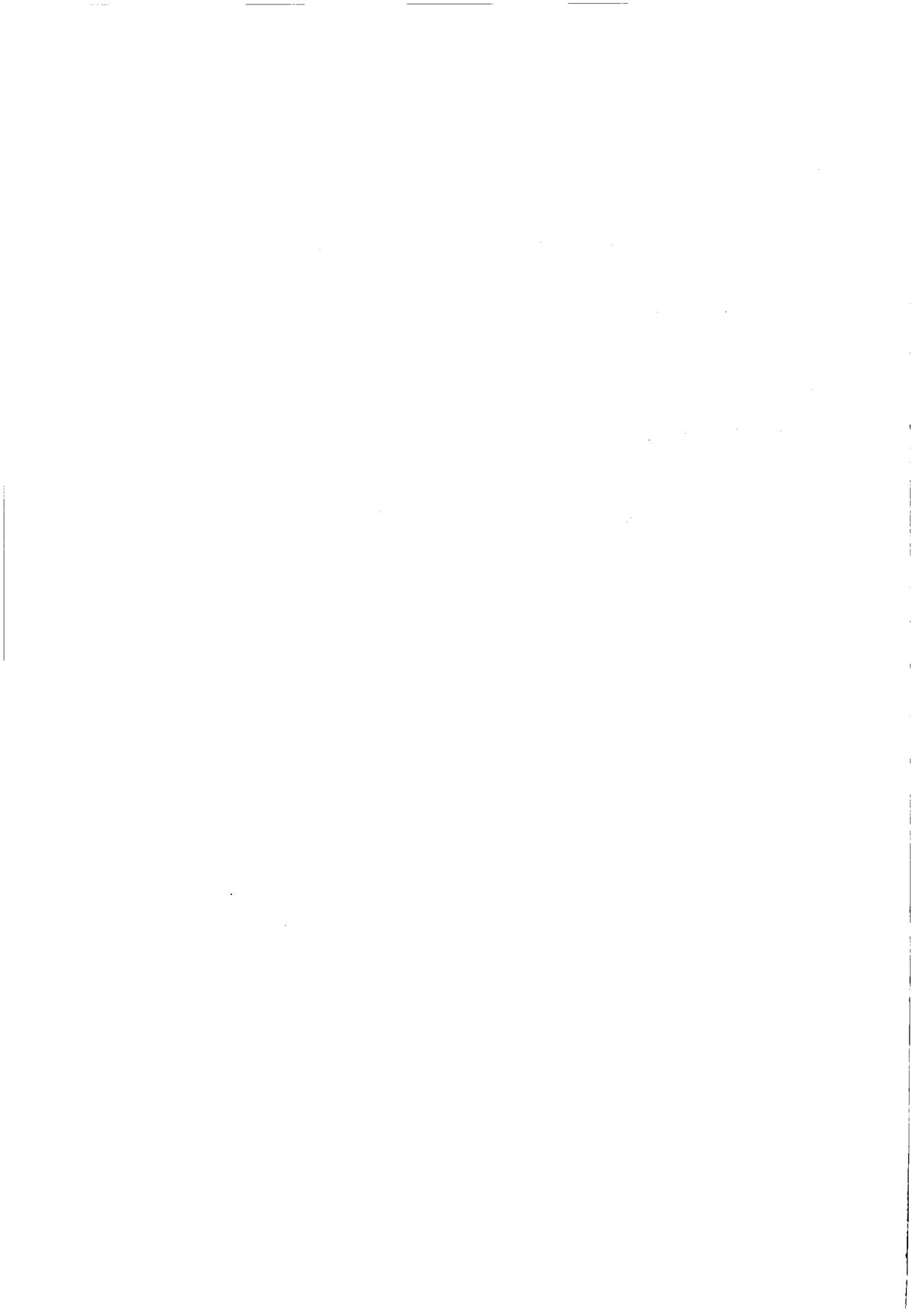
$$B_{21} = \alpha_3 + (1-\theta) [\alpha_4(i) - \alpha_8(i) + \alpha_{11}(i)]$$

$$B_{22} = -(1-\theta) [\alpha_4(i) \alpha_5(i) + \alpha_6 - \alpha_8(i) \alpha_9(i) \alpha_{10}(i) + 2 \alpha_{11}(i) \alpha_5(i)]$$

$$B_{23} = \alpha_3 - (1-\theta) [\alpha_4(j) + \alpha_8(j) - \alpha_{11}(j)]$$

$$B_{24} = (1-\theta) [\alpha_4(j) \alpha_5(j) - \alpha_7 + \alpha_8(j) \alpha_9(j) \alpha_{10}(j) - 2 \alpha_{11}(j) \alpha_5(j)]$$

$$C_2 = \frac{k}{2} \left(q_{ie} \frac{Q_{ie}}{S_{ie}} + q_{je} \frac{Q_{je}}{S_{je}} \right) - \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{Q_{je}^2}{S_{je}} - \frac{Q_{ie}^2}{S_{ie}} \right] - \frac{g}{2 \Delta x} (S_{ie} + S_{je}) (z_{je} - z_{ie}) \\ - \frac{g}{2} (S_{ie} J_{ie} + S_{je} J_{je})$$



CHAPITRE III :

ANALYSE DU MODELE

III.1. CHOIX DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE	89
III.2. REPRESENTATION DE LA PROPAGATION D'ONDES.....	91
III.2.1. Modes propres réels.....	91
III.2.1.1. Problème de Cauchy.....	91
III.2.1.2. Problème aux conditions aux limites	93
III.2.2. Modes propres modélisés	94
III.2.3. Exemple	95
III.2.4. Conclusion	99
III.3. REPRESENTATION DU TRANSPORT DE MATIERE.....	101
III.3.1. Modèle d'Hayami	101
III.3.2. Analyse fréquentielle du modèle d'Hayami	102
III.3.3. Modèle du second ordre.....	103
III.3.4. Exemples	106
III.3.4.1. Exemple 1.....	108
III.3.4.2. Exemple 2.....	109
III.3.4.3. Exemple 3.....	110
III.3.4.4. Exemple 4.....	111
III.3.5. Conclusion	112
III.4. CONCLUSION.....	113



III.1. CHOIX DE LA PERIODE D'ECHANTILLONNAGE

La modélisation du système, par discrétisation des équations de Saint-Venant selon un schéma implicite de Preissmann, fait intervenir un pas de temps de discrétisation Δt . De manière plus générale, l'automaticien appelle "pas d'échantillonnage" le pas de temps auquel les variables du processus sont considérées, quelle que soit la méthode utilisée pour le modéliser (par identification ou à partir des équations physiques modélisant le processus). Nous le notons T_e par la suite ($T_e = \Delta t$), pour lui rendre sa signification générale. Nous avons vu que la stabilité du schéma implicite de Preissmann n'est pas soumise à une condition de Courant (une telle condition existe pour les schémas explicites et implique une contrainte sur le pas d'échantillonnage). Cependant, ce pas de temps d'échantillonnage ne peut pas être choisi au hasard, et la qualité du modèle en dépend directement.

Ainsi, lorsque la période d'échantillonnage tend vers 0 (sous-échantillonnage), la matrice dynamique A_s tend vers l'identité, rendant la modélisation impropre. A l'opposé, lorsque la période d'échantillonnage devient très grande (sur-échantillonnage), les phénomènes physiques rapides ne sont plus correctement reproduits par le modèle. Le choix de la période d'échantillonnage est donc très important pour obtenir une modélisation et une commande de bonnes qualités. Larminat (1993, p. 191) indique même que pour les commandes à temps minimum ou à temps fini cette période est le paramètre de synthèse primordial.

Le théorème de Shannon (Aström et al. 1990, p. 37) est couramment utilisé en traitement du signal et dans le cadre de la commande des systèmes, pour évaluer ce pas de temps d'échantillonnage. Ce théorème indique que, pour pouvoir reconstituer un signal continu à partir de la séquence discrétisée, il faut que la fréquence d'échantillonnage soit strictement supérieure au double de la fréquence maximum à transmettre. Cette limite est une limite théorique. Dans la pratique il faut choisir une fréquence d'échantillonnage plus grande (Landau 1988).

Plusieurs règles pratiques de choix de la période d'échantillonnage sont dérivées de ce théorème :

- La fréquence d'échantillonnage d'un système doit être entre 6 et 25 fois la bande passante du système en boucle fermée (Landau 1988, p. 46).
- Cette règle s'applique également en boucle ouverte lorsqu'on souhaite déterminer la fréquence d'échantillonnage d'identification et de modélisation d'un procédé. Dans ce cas, on considère la bande passante du procédé (Landau 1988, p. 47).
- Si le procédé est du premier ordre, la fréquence d'échantillonnage doit être comprise entre 2 et 9 fois le temps de montée d'une réponse à un échelon (Landau 1988, p. 48). Aström et al. (1990, p. 37) propose entre 4 à 10 fois ce temps.

- Si le procédé est du second ordre, de pulsation propre w_n alors la période d'échantillonnage T_e doit vérifier $0.25 < w_n \cdot T_e < 1.5$ (Landau 1988, p. 49).

Même si ce théorème est parfois cité par certains auteurs, dans le cadre de la commande automatique des canaux d'irrigation (Chevereau 1991, p. 80, Deltour 1992, p. 74), son utilisation est rarement très détaillée. Ceci est probablement lié au fait que pour appliquer le théorème de Shannon, il faut disposer de données sur le modèle (bande passante, réponse à un échelon, etc.). Or, ces données sont difficilement mesurables sur un canal, voire inaccessibles si le canal n'est pas encore réalisé. Il est cependant possible d'effectuer une étude théorique du comportement du système à partir des équations régissant le processus. En effet, même si les équations de Saint-Venant sont trop compliquées pour être étudiées directement, des hypothèses simplificatrices peuvent conduire à des modèles simplifiés plus facilement analysables.

Dans les chapitres qui suivent nous étudions deux modèles simplifiés différents. Un premier modèle obtenu pour des canaux à pente et vitesse nulles (ou très faibles), pour lesquels les phénomènes de propagation d'onde sont prédominants. Un second modèle obtenu pour des canaux à pente plus forte, et débit non nul, pour lesquels le transport de matière est un phénomène prédominant.

Remarque :

On pourrait envisager de choisir un pas d'échantillonnage T_e (pour la commande) différent du pas de temps de discrétisation Δt (pour la modélisation). Nous n'avons pas étudié cette possibilité pour 3 raisons principales :

- *le schéma implicite de Preissmann autorise des pas de temps Δt suffisamment grands pour être compatibles avec une commande réelle, sans sollicitation excessive des actionneurs. Ceci n'aurait pas été le cas si nous avions retenu un schéma de discrétisation explicite.*
- *l'optimalité de la commande (au sens de la Commande Optimale LQR) n'est, a priori, plus garantie lorsque l'on utilise $T_e \neq \Delta t$. Cette raison peut être relativisée dans la mesure où des hypothèses simplificatrices seront effectuées, altérant le caractère optimal de la commande obtenue.*
- *à notre connaissance, peu de travaux ont été réalisés sur ce sujet.*

III.2. REPRESENTATION DE LA PROPAGATION D'ONDES

III.2.1. Modes propres réels

Les modes propres réels de vibration (appelés également modes naturels ou modes normaux) ne peuvent pas être calculés dans le cas général des équations complètes de Saint-Venant. Cependant, ils peuvent être calculés pour des cas simples, par exemple pour un canal rectangulaire, horizontal, sans frottements ni infiltrations. En effet, dans ce cas, les équations de Saint-Venant s'écrivent :

$$\frac{\partial z}{\partial t} + z \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

Le canal étant horizontal, on prend comme référence $z_f = 0$, donc $y = z$. Si l'on considère une perturbation élémentaire autour d'un régime permanent d'équilibre (e), alors :

$$z = z_e + \delta z$$

$$V = V_e + \delta V$$

Si l'on suppose $V_e = 0$ (canal à débit nul), alors en éliminant les termes du second ordre, on obtient les équations :

$$\frac{\partial \delta z}{\partial t} + z_e \frac{\partial \delta V}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \delta V}{\partial t} + g \frac{\partial \delta z}{\partial x} = 0$$

Nous sommes donc amenés à étudier les équations aux dérivées partielles hyperboliques linéaires du premier ordre de la forme :

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial t} + z_e \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} + g \frac{\partial \tilde{z}}{\partial x} = 0$$

(22)

avec $\tilde{z} = \delta z$ et $\tilde{V} = \delta V$.

Pour simplifier les notations, nous notons par la suite $z = \tilde{z}$ et $V = \tilde{V}$.

III.2.1.1. Problème de Cauchy

Cherchons des solutions au problème de Cauchy (Lions 1984) pour les équations (22), c'est à dire aux conditions initiales données $z_{t=0}$ et $V_{t=0}$, et sans conditions aux limites. Il existe de nombreuses études de ces équations de Saint-Venant simplifiées basées sur l'analyse de Fourier (Preissmann 1965, Cunge 1966, reprises dans Mahmood et al. 1975, Cunge et al.

1980). On y considère la propagation d'une onde sinusoïdale de la forme élémentaire suivante :

$$z = z^* \cdot e^{i(\alpha x + \beta t)} \quad (23)$$

$$V = V^* \cdot e^{i(\alpha x + \beta t)}$$

où α est réel, lié au nombre d'onde k , ou, de manière équivalente, à la longueur d'onde λ par : $\alpha = \pm 2k\pi = \pm \frac{2\pi}{\lambda}$ et β un nombre complexe.

Les solutions physiques réelles de z et V sont obtenues en prenant les parties réelles des expressions (23). Les équations (22) étant linéaires, toute combinaison linéaire de solutions particulières, en particulier de la forme (23), est également solution. Inversement toute fonction dérivable périodique peut être décomposée en série de Fourier, sur une base de composantes de Fourier de la forme (23). Une fonction est solution des équations (22) si toutes ses composantes de Fourier sont solutions. L'étude des composantes de Fourier (23) est donc d'une portée générale. Les coefficients du développement de Fourier d'une solution sont calculés à partir des conditions initiales.

En dérivant et en combinant les équations (22) on obtient les équations classiques dites de la corde vibrante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{avec } c = \sqrt{g z_e}$$

Pour que les fonctions (23) soient solutions non nulles de (22) ou (24), il faut que $\beta = \pm c \alpha$. On en déduit deux remarques importantes :

- β est réel, donc l'onde sinusoïdale n'est ni amortie, ni amplifiée au cours du temps,
- la célérité de l'onde $\frac{\beta}{\alpha} = \pm c = \pm \sqrt{g z_e}$ est indépendante de α donc indépendante de la longueur d'onde λ .

Les équations (22) donnent alors $z = -\sqrt{\frac{z_e}{g}} V$.

Les fonctions de la forme (23) solutions de (22) peuvent donc s'écrire :

$$\begin{aligned} z &= z^* \cdot e^{i\alpha(x \pm ct)} \\ V &= V^* \cdot e^{i\alpha(x \pm ct)} \end{aligned} \quad (25)$$

$$\text{avec } z^* = -\sqrt{\frac{z_e}{g}} V^*$$

Le problème de Cauchy reste assez théorique. Dans la réalité, les solutions de (22) doivent vérifier des conditions aux limites données. Le problème considéré est alors appelé "problème aux conditions aux limites".

III.2.1.2. Problème aux conditions aux limites

Soit le cas particulier d'un bief fermé aux deux extrémités avec les conditions aux limites $V_{x=0} = V_{x=L} = 0$. On montre alors (Spiegel 1987, p. 48) que les solutions sont de la forme :

$$V = \frac{V^*}{2i} (e^{i\alpha(x+ct)} - e^{-i\alpha(x-ct)}) = V^* \sin(\alpha x) e^{i\alpha ct} \quad (26)$$

combinaison linéaire d'ondes élémentaires de la forme (25). La solution physique est obtenue en prenant la partie réelle V_r de (26), soit :

$$V_r = V^* \sin(\alpha x) \cos(\alpha ct)$$

Les conditions aux limites $V_{x=0} = V_{x=L} = 0$, impliquent que $\alpha = \pm \frac{n\pi}{L}$, avec n entier.

Donc :

$$V_r = V^* \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) \quad (27)$$

On trouve alors à partir de (22) :

$$z_r = \sqrt{\frac{z_e}{g}} V^* \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) + z_0 \quad (28)$$

où z_0 est une constante. On retrouve donc les modes propres de vibration de la corde vibrante (Spiegel 1987, p. 48) :

$$2\pi f_n = \frac{n\pi c}{L}, \text{ où } f_n \text{ est la fréquence du } n^{\text{ième}} \text{ mode propre (n entier).}$$

Les longueurs d'onde associées sont $\lambda = \frac{2L}{n}$

Un mode, dit fondamental, de fréquence f_1 apparaît donc ainsi que ses harmoniques. L'évolution de z et V au cours d'un pas de temps Δt est donnée par :

$$z^+ = e^{in\pi c\Delta t/L} z$$

$$V^+ = e^{in\pi c\Delta t/L} V$$

Il existe donc une infinité de valeurs propres de la forme $e^{in\pi c\Delta t/L}$, correspondant à une infinité d'harmoniques.

III.2.2. Modes propres modélisés

Nous souhaitons comparer les modes propres réels, obtenus précédemment, à ceux obtenus numériquement grâce au schéma de Preissmann. On considère alors une solution numérique de la forme :

$$z = z^* \cdot e^{i(\alpha m \Delta x + \beta n \Delta t)} \quad (29)$$

$$V = V^* \cdot e^{i(\alpha m \Delta x + \beta n \Delta t)}$$

où n et m sont des entiers.

Preissmann 1965, Cunge 1966, reprises dans Mahmood et al. 1975, et Cunge et al. 1980 montrent que :

- Pour $0.5 < \theta \leq 1$, un amortissement artificiel est introduit au cours du temps. Par conséquent, le schéma est stable, mais la solution numérique est amortie. D'autre part la célérité des ondes n'est plus constante : la solution numérique subit un phénomène de dispersion. Les ondes sont d'autant mieux reproduites que le nombre de Courant est proche de 1 et que $\alpha \cdot \Delta x = \frac{n\pi\Delta x}{L}$ est petit (Preissmann 1965, Cunge 1966, Mahmood et al. 1975, p. 161). Par conséquent, les harmoniques de grande longueur d'onde (n petit donc $\lambda = \frac{2L}{n}$ grand) sont assez bien reproduites. Par contre, les harmoniques de longueur d'onde courte (n grand donc $\lambda = \frac{2L}{n}$ petit) sont mal reproduites, d'autant plus que le nombre de Courant C_r est grand.
- Pour $\theta = 0.5$, le schéma de Preissmann n'introduit ni amplification, ni amortissement artificiel de la solution au cours du temps.

Si le nombre de courant $C_r = \frac{\Delta t (V_e + c)}{\Delta x} = \frac{\Delta t c}{\Delta x} = 1$, alors la célérité des ondes est parfaitement reproduite, quelles que soient leurs longueurs d'onde. Sous ces deux conditions, la solution numérique est parfaitement exacte, et ce sans attendre que Δx et Δt tendent vers 0. Cependant, il est contraignant d'avoir un nombre de Courant égal à 1. Dans la pratique on préférera prendre des pas de temps assez grands, donc des nombres de Courant supérieurs à 1.

Si $C_r \neq 1$, alors la célérité des ondes n'est plus constante : la solution numérique subit un phénomène de dispersion. La modification des vitesses de propagation de certaines harmoniques fait apparaître des oscillations numériques. Il est conseillé de prendre un coefficient $\theta > 0.5$, ce qui amortit numériquement ces oscillations parasites. Un bon compromis est $\theta = 0.6$.

En conclusion, ces études montrent que les modes propres, liés aux célérités des ondes de la forme (29), ne sont reproduits correctement, sans atténuation ni amplification, que dans le cas $\theta = 0.5$ et $C_r = 1$. Pour $\theta > 0.5$ et $C_r > 1$, les grandes longueurs d'onde sont encore bien reproduites. Un nombre de Courant élevé permettra d'utiliser un pas de temps Δt grand. Les pas de temps Δt et d'espace Δx peuvent être ajustés en fonction du nombre d'harmoniques que l'on veut modéliser correctement et suivant la précision désirée.

Dans un cas général (canal pentu avec frottements et vitesse non nulle), la diffusion introduite par le schéma numérique ($\theta > 0.5$) peut devenir négligeable par rapport à la diffusion réelle.

III.2.3. Exemple

Considérons un canal ayant les caractéristiques suivantes :

- section rectangulaire de largeur $\ell = 10$ m,
- pente $I = 0$,
- longueur $L = 2700$ m,
- débit $Q_e = 0$,
- cote $z_e = 0.11$ m.

avec les conditions aux limites $V_{x=0} = V_{x=L} = 0$.

Alors $c = 1$ ms⁻¹. Pour un pas d'espace $\Delta x = 180$ m, on obtient 16 sections de calcul. Selon les notations de l'équation (2) on obtient un vecteur d'état X de dimension 32. La matrice dynamique A définie par (21) dispose de 32 valeurs propres. Parmi celles-ci, 2 proviennent des conditions aux limites. Elles sont égales au λ des équations (12) et (19a). Le choix de λ est ici sans importance car le modèle n'est pas utilisé en commande. Nous avons choisi pour simplifier $\lambda = 0$. Les autres valeurs propres proviennent des différentes harmoniques et sont théoriquement de la forme $e^{in\pi c\Delta t/L}$

Pour un nombre de Courant $C_r = 1$ ($\Delta t = 3$ mn) et $\theta = 0.5$, les 32 valeurs propres sont parfaitement reproduites (Figure 20).

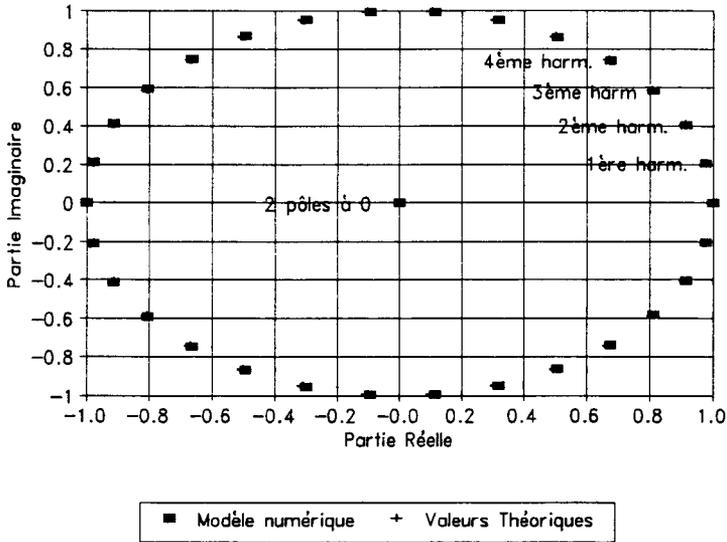


Figure 20. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $C_r = 1$)

Pour $C_r = 1$ et $0.5 \leq \theta \leq 0.9$ (Figures 21) ces valeurs propres rentrent à l'intérieur du cercle unité (amortissement) et se décalent vers la droite (ralentissement de la célérité des harmoniques d'autant plus important que leur longueur d'onde est courte, c'est à dire que n est grand).

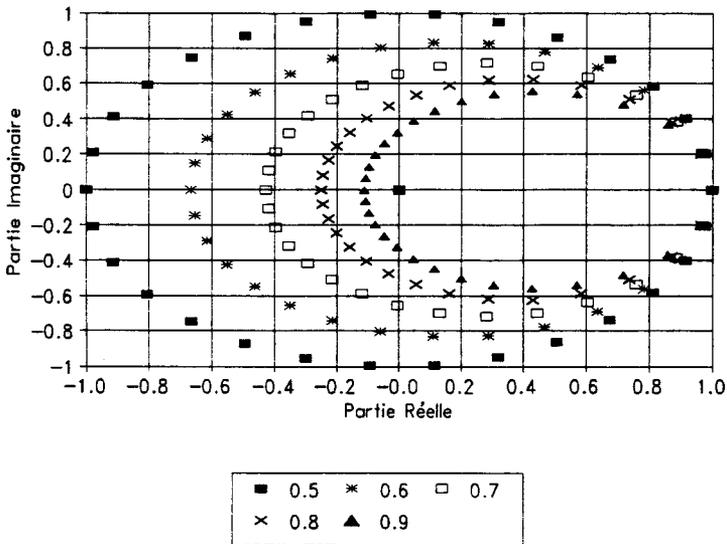


Figure 21. Valeurs propres de la matrice A ($0.5 \leq \theta \leq 0.9$ et $C_r = 1$)

Les résultats pour $\theta = 0.5$ et différents nombres de Courant sont présentés sur les figures 22 à 25. On remarque que :

- pour $C_r = 0.33$ ($\Delta t = 1$ mn), les 4 premières harmoniques sont parfaitement reproduites (Figure 22). Par contre, de nombreuses harmoniques de longueurs d'ondes plus courtes ne sont pas reproduites.

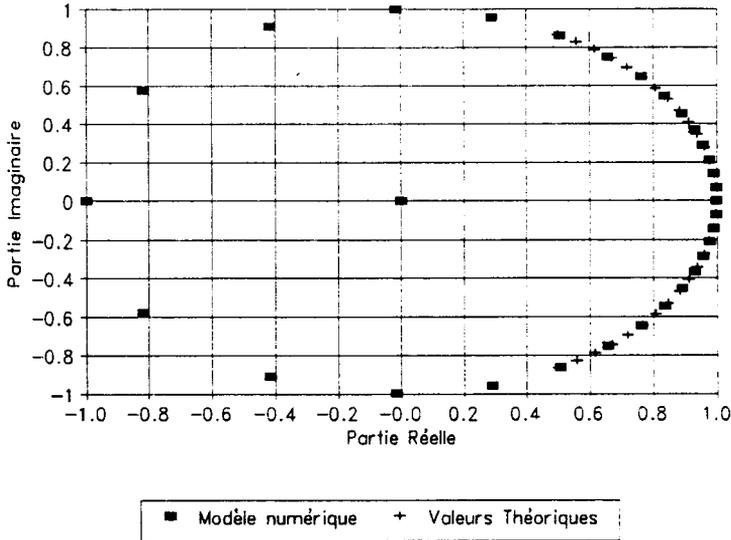


Figure 22. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $C_r = 0.33$)

- pour $C_r = 1$ ($\Delta t = 3$ mn), toutes les harmoniques sont parfaitement reproduites, à la précision de calcul près (Figure 20).

- pour $C_r = 1.67$ ($\Delta t = 5$ mn), les 2 premières harmoniques sont très correctement reproduites (Figure 23). Par contre, les harmoniques de longueurs d'ondes plus courtes sont ralenties et des harmoniques de longueurs d'ondes courtes sont créés artificiellement.

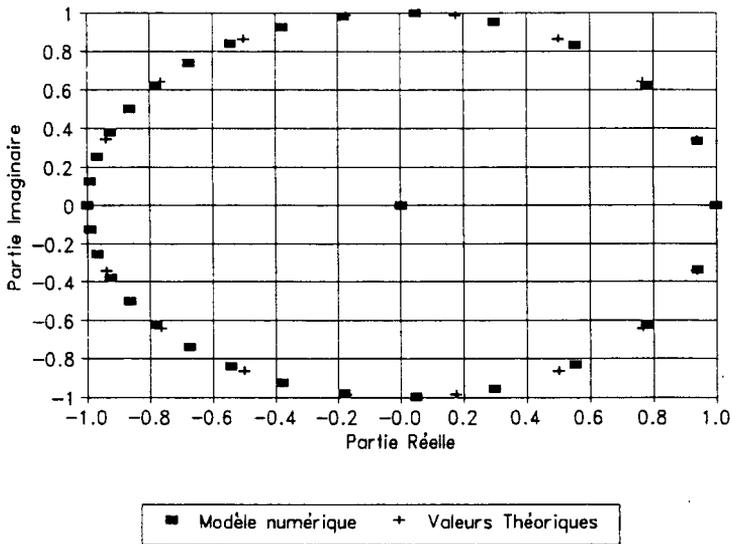


Figure 23. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $C_r = 1.67$)

- pour $C_r = 3.33$ ($\Delta t = 10$ mn), la première harmonique est très correctement reproduite (Figure 24). Les harmoniques de longueurs d'ondes plus courtes sont ralenties et des harmoniques de longueurs d'ondes courtes sont créés artificiellement.

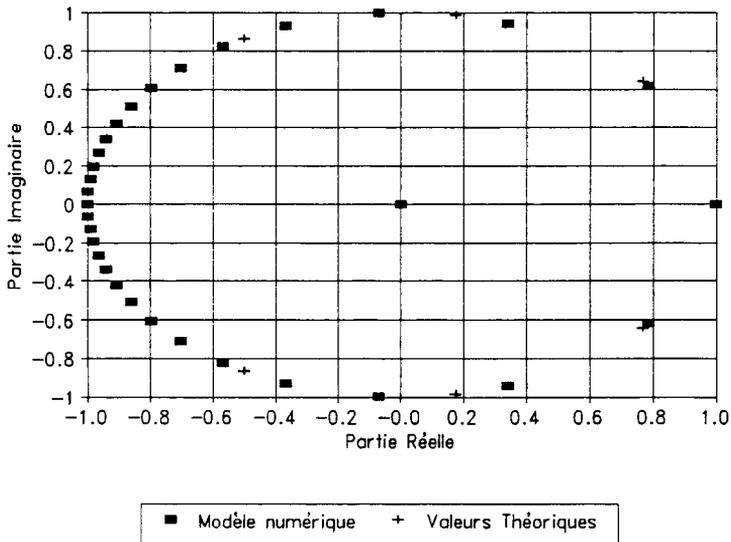


Figure 24. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $C_r = 3.33$)

- pour $C_r = 10$ ($\Delta t = 30$ mn), les erreurs sont très importantes (Figure 25).

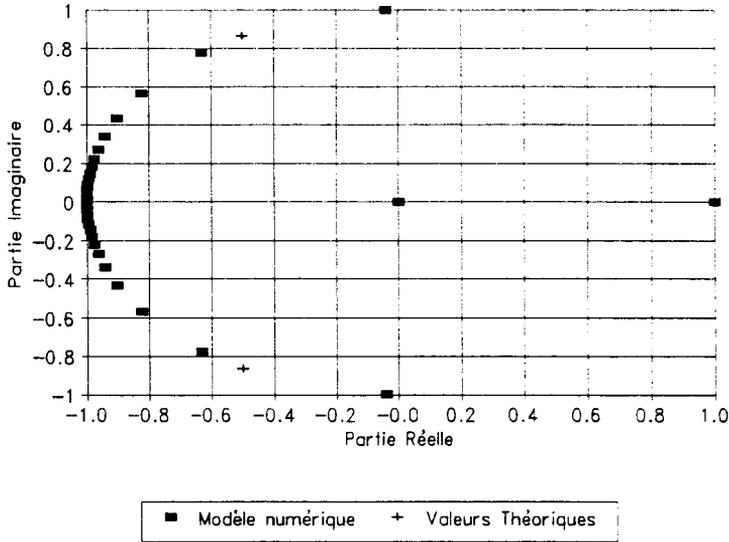


Figure 25. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $C_r = 10$)

III.2.4. Conclusion

Les résultats numériques confirment l'existence des phénomènes de diffusion prévus (dissipation et dispersion). Dans le cadre d'une application particulière (sous respect de la vérification des hypothèses faites), on peut déterminer le pas de temps Δt maximum permettant de reproduire correctement le mode fondamental. Ce mode fondamental correspond aux aller-retour d'une onde sur le bief avec réflexion sur les conditions aux limites amont et aval. Les modes d'ordres supérieurs représenteraient les réflexions de ces ondes entre elles, à l'intérieur même du bief. On fait l'hypothèse que la modélisation des modes suivants n'est pas essentielle. Ceci permet d'utiliser des nombres de Courant grands devant 1. Dans l'exemple présenté, on trouve que $\Delta t = 10$ mn ($C_r = 3.33$) permet de reproduire correctement le mode fondamental.

On peut rapprocher ce résultat du théorème de Shannon. Le temps caractéristique (la période) du phénomène physique concerné par la propagation d'une onde sur un bief de longueur L est le temps que cette onde met à effectuer un aller-retour sur le bief, entre les conditions limites amont et aval. Ce temps est :

$$T_c = \frac{L}{|V_e - c|} + \frac{L}{V_e + c}$$

Dans l'exemple ci-dessus on trouve :

$$T_c = \frac{2L}{c} = 5400 \text{ s} = 90 \text{ mn} \quad (V_e = 0 \text{ ms}^{-1} \text{ et } c = 1 \text{ ms}^{-1})$$

On remarque que la période d'échantillonnage de 10 mn, trouvée comme représentant très correctement le mode fondamental est le 1/9 du temps caractéristique correspondant. Par contre, la période d'échantillonnage de 30 mn ($1/3$ de T_c) semblait une limite à ne pas dépasser. La règle de Shannon des $1/9$ à $1/4$ semble donc trouver son sens ici. De manière pratique, la période d'échantillonnage T_e peut alors se calculer à partir du temps T_c , facile à évaluer ($T_e \in [\frac{T_c}{9}, \frac{T_c}{4}]$, avec $T_c = \frac{L}{|V_e - c|} + \frac{L}{V_e + c}$). On sait alors que le mode oscillatoire fondamental du système sera correctement reproduit. Nous supposons (sans démonstration) que cette propriété reste vraie dans le cas d'un canal de pente I et de vitesse V_e non nulles.

Cette étude a été menée dans le cas particulier d'un canal horizontal, sans frottement, à vitesse nulle. Dans ce cas, le phénomène physique de réflexion d'ondes entre les conditions aux limites est effectivement le phénomène physique prédominant. Dans un cas moins trivial, un autre phénomène physique est présent : le transfert de matière de l'amont vers l'aval. Nous étudions ce phénomène dans le chapitre suivant.

III.3. REPRESENTATION DU TRANSPORT DE MATIERE

III.3.1. Modèle d'Hayami

Lorsque les débits latéraux sont nuls et que le terme de mise en vitesse de l'eau $\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x}$ est négligeable devant les variations du tirant d'eau y , les équations de Saint-Venant peuvent être simplifiées et conduire à :

$$L \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = I - J \quad (31)$$

Ce modèle simplifié est appelé modèle de l'onde diffusante (Pochat 1989). En combinant ces deux équations, on obtient l'équation suivante, appelée équation de transport-diffusion :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \Theta \frac{\partial Q}{\partial x} - E \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (32)$$

avec :

$$E = \frac{1}{L \frac{\partial J}{\partial Q}} \quad (33)$$

$$\Theta = \frac{1}{L^2 \frac{\partial J}{\partial Q}} \left(\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial(L(I-J))}{\partial y} \right) \quad (34)$$

Lorsque E et Θ sont supposés constants, le modèle obtenu devient linéaire. Il est appelé modèle d'Hayami. Cette dernière hypothèse est vérifiée lorsque la gamme des valeurs du débit est assez réduite (Malaterre 1989, p. 71). Le modèle d'Hayami limite l'étude des phénomènes hydrauliques au seul transport de matière, considérant les phénomènes de mise en vitesse de l'eau ou des ondes de pression comme secondaires (Rey 1990, p. 13)

Dans le cas d'un canal au régime uniforme, on trouve facilement en dérivant l'équation de Manning-Strickler (7) :

$$\bullet \quad \frac{\partial J}{\partial Q} = \frac{2J}{Q}$$

Si le canal est en outre à section constante trapézoïdale de largeur au fond l et de fruit f , alors :

$$\bullet \quad \frac{\partial J}{\partial y} = \frac{-2J}{3Sy} (3S + 5fy^2 + 2lR)$$

- $L = l + 2fy$

Donc :

$$E = \frac{Q}{2LJ} \quad (35)$$

$$\Theta = \frac{V}{3yL} (3S + 5fy^2 + 2tR) \quad (36)$$

Dans le cas particulier d'une section rectangulaire ($f = 0$), ces expressions se simplifient en :

- $\frac{\partial J}{\partial y} = \frac{-J}{3Sy} (6S + 4tR) = \frac{-2J}{y^2} (y + \frac{2}{3} R)$

$$E = \frac{Q}{2tJ} \quad (37)$$

$$\Theta = V(1 + \frac{2R}{3y}) \quad (38)$$

La transformée de Laplace de l'équation d'Hayami (32) conduit à la fonction de transfert :

$$FT_1(p) = \exp\left(\frac{\Theta - \sqrt{\Theta^2 + 4Ep}}{2E} L\right)$$

Cette fonction de transfert, bien que d'une expression assez simple, est d'un ordre infini. Elle est moins bien connue que les fonctions de transfert du premier ou du second ordre, largement étudiées dans la littérature (Larminat 1993). Dans les deux chapitres suivants, nous proposons deux approches d'étude de cette fonction de transfert : soit par analyse fréquentielle directe (Chapitre III.3.2.), soit par identification à une fonction de transfert du second ordre (Chapitre III.3.3.), lorsque cela est possible.

III.3.2. Analyse fréquentielle du modèle d'Hayami

L'analyse fréquentielle de la fonction de transfert d'Hayami FT_1 :

$$FT_1(p) = \exp\left(\frac{\Theta - \sqrt{\Theta^2 + 4Ep}}{2E} L\right)$$

est faite par étude du module (appelé gain en fréquence) et de l'argument (appelé déphasage) du nombre complexe $FT_1(iw)$, pour une fréquence w quelconque (Larminat 1993, p. 31).

$$FT_1(iw) = \exp\left(\frac{\Theta - \sqrt{\Theta^2 + 4Eiw}}{2E} L\right) = \exp\frac{\Theta L}{2E} \exp\frac{-L}{2E} \sqrt{\Theta^2 + 4Eiw}$$

Ecrivons $\Theta^2 + 4Eiw = \rho e^{i\phi}$

$$\text{avec } \rho = \sqrt{\Theta^4 + 16E^2w^2} \text{ et } \tan \phi = \frac{4Ew}{\Theta^2}$$

Alors :

$$FT_1(iw) = \exp \frac{\Theta L}{2E} \exp \left(\frac{-L}{2E} \sqrt{\rho} e^{i\phi/2} \right) = \exp \frac{\Theta L}{2E} \exp \left(\frac{-L\sqrt{\rho}}{2E} \cos \phi/2 \right) \exp \left(-i \frac{L\sqrt{\rho}}{2E} \sin \phi/2 \right)$$

Le gain en fréquence $a(w)$ et le déphasage $\varphi(w)$ sont donc donnés par :

$$a(w) = \exp \frac{L}{2E} (\Theta - \sqrt{\rho} \cos \phi/2) \quad (39)$$

$$\varphi(w) = - \frac{L\sqrt{\rho}}{2E} \sin \phi/2 \quad (40)$$

Le gain en fréquence $a(w)$ est souvent exprimé en décibels (dB), soit :

$$a(w)_{dB} = 20 \log_{10} a(w) = \frac{20 L}{2E \text{ Log}10} (\Theta - \sqrt{\rho} \cos \phi/2) = 4.343 \frac{L}{E} (\Theta - \sqrt{\rho} \cos \phi/2)$$

Remarque :

Le calcul de $a(w)$ et de $\varphi(w)$ est facilité en utilisant les formules trigonométriques :

$$\sin \phi/2 = \sqrt{\frac{1 - \cos \phi}{2}}$$

$$\cos \phi/2 = \sqrt{\frac{1 + \cos \phi}{2}}$$

$$\text{et } \cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \phi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{16E^2w^2}{\Theta^4}}}$$

Les formules (39) et (40) permettent d'étudier et de représenter la réponse fréquentielle de la fonction de transfert d'Hayami dans le plan de Bode. Elle permettent ainsi de déterminer la bande passante du procédé, c'est à dire la fréquence w telle que $a(w)_{dB} = -3$ dB. Cette bande passante peut, à son tour, être utilisée pour déterminer la période d'échantillonnage nécessaire du processus par application du théorème de Shannon. Nous illustrerons cette méthode sur 4 exemples au chapitre III.3.4.

