



**HAL**  
open science

## Projet PNRH : Détection de changements éventuels dans le régime des crues : Convention INSU n°02CV036

M. Lang, P. Bois, O. Mestre, H. Lubes Niel, Eric Sauquet

### ► To cite this version:

M. Lang, P. Bois, O. Mestre, H. Lubes Niel, Eric Sauquet. Projet PNRH : Détection de changements éventuels dans le régime des crues : Convention INSU n°02CV036. [Rapport de recherche] irstea. 2003, pp.75. hal-02583196

**HAL Id: hal-02583196**

**<https://hal.inrae.fr/hal-02583196>**

Submitted on 14 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Partenaires scientifiques**



**LTHE Grenoble**



**UMR HydroSciences Montpellier**



**Météo-France Toulouse**



## Projet PNRH

# Détection de changements éventuels dans le régime des crues

## Rapport de 1<sup>o</sup> année Convention n° 02CV036 (INSU)

**M. LANG, P. BOIS, O. MESTRE, H. NIEL, E. SAUQUET**

**Département Gestion des Milieux Aquatiques**  
Unité de Recherche Hydrologie-Hydraulique

**Groupement de Lyon**  
3 bis, quai Chauveau - CP 220  
69336 Lyon cedex 09  
Tél. 04 72 20 87 82 - Fax 04 78 47 78 75

*Juin 2003*

# TABLE DES MATIERES

|   |           |
|---|-----------|
| <b>RESUME</b> .....   | <b>3</b>  |
| <b>1. Introduction</b> .....  | <b>4</b>  |
| <b>2. Objectifs du projet</b> .....   | <b>4</b>  |
| <b>A. INVENTAIRE DE METHODES DE DETECTION DE RUPTURES OU DE TENDANCES</b>                   |           |
| <b>3. Généralités sur les tests statistiques</b> .....                                      | <b>6</b>  |
| 3.1 Rappel des différents types de changement auxquels on s'intéresse .....                 | 6         |
| 3.2 Présentation des différents types d'approche exploratoire.....                          | 6         |
| 3.3 Principe des tests statistiques .....   | 7         |
| 3.4 Différentes catégories de tests.....  | 8         |
| 3.5 Robustesse .....  | 8         |
| <b>4. Tests non paramétriques univariés</b> .....   | <b>9</b>  |
| 4.1 Détection de rupture au niveau de la moyenne ou de la médiane.....                      | 9         |
| 4.1.1 Test de Wilcoxon .....  | 9         |
| 4.1.2 Test de Pettitt (1979).....   | 9         |
| 4.1.3 Test de Kruskal & Wallis (CERESTA, 1986).....   | 10        |
| 4.1.4 Test basé sur les écarts cumulés (McGilchrist & Woodyer, 1975).....                   | 10        |
| 4.2 Tests non paramétriques de détection de tendances .....                                 | 11        |
| 4.2.1 Test de Mann (1945) .....   | 11        |
| 4.2.2 Coefficient de corrélation sur les rangs (Spearman et Kendall) .....                  | 11        |
| 4.2.3 Détection d'une rupture au niveau de la variance.....                                 | 12        |
| <b>5 Tests paramétriques univariés dans le cas de données normales</b> .....                | <b>13</b> |
| 5.1 Détection d'une rupture au niveau de la moyenne .....                                   | 13        |
| 5.1.1 Notations.....  | 13        |
| 5.1.2 Procédure de Hawkins (1977).....  | 13        |
| 5.1.3 Procédure bayésienne de Chernoff et Zacks (1964) .....                                | 14        |
| 5.1.4 Procédure bayésienne de Lee et Heghinian (1977).....                                  | 15        |
| 5.1.5 Procédure bayésienne de Booth et Smith (1982).....                                    | 16        |
| 5.1.6 Test de Buishand (1982, 1984) et ellipsoïde de Bois (1971, 1986) .....                | 17        |
| 5.2 Détection d'une tendance.....   | 18        |
| 5.2.1 Significativité de la tendance .....  | 18        |
| 5.2.1 Ruptures dans un modèle de tendance.....  | 18        |
| 5.2.2.1 Procédure bayésienne de Farley et Hinich (1970) .....                               | 18        |
| 5.2.2.2 Procédure de Maronna et Yohai (1978).....   | 19        |
| 5.3 Détection d'une rupture au niveau de la variance.....                                   | 20        |
| 5.4 Détection d'accidents multiples dans un échantillon gaussien.....                       | 21        |
| 5.4.1 Notations et cadre d'hypothèses .....   | 21        |
| 5.4.2 Combinatoire et programmation dynamique.....  | 21        |
| 5.4.3 Critère bayésien de Caussinus et Lyazrhi .....  | 22        |
| 5.4.4 Procédure de segmentation de Hubert .....   | 23        |
| 5.4.5 Autres procédures.....  | 24        |
| <b>6 Tests univariés sur les valeurs extrêmes</b> .....                                     | <b>25</b> |
| 6.1 Loi du maximum annuel.....  | 25        |
| 6.1.1 Loi de distribution des valeurs extrêmes.....   | 25        |
| 6.1.2 Domaines d'attraction.....  | 26        |
| 6.1.3 Loi généralisée des valeurs extrêmes.....   | 27        |
| 6.1.4 Estimation maximum de vraisemblance des paramètres de la GEV.....                     | 27        |
| 6.2 Inférence sur les paramètres de la GEV (Mestre, 2003) .....                             | 28        |
| 6.2.1 Principe.....   | 28        |
| 6.2.1.1 Paramètres.....   | 28        |
| 6.2.1.2 Modèles .....   | 28        |
| 6.2.2 Modélisation des paramètres de la GEV.....  | 28        |
| 6.3 Loi de Poisson sur le processus d'occurrence des valeurs supérieures à un seuil.....    | 29        |
| <b>7 Analyse comparative de la puissance de quelques tests statistiques univariés</b> ..... | <b>31</b> |
| 7.1 Capacité des tests à détecter une rupture .....   | 32        |
| 7.2 Capacité des tests à détecter une tendance.....   | 33        |
| 7.3 Influence de l'indépendance des données .....   | 33        |
| 7.4 Influence de la normalité des données.....  | 34        |
| 7.5 Capacité des tests à détecter plusieurs ruptures.....                                   | 34        |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>8 Procédures multivariées.....</b>   | <b>36</b> |
| 8.1 Tests de permutation (Bry, 1996).....   | 36        |
| 8.2 Méthode STATIS (Structuration des Tableaux A Trois Indices de la Statistique) (Dazy & Le Barzic, 1996, Lavit, 1988).....                    | 37        |
| 8.3 L'Analyse des Correspondances multiples (ACM) (Gautier <i>et al.</i> , 1998).....   | 39        |
| 8.4 Analyse exploratoire multidimensionnelle et test multivarié de détection de rupture en moyenne (Khodja <i>et al.</i> , 1998).....           | 40        |
| 8.5 Règle bayésienne de Caussinus & Lyazrhi (1997).....   | 41        |
| 8.5.1 Notations.....  | 41        |
| 8.5.2 Ruptures et points aberrants dans un modèle de régression simple.....   | 42        |
| 8.5.3 Règle de Caussinus & Lyazrhi.....   | 43        |
| 8.6 Détection de non stationnarités dans la relation pluie-débit d'un bassin versant (Andréassian, 2002, Andréassian <i>et al.</i> , 2003)..... | 43        |
| <b>9 Approches régionales.....</b>  | <b>45</b> |
| 9.1 Analyse qualitative des cohérences des résultats des tests obtenus localement.....  | 45        |
| 9.2 Examen de variables à pertinence régionale et application des tests de stationnarité aux séries chronologiques qu'elles constituent).....   | 45        |
| 9.3 Mesure de la significativité des tendances observées.....   | 46        |
| 9.4 Construction de variables-tests adaptées à une analyse régionale.....   | 47        |
| 9.5 Approche géostatistique.....  | 48        |
| <b>B. APPLICATION DE TESTS STATISTIQUES A LA DETECTION DE CHANGEMENT EVENTUELS DANS LE REGIME DES CRUES</b>                                     |           |
| <b>10 Synthèse internationale des études régionales de stationnarité sur les débits.....</b>  | <b>50</b> |
| <b>11 Choix de longues séries hydrométriques françaises.....</b>  | <b>51</b> |
| <b>12 Sélection de variables hydrologiques pertinentes.....</b>   | <b>53</b> |
| <b>13 Exemples d'application de tests statistiques sur des séries françaises.....</b>   | <b>54</b> |
| 13.1 Maxima de précipitations à Toulouse.....   | 54        |
| 13.2 Maxima de débits pour diverses rivières françaises.....  | 55        |
| 13.2.1 Le Doubs à Glère.....  | 55        |
| 13.2.2 Le Doubs à Goumois.....  | 56        |
| 13.2.3 La Saône à Couzon.....   | 58        |
| 13.2.4 Le Tarn à St-Pierre-des-Tripiers.....  | 59        |
| 13.2.5 Le Var à Malaussène.....   | 59        |
| <b>C. PERSPECTIVES DE RECHERCHE</b>   |           |
| <b>14 Conclusion et perspectives.....</b>   | <b>61</b> |
| <b>15 Remerciements.....</b>  | <b>61</b> |
| <b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>   | <b>62</b> |
| <b>ANNEXE I : LISTE DES STATIONS HYDROMETRIQUES SELECTIONNEES.....</b>  | <b>67</b> |
| <b>ANNEXE II : RECENSEMENT DES ANALYSES REGIONALES DE STATIONNARITE.....</b>  | <b>69</b> |

## RESUME

Face aux interrogations sur les effets d'un changement climatique reconnu pour les températures minimales journalières en France, et suite à la perception d'une recrudescence des crues et inondations en France, il a été décidé d'engager un programme de recherche sur la détection d'éventuels changements dans les régimes des crues (pointes de crues, nombre de crues, volumes des crues, durées ...). Le présent rapport fournit :

- Un inventaire des méthodes de détection de ruptures ou de tendances

Après un rappel sur le principe des tests statistiques, nous présentons une trentaine de tests statistiques : tests univariés (non paramétriques, paramétriques dans le cas de données normales ou de valeurs extrêmes), procédures multivariées et approches régionales. Une première analyse compare la puissance de quelques tests statistiques univariés.

- Une première application de tests statistiques à la détection de changements éventuels dans le régime des crues

Après une synthèse internationale sur les études régionales de stationnarité sur les débits, nous présentons le travail initié dans le cadre de ce projet sur des séries françaises : le choix de longues séries hydrométriques françaises, la sélection de variables hydrologiques pertinentes et quelques exemples d'application sur des séries françaises.

Une bibliographie donne les références des principaux tests statistiques recensés et des études régionales de détection de tendances ou de ruptures. On trouvera en annexes la liste des stations hydrométriques françaises sélectionnées et un recensement des analyses régionales de stationnarité.

Ce projet doit se poursuivre par une analyse systématique d'une centaine de longues séries hydrométriques françaises, afin de donner des réponses sur les effets observés de changements dans le régime des crues en France.

## 1 Introduction

Dans le cadre des soutiens financiers accordés par le Programme National de Recherche en Hydrologie (PNRH), le comité scientifique de ce programme a décidé de retenir le Cemagref, pour la réalisation du projet intitulé « Détection de changements éventuels dans le régime des crues ». Il a accordé une subvention de 10 000 euros HT pour la réalisation de ce programme de recherche, piloté par l'Unité de Recherche Hydrologie-Hydraulique du Cemagref à Lyon. Ce projet comporte trois partenaires associés : Météo-France Toulouse, le Cnrs/Lthe Grenoble et l'UMR HydroSciences Montpellier

Une convention entre l'Insu et le Cemagref (n° 02CV036), signée le 05 juillet 2002, précise les modalités administratives et techniques de réalisation du projet. Des conventions de reversement des crédits auprès des trois partenaires associés ont été signées respectivement le 09 décembre 2002 et les 23 avril et 5 mai 2003. Le présent rapport d'avancement présente les travaux scientifiques réalisés pendant la première année.

Nous rappelons les objectifs du projet (section 2), puis nous présentons :

- Un inventaire des méthodes de détection de ruptures ou de tendances (partie A)  
Après un rappel sur le principe des tests statistiques (section 3), nous présentons une trentaine de tests statistiques : tests non paramétriques univariés (section 4), tests paramétriques univariés dans le cas de données normales (section 5), tests univariés sur les valeurs extrêmes (section 6), analyse comparative de la puissance de quelques tests statistiques univariés (section 7), procédures multivariées (section 8), approches régionales (section 9).
- Une première application de tests statistiques à la détection de changements éventuels dans le régime des crues (partie B) :  
Après une synthèse internationale sur les études régionales de stationnarité sur les débits (section 10), nous présentons le travail initié dans le cadre de ce projet sur des séries françaises : le choix de longues séries hydrométriques françaises (section 11), la sélection de variables hydrologiques pertinentes (section 12) et quelques exemples d'application sur des séries françaises (section 13).

Le rapport se termine (partie C) par des conclusions sur le travail réalisé et les perspectives de recherche (section 14), ainsi que des remerciements (section 15).

Une bibliographie donne les références des principaux tests statistiques recensés et des études régionales de détection de tendances ou de ruptures. On trouvera en annexe I la liste des stations hydrométriques françaises sélectionnées et en annexe II un recensement des analyses régionales de stationnarité.

## 2 Objectifs du projet

Face aux interrogations sur les effets d'un changement climatique reconnu pour les températures minimales journalières en France, et suite à la perception d'une recrudescence des crues et inondations en France, on se propose de détecter d'éventuels changements dans les régimes des crues (pointes de crues, nombre de crues, volumes des crues, durées ...).

Des recherches bibliographiques permettront dans un premier temps de faire une synthèse sur les tests statistiques univariés aujourd'hui disponibles et préconisés pour la détection de non-stationnarités, et de sélectionner ceux qui de par leur nature, leur spécificité ou leurs conditions de mise en œuvre sont les plus pertinents pour ce projet. Une étude de sensibilité sera menée pour évaluer leurs performances, à partir de séries stationnaires produites à l'aide d'un générateur de nombres aléatoires, puis perturbées par introduction de ruptures ou de tendances. Dans un second temps, un effort portera sur l'inventaire de tests multivariés c'est-à-dire susceptibles de donner une réponse globale vis à vis de la présence éventuelle d'une non-stationnarité dans le cadre d'une analyse portant sur un ensemble de plusieurs variables. Sur le plan méthodologique, des références d'analyses spatiales ou spatio-temporelles univariées ou multivariées seront également recensées. Ces techniques doivent en effet permettre d'accroître la lisibilité des résultats obtenus à chaque station vis à vis de la stationnarité ou non d'une ou plusieurs variables.

Une réflexion portera par ailleurs sur la définition des variables hydrologiques pertinentes pour la caractérisation du régime hydrologique en période de crue. Ces variables devront prendre en considération la forme des hydrogrammes, les débits observés à différents pas de temps, et les occurrences de crue.

La constitution de deux jeux de données sera effectuée en sélectionnant une dizaine de longues séries hydrométriques françaises non influencées par des ouvrages importants, et en choisissant une région sur laquelle l'ensemble des séries disponibles de durée au moins supérieure à 40 ans sera traité. La détection de non-stationnarités comportera quatre étapes : 1/ application des tests univariés retenus sur chacune des stations; 2/ utilisation de tests multivariés ; 3/ représentation cartographique de la cohérence spatiale des résultats et modélisation spatiale éventuelle ; 4/ recherche d'éventuelles correspondances entre les non-stationnarités détectées sur les séries de débit et de précipitation.

Les résultats attendus sont :

- Une note méthodologique sur la recherche de non-stationnarités (ruptures ou tendances) dans des séries hydrologiques.
- Des premiers résultats sur la question de l'éventuelle évolution des crues.
- Un travail préparatoire à une étape suivante de grande envergure sur l'analyse des longues séries françaises de crues et de leurs éventuelles non-stationnarités.

## **A. INVENTAIRE DE METHODES DE DETECTION DE RUPTURES OU DE TENDANCES**

### **3 Généralités sur les tests statistiques**

#### **3.1 Rappel des différents types de changement auxquels on s'intéresse**

Tout d'abord, rappelons ce que signifie pour nous la stationnarité (d'ordre 2). On dit qu'une variable temporelle, par exemple, la série des valeurs maximales annuelles des débits de pointe, est stationnaire si l'espérance mathématique de la moyenne et de la variance est constante au cours du temps. Cela ne signifie pas que la variable est constante ou quasi constante. On ajoute souvent que la loi de distribution est la même dans le temps.