III.3.3. Modèle du second ordre

Nous avons présenté, au chapitre précédent, une méthode systématique pour évaluer la période d'échantillonnage nécessaire, à partir de l'analyse fréquentielle de la fonction de transfert du modèle d'Hayami du bief. Une variante, basée sur l'approximation de la fonction de transfert d'Hayami par une fonction de transfert du second ordre avec retard peut également être envisagée. Cette approximation est fréquemment suggérée dans la littérature (Piquereau 1982, Malaterre 1989, p. 75, Rey 1990). Comme toute approximation, cette méthode présente l'inconvénient de dégrader la représentation du processus. Nous verrons également que cette approximation n'est satisfaisante que dans le

cas de biefs relativement longs (Malaterre 1993). Par contre, elle présente l'avantage de se ramener à une fonction de transfert du second ordre avec retard, bien connue des automaticiens :

$$FT_2(p) = \frac{e^{-rP}}{1 + S.p + P.p^2}$$

Remarque : il ne faut pas confondre le paramètre S introduit ci-dessus avec la section mouillée S d'un écoulement.

La pulsation propre w_n (ou pulsation nominale) et le coefficient d'amortissement ξ de cette fonction de transfert sont donnés par :

$$w_n = \frac{1}{\sqrt{P}}$$

$$\xi = \frac{S}{2\sqrt{P}}$$

Avec ces notations normalisées, la fonction de transfert s'écrit sous la forme classique :

$$FT_2(p) = \frac{w_n^2 e^{-rP}}{p^2 + 2\xi w_n p + w_n^2}$$

Rey (1990) propose une méthode analytique de détermination des coefficients de la fonction de transfert du second ordre par identification des trois premiers moments des réponses impulsionnelles des 2 modèles (Hayami et second ordre). L'égalité des premiers moments donne :

$$r + S = \frac{L}{\Theta}$$

L'égalité des deuxièmes et troisièmes moments centrés donne :

$$S^2 - 2P = \frac{2LE}{\Theta^3}$$

$$S^3 - 3PS = \frac{6LE^2}{\Theta^5}$$

La résolution de ce système de 3 équations à 3 inconnues conduit aux relations suivantes (Rey 1990, p. 18) :

$$\bullet \quad S = (-b + \sqrt{\Delta})^{1/3} + (-b - \sqrt{\Delta})^{1/3} \quad (41)$$

$$\bullet \quad P = -6L \frac{E^2}{S\Theta^5} + 2L \frac{E}{\Theta^3} \quad (42)$$

$$\bullet \quad r = \frac{L}{\Theta} - S \quad (43)$$

où :

- $b = 6L \frac{E^2}{\Theta^5}$
- $\Delta = (6L \frac{E^2}{\Theta^5})^2 - (2L \frac{E}{\Theta^3})^3 = 4L^2 \frac{E^3}{\Theta^9} (9 \frac{E}{\Theta} - 2L)$

Cependant, ces formules ne sont utilisables telles que, que dans le cas $\Delta \geq 0$, soit $\frac{E}{\Theta} \geq \frac{2L}{9}$

On propose de définir le coefficient adimensionnel $C_M = \frac{2\Theta L}{9E}$

Remarque :

Dans le cas d'un bief de section trapézoïdale, nous avons :

$$C_M = \frac{4LJ}{27yS} (3S + 5fy^2 + 2lR)$$

où S représente, exceptionnellement dans ce paragraphe, la section mouillée de l'écoulement, et non pas le paramètre S du second ordre.

Dans le cas d'un bief de section rectangulaire ($f = 0$), nous avons :

$$C_M = \frac{4LJ}{27y^2} (3y + 2R)$$

1^{er} cas : $C_M \leq 1$

Ce cas correspond à des biefs relativement courts. On remarque alors que cela conduit à un paramètre S négatif, correspondant lui même à un paramètre ξ négatif et par conséquent à une fonction de transfert instable (Landau 1988, p. 26). Une étude détaillée (Malaterre 1993), montre que dans ce cas, il est effectivement impossible d'obtenir une fonction de transfert stable du second ordre avec retard telle que les 3 premiers moments de sa réponse impulsionnelle soient identiques à ceux obtenus avec la fonction de transfert d'Hayami. On peut tenter de continuer à utiliser une méthode d'identification des moments, mais en limitant l'identification aux deux premiers moments et en minimisant l'écart sur le troisième moment. Dans certains cas, il faut même limiter l'identification au premier moment. Cependant, la représentation du second ordre sera assez éloignée de celle d'Hayami.

En conclusion, on peut dire que l'identification entre le modèle d'Hayami et un modèle du second ordre avec retard est peu satisfaisante dans le cas $C_M \leq 1$.

2^{ème} cas : $C_M \geq 1$

Nous établissons ici les formules correspondant au cas $\Delta < 0$. En effet :

$$-b \pm \sqrt{\Delta} \text{ devient } -b \pm i\sqrt{|\Delta|} = \rho e^{\pm i\phi} \text{ avec } \rho = \sqrt{b^2 + |\Delta|} \text{ et } \phi = \frac{\pi}{2} + \text{arctg} \frac{b}{\sqrt{|\Delta|}}$$

Donc :

$$\bullet \quad S = \rho^{1/3} e^{i\phi/3} + \rho^{1/3} e^{-i\phi/3} = 2\rho^{1/3} \cos(\phi/3) \quad (44)$$

- P et r sont inchangés.

On vérifie que ces paramètres S, P et r conduisent à une fonction de transfert du second ordre avec retard, qui est stable et qui vérifie les conditions imposées sur les trois premiers moments de sa réponse impulsionnelle (égalité avec ceux d'Hayami). L'identification peut alors être considérée comme étant satisfaisante.

Conclusion

Dans le cas des biefs relativement longs ($C_M \geq 1$), il est possible d'approximer correctement la fonction de transfert d'Hayami par une fonction de transfert du second ordre avec retard. Cette fonction de transfert peut alors être utilisée pour déterminer la période d'échantillonnage du processus, par application du théorème de Shannon (Cf. p. 90). Nous illustrerons cette méthode sur 2 des 4 exemples présentés au chapitre III.3.4.. Nous comparerons les résultats obtenus avec ceux de l'étude fréquentielle directe de la fonction de transfert d'Hayami.

III.3.4. Exemples

Nous considérons un canal ayant les caractéristiques suivantes :

- section rectangulaire de largeur $l = 10$ m,
- longueur $L = 2700$ m,
- coefficient de Strickler $K = 40$,
- régime uniforme avec $y_n = 1.355$ m.

On choisit 4 pentes I comprises entre $1 \cdot 10^{-5}$ et $5 \cdot 10^{-3}$. Ces 4 exemples couvrent des canaux à faible perte de charge et d'autres à forte perte de charge. Chevreau (1991) propose dans sa thèse de distinguer ces deux types de canaux qui ont des comportements différents. Baume (1993) justifie la même idée en introduisant le coefficient adimensionnel $C_B = \frac{L \cdot I}{y_n}$. Dans les 4 exemples, la hauteur normale y_n est choisie constante. Par conséquent, les débits dépendent de la pente I. Ces données sont résumées au tableau suivant :

	I	Q (m ³ /s)	C _B
Exemple 1	$1 \cdot 10^{-5}$	1.79	0.02
Exemple 2	$2 \cdot 10^{-4}$	8	0.398
Exemple 3	$1 \cdot 10^{-3}$	17.89	1.99
Exemple 4	$5 \cdot 10^{-3}$	40	9.96

Tableau 2. Données hydrauliques

Les coefficients d'Hayami correspondant à ces exemples sont (Equations (37) et (38)) :

	E (m ² /s)	Θ (m/s)	C_M
Exemple 1	8943	0.2012	0.0135
Exemple 2	2000	0.90	0.27
Exemple 3	894	2.012	1.35
Exemple 4	400	4.5	6.75

Tableau 3. Coefficients d'Hayami

Dans le cas des exemples 3 et 4 ($C_M \geq 1$), il est possible d'approximer la fonction de transfert d'Hayami par une fonction de transfert du second ordre. Les coefficients de la fonction de transfert du second ordre, obtenus par identification des moments (Equations (44), (42) et (43)) sont :

	S	P	r	w_n	ξ
Exemple 3	$9.94 \cdot 10^2$	$1.98 \cdot 10^5$	$3.48 \cdot 10^2$	$2.25 \cdot 10^{-3}$	1.12
Exemple 4	$2.44 \cdot 10^2$	$1.79 \cdot 10^4$	$3.56 \cdot 10^2$	$7.47 \cdot 10^{-3}$	0.91

Tableau 4. Coefficients des fonctions de transfert du second ordre

Les autres paramètres calculés sont :

	V (m/s)	c (m/s)	T_c (mn)	F
Exemple 1	0.132	3.65	24.7	0.036
Exemple 2	0.59	3.65	25.3	0.162
Exemple 3	1.32	3.65	28.4	0.362
Exemple 4	2.95	3.65	71.6	0.808

Tableau 5. Données hydrauliques

où T_c correspond au temps caractéristique du bief (temps de parcourt aller-retour d'une onde sur le bief), et où F est le nombre de Froude ($F = \frac{V}{c}$).

L'étude fréquentielle des fonctions de transfert d'Hayami obtenues est faite dans le plan de Bode à partir des formules (39) et (40). Les résultats obtenus pour les 4 exemples sont présentés dans les chapitres suivants.

III.3.4.1. Exemple 1

L'étude fréquentielle donne :

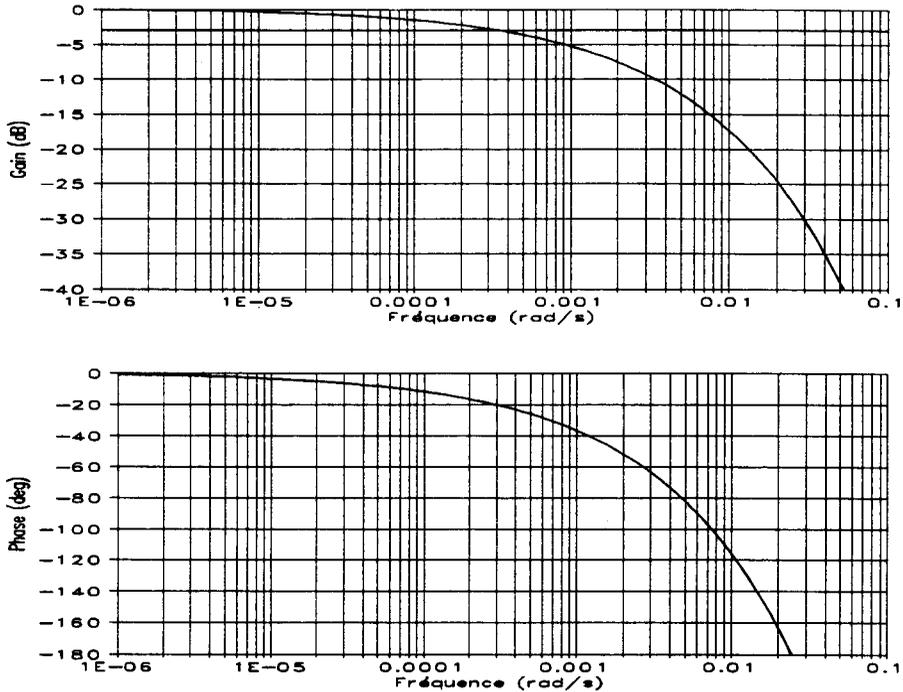


Figure 26. Analyse fréquentielle dans le plan de Bode (Exemple 1)

La bande passante correspondante est $\omega_0 = 3.55 \cdot 10^{-4}$ rad/s. (correspondant à la fréquence de coupure à -3 dB). La règle de Shannon suggère une fréquence d'échantillonnage comprise entre 6 et 25 fois ω_0 (Landau 1988, p. 46), soit :

$$\omega_e \in [6 \cdot \omega_0, 25 \cdot \omega_0] = [2.13 \cdot 10^{-3}, 8.88 \cdot 10^{-3}] \text{ (rad/s)}$$

$$\Leftrightarrow f_e = \omega_e / 2\pi \in [3.39 \cdot 10^{-4}, 1.41 \cdot 10^{-3}] \text{ (Hz)}$$

$$\Leftrightarrow T_e = 1/f_e \in [7.08 \cdot 10^2, 2.95 \cdot 10^3] \text{ (s)} \approx [11.8, 49.2] \text{ (mn)}$$

On voit donc que la modélisation du phénomène physique de transfert de matière sur le bief, justifie dans cet exemple un pas d'échantillonnage compris entre 11 mn 50 s et 49 mn 10 s.

III.3.4.2. Exemple 2

La même étude conduit à :

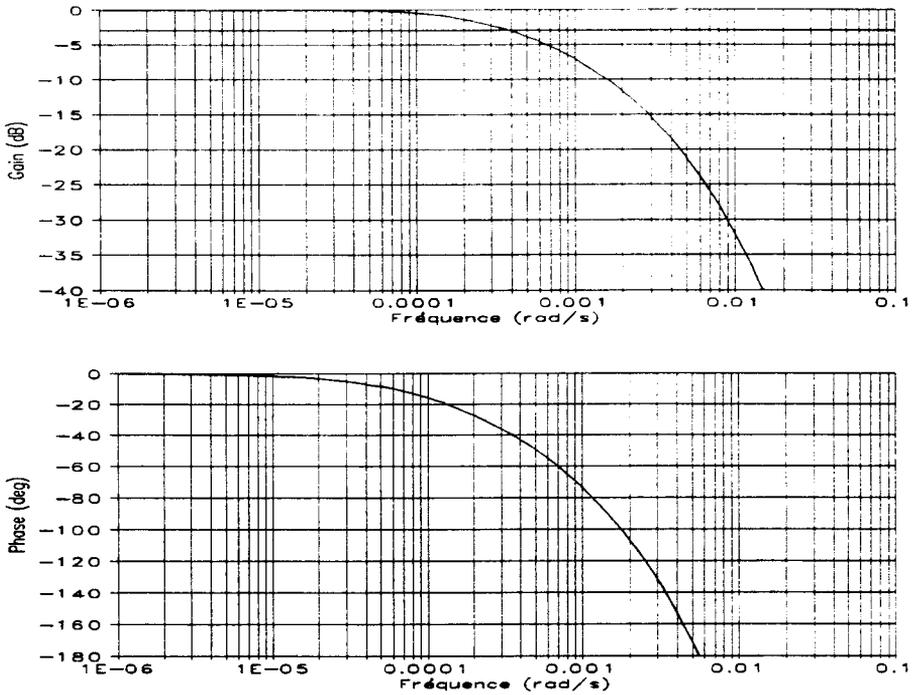


Figure 27. Analyse fréquentielle dans le plan de Bode (Exemple 2)

$$w_0 = 3.84 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

$$\Leftrightarrow w_e \in [6 \cdot w_0, 25 \cdot w_0] = [2.3 \cdot 10^{-3}, 9.6 \cdot 10^{-3}] \text{ (rad/s)}$$

$$\Leftrightarrow f_e = w_e / 2\pi \in [3.67 \cdot 10^{-4}, 1.53 \cdot 10^{-3}] \text{ (Hz)}$$

$$\Leftrightarrow T_e = 1/f_e \in [6.54 \cdot 10^2, 2.73 \cdot 10^3] \text{ (s)} \approx [10.9, 45.5] \text{ (mn)}$$

III.3.4.3. Exemple 3

La même étude conduit à :

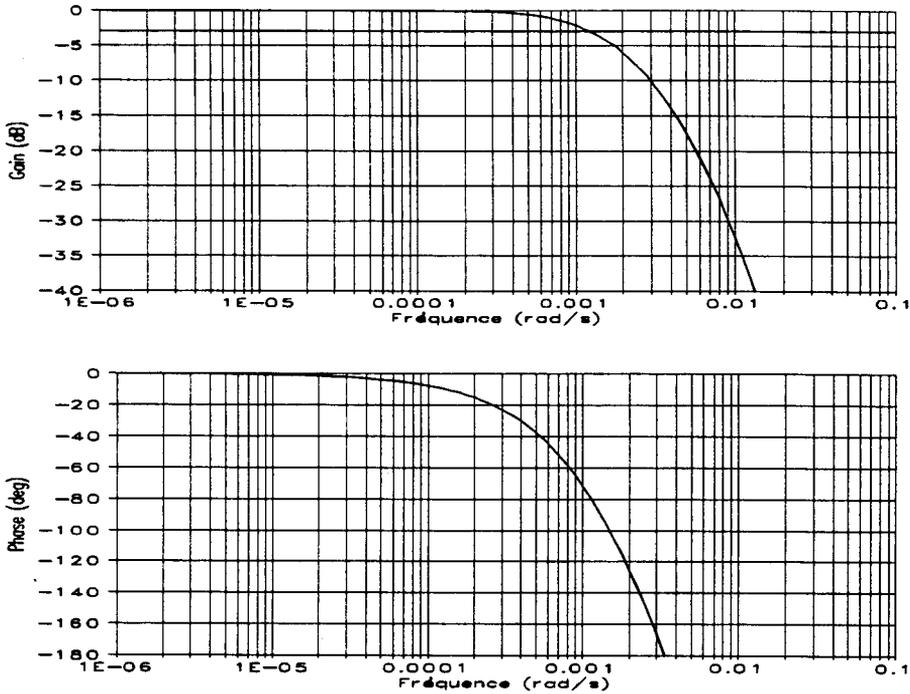


Figure 28. Analyse fréquentielle dans le plan de Bode (Exemple 3)

$$w_0 = 1.259 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

$$\Leftrightarrow w_e \in [6 \cdot w_0, 25 \cdot w_0] = [7.55 \cdot 10^{-3}, 3.15 \cdot 10^{-2}] \text{ (rad/s)}$$

$$\Leftrightarrow f_e = w_e / 2\pi \in [1.2 \cdot 10^{-3}, 5.01 \cdot 10^{-3}] \text{ (Hz)}$$

$$\Leftrightarrow T_e = 1/f_e \in [2 \cdot 10^2, 8.32 \cdot 10^2] \text{ (s)} \approx [3.3, 13.9] \text{ (mn)}$$

Dans cet exemple 3 il a été possible d'identifier une fonction de transfert du second ordre avec retard avec $w_n = 2.25 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$. On peut donc appliquer le théorème de Shannon sous la variante suivante (Cf. p. 90) :

$$T_e \in \left[\frac{0.25}{w_n}, \frac{1.5}{w_n} \right] = [111, 667] \text{ (s)} \approx 1 \text{ mn } 51 \text{ s à } 11 \text{ mn } 7 \text{ s}$$

On remarque que les périodes d'échantillonnage proposées sont légèrement plus faibles qu'avec la méthode précédente.

III.3.4.4. Exemple 4

La même étude conduit à :

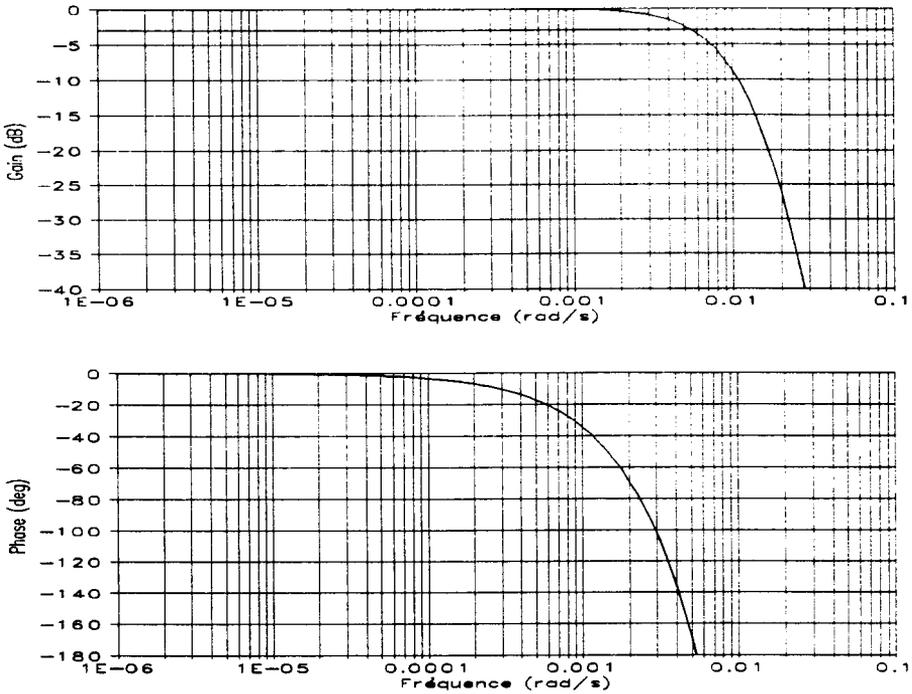


Figure 29. Analyse fréquentielle dans le plan de Bode (Exemple 4)

$$\omega_0 = 5.623 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

$$\Leftrightarrow \omega_e \in [6 \cdot \omega_0, 25 \cdot \omega_0] = [3.37 \cdot 10^{-2}, 1.41 \cdot 10^{-1}] \text{ (rad/s)}$$

$$\Leftrightarrow f_e = \omega_e / 2\pi \in [5.37 \cdot 10^{-3}, 2.24 \cdot 10^{-2}] \text{ (Hz)}$$

$$\Leftrightarrow T_e = 1/f_e \in [44.7, 186] \text{ (s)} \approx 45 \text{ s à } 3 \text{ mn } 6 \text{ s}$$

Dans cet exemple 4 il a été possible d'identifier une fonction de transfert du second ordre avec retard avec $\omega_n = 7.47 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$. On peut donc appliquer le théorème de Shannon sous la variante suivante (Cf. p. 90):

$$T_e \in \left[\frac{0.25}{\omega_n}, \frac{1.5}{\omega_n} \right] = [33.5, 201] \text{ (s)} \approx 33 \text{ s à } 3 \text{ mn } 21 \text{ s}$$

On remarque que la fourchette des périodes d'échantillonnage proposées est plus large qu'avec la méthode précédente.

III.3.5. Conclusion

Le passage analytique des équations de Saint-Venant vers le modèle d'Hayami, suivi de l'analyse fréquentielle de la fonction de transfert d'Hayami, est un moyen puissant et simple d'obtenir un ordre de grandeur du pas de temps d'échantillonnage nécessaire pour représenter correctement le phénomène physique de transport de matière dans un bief de canal. Dans le cas des biefs relativement longs, il est possible, d'approximer la fonction de transfert d'Hayami par une fonction de transfert du second ordre avec retard, par identification des 3 premiers moments des réponses impulsionnelles correspondantes. Cependant, la fourchette des périodes d'échantillonnage obtenue à partir du second ordre est plus large, et la méthode n'est pas beaucoup plus simple que l'analyse fréquentielle directe de la fonction de transfert d'Hayami.

III.4. CONCLUSION

Les résultats obtenus peuvent être résumés dans le tableau suivant :

	$T_{e \text{ min}}$	$T_{e \text{ max}}$	$T_c/9$	$T_c/4$	C_B
Exemple 1	11.8	49.2	2.7	6.2	0.02
Exemple 2	10.9	45.5	2.8	6.3	0.398
Exemple 3	3.3	13.9	3.2	7.1	1.99
Exemple 4	0.75	3.1	8	17.9	9.96

Tableau 6. Résultats (temps en mn)

Pour faciliter l'interprétation de ces chiffres, on représente les périodes d'échantillonnage calculées, en fonction du paramètre adimensionnel C_B , dans les axes semi-log :

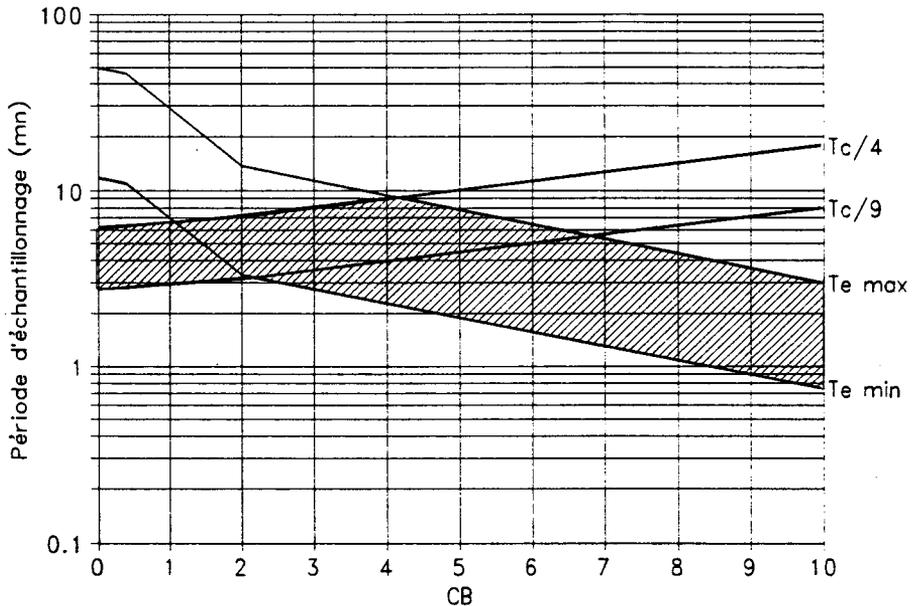


Figure 30. Périodes d'échantillonnage

On remarque que dans le cas d'un canal à perte de charge faible (C_B petit), le phénomène physique à considérer en priorité pour calculer la période d'échantillonnage est le phénomène de propagation d'ondes. Par contre, dans le cas d'un canal à forte perte de charge (C_B grand), le phénomène prioritaire à considérer est celui du transport de matière. Dans les cas intermédiaires, les deux phénomènes physiques ont une importance à peu près comparable, en ce qui concerne la détermination de la période d'échantillonnage.

La zone hachurée de la figure (30) représente la gamme des périodes d'échantillonnage permettant de reproduire correctement les deux phénomènes physiques de propagation d'onde et de transport de matière.

Remarque :

Dans l'exemple 3, le nombre de Courant correspondant à une période d'échantillonnage de 5 minutes est donné par :

$$C_r = \frac{\Delta t.(V+c)}{\Delta x} = \frac{1500}{\Delta x}$$

Par conséquent, l'utilisation d'un schéma explicite impliquerait l'utilisation d'un pas d'espace supérieur à 1500 m, ce qui est une contrainte très forte. En effet, l'espacement des ouvrages et prises peut rendre nécessaire l'utilisation d'un pas d'espace inférieur. Cette remarque illustre sur cet exemple un avantage essentiel d'utiliser un schéma implicite plutôt qu'un schéma explicite (Reddy 1992), où que la méthode des caractéristiques (Garcia 1988).

CHAPITRE IV : SYNTHESE DU CONTROLEUR ET DE L'OBSERVATEUR

IV.1. SYNTHESE DU CONTROLEUR.....	117
IV.1.1. Modèle.....	117
IV.1.2. Critère	118
IV.1.3. Calcul des gains	119
IV.1.3.1. Principe de Bellman	119
IV.1.3.2. Calcul de S par récurrence.....	120
IV.1.3.3. Conclusion	122
IV.1.4. Solution asymptotique	122
IV.1.5. Conclusion	124
IV.2. CONSTRUCTION D'UN OBSERVATEUR D'ETAT.....	125
IV.2.1. Principes.....	125
IV.2.2. Propriétés.....	126
IV.2.3. Influence de perturbations inconnues.....	126
IV.2.4. Observation de prélèvements imprévus	127
IV.2.5. Convergence de l'observateur global.....	128
IV.2.6. Influence des non-linéarités.....	130
IV.3. CONSTRUCTION D'UN OBSERVATEUR REDUIT.....	132
IV.3.1. Principes.....	132
IV.3.2. Synthèse de l'observateur réduit	132
IV.3.3. Convergence de l'observateur réduit	134
IV.4. CONCLUSION.....	137



IV.1. SYNTHÈSE DU CONTRÔLEUR

IV.1.1. Modèle

La modélisation du système bief-vanne présentée au chapitre II conduit à une représentation linéaire échantillonnée de la forme (Equations (2), (3) et (4)) :

$$\begin{cases} X^+ = A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p \\ Y = C_s \cdot X \\ Z = D_s \cdot X \end{cases}$$

où X (respectivement X^+) est le vecteur d'état du système à l'instant $t = k \cdot \Delta t$ (respectivement $t + \Delta t = (k + 1) \cdot \Delta t$), U est le vecteur de commande, U_p est le vecteur de perturbation lié aux prélèvements à la prise, aux instants t et $t + \Delta t$:

$$U_p = \begin{pmatrix} \delta Q_p \\ \delta Q_p^+ \end{pmatrix}$$

Y est le vecteur des sorties contrôlées et Z le vecteur des sorties observées. La construction des matrices A_s , B_s , B_p , C_s et D_s est détaillée au chapitre II.

Remarque :

$X \in \mathbb{R}^{nx}$, $U \in \mathbb{R}^{nu}$, $Y \in \mathbb{R}^{ny}$, $Z \in \mathbb{R}^{nz}$, $\delta Q_p \in \mathbb{R}$ où :

nx : taille du vecteur d'état,

nu : nombre de commandes,

ny : nombre de sorties contrôlées,

nz : nombre de sorties observées.

Afin d'annuler les écarts de réglage en régime établi entre les sorties contrôlées Y et les consignes correspondantes Y_c , il est nécessaire d'ajouter un intégrateur (Bühler 1983, p. 254). Cet intégrateur joue le même rôle que la composante I d'un régulateur PID. Dans l'espace d'état, cet intégrateur se construit en augmentant la dimension du vecteur d'état X , auquel des composantes X_I sont donc ajoutées. Il y a autant de composantes X_I que de sorties contrôlées dont on veut annuler les écarts de réglage. Leur comportement dynamique est défini par :

$$X_I^+ = X_I + B_I \cdot (Y - Y_c) = X_I + B_I \cdot C_s \cdot X - B_I \cdot Y_c \quad (45)$$

initialisé à $X_I(0) = 0$

Exemples :

X_I peut avoir une ou plusieurs composantes suivant le choix de la matrice B_I :

$B_I = (1 \ 0 \ 0)$ pour un intégrateur sur la première composante de Y (cote amont du bief),

$B_I = (0 \ 0 \ 1)$ pour un intégrateur sur la dernière composante de Y (débit aval du bief),

$B_I = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ pour un intégrateur sur :

- la moyenne des première et deuxième composantes de Y (cote amont du bief et cote amont de la vanne). On peut ainsi contrôler une cote médiane pour un contrôle du type Bival, Régulation Dynamique (SCP) ou Controlled Volumes,
- et sur la dernière composante de Y (débit aval du bief).

Remarque :

Il est possible, sur un système bief-vanne donné de définir plus de deux variables contrôlées. La commande optimale est en effet basée sur la recherche du minimum d'un critère J donné, ce minimum pouvant être trouvé même si les consignes affectées aux variables contrôlées ne sont pas physiquement compatibles. Cependant, il n'est pas possible de définir plus de deux intégrateurs en même temps (un en débit et un en cote, ou deux en cote). En effet, physiquement cela reviendrait à imposer par exemple un débit et deux cotes dans un bief. Or, cela n'est pas possible (lorsque le débit change, la ligne d'eau pivote et peut être forcée à passer par un point donné, mais pas par deux points quelconques). Il est intéressant de remarquer que ce phénomène se retrouve numériquement. En effet, lorsque l'on essaye d'imposer plus de deux intégrateurs, la synthèse des gains est possible mais conduit à des matrices avec des coefficients très élevés. Ces gains conduisent eux même à des commandes non physiques.

La dynamique de l'ensemble système et intégrateur peut s'écrire :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} X \\ X_I \end{pmatrix}^+ = \begin{pmatrix} A_s & 0 \\ B_I \cdot C_s & Id \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ X_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_s \\ 0 \end{pmatrix} \cdot U + \begin{pmatrix} B_p \cdot U_p \\ -B_I \cdot Y_c \end{pmatrix} \\ Y = (C_s \ 0) \cdot \begin{pmatrix} X \\ X_I \end{pmatrix} \end{cases} \quad (46)$$

Nous mettons provisoirement de côté l'équation de sortie observée $Z = D_s \cdot X$. Elle sera utilisée à nouveau lors de la synthèse de l'observateur.

IV.1.2. Critère

Le système à commander peut finalement être représenté par les équations linéaires suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}^+ = A \cdot x + B \cdot u + e & \text{équation dynamique} \\ y = C \cdot x & \text{équation de sortie contrôlée} \end{cases}$$

avec :

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} A_s & 0 \\ B_I \cdot C_s & Id \end{pmatrix} & B &= \begin{pmatrix} B_s \\ 0 \end{pmatrix} & C &= (C_s \ 0) \\ x &= \begin{pmatrix} X \\ X_I \end{pmatrix} & u &= U & e &= \begin{pmatrix} B_p \cdot U_p \\ -B_I \cdot Y_c \end{pmatrix} & y &= Y \end{aligned}$$

Le contrôle optimal conduit à déterminer les commandes du système $u(k)$, $k=0$ à $N-1$, permettant de minimiser le critère quadratique J :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \{ (x(k) - x_c(k))^T \cdot Q_x \cdot (x(k) - x_c(k)) + (u(k) - u_c(k))^T \cdot R \cdot (u(k) - u_c(k)) \}$$

avec :

x_c : trajectoire de consigne sur x ,

u_c : trajectoire de consigne sur u ,

Q_x (symétrique semi-définie positive) et R (symétrique définie positive) matrices de pondération sur les écarts.

Remarques :

- Dans la littérature, le critère J possède souvent un terme supplémentaire sur l'écart final : $x(N) - x_c(N))^T \cdot Q_f \cdot (x(N) - x_c(N))$. Ce terme est utile lorsqu'un état final donné doit être atteint en fin de trajectoire (interception d'une cible par un missile par exemple). Dans notre cas, on ne considère pas de contrainte particulière sur la position finale au temps N , mais uniquement sur l'horizon 0 à $N-1$. Ceci est d'autant plus justifié que par la suite nous retenons la solution asymptotique de l'équation de Riccati, c'est à dire celle obtenue pour un horizon infini, pour laquelle les effets de bord disparaissent.

- Si l'on considère une poursuite sur la sortie y , et non pas sur l'état x , on se limite à des matrices Q_x de la forme : $Q_x = \begin{pmatrix} C_s^T \cdot Q_Y \cdot C_s & 0 \\ 0 & Q_I \end{pmatrix}$

En effet dans ce cas :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \{ (Y(k) - Y_c(k))^T \cdot Q_Y \cdot (Y(k) - Y_c(k)) + (X_I(k) - X_{Ic}(k))^T \cdot Q_I \cdot (X_I(k) - X_{Ic}(k)) \\ + (u(k) - u_c(k))^T \cdot R \cdot (u(k) - u_c(k)) \}$$

avec :

$$x_c = \begin{pmatrix} X_c \\ X_{Ic} \end{pmatrix}$$

$Y_c = C_s \cdot X_c$ trajectoire de consigne sur Y ,

X_{Ic} : trajectoire de consigne sur X_I (dans la pratique $X_{Ic} = 0$).

IV.1.3. Calcul des gains

IV.1.3.1. Principe de Bellman

Selon le principe d'optimalité de Bellman "une stratégie optimale possède la propriété que, quels qu'aient été l'état initial, la décision initiale et l'état x qui en a résulté, la décision à prendre doit constituer une stratégie optimale vis-à-vis de cet état x considéré maintenant comme état initial" (Dieulesaint et al. 1990). Ce principe permet de calculer la commande optimale par récurrence inverse, à partir du temps final N .

Définissons S par :

$$S(x(N)) = 0$$

$$\text{et } S(x(k)) = \min_{/u(k)} \left\{ \frac{1}{2} (x(k) - x_c(k))^T \cdot Q_x \cdot (x(k) - x_c(k)) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (u(k) - u_c(k))^T \cdot R \cdot (u(k) - u_c(k)) + S(x(k+1)) \right\}$$

Remarque :

Pour simplifier les notations nous notons par la suite : $Q = Q_x$

IV.1.3.2. Calcul de S par récurrence

Montrons par récurrence sur k que $\forall k, 0 \leq k \leq N, \exists P(k), v(k)$ et $w(k)$ tels que :

$$S(x(k)) = \frac{1}{2} x^T(k) \cdot P(k) \cdot x(k) - x^T(k) \cdot v(k) + \frac{1}{2} w(k)$$

avec : P matrice symétrique (n,n), v vecteur (n) et w scalaire.

Pour k = N

L'hypothèse de récurrence est vérifiée avec :

$$P(N) = 0, v(N) = 0 \text{ et } w(N) = 0 \Rightarrow S(x(N)) = 0$$

Pour k < N

Supposons l'hypothèse de récurrence vérifiée pour k+1 et démontrons la pour k. Nous avons :

$$S(x(k)) = \min_{/u(k)} \left\{ \frac{1}{2} x^T(k) \cdot Q \cdot x(k) + \frac{1}{2} x_c^T(k) \cdot Q \cdot x_c(k) - x_c^T(k) \cdot Q \cdot x(k) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} u^T(k) \cdot R \cdot u(k) + \frac{1}{2} u_c^T(k) \cdot R \cdot u_c(k) - u_c^T(k) \cdot R \cdot u(k) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} x^T(k+1) \cdot P(k+1) \cdot x(k+1) - x^T(k+1) \cdot v(k+1) + \frac{1}{2} w(k+1) \right\}$$

Nous avons utilisé l'hypothèse de récurrence et la symétrie des matrices Q et R.