On dira que deux périodes sont homogènes si les différences entre les moyennes et variances, ainsi que les lois de distribution sont voisines, autrement dit ne diffèrent que pour des raisons d'échantillonnage.

Cette condition n'est pas remplie pour les températures minimales journalières en France (Mestre, 2000). En ce qui concerne les crues définies par l'aléa et non par les dégâts, qui eux peuvent augmenter par suite de l'augmentation souvent constatée de la vulnérabilité, on analysera les éventuels changements suivants, suite à des remarques souvent émises mais rarement contrôlées avec soin :

- Valeurs des pointes de crues ou à défaut des débits maxima journaliers (on dit parfois qu'il n'y a pas plus de crues mais qu'elles sont plus fortes)
- Variation dans le nombre d'épisodes de crues (cela n'est il qu'un effet des médias ?)
- Changement dans la forme des hydrogrammes de crues : montée, durée
- Changement de dates d'occurrence des crues

Les causes si un changement significatif est constaté peuvent être d'origine climatique (précipitations et températures) ou d'origine humaine (changement des conditions d'écoulement) ou bien évidemment d'erreurs sur les données (modification non prise en compte d'un changement de courbe de tarage). Seules des analyses statistiques fondées sur de longues séries fiables peuvent répondre à ces questions en ajoutant un aspect régional.

#### **3.2 Présentation des différents types d'approche exploratoire**

Avant d'appliquer une série de tests statistiques pour la détection de changements éventuels dans les séries chronologiques de débit, il convient de réaliser des pré-traitements dont la finalité est de s'assurer de la qualité du jeu de données utilisées et d'avoir une première idée sur leur variabilité temporelle.

Les données hydrométriques sont issues d'une chaîne de traitement faisant intervenir la mesure des hauteurs d'écoulement et une série de courbes de tarage permettant de passer des hauteurs aux débits. Une simple visualisation de la chronique des débits ainsi que des courbes de tarage (avec les jaugeages) permet d'avoir une idée rapide de la qualité des données et de la présence éventuelle d'anomalies. Une discussion avec le gestionnaire de la station hydrométrique permet de confirmer ce premier diagnostic et de porter un jugement sur les données de débit, données fiables / douteuses, présence de lacunes, données naturelles / influencées, problème d'hétérogénéité dans le temps de la chronique (métrologie, aménagements sur la rivière ou le bassin versant, transport solide ...).

La variabilité temporelle des débits peut être appréciée en visualisant la chronique, et en rajoutant des courbes de tendance (moyenne mobile, régression linéaire, lissage ...). Une étude des variations mensuelles permet d'apprécier l'homogénéité des valeurs à l'échelle inter-annuelle et de définir le cas échéant des saisons homogènes dans l'année. On pourra comparer ensuite plusieurs séries entre elles, soit sur un même graphique, soit une carte du réseau hydrométrique, ou sous forme de matrice avec un graphe par élément.

Une fois réalisé l'échantillonnage des chroniques, on vérifiera les caractéristiques statistiques des valeurs de l'échantillon : normalité, indépendance et homogénéité.

### 3.3 Principe des tests statistiques

Un test statistique est une procédure décisionnelle permettant de trancher entre deux hypothèses, l'une dite « nulle » ou « fondamentale » (notée habituellement  $H_0$ ) et l'autre « alternative » ( $H'$ ), à partir de données statistiques.

Pour notre problème, l'hypothèse nulle correspond à une situation de « stationnarité » de la série, alors que l'hypothèse alternative traduit un changement (rupture, tendance).

Lors de la décision, deux types d'erreurs sont possibles : rejeter à tort  $H_0$  (risque de première espèce, de probabilité  $\alpha$ ) rejeter à tort  $H'$  (risque de deuxième espèce, de probabilité  $\beta$ ). La probabilité  $\alpha$  représente le « niveau » du test. La probabilité  $(1-\beta)$  s'appelle la « puissance du test », c'est la probabilité de rejeter  $H_0$  si celle-ci est inexacte. Les quatre cas possibles sont résumés dans le tableau suivant :

|         |       | Décision      |              |
|---------|-------|---------------|--------------|
|         |       | Retenir $H_0$ | Retenir $H'$ |
| Réalité | $H_0$ | $1-\alpha$    | $\alpha$     |
|         | $H'$  | $\beta$       | $1-\beta$    |

Tableau 1 : Risques d'erreur des tests d'hypothèses

La procédure de test repose sur une variable de décision, ou « statistique du test ». En pratique, on ne connaît la distribution de cette variable que sous  $H_0$ , qui est la seule hypothèse bien définie. On vérifie que la valeur de la statistique, calculée sur l'échantillon, est bien compatible avec la loi sous  $H_0$ . On définit alors une région d'acceptation de  $H_0$  entre les quantiles  $\alpha/2$  et  $1-\alpha/2$  de la loi de la statistique sous  $H_0$  (pour un test bilatéral). De cette manière,  $H_0$  ne sera rejetée à tort qu'avec une probabilité  $\alpha$  que l'on peut contrôler.

*Remarque 1* : le rôle de  $H_0$  et de  $H'$  n'est pas symétrique dans la construction du test.  $\alpha$  est la probabilité de rejeter à tort  $H_0$  (risque de première espèce),  $\beta$  la probabilité de rejeter à tort  $H'$  (risque de deuxième espèce). Dans le cas qui nous occupe, seule la valeur de  $\alpha$  peut être fixée, puisque  $H'$  correspondant en fait à la réunion d'une infinité d'hypothèses, en fonction de la valeur de la rupture ou de la tendance. Il faut bien avoir à l'esprit que  $\beta$  varie en sens contraire de  $\alpha$ . Si l'on choisit de diminuer le risque de première espèce en diminuant  $\alpha$ , on augmente le risque de seconde espèce. A la limite, on arrive à une règle de décision très stricte où l'on n'abandonne  $H_0$  que dans des cas rarissimes. Ce faisant, on rejette  $H'$  bien souvent à tort.

*Remarque 2* : une approche légèrement différente consiste à calculer directement la probabilité de rejeter à tort  $H_0$  à partir de la variable de décision et de sa loi sous  $H_0$ . Cela

revient à calculer  $\alpha$  sur l'échantillon observé, au lieu de fixer sa valeur *a priori*. Dans ce cas l'utilisateur possède une meilleure appréciation de la vraisemblance de  $H_0$ .

En résumé, la démarche d'un test est la suivante :

- choix des hypothèses nulles et alternative
- choix de la statistique du test (variable de décision)
- choix de la valeur du risque de première espèce  $\alpha$
- détermination de la région critique en fonction de  $\alpha$  (calculée en utilisant la distribution de la statistique sous  $H_0$ )
- éventuellement, calcul de la puissance
- calcul de la valeur expérimentale de la statistique
- rejet ou validation de l'hypothèse nulle en fonction de la valeur observée

Il faut garder à l'esprit que l'hypothèse  $H_0$  est prépondérante dans cette approche. En pratique, on est conduit à accepter  $H_0$  tant que cette hypothèse n'est pas rejetée, seule la probabilité  $\alpha$  pouvant être contrôlée la plupart du temps.

### 3.4 Différentes catégories de tests

Un test est dit paramétrique lorsqu'il suppose que les données suivent une distribution déterminée. Le test porte sur les paramètres de la loi.

Par opposition, les tests libres et les tests non-paramétriques sont valables quelle que soit la loi des données. L'emploi de tests non paramétriques se justifie lorsque les conditions d'application des autres méthodes ne sont pas satisfaites, même après d'éventuelles transformations de variables. Ils sont cependant moins puissants que les tests paramétriques quand les conditions d'utilisation de ces derniers sont remplies.

Contrairement aux méthodes statistiques classiques, l'approche bayésienne ne s'appuie pas uniquement sur un échantillon de données. Elle incorpore également dans l'analyse des échantillons de données, des connaissances a priori sur les paramètres que l'on étudie. Cette information a priori peut provenir d'analyses statistiques antérieures ou des connaissances subjectives des experts. Ces connaissances se traduisent par des probabilités (a priori) d'occurrence pour les différentes valeurs possibles du paramètre, que l'on appelle loi *a priori* du paramètre. Ces distributions *a priori* sont ensuite actualisées à l'aide des données observées en utilisant la formule de Bayes (des probabilités conditionnelles). Nous obtenons ainsi la loi *a posteriori* du paramètre à estimer.

L'analyse bayésienne nous donne la possibilité de tirer parti des connaissances a priori des spécialistes sous la forme d'une loi a priori. Sous réserve que les loi *a priori* soient adaptées au problème posé, ces méthodes sont plus puissantes que les approches paramétriques classiques – au prix, il est vrai, de calculs plus complexes.

### 3.5 Robustesse

Lorsque le non-respect de certaines des hypothèses de départ perturbe peu les performances du test, on parle de robustesse. Les tests paramétriques de détection de ruptures dans la moyenne basés sur la loi normale résistent généralement à un changement de loi, pourvu que celle-ci soit relativement peu dissymétrique. Les tests non-paramétriques sont naturellement robustes par rapport à un changement de loi. On parle également de robustesse par rapport à l'apparition de valeurs aberrantes, au non respect de l'indépendance des données...

## 4 Tests non paramétriques univariés

L'emploi de tests non-paramétriques est souvent préconisé dans l'analyse des séries environnementales, lesquelles ne suivent pas toujours une loi bien définie. La robustesse de ces méthodes, basées sur le rang des observations plutôt que sur leur valeur est alors bien utile. En revanche, lorsque la loi des observations est connue, ces tests se révèlent moins puissants que les tests paramétriques correspondants. De plus, les possibilités de modélisation des données sont moindres.

### 4.1 Détection de rupture au niveau de la moyenne ou de la médiane

#### 4.1.1 Test de Wilcoxon

Connu également sous l'appellation « test de Mann-Whitney », le test de Wilcoxon est un test non-paramétrique de comparaison de moyennes (Snedecor et Cochran, 1989, Saporta, 1990). Il repose sur l'idée que si l'on mélange les valeurs des deux séries et que l'on ordonne le tout par valeurs croissantes on doit obtenir un mélange homogène. Dans ce cas, les rangs moyens des deux sous-séries seront sensiblement égaux (si l'hypothèse de stationnarité est vérifiée).

On teste l'hypothèse  $H_0$  : égalité des moyennes contre  $H'$  : les moyennes sont différentes.

La statistique de ce test se calcule de la manière suivante : dans un premier temps, le rang  $r_i$  ( $i=1\dots n$ ) des données dans l'échantillon complet est déterminé. Dans le cas d'une égalité entre deux valeurs, Wilcoxon définit un rang moyen de la façon suivante : aux  $k$  valeurs égales qui occupent les rangs  $i$  à  $(i+k-1)$ , on attribue le rang  $(i+(k-1)/2)$ . Soient  $n_1$  et  $n_2=(n-n_1)$  les nombres d'éléments de chaque sous-partie.

Soit  $s = \sum_{j=1}^{n_1} r_j$  la somme des rangs de tous les éléments de la première sous-partie.

Sous l'hypothèse nulle,  $s$  a pour moyenne  $\mu$  et pour écart type  $\sigma$  :

$$\mu = n_1(n+1)/2 \qquad \sigma = \sqrt{n_1 n_2 (n+1)/12}$$

Si  $n_1$  et  $n_2$  sont supérieurs à 8,  $u=(s-\mu)/\sigma$  doit suivre une loi normale centrée réduite, ce qui permet de tester  $H_0$ .

#### 4.1.2 Test de Pettitt (1979)

C'est également un test non-paramétrique basé sur les rangs (Pettitt, 1979). On définit la fonction signe de la manière suivante :

$signe : \mathbb{R} \rightarrow \{-1, 0, 1\}$  ;  $\forall x > 0, signe(x)=1, \forall x < 0, signe(x)=-1$  et  $signe(0)=0$ .

Soient :  $u(t) = \sum_{i=1}^t \sum_{j=t+1}^n signe(x_i - x_j)$  et  $T = \text{MAX}\{|u(t)|, t=1\dots n\}$ .

Soit  $p$  la probabilité de dépassement de la valeur  $k$  prise par la statistique  $T$  du test sur la série observée :

$$p = P(T \geq k) \approx 2 \exp\left(\frac{-6k^2}{n^3 + n^2}\right)$$

si  $p < \alpha$  alors l'hypothèse nulle est rejetée au niveau  $\alpha$  considéré.

Ce test est réputé robuste et ses performances en terme de puissance sont supérieures à celles du test de Wilcoxon et de sa version adaptée à l'étude de la stationnarité.

#### 4.1.3 Test de Kruskal & Wallis (CERESTA, 1986)

Ce test non-paramétrique classique permet de vérifier si plusieurs échantillons proviennent bien de la même population et qu'ils ont les mêmes caractéristiques. Appliqué dans la perspective d'une analyse de la stationnarité d'une série hydrologique, il permet de comparer les différentes sous-périodes d'une même série. Cela suppose que soient connues le nombre présumé de rupture et leurs dates.

Soit une série de  $n$  observations chronologiques  $\{Y_i, i=1, \dots, n\}$ . Cette série est divisée en  $m$  sous-périodes qui comprennent  $n_j$  ( $j=1, \dots, m$ ) éléments. Soit  $r_{i,j}$  le rang global de la  $i^{\text{ème}}$  observation de la  $j^{\text{ème}}$  sous-période.

Posons  $r_j = \sum_{i=1}^{n_j} r_{i,j}$ . La statistique du test est définie par :  $KW = 12 \sum_j \frac{r_j^2}{n_j [n(n+1) - (n^3 - n^2)]}$ .

Dans le cas d'observations de même valeur, la statistique  $KW$  doit être divisée par la quantité  $1 - [\sum_{j=1}^m (t_j^3 - t_j)] / (n^3 - n)$  avec  $t_j$  nombre d'ex-æquos au sein de la  $j^{\text{ème}}$  sous-période

Sous l'hypothèse nulle d'égalité des moyennes des différentes sous-périodes, cette statistique suit une loi du  $\chi^2$  à  $(m-1)$  degrés de liberté

Une variante de ce test est destinée à détecter les différences de variances de plusieurs sous-périodes. Les formules sont les mêmes que pour le test des moyennes de Kruskal-Wallis, à la différence près qu'elles sont utilisées avec le rang de la quantité  $|Y_i - \bar{Y}|$  (et non avec le rang de  $Y_i$ ),  $\bar{Y}$  désignant la moyenne de la série complète.

#### 4.1.4 Test basé sur les écarts cumulés (McGilchrist & Woodyer, 1975)

On considère la somme cumulée des écarts à la moyenne :  $S_k = \sum_{i=1}^k (Y_i - \bar{Y})$ . Pour une série stationnaire, on peut s'attendre à ce que les écarts cumulés fluctuent autour de 0. En effet, la stationnarité implique qu'il n'y ait pas une période sur laquelle les valeurs s'écartent conjointement de la moyenne dans une direction donnée, ce qui se traduirait par un écartement de  $S_k$  par rapport à 0. La statistique de ce test est calculée à partir de la somme cumulée de la fonction signe de la différence entre les valeurs observées et la médiane :

$TS = \frac{2}{n} \max \{ |CS_k|, k=1, \dots, n \}$  avec :  $CS_k = \sum_{i=1}^k \text{signe}(Y_i - Y_M)$  et  $Y_M$  médiane de l'échantillon des  $Y_i, i=1, \dots, n$ . Les valeurs critiques sont fournies par McGilchrist & Woodyer (1975).

## 4.2 Tests non paramétriques de détection de tendances

### 4.2.1 Test de Mann (1945)

Ce test est basé sur le calcul du coefficient  $\mathcal{T}$  de Kendall. Pour chaque élément  $x_t$ ,  $t=1, \dots, n$  on calcule  $n_t$  le nombre d'éléments  $x_j$  tels que  $j < t$  et  $x_j < x_t$ , c'est à dire le nombre d'éléments précédents  $x_t$  qui sont plus petits que lui.

On pose :  $\mathcal{T} = \sum_{i=1, n} n_i$

Soient :  $H_\emptyset$  : la série ne présente pas de tendance  
 $H'$  : la série présente une tendance

Sous  $H_\emptyset$ ,  $\mathcal{T}$  suit asymptotiquement une loi normale d'espérance égale à  $n(n-1)/4$  et de variance  $n(n-1)(2n+5)/72$ , ce qui permet de tester  $H_\emptyset$  contre  $H'$ . En l'absence de présomptions quant au signe de la tendance, on utilisera le test bilatéral.

### 4.2.2 Coefficient de corrélation sur les rangs (Spearman et Kendall)

L'approche de Spearman (Kendall et Stuart, 1943) consiste à calculer à partir de la série des  $x_t$  la série  $r_t$  des rangs qui leur sont attribués lorsque les  $x_t$  sont rangés par ordre croissant. On appelle coefficient des rangs de Spearman (usuellement noté  $\tau$ ) le coefficient de corrélation de  $t$  avec  $r_t$ .