Or, (avec les notations simplifiées $x = x(k), x^+ = x(k+1), u = u(k), u^+ = u(k+1), \dots$) :

- i. $x^{+T} \cdot P^+ \cdot x^+ = [A \cdot x + B \cdot u + e]^T \cdot P^+ \cdot [A \cdot x + B \cdot u + e]$

$$= x^T \cdot A^T \cdot P^+ \cdot A \cdot x + x^T \cdot A^T \cdot P^+ \cdot B \cdot u + x^T \cdot A^T \cdot P^+ \cdot e + u^T \cdot B^T \cdot P^+ \cdot A \cdot x$$

$$+ u^T \cdot B^T \cdot P^+ \cdot B \cdot u + u^T \cdot B^T \cdot P^+ \cdot e + e^T \cdot P^+ \cdot A \cdot x + e^T \cdot P^+ \cdot B \cdot u + e^T \cdot P^+ \cdot e$$
- ii. $x^{+T} \cdot v^+ = [A \cdot x + B \cdot u + e]^T \cdot v^+ = x^T \cdot A^T \cdot v^+ + u^T \cdot B^T \cdot v^+ + e^T \cdot v^+$

Nous obtenons donc (avec les notations simplifiées) :

$$\begin{aligned}
 S(x) &= \min_{/u} \left\{ \frac{1}{2} x^T \cdot Q \cdot x + \frac{1}{2} x_c^T \cdot Q \cdot x_c - x_c^T \cdot Q \cdot x + \frac{1}{2} u^T \cdot R \cdot u \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} u_c^T \cdot R \cdot u_c - u_c^T \cdot R \cdot u + \frac{1}{2} x^{+T} \cdot P^+ \cdot x^+ - x^{+T} \cdot v^+ + \frac{1}{2} w^+ \right\} \\
 &= \min_{/u} \left\{ c + \frac{1}{2} u^T \cdot d + \frac{1}{2} d^T \cdot u + \frac{1}{2} u^T \cdot L^{-1} \cdot u \right\}
 \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 c &= \frac{1}{2} x^T \cdot Q \cdot x + \frac{1}{2} x_c^T \cdot Q \cdot x_c - x_c^T \cdot Q \cdot x + \frac{1}{2} u_c^T \cdot R \cdot u_c + \frac{1}{2} x^T \cdot A^T \cdot P^+ \cdot A \cdot x \\
 &\quad + x^T \cdot A^T \cdot P^+ \cdot e + \frac{1}{2} e^T \cdot P^+ \cdot e - (A \cdot x + e)^T \cdot v^+ + \frac{1}{2} w^+ \\
 d &= -R \cdot u_c + B^T \cdot P^+ \cdot (A \cdot x + e) - B^T \cdot v^+ \\
 L &= [R + B^T \cdot P^+ \cdot B]^{-1}
 \end{aligned} \tag{47}$$

Remarque :

L existe car R est définie positive.

Le minimum est atteint pour u^* tel que $\frac{\partial \{S\}}{\partial u}(u^*) = 0 \Leftrightarrow d + L^{-1} \cdot u^* = 0 \Leftrightarrow u^* = -L \cdot d$

Nous avons alors $S(x) = c - \frac{1}{2} d^T \cdot L \cdot d$, pour $u = u^*$.

Nous avons donc $S(x) = \frac{1}{2} x^T \cdot P \cdot x - x^T \cdot v + \frac{1}{2} w$, avec P, v et w obtenus par identification :

$$\begin{aligned}
 P &= Q + A^T \cdot P^+ \cdot (Id - B \cdot L \cdot B^T \cdot P^+) \cdot A \\
 v &= A^T \cdot (Id - P^+ \cdot B \cdot L \cdot B^T) \cdot v^+ - A^T \cdot P^+ \cdot (Id - B \cdot L \cdot B^T \cdot P^+) \cdot e + Q \cdot x_c - A^T \cdot P^+ \cdot B \cdot L \cdot R \cdot u_c \\
 w &= x_c^T \cdot Q \cdot x_c + u_c^T \cdot R \cdot u_c + e^T \cdot P^+ \cdot e - 2 \cdot e^T \cdot v^+ + w^+ \\
 &\quad - (R \cdot u_c - B^T \cdot P^+ \cdot e + B^T \cdot v^+)^T \cdot L \cdot (R \cdot u_c - B^T \cdot P^+ \cdot e + B^T \cdot v^+)
 \end{aligned} \tag{48}$$

Soit en posant :

$$K = L \cdot B^T \cdot P^+ \cdot A \tag{49}$$

et en utilisant la symétrie de P et L :

$$\begin{aligned}
 P &= Q + (A - B \cdot K)^T \cdot P^+ \cdot A \\
 v &= (A - B \cdot K)^T \cdot v^+ - (A - B \cdot K)^T \cdot P^+ \cdot e + Q \cdot x_c - K^T \cdot R \cdot u_c
 \end{aligned} \tag{50}$$

$$w = x_c^T \cdot Q \cdot x_c + u_c^T \cdot R \cdot u_c + e^T \cdot P^+ \cdot e - 2 \cdot e^T \cdot v^+ + w^+ \\ - (R \cdot u_c - B^T \cdot P^+ \cdot e + B^T \cdot v^+)^T \cdot L \cdot (R \cdot u_c - B^T \cdot P^+ \cdot e + B^T \cdot v^+)$$

$$\text{et } u^* = -L \cdot d = -L \cdot B^T \cdot P^+ \cdot A \cdot x - L \cdot B^T \cdot P^+ \cdot e + L \cdot B^T \cdot v^+ + L \cdot R \cdot u_c = -K \cdot x + H$$

$$u^* = -K \cdot x + H$$

$$\text{avec : } \begin{cases} K = L \cdot B^T \cdot P^+ \cdot A \\ H = -L \cdot B^T \cdot P^+ \cdot e + L \cdot B^T \cdot v^+ + L \cdot R \cdot u_c \end{cases}$$

(51)

Conclusion :

P, v et w vérifiant l'hypothèse de récurrence ont été trouvés. Celle-ci est ainsi démontrée pour tout k, $0 \leq k \leq N$. Les relations récurrentes, permettant de calculer les matrices P(k), les vecteurs v(k) et les scalaires w(k), pour $k = N$ à $k = 0$, ont en outre été obtenues.

IV.1.3.3. Conclusion

La commande optimale u^* obtenue est une commande par retour d'état avec une matrice de gain K et un terme additionnel H appelé pré-filtre (Dieulesaint 1990, p. 251). Ce terme H tient compte des termes de perturbation (e), et des consignes sur l'état (x_c) et sur la commande (u_c). Le terme K caractérise la commande en boucle fermée (feedback control) et le terme H la commande en boucle ouverte (feedforward control).

Il est à noter que K et H varient en fonction du temps, puisqu'ils dépendent de P, v, e, u_c et x_c . On note également que le terme w n'est pas utilisé dans le calcul de la commande u. La matrice P(k) et le vecteur v(k) sont calculés par récurrence en partant de $P(N) = 0$ et $v(N) = 0$, et en utilisant les relations de récurrence (50). Dans la pratique ce calcul peut être effectué hors ligne. Les matrices P(k) et les vecteurs v(k) sont alors stockés en mémoire, puis la commande u^* est calculée en ligne en utilisant ces matrices et vecteurs. Ceci est assez lourd en terme de temps de calcul et de place mémoire nécessaire. Cependant, une solution sous-optimale, de mise en oeuvre plus aisée, peut être trouvée moyennant deux simplifications. Cette solution est présentée dans le paragraphe suivant.

IV.1.4. Solution asymptotique

Lorsque l'horizon d'optimisation N tend vers l'infini, la solution P(k), $\forall k$ fixé, de l'équation de Riccati tend vers une solution appelée solution asymptotique ou stationnaire (Bühler 1983, p. 265). Cette solution, indépendante de k, vérifie l'équation asymptotique de Riccati :

$$P = Q + A^T \cdot P \cdot (Id - B \cdot L \cdot B^T \cdot P) \cdot A = Q + (A - B \cdot K)^T \cdot P \cdot A \quad (52)$$

Le gain optimal K est alors constant. Le pré-filtre H comprend un terme v variable au cours du temps :

$$v = (A - B.K)^T.v^+ - (A - B.K)^T.P.e + Q.x_c - K^T.R.u_c$$

Afin de simplifier le calcul du vecteur v , nous faisons l'hypothèse que les perturbations et consignes sont en forme d'échelon. Nous tenons compte de la variation de ces quantités à l'instant $k = k_0$, en supposant cette nouvelle valeur constante par la suite (Bühler 1983, p. 266). Nous pouvons alors écrire :

$$[Id - (A - B.K)^T].v = - (A - B.K)^T.P.e + Q.x_c - K^T.R.u_c$$

$$\Rightarrow v = - N.(A - B.K)^T.P.e + N.Q.x_c - N.K^T.R.u_c$$

avec :

$$N = [Id - (A - B.K)^T]^{-1} \quad (53)$$

Donc (51) s'écrit :

$$u^* = -K.x - L.B^T.(N.(A - B.K)^T + Id).P.e + L.B^T.N.Q.x_c + L.(Id - B^T.N.K^T).R.u_c$$

On montre facilement que $N.(A - B.K)^T + Id = N$ à l'aide de (53). Donc :

$$u^* = -K.x - M_e.e + M_x.x_c + M_u.u_c$$

(54)

avec :

$$M_e = L.B^T.N.P$$

$$M_x = L.B^T.N.Q$$

$$M_u = L.(Id - B^T.N.K^T).R$$

Cette fois ci, les matrices de gain considérées sont constantes, d'où une grande simplification dans le calcul de la commande. Dans notre cas particulier, on a :

$$M_e.e = (M_{ep} \ M_{ei}) \cdot \begin{pmatrix} B_p.U_p \\ B_I.Y_c \end{pmatrix} = M_{ep}.B_p.U_p - M_{ei}.B_I.Y_c$$

et si l'on se restreint à une poursuite sur la sortie Y (Cf. remarque p. 119) :

$$\begin{aligned} M_x.x_c &= L.B^T.N.Q.x_c = L.B^T.N. \begin{pmatrix} C_s^T.Q_Y.C_s & 0 \\ 0 & Q_I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_c \\ X_{Ic} \end{pmatrix} \\ &= L.B^T.N. \begin{pmatrix} C_s^T.Q_Y.C_s \\ 0 \end{pmatrix} .X_c + L.B^T.N. \begin{pmatrix} 0 \\ Q_I \end{pmatrix} .X_{Ic} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= L.B^T.N.C^T.Q_Y.Y_c + L.B^T.N.\begin{pmatrix} 0 \\ Q_I \end{pmatrix}.X_{Ic} \\
&= M_Y.Y_c + M_{X_I}.X_{Ic}
\end{aligned}$$

avec donc :

$$M_Y = L.B^T.N.C^T.Q_Y$$

$$M_{X_I} = L.B^T.N.\begin{pmatrix} 0 \\ Q_I \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
(54) \Rightarrow u^* &= -K.x - M_{ep}.B_p.U_p + M_{ei}.B_I.Y_c + M_Y.Y_c + M_{X_I}.X_{Ic} + M_u.u_c \\
&= -K.x - M_{ep}.B_p.U_p + (M_Y + M_{ei}.B_I).Y_c + M_{X_I}.X_{Ic} + M_u.u_c
\end{aligned}$$

IV.1.5. Conclusion

La commande optimale u^* obtenue peut donc s'exprimer sous la forme :

$$u^* = -K.x - M_{ep}.B_p.U_p + (M_Y + M_{ei}.B_I).Y_c + M_{X_I}.X_{Ic} + M_u.u_c \quad (55)$$

avec les matrices de gains :

$$M_e = L.B^T.N.P = (M_{ep} \ M_{ei})$$

$$M_Y = L.B^T.N.C^T.Q_Y$$

$$M_{X_I} = L.B^T.N.\begin{pmatrix} 0 \\ Q_I \end{pmatrix}$$

$$M_u = L.(Id - B^T.N.K^T).R$$

où P est la solution asymptotique de l'équation de Riccati (52) page 122, L est défini par (47) page 121, K par (49) page 121 et N par (53) page 123.

Dans la pratique, $X_{Ic} = 0$, car le but de l'intégrateur est d'annuler les écarts de réglage en régime permanent. Aucune trajectoire particulière n'est donc assignée aux composantes X_I . D'autre part, $u_c = 0$ car, par construction (Cf. chapitre II), la commande u comprend des variations de débit, d'ouverture de vanne ou de cote aval. Ces variations doivent être minimisées afin de limiter la sollicitation des moteurs des vannes et la génération de vagues importantes pouvant endommager le système. Sous ces deux remarques, la commande optimale devient :

$$u^* = -K.x - M_{ep}.B_p.U_p + (M_Y + M_{ei}.B_I).Y_c \quad (56)$$

IV.2. CONSTRUCTION D'UN OBSERVATEUR D'ETAT

IV.2.1. Principes

La commande u^* calculée précédemment par contrôle optimal fait intervenir divers gains, et en particulier le gain K appliqué au vecteur d'état global $x = \begin{pmatrix} X \\ X_I \end{pmatrix}$ composé de l'état du système X et des composantes de l'intégrateur X_I . C'est ce que l'on appelle une commande par retour d'état. Or, dans la pratique, il n'est pas possible de mesurer intégralement le vecteur d'état du système X . En effet, ce vecteur X est composé de débits et cotes en divers points du système bief-vanne. Par contre, on peut tenter de le reconstruire grâce à certaines mesures effectuées sur le système. Ces mesures sont les sorties observées Z . On note \hat{X} le vecteur d'état reconstruit (appelé également parfois état estimé ou état observé¹⁶) pour le distinguer du vecteur d'état réel X (inconnu). Il est inutile de reconstruire les composantes X_I de l'intégrateur. En effet, celles-ci peuvent être calculées à partir des composantes du vecteur d'état reconstruit \hat{X} et des consignes sur les sorties contrôlées Y_c .

Soit notre système linéaire :

$$\begin{cases} X^+ = A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p \\ Y = C_s \cdot X \\ Z = D_s \cdot X \end{cases}$$

$$\text{où } U_p = \begin{pmatrix} \delta Q_p \\ \delta Q_p^+ \end{pmatrix}$$

On définit l'observateur d'état par :

$$\hat{X}^+ = A_s \cdot \hat{X} + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p + L \cdot (Z - \hat{Z})$$

où L est une matrice de gain déterminée par la suite.

On remarque que l'observateur est un modèle du système avec une entrée supplémentaire représentée par un terme proportionnel à l'écart $Z - \hat{Z}$, où \hat{Z} est la valeur prédite de la sortie observée correspondant à l'état reconstruit \hat{X} :

$$\hat{Z} = D_s \cdot \hat{X}$$

On obtient donc :

$$\boxed{\hat{X}^+ = (A_s - L \cdot D_s) \cdot \hat{X} + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p + L \cdot Z} \quad (57)$$

¹⁶ Le terme "observé" signifie ici que le vecteur provient d'un observateur, et non pas qu'il est "observé" directement sur le système, comme cela est le cas pour les sorties "observées" Z (au sens "mesurées").

IV.2.2. Propriétés

Soit l'erreur de reconstruction de l'état $e_o = X - \hat{X}$ (appelée également erreur d'observation).

$$\text{On a } e_o^+ = X^+ - \hat{X}^+ = (A_s - L.D_s).e_o = A_e.e_o \quad \text{où } A_e = A_s - L.D_s$$

Par définition, on dit que l'observateur est asymptotiquement stable si l'erreur d'observation tend vers 0 à l'infini. Les valeurs propres de la matrice A_e déterminent cette stabilité. En effet e_o possède une limite si et seulement si toutes les valeurs propres de la matrice A_e ont un module strictement inférieur à 1. Alors cette limite est 0.

Théorème : *Les pôles de l'observateur (i.e. les valeurs propres de la matrice $A_s - L.D_s$) peuvent être définis arbitrairement dans le plan complexe par un choix adéquat de la matrice de gain L , si et seulement si le système est complètement observable (Kwakernaak et al. 1972, p. 526). Deux contraintes existent cependant :*

- si un pôle complexe est choisi, alors son pôle conjugué doit également être choisi.
- chaque pôle a une multiplicité au plus égale au rang de la matrice D_s (nombre de sorties observées).

On dispose d'une grande liberté pour choisir les pôles de l'observateur. La seule contrainte pour assurer la stabilité de l'observateur est que leurs modules soient strictement inférieurs à 1. S'ils sont tous placés proches de l'origine, l'erreur d'observation est annulée très rapidement. Par contre, cet observateur risque d'être très sensible aux bruits de mesure sur la sortie observée Z ou aux perturbations inconnues. Par conséquent, il vaut mieux choisir un observateur ayant une dynamique un peu plus lente. Cependant, il faut que la dynamique de l'observateur reste plus rapide que celle du processus contrôlé. Les pôles de la matrice $A_s - L.D_s$ sont donc choisis en faisant un compromis entre la rapidité de la convergence de l'observateur et la limitation de sa sensibilité aux bruits.

Remarque : *Dans le cas stochastique LQG, lorsque l'on a une connaissance sur les bruits de mesure ou sur les perturbations stochastiques agissant sur le système (moyenne nulle, covariance connue), la matrice L est calculée non pas par placement de pôle, mais pour minimiser la variance de l'erreur d'estimation. On parle dans ce cas de filtre de Kalman (Kwakernaak et al. 1972, p. 341, Larminat 1993, p. 161).*

IV.2.3. Influence de perturbations inconnues

La convergence de l'observateur vient d'être vérifiée sur le modèle linéaire, sous certaines hypothèses sur le choix de la matrice L . Dans la réalité, il existe des écarts entre le modèle réel et le modèle linéaire, en particulier dus aux :

- non linéarités (erreurs de modèle),
- prélèvements inconnus.

Si l'on regroupe ces écarts dans un vecteur U_e on a :

$$\begin{cases} X^+ = A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p + U_e & \text{système réel} \\ \hat{X}^+ = A_s \cdot \hat{X} + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p + L \cdot (Z - \hat{Z}) & \text{observateur} \end{cases}$$

$$\Rightarrow e_o^+ = (A_s - L \cdot D_s) \cdot e_o + U_e$$

Dans ce cas, l'observateur défini précédemment ne permet plus d'observer correctement le vecteur d'état X , car l'erreur d'observation ne tend pas vers 0 à l'infini. En effet, s'il existe une limite asymptotique, alors cette limite vérifie :

$$e_o^\infty = (1 - A_s + L \cdot D_s)^{-1} \cdot U_e^\infty \neq 0$$

Par contre, il est possible de reconstituer certaines grandeurs de perturbation en régime établi à partir de l'erreur d'observation de sortie $Z - \hat{Z}$ comme cela est montré ci-dessous.

IV.2.4. Observation de prélèvements imprévus

Soit δQ_p le prélèvement prévu et Q_i un prélèvement supplémentaire imprévu. On a alors un prélèvement réel total δQ_r :

$$\delta Q_r = \delta Q_p + Q_i$$

Rappel : le signe δ signifie que la variable qui suit est relative au régime permanent de référence (e) (Cf. chapitre II). Il n'est pas utilisé pour le terme de prélèvement imprévu Q_i car celui-ci représente une variation relative par rapport au prélèvement prévu δQ_p . Il est donc indépendant du régime permanent de référence (e).

Dans ce cas, on a donc :

$$\begin{aligned} X^+ &= A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_r \\ \delta Q_r^+ \end{pmatrix} \\ &= A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot \begin{pmatrix} \delta Q_p \\ \delta Q_p^+ \end{pmatrix} + B_p \cdot \begin{pmatrix} Q_i \\ Q_i^+ \end{pmatrix} \\ &= A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p + B_p \cdot U_i \end{aligned} \quad (58)$$

avec dans ce cas $U_e = B_p \cdot U_i = B_p \cdot \begin{pmatrix} Q_i \\ Q_i^+ \end{pmatrix}$

Cherchons une estimation \hat{Q}_i de Q_i en posant :

$$\hat{Q}_i^+ = \hat{Q}_i + L_i \cdot (Z - \hat{Z}) \quad (59)$$

On démontre au paragraphe suivant que cette équation permet effectivement de reconstituer correctement le prélèvement imprévu Q_i .

L'expression de l'observateur global devient donc :

$$\begin{cases} \hat{X}^+ = A_s \cdot \hat{X} + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p + B_p \cdot \begin{pmatrix} \hat{Q}_i \\ \hat{Q}_i^+ \end{pmatrix} + L \cdot (Z - \hat{Z}) \\ \hat{Q}_i^+ = \hat{Q}_i + L_i \cdot (Z - \hat{Z}) \end{cases} \quad (60)$$

Si l'on note $B_p = [B_{p1} \ B_{p2}]$, on a :

$$\begin{cases} \hat{X}^+ = A_s \cdot \hat{X} + B_s \cdot U + B_{p1} \cdot U_p + B_{p2} \cdot [\hat{Q}_i + L_i \cdot (Z - \hat{Z})] + L \cdot (Z - \hat{Z}) \\ \hat{Q}_i^+ = \hat{Q}_i + L_i \cdot (Z - \hat{Z}) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \hat{X}^+ = [A_s - (L + B_{p2} \cdot L_i) \cdot D_s] \cdot \hat{X} + (B_{p1} + B_{p2}) \cdot \hat{Q}_i + [B_s \ B_p \ (L + B_{p2} \cdot L_i)] \cdot \begin{pmatrix} U \\ U_p \\ Z \end{pmatrix} \\ \hat{Q}_i^+ = -L_i \cdot D_s \cdot \hat{X} + \hat{Q}_i + L_i \cdot Z \end{cases}$$

Donc l'observateur global (d'état et de prélèvement imprévu) peut s'écrire :

$$\boxed{\begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix}^+ = \begin{pmatrix} A_s - (L + B_{p2} \cdot L_i) \cdot D_s & B_{p1} + B_{p2} \\ -L_i \cdot D_s & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_s & B_p & L + B_{p2} \cdot L_i \\ 0 & 0 & L_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U \\ U_p \\ Z \end{pmatrix}} \quad (61)$$

IV.2.5. Convergence de l'observateur global

Vérifions que le nouvel observateur global (d'état et de prélèvements imprévus) est asymptotiquement stable. Pour cela on calcule l'erreur d'observation :

$$e_o = X - \hat{X}$$

$$\text{or (Equation 58) : } X^+ = A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p + B_p \cdot \begin{pmatrix} Q_i \\ Q_i^+ \end{pmatrix}$$

$$\text{et (Equation 60) : } \begin{cases} \hat{X}^+ = A_s \cdot \hat{X} + B_s \cdot U + B_{p1} \cdot U_p + B_{p2} \cdot \begin{pmatrix} \hat{Q}_i \\ \hat{Q}_i^+ \end{pmatrix} + L \cdot (Z - \hat{Z}) \\ \hat{Q}_i^+ = \hat{Q}_i + L_i \cdot (Z - \hat{Z}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} e_o^+ = (A_s - L \cdot D_s) \cdot e_o + B_{p1} \cdot (Q_i - \hat{Q}_i) + B_{p2} \cdot (Q_i^+ - \hat{Q}_i^+) \\ \hat{Q}_i^+ = L_i \cdot D_s \cdot e_o + \hat{Q}_i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} e_o^+ = (A_s - (L + B_{p2} \cdot L_i) \cdot D_s) \cdot e_o - (B_{p1} + B_{p2}) \cdot \hat{Q}_i + B_p \cdot U_i \\ \hat{Q}_i^+ = L_i \cdot D_s \cdot e_o + \hat{Q}_i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix}^+ = \begin{pmatrix} A_s - (L + B_{p2} \cdot L_i) \cdot D_s & - (B_{p1} + B_{p2}) \\ L_i \cdot D_s & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_p \cdot U_i \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix}^+ = A_e \cdot \begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_p \cdot U_i \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{où } A_e = \begin{pmatrix} A_s - (L + B_{p2} \cdot L_i) \cdot D_s & - (B_{p1} + B_{p2}) \\ L_i \cdot D_s & 1 \end{pmatrix}$$

Etudions le comportement asymptotique du vecteur $\begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix}$. Si les modules des valeurs propres

de A_e sont strictement inférieurs à 1 et si $1 - A_e$ est inversible alors la suite affine $\begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix}$

converge et sa limite à l'infini vérifie :

$$\begin{pmatrix} e_o^\infty \\ \hat{Q}_i^\infty \end{pmatrix} = A_e \cdot \begin{pmatrix} e_o^\infty \\ \hat{Q}_i^\infty \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_p \cdot U_i^\infty \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} e_o^\infty \\ \hat{Q}_i^\infty \end{pmatrix} = (1 - A_e)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} B_p \cdot U_i^\infty \\ 0 \end{pmatrix}$$

On peut noter :

$$(1 - A_e)^{-1} = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{pmatrix} \quad (62)$$

$$\text{Donc } \begin{pmatrix} e_o^\infty \\ \hat{Q}_i^\infty \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} \cdot B_p \cdot U_i^\infty \\ E_{21} \cdot B_p \cdot U_i^\infty \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} \cdot (B_{p1} + B_{p2}) \cdot Q_i^\infty \\ E_{21} \cdot (B_{p1} + B_{p2}) \cdot Q_i^\infty \end{pmatrix} \quad (63)$$

Par ailleurs, en multipliant (62) à droite par $(1 - A_e)$ on a :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{pmatrix} \cdot (1 - A_e)$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 - A_s + (L + B_{p2} \cdot L_i) \cdot D_s & B_{p1} + B_{p2} \\ - L_i \cdot D_s & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = E_{11} \cdot (B_{p1} + B_{p2}) \\ 1 = E_{21} \cdot (B_{p1} + B_{p2}) \end{cases}$$

$$\text{Donc (63)} \Rightarrow \begin{cases} e_o^\infty = 0 \\ \hat{Q}_i^\infty = Q_i^\infty \end{cases}$$

On a donc bien vérifié que, sous certaines hypothèses sur A_e , l'erreur d'observation e_o tend vers 0 en régime établi et que l'estimation du prélèvement imprévu \hat{Q}_i converge vers la valeur exacte Q_i .

Remarque :

Si tous les pôles de la matrice A_e ont des modules strictement inférieurs à 1, alors la matrice $1 - A_e$ est inversible. En effet, si $1 - A_e$ n'est pas inversible, cela signifie que 1 est valeur propre de A_e , impossible par hypothèse.

De même que pour l'observateur d'état seul, on place les pôles de la matrice A_e par un choix judicieux des matrices L et L_i . Pour cela on écrit :

$$A_e = \begin{pmatrix} A_s - (L + B_{p2} \cdot L_i) \cdot D_s & - (B_{p1} + B_{p2}) \\ L_i \cdot D_s & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Soit encore } A_e = \begin{pmatrix} A_s & - (B_{p1} + B_{p2}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L + B_{p2} \cdot L_i \\ - L_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D_s & 0 \end{pmatrix}$$

On peut ensuite utiliser différents algorithmes pour calculer les matrices L et L_i . La fonction "place" de MatLab permet de le faire.

IV.2.6. Influence des non-linéarités

La convergence d'un observateur d'état seul a d'abord été étudiée au chapitre IV.2.2.. Cette convergence est démontrée en l'absence de toute erreur de modèle. Afin d'annuler les erreurs d'observation liées à des prélèvements inconnus (donc liées à une erreur de modèle), un observateur d'état et de prélèvement imprévu a été développé (Chapitre IV.2.4.). Sa convergence est démontrée au chapitre IV.2.5., sous l'hypothèse que les seules perturbations inconnues agissant sur le système sont liées aux prélèvements inconnus. Or, dans la réalité, d'autres perturbations (ou erreurs de modèle) existent. Parmi celles-ci, on peut citer les non-linéarités liées au bief et celles liées à la vanne. Les non-linéarités liées au bief sont assez complexes et difficilement modélisables. Par contre, les non-linéarités liées à la vanne peuvent être approchées à partir de la connaissance de la loi analytique non-linéaire de cette vanne. Il devrait donc être possible de tenir compte de la modélisation de cette perturbation non-linéaire à la vanne pour améliorer la convergence de l'observateur, de la même manière que cela a été fait au chapitre IV.2.4. à partir de la modélisation des prélèvements inconnus. Nous ne développerons pas plus cette idée dans le cadre de ce mémoire.

Nous pouvons donc nous attendre à voir apparaître une erreur d'observation $e_0 = X - \hat{X}$ non nulle, lorsque l'observateur est testé sur un modèle non-linéaire ou en présence de perturbations diverses. Cette erreur est gênante, en particulier dans la mesure où les composantes X_I de l'intégrateur sont calculées à partir du vecteur d'état estimé \hat{X} (Chapitre IV.2.1.). Elles seraient en effet erronées si le vecteur d'état estimé \hat{X} est lui-même erroné. Ceci conduirait alors à un écart de réglage en régime permanent, ce qui n'est pas acceptable. Une manière de contourner ce problème est de calculer les composantes X_I de l'intégrateur, directement à partir de la connaissance des sorties contrôlées Y et des consignes correspondantes Y_c . Cela ne peut être possible que si les intégrateurs sont placés sur des sorties contrôlées Y étant également des sorties observées Z . Par exemple, pour reprendre une interprétation physique, il est impossible de contrôler un débit à l'aval d'un système bief-vanne (sans écart de réglage en régime permanent) si ce débit n'est pas

observé. En conclusion, tout intégrateur X_1 doit être défini sur une sortie observée Z (devant être également une sortie contrôlée Y , par construction de l'intégrateur).

IV.3. CONSTRUCTION D'UN OBSERVATEUR REDUIT

IV.3.1. Principes

L'observateur construit au paragraphe précédent est un observateur complet, c'est à dire qu'il reconstruit l'ensemble du vecteur d'état X . Or, certaines variables de ce vecteur d'état sont directement mesurées, contenues dans le vecteur Z des sorties observées. Il paraît inutile de reconstruire ces variables déjà connues. Pour cela, il est possible de définir un observateur d'état réduit, appelé également observateur de Luenberger, reconstruisant uniquement les variables inconnues (Bühler 1983, Leondes et al. 1972, 1974, Zeitz 1987). Cet observateur réduit a une structure plus complexe que l'observateur complet. Cependant, il permet de limiter les calculs matriciels et de restreindre les erreurs éventuelles d'observation à un nombre minimum de variables du vecteur d'état.

Nous définissons directement l'observateur réduit avec son observateur de prélèvements imprévus associé. Soit donc le système linéaire :

$$\begin{cases} X^+ = A_s \cdot X + B_s \cdot U + B_p \cdot U_p + B_p \cdot U_i \\ Z = D_s \cdot X \end{cases}$$

avec les notations des chapitres précédents.

Le vecteur d'état X comprend des variables observées, contenues dans le vecteur des sorties observées Z , et des variables inconnues devant être reconstruites par l'observateur réduit. Ces variables sont regroupées en deux sous-vecteurs X_1 et X_2 , par un changement de base :

$$X' = P \cdot X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$$

où $X_1 = Z$ est l'ensemble des variables observées, X_2 l'ensemble des variables non observées et P la matrice de passage du changement de base. Donc :

$$\begin{cases} X'^+ = P \cdot A_s \cdot P^{-1} \cdot X' + P \cdot B_s \cdot U + P \cdot B_p \cdot U_p + P \cdot B_p \cdot U_i \\ Z = X_1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} X'^+ = A'_s \cdot X' + B'_s \cdot U + B'_p \cdot U_p + B'_p \cdot U_i \\ Z = X_1 \end{cases} \quad (64)$$

avec :

$$\begin{cases} A'_s = P \cdot A_s \cdot P^{-1} \\ B'_s = P \cdot B_s \\ B'_p = P \cdot B_p \end{cases}$$

IV.3.2. Synthèse de l'observateur réduit

Les matrices A'_s , B'_s et B'_p sont décomposées en blocs :

$$A'_s = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$$

$$B'_s = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}$$

$$B'_p = \begin{pmatrix} B_{p1} \\ B_{p2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{p11} & B_{p12} \\ B_{p21} & B_{p22} \end{pmatrix}$$

Donc :

$$(64) \Leftrightarrow \begin{cases} Z^+ = X_1^+ = A_{12} \cdot X_2 + A_{11} \cdot Z + B_1 \cdot U + B_{p1} \cdot U_p + B_{p1} \cdot U_i \\ X_2^+ = A_{22} \cdot X_2 + A_{21} \cdot Z + B_2 \cdot U + B_{p2} \cdot U_p + B_{p2} \cdot U_i \\ Z = X_1 \end{cases}$$

Les équations d'état et de sortie du nouveau système réduit, de vecteur d'état X_2 , sont donc :

$$\begin{cases} X_2^+ = A_{22} \cdot X_2 + A_{21} \cdot Z + B_2 \cdot U + B_{p2} \cdot U_p + B_{p2} \cdot U_i & \text{équation d'état} \\ Z^+ = A_{12} \cdot X_2 + A_{11} \cdot Z + B_1 \cdot U + B_{p1} \cdot U_p + B_{p1} \cdot U_i & \text{équation de sortie} \end{cases}$$

L'observateur réduit d'état et de prélèvement imprévu est défini par :

$$\begin{cases} \hat{X}_2^+ = A_{22} \cdot \hat{X}_2 + A_{21} \cdot Z + B_2 \cdot U + B_{p2} \cdot U_p + B_{p2} \cdot \hat{U}_i + L \cdot (Z^+ - \hat{Z}^+) & (65) \\ \hat{Q}_i^+ = \hat{Q}_i + L_i \cdot (Z^+ - \hat{Z}^+) & (66) \end{cases}$$

On aimerait éliminer le terme $\hat{U}_i = \begin{pmatrix} \hat{Q}_i \\ \hat{Q}_i^+ \end{pmatrix}$ dans l'observateur d'état réduit (65) grâce à

l'équation de l'observateur de prélèvements imprévus (66). Cette élimination a été faite dans le cas de l'observateur complet au chapitre IV.2.4.. Cependant, la structure plus complexe de l'observateur réduit rend cette élimination impossible.

Nous modifions donc légèrement la structure de l'équation du système réduit et de l'observateur associé en utilisant l'hypothèse asymptotique formulée au chapitre IV.1.4.. Appliquée au prélèvement imprévu Q_i , cette hypothèse indique que ses variations sont en forme d'échelon. Ainsi, Q_i peut prendre une nouvelle valeur à l'instant k_0 , et reste constant par la suite. En particulier $Q_i^+ = Q_i$. Sous cette hypothèse, les équations d'état et de sortie du système réduit deviennent :

$$\begin{cases} X_2^+ = A_{22} \cdot X_2 + A_{21} \cdot Z + B_2 \cdot U + B_{p2} \cdot U_p + (B_{p21} + B_{p22}) \cdot Q_i & \text{équation d'état} \\ Z^+ = A_{12} \cdot X_2 + A_{11} \cdot Z + B_1 \cdot U + B_{p1} \cdot U_p + (B_{p11} + B_{p12}) \cdot Q_i & \text{équation de sortie} \end{cases}$$

et l'observateur réduit d'état et de prélèvement imprévu associé :

$$\begin{cases} \hat{X}_2^+ = A_{22} \cdot \hat{X}_2 + A_{21} \cdot Z + B_2 \cdot U + B_{p2} \cdot U_p + (B_{p21} + B_{p22}) \cdot \hat{Q}_i + L \cdot (Z^+ - \hat{Z}^+) \\ \hat{Q}_i^+ = \hat{Q}_i + L_i \cdot (Z^+ - \hat{Z}^+) \end{cases}$$

Afin d'obtenir une forme standard des observateurs, on effectue le changement de variable :

$$\hat{X}_2' = \hat{X}_2 - L \cdot Z$$

$$\hat{Q}_i' = \hat{Q}_i - L_i \cdot Z$$

Alors, les observateurs s'écrivent :

$$\begin{aligned}\hat{X}'_2 + &= (A_{22} - L.A_{12}).\hat{X}'_2 + [(B_{p21} + B_{p22}) - L.(B_{p11} + B_{p12})].\hat{Q}'_i \\ &+ (B_2 - L.B_1).U + (B_{p2} - L.B_{p1}).U_p \\ &+ [A_{22}.L + A_{21} - L.A_{12}.L - L.A_{11} + (B_{p21} + B_{p22}).L_i - L.(B_{p11} + B_{p12}).L_i].Z \\ \hat{Q}'_i + &= -L_i.A_{12}.\hat{X}'_2 + [1 - L_i.(B_{p11} + B_{p12})].\hat{Q}'_i - L_i.B_1.U - L_i.B_{p1}.U_p \\ &+ [L_i - L_i.A_{12}.L - L_i.A_{11} - L_i.(B_{p11} + B_{p12}).L_i].Z\end{aligned}$$

Soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} \hat{X}'_2 \\ \hat{Q}'_i \end{pmatrix} + = \begin{pmatrix} a_2 & b_2 - L.b_1 \\ -L_i.A_{12} & 1 - L_i.b_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{X}'_2 \\ \hat{Q}'_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_2 - L.B_1 & B_{p2} - L.B_{p1} & a_2.L + a_1 + (b_2 - L.b_1).L_i \\ -L_i.B_1 & -L_i.B_{p1} & L_i.(1 - A_{12}.L - A_{11}) - L_i.b_1.L_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U \\ U_p \\ Z \end{pmatrix} \quad (67)$$

avec :

$$a_1 = A_{21} - L.A_{11}$$

$$a_2 = A_{22} - L.A_{12}$$

$$b_1 = B_{p11} + B_{p12}$$

$$b_2 = B_{p21} + B_{p22}$$

Cette forme standard de l'observateur permet de reconstruire le vecteur $\begin{pmatrix} \hat{X}'_2 \\ \hat{Q}'_i \end{pmatrix}$ permettant lui

même de reconstituer le vecteur $\begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix}$ par :

$$\begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-1} \hat{X}' \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \end{pmatrix} \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} Z \\ \hat{X}_2' + L.Z \end{pmatrix} \\ \hat{Q}_i' + L_i.Z \end{pmatrix}$$

IV.3.3. Convergence de l'observateur réduit

Vérifions que l'observateur réduit global (d'état et de prélèvements imprévus) est asymptotiquement stable. Pour cela, de la même manière qu'au chapitre IV.2.5., on calcule l'erreur d'observation $e_o = X_2 - \hat{X}_2$:

$$X_2 + = A_{22}.X_2 + A_{21}.Z + B_2.U + B_{p2}.U_p + (B_{p21} + B_{p22}).Q_i$$

$$\hat{X}_2 + = A_{22}.\hat{X}_2 + A_{21}.Z + B_2.U + B_{p2}.U_p + (B_{p21} + B_{p22}).\hat{Q}_i + L.(Z^+ - \hat{Z}^+)$$

$$\Rightarrow e_o + = A_{22}.e_o + (B_{p21} + B_{p22}).(Q_i - \hat{Q}_i) - L.(Z^+ - \hat{Z}^+)$$

Or :

$$Z^+ = A_{12} \cdot X_2 + A_{11} \cdot Z + B_1 \cdot U + B_{p1} \cdot U_p + (B_{p11} + B_{p12}) \cdot Q_i$$

et par définition :

$$\hat{Z}^+ = A_{12} \cdot \hat{X}_2 + A_{11} \cdot Z + B_1 \cdot U + B_{p1} \cdot U_p + (B_{p11} + B_{p12}) \cdot \hat{Q}_i$$

$$\Rightarrow (Z^+ - \hat{Z}^+) = A_{12} \cdot e_o + (B_{p11} + B_{p12}) \cdot (Q_i - \hat{Q}_i)$$

$$\Rightarrow e_o^+ = (A_{22} - L \cdot A_{12}) \cdot e_o + [(B_{p21} + B_{p22}) - L \cdot (B_{p11} + B_{p12})] \cdot (Q_i - \hat{Q}_i)$$

On calcule également l'équation relative au prélèvement imprévu \hat{Q}_i :

$$\hat{Q}_i^+ = \hat{Q}_i + L_i \cdot (Z^+ - \hat{Z}^+) = \hat{Q}_i + L_i \cdot A_{12} \cdot e_o + L_i \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \cdot (Q_i - \hat{Q}_i)$$

Le comportement asymptotique de l'observateur réduit global (d'état et de prélèvements imprévus) peut être étudié à partir de l'équation matricielle :

$$\begin{pmatrix} e_o^+ \\ \hat{Q}_i^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{22} - L \cdot A_{12} & -(B_{p21} + B_{p22}) + L \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \\ L_i \cdot A_{12} & 1 - L_i \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} B_{p21} + B_{p22} - L \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \\ L_i \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \end{pmatrix} \cdot Q_i$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} e_o^+ \\ \hat{Q}_i^+ \end{pmatrix} = A_e \cdot \begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix} + B_e$$

$$\text{où } A_e = \begin{pmatrix} A_{22} - L \cdot A_{12} & -(B_{p21} + B_{p22}) + L \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \\ L_i \cdot A_{12} & 1 - L_i \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \end{pmatrix}$$

$$\text{et } B_e = \begin{pmatrix} B_{p21} + B_{p22} - L \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \\ L_i \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \end{pmatrix} \cdot Q_i$$

Le raisonnement appliqué au chapitre IV.2.5. peut encore s'appliquer ici. Il indique que si les modules des valeurs propres de A_e sont strictement inférieurs à 1 alors $1 - A_e$ est inversible et la suite affine $\begin{pmatrix} e_o \\ \hat{Q}_i \end{pmatrix}$ converge. Sa limite à l'infini vérifie également

(démonstration identique à celle du chapitre IV.2.5.) :

$$\begin{pmatrix} e_o^\infty \\ \hat{Q}_i^\infty \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ Q_i^\infty \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres de A_e sont imposées par le choix des matrices L et L_i . Pour cela, on écrit :

$$\begin{aligned} A_e &= \begin{pmatrix} A_{22} - L \cdot A_{12} & -(B_{p21} + B_{p22}) + L \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \\ L_i \cdot A_{12} & 1 - L_i \cdot (B_{p11} + B_{p12}) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} A_{22} & -(B_{p21} + B_{p22}) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} L \\ -L_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_{12} & -(B_{p11} + B_{p12}) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Le problème est donc similaire à celui du chapitre IV.2.5.. Les matrices peuvent être calculées avec les mêmes algorithmes, et en particulier avec la fonction "place" de MatLab.

IV.4. CONCLUSION

Les gains de la commande optimale ont pu être calculés à partir de la modélisation linéaire du bief de canal, obtenue au chapitre II. Un intégrateur a été ajouté, sur plusieurs variables correctement choisies en fonction des objectifs de régulation, afin d'annuler les écarts statiques de réglage. L'hypothèse asymptotique a été faite, afin de conduire à des gains constants, et simplifier de ce fait la réalisation technique du contrôleur. La commande obtenue permet la poursuite d'objectifs variables ("tracking") et peut tenir compte de prédictions sur les prélèvements aux prises.

Un observateur complet, puis un observateur réduit ont été développés. Un observateur des prélèvements a été adjoint afin d'améliorer l'observation du vecteur d'état en cas de prélèvements inconnus. L'observateur global résultant a été démontré stable et convergent, dans les deux cas. L'hypothèse asymptotique a dû être faite dans le cas de l'observateur réduit d'état et de prélèvement.



CHAPITRE V :

TESTS ET RESULTATS

V.1. INTRODUCTION	141
V.1.1. Critères d'évaluation.....	141
V.1.2. Choix des matrices de pondération	143
V.1.3. Choix des pôles de l'observateur	145
V.2. MODELES DE SIMULATION.....	147
V.2.1. Modèle linéaire	147
V.2.2. Modèle non-linéaire.....	149
V.3. SYSTEME 1	150
V.3.1. Description du système.....	150
V.3.2. Choix de la période d'échantillonnage	152
V.3.3. Synthèse du modèle linéaire	152
V.3.4. Synthèse du contrôleur	153
V.3.5. Synthèse de l'observateur	153
V.3.6. Test 1 (poursuite)	154
V.3.6.1. Sans prédiction, modèle linéaire	154
V.3.6.2. Sans prédiction, sans observateur, modèle non-linéaire.....	155
V.3.6.3. Sans prédiction, avec observateur, modèle non-linéaire.....	155
V.3.6.4. Avec prédiction, avec observateur, modèle linéaire	155
V.3.6.5. Avec prédiction, avec observateur, modèle non-linéaire.....	155
V.3.7. Test 2 (robustesse)	165
V.4. SYSTEME 2 (Maricopa Stanfield)	170
V.4.1. Description du système.....	170
V.4.2. Choix de la période d'échantillonnage	172
V.4.3. Synthèse du modèle linéaire	173
V.4.4. Synthèse du contrôleur	173
V.4.5. Synthèse de l'observateur	174
V.4.6. Test 1 (réaction à un prélèvement imprévu).....	174
V.4.7. Test 2 (comparaison BF, BO + BF, PIR).....	175
V.5. CONCLUSION.....	180



V.1. INTRODUCTION

V.1.1. Critères d'évaluation

Les contrôleurs présentés dans la littérature sont souvent (voire toujours) testés sur un exemple particulier de canal : une branche du California Aqueduct du California State Water Project pour Garcia (1988), le canal réduit du CalPoly Institute pour Schuurmans (1992), un canal fictif pour Balogun (1985) et Reddy (1992), etc., sous des scénarios donnés de fonctionnement. Ces tests sont donc d'une portée limitée. En outre, ces tests sont presque toujours réalisés sur un modèle mathématique plus ou moins réaliste (modèle linéaire ou non-linéaire). Rien n'indique en particulier que le fonctionnement restera satisfaisant si les conditions de fonctionnement sont différentes de celles choisies pour les tests. Il semble difficile de contourner cette difficulté compte tenu du nombre infini de configurations de canaux et de scénarios de fonctionnement possibles.

Chevereau (1991) souligne cette difficulté et propose de distinguer les canaux à faible ou à forte perte de charge. Nous avons vu au chapitre III, lors de la détermination de la période d'échantillonnage, que les comportements de ces canaux étaient effectivement différents. Le CEMAGREF participe actuellement à un groupe de travail de l'American Society of Civil Engineers (ASCE Task Committee, 1993-1995), organisé par Albert Clemmens (US Water Conservation Laboratory, Phoenix, Arizona, USA). Un des objectifs de ce groupe est de définir un ensemble représentatif de canaux et scénarios tests, permettant d'évaluer les contrôleurs existants sur le marché, ou en cours de développement, et de les comparer entre eux.

En attendant que ces cas tests soient disponibles, nous testons le contrôleur optimal développé dans ce mémoire sur deux systèmes différents :

- Un système fictif de pente moyenne ($2 \cdot 10^{-4}$). Le système, la procédure de choix des coefficients de synthèse, et les résultats obtenus sont étudiés en détail. La robustesse du contrôleur est également testée sur modèle non-linéaire.
- La partie amont du canal de Maricopa Stanfield Irrigation and Drainage District (MSID, Arizona, USA). Ce canal présente les particularités intéressantes d'avoir une forte pente ($2 \cdot 10^{-3}$), peu de volume de stockage et des ouvrages dénoyés. Des données disponibles sur le même système, avec des contrôleurs ELFLO, ELFLO + Découpleurs (Schuurmans 1993), et PIR (Deltour 1992) permettent en outre d'avoir une base commune de comparaison des résultats.

Une fois les canaux tests choisis, il reste à choisir les scénarios de fonctionnement. Nous proposons :

- Variation désirée du débit demandé à l'aval (poursuite de trajectoire en débit),
- Réaction face à un prélèvement à une prise (en boucle fermée sans prédiction, puis en boucle fermée + boucle ouverte avec prédiction).

Les critères d'évaluation sont :

- Stabilité de l'ensemble Contrôleur - Observateur,
- Précision de l'ensemble Contrôleur - Observateur,
- Rapidité de satisfaction des demandes (à l'aval ou à la prise),
- Limitation des amplitudes des oscillations pendant les phases transitoires.

Ces études sont menées sur un modèle linéaire (MatLab-Simulink) et sur un modèle non-linéaire (SIC, CEMAGREF 1992).

L'évaluation des performances du contrôleur peut être faite à travers le calcul de divers indices de performance. Différents indices sont proposés dans la littérature (Palmer et al. 1989, Molden et al. 1990). Chevereau (1991, p. 53) propose de calculer le volume des ongllets mis en jeu au cours de la régulation. Ce critère est pertinent pour comparer, par exemple, une régulation de cote amont de bief avec une régulation de volume. Mais il ne permet pas de quantifier la rapidité ni la précision d'une régulation, pour des variables contrôlées données. Clemmens (1993) propose comme objectif de performance d'un contrôleur de satisfaire 3 critères :

- assurer la distribution de l'eau aux différentes prises (avec des manoeuvres pour certaines d'entre elles) avec des écarts maximums de 10 % entre les débits demandés et les débits fournis,
- assurer pour chaque prise un coefficient de variation inférieur à 3 %. Ce coefficient est défini comme le rapport de l'écart type sur la moyenne des débits délivrés à la prise (Palmer et al. 1989),
- assurer un nouveau débit stabilisé à chaque prise non manoeuvrée égal au débit initial à moins de 2% près.

Ces indices sont intéressants car ils se réfèrent à la qualité de la distribution de l'eau aux prises, ce qui est finalement l'objectif primordial d'une régulation. Cependant ils présentent l'inconvénient de ne pas caractériser uniquement la régulation étudiée, mais également en grande partie la sensibilité du débit à une prise aux fluctuations de niveau dans le canal. Ainsi, si une prise est peu sensible à ces fluctuations de niveau, des régulations assurant un niveau constant à ± 2 cm ou à ± 20 cm pourraient avoir des indices relativement proches.

Nous utiliserons donc principalement comme indices de performance, la valeur des fluctuations maximales et les temps de stabilisation (à $\pm 10\%$) des sorties contrôlées autour de leurs consignes. Nous présenterons également l'impact de ces fluctuations sur les débits délivrés aux prises, en sachant cependant que cet impact dépend grandement de la nature de la prise et de sa sensibilité d'alimentation.

Enfin la robustesse du contrôleur sera testée. A priori la commande LQR a des garanties de robustesse plutôt grandes (Larminat 1993). Ces tests de robustesse seront effectués en utilisant le contrôleur calculé pour un régime hydraulique donné sur d'autres régimes hydrauliques, avec :

- Modification du coefficient de débit au régulateur de 10 %,
- Modification du coefficient de Strickler de 30 %,
- Modification du débit de base de 50 %.

Ces tests de robustesse sont essentiels. En effet, un régulateur donné, sur un canal donné et un scénario donné, peut se comporter correctement, moyennant un calage astucieux des paramètres de synthèse. Cependant, son adaptation à des contextes perturbés ou mal connus peut être plus problématique.

V.1.2. Choix des matrices de pondération

La synthèse des matrices de gain du contrôleur optimal, présentée au chapitre IV, repose directement sur les matrices de pondération Q_Y , Q_I et R . L'ingénieur dispose donc de certains degrés de liberté, qui déterminent en partie le comportement du régulateur. Bien que la formulation du critère J donne une signification physique intuitive aux matrices de pondération, leur détermination reste un travail délicat. La règle de Bryson (Bryson et al. 1975, Larminat 1993, p. 208) suggère de choisir des matrices de pondération diagonales, dont les coefficients diagonaux sont égaux au carré de l'inverse de l'écart maximum souhaité sur la variable correspondante. Bryson indique également que cette règle ne fournit que des valeurs initiales, que l'on peut ensuite améliorer par simulations successives. La forme de la réponse obtenue et la signification intuitive des coefficients de pondération permet de guider ce processus d'amélioration par essais - erreurs.

Pour un critère J écrit sous la forme :

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \{ (Y(k) - Y_c(k))^T \cdot Q_Y \cdot (Y(k) - Y_c(k)) + X_I(k)^T \cdot Q_I \cdot X_I(k) + (u(k) - u_c(k))^T \cdot R \cdot (u(k) - u_c(k)) \}$$

et des matrices de pondération $R = (r_{ij})$, $Q_Y = (q_{ij})$, et $Q_I = (I_{ij})$, la règle de Bryson donne :

$$r_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \text{ et } r_{ii} = \frac{1}{\max(u_i)^2}$$

$$q_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \text{ et } q_{ii} = \frac{1}{\max(Y_i)^2}$$

$$I_{ij} = 0 \text{ si } i \neq j \text{ et } I_{ii} = \frac{1}{\max(X_{ii})^2}$$

Garcia (1988) utilise cette approche et signale la nécessité des simulations pour affiner les pondérations initiales obtenues par la règle de Bryson. Ainsi, certains de ses coefficients ont été multipliés par un facteur 10 et d'autres par un facteur 100. Cependant cette règle reste utile pour fournir des pondérations initiales. Leur interprétation physique dans le critère J permet ensuite de les modifier pour obtenir un contrôleur de comportement satisfaisant.

En fait, cette règle ne résout pas directement le problème. En effet, comment savoir si l'on doit autoriser une variation d'ouverture de vanne de 5, 10 ou 20 cm ?, faut-il autoriser des fluctuations de débit de 50 l/s et des fluctuations de cote de 5 cm ?, ou plutôt des fluctuations de débit de 200 l/s et des fluctuations de cote de 1 cm ?

Afin de résoudre ce problème, nous proposons d'étudier le comportement asymptotique du système en boucle ouverte. Par exemple, pour un système élémentaire bief-vanne, constitué d'un bief et d'une vanne en série (Figure 35), nous suivons le raisonnement suivant :

- Lorsque nous fermons la vanne du régulateur (ouverture v_2) d'une valeur δv_2 correspondant à 10 % de son ouverture initiale, la cote située à l'amont de la vanne (sortie contrôlée Y_2) augmente d'une valeur δY_2 , et la cote située à l'amont du bief (sortie contrôlée Y_1) augmente d'une valeur δY_1 .
- Nous cherchons ensuite l'augmentation δv_1 du débit en tête (débit v_1) qui conduit à la même augmentation δY_2 de la cote située à l'amont de la vanne (sortie contrôlée Y_2). Nous en déduisons les augmentations correspondantes :

δv_3 de la cote située à l'aval du système (cote v_3),

δY_1 de la cote située à l'amont du bief (sortie contrôlée Y_1),

δY_3 du débit aval du système (sortie contrôlée Y_3).

Nous retenons le δY_1 maximum parmi les deux calculés précédemment. Nous avons vu au chapitre II, que la modélisation proposée dans ce mémoire pour les commandes u_1 et u_3 est une modélisation hybride (entre des valeurs absolues v et des incréments de valeur $v^+ - v$) :

$u = v^+ - \lambda v$, où v est la variable hydraulique correspondante (Q ou z) par rapport au régime permanent de référence (e). On a alors :

$$u_1 = v_1^+ - \lambda v_1 = v_1^+ - v_1 + (1 - \lambda) v_1$$

L'utilisation du théorème de Shannon a conduit à une période d'échantillonnage qui est de l'ordre de 1/10 des constantes de temps du système. On fait donc l'approximation qu'une variation δv_1 s'est effectuée en dix variations égales ($v_1^+ - v_1$).

Cette hypothèse (frustré faute de mieux) conduit donc à :

$$\delta u_1 = 1/10 \delta v_1 + (1 - \lambda) \delta v_1 = (1 - \lambda + 1/10) \delta v_1$$

De même, :

$$\delta u_3 = 1/10 \delta v_3 + (1 - \lambda) \delta v_3 = (1 - \lambda + 1/10) \delta v_3$$

En ce qui concerne δu_2 (ouverture de la vanne au régulateur), nous avons retenu une modélisation uniquement incrémentale (correspondant à $\lambda = 1$). De ce fait :

$$\delta u_2 = 1/10 \delta v_2$$

On pose alors :

$$R = \begin{pmatrix} \frac{1}{\delta u_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\delta u_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\delta u_3^2} \end{pmatrix}, \text{ et } Q_Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{\delta Y_1^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\delta Y_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\delta Y_3^2} \end{pmatrix}$$

Pour la détermination de la matrice de pondération Q_I sur l'intégrateur, nous supposons également que les variations δY_2 et δY_3 (si l'on choisi de définir l'intégrateur sur ces deux variables) ont été réparties sur 10 pas de temps. On pose alors :

$$Q_I = \begin{pmatrix} \frac{1}{10\delta Y_2^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{10\delta Y_3^2} \end{pmatrix}$$

Nous utiliserons cette procédure d'initialisation des matrices de pondération Q_Y , R et Q_I pour les deux exemples présentés ci-dessous. Dans la mesure où toutes les matrices de pondération utilisées ici sont choisies diagonales, nous écrivons pour simplifier les notations :

$$R = \left[\frac{1}{\delta u_1^2} \quad \frac{1}{\delta u_2^2} \quad \frac{1}{\delta u_3^2} \right], \quad Q_Y = \left[\frac{1}{\delta Y_1^2} \quad \frac{1}{\delta Y_2^2} \quad \frac{1}{\delta Y_3^2} \right], \text{ et } Q_I = \left[\frac{1}{10\delta Y_2^2} \quad \frac{1}{10\delta Y_3^2} \right]$$

V.1.3. Choix des pôles de l'observateur

Nous choisissons des pôles a priori réels positifs et proches de zéro, afin de garantir une convergence rapide et sans oscillation de l'observateur. Le placement de pôle est réalisé par la fonction "place" de MatLab. Cette fonction utilise un algorithme de placement de pôle robuste qui optimise le choix des vecteurs propres (MatLab - Control System Toolbox, 1991, Kautsky J. et Nichols N.K., 1983). Lorsque l'on rapproche les pôles de zéro, la convergence de l'observateur est de plus en plus rapide. Cette rapidité se traduit par une

diminution des écarts entre le vecteur d'état réel X et le vecteur d'état observé \hat{X} lors des phases transitoires. D'autre part, pour que l'ensemble contrôleur-observateur fonctionne correctement, il faut que la dynamique de l'observateur soit plus rapide que la dynamique du contrôleur. Il n'est pas nécessaire de rechercher des pôles extrêmement proches de zéro, car ceci résulterait en des gains très élevés soulevant des difficultés de mise en oeuvre, sans améliorer sensiblement le comportement du système contrôlé (Kwakernaak et al. 1972, p. 387). D'ailleurs, il est impossible de diminuer indéfiniment la valeur de ces pôles avec fonction "place" de MatLab. En deçà d'une certaine limite, l'algorithme ne trouve plus de solution satisfaisante (un message est affiché indiquant que le placement de pôle ne peut être effectué qu'avec une erreur de plus de 10 % sur les pôles).

V.2. MODELES DE SIMULATION

V.2.1. Modèle linéaire

Le programme commercial Simulink (MatLab 1992), complémentaire de MatLab (1991), est un logiciel de simulation dynamique particulièrement bien adapté à l'étude du comportement dynamique de systèmes linéaires, de contrôleurs, d'observateurs, etc.. Ce logiciel dispose d'une interface graphique permettant de définir différents blocs fonctionnels simulant les différents processus dynamiques : le système, le contrôleur, l'observateur, l'intégrateur, etc. (Figure 31). Les matrices et vecteurs utilisés par ces blocs fonctionnels sont calculés par MatLab et stockés dans l'espace mémoire de travail.

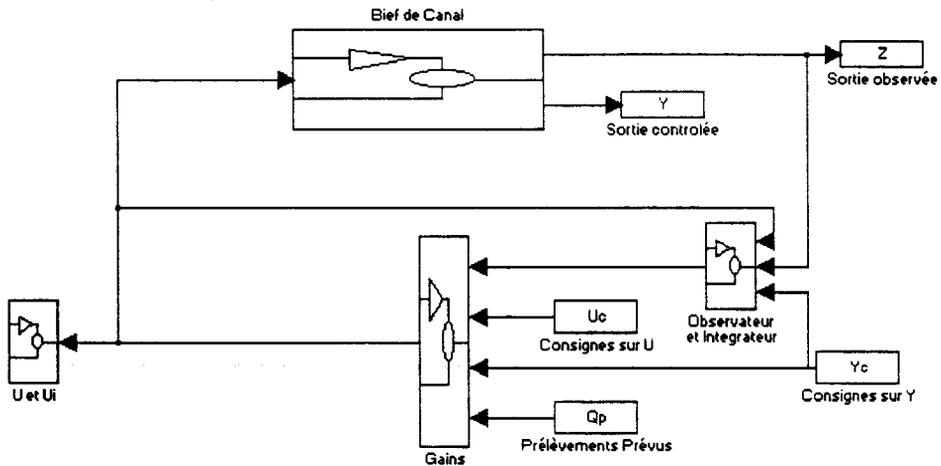


Figure 31. Schéma du système avec contrôleur et observateur

Les flèches indiquent les connexions entre les différents blocs fonctionnels. La commande u entre dans le bloc Système Bief-Vanne (Figure 32) à un instant t . Ce bloc génère les sorties contrôlées Y et observées Z . Ces dernières entrent dans le bloc Observateur et Intégrateur (Figure 33), en parallèle avec la commande u et les consignes Y_c sur les sorties observées. De ces trois informations, le bloc Observateur et Intégrateur reconstitue le vecteur d'état X et y adjoint les composantes de l'intégrateur X_I . Le vecteur d'état $x = \begin{pmatrix} X \\ X_I \end{pmatrix}$ résultant, est utilisé comme une des entrées du bloc Gains (Figure 34) contenant les matrices de gain calculées au chapitre IV. Les trois autres entrées de ce bloc sont les consignes u_c sur les commandes u , les consignes Y_c sur les sorties contrôlées Y et les prédictions de prélèvement à la prise Q_p . La commande optimale u est obtenue en sortie de ce bloc. Elle est injectée en entrée du bloc Système Bief-Vanne, pour un nouveau calcul à un nouveau

pas de temps $t + \Delta t$. Les commandes u sont stockées dans l'espace mémoire pour être visualisées ultérieurement.

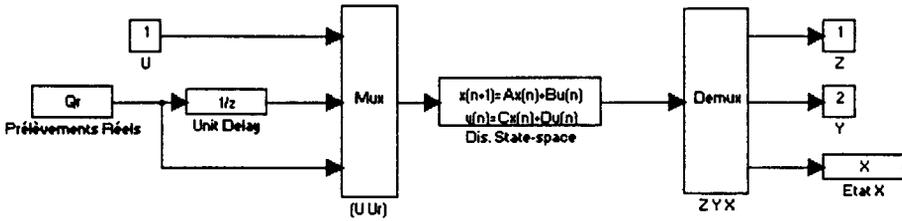


Figure 32. Bloc du Système Bief-Vanne

Le Système Bief-Vanne a comme entrées la commande optimale u , ainsi que le prélèvement réel Q_r , éventuellement différent du prélèvement prédit Q_p . Nous avons vu au chapitre II que la modélisation de la condition à la limite interne de type prise fait intervenir le vecteur composé des prélèvements aux temps t et $t + \Delta t$. Dans la mesure où Simulink ne peut pas simuler simplement une avance dans le temps (opérateur décalage z), nous avons décalé les vecteurs de prélèvement Q_r et Q_p dans l'espace de travail et utilisé l'opérateur retard z^{-1} . Le Système linéaire Bief-Vanne est ensuite simulé à partir des matrices A_s , B_s et B_p obtenues au chapitre II. Le résultat de cette simulation est le vecteur d'état X , d'où on extrait les vecteurs de sortie contrôlée Y ($Y = C_s \cdot X$) et observée Z ($Z = D_s \cdot X$).

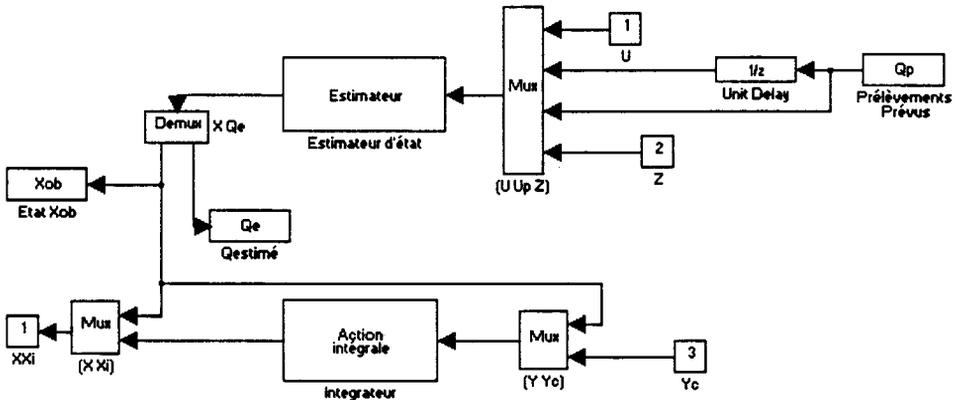


Figure 33. Bloc de l'Observateur et Intégrateur

L'observateur d'état réduit et de prélèvement imprévu reconstruit l'état estimé \hat{X} et le prélèvement estimé \hat{Q}_i à partir de la commande u , des prélèvements prédits Q_p et des sorties observées Z . Les sorties contrôlées estimées \hat{Y} permettent, combinées avec les consignes correspondantes Y_c , de calculer les composantes X_i de l'intégrateur. Ces dernières sont

concaténées au vecteur \hat{X} pour former le vecteur x utilisé pour le calcul de la commande optimale.

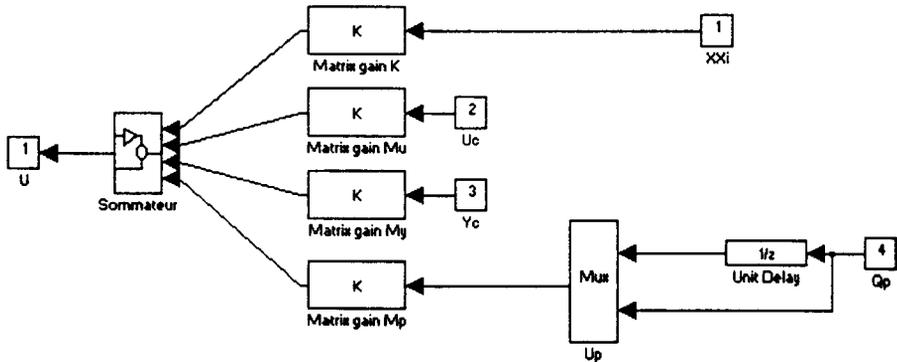


Figure 34. Bloc des matrices de gain

Le vecteur x (état reconstruit et intégrateur), les consignes u_c (respectivement Y_c) sur la commande u (respectivement sur la sortie Y), et les prélèvements prédits Q_p apparaissent en entrée des matrices de gain. Les contributions des différents gains sont additionnées pour donner la commande optimale u .

Beaucoup de simulations différentes peuvent être effectuées en utilisant le modèle dynamique décrit ci-dessus. En particulier différentes chroniques de consignes, prélèvements prédits et réels peuvent être simulées. Différentes matrices de gain, calculées sous MatLab, peuvent également être étudiées. Cependant toutes ces simulations, même si elles autorisent la prise en compte de perturbations inconnues, restent dans un cadre linéaire.

V.2.2. Modèle non-linéaire

Une fois les synthèses du contrôleur et de l'observateur réalisées sous MatLab et testées sous Simulink, l'ensemble est testé avec un modèle non-linéaire plus proche d'un canal réel. Ce modèle développé par le CEMAGREF a déjà été cité au chapitre II. Il simule en particulier les non-linéarités aux ouvrages et dans les biefs. Ces simulations sont essentielles, car un ensemble contrôleur-observateur performant sur modèle linéaire, peut ne pas être assez robuste aux non-linéarités d'un système réel et devenir instable.

V.3. SYSTEME 1

V.3.1. Description du système

On considère le système bief-vanne élémentaire suivant (déjà présenté au chapitre II) :

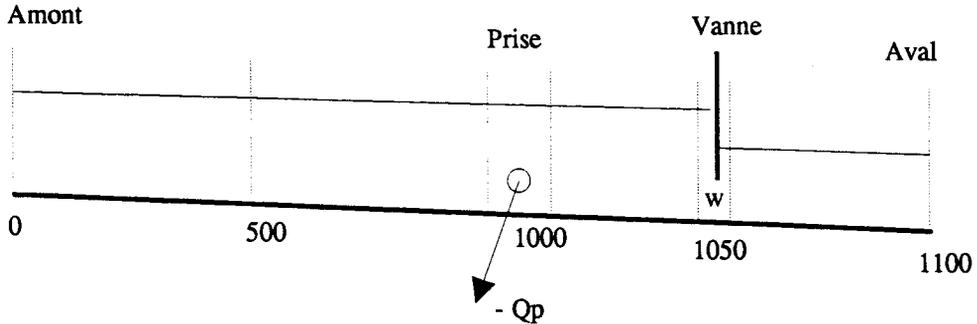


Figure 35. Profil en long du Système 1 (Bief fictif)

Les abscisses en long des sections de discrétisation sont indiquées sur le schéma. Les sections en travers sont trapézoïdales. Les caractéristiques géométriques et hydrauliques du bief sont :

penne I	$2 \cdot 10^{-4}$
longueur L	1050 m
largeur au fond l	10 m
fruit des berges f	1
Strickler K	25
débit Q	5 m ³ /s

Tableau 7. Données géométriques et hydrauliques

On calcule les variables :

y_n	1.24 m
c	3.49 m/s
V	0.36 m/s
Froude	0.103
T_c	10 mn
C_B	0.17

Tableau 8. Variables calculées

La valeur du coefficient C_B ($C_B = 0.17 < 1$) indique que ce système est à faible perte de charge. Le pas de temps d'échantillonnage nécessaire sera alors probablement déterminé à partir du temps caractéristique du bief T_c . On vérifie ce point à partir de l'analyse fréquentielle du modèle d'Hayami associé. Les paramètres de ce modèle sont :

E (m ² /s)	1008
Θ (m/s)	0.55
C_M	0.127

Tableau 9. Paramètres du modèle d'Hayami

Le coefficient C_M étant inférieur à 1, il n'est pas possible d'approximer (de manière satisfaisante) le modèle d'Hayami par un modèle du second ordre.

Les caractéristiques de la vanne sont :

Largeur	5 m
Coefficient de débit	0.6
Ouverture	0.5 m

Tableau 10. Caractéristiques de la vanne du régulateur

Le bief situé à l'aval de la vanne a les mêmes caractéristiques géométriques qu'à l'amont, et a une longueur de 50 m.

V.3.2. Choix de la période d'échantillonnage

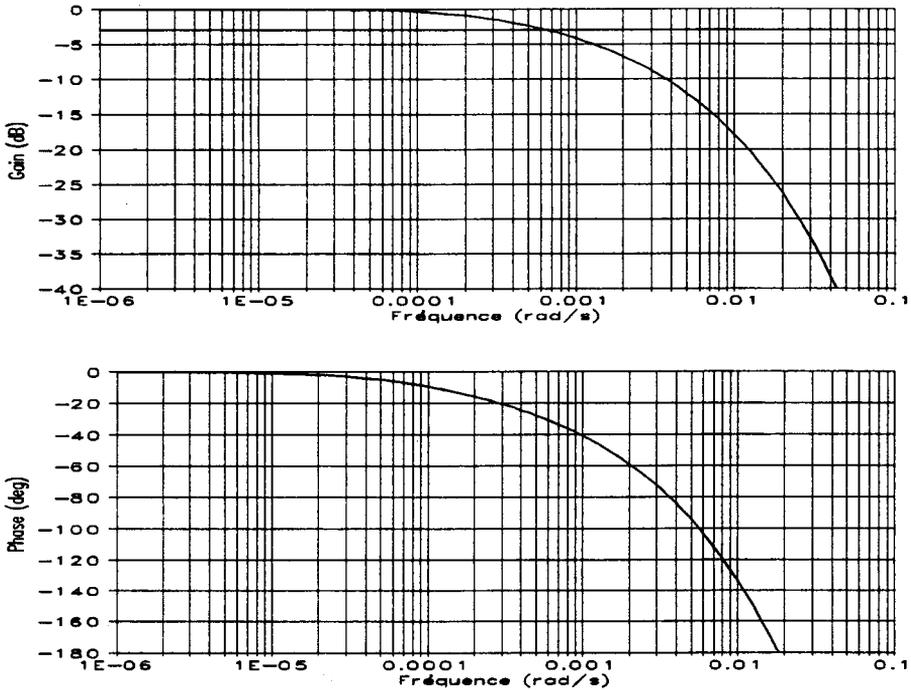


Figure 36. Analyse fréquentielle du système

On trouve la bande passante du système w_0 :

$$w_0 = 6.51 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

$$\Leftrightarrow w_e \in [6 \cdot w_0, 25 \cdot w_0] = [3.9 \cdot 10^{-3}, 1.63 \cdot 10^{-2}] \text{ (rad/s)}$$

$$\Leftrightarrow f_e = w_e / 2\pi \in [6.22 \cdot 10^{-4}, 2.59 \cdot 10^{-3}] \text{ (Hz)}$$

$$\Leftrightarrow T_e = 1/f_e \in [3.86 \cdot 10^2, 1.6 \cdot 10^3] \text{ (s)} \approx [6.4, 26.7] \text{ (mn)}$$

Par ailleurs, on trouve :

$$T_c = 10 \text{ mn, donc :}$$

$$[T_c/9, T_c/4] \approx [1, 2.5] \text{ mn}$$

On remarque que le phénomène physique le plus contraignant sur la période d'échantillonnage est celui de la propagation des ondes. Cela est cohérent avec le fait que le bief est à faible perte de charge ($C_B = 0.17$). On décide de choisir la période d'échantillonnage $T_e = 2 \text{ mn}$.

V.3.3. Synthèse du modèle linéaire

Le modèle du système est synthétisé comme cela est décrit au chapitre II. Les équations de Saint-Venant sont discrétisées avec un pas de temps de discrétisation $\Delta t = T_e = 2 \text{ mn}$. Les

variables contrôlées, sur lesquelles les intégrateurs sont définis, sont le débit à l'aval du bief et la cote à l'amont de la vanne. Les variables observées sont : la cote à l'amont du bief, la cote à l'amont de la vanne et le débit à la vanne (ce dernier est calculé à partir de la loi d'ouvrage non-linéaire).

V.3.4. Synthèse du contrôleur

On vérifie que le système est commandable et observable. Les matrices de pondération sont calculées selon la procédure détaillée au chapitre V.1.2.. Pour $\delta v_2 = -0.05$ m (fermeture de la vanne de 10 % soit 5 cm), on observe les variations :

$$\delta Y_1 = +0.05 \text{ m (cote amont bief) et,}$$

$$\delta Y_2 = +0.07 \text{ m (cote amont vanne).}$$

Pour obtenir la même variation sur $\delta Y_2 = +0.07$ m (cote amont vanne), il faut augmenter le débit amont δv_1 de $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$. On trouve alors :

$$\delta Y_1 = 0.06 \text{ m (cote amont bief), } \delta v_3 = 0.04 \text{ m (cote aval système), et } \delta Y_3 = 0.2 \text{ m}^3/\text{s (débit aval système).}$$

On retient donc :

$$\delta Y_1 = 0.06 \text{ m, } \delta Y_2 = +0.07 \text{ m, } \delta Y_3 = 0.2 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$\delta v_1 = 0.2 \text{ m}^3/\text{s, } \delta v_2 = -0.05 \text{ m, } \delta v_3 = 0.04 \text{ m,}$$

d'où :

$$\delta u_1 = (1 - 0.6 + 1/10) \delta v_1 = 0.1 \text{ m}^3/\text{s (on choisi } \lambda = 0.6),$$

$$\delta u_2 = 1/10 \delta v_2 = -0.005 \text{ m,}$$

$$\delta u_3 = (1 - 0.6 + 1/10) \delta v_3 = 0.02 \text{ m.}$$

Les matrices de pondération sont ainsi :

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta u_1^2} & \frac{1}{\delta u_2^2} & \frac{1}{\delta u_3^2} \end{bmatrix} = [100 \ 40000 \ 2500]$$

$$Q_Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta Y_1^2} & \frac{1}{\delta Y_2^2} & \frac{1}{\delta Y_3^2} \end{bmatrix} = [278 \ 204 \ 25]$$

$$Q_I = \begin{bmatrix} \frac{1}{10\delta Y_2^2} & \frac{1}{10\delta Y_3^2} \end{bmatrix} = [20.4 \ 2.5]$$

Les gains présentés au chapitre IV sont calculés à l'aide du logiciel MatLab.