Pour le calculer, on peut utiliser la formule :  $\tau = 1 - \frac{6}{n(n^2-1)} \sum_{t=1}^n (r_t - t)^2$

Soient :  $H_\emptyset$  : la série ne présente pas de tendance  
 $H'$  : la série présente une tendance

Sous  $H_\emptyset$ ,  $\tau$  suit asymptotiquement une loi normale d'espérance nulle et de variance égale à  $1/(n-1)$ , ce qui permet de tester  $H_\emptyset$  contre  $H'$ . En l'absence de présomptions quant au signe de la tendance, on utilisera le test bilatéral.

Le test de corrélation sur le rang (Kendall et Stuart, 1943, W. M. O., 1966, Saporta, 1990) est basé sur le calcul du nombre  $P$  de paires  $(X_i, X_j)$  pour lesquelles  $X_j > X_i$  ( $j > i$ ,  $i = 1, \dots, N-1$ ). Sous l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) de stationnarité de la série, la variable  $w$  définie par :

$$\omega = \frac{4P}{N(N-1)} - 1$$

suit une distribution normale de moyenne nulle et de variance égale à :

$$\sigma_t^2 = \frac{2(2N+5)}{9N(N-1)}$$

Pour un risque  $\alpha$  de première espèce donné, l'acceptation de  $H_0$  est définie par l'appartenance de  $\omega$  à l'intervalle  $[-U_{1-\alpha/2} \sigma_t, U_{1-\alpha/2} \sigma_t]$ ,  $U_{1-\alpha/2}$  désignant la valeur de la variable normale réduite de probabilité de non dépassement  $1 - \alpha / 2$ . L'hypothèse alternative de ce test est celle d'une tendance.

### 4.3 Détection d'une rupture au niveau de la variance

*Les hydrologues semblent avoir concentré leurs efforts sur le problème de la non-stationnarité en moyenne. Il y a peu de travaux dans la littérature hydrologique qui s'intéressent à la détection d'un changement à une date inconnue dans la variabilité des séries hydrométéorologiques. Ce paragraphe nous donne un rapide aperçu des méthodes disponibles pour étudier la stationnarité en variance. Pour étudier des changements en variance, Pegram (WMO, 2000, chapitre 9) propose d'appliquer des tests de stationnarité en moyenne à la série  $\{(Y_i - \bar{Y})^2\}$ . De même, il suggère d'étudier la stationnarité en moyenne des séries suivantes :  $\{(Y_i - \bar{Y})(Y_{i+1} - \bar{Y})\}$  et  $\{(Y_i - Y_{i+1})^2\}$  pour détecter une évolution dans la structure de corrélation temporelle de la série. L'auteur justifie ces méthodes par le fait que ces trois séries ont respectivement pour moyenne la variance empirique, la covariance empirique et le variogramme d'ordre 1. Ces deux derniers permettent d'apprécier une évolution dans la structure de corrélation.*

## 5 Tests paramétriques univariés dans le cas de données normales

### 5.1 Détection d'une rupture au niveau de la moyenne

#### 5.1.1 Notations

Soient  $n$  variables aléatoires gaussiennes indépendantes  $Y_i, i=1, \dots, n$ . On note  $Y$  le vecteur des observations  $Y=(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ . IE désigne l'espérance mathématique. On considère ici que  $\mathcal{L}(Y_i)=\mathcal{N}(\mu_i, \sigma^2)$ . Les hypothèses sont définies par :

$$\begin{array}{lll} H_{\emptyset} & : & \text{IE}(Y_i)=\beta_0 \quad i=1, \dots, n \\ H_k & : & \begin{array}{ll} \text{IE}(Y_i)=\beta_0 & i=1, \dots, k \\ \text{IE}(Y_i)=\beta_1 & i=k+1, \dots, n \end{array} \quad \text{avec } \beta_0 \neq \beta_1 \end{array}$$

On suppose qu'une seule rupture est possible. Généralement les paramètres  $\beta_0, \beta_1$  et  $k$  sont inconnus. Selon les auteurs  $\sigma$  peut être connu ou non.

On note  $H'=\bigcup_{k=1}^{n-1} H_k$  l'hypothèse d'existence d'une seule rupture.

#### 5.1.2 Procédure de Hawkins (1977)

Cette procédure est très utilisée en climatologie. En effet le test « SNHT » (pour Standard Normal Homogeneity Test) d'Alexandersson (1986, 1997) en découle directement. La procédure de Hawkins est basée sur le rapport des vraisemblances maximales :

$$\text{MLR} = \frac{\max_{\beta_0, \beta_1, k, \sigma} L(Y_1, Y_2, \dots, Y_n | H_k)}{\max_{\beta_0, \sigma} L(Y_1, Y_2, \dots, Y_n | H_{\emptyset})}$$

On décide  $H'$  si  $\max_{1 \leq j \leq n-1} \frac{j(n-j)(\bar{Y}_j - \bar{Y}_{j-n})^2}{nS^2} > c$  avec  $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}$

Cette procédure a l'avantage de proposer une estimation de la position de la rupture :

$$\hat{j} = \underset{1 \leq j \leq n-1}{\text{ARGMAX}}(t_j)$$

avec :  $t_j = \left[ \frac{j(n-j)}{nS^2} \right]^{\frac{1}{2}} |\bar{Y}_j - \bar{Y}_{j-n}|$ .

On vérifie que, pour  $j$  fixé,  $t_j$  est la statistique du test de Student de  $H_{\emptyset}$  contre  $H_j$ .

Le calcul exact et approché de la valeur critique a été effectué par Worsley (1979). Ils ont montré que pour  $n$  petit, les approximations à l'aide des bornes de Bonferroni sont assez bonnes, ce qui n'est plus le cas quand  $n$  devient grand.

### 5.1.3 Procédure bayésienne de Chernoff et Zacks (1964)

Chernoff et Zacks considèrent les lois a priori suivantes :

- les hypothèses  $H_k$  sont équiprobables ( $k=1,\dots,n$ ),
- la loi a priori de  $\beta_1-\beta_0$  est « semi-normale » :  $\beta_1-\beta_0$  est la valeur absolue d'une variable aléatoire normale de moyenne nulle et de variance  $\rho^2$ .

$\beta_0$  et  $\sigma$  sont supposés connus ( $\sigma=1$ ). Le rapport de vraisemblance s'écrit :

$$\frac{1}{n-1} \cdot \frac{\sum_{j=1}^{n-1} L(Y_1, Y_2, \dots, Y_n | H_j)}{L(Y_1, Y_2, \dots, Y_n | H_\emptyset)} = \frac{2}{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} \Phi \left( \frac{S_{n-j}}{\sqrt{n-j+1/\rho^2}} \right) \exp \left( \frac{S_{n-j}^2}{2(n-j+1/\rho^2)} \right)$$

avec  $\Phi$  fonction de répartition de la loi normale  $N(0,1)$  et  $S_{n-j} = \sum_{i=j+1}^n Y_i$ .

En supposant  $\rho$  petit la procédure devient :

$$\text{décider } H' \text{ si } B = \sum_{i=1}^n (i-1)(Y_i - \bar{Y}) > c$$

L'inconvénient de ce test est qu'il ne fournit pas d'estimation de la position de la rupture. Par contre, si l'emplacement est estimé par ailleurs, la statistique  $B$  conduit à une estimation de l'amplitude de la rupture de la façon suivante :

$$\text{Sous } H_j : \quad \mathbb{E}_j(B) = \frac{j(n-j)}{2} (\beta_1 - \beta_0)$$

Si  $j$  est estimé par  $\hat{j}$ , on estime alors  $\beta_1-\beta_0$  par  $\frac{2B}{\hat{j}(n-\hat{j})}$ .

Gardner (1969) a généralisé cette procédure au cas d'une hypothèse  $H'$  bilatérale (où  $\beta_1-\beta_0 \sim N(0, \rho^2)$ ) et d'hypothèses  $H_k$  non équiprobables. Si  $p_k$  est la probabilité d'avoir une rupture à l'instant  $k$ , le test devient :

$$\text{décider } H' \text{ si } \sum_{i=1}^n p_i (i-1)^2 (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{i-n})^2 > c \quad \text{avec} \quad \bar{Y}_{i-n} = \frac{1}{n-i} \sum_{j=i+1}^n Y_j$$

Kim & Siegmund (1989) ont généralisé plus simplement la procédure de Chernoff et Zacks au cas bilatéral en considérant  $|B|$  au lieu de  $B$ .