V.3.5. Synthèse de l'observateur

Comme conseillé au chapitre V.1.3., les pôles de l'observateur sont choisis plus rapides (en module plus proches de 0) que ceux du système en boucle fermée. Nous les choisissons

réels positifs, compris entre 0.02 et 0.03. Les pôles du système (en boucle ouverte), du système avec contrôleur et de l'observateur sont présentés figure 37.

V.3.6. Test 1 (poursuite)

Le premier test réalisé consiste en une poursuite en débit aval avec maintien d'une cote constante à l'amont du régulateur. Toutes les variables utilisées et présentées par la suite (débits, cotes et ouvertures) sont données en valeur relative par rapport au régime permanent de référence (e). La consigne en débit aval est :

- 0 pendant la période [0, 22 mn],
- + 1.2 pendant la période [24 mn, 6 h 38 mn] (correspondant à 24 % du débit nominal du canal),
- + 0.2 pendant la période [6 h 40, 12 h] (correspondant à 4 % du débit nominal du canal).

On ouvre la prise de 0.24 m pendant la période [2 h, 4 h]. Cette ouverture correspond à un débit à la prise de + 0.205 m³/s (si le niveau est maintenu constant dans le canal). On étudie le comportement du régulateur dans les deux cas avec ou sans prédiction de cette manoeuvre à la prise. On présente les résultats obtenus sur modèle linéaire (MatLab) et également sur modèle non-linéaire (SIC).

V.3.6.1. Sans prédiction, modèle linéaire

Les résultats sans prédiction, obtenus sur modèle linéaire, sont présentés figure 38. Les temps situés en abscisse des figures des résultats sur modèle linéaire sont indiqués en pas de temps (0 à 360 pour les temps 0 à 12 h, le pas de temps étant de 2 mn). On remarque un comportement général très satisfaisant, même avec les matrices de pondération initiales présentées ci-dessus. Ce résultat n'était pas acquis car de nombreuses simulations réalisées ont montré que le comportement du contrôleur est assez sensible au choix des matrices de pondération. La procédure d'initialisation proposée semble donc satisfaisante, au moins sur cet exemple. La cote à l'amont du régulateur est maintenue à ± 4.5 cm. La consigne en débit aval est atteinte avec une erreur maximale de ± 117 l/s. Le temps de stabilisation (à ± 10 %) est instantané à la montée de 0 à 1.2 m³/s et de 30 mn à la descente de 1.2 à 0.2 m³/s. Le prélèvement imprévu est corrigé avec un écart maximum de ± 68 l/s sur le débit aval et un écart en cote à l'amont du régulateur de ± 1 cm.

L'erreur de reconstruction du vecteur d'état (par l'observateur réduit) et la reconstruction du débit imprévu sont présentés figure 39. On remarque que pendant les périodes transitoires liées à l'ouverture et à la fermeture de la prise, il existe une erreur de reconstruction d'état. Cette erreur est au maximum de ± 57 l/s sur les débits et de ± 0.12 cm sur les cotes. Le débit prélevé à la prise est correctement reconstruit (205 l/s), et ce pratiquement instantanément (en 2 pas de temps, soit 4 mn).

V.3.6.2. Sans prédiction, sans observateur, modèle non-linéaire

Les résultats sans prédiction, et sans utilisation de l'observateur, obtenus sur modèle non-linéaire, sont présentés figure 40. Dans ce cas, on suppose donc que l'ensemble du vecteur d'état est connu. On remarque que les résultats sont sensiblement égaux à ceux obtenus sur modèle linéaire (Figure 38). L'écart le plus sensible est celui du dépassement en débit aval par rapport à la consigne (360 l/s), avec un temps de stabilisation de 1 pas de temps, soit 2 mn.

V.3.6.3. Sans prédiction, avec observateur, modèle non-linéaire

Les résultats sans prédiction, et avec utilisation de l'observateur, obtenus sur modèle non-linéaire, sont présentés figure 41. On remarque que les résultats sont sensiblement égaux à ceux obtenus sans observateur (Figure 40). Le dépassement en débit aval par rapport à la consigne est encore un peu plus fort (500 l/s), avec un temps de stabilisation de 4 mn. Ces bon résultats s'expliquent par un comportement très satisfaisant de l'observateur, même en présence des non-linéarités (Figure 42). L'erreur est assez importante au moment de l'augmentation ou de la diminution de la consigne en débit aval (erreur maximale de $\pm 2.8 \text{ m}^3/\text{s}$ sur les débits et de $\pm 4.7 \text{ cm}$ sur les cotes), mais la convergence est très rapide (14 mn). En fait, la convergence n'est pas rigoureusement atteinte à cause des non-linéarités ($\pm 100 \text{ l/s}$ sur les débits et $\pm 1 \text{ cm}$ sur les cotes). Cette remarque justifie en partie l'utilisation d'un observateur réduit qui localise les erreurs aux seules variables reconstruites. Ce résultat, évoqué au chapitre IV, était déjà anticipé.

V.3.6.4. Avec prédiction, avec observateur, modèle linéaire

Les résultats avec prédiction, et avec utilisation de l'observateur, obtenus sur modèle linéaire, sont présentés figure 43. On remarque que la réaction en débit amont pour compenser le débit prélevé à la prise est beaucoup plus rapide que dans le cas sans prédiction. L'influence de ce débit prélevé sur la cote amont du régulateur et sur le débit aval est quasiment supprimée ($\pm 0.6 \text{ cm}$ sur la cote et $\pm 21 \text{ l/s}$ sur le débit). La reconstruction de l'état est parfaite (à la précision de calcul près, soit environ 10^{-15}) car aucune perturbation inconnue n'agit plus sur le système (Figure 44).

V.3.6.5. Avec prédiction, avec observateur, modèle non-linéaire

Les résultats avec prédiction, et avec utilisation de l'observateur, obtenus sur modèle non-linéaire, sont présentés figure 45. Les mêmes améliorations sont constatées par rapport à celles décrites sur les modèles linéaires.

Figure 37. Pôles du système, du contrôleur et de l'observateur

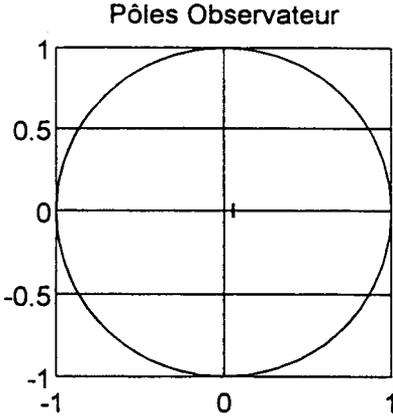
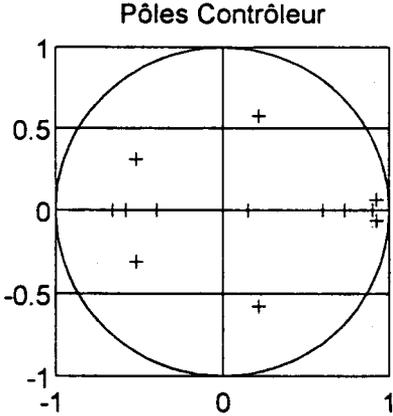
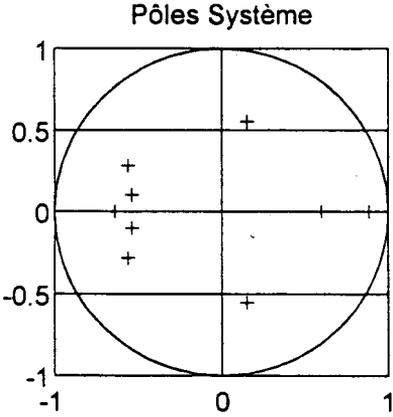


Figure 38. Résultats sur modèle linéaire, sans prédiction

Les temps en abscisse sont exprimés en nombre de pas de temps ($\Delta t = 2$ mn)

Les valeurs en ordonnée sont exprimées en unités du système international

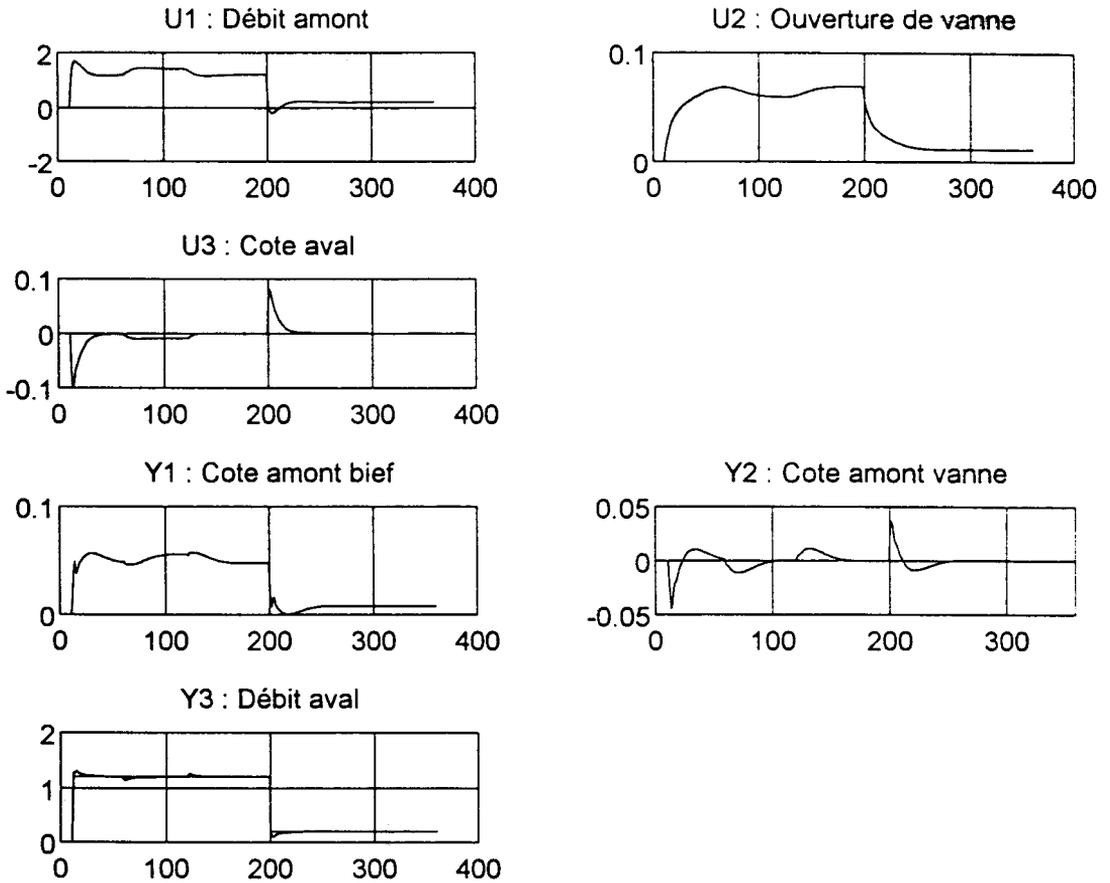
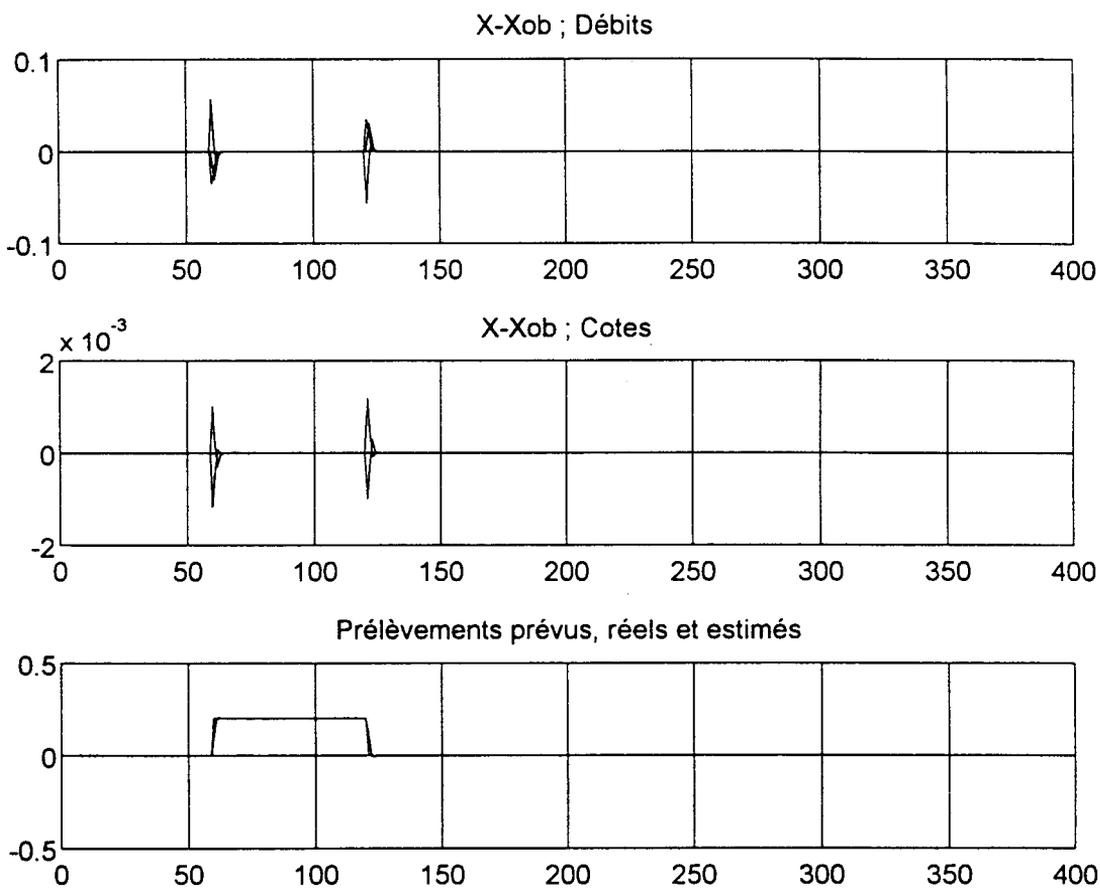
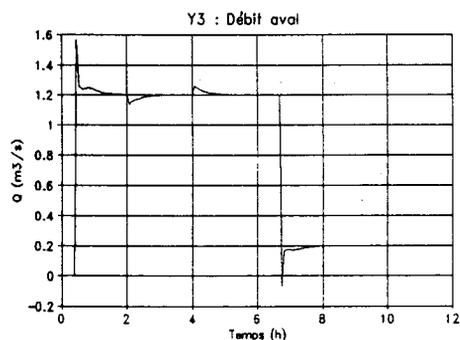
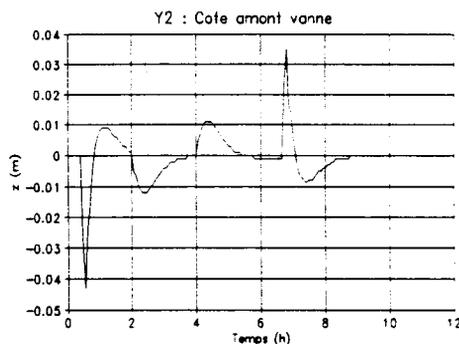
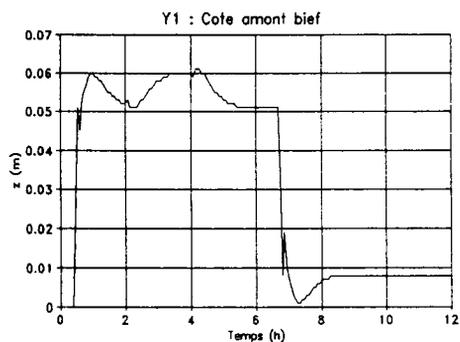
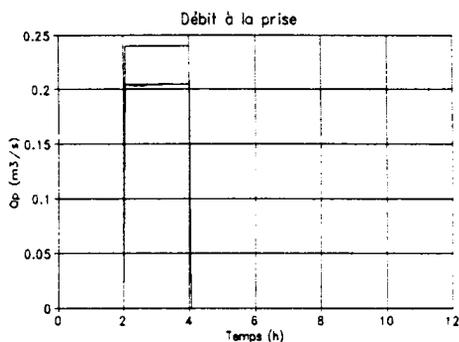
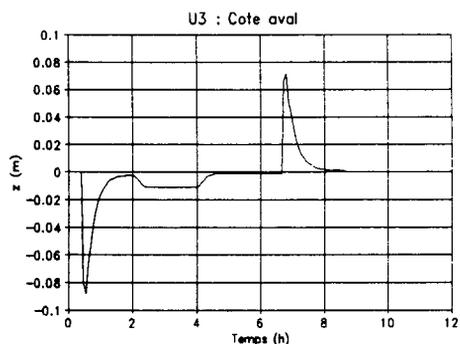
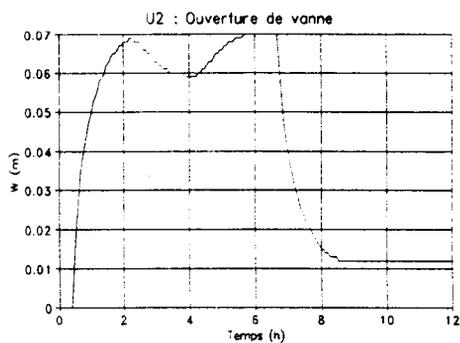
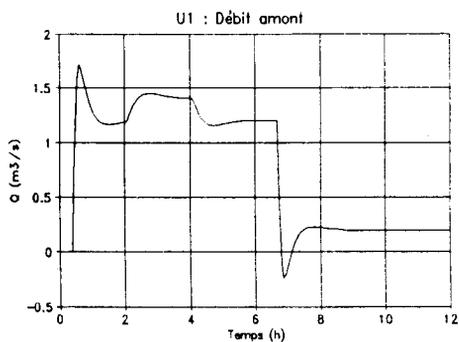


Figure 39. Reconstruction de l'état et du prélèvement imprévu

Les temps en abscisse sont exprimés en nombre de pas de temps ($\Delta t = 2$ mn)

Les valeurs en ordonnée sont exprimées en unités du système international





Simulation sur SIC

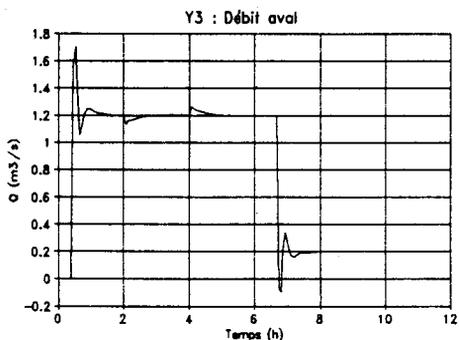
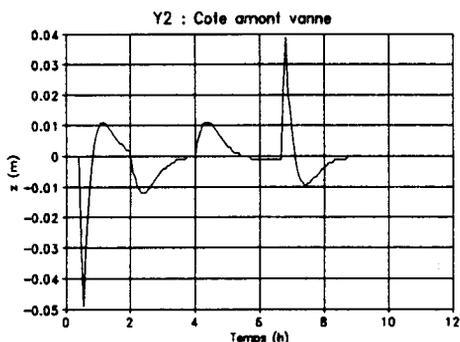
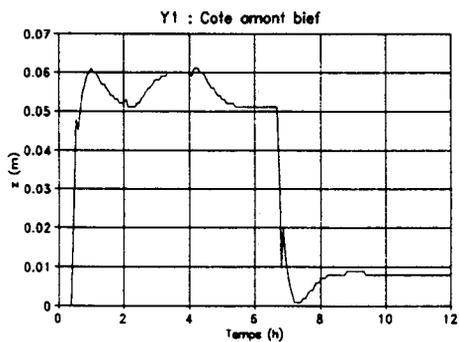
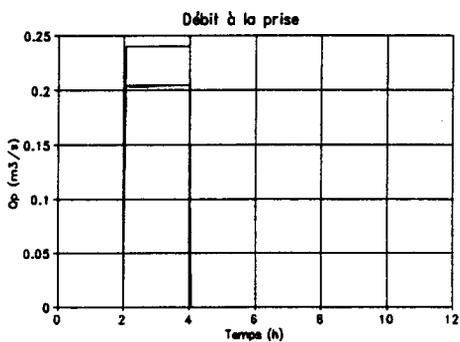
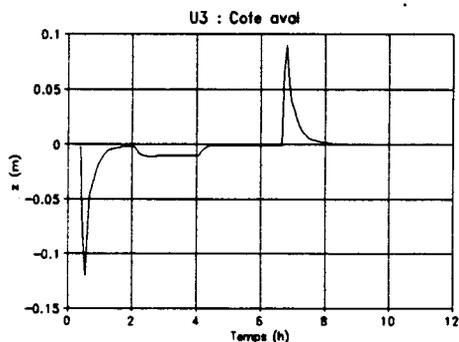
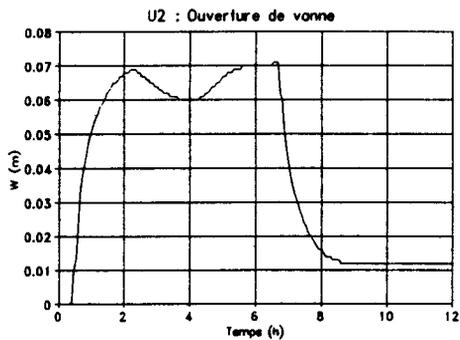
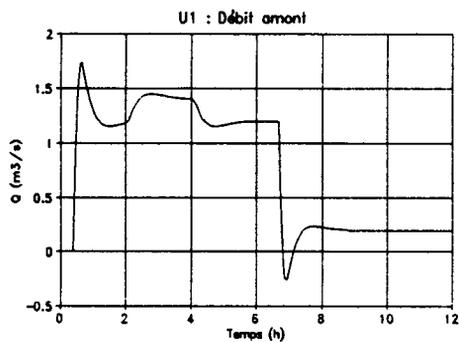
Sans observateur

$R = [100 \ 40000 \ 2500]$

$Q = [278 \ 204 \ 25]$

$Q_I = [20.4 \ 2.5]$

Figure 40. Résultats sur modèle non-linéaire, sans prédiction, sans observateur



Simulation sur SIC

Avec observateur réduit sur :
cote amont bief, cote amont vanne et débit vanne

$$R = [100 \ 40000 \ 2500]$$

$$Q = [278 \ 204 \ 25]$$

$$Q_I = [20.4 \ 2.5]$$

Figure 41. Résultats sur modèle non-linéaire, sans prédiction, avec observateur

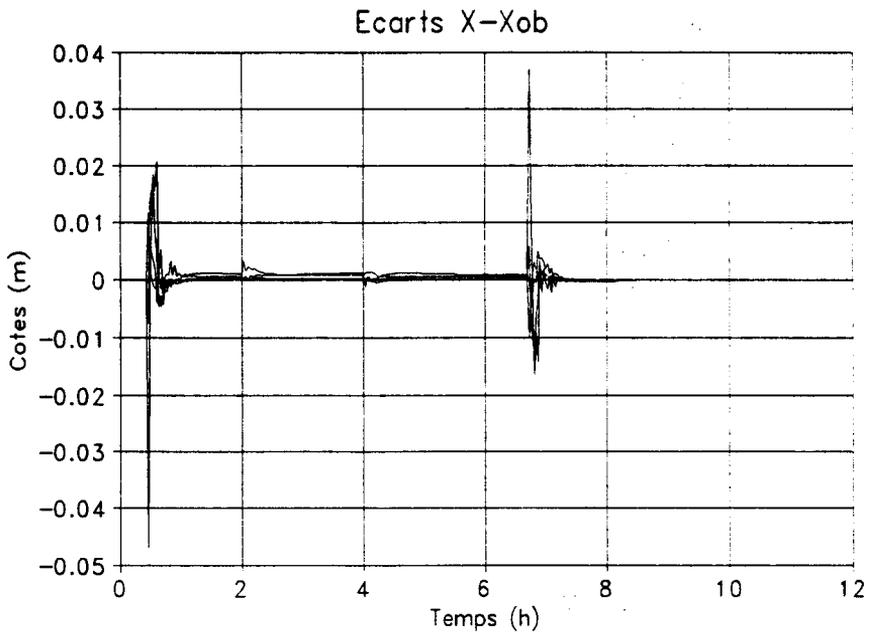
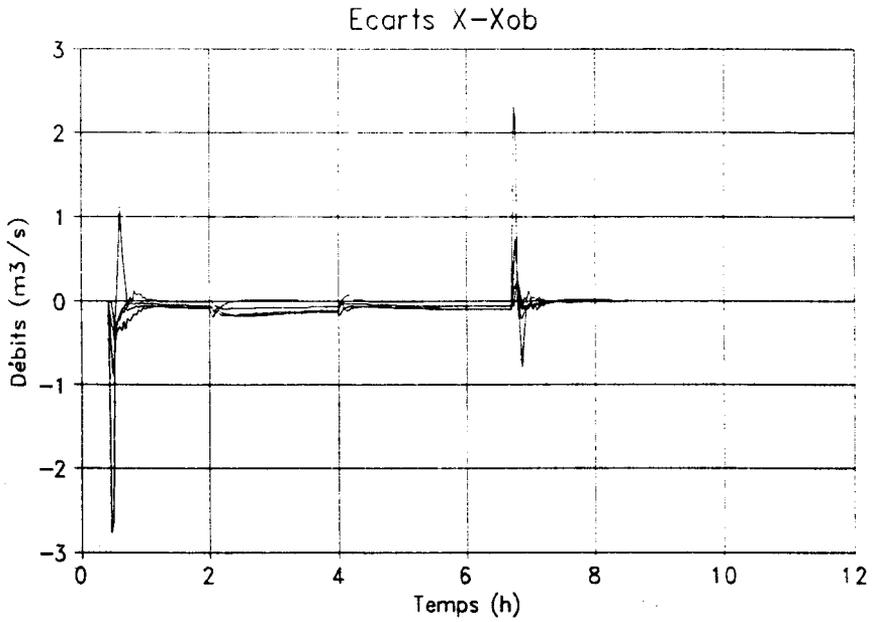


Figure 42. Reconstruction de l'état

Simulation sur SIC : Avec observateur réduit sur cote amont bief, cote amont vanne et débit vanne. $R = [100 \ 40000 \ 2500]$, $Q = [278 \ 204 \ 25]$, $Q_I = [20.4 \ 2.5]$

Figure 43. Résultats sur modèle linéaire, avec prédiction

Les temps en abscisse sont exprimés en nombre de pas de temps ($\Delta t = 2 \text{ mn}$)

Les valeurs en ordonnée sont exprimées en unités du système international

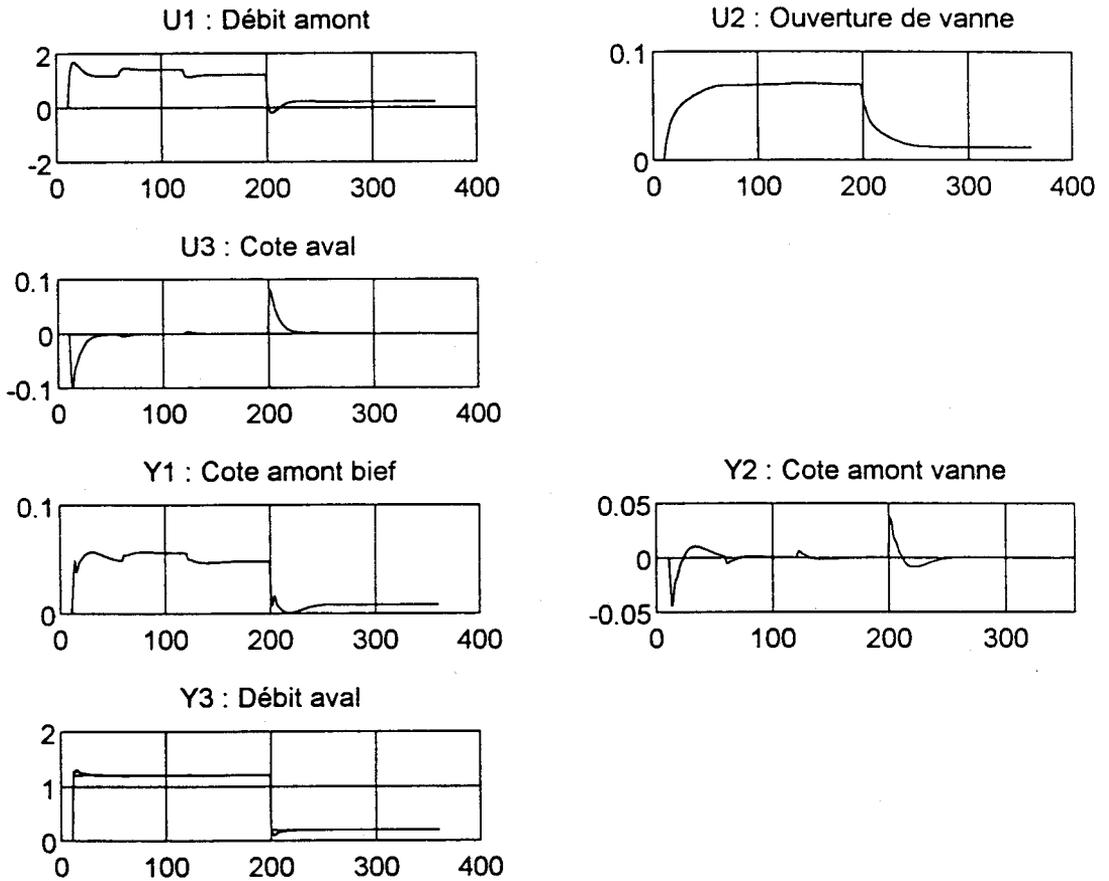
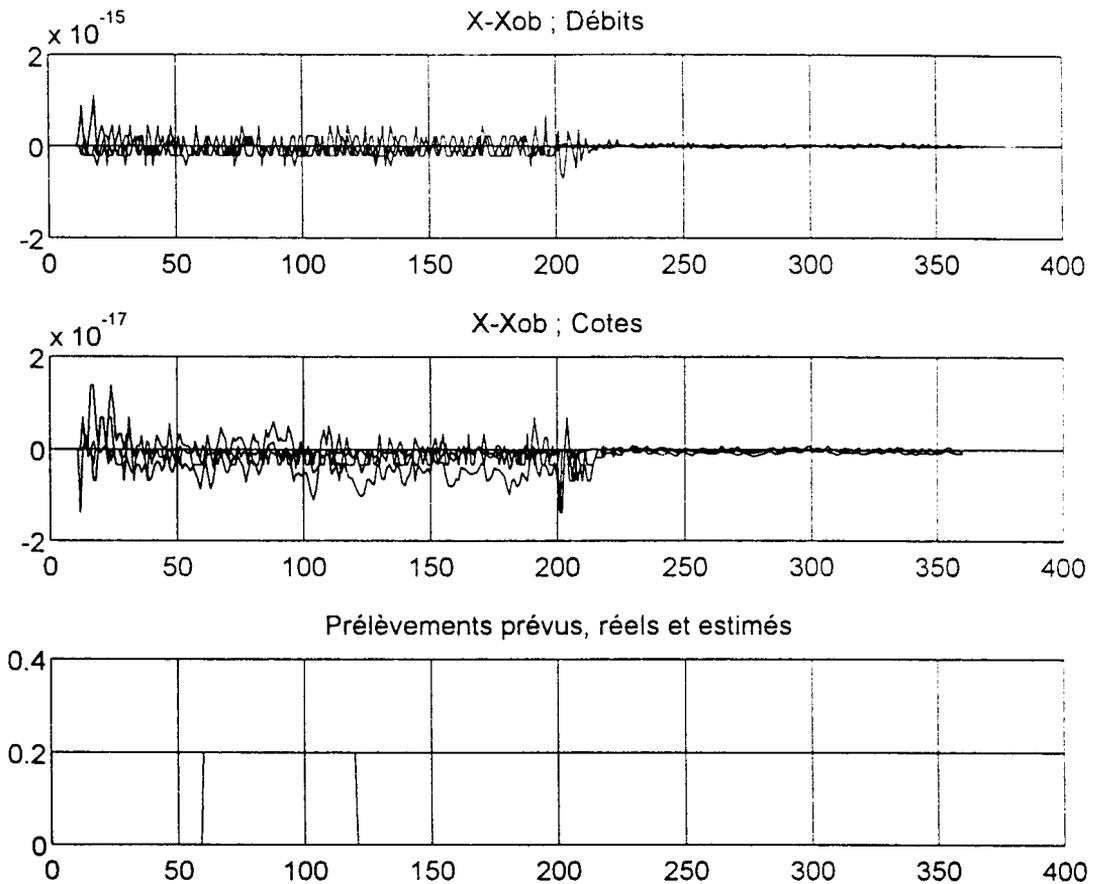
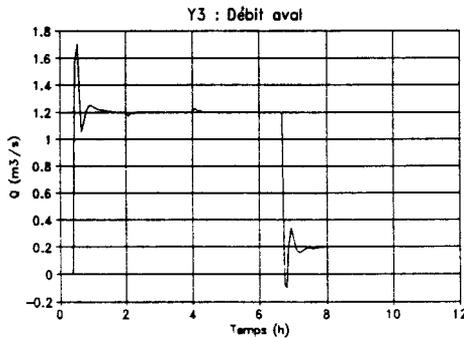
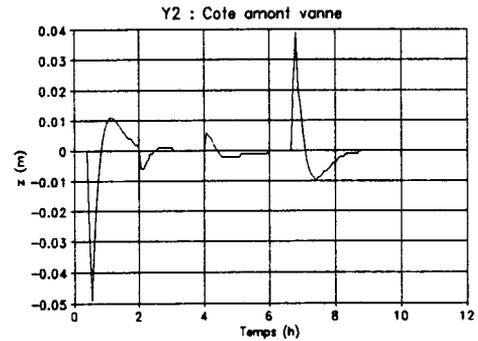
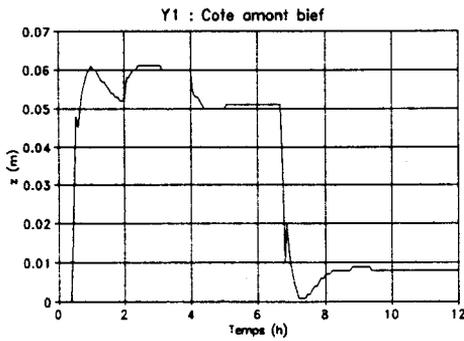
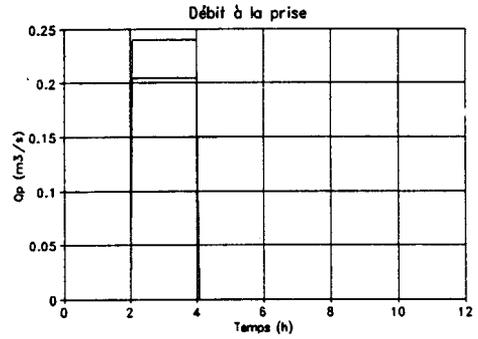
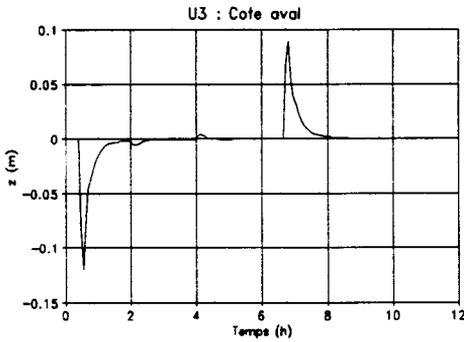
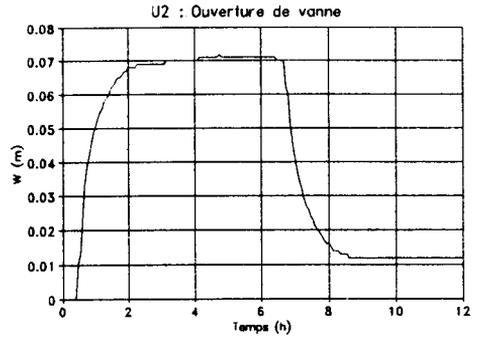
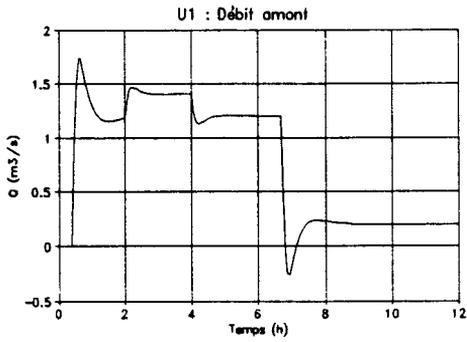


Figure 44. Reconstruction de l'état et du prélèvement imprévu

Les temps en abscisse sont exprimés en nombre de pas de temps ($\Delta t = 2$ mn)

Les valeurs en ordonnée sont exprimées en unités du système international





Simulation sur SIC

Avec observateur réduit sur :
cote amont bief, cote amont vanne et débit vanne

Avec prédiction sur Q_p

$R = [100 \ 40000 \ 2500]$

$Q = [278 \ 204 \ 25]$

$Q_I = [20.4 \ 2.5]$

Figure 45. Résultats sur modèle non-linéaire, avec prédiction, avec observateur

V.3.7. Test 2 (robustesse)

Afin de tester la robustesse du contrôleur aux erreurs de modèle (et en particulier aux non-linéarités), nous étudions son comportement sur un système légèrement différent de celui qui a été utilisé lors de la synthèse des gains du contrôleur et de l'observateur réduit. Les changements apportés au modèle sont :

- Coefficient de Strickler $K = 33$ au lieu de 25 (+ 32 %),
- Coefficient de débit à la vanne $C_D = 0.66$ au lieu de 0.6 (+ 10 %),
- Débit dans le canal $Q = 7.5 \text{ m}^3/\text{s}$ au lieu de $5 \text{ m}^3/\text{s}$ (+ 50 %).

Le scénario simulé est le même que celui du test 1 détaillé dans les chapitres précédents. Cependant, les conditions hydrauliques dans le canal étant différentes, en particulier les cotes, le débit à la prise passe de 0 à $0.355 \text{ m}^3/\text{s}$ au lieu de $0.205 \text{ m}^3/\text{s}$, lorsque la prise est ouverte de 24 cm .

Les résultats de la simulation sur modèle non-linéaire, avec observateur réduit et sans prédiction du débit prélevé à la prise, sont présentés figure 46. On observe que la consigne en débit aval est satisfaite à 10 % près en 6 mn , après un dépassement important de $+ 1.16 \text{ m}^3/\text{s}$. Ce dépassement plus important que dans le test 1 est la principale dégradation observée du contrôleur. La cote à l'amont de la vanne est maintenue autour de sa consigne avec des écarts inférieurs à $\pm 2 \text{ cm}$. Ces faibles fluctuations garantissent un débit pratiquement constant à la prise dès son ouverture.

Les dépassements importants observés dans cette simulation, ainsi d'ailleurs que dans le test 1 précédent sont dus en grande partie à l'action de la commande u_3 en cote aval. En effet, à la montée en débit aval (à l'instant 24 mn), cette cote est abaissée de plus de 12 cm , ce qui fournit effectivement une partie du débit demandé. Dans la réalité, cette cote, gérée comme interaction avec le système aval suivant, aura des changements moins libres que ceux autorisés dans cette simulation. Afin de brider cette commande, on augmente par un facteur 100 le coefficient associé à cette variable, dans la matrice de pondération R . Ainsi la matrice R devient :

$$R = [100 \ 40000 \ 250000]$$

Les gains du contrôleur sont recalculés à partir de cette nouvelle matrice de pondération. Les résultats de la même simulation sont présentés figure 47. On observe qu'effectivement la cote aval est beaucoup moins modifiée ($\pm 0.5 \text{ cm}$). Par contre la commande de la vanne est devenue beaucoup plus rapide. C'est maintenant cette vanne qui assure les demandes en débit aval, en attendant la compensation des volumes consommés par un apport en débit amont. Les variations de cote dans le bief sont très proches de celles de la figure 46. Par contre, le dépassement en débit aval est beaucoup moins important (312 l/s) comme cela était espéré.

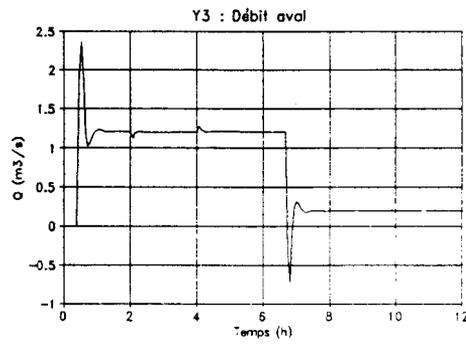
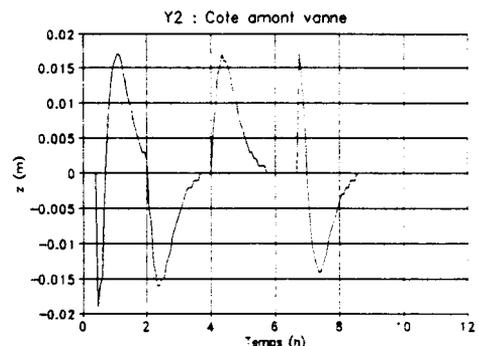
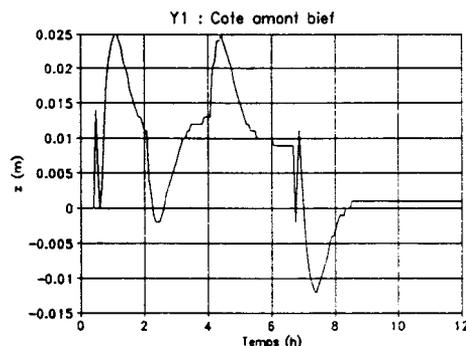
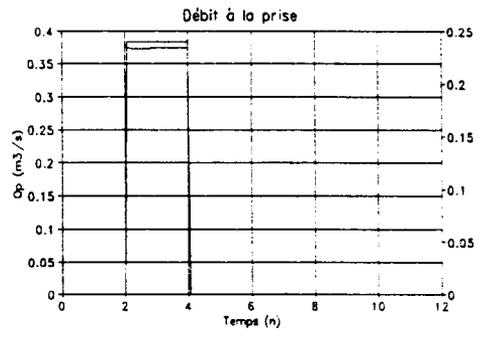
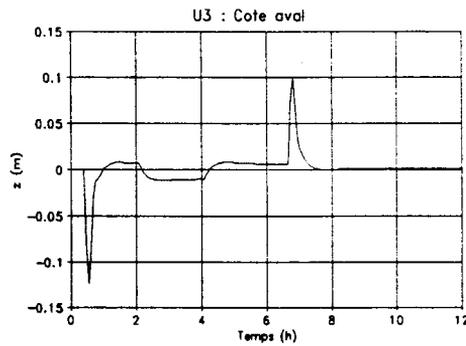
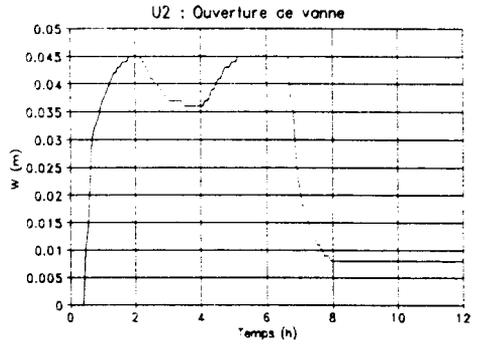
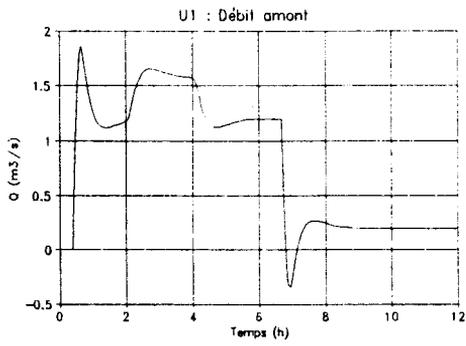
L'erreur de reconstruction de l'état est présentée figure 48. On observe que cette erreur, pour les variables en cote est toujours très faible (erreur maximum de ± 5 cm pendant les phases transitoires et de $- 0.4$ cm en régime stabilisé). Par contre, les erreurs en débit sont plus importantes (autour de $+ 1.5$ m³/s en régime stabilisé). Ces erreurs importantes sont dues aux erreurs de modèle. En effet, la reconstruction de l'état repose sur une modélisation linéaire dont on s'est éloigné. Cependant, malgré ces erreurs, le contrôleur continue à avoir un comportement très satisfaisant. Le rôle de l'intégrateur est important ici, car c'est lui qui permet d'annuler les écarts entre les sorties et leurs consignes malgré les perturbations non modélisées.

Remarques :

1°) *cet exemple illustre de quelle manière les matrices de pondération peuvent être modifiées si les matrices initiales, obtenues selon la procédure décrite au chapitre V.1.2. ne donnent pas entière satisfaction. La même procédure aurait pu être appliquée au test 1 pour diminuer le dépassement en débit aval.*

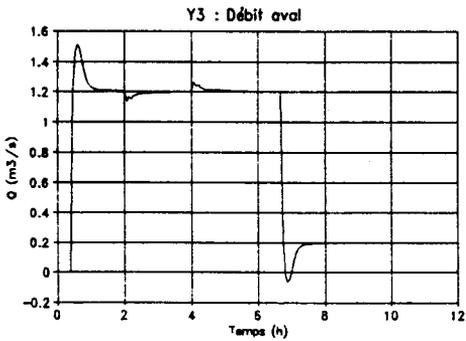
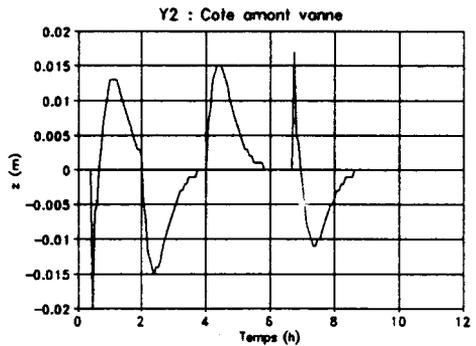
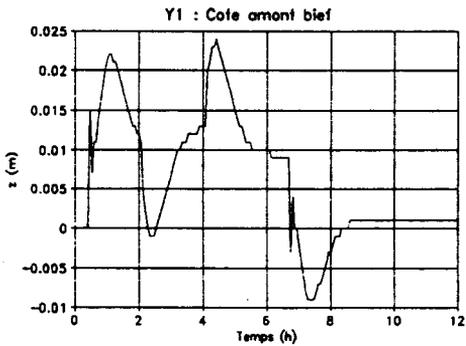
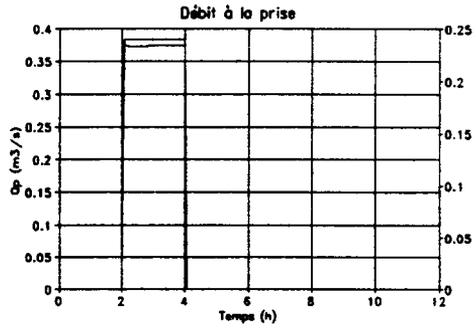
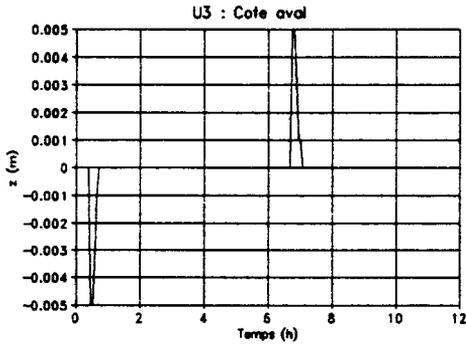
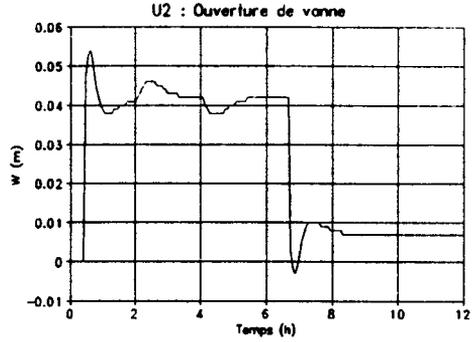
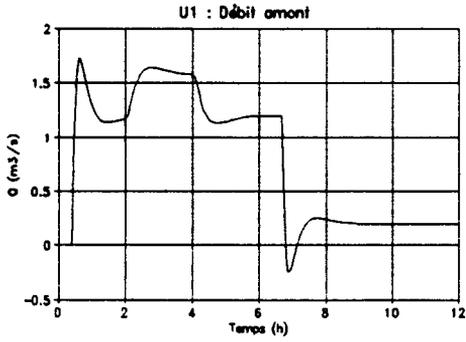
2°) *Si un canal d'irrigation est amené à fonctionner dans des gammes de débit très différentes, on peut envisager d'effectuer des linéarisations multiples dans les différentes gammes rencontrées. Les matrices de gain correspondantes sont alors calculées pour chaque gamme. Cette technique a été développée et utilisée dans d'autres domaines d'application de l'automatique (Binder et al. 1982).*

3°) *Il est possible d'envisager de nombreuses autres simulations sur le même système. Par exemple, une régulation de type Bival, en contrôlant une cote intermédiaire, ou de modifier la consigne en cote en fonction du débit de consigne du canal (Chevereau 1991, p. 75), comme cela est le cas pour la régulation dynamique de la SCP.*



Simulation sur SIC
 Avec observateur, sans prédiction
 $R = [100 \ 40000 \ 2500]$
 $Q = [278 \ 204 \ 25]$
 $Q_I = [20.4 \ 2.5]$

Figure 46. Test de robustesse



Simulation sur SIC

Avec observateur, sans prédiction

$R = [100 \ 40000 \ 250000]$

$Q = [278 \ 204 \ 25]$

$Q_I = [20.4 \ 2.5]$

Figure 47. Test de robustesse, gains modifiés

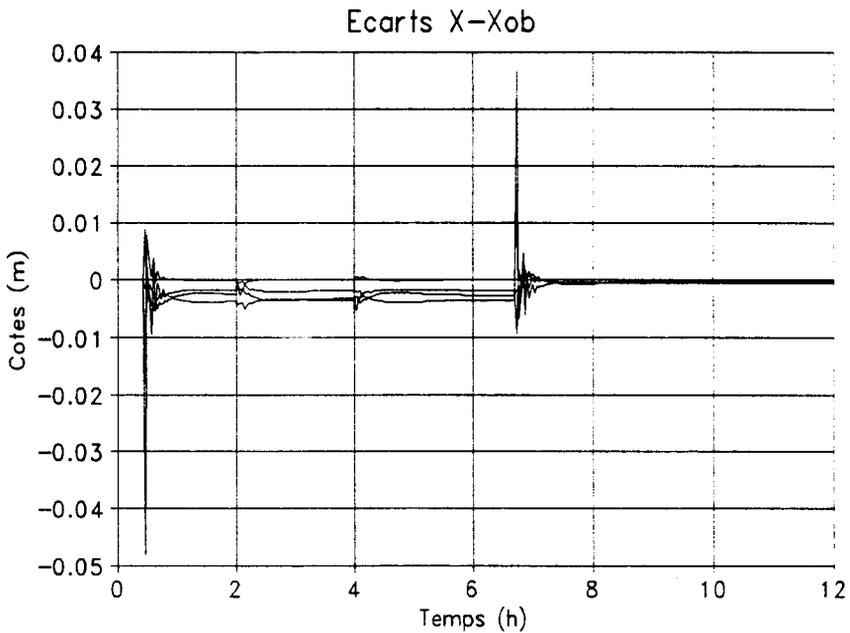
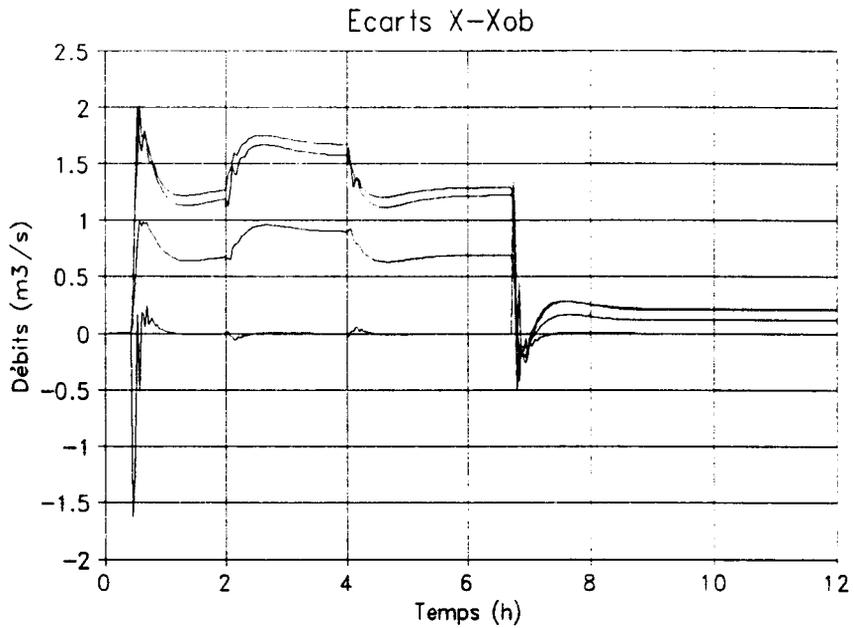


Figure 48. Reconstruction de l'état, gains modifiés

Simulation sur SIC : Avec observateur réduit sur cote amont bief, cote amont vanne et débit vanne. $R = [100 \ 40000 \ 250000]$, $Q = [278 \ 204 \ 25]$, $Q_I = [20.4 \ 2.5]$

V.4. SYSTEME 2 (Maricopa Stanfield)

V.4.1. Description du système

Le deuxième système étudié est l'un des biefs amont du canal de Maricopa Stanfield Irrigation and Drainage District (MSID, Arizona, USA).

Amont

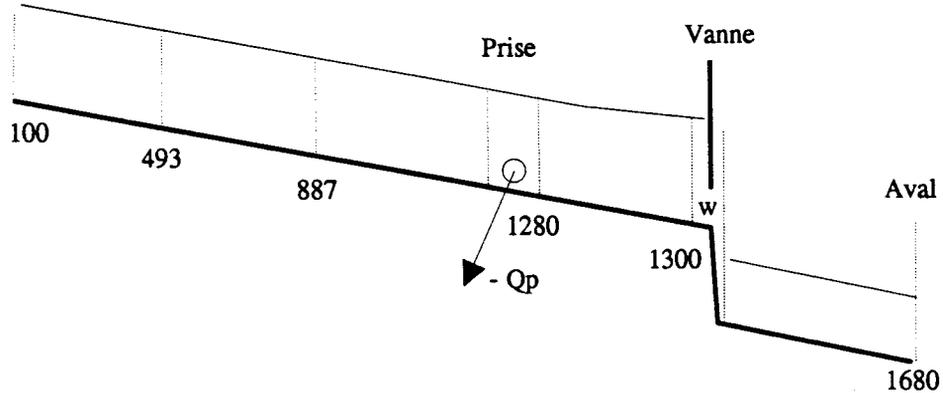


Figure 49. Profil en long du Système 2 (Bief amont du canal MSID)

Le bief est de section trapézoïdale. Les caractéristiques géométriques et hydrauliques sont :

penne I	$2 \cdot 10^{-3}$
longueur L	1200 m
largeur au fond l	1.22 m
fruit des berges f	0.66
Strickler K	71.5
débit Q	1.32 m ³ /s

Tableau 11. Données géométriques et hydrauliques

Les caractéristiques de la vanne sont :

Largeur	1.52 m
Coefficient de débit	0.9
Ouverture	0.26 m

Tableau 12. Caractéristiques de la vanne du régulateur

On calcule les variables :

y_n	0.54 m
c	2.3 m/s
V	1.55 m/s
Froude	0.674
T_c	32 mn
C_B	4.4

Tableau 13. Variables calculées

La valeur du coefficient C_B ($C_B = 4.4 > 1$) indique que ce système est à forte perte de charge. Le pas de temps d'échantillonnage nécessaire sera alors probablement déterminé à partir de l'analyse fréquentielle du modèle d'Hayami associé. Les paramètres de ce modèle sont :

E (m ² /s)	171
Θ (m/s)	2.15
C_M	3.35

Tableau 14. Paramètres du modèle d'Hayami

Le coefficient C_M étant supérieur à 1, il est possible d'approximer (de manière satisfaisante) le modèle d'Hayami par un modèle du second ordre. Les paramètres obtenus par identification des trois premiers moments des réponses impulsionnelles des deux modèles sont :

S	306
P	26212
r	252
w_n	$6.18 \cdot 10^{-3}$
ξ	0.945

Tableau 15. Paramètres du modèle du second ordre

Ce canal présente l'intérêt d'être à pente forte, sans volume de stockage et avec des ouvrages en travers dénoyés. D'autre part, plusieurs études ont été réalisées sur ce canal. La première tentative d'automatisation de ce système a été un échec. La méthode utilisée était la méthode Zimbelman. Des tests effectués sur le canal réel ont conduit à de très fortes instabilités. La méthode CARDD testée sur modèle de simulation n'a pas donné satisfaction

non plus. Clemmens (1993) teste les méthodes ELFLO, ELFLO + Découpleur I, et ELFLO + Découpleur II sur ce canal. Il les compare aux données enregistrées de la commande manuelle actuelle. ELFLO et ELFLO + Découpleur I ont des réponses très lentes. L'option ELFLO + Découpleur II donne des résultats sensiblement meilleurs que la commande manuelle. La méthode PIR, également testée sur modèle de simulation (Sanfilippo 1993), est celle qui donne, de loin, les meilleurs résultats. Il est donc intéressant d'utiliser ces données comme base d'évaluation du comportement du contrôleur optimal développé dans ce mémoire.

V.4.2. Choix de la période d'échantillonnage

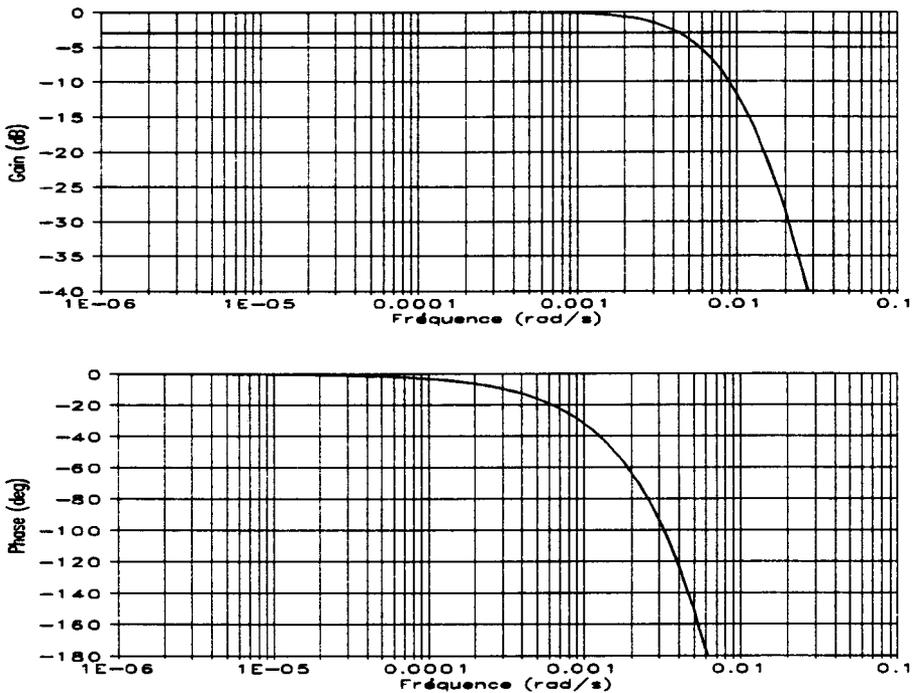


Figure 50. Analyse fréquentielle du système

On trouve la bande passante du système w_0 :

$$w_0 = 4.322 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

$$\Leftrightarrow w_e \in [6 \cdot w_0, 25 \cdot w_0] = [2.59 \cdot 10^{-2}, 1.08 \cdot 10^{-1}] \text{ (rad/s)}$$

$$\Leftrightarrow f_e = w_e / 2\pi \in [4.13 \cdot 10^{-3}, 1.72 \cdot 10^{-2}] \text{ (Hz)}$$

$$\Leftrightarrow T_e = 1/f_e \in [58, 242] \text{ (s)} \approx [1, 4] \text{ (mn)}$$

$$T_c = 32 \text{ mn}$$

$$[T_c/9, T_c/4] \approx [3.5, 8] \text{ mn}$$

Dans ce cas, la période d'échantillonnage $T_e = 4$ mn serait donc à conseiller.

Remarque : la période d'échantillonnage que Schuurmans (Clemmens 1993) a utilisé pour tester la méthode ELFLO sur ce système est de 40 s. Ceci est probablement lié au fait que cette période était celle utilisée par le même auteur sur le canal réduit de CalPoly (Schuurmans 1992), pourtant très différent. La période utilisée par Sanfilippo (1993), sur le même système est de 6 mn. Cet écart constaté sur les périodes d'échantillonnage utilisées par différents auteurs illustre les difficultés rencontrées pour le choix de cette période, et justifie l'intérêt de la méthode proposée au chapitre III, et utilisée ci-dessus.

Afin de comparer les résultats du contrôle optimal avec ceux du PIR sur une base commune, nous avons réalisé les tests avec une période d'échantillonnage de 6 mn (malgré les calculs ci-dessus qui conseillent 4 mn).

V.4.3. Synthèse du modèle linéaire

Le modèle du système est synthétisé comme cela est décrit au chapitre II. Les équations de Saint-Venant sont discrétisées avec un pas de temps de discrétisation $\Delta t = T_e = 6$ mn. Les variables contrôlées, sur lesquelles les intégrateurs sont définis, sont le débit à l'aval du bief et la cote à l'amont de la vanne. Les variables observées sont : la cote à l'amont du bief et les cotes à l'amont et à l'aval de la vanne. La vanne étant dénoyée, il est en effet nécessaire d'observer la cote à l'aval de la vanne. Sinon, les variables hydrauliques situées à l'aval de la vanne ne peuvent pas être reconstruites, et le système n'est pas observable. Le débit à la vanne n'est pas observé, car il n'est pas possible d'observer simultanément le débit et les cotes à l'amont et à l'aval de la vanne. De ce fait, les erreurs de reconstruction sur modèle non-linéaire introduiront a priori un écart sur le débit réglé à l'aval. Cela ne pose pas de problème particulier tant que les objectifs de fonctionnement sont définis uniquement en terme de cote. Ceci est le cas dans l'exemple qui suit, où le contrôleur doit maintenir un niveau constant à l'amont de la vanne, en présence d'un prélèvement imprévu.

V.4.4. Synthèse du contrôleur

On vérifie que le système est commandable et observable. Les matrices de pondération sont calculées selon la procédure détaillée au chapitre V.1.2.. On trouve :

$$\delta Y_1 = 0.05 \text{ m,}$$

$$\delta Y_2 = 0.15 \text{ m,}$$

$$\delta Y_3 = 0.16 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$\delta v_1 = 0.16 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$\delta v_2 = -0.03 \text{ m,}$$

$$\delta v_3 = 0.02 \text{ m.}$$

D'où :

$$\delta u_1 = (1 - 0.6 + 1/10) \delta v_1 = 0.08 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (on choisi } \lambda = 0.6),$$

$$\delta u_2 = 1/10 \delta v_2 = -0.003 \text{ m},$$

$$\delta u_3 = (1 - 0.6 + 1/10) \delta v_3 = 0.01 \text{ m}.$$

Les matrices de pondération sont ainsi :

$$R = \left[\frac{1}{\delta u_1^2} \quad \frac{1}{\delta u_2^2} \quad \frac{1}{\delta u_3^2} \right] = [156 \ 11111 \ 10000]$$

$$Q_Y = \left[\frac{1}{\delta Y_1^2} \quad \frac{1}{\delta Y_2^2} \quad \frac{1}{\delta Y_3^2} \right] = [400 \ 44 \ 39]$$

$$Q_I = \left[\frac{1}{10\delta Y_2^2} \quad \frac{1}{10\delta Y_3^2} \right] = [4.4 \ 3.9]$$

Afin de limiter les amplitudes de variation de la commande u_3 (cote aval), comme cela a été fait à la page 165, le coefficient correspondant de la matrice R est multiplié par un facteur 10. Les autres matrices sont inchangées. On obtient alors :

$$R = [156 \ 11111 \ 100000]$$

Les gains présentés au chapitre IV sont calculés à l'aide du logiciel MatLab.

V.4.5. Synthèse de l'observateur

Comme conseillé au chapitre V.1.3., les pôles de l'observateur sont choisis plus rapides (en module plus proches de 0) que ceux du système en boucle fermée. Nous les choisissons réels positifs, compris entre 0.05 et 0.06. Cependant, le placement de pôle robuste proposé par MatLab oblige à avoir un pôle à - 0.6. Les pôles du système (en boucle ouverte), du système avec contrôleur et de l'observateur sont présentés figure 51.

V.4.6. Test 1 (réaction à un prélèvement imprévu)

Le premier test réalisé consiste en un prélèvement imprévu à la prise. Ce prélèvement est réalisé par l'ouverture de la prise de 30 cm à $t = 4$ h. Le débit correspondant stabilisé est de 225 l/s. On observe les résultats obtenus figure 52. Ceux-ci proviennent d'une simulation avec les matrices de pondération initiales définies ci-dessus, avec observateur réduit et sans prédiction du prélèvement.

On observe que le contrôleur optimal détecte le prélèvement imprévu et le compense par une augmentation du débit en tête. La vanne est fermée afin de stabiliser la cote à son amont, en attendant l'arrivée du débit lâché en tête. On observe que le niveau à l'amont de la vanne chute de 12 cm. Le débit fourni à la prise atteint sa consigne (à 10 %) en 6 pas de temps, soit 36 mn. Le débit à l'aval du système chute de 130 l/s avant de se rétablir à sa valeur initiale (0 en valeur relative, soit 1.32 m³/s en valeur absolue compte tenu du régime initial de référence).

V.4.7. Test 2 (comparaison BF, BO + BF, PIR)

Dans ce dernier test, le contrôle optimal sans prédiction (Boucle Fermée seule), le contrôle optimal avec prédiction (Boucle Ouverte + Boucle Fermée) et le PIR sont comparés sur le même exemple. Le scénario est le même qu'au chapitre précédent (Test 1). Les résultats sont présentés figure 53. Dans cet exemple, les derniers coefficients des matrices de pondération Q et Q_I ont été multipliés par 100 afin de limiter la chute du débit aval. En effet, si cette chute n'est pas gênante sur un sous-système unique, elle perturbe les sous-systèmes aval, le cas échéant. On a alors :

$$R = [156 \ 11111 \ 100000]$$

$$Q_Y = [400 \ 44 \ 3900]$$

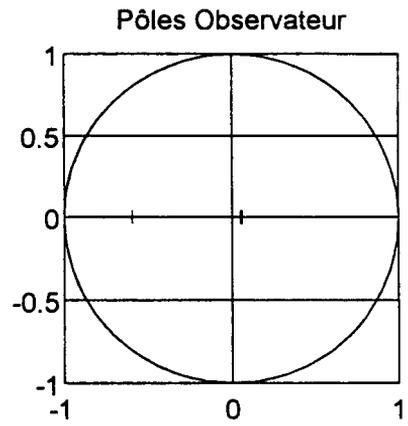
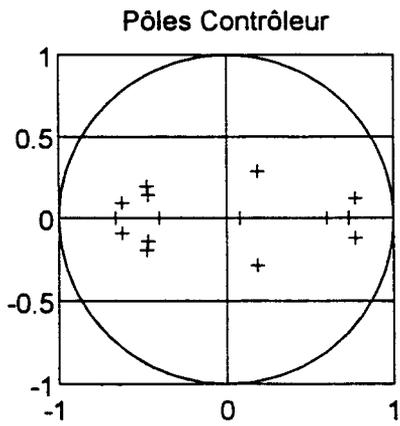
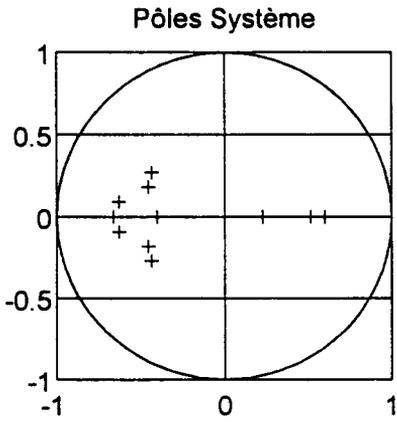
$$Q_I = [4.4 \ 390]$$

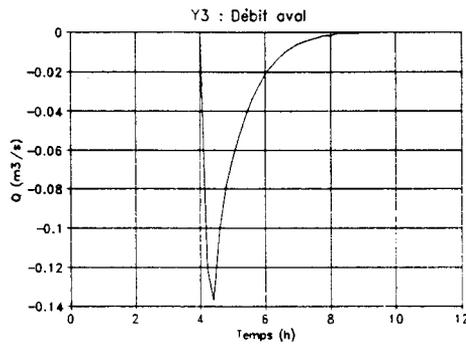
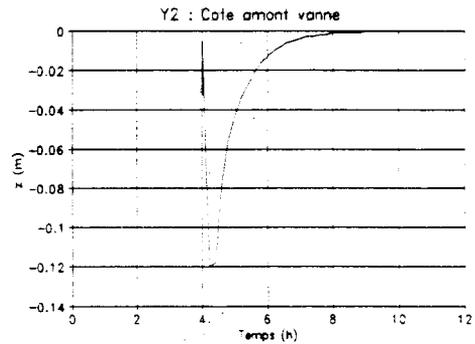
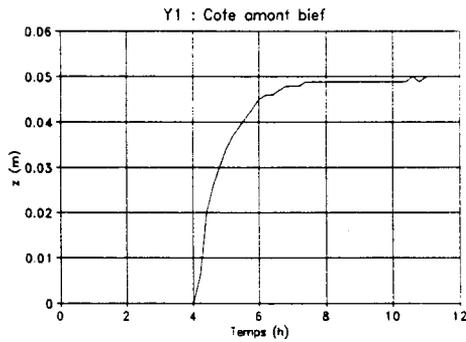
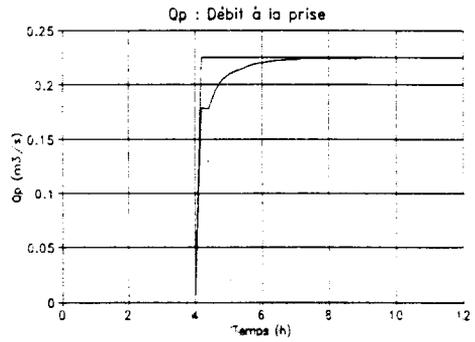
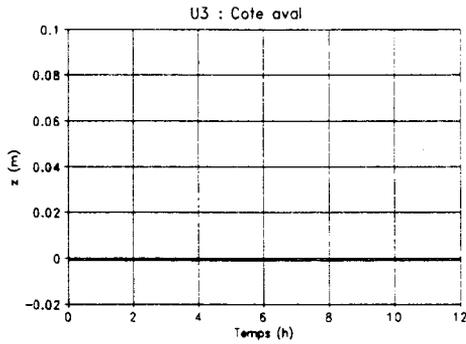
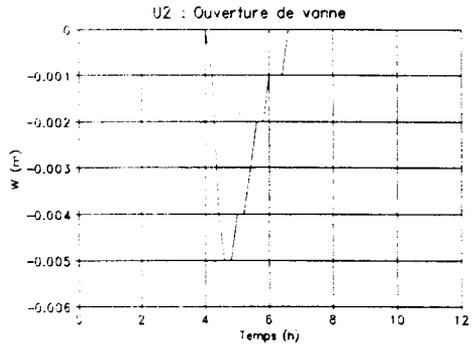
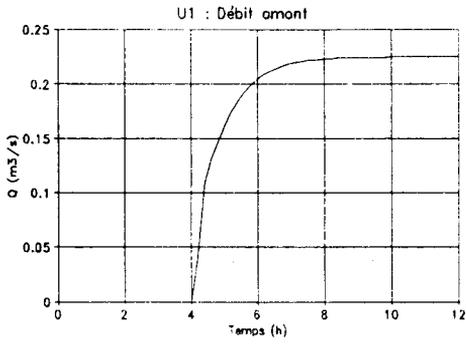
On observe que la réponse en débit amont est un peu plus rapide pour le contrôle optimal que pour le PIR, et ce sans oscillation. Avec prédiction, cette réponse est encore beaucoup plus rapide. La vanne est ouverte afin de ne pas trop diminuer le débit aval (il baisse de 85 l/s, contre ± 38 l/s avec prédiction, et ± 20 l/s avec le PIR). La cote à l'amont de la vanne baisse de 16 cm contre plus de 27 cm pour le PIR, et moins de 12 cm avec prédiction. Cette meilleure stabilisation implique une meilleure distribution à la prise (écart maximum de - 68 l/s et stabilisation en 1 h 12 mn, contre - 125 l/s et 1 h 36 mn pour le PIR). La distribution est instantanée lorsque la prédiction du prélèvement est utilisée (stabilisation à 10 % en 1 pas de temps).

L'erreur de reconstruction de l'état est présentée figure 54. On observe que celle-ci est au maximum de ± 2 cm sur les cotes et de + 320 l/s sur les débits. Ces erreurs relativement importantes (au regard de la perturbation étudiée) s'expliquent probablement par les fortes non-linéarités du système. Cependant, malgré ces erreurs de reconstruction, le comportement du contrôleur est très satisfaisant.

On remarque donc en conclusion, un très bon comportement du contrôle optimal, avec un temps de réponse inférieur à celui du PIR et aucune oscillation. Les deux contrôleurs réagissent légèrement différemment, dans la mesure où le PIR privilégie la stabilité du débit aval, alors que le contrôle optimal accepte de le dégrader un peu pour garantir une meilleure distribution à la prise. On remarque également que le contrôle optimal autorise de manière très naturelle l'utilisation de prédictions des prélèvements. La réponse est en effet notablement améliorée aussi bien à la prise qu'à l'aval du système.