### 5.1.4 Procédure bayésienne de Lee et Heghinian (1977)

Soit  $\{X_i\}$  une série de variables aléatoires normales, indépendantes et de variance constante  $\sigma^2$ . On admet l'existence d'une rupture en moyenne et d'une seule :

$$X_i = \begin{cases} \mu + \varepsilon_i & i=1, 2, \dots, \tau \\ \mu + \delta + \varepsilon_i & i=\tau+1, \dots, n \end{cases}$$

La méthode de Lee & Heghinian se propose de déterminer la loi de probabilité a posteriori de ces deux paramètres. Pour cela, on se donne une distribution a priori des paramètres indépendants  $\tau$ ,  $\mu$ ,  $\delta$  et  $\sigma$  et notamment on suppose que la date de rupture suit une probabilité uniforme, c'est-à-dire qu'il y a exactement autant de chance qu'elle se produise à un instant ou à un autre.

La formule de Bayes permet de réactualiser cette distribution au regard des résultats observés : la nouvelle distribution dite « a posteriori » se calcule par les formules :

#### Distribution a posteriori de $\tau$ :

$$P(\tau | x) \propto \frac{\sqrt{n/\tau(n-\tau)}}{\sqrt{R(\tau)^{n-2}}}$$

#### Distribution a posteriori de $\delta$ :

$$P(\delta | x) = \sum_{\tau=1}^n P(\delta | \tau) P(\tau | x)$$

Avec

$$\bullet R(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{\tau} (x_i - \bar{x}_{\tau})^2 + \sum_{i=\tau+1}^n (x_i - \bar{x}_{n-\tau})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2} \quad \text{et} \quad \bar{x}_{\tau} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} x_i \quad \bar{x}_{n-\tau} = \frac{1}{n-\tau} \sum_{i=\tau+1}^n x_i$$

- $P(\delta | \tau)$  probabilité conditionnelle d'observer  $\delta$  sachant  $\tau$

$P(\delta | \tau)$  suit une loi de Student à  $(n-2)$  degrés de libertés,

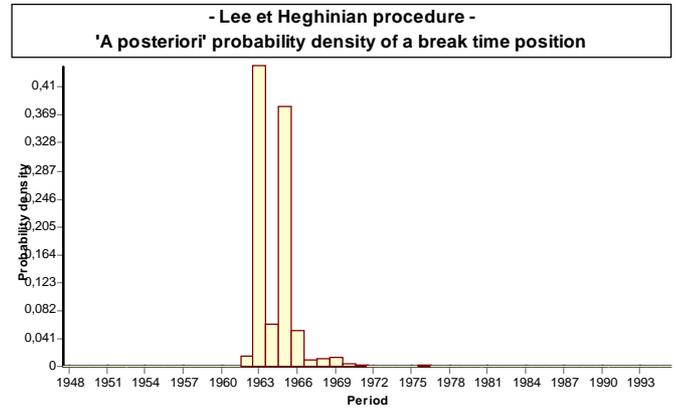
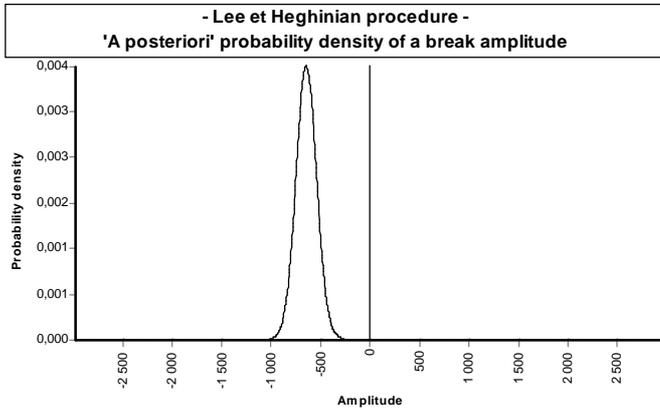
de moyenne  $(\bar{x}_{\tau} - \bar{x}_{n-\tau})$  et de variance :  $\text{Var} = \frac{nR(\tau) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2}{(n-2)\tau(n-\tau)}$

Ces formules permettent d'estimer la probabilité que le changement se produise à l'instant  $\tau$  et qu'il ait pour amplitude  $\delta$ . Les distributions a posteriori de ces deux paramètres sont un outil assez sensible qui nous indique les dates les plus probables d'un changement. Lorsque la distribution se présente sous la forme d'un pic peu dispersé, la rupture peut être estimée avec d'autant plus de précision.

La méthode de Lee & Heghinian nous fournit un outil graphique de décision : la représentation des deux distributions a posteriori (instant et amplitude de rupture) permet d'identifier rapidement et clairement les différents changements de moyenne, comme ceci est illustré par la figure suivante.

Cependant, si Lee & Heghinian nous fournissent les lois a posteriori sous l'hypothèse d'une rupture unique, ils ne proposent pas de test pour juger de cette hypothèse. Il est donc nécessaire d'avoir vérifié au préalable l'hypothèse d'une rupture unique.

Enfin, notons que la présence d'une tendance perturbe notablement les résultats du modèle.



### 5.1.5 Procédure bayésienne de Booth et Smith (1982)

La procédure de décision multiple de Booth et Smith (1982) permet de tester  $H_\emptyset$  contre  $H_j$ ,  $j=1, \dots, n-1$ . Elle est basée sur les lois a priori suivantes :

- $(p_k)_{1 \leq k \leq n-1}$  probabilités a priori de  $(H_k)_{1 \leq k \leq n-1}$  et  $p_\emptyset = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} p_i$
- les lois a priori sur les paramètres  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  et  $\sigma$  sont des probabilités non informatives.

Le test bayésien est réalisé à partir du rapport des probabilités a posteriori des différentes hypothèses :

$$\frac{p(H_k | Y_1 \dots Y_n)}{p(H_s | Y_1 \dots Y_n)} \bigg/ \frac{p_k}{p_s} = \frac{p(Y_1 \dots Y_n | H_k)}{p(Y_1 \dots Y_n | H_s)}$$

La procédure devient :

$$\text{décider } H_\emptyset \quad \text{si } \max_{k \neq 0} W_k < a$$

$$\text{décider } H_j \text{ (} j \neq 0 \text{)} \quad \text{si } W_j > \max[a, \max_{i \neq j} W_i]$$

avec en posant  $t_k$  comme la statistique du test de Student de  $H_0$  contre  $H_k$  :

$$W_k = \left( \frac{n}{k(n-k)} \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{t_k^2}{n-2} \right)^{\frac{n}{2}}$$

### 5.1.6 Tests de Buishand (1982, 1984) et ellipsoïde de Bois (1971, 1986)

#### *Tests de Buishand*

La statistique de Buishand est dérivée d'une formulation originale donnée par Gardner (1969). La statistique de Gardner utilisée pour un test bilatéral de rupture en moyenne à un instant inconnu s'écrit :

$$G = \sum_{k=1}^{N-1} P_k \left\{ S_k / \sigma_x \right\}^2 \text{ avec } S_k = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})$$

$P_k$  désigne la probabilité *a priori* que la rupture survienne juste après la  $k^{\text{ième}}$  observation.

Cette formulation suppose que la variance  $\sigma_x^2$  est connue. Si elle est inconnue, elle peut être remplacée par la variance de l'échantillon  $D_x^2$  et si  $P_k$  est choisie uniforme, on obtient finalement la statistique  $U$  définie par

$$U = \frac{\sum_{k=1}^{N-1} (S_k / D_x)^2}{N(N+1)} \text{ avec } D_x^2 = \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 / N$$

Des valeurs critiques de la statistique  $U$  ont été d'abord données par Buishand (1982) à partir d'une procédure de Monte Carlo. De meilleures estimations sont parues ultérieurement (Buishand, 1984). Buishand (1982) suggère aussi de s'intéresser à la quantité :

$$Q = \max \left| \frac{S_k}{D_x} \right| "$$

Pour une série stationnaire,  $Q$  garde des valeurs modérées. Au contraire, de grandes valeurs de  $Q$  traduisent un comportement non-stationnaire. Les valeurs critiques de la statistique  $Q$  ont été calculées par simulations par Buishand (1982), qui a par ailleurs montré que la puissance de la statistique bayésienne  $U$  est comparable à celle de  $Q$ .