Figure 51. Pôles du système, du contrôleur et de l'observateur





Simulation sur SIC

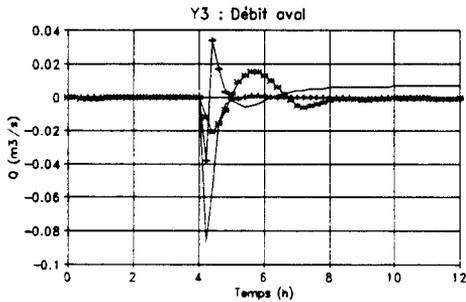
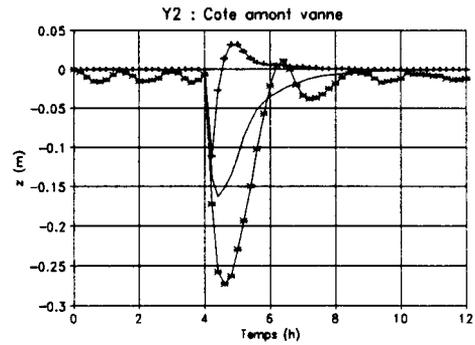
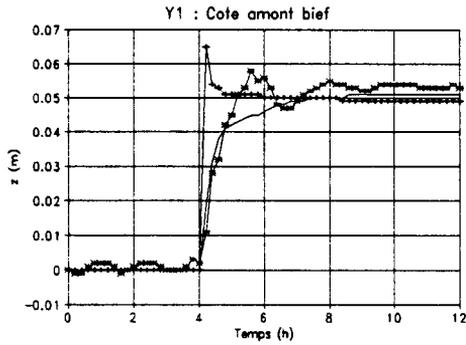
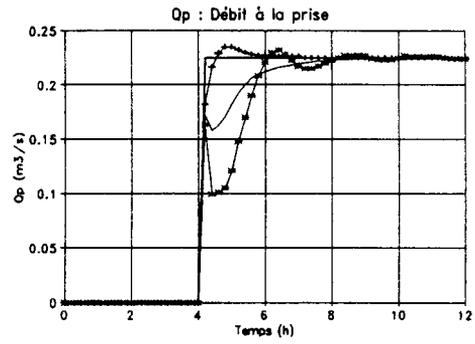
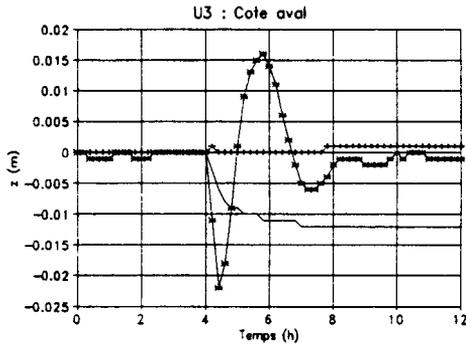
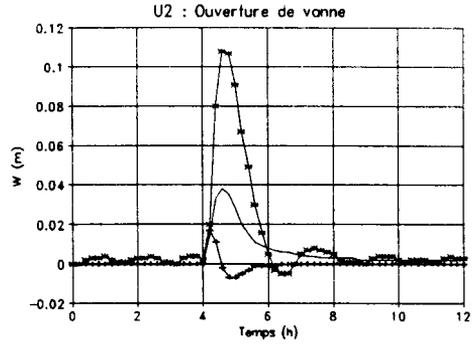
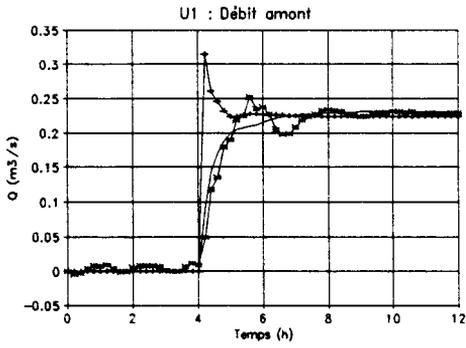
Avec observateur, sans prédiction

$R = [156 \ 11111 \ 100000]$

$Q = [400 \ 44 \ 39]$

$Q_I = [4.4 \ 3.9]$

Figure 52. Résultats sur modèle non-linéaire, sans prédiction, avec observateur



— BF —●— BO-BF —■— PIR

Simulation sur SIC

Avec observateur, avec ou sans prédiction

Comparaison avec PIR

$R = [156 \ 11111 \ 100000]$

$Q = [400 \ 44 \ 3900]$

$Q_I = [4.4 \ 390]$

Figure 53. Résultats sur modèle non-linéaire

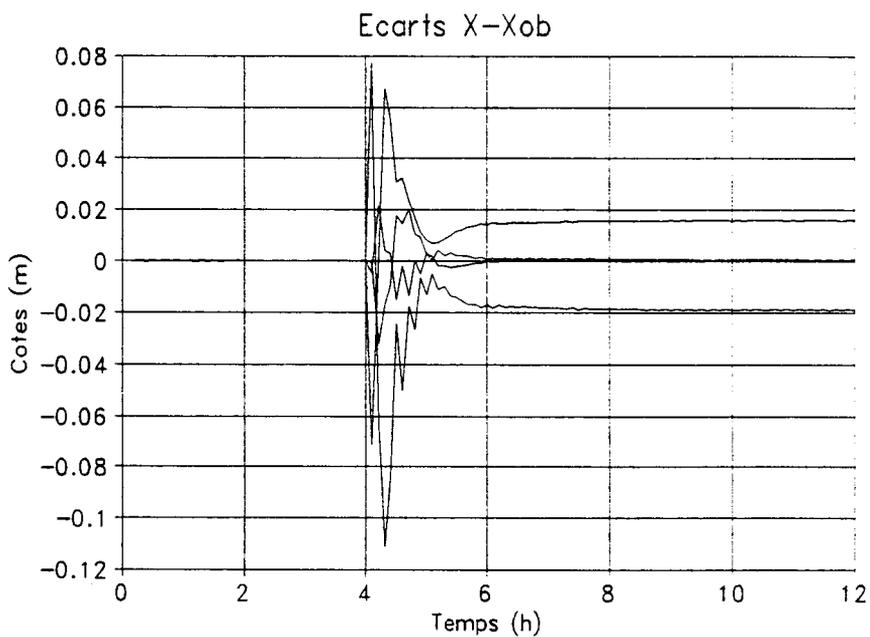
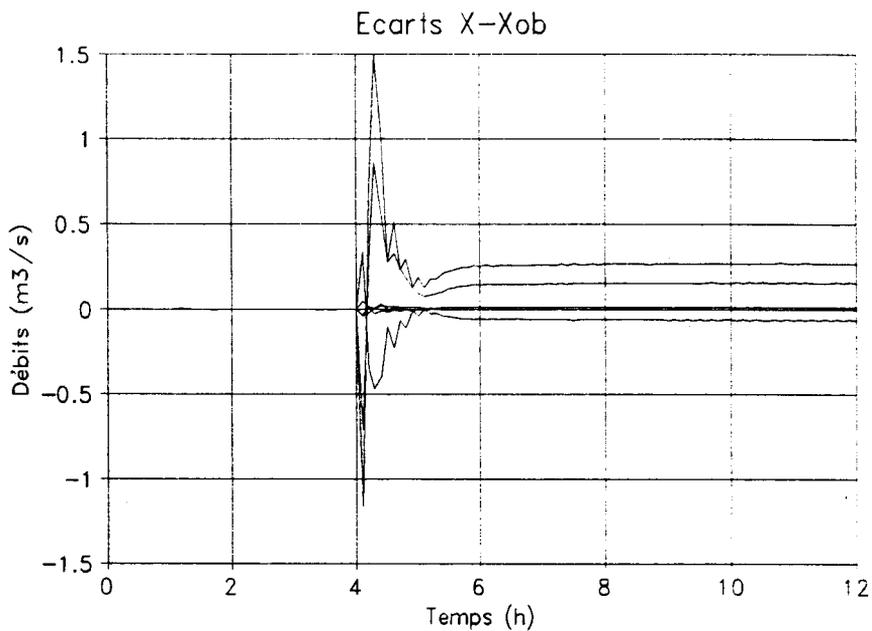


Figure 54. Reconstruction de l'état

Simulation sur SIC : Avec observateur réduit sur cote amont bief, cote amont vanne et cote aval vanne. $R = [156 \ 11111 \ 100000]$, $Q = [400 \ 44 \ 3900]$, $Q_I = [4.4 \ 390]$

V.5. CONCLUSION

Le test général d'un contrôleur est une tâche difficile. En effet, même si mathématiquement la stabilité et la précision du contrôleur et des observateurs associés sont démontrées, les caractéristiques de la réponse en terme de rapidité et de dépassement maximum sont a priori inconnus avant que des tests sur site ou des simulations sur modèle soient réalisés. Or, ces caractéristiques, essentielles à l'évaluation du contrôleur, varient beaucoup d'un système donné à un autre, d'un scénario de test à un autre, et d'un choix de paramètres de synthèse à d'autres.

Une voie possible pour contourner cette difficulté serait de définir un ensemble de systèmes représentatifs, à tester sous un ensemble de scénarios types donnés de fonctionnement. Ceci permettrait de tester les différents contrôleurs existants, et de comparer leurs performances entre elles. Un groupe de travail de l'American Society of Civil Engineers (auquel le CEMAGREF participe, ainsi que d'autres partenaires français), a pour but de définir ces systèmes et scénarios "de référence". En attendant que cette "norme" existe, les tests du contrôleur optimal ont été réalisés sur :

- deux systèmes différents bien contrastés : un canal à faible perte de charge, pour lequel le phénomène physique de propagation d'ondes de pression est prépondérant devant le phénomène physique de transport de matière, et un canal à forte perte de charge, pour lequel le phénomène physique de transport de matière est prépondérant devant le phénomène physique de propagation d'ondes de pression.
- sous des scénarios de fonctionnement contrastés et représentatifs de conditions réelles de fonctionnement : poursuite d'une consigne variable en débit aval, et ouverture d'une prise avec ou sans prédiction.

Par ailleurs, il m'a paru essentiel de proposer une méthode de détermination des paramètres de synthèse afin d'éviter de conditionner les performances du contrôleur à des tâtonnements peu satisfaisants et délicats pour l'ingénieur. Le premier paramètre de synthèse, constitué de la période d'échantillonnage, a été étudié en détail au chapitre III. Les autres paramètres de synthèse du contrôleur sont constitués des matrices de pondération Q sur la sortie y et R sur la commande u . Une méthode d'initialisation de ces matrices a été proposée dans ce chapitre, basée sur la règle de Bryson, complétée par une analyse de la réponse du système en boucle ouverte. Cette méthode a été testée sur les deux exemples traités et a donné d'excellents résultats. Aucune démonstration n'a cependant pu être donnée. La synthèse de l'observateur a été réalisée par placement de pôle, à partir d'une méthode de placement de pôle robuste. Le choix des pôles a été moins détaillé que celui des matrices de pondération. Ceci est lié au fait que ce choix est moins déterminant pour le comportement du couple contrôleur-observateur que le choix des matrices de pondération. Il faut cependant veiller à

obtenir un observateur suffisamment rapide, sous risque d'obtenir un couplage contrôleur - observateur instable.

Les tests réalisés dans ce chapitre ont montré un très bon comportement du contrôleur avec en particulier :

- un bon rejet des perturbations connues ou inconnues aux prises. Ce rejet se traduit par une modification des commandes afin de compenser les effets d'un prélèvement à la prise sur les sorties contrôlées du système,
- la possibilité de poursuivre des consignes variables sur les sorties contrôlées. Les résultats obtenus pour une poursuite en débit aval ont été présentés dans ce chapitre. L'action simultanée des commandes appliquées au système, et en particulier le débit amont et l'ouverture de la vanne aval, permet d'assurer cette poursuite de manière très rapide, avec des caractéristiques excellentes de précision et de rapidité. La précision est garantie grâce à l'adjonction d'un intégrateur sur les variables correspondantes. Des tests réalisés sur une poursuite de consigne variable en cote ont également été réalisés et ont fourni des résultats de la même qualité (ces résultats n'ont pas été présentés dans ce mémoire). Ces poursuites peuvent également être réalisées simultanément.
- l'amélioration très sensible des performances du contrôleur par l'utilisation de prédictions sur les prélèvements aux prises. Par ailleurs, la prise en compte de ces prédictions se fait de manière très naturelle et est obtenue comme résultat direct de l'optimisation. Il n'est donc pas utile de faire un calcul supplémentaire de boucle ouverte comme cela est le cas pour toutes les méthodes monovariabiles utilisées actuellement en régulation des canaux d'irrigation.

Enfin la robustesse du contrôleur a été testée de deux manières différentes :

- par simulation numérique sur modèle non-linéaire autour du régime hydraulique nominal, c'est à dire celui utilisé pour faire la synthèse du modèle linéaire et du contrôleur optimal. Ces tests montrent un très bon comportement du contrôleur (stabilité et précision) autour du régime nominal, face aux non-linéarités liées à l'hydraulique dans le bief et aux ouvrages en travers.
- par simulation numérique sur modèle non-linéaire sur un système éloigné du régime hydraulique nominal. Ces tests montrent un bon comportement du contrôleur, même si la reconstruction de l'état se dégrade sensiblement. Cette dégradation est due aux erreurs importantes de modèle. Les bons résultats s'expliquent par le rôle important des intégrateurs définis sur certaines variables de sortie.

Cette étude de robustesse montre des caractéristiques très satisfaisantes du couple contrôleur-observateur.

L'observateur réduit présente également un comportement très satisfaisant (stabilité, précision). Il est vrai qu'en la présence de non-linéarités, erreurs de modèle ou perturbations inconnues, il existe toujours un écart statique de reconstruction. Mais il paraît impossible d'éliminer totalement ces écarts. L'observateur réduit présente l'avantage de limiter les calculs matriciels, et de localiser les écarts de reconstruction sur les seules variables non-mesurées, sans reconstruire des variables déjà connues. Ces écarts ont été réduits par l'adjonction d'un observateur de prélèvements. En effet, cet observateur de prélèvements, du fait même qu'il détecte et reconstruit les prélèvements imprévus, améliore également la reconstruction de l'état. La même approche est envisageable pour tenir compte des non-linéarités à la vanne.

CONCLUSION GENERALE

Ce travail entre dans le cadre du contrôle automatique des canaux d'irrigation. Nous avons vu au chapitre I que de nombreuses méthodes ont été développées par le passé. Cependant, peu de ces méthodes sont basées sur des techniques de l'automatique. Elles apportent de ce fait peu de garanties de performance et de transportabilité sur d'autres sites. Une étude bibliographique détaillée a conduit à une classification des méthodes existantes, basée sur les quatre concepts qui caractérisent toute méthode de régulation : les variables de régulation, la logique de contrôle, la méthode de synthèse et sa mise en oeuvre. Ce travail de classification semblait s'imposer, vu les confusions qui règnent encore actuellement autour des méthodes de régulation existantes. Les différents termes utilisés pour décrire les méthodes de régulation des canaux ont alors pu être définis en référence aux quatre concepts évoqués. En particulier, les notions souvent citées par les hydrauliciens (mais mal définies) de commande par l'amont et de commande par l'aval ont pu être définies en référence au concept de logique de contrôle (et non pas à celui de variable contrôlée).

Pour différentes raisons, et en particulier pour sa capacité d'appréhender les systèmes multivariables, nous avons choisi d'utiliser le contrôle optimal LQR. La dimension multivariable et les interactions d'un canal d'irrigation sont en effet primordiales, et cependant souvent négligées par les méthodes existantes. Afin de limiter la taille des matrices manipulées, il a été proposé de découper le système global en sous-systèmes, toujours multivariables mais de dimensions réduites. La recombinaison du contrôleur global par commande hiérarchisée est l'objet d'une autre thèse en cours de réalisation au CEMAGREF (Kosuth 1994). Les exemples donnés dans ce mémoire correspondent à un sous-système bief-vanne unique. Cependant, tous les développements théoriques (modélisation, contrôleur et observateur) ont été faits sur un sous-système de taille et de configuration quelconques.

Les différentes modélisations possibles ont été étudiées au chapitre II. Un modèle de connaissance, basé sur les équations de Saint-Venant a été retenu. Ces équations sont en effet bien connues et représentent de manière très satisfaisante la dynamique du système.

Cependant, ce système est un système distribué (système décrit par des équations aux dérivées partielles), pour lequel peu de techniques de contrôle sont disponibles. Les différentes méthodes, permettant de conduire à un système localisé (système décrit par des équations différentielles), sont étudiées au chapitre II. Nous proposons finalement d'utiliser une discrétisation des équations de Saint-Venant par un schéma implicite de Preissmann. Ce schéma présente de nombreux avantages dont celui de ne pas être soumis à une condition de Courant. Par conséquent, des pas de temps importants peuvent être utilisés, ce qui limite les calculs numériques et facilite l'utilisation temps réel de la commande optimale obtenue. Bien que beaucoup utilisé en modélisation hydraulique, ce schéma n'a jamais été utilisé, à notre connaissance, pour la commande automatique LQR d'un canal d'irrigation. Nous proposons ensuite une modélisation originale des conditions aux limites, permettant d'assurer la commandabilité du système et de limiter les vitesses de variation des commandes.

Le modèle linéaire obtenu est analysé au chapitre III. Le but de cette analyse est de vérifier que le modèle numérique obtenu est fidèle à la réalité, cette réalité pouvant être : soit des mesures de terrain, soit les équations physiques du phénomène (équations de Saint-Venant), soit des équations simplifiées possédant une solution analytique. Or, nous ne disposons pas de mesures de terrain, et les équations de Saint-Venant ne possèdent pas de solution analytique dans le cas général. Nous avons donc analysé le modèle numérique obtenu dans le cas particulier d'un canal horizontal sans frottement, pour lequel les équations de Saint-Venant possèdent une solution analytique. Cette analyse montre que la correspondance entre le modèle numérique et la réalité est bonne, sous réserve de choisir un coefficient d'implicitation proche de 0.5 et un nombre de Courant pas trop grand devant 1. Dans ce chapitre, nous proposons également une méthode permettant d'évaluer la période d'échantillonnage nécessaire à la modélisation et à la commande du système. Cette méthode est justifiée de manière théorique à partir de deux modèles simplifiés du système. Cette méthode justifie également l'utilisation de nombres de Courant supérieurs à 1 et de ce fait montre l'avantage d'utiliser un schéma implicite.

Le contrôleur LQR et l'observateur d'état sont définis au chapitre IV. Le contrôleur présente l'originalité, par rapport à ce qui existe dans la littérature, de tenir compte de consignes variables sur les sorties et éventuellement sur les commandes et de pouvoir utiliser des prédictions éventuelles de prélèvements aux prises. Un observateur complet puis un observateur réduit sont proposés. L'observateur réduit présente l'avantage de ne reconstituer que les variables non mesurées du vecteur d'état. Un observateur de prélèvement est également défini. Il permet de reconstituer les prélèvements imprévus aux prises et de ce fait d'améliorer la reconstruction de l'état.

Enfin, le contrôleur optimal et l'observateur réduit sont testés au chapitre V, sur deux exemples très différents : un canal à faible perte de charge et un canal à forte perte de charge. Une méthode permettant l'initialisation des matrices de pondération est proposée. Elle est basée sur la réponse asymptotique en boucle ouverte et donne d'excellents résultats sur les 2 exemples traités. Les simulations réalisées sur ces 2 exemples montrent un comportement très satisfaisant du contrôleur et de l'observateur. La robustesse de l'ensemble est également étudiée, par simulation sur un système éloigné du système nominal. Enfin, les résultats sur un exemple particulier sont comparés, avec succès, à d'autres méthodes de régulation connues (CARDD, ELFLO et PIR). Ces tests permettent d'avoir une idée quantitative relative du comportement du contrôleur.

Il serait très intéressant de poursuivre les tests du contrôleur :

- sur des canaux réels,
- ou sur modèle de simulation, en comparaison avec les contrôleurs obtenus à partir d'autres modèles numériques (discrétisation spatiale, méthode des caractéristiques, schéma explicite, modèle de représentation).

Les points prioritaires restant à étudier sont :

- Simulation sur des systèmes de taille plus grande. Ceci peut être fait, soit de manière globale, soit par décomposition-coordination. Tous les développements mathématiques (modélisation, contrôleur, observateur) ont été présentés dans le cadre d'un système global quelconque constitué de n-biefs et n-vannes. Les très bons résultats obtenus sur un sous-système unique 1-bief et 1-vanne laissent prévoir des résultats semblables sur un système plus grand. Les caractéristiques multivariées du contrôle optimal LQR seront d'autant mieux exploitées que le système aura un nombre important de sorties et de commandes. Cependant on peut anticiper des problèmes de calcul (temps de calcul et erreurs numériques) lorsque le système à contrôler devient trop complexe. Dans ce cas la décomposition-coordination doit être nécessaire. Cette méthode est étudiée dans un autre travail de thèse (Kosuth 1994).
- Linéarisation multiple, si le système fonctionne dans des gammes étendues de débit. La robustesse du contrôleur a été testée sur modèle non-linéaire, autour du régime nominal de linéarisation, et également sur un système éloigné du régime nominal. Cependant, si un canal d'irrigation est amené à fonctionner dans des gammes de fonctionnement très différentes, la dégradation des performances du contrôleur peut devenir trop pénalisante. Dans ce cas, on peut envisager de découper le domaine de fonctionnement complet en différentes gammes, de synthétiser un contrôleur pour chaque gamme et d'assurer le passage d'une gamme à une autre en cours de

fonctionnement. Cette approche est déjà utilisée dans d'autres domaines d'application de l'automatique.

- Amélioration de l'observateur par une modélisation des non-linéarités à la vanne. L'erreur de reconstruction de l'état peut devenir importante en cas de fortes non-linéarités. Nous avons vu que l'intégrateur permet néanmoins de garantir de bons résultats du contrôleur. Cependant, il doit être possible d'améliorer la reconstruction de l'état à partir d'une modélisation des non-linéarités à la vanne. En effet, celles-ci sont a priori connues à partir de l'équation de l'ouvrage. Par contre, les non-linéarités hydrauliques dans le bief sont plus délicates à modéliser.

SIGLES ET ABREVIATIONS

ASCE	American Society of Civil Engineers
BF	Boucle Fermée
BO	Boucle Ouverte
CACG	Compagnie d'Aménagement des Coteaux de Gascogne
CARA	Compagnie d'Aménagement Rural d'Aquitaine
CARDD	Canal Automation for Rapid Demand Deliveries
CEMAGREF	Centre National du Machinisme Agricole, du Génie Rural, des Eaux et des Forêts
CNABRL	Compagnie Nationale d'Aménagement du Bas-Rhône Languedoc
ELFLO	Electronic Filter and Level Offset
FT	Fonction de Transfert
GPC	Generalized Predictive Control
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LQR	Linear Quadratic Regulator
MSID	Maricopa Stanfield Irrigation and Drainage District
PID	Proportionnel, Intégral, Dérivé (Contrôleur)
PIR	Proportionnel, Intégral, Retard (Contrôleur)
SCP	Société du Canal de Provence
SIC	Simulation of Irrigation Canals (logiciel commercialisé par le CEMAGREF)
USBR	United State Bureau of Reclamation



NOTATIONS

Les notations utilisées dans le mémoire sont présentées ci-dessous, par ordre alphabétique. Certaines notations locales ont été omises (en particulier des variables du chapitre IV). Les notations usuelles ont été utilisées dans la mesure du possible, afin de faciliter la lecture du texte. Or, certaines de ces notations sont utilisées en automatique et en hydraulique, pour décrire des variables de natures différentes. Des notations particulières ont été utilisées lorsqu'une ambiguïté était possible. Cependant, afin d'alléger le texte, la même notation est parfois utilisée pour représenter différentes variables. Le contexte du chapitre doit permettre d'éviter les confusions.

A	Matrice dynamique du système (modèle + intégrateur)
A_e	Matrice de l'observateur
A_{kl}	Coefficients de la modélisation linéaire du système après discrétisation
A_s	Matrice dynamique du système (modèle seul)
B	Matrice de commande du système (modèle + intégrateur)
B_I	Matrice de l'intégrateur
B_{kl}	Coefficients de la modélisation linéaire du système après discrétisation
B_p	Matrice de perturbation (modèle seul)
B_s	Matrice de commande du système (modèle seul)
C	Matrice de sortie contrôlée (modèle + intégrateur)
c	Célérité des ondes
c^+	Caractéristique positive
c^-	Caractéristique négative
C_B	Coefficient adimensionnel de Baume

C_D	Coefficient de débit à la vanne du régulateur
C_k	Coefficients de la modélisation linéaire du système après discrétisation
C_M	Coefficient adimensionnel
C_r	Nombre de Courant
C_s	Matrice de sortie contrôlée (modèle seul)
D	Matrice de sortie observée (modèle + intégrateur)
D_s	Matrice de sortie observée (modèle seul)
Δt	Pas de temps d'échantillonnage (ou de discrétisation dans le temps)
Δx	Pas de discrétisation dans l'espace
E	Coefficient de diffusion du modèle d'Hayami
e	Terme de perturbation agissant sur le système
(e)	Régime permanent de référence
e_0	Erreur d'estimation sur l'état X
F	Nombre adimensionnel de Froude
f	Fonction quelconque
f	Fruit des berges du canal (pour une section trapézoïdale)
f_e	Fréquence d'échantillonnage
f_n	fréquence propre du mode n
g	Accélération gravitaire (9.81 m/s ²)
g	Fonction donnant la courbe de tarage aval du système
H	Pré-filtre (vecteur)
I	Pente du canal
i	Entier quelconque
i	Nombre complexe ($i^2 = -1$)
Id	Matrice identité
J	Critère quadratique à minimiser
J	Pente de frottement
K	Matrice de gain sur x
K	Coefficient de Strickler

k	Indice des variables échantillonnées (c'est un entier)
k	Nombre d'onde d'une composante de Fourier
k	Variable booléenne ($k = 0$ si q est un apport, $k = 1$ si q est une perte)
L	Longueur du bief
L	Largeur au miroir
L	Matrice de gain de l'observateur d'état
λ	Coefficient d'implicitation aux conditions aux limites
λ	Longueur d'onde d'une composante de Fourier
l	Largeur au fond de la section en travers
L_i	Matrice de gain de l'observateur de prélèvement imprévu
M_e	Matrice de gain sur le terme e
Mha	Million d'hectares
M_u	Matrice de gain sur le terme u_c
M_x	Matrice de gain sur le terme x_c
N	Horizon d'optimisation (entier)
n	Entier quelconque
n	Coefficient de Manning (l'inverse du coefficient de Strickler K)
P	Perturbations agissant sur le système
P	Coefficient en p^2 du dénominateur d'une fonction de transfert du second ordre
P	Solution asymptotique de l'équation de Riccati
P	Matrice de passage (pour l'observateur réduit)
π	Nombre Pi = 3.141592...
p	Variable de Laplace
\hat{P}	Estimation des perturbations P
Q	Débit dans le canal
Q	Matrice de pondération sur l'état, dans le critère J ($Q = Q_x$)
Θ	Coefficient de transport du modèle d'Hayami
q	Débit latéral par unité de longueur
θ	Coefficient d'implicitation du schéma de Preissmann

\hat{Q}_i	Estimation du prélèvement imprévu à la prise
δQ	Débit dans le canal, par rapport au régime permanent de référence (e)
Q_e	Débit dans le canal, pour le régime permanent de référence (e)
Q_I	Matrice de pondération sur les composantes X_I de l'intégrateur, dans le critère J
Q_i	Prélèvement imprévu à la prise
Q_{max}	Débit maximum pouvant transiter dans le canal
Q_p	Prélèvement prévu à la prise
Q_r	Prélèvement réel à la prise
Q_x	Matrice de pondération sur l'état, dans le critère J
Q_{xf}	Matrice de pondération sur l'état final, dans le critère J
Q_Y	Matrice de pondération sur la sortie contrôlée Y, dans le critère J
R	Matrice de pondération sur la commande, dans le critère J
R	Rayon hydraulique
r	Coefficient de retard dans une fonction de transfert
S	Section mouillée
S	Coefficient en p du dénominateur d'une fonction de transfert du second ordre
t	Temps
T_c	Temps caractéristique du bief (aller-retour d'une onde sur le bief)
T_e	Période d'échantillonnage
U	Commande du système (c'est un vecteur)
u	Vecteur de commande intervenant dans le critère J
u^*	Commande optimale
u_c	Consigne sur le vecteur de commande u
U_e	Vecteur des perturbations inconnues
U_i	Vecteur de perturbation lié au prélèvement imprévu Q_i
U_p	Vecteur de perturbation (modèle seul)
V	Volume de stockage dans le bief (Chap I)
V	Vitesse de l'écoulement
V	Nombre de Vedernikov

v^+	Valeur d'une variable v à l'instant $t + \Delta t$
V_r	Partie réelle de V
w	Ouverture de la vanne du régulateur en travers
w_0	Bande passante d'un processus
w_e	Pulsation d'échantillonnage
w_n	Pulsation propre d'une fonction de transfert du second ordre
X	Vecteur d'état du système (modèle seul)
x	Vecteur d'état intervenant dans le critère J
x	Abscisse le long du canal
\hat{X}	Estimation du vecteur d'état X
X'	Vecteur d'état X permuté (pour l'observateur réduit)
X_1	Partie mesurable du vecteur d'état X (pour l'observateur réduit)
X_2	Partie non mesurable du vecteur d'état X (pour l'observateur réduit)
X_c	Consigne sur l'état X
x_c	Consigne sur le vecteur d'état x
X_I	Composantes de l'intégrateur dans le vecteur d'état x
X_{Ic}	Consigne sur les composantes X_I de l'intégrateur
X_{ob}	Estimation du vecteur d'état X ($X_{ob} = \hat{X}$)
ξ	Coefficient d'amortissement d'une fonction de transfert du second ordre
Y	Vecteur de sortie contrôlée du système (Chap I ou modèle seul)
y	Vecteur de sortie contrôlée (modèle + intégrateur)
y	Tirant d'eau (cote relative au fond du canal)
Y_c	Consigne sur la sortie Y
y_n	Tirant d'eau du régime uniforme
Z	Vecteur de sortie observée du système (modèle seul)
z	Cote de l'eau dans le canal
z	Vecteur de sortie observée (modèle + intégrateur)
\hat{Z}	Estimation de la sortie observée Z , correspondant à l'état estimé \hat{X}
δz	Cote de l'eau dans le canal, par rapport au régime permanent de référence (e)

z^{-1}	Opérateur retard
z_e	Cote de l'eau dans le canal, pour le régime permanent de référence (e)
z_f	Cote du fond du canal
z_r	Partie réelle de z

FIGURES

Figure 1. Répartition de l'utilisation de l'eau par secteur	19
Figure 2. Répartition des surfaces cultivées (en millions d'hectares)	20
Figure 3. La gestion d'un canal d'irrigation	22
Figure 4. Contrôle d'une cote amont de bief	28
Figure 5. Contrôle d'une cote aval de bief.....	29
Figure 6. Contrôle d'une cote intermédiaire.....	29
Figure 7. Commande en Boucle Fermée	31
Figure 8. Commande en Boucle Ouverte.....	32
Figure 9. Commande en Boucle Ouverte + Boucle Fermé	32
Figure 10. Commande par l'aval	34
Figure 11. Commande par l'amont	34
Figure 12. Commande mixte.....	35
Figure 13. Découpage en sous-systèmes	50
Figure 14. Méthode des caractéristiques, cas 1	62
Figure 15. Méthode des caractéristiques, cas 2	63
Figure 16. Notations du schéma de Preissmann.....	64
Figure 17. Condition limite interne de type prise.....	70
Figure 18. Condition limite interne de type ouvrage.....	71
Figure 19. Système bief-vanne	74
Figure 20. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $Cr = 1$).....	96
Figure 21. Valeurs propres de la matrice A ($0.5 \leq \theta \leq 0.9$ et $Cr = 1$).....	96
Figure 22. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $Cr = 0.33$).....	97
Figure 23. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $Cr = 1.67$).....	98
Figure 24. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $Cr = 3.33$).....	98
Figure 25. Valeurs propres de la matrice A ($\theta = 0.5$ et $Cr = 10$)	99
Figure 26. Analyse fréquentielle dans le plan de Bode (Exemple 1).....	108
Figure 27. Analyse fréquentielle dans le plan de Bode (Exemple 2).....	109
Figure 28. Analyse fréquentielle dans le plan de Bode (Exemple 3).....	110
Figure 29. Analyse fréquentielle dans le plan de Bode (Exemple 4).....	111
Figure 30. Périodes d'échantillonnage.....	113
Figure 31. Schéma du système avec contrôleur et observateur	147
Figure 32. Bloc du Système Bief-Vanne	148
Figure 33. Bloc de l'Observateur et Intégrateur.....	148
Figure 34. Bloc des matrices de gain	149
Figure 35. Profil en long du Système 1 (Bief fictif).....	150

Figure 36. Analyse fréquentielle du système	152
Figure 37. Pôles du système, du contrôleur et de l'observateur	156
Figure 38. Résultats sur modèle linéaire, sans prédiction	157
Figure 39. Reconstruction de l'état et du prélèvement imprévu	158
Figure 40. Résultats sur modèle non-linéaire, sans prédiction, sans observateur	159
Figure 41. Résultats sur modèle non-linéaire, sans prédiction, avec observateur	160
Figure 42. Reconstruction de l'état	161
Figure 43. Résultats sur modèle linéaire, avec prédiction	162
Figure 44. Reconstruction de l'état et du prélèvement imprévu	163
Figure 45. Résultats sur modèle non-linéaire, avec prédiction, avec observateur	164
Figure 46. Test de robustesse	167
Figure 47. Test de robustesse, gains modifiés	168
Figure 48. Reconstruction de l'état, gains modifiés	169
Figure 49. Profil en long du Système 2 (Bief amont du canal MSID)	170
Figure 50. Analyse fréquentielle du système	172
Figure 51. Pôles du système, du contrôleur et de l'observateur	176
Figure 52. Résultats sur modèle non-linéaire, sans prédiction, avec observateur	177
Figure 53. Résultats sur modèle non-linéaire	178
Figure 54. Reconstruction de l'état	179

TABLEAUX

Tableau 1. Classification des méthodes de régulation	45
Tableau 2. Données hydrauliques	106
Tableau 3. Coefficients d'Hayami.....	107
Tableau 4. Coefficients des fonctions de transfert du second ordre	107
Tableau 5. Données hydrauliques	107
Tableau 6. Résultats (temps en mn).....	113
Tableau 7. Données géométriques et hydrauliques	150
Tableau 8. Variables calculées.....	150
Tableau 9. Paramètres du modèle d'Hayami	151
Tableau 10. Caractéristiques de la vanne du régulateur.....	151
Tableau 11. Données géométriques et hydrauliques	170
Tableau 12. Caractéristiques de la vanne du régulateur.....	170
Tableau 13. Variables calculées	171
Tableau 14. Paramètres du modèle d'Hayami.....	171
Tableau 15. Paramètres du modèle du second ordre.....	171



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Les références bibliographiques sont divisées en deux groupes :

- les références proprement dites, citées dans le texte,
- les références complémentaires, non citées dans le texte, mais pouvant être intéressantes pour le lecteur. Ces références complémentaires sont présentées à partir de la page 213.

Elles sont classées dans l'ordre alphabétique du nom du premier auteur. Le type de document de la référence peut être distingué suivant la police de caractère utilisée pour son titre :

<u>Titre gras souligné :</u>	Ouvrages, Proceedings (distribués ou commercialisés),
Titre gras :	Rapports de stage, DEA, Thèses, Notes de cours,
Titre normal :	Notes internes, Articles de revues ou colloques.

- (1) Abbott M.B., 1979, "**Computational hydraulics. Elements of the theory of free surface flows**", Pitman Publishing limited, 324 p.
- (2) Alsthom Fluide, 1975-1979, "Notice de montage, réglage et entretien des vannes AMIL, AVIS, AVIO", 100 p.
- (3) Alsthom Fluide, 1981, "Gestion de canaux et irrigation. Les matériels NEYRTEC d'équipement pour réseaux régulés", 40 p.
- (4) Ankum P., 1992, "Classification of flow control systems for irrigation". Colloque "Advances in Planning, Design and Management of Irrigation Systems as Related to Sustainable Land Use", Louvain, 14-17 Septembre 1992, édité par Feyen et al., p 265-274.

- (5) Ankum P., 1993a, "Canal storage and flow control methods in irrigation", Proceedings XVème Congrès ICID, La Haye, Q. 44, R. 51, p 663-679.
- (6) Ankum P., 1993b, "Self-management in irrigation systems", Proceedings Asian Regional Symposium Beijing, HR Wallingford, édité par Wooldridge et al., session 2, p 51-64.
- (7) ASCE, 1993, "Unsteady-flow modeling of irrigation canals", ASCE Task Committee on irrigation canal system hydraulic modeling, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol 119., n° 4, p 615-630.
- (8) Balogun O.S, Hubbard M., DeVries J.J., 1988, "Automatic control of canal flow using linear quadratic regulator theory", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 114, n° 1, p 75-102.
- (9) Balogun O.S., 1985, "Design of real-time feedback control for canal systems using linear quadratic regulator theory", Ph.D thesis, Department of Mechanical Engineering, University of California at Davis, 230 p.
- (10) Bandaragoda D.J., Badruddin M., 1992, "Moving towards demand-based operations in modernized irrigation systems in Pakistan", IIMI Country Paper n° 5, 42 p.
- (11) Barbet P., 1990, "Modèle standard de simulation du fonctionnement des systèmes hydrauliques Barrage-Rivière. Application à la gestion des lâchures", CEMAGREF, ENITRTS, 106 p.
- (12) Barré de Saint-Venant A. J. C., 1871, "Théorie du mouvement non-permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit", Acad. Sci. Paris, Comptes rendus V. 73, p 148-154, 237-240.
- (13) Baume J.-P., 1990, "Régulation des canaux d'irrigation : Etude du sous-système bief avec vanne", CEMAGREF, ENGREF, DEA National d'Hydrologie de l'USTL Montpellier, 170 p.
- (14) Baume J.-P., 1993, "Etat d'avancement de Thèse", CEMAGREF Note Interne, 10 p.
- (15) Baume J.-P., Kosuth P., Malaterre P.O., 1992a, "Régulation des canaux d'irrigation ; Notes de cours", CEMAGREF, 60 p.
- (16) Baume J.-P., Malaterre P.O., 1992b, "Design of a decision support tool to improve manual operation procedures of an irrigation canal", CEMAGREF-IIMI International Workshop, Montpellier, October 1992, 10 p.

- (17) Baume J.-P., Sally H., Malaterre P.O., Rey J., 1993, "**Development and field-installation of a mathematical simulation model in support of irrigation canal management**", IIMI and CEMAGREF Research paper, 89 p.
- (18) Bhutta M.N., Kijne J.W., 1992, "Application of a hydraulic model for testing management decisions at distributary level", Irrigation Science, p 15-20.
- (19) Binder Z., 1977, "Sur l'organisation et la conduite des systèmes complexes", Thèse de Docteur es-sciences physiques, Institut National Polytechnique de Grenoble, 160 p.
- (20) Binder Z., Ferreira Magalhaes M., 1982, "About a multi-model control and the distillation column application", Laboratoire d'Automatique de Grenoble, Communication présentée au Workshop on Adaptive Control, Florence, 27-29 Octobre 1982, 26 p.
- (21) Borne P. et al., 1990, "**Commande et optimisation des processus**", Editions Technip, 15ème Paris, 303 p.
- (22) Borne P. et al., 1992, "**Modélisation et identification des processus, tome 2**", Editions Technip, 15ème Paris, 309 p.
- (23) Bryson A.E., Ho Y.C., 1975, "**Applied optimal control. Optimization, estimation and control**", Hemisphere publishing, 481 p.
- (24) Bühler H., 1983, "**Réglages échantillonnés, volume 2, traitement dans l'espace d'état**", Presses Polytechniques Romandes, 445 p.
- (25) Bühler H., 1986, "**Réglages échantillonnés, volume 1, traitement par la transformation en z**", Presses Polytechniques Romandes, 382 p.
- (26) Burt C.M., 1983, "Regulation of sloping canals by automatic downstream control", Thèse de Doctorat, Utah State University.
- (27) Buyalski C.P., 1991, "Canal systems automation manual, Volume 1", A Water Resources Technical Publication, U.S. Department of Interior, Bureau of Reclamation, Denver Office, 113 p.
- (28) CEMAGREF, 1992, "SIC : theoretical concepts & user's guide", 70 + 121 p.
- (29) Chan S.P., Yao B., 1990, "Performance study of GPC for processes with time delay", IEEE, p 384-389.
- (30) Chevereau G., 1991, "Contribution à l'étude de la régulation dans les systèmes hydrauliques à surface libre", Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 122 p.

- (31) Chow V.T., 1988, "Open-channel Hydraulics", McGraw-Hill Book Company, New York, 680 p.
- (32) Clemmens A.J., Sloan G., Schuurmans J., 1993, "Canal control needs: a case study", présenté au Journal of Irrigation and Drainage Engineering, à paraître.
- (33) Coeuret C., 1977, "Stabilité et précision de la régulation dynamique", La Houille Blanche n° 2/3, p 272-277.
- (34) Corrigan G., Fanni A., Sanna S., Usai G., 1982a, "A constant-volume control method for open channel operation", International Journal of Modelling & Simulation, Vol 2, n° 2, p 108-112.
- (35) Corrigan G., Sanna S., Usai G., "Centralized control of irrigation canal systems", date et source inconnues, p 69-83.
- (36) Corrigan G., Sanna S., Usai G., 1980, "Frequency response and dynamic behaviour of canal networks with self-levelling gates", Appl. Math. Modelling, Vol. 4, p 125-129.
- (37) Corrigan G., Sanna S., Usai G., 1982b, "Sub-optimal level control of open-channels", Proceedings International AMSE conference Modelling & Simulation, Vol. 2, p 67-72.
- (38) Corrigan G., Sanna S., Usai G., 1983, "Sub-optimal constant-volume control for open channel networks", Appl. Math. Modelling, Vol. 7, p 262-267.
- (39) Cunge J.A., 1966, "Etude d'un schéma de différences finies appliqué à l'intégration numérique d'un certain type d'équations hyperboliques d'écoulement", Thèse de la Faculté des Sciences de Grenoble, 116 p.
- (40) Cunge J.A., Holly F.M., Verwey A., 1980, "Practical aspects of computational river hydraulics", Pitman Advanced Publishing Program, 420 p.
- (41) De Leon Mojarro B., 1986, "Contribution à l'amélioration de la gestion des périmètres irrigués", Thèse de Doctorat, USTL Montpellier, 137 p.
- (42) Deltour J.-L., 1988, "La régulation des systèmes d'irrigation", DEA, Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique de Grenoble, 87 p.
- (43) Deltour J.-L., 1992, "Application de l'automatique numérique à la régulation des canaux ; Proposition d'une méthodologie d'étude", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 153 p.
- (44) Dieulesaint E., Royer D., 1987, "Automatique appliquée, Volume 1, Systèmes linéaires de commande à signaux analogiques", Masson, 306 p.

- (45) Dieulesaint E., Royer D., 1990, "Automatique appliquée, Volume 2, Systèmes linéaires de commande à signaux échantillonnés", Masson, 320 p.
- (46) El Jai A., Amouroux M., 1990, "Automatique des systèmes distribués", Hermès, 217 p.
- (47) Falvey H.T., 1987, "Philosophy and implementation of Gate Stroking", Proceedings ASCE Portland, p 176-179.
- (48) Fang Z.X., Voron B., Bocquillon C., 1989, "Programmation dynamique : application à la gestion d'une retenue pour l'irrigation", Journal Hydrological Sciences 34, 4, p 415-424.
- (49) Filipovic V., Milosevic Z., 1989, "Dyn² method for optimal control of water flow in open channels", Journal of irrigation and drainage engineering, Vol. 115, n° 6, p 973-981.
- (50) Florea J., Popa R., "Optimal operation of an irrigation canal system for unsteady flow conditions", date et source inconnues, p 33-45.
- (51) Framji K.K., Verdier J., 1978, "Etat de l'art n°1 : Irrigation, drainage et maîtrise des crues ; Chapitre 9 : L'automatique dans l'irrigation, p 459-578", ICID, New Delhi, 676 p.
- (52) Fread D.L., 1981, "Flood routing: a synopsis of past, present, and future capability", Proceedings of the international conference on rainfall-runoff modelling, Miss., Mai 1981.
- (53) French R.H., 1985, "Open channel hydraulics", McGraw-Hill Book Company, New York, 705 p.
- (54) Frerot A., 1987, "Procédures d'optimisation des consignes de gestion d'un réseau d'assainissement automatisé", Thèse de Doctorat, Cergrene, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 296 p.
- (55) Garcia A., 1988, "Control and regulation of open channel flow", Master of Science, University of California, Davis, 232 p.
- (56) Garcia A., Hubbard M., DeVries J.J., 1992, "Open channel transient flow control by discrete time LQR methods", Automatica, Vol. 28, n° 2, p 255-264.
- (57) Gilbert D., 1990, "Gestion automatisée en temps réel des réseaux d'eau potable. Calcul des commandes optimales par différentes approches", Thèse de Doctorat, Université de Strasbourg, 132 p.

- (58) Goussard J., 1993, "**L'automatisation des réseaux d'irrigation en canaux**", Commission Internationale des Irrigations et du Drainage, Groupe de travail sur la Construction, la Réhabilitation et la Modernisation des Projets d'Irrigation, 103 p.
- (59) Grosclaude J.-Y., Tardieu H., 1985, "La gestion automatique des eaux d'étéage - Description et premiers résultats", p 35-39.
- (60) Hagrais A.N., 1979, "**Commande décentralisée coopérative des systèmes dynamiques interconnectés**", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 101 p.
- (61) Henderson F.M., 1989, "**Open channel flow**", Macmillan Publishing Company, 522 p.
- (62) Hubbard M., DeVries J.J., Balogun O.S., 1987, "Feedback control of open channel flow with guaranteed stability", AIRH Congrès, p 408-413.
- (63) Hubert P., 1984, "**Eaupusculé ; Une introduction à la gestion de l'eau**", Ellipses, 192 p.
- (64) IIMI, 1989, "**Study on irrigation systems rehabilitation and improved operations and management, Volume 1**", Final report for ADB Regional Technical Assistance, 149 p.
- (65) Isidori, A., 1985, "**NonLinear Control Systems : an introduction**", Springer-Verlag.
- (66) Kautsky J., Nichols N.K., 1983, "Robust Eigenstructure Assignment in State Feedback Control", Numerical Analysis Report NA/2/83, School of Mathematical Sciences, Flinders U., Bedford Park, S.A. 5042, Australie
- (67) Khaladi A., 1992, "**Gestion automatique des transferts d'eau en réseaux hydrauliques maillés à surface libre ; Application au réseau des Wateringues**", Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, CEMAGREF, 237 p.
- (68) Kompass E.J., 1993, "Dynamic simulation: nothing else will do again for control design", dans Control Engineering, May 1993, Volume 40, n° 6, p 61-62.

- (69) Kosuth P., 1989, "**Régulation des transferts d'eau en canaux. Modélisation par fonctions de transfert d'un sous-système non linéaire bief-vanne. Modélisation par réseau de neurones d'un bief sans ouvrage**", CEMAGREF, LAAS-CNRS Toulouse, DEA de l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 122 p.
- (70) Kosuth P., 1994, Thèse de Doctorat, à paraître en 1994.
- (71) Kosuth P., Rey J., Malaterre P.O., Baume J.-P., Lamacq S., 1992, "**Application of mathematical modelling for the improvement of irrigation canal operation**", Proceedings du colloque CEMAGREF-IIMI, Montpellier, France, 26-30 Octobre 1992, 335 p.
- (72) Kraatz D.B., Mahajan I.K., 1982, "**Petits ouvrages hydrauliques**", Volumes 26/1 et 26/2, Bulletin FAO D'Irrigation et de Drainage, 307 + 244 p.
- (73) Kuanyi Z., 1989, "**Contribution à l'automatisation de processus à temps mort**", Thèse de Doctorat de l'Université Catholique de Louvain, 168 p.
- (74) Kwakernaak H., Sivan R., 1972, "**Linear optimal control systems**", Wiley-Interscience, New York, 575p.
- (75) Landau I.D., 1988, "**Identification et commande des systèmes**", Hermès, 303 p.
- (76) Larminat P., 1993, "**Automatique, Commande des systèmes linéaires**", Hermès, 321 p.
- (77) Lee T.H., Lai W.C., Kwek K.H., 1990, "Extended generalised predictive control incorporating feedforward", p 2703-2708.
- (78) Lefebvre J., 1977, "La régulation dynamique, sa mise en oeuvre au canal de provence", La Houille Blanche, n° 2/3, p 265-270.
- (79) Lencastre A., 1986, "**Manuel d'hydraulique générale**", Eyrolles, 411 p.
- (80) Leondes C.T., Novak L.M., 1972, "Optimal minimal-order observers for discrete-time systems - a unified theory", Automatica, Vol. 8, p 379-387.
- (81) Leondes C.T., Novak L.M., 1974, "Reduced-order observers for linear discrete-time systems", IEEE Transactions on automatic control, p 42-46.
- (82) Lesaffre B., Rieul L., 1992, "L'irrigation : situation présente et perspectives", C.R. Acad. Agric. Fr., n°6, p 35-50.

- (83) Linkens D.A., Mahfouf M., 1992, "Generalized predictive control with feedforward (GPCF) for multivariable anaesthesia", *Int. J. Control*, Vol 56, n° 5, p 1039-1057.
- (84) Lions J.L., 1984, "Analyse Numérique", Cours de l'Ecole Polytechnique, 175 p.
- (85) Liu F., Feyen J., Berlamont J., 1992, "Computation method for regulating unsteady flow in open channels", *Journal of irrigation and drainage engineering*, Vol. 118, n° 10, p 674-689.
- (86) Lyn D.A, Goodwin P., 1987, "Stability of a general Preissmann scheme", *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol 113, n° 1, p 16-28.
- (87) Mahmood K., Yevjevich V., 1975, "Unsteady flow in open channels, Volume 1 et 2", Water resources publications, Fort Collins, USA, 923 p.
- (88) Malaterre P.O., 1989, "Etude des possibilités d'amélioration des règles de gestion manuelle du canal principal rive droite de Kirindi Oya grâce à un modèle mathématique de simulation des écoulements", CEMAGREF, ENGREF, IIMI, DEA National d'Hydrologie USTL Montpellier, 121 p.
- (89) Malaterre P.O., 1991, "Water flow regulation in irrigation canals: present methods and perspectives", Séminaire IIMI, CEMAGREF Montpellier Division Irrigation, 7 p.
- (90) Malaterre P.O., 1993, "Modèle d'Hayami et modèle du second ordre, identification à partir des moments", Note interne, CEMAGREF Montpellier Division Irrigation, 10 p.
- (91) Marzouki T.Z., 1989, "Le système hydraulique de la rivière Iarcis (barrages, rivière, périmètres irrigués). Modélisation hydraulique, analyse et amélioration de la gestion", CEMAGREF, ENGREF, CARA, 63 p.
- (92) MatLab, 1991, "MatLab for Windows User's Guide", The Math Works Incorporation, 350 p.
- (93) MatLab, 1992, "Simulink: a program for simulating dynamic systems", The Math Works Incorporation, 270 p.
- (94) Mendel J.M., Gieseking D.L., 1971, "Bibliography on the Linear-Quadratic-Gaussian Problem", *IEEE Transactions on automatic control*, Vol AC-16, n° 6.
- (95) Mendes R.S., 1988, "Synthèse de régulateurs robustes à placement de poles", Thèse de Doctorat, LAAS-CNRS Toulouse, 131 p.

- (96) Merriam J.L., 1992, "The need on the farm for a flexible water supply schedule", Colloque "Advances in Planning, Design and Management of Irrigation Systems as Related to Sustainable Land Use", Louvain, 14-17 Septembre 1992, édité par Feyen et al., p 147-156.
- (97) Miller W.A., Yevjevich V., 1975, "Unsteady flow in open channels, Volume 3 Bibliography", Water resources publications, Fort Collins, USA, 447 p.
- (98) Mira C., 1990, "Systèmes asservis non linéaires", Hermès, 422 p.
- (99) Molden D.J., Gates T.K., 1990, "Performance measures for evaluation of irrigation Water-Delivery systems", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 116, n° 6, p 804-823.
- (100) Najim K., 1981, "Application des automates à structure variable à la commande d'un canal d'irrigation", Automatique Systems analysis and control, Vol. 15, n° 3, p 263-270.
- (101) O'Loughlin E.M., 1972, "Application of unsteady flow analysis to operation decisions in long aqueducts", Rapport 16, Question 28-2, VIIIème Congrès de la CIID, Bulgarie.
- (102) Palmer J.D., Clemmens A.J., Dedrick A.R., 1989, "Several sources of nonuniformity in irrigation delivery flows", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Vol. 115, n° 6, p 920-937.
- (103) Parent E., 1991, "Elaboration des consignes de gestion des barrages réservoirs", Thèse de Doctorat ENPC-Cergrene.
- (104) Perrin G., 1989, "Automatisation d'un système d'irrigation à gestion centralisée", Conservatoire National des Arts et Métiers, Centre Régional Associé de Metz, 154 p.
- (105) Piquereau A., Tardieu H., Verdier J., Villocel A., 1984, "Réduction des pertes en eau par l'automatisation de la gestion d'un barrage réalimentant une rivière en vue de l'irrigation", Communication au XIIème congrès de la CIID, 16 p.
- (106) Piquereau A., Villocel A., 1982, "Gestion automatique des eaux d'étiage ; Cas de la rivière Arrats", ONERA, CERT/DERA Toulouse, CACG, 125 p.
- (107) Plusquellec H., 1988, "Improving the Operation of Canal Irrigation Systems. An Audiovisual Production", The Economic Development Institute and the Agriculture and Rural Development Department of the World Bank, 154 p.

- (108) Pochat R., 1980, "Ecole d'été de mécanique des fluides ; Hydraulique à surface libre", Hanoi, 283 p.
- (109) Pochat R., 1989, "La propagation en hydraulique à surface libre", 13 p.
- (110) Preissmann A., 1965, "difficultés rencontrées dans le calcul des ondes de translation à front raide", 11ème congrès IAHR, Leningrade, Vol 3, p 3-52.
- (111) Reddy J.M., 1986, "Evaluation of optimal constant volume control for irrigation canals", ASAE, 14 p.
- (112) Reddy J.M., 1990, "Local optimal control of irrigation canals", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 116, n° 5, p 616-631.
- (113) Reddy J.M., 1992a, "Decentralized constant-volume control of irrigation canals", Colloque "Advances in Planning, Design and Management of Irrigation Systems as Related to Sustainable Land Use", Louvain, 14-17 Septembre 1992, édité par Feyen et al., p 889-898.
- (114) Reddy J.M., Dia A., Oussou A., 1992b, "Design of control algorithm for operation of irrigation canals", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 118, n° 6, p 852-867.
- (115) Rey D., 1978, "Sur la commande décentralisée coordonnée ; Application à un procédé pilote de distillation", Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 120 p.
- (116) Rey J., 1990, "Contribution à la modélisation et la régulation des transferts d'eau sur des systèmes de type rivière/baches intermédiaires", CEMAGREF, ENGREF, DEA National d'Hydrologie USTL Montpellier, 80 p.
- (117) Rey J., Malaterre P.O., Baume J.P., 1993, "Use of a simulation model to improve the manual operation procedures of an irrigation canal (Kirindi Oya - Sri Lanka)", Proceedings Asian Regional Symposium Beijing, HR Wallingford, session 3, p 27-40.
- (118) Richalet J., 1991, "Pratique de l'identification", Adersa, Hermès, 222 p.
- (119) Robinson A.C., 1971, "A survey of optimal control of distributed-parameter systems", Automatica, Volume 7, n° 3, May 1971, p 371 à 388.
- (120) Rodellar J., Gomez M., Bonet L., 1993, "Control method for on-demand operation of open-channel flow", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol. 119, n° 2, p 225-241.

- (121) Roux A., 1992, "Gestion des étiages de rivière par les méthodes de l'automatique. Application à la rivière Dropt", CEMAGREF, ENITRTS, 177 p.
- (122) Sabet M.H., Coe J.Q., Ramirez H.M., Ford D.T., 1985, "Optimal operation of California Aqueduct", Journal of Water Ressources Planning and Management, Vol. 111, n° 2, p 222-237.
- (123) Samuels P.G., Skells C.P., 1990, "Stability limits for Preissmann's scheme", Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 116, n° 8, p 997-1012.
- (124) Sanfilippo F., 1993, "Application du régulateur PIR au cas des canaux à forte pente", DEA de l'Université Claude Bernard, Lyon 1, 137 p.
- (125) Sawadogo S., 1992a, "Modélisation, commande prédictive et supervision d'un système d'irrigation", Thèse de Doctorat, LAAS-CNRS Toulouse, 152 p.
- (126) Sawadogo S., Achaïbou A.K., Aguilar-Martin J., 1991a, "An application of adaptative predictive control to water distribution systems", IFAC, ITAC 91, Singapour, 6 p.
- (127) Sawadogo S., Achaïbou A.K., Aguilar-Martin J., 1992b, "Long-range predictive control of an hydraulic systems", CEMAGREF-IIMI Workshop, 9 p.
- (128) Sawadogo S., Achaïbou A.K., Aguilar-Martin J., Mora-Camino F., 1991b, "Output tracking by inverse adaptive control: application to water distribution systems", IMACS IFAC, Lille, Proceedings, Vol 1, p 88-93.
- (129) Sawadogo S., Achaïbou A.K., Aguilar-Martin J., Mora-Camino F., 1992c, "Intelligent control of large water distribution systems: a two level approach", SICICI 92, Singapour, Proceedings, p 1085-1089.
- (130) Sawadogo S., Malaterre P.O., Kosuth P., 1993, "Multivariable optimal control for on-demand operation of irrigation canals", paper submitted to the International Journal of Systems Science, 30 p.
- (131) Schultze F.E., 1989, "Concepts in irrigation management and the related research issues", IIMI Pakistan, 14 p.
- (132) Schuurmans J., 1991, "Models and controllers of open channel flow for irrigation purposes ; A literature study", Delft University of Technology, 46 p.

- (133) Schuurmans J., 1992, "**Controller Design for a Regional Downstream Controlled Canal**", Delft University of Technology, Laboratory for Measurement and Control, 100 p.
- (134) SCP, "Modèles mathématiques pour la simulation d'écoulement à libre surface : Elicsir", Techniques SCP, p 29-31.
- (135) Shand M.J., 1971, "**Automatic downstream control systems for irrigation canals**", Thèse de Doctorat, Université de Californie, Berkeley, 159 p.
- (136) Shinskey F.G., 1988, "**Process control systems, Application, Design, and Tuning**", McGraw-Hill Publishing Company, New York, 526 p.
- (137) Soeterboek R., 1990, "**Predictive control : a unified approach**", Thèse, Delft University of Technology, 358 p.
- (138) Spiegel M.R., 1987, "**Analyse de Fourier et application aux problèmes de valeurs aux limites**", Série Schaum, 199 p.
- (139) Strelkoff T., 1970, "One-dimensional equations of open-channel flow", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Volume 96, HY1, Janvier 1970, p 223-251.
- (140) Sundareswaran K.K., Mclane P.J., 1977, "Observers for linear systems with arbitrary plant disturbances", IEEE Transactions on automatic control, Vol AC-22, n° 5, p 870-871.
- (141) Tardieu H., 1988, "Automatic dam management and river regulation for irrigation purposes", Irrigation and Drainage Systems, n° 2, p 53-61.
- (142) Titli A., 1979, "**Décomposition spatio-temporelle des systèmes interconnectés ; Commande hiérarchisée, décentralisée. Application aux systèmes de puissance**", LAAS-CNRS Toulouse, Ecole Polytechnique de Montréal, 67 p.
- (143) Tomacic B., 1989, "**A general optimization module for real-time control of surface water resources**", Master of Science, The International Institute for Hydraulic and Environmental Engineering, Delft University, 174 p.
- (144) Toudeft A., Kosuth P., Gallinari P., 1993, "Une architecture neuronale pour le contrôle d'un système linéaire retardé et perturbé", CEMAGREF Montpellier Div. Irrigation, LAFORIA Université Paris 6, à paraître, 15 p.
- (145) Trouvat J.-L., 1991, "**Contribution à une meilleure gestion des rivières de Gascogne**", CEMAGREF, CACG, ENGREF, 61 p.
- (146) USBR, 1979, "Gate Stroking", Internal paper, 15 p.

- (147) Valera A., 1991, "Design-Management interactions of Malaysia's Kerian irrigation scheme", IIMI Country Paper n° 1, 64 p.
- (148) Valiron F., 1984, "Gestion des Eaux. Principes, moyens, structures", Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 343 p.
- (149) Valiron F., 1988, "Gestion des Eaux. Automatisation, informatisation, télégestion", Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 551 p.
- (150) Verdier J., 1986, "Informatisation de la commande du transport et de la distribution d'eau d'irrigation", XIV Journées régionales européennes de la CIID, La Manga del Mar Menor (Espagne), 15 p.
- (151) Verdier J., Millo J.-L., 1992, "Maintenance des périmètres irrigués", Collection Techniques Rurales en Afrique, Ministère de la Coopération et du Développement, 323 p.
- (152) Vila J.P., 1986, "Sur la théorie et l'approximation numérique des problèmes hyperboliques non linéaires appliqués aux équations de Saint-Venant et à la modélisation des avalanches de neige dense", Thèse de l'Université de Paris VI, 456 p.
- (153) Wylie E.B., Streeter V.L., 1978, "Fluid transients", Chapter 16, McGraw-Hill Advanced Book Division, New York.
- (154) Zeitz M, 1987, "The extended Luenberger observer for nonlinear systems", Systems & Control Letters 9, p 149-156.
- (155) Zihui L., Manz D.H., 1992, "Optimal operation of irrigation canal systems using nonlinear programming - dynamic simulation model", CEMAGREF-IIMI International Workshop, Montpellier, October 1992, p 297-306.
- (156) Zimbelman D.D., 1987, "Planning, operation, rehabilitation and automation of irrigation water delivery systems", Proceedings of a symposium ASCE, Portland, Oregon, USA, 28-30 Juillet 1987, 377 p.



BIBLIOGRAPHIE COMPLÉMENTAIRE

- (157) Ackermann Jürgen, 1985, "Sampled-data control systems, analysis and synthesis robust system design", Springer-Verlag, 596 p.
- (158) Åström K.J., Wittenmark B., 1989, "Adaptive control", Addison-Wesley Publishing Company, 526 p.
- (159) Åström K., Wittenmark B., 1990, "Computer controlled systems: theory and design", Prentice-Hall International Editions, London, 544 p.
- (160) Athans M., 1971, "The role and use of the stochastic Linear-Quadratic-Gaussian problem in control system design", IEEE Transactions on automatic control, Vol. AC-16, n° 6, p 529-551.
- (161) Ayers T.G., Jonas S., Burt C.M., 1986, "Automation for downstream control on small irrigation canals", ASAE, 8 p.
- (162) Baumann W.T., Rugh W.J., 1986, "Feedback control of nonlinear systems by extended linearization", IEEE Transactions on automatic control, Vol AC-31, n° 1, p 40-46.
- (163) Baume J.P., "Utilisation d'un modèle hydraulique pour l'étude de la régulation d'un canal d'irrigation (le cas de Kirindi Oya, Sri Lanka)", 1989, CEMAGREF Montpellier - Div. Irrigation, 5 p.
- (164) Baume J.P., 1989, Modélisation des ouvrages de type : déversoir, vanne, orifice, dans les modèles d'hydraulique à surface libre", CEMAGREF Montpellier - Div. Irrigation, 5 p.
- (165) Baume J.P., Malaterre P.O., 1990, "Simulation des canaux d'irrigation en vue d'assister leur régulation manuelle", CEMAGREF Division Irrigation, 2 p.

- (166) Baume J.P., Malaterre P.O., 1991a, "Modèle hydraulique de simulation des écoulements dans un canal d'irrigation (modèle SIC) - Application à l'étude de la gestion du canal de Kirindi Oya (Sri Lanka)", Journées Régulation SCP, 17 p.
- (167) Baume J.P., Malaterre P.O., 1991b, "Modèle mathématique de simulation des écoulements dans un canal d'irrigation - Application à l'étude de la gestion du canal de Kirindi Oya (Sri Lanka)", CEMAGREF Montpellier Division Irrigation, 6 p.
- (168) Baume J.P., Certain F., Malaterre P.O., Rey J., Sally H., 1991c, "Utilisation d'un modèle informatique hydraulique pour améliorer la gestion des canaux d'irrigation, application au canal de Kirindi Oya (Sri Lanka)", ICID Budapest, 9 p.
- (169) Baume J.P., 1992a, "Résolution de l'équation de transport diffusion par Crank-Nicholson", CEMAGREF Montpellier, 9 p.
- (170) Baume J.P., Certain F., Malaterre P.O., Rey J., Sally H., 1992b, "Un modèle informatique pour la gestion des canaux d'irrigation - Application au canal de Kirindi Oya (Sri Lanka)", Revue Courants, n° 14, p 43-47.
- (171) Begovich O., Ortega R., 1989, "Adaptive head control of a hydraulic open channel model", Automatica, Vol. 25, n° 1, p 103-107.
- (172) Benhammou A., 1988, "**Contribution à l'étude de la commande adaptative décentralisée des systèmes interconnectés**", Thèse de Doctorat d'Etat de l'Université Paul Sabatier de Toulouse, 231 p.
- (173) Borne P. et al., 1992, "**Modélisation et identification des processus, tome 1**", Editions Technip, 15ème Paris, 369 p.
- (174) Bos M.G., 1989, "Aspects de la gestion de l'eau dans la conception de projets d'irrigation", Bulletin de liaison du CIEH, n° 76, p 42-53.
- (175) Boudarel R., Delmas J., Guichet P., 1967, "**Commande optimale des processus**", 3 tomes, Dunod, Paris, 307 p.
- (176) Brighthouse B., Loveday G., 1987, "**Microprocessors in control systems**", Pitman publishing.
- (177) Burt C.M., 1987, "Overview of canal control concepts", in Proceedings of a symposium ASCE, Portland, p 882-109.
- (178) Burt C., 1992, "Local downstream control automation for sloping canals", Internal paper, 14 p.

- (179) Burt C., Wolter H., 1992, "Guidelines for irrigation systems modernization in Mexico", for the Agriculture and Rural Development Department, The World Bank, 49 p.
- (180) Buyalski C.P., 1979, "Automatic downstream control of the Corning canal check gates by the El-Flo plus reset control system", 29 p.
- (181) Casangcapan M.E., Chilcott R.E., 1993a, "DACL System dynamic performance. I : Response-prediction analysis", Journal of irrigation and drainage engineering, Vol. 119, n° 1, p 50-63.
- (182) Casangcapan M.E., Bright J.C., Chilcott R.E., 1993b, "DACL system dynamic performance. II : Laboratory model testing", Journal of irrigation and drainage engineering, Vol. 119, n° 1, p 64-73.
- (183) Certain F., 1990, "L'amélioration de la gestion des ouvrages de transport par l'emploi de modèles de simulation hydraulique", CEMAGREF Antony, 4 p.
- (184) Chevereau G., "Le calcul de la propagation des ondes. Les équations de Barré de Saint-Venant", 5 p.
- (185) Clemmens A.J., Replogle J.A., 1989 "Control of irrigation canal networks", Journal of irrigation and drainage engineering, Vol. 115, n° 1, p 96-111.
- (186) Clemmens A.J., Wang C., Replogle J.A., 1990, "Dynamic response of automatic water-level controller. II : Application", Journal of irrigation and drainage engineering, Vol., 116, n° 6, p 784-796.
- (187) CNABRL, 1989, "Cacao: Computer Assisted Canal Management", n° 0167V/BV/GS "Tracanal Software", n° 0153V/BV/GS, "Previcru Software Flood Forecasting Software", n° 0153V/BV/GS.
- (188) Cunge J.A., 1988, "Simulation des écoulements non permanents dans les rivières et canaux", Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique de Grenoble, 173 p.
- (189) David R., Dion J.-M., Landau I.D., 1988, "Résultats et perspectives en automatique", Hermès, 265 p.
- (190) Essen A.T., Feltz C.F.C., 1992, "Alternative water management systems in the Punjab", IIMI, Delft University of Technology, 107 p.
- (191) Faurre P., Robin M., 1984, "Éléments d'automatique", Dunod, 443 p.

- (192) Feyen J., Mwendera E., Badji M., 1992, "Advances in planning, design and management of irrigation systems as related to sustainable land use", 3 volumes, Proceedings of an international conference, 14-17 Septembre 1992, Louvain, Belgique, 991 p.
- (193) Fossard A., "Représentation d'état des systèmes linéaires", Notes de cours, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 170 p.
- (194) Foulard, Gentil et Sandrez, "Commande et régulation par ordinateur numérique", Eyrolles.
- (195) Gourishankar V., Kudva P., 1977, "Optimal observers for the state regulation of linear discrete-time plants", Int. J. Control, Vol. 26, n° 3, p 359-368.
- (196) Gueguen, Grenier, Benchimol, 1978, "Introduction à la théorie des systèmes", Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, 98 p.
- (197) Hamilton D.L., DeVries J.J., 1986, "Microcomputer Simulation of Canal Operation", Journal of Irrigation and Drainage Engineering, Vol 112, n° 3, p 264-273.
- (198) Harder J.A., Shand M.J., Buyalski C.P., "Automatic downstream control of canal check gates by the hydraulic filter level offset (hyflo) method", International commission on irrigation and drainage, p 364-386.
- (199) Hemegrave J.P., Huau M.C., 1992, "La gestion technique centralisée des installations locales et distantes par moyens informatiques", La Houille Blanche n° 6, p 491-493.
- (200) IIMI, 1990, "Gestion de l'irrigation en Amérique Latine : Situation actuelle, problématique et possibilités d'amélioration", 105 p.
- (201) Jaume, Thelliez, Vergé, "Commande des systèmes dynamiques par ordinateur (BTS, IUT, Ecoles d'Ingénieurs)", Eyrolles.
- (202) Johnson C.D., 1971, "Accommodation of external disturbances in linear regulator and servomechanism problems", IEEE Transactions on automatic control, Vol AC-16, n° 6, p 635.
- (203) Kailath T., 1980, "Linear systems", Prentice-Hall, International, London.
- (204) Kosuth P., 1989, "La gestion des périmètres d'irrigation du barrage à la station de pompage. Caractéristiques d'un système d'asservissement : sécurité, limites, dangers et coûts", CEMAGREF Montpellier Div. Irrigation, 12 p.
- (205) Kosuth P., Baume J.-P., 1991a, "Régulation des canaux d'irrigation", CEMAGREF, Cours ABC Management, 30 p.

- (206) Kosuth P., Hurand P., 1991b, "Gestion optimale des lâchures de barrages pour l'irrigation à l'aide des techniques de l'automatique", CEMAGREF Montpellier Div. Irrigation, ICID Budapest, 9 p.
- (207) Kosuth P., Rey J., 1991c, "Automatique appliquée à la régulation des transferts d'eau à surface libre", CEMAGREF Montpellier Div. Irrigation, 17 p.
- (208) Kwon W.H., Byun D.G., 1989, "Receding horizon tracking control as a predictive control and its stability properties", Int. J. Control, Vol. 50, n° 5, p 1807-1824.
- (209) Landau I.D., Dugard L., 1986, "**Commande adaptative. aspects pratiques et théoriques**", Masson, 467 p.
- (210) Lapidus L. and Luus R., 1967, "**Optimal control of engineering processes**", Blaisdell Publishing co.
- (211) Lefebvre S., 1977, "Nouvelle méthode fréquentielle pour l'analyse et la synthèse des systèmes multivariables", Ecole Polytechnique de Montréal, 85 p.
- (212) Ljung L., 1987, "**System identification. Theory for the user**", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- (213) Maciejowski J.M., 1989, "**Multivariable Feedback Design**", Addison-Wesley Publishing Company, 424 p.
- (214) Malaterre P.O., Baume J.P., 1992, "Description and evaluation of program SIC", CEMAGREF Div. irrigation Montpellier, 19 p.
- (215) Morse A.S., Wonham W.M., 1971, "Status of noninteracting control", IEEE Transactions on automatic control, Vol. AC-16, n° 6, p 568-581.
- (216) N'Guyen D., Ouhab R., 1980, "Automatisation de la réalimentation de rivières en vue de l'irrigation", CERT, CTGREF, ENSAE, 72 p.
- (217) Najim K., Muratet G., 1987, "**Optimisation et commande en génie des procédés**", Masson, 164 p.
- (218) Nougier J.P., 1983, "**Méthodes de calcul numérique**", Masson, 317 p.
- (219) Ogata K., 1967, "**State space analysis of control systems**", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- (220) Oustaloup A., 1991, "**La commande CRONE : commande robuste d'ordre non entier**", Hermès, 495 p.

- (221) Popper K.R., 1985, "Conjectures et réfutations. La croissance du savoir scientifique", Payot, Paris.
- (222) Replogle J.A., Clemmens A.J., 1986, "Operation of hydraulically controlled automatic gates", American society of agricultural engineers, 17 p.
- (223) Reynolds R.R., Madsen W.R., 1967, "Automation in California's state water project" Journal of the Pipeline division, Proceedings of the American Society of civil engineers, p 15-23.
- (224) Richalet J., 1993, "Model-Based Predictive Control: who sells what ?", Adersa, dans Control Engineering, May 1993, Volume 40, n° 6, p 122 à 129.
- (225) RNEDHA, 1992, "Guide pratique irrigation", Collection Guide Pratique du CEMAGREF, 294 p.
- (226) Rogier D., Rousset P., "Developments in irrigation canal control techniques", SCP, 12 p.
- (227) Rosenbrock H.H., McMorran P.D., 1971, "Good, Bad, or Optimal ?", IEEE Transactions on automatic control, Vol AC-16, n° 6.
- (228) Sabet M.H., Coe J.Q., 1986, "California water project operation", Proceedings of ASCE Conference, p 565-572.
- (229) Sabet M.H., Coe J.Q., 1987, "Models for water and power scheduling for the California state water project", Water resources bulletin, p 587-596.
- (230) Sabet H., Creel C.L., 1991a, "Model aggregation for California state water project", Journal of water ressources planning and management, Vol 117, n° 5, p 549-565.
- (231) Sabet H., Creel C.L., 1991b, "Network flow modeling of Oroville complex", Journal of water ressources planning and management, Vol 117, n° 3, p 301-320.
- (232) Sage A.P., 1968, "Optimum systems control", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- (233) Schultz, D.G. and Melsa J.L., 1967, "State functions and linear control systems", McGraw-Hill Book Company, New York.
- (234) Schuurmans W., 1990, "Analytical formulae for the response time of irrigation canal", Irrigation and drainage systems 4, p 37-58.
- (235) Schuurmans W., Hoitink B., 1991a, "Computer simulations of regional controlled irrigation canals", Advances in Water Resources Technology, 10 p.

- (236) Schuurmans W., Maherani M., 1991b, "Operational performance of canal control systems", *Advances in Water Resources Technology*, 10 p.
- (237) Sévely Y., 1969, " Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés ", Dunod, 195 p.
- (238) Singh M.G., Titli A., 1979, " Handbook of large scale systems engineering applications ", North-Holland Publishing Company, 564 p.
- (239) Soderstrom T. and Stoica P., 1989, " System identification ", Prentice-Hall, International, London.
- (240) Strelkoff T., 1969, "Numerical solution of the Saint-Venant equations", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, Volume 95, HY3, Mai 1969, p 861-875.
- (241) Titli A., " Programmation linéaire, non linéaire et applications ", Notes de cours, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 134 p.
- (242) Tsang T.T.C., Clarke D.W., 1988, "Generalised predictive control with input constraints", *IEE Proceedings*, Vol. 135, n° 6, p 451-460.
- (243) Tse E., 1973, "Observer-estimators for discrete-time systems", *IEEE Transactions on automatic control*, Vol AC-18, n° 1, p 10-16.
- (244) Verdier M.J., 1975, "Automatisme d'une station de pompage d'assainissement - exemple du Val d'Authion", *Commission Internationale des Irrigations et du Drainage*, IXème Congrès, p 123-130.
- (245) Vila J.P., "Modélisation mathématique et simulation numérique d'écoulements à surface libre", *Centre de Mathématique Appliquée de l'Ecole Polytechnique et ENGREF*, 10 p.
- (246) Wang C., Clemmens A.J., Hart W.E., 1990, "Dynamic response of automatic water-level controller. I : Theory", *Journal of irrigation and drainage engineering*, Vol. 116, n° 6. p 769-783.
- (247) Weiss H., 1977, "On the structure of the Luenberger observer in discrete-time linear stochastic systems", *IEEE Transactions on automatic control*, Vol AC-22, n° 5, p 871-873.
- (248) Willems J.C., 1971, "Least squares stationary optimal control and the algebraic Riccati equation", *IEEE Transactions on automatic control*, Vol AC-16, n° 6, p 621.
- (249) Wooldridge R., 1993, " Maintenance and operation of irrigation/drainage schemes for improved performances ", *Asian regional symposium*, Wallingford HR, Beijing, China, 24-27 May 1993, 426 p.

- (250) Wylie E.B., 1969, "Control of transient free-surface flow", Journal of the hydraulics division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, p 347-361.
- (251) Yackel R.A., Kokotovic P.V., 1973, "A boundary layer method for the matrix Riccati equation", IEEE Transactions on automatic control, Vol AC-18, n° 1, p 17-24.
- (252) Yuan J.S-C., 1977, "Structural instability of a class of decoupling solutions", IEEE Transactions on automatic control, Vol AC-22, n° 5, p 843-846.
- (253) Yvergniaux P., 1986, "**La linéarisation des conditions aux limites internes dans un modèle implicite de Saint Venant d'écoulement transitoire en rivière**", CEMAGREF, DEA de l'Ecole Centrale de Lyon, 73 p.
- (254) Zhang G., 1993, "Analysis of fuzzy logic adaptive process control", 11 p.
- (255) Zimbelman D.D., Bedworth D.D., 1983, "Computer control for irrigation-canal system", Journal of irrigation and drainage engineering, Vol. 109, n° 1, p 43-59.



"Etudes" du CEMAGREF, Equipements pour l'eau et l'environnement n° 14, **Modélisation, analyse et commande optimale LQR d'un canal d'irrigation - Pierre-Olivier MALATERRE**. 1994, 1^{re} édition, ISBN 2-85362-368-8. Dépôt légal 3^e trimestre 1994 - Coordonnateur de la série : Rémy Pochat, chef de département - Photo de couverture : P.-O. Malaterre, CEMAGREF - Impression et façonnage : CEMAGREF- DICOVA, BP 22, 92162 Antony Cedex - Edition et diffusion : CEMAGREF-DICOVA, BP 22, 92162 Antony Cedex, tél. : (1) 40 96 61 32 et CEMAGREF Montpellier, division Irrigation, 361, rue J.-F. Breton, BP 5095, 34033 Montpellier Cedex 1, Tél. : 67 04 63 56 - Diffusion aux libraires : TEC et DOC, 14, rue de Provigny, 94236 Cachan Cedex, tél. : (1) 47 40 67 00 - **Prix : 210 F TTC**