#### *Ellipse de Bois*

Un autre test est basé sur la somme des écarts cumulés  $S_k$ . La série  $S_k/\sigma$  suit une loi normale de moyenne nulle et de variance  $k(N-k)\sigma^2/N$  (sous l'hypothèse de stationnarité). Il est donc possible de tracer les intervalles de confiances de ces écarts cumulés, qui prennent la forme d'un ellipsoïde (Bois, 1971, 1986). Cette méthode a été à l'origine conçue pour tester les anomalies ponctuelles ou de ruptures ou de tendance dans une série chronologique d'une variable normale  $Y$  corrélée avec une autre  $X$  (exemple : pluies annuelles) :

$$y_i = a x_i + b + \varepsilon_i \quad \text{et } r \text{ le coefficient de corrélation linéaire}$$

Elle est basée sur l'étude du cumul des résidus :

$$Z_i = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i$$

On montre que pour un échantillon de  $N$  valeurs successives des résidus, le  $i^{\text{ème}}$  cumul des résidus  $Z_i$  a une espérance mathématique nulle et une variance qui varie avec  $i$  et dont une valeur approchée est donnée par :

$$\text{Var}(Z_i) = \text{Var}(Y) * (1-r^2) * i * (N-i) * (N-1) / N^2$$

Le tracé de  $k$  fois cet écart type en fonction de  $i$  dessine ainsi une ellipse. On peut ainsi tracer pour chaque valeur de  $i$  un intervalle de confiance de  $Z_i$  qui recouvre la valeur expérimentale avec un degré de confiance ( $p\%$ ).

Mais sur l'ensemble du tracé, il y a une probabilité inférieure à  $p$  qu'au moins un point sorte de l'ellipse. Ce calcul a été fait par simulation stochastique et dépend de la taille de l'échantillon (cf. Bois 1986). Ce test a l'avantage d'utiliser l'information de corrélation (ce que ne fait pas l'ancienne méthode des doubles cumuls) et d'être graphique. Il a été modifié ensuite pour d'autres utilisations.

## 5.2 Détection d'une tendance

### 5.2.1 Significativité de la tendance

On considère le modèle suivant :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i \quad \text{pour } i=1, n$$

L'estimation moindres-carrés  $\hat{\beta}$  de  $\beta$  est donnée par :

$$\hat{\beta} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sigma_X^2} = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$$

Avec  $\bar{X}$  (resp.  $\bar{Y}$ ) moyenne des  $X_i$  (resp.  $Y_i$ ) et  $\sigma_X^2$  (resp.  $\sigma_Y^2$ ) variance des  $X_i$  (resp.  $Y_i$ ),  $r$  étant le coefficient de corrélation.

Si les  $\varepsilon_i$  sont indépendants, identiquement distribués suivant la loi Normale centrée, de variance  $\sigma^2$ , alors, pour  $n$  grand,  $\hat{\beta}$  est distribué comme une loi normale d'espérance  $\beta$  et d'écart-type :

$$\sigma_{\hat{\beta}} = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \sqrt{\frac{1-r^2}{n}}$$

L'intervalle de confiance ou le test de significativité de  $\hat{\beta}$  s'en déduisent.

Dans le cas de résidus autocorrélés, l'erreur type de  $\hat{\beta}$  doit être estimée par :

$$S = \sqrt{\frac{12}{n(n^2-1)} \left( \gamma_0 + \frac{24}{n(n^2-1)} \sum_{s=2}^n \sum_{t=1}^{s-1} (t-\bar{t})(s-\bar{t}) \gamma_{s-t} \right)}$$

avec  $\gamma_k$  la  $k^{\text{ième}}$  autocovariance de  $\{\varepsilon_i\}_{i=1, \dots, n}$ , qui peut être estimée par  $\hat{\gamma} = 1/n \sum_{t=1}^{n-k} \varepsilon_{t+k} \varepsilon_t$ .

### 5.2.2 Ruptures dans un modèle de tendance

#### 5.2.2.1 Procédure bayésienne de Farley et Hinich (1970)

Farley et Hinich (1970) ont étudié le changement éventuel de pente avec continuité dans le cas de la régression linéaire simple. Les  $\varepsilon_i$  sont des variables aléatoires  $N(0, \sigma^2)$  indépendantes.

On pose  $\mathbf{1}=(1,\dots,1)$  le vecteur  $n \times 1$  dont tous les éléments sont égaux à 1,  $X=(x_1,x_2,\dots,x_n)$  et  $Y=(Y_1,Y_2,\dots,Y_n)$ . On considère le modèle :

$$Y_i = \alpha_i + \beta_i x_i + \varepsilon_i \quad i=1,\dots,n$$

$$\text{Sous } H_\varphi : \quad \alpha_i = \alpha, \beta_i = \beta \quad \forall i=1,\dots,n$$

Pour  $k=1,2,\dots,n-1$  :

$$H_k : \quad \begin{array}{lll} \beta_i = \beta, & \alpha_i = \alpha & \forall i=1,\dots,k \\ \beta_i = \beta + \delta & \alpha_i = \alpha - \delta x_k & \forall i=k+1,\dots,n \text{ avec } \delta \neq 0 \end{array}$$

$$\text{et : } H' = \bigcup_{k=1}^{n-1} H_k$$

Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  et  $\sigma$  sont inconnus. Si l'on suppose que les  $n-1$  hypothèses  $H_k$  ( $k \neq 0$ ) sont équiprobables on a sous  $H_\varphi$  :

$$H_\varphi : \quad \text{IE}(Y) = \alpha \mathbf{1} + \beta X$$

Sous  $H'$ , pour la valeur  $\delta$  donnée :

$$\text{IE}_\delta(Y) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} \text{IE}_\delta(Y|j=k) = \alpha \mathbf{1} + \beta X + \delta \theta$$

$$\text{avec : } \quad \theta = \left( 0, \frac{1}{n-1} (x_2 - x_1), \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^2 (x_3 - x_j), \dots, \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} (x_n - x_j) \right).$$

Pour  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\sigma$  connus, Farley et Hinich ont montré que le test localement plus puissant (au voisinage de  $\delta=0$ ) est fondé sur  ${}^t\theta(Y - \alpha \mathbf{1} - \beta X)$ . Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\sigma$  étant ensuite estimés sous  $H_\varphi$  par la méthode des moindres carrés, la procédure devient :

$$\text{rejeter } H_\varphi \text{ si } \frac{|{}^t\theta P Y|}{S \sqrt{{}^t\theta P \theta}} > c \quad \text{avec } P \text{ projecteur orthogonal à } X \text{ et } \mathbf{1}.$$

Pour  $\sigma$  connu Farley et Hinich ont montré que cette procédure reste la plus efficace (en un sens précisé par les auteurs) dans la famille des procédures dont la statistique du test dépend seulement d'une combinaison linéaire des résidus  $PY$ . Ils ont en particulier étudié le problème du choix des  $x_i$  en vue d'une efficacité optimale.

Cependant cette approche ne donne pas d'estimation naturelle de l'emplacement et de l'amplitude de la rupture.

### 5.2.2.2 Procédure de Maronna et Yohai (1978)

Le test de Potter (1981), largement utilisé par les climatologues, découle directement de la procédure de Maronna et Yohai. On étudie ici le cas d'une rupture par saut. On considère le modèle :

$$Y_i = \alpha_i + \beta_i x_i + \varepsilon_i \quad i=1, \dots, n$$

Sous  $H_\varphi$  :  $\alpha_i = \alpha, \beta_i = \beta \quad \forall i=1, \dots, n$

Pour  $k=1, 2, \dots, n-1, H_k$  :  $\beta_i = \beta \quad \alpha_i = \alpha \quad \forall i=1, \dots, k$   
 $\beta_i = \beta \quad \alpha_i = \alpha + \delta \quad \forall i=k+1, \dots, n$  avec  $\delta \neq 0$

et  $H' = \bigcup_{k=1}^{n-1} H_k$

La procédure est basée sur le rapport de vraisemblance de  $H_\varphi$  contre  $H'$ . On définit les statistiques suivantes :

$$X_i = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i x_j \quad \bar{x} = X_n \quad Y_i = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i y_j \quad \bar{y} = Y_n$$

$$S_x = \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2 \quad S_y = \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2 \quad S_{xy} = \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})$$

$$F_i = S_x - (X_i - \bar{x})^2 ni / (n - i) \quad D_i = [S_x(\bar{y} - Y_i) - S_{xy}(\bar{x} - X_i)]n / (n - i)F_i^{-1}$$

$$T_o = T_o(x, y) = \max_{i < n} [i(n - i)D_i^2 F_i / (S_x S_y - S_{xy}^2)]$$

La procédure devient : *rejeter  $H_\varphi$  quand  $T_o > c$*

L'intérêt de cette procédure est qu'elle fournit une estimation naturelle de la position de la rupture : la valeur  $i_o^*$  correspondant au maximum  $T_o$  est l'estimateur maximum de vraisemblance du point de rupture  $i_o$ . La valeur  $c$  est déterminée par simulations à partir d'une loi normale  $N(0, 0, 1, \rho)$ . On montre que la procédure de Maronna et Yohai est un cas particulier de la procédure de Worsley (1983) pour le cas général de la régression linéaire multiple.

### 5.3 Détection d'une rupture au niveau de la variance

Strupczewski (WMO, 2000, chapitre 13) a développé une méthode paramétrique pour estimer simultanément une tendance en moyenne et en variance. Une méthode du maximum de vraisemblance est utilisée pour évaluer les paramètres (moyenne et variance) considérés comme variables dans le temps, dont elle fournit une estimation efficace et sans biais. Plusieurs modèles de tendance sont explorés (tendance en moyenne ou en variance uniquement, tendances simultanées, paramètres constants) et celui qui s'ajuste le mieux aux données, au sens du critère d'Akaike, est retenu.

Enfin, Perreault (2000) fournit une procédure qui nous permet d'analyser une rupture unique en variance dans une série de variables aléatoires. De plus, étant donné l'incertitude sur l'existence et le type de changement (moyenne, variance), Perreault propose d'intégrer tous les cas possibles de changements dans une analyse de stationnarité. Il a ainsi développé une procédure qui permet d'évaluer les crédibilités respectives de plusieurs alternatives possibles et donc de choisir le modèle le mieux adapté. Cela nous évite de considérer de manière restrictive la situation d'un changement uniquement en moyenne ou en variance.

## 5.4 Détection d'accidents multiples dans un échantillon gaussien

Les procédures de détection de ruptures vues au paragraphe §2.1. peuvent être directement généralisées au cas de la détection de  $k$  ruptures, lorsque ce nombre  $k$  est connu et fixé. Mais le problème de la détection d'un nombre inconnu (et multiple) de ruptures est bien plus délicat, car les hypothèses en concurrence n'ont plus la même dimension, et ne peuvent être comparées directement. C'est davantage un problème de choix de modèle qu'un simple test d'hypothèses (§3.3.2. et 3.3.3).

De plus, la détection de  $k$  accidents parmi  $n$  possibilités génère des problèmes de combinatoire énormes, qu'il faut résoudre avant toute chose. C'est l'objet du paragraphe §3.3.2.

### 5.4.1 Notations et cadre d'hypothèses

Soit  $k$  le nombre de ruptures et  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$  leurs positions. On note  $K = \{\tau_1, \dots, \tau_k\}$  l'ensemble des accidents dans la série. Pour simplifier les notations on pose  $\tau_0 = 0$ , et  $\tau_{k+1} = n$ . Enfin, on note :

$$n_j = \tau_j - \tau_{j-1} \quad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \quad \bar{Y}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=\tau_{j-1}+1}^{\tau_j} Y_i \quad \text{pour } j=1, \dots, k+1$$

$$\bar{Y}_{hm} = \frac{1}{m-h} \sum_{i=h+1}^m Y_i \quad W_{hm} = \sum_{i=h+1}^m (Y_i - \bar{Y}_{hm})^2$$

Dans le cas de ruptures au niveau de la moyenne :

$$\text{IE}[Y_i] = \mu_j \quad \text{pour } \tau_{j-1} < i \leq \tau_j$$

Les estimateurs maximum de vraisemblance des  $\mu_j$  sont donnés par :  $\hat{\mu}_j = \bar{Y}_j$

Pour  $k$  fixé, on cherche à maximiser la vraisemblance, ou, ce qui revient au même, à minimiser la déviance :

$$D_K = \frac{\sum_{j=1}^{k+1} \sum_{i=\tau_{j-1}+1}^{\tau_j} (Y_i - \bar{Y}_j)^2}{\sigma^2} + 2n \cdot \ln(\sqrt{2\pi}\sigma)$$

### 5.4.2 Combinatoire et programmation dynamique

La combinatoire de ce type de problèmes explose très rapidement. Diverses méthodes pas-à-pas, plus ou moins empiriques, ont été proposées. Citons en particulier la procédure de segmentation de Hubert *et al.* (1989), bien connue des hydrologues. Cependant ces procédures ne sont pas toujours efficaces, en particulier lorsque les ruptures sont proches et de signes opposés.

Or il existe une solution optimale, basée sur des techniques de programmation dynamique (Lavielle, 1998, Hawkins, 2001), qui consiste à trouver une relation de récurrence liant les solutions à  $k$  et  $k-1$  ruptures. Pour un nombre  $k$  donné de ruptures, on cherche l'ensemble  $K = \{\tau_1, \dots, \tau_k\}$  telle que la vraisemblance de l'échantillon soit maximale.

Si l'on considère que la variance est constante, le problème revient à minimiser :

$$Q = \sum_{j=1}^{k+1} \sum_{i=\tau_{j-1}+1}^{\tau_j} (Y_i - \bar{Y}_j)^2 = \sum_{j=1}^{k+1} W_{\tau_{j-1}\tau_j}$$

La relation de récurrence suivante donne la solution :

$$F_{1,m} = W_{0m} \quad \text{pour } m=1,n$$

Pour chaque  $r=2, \dots, k+1$ , on calcule  $F_{r,m} = \text{MIN}_{0 < h < m} [F_{r-1,h} + W_{h,m}]$  pour  $m=1,n$

Pour chaque valeur  $F_{r,m}$  on conserve dans la table  $H_{r,m}$  la valeur de  $h$  pour laquelle on obtient le minimum de  $F_{r,m}$ . Les estimateurs de la position des ruptures sont données par :  $\tau_{k+1}=n$ , et pour  $r=k, k-1, \dots, 1$  on obtient  $\tau_r = H_{r+1, \tau_{r+1}}$ .

### 5.4.3 Critère bayésien de Caussinus et Lyazrhi

Le problème mathématique de la détection d'un nombre inconnu de ruptures au niveau de la moyenne d'un échantillon est résolu par l'emploi de la procédure Bayésienne de Caussinus et Lyazrhi (1997). Cette procédure repose sur des hypothèses réalistes quant-à la probabilité d'apparition des ruptures : on considère que celles-ci peuvent survenir indépendamment les unes des autres en tout point avec la probabilité  $p$ , la quantité  $n \times p$  restant modérée ( $n$  désignant la taille de la série) même pour de larges valeurs de  $n$ , cette dernière propriété assurant le caractère poissonien du nombre de ruptures. Sous ces hypothèses, combinées avec l'emploi d'une fonction de coût simple, cette procédure est optimale au sens de Bayes. On montre qu'elle se ramène à un critère de vraisemblance pénalisé, la pénalisation employée permettant de compenser l'augmentation de la vraisemblance dû à des ruptures non justifiées. Cette procédure permet en outre la détection de points aberrants dans les échantillons.

Avec les notations précédentes :

$$C_{\emptyset}(Y)=0 \quad \text{et} \quad C_K(Y) = \ln \left[ 1 - \frac{\sum_{j=1}^{k+1} n_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \right] + \frac{2(k+\ell)}{n-1} \ln(n) \quad (1)$$

La procédure de vraisemblance pénalisée proposée par Caussinus and Lyazrhi (1997) est :

$$\text{retenir } H_{K^*} \text{ tel que } K^* = \text{Argmin}_K (C_K(Y)) \quad (2)$$

La variance résiduelle est estimée par  $\frac{1}{n-k-\ell-1} \sum_{j=1}^{k+1} \sum_{i=\tau_{j-1}+1}^{\tau_j} (Y_i - \bar{Y}_j)^2$  où le nombre et la position des ruptures sont données par (2).

En pratique, l'algorithme de programmation dynamique fournit pour chaque nombre  $k$  la position optimale des  $k$  ruptures. Le critère bayésien permet alors de retenir la solution la plus vraisemblable.

#### 5.4.4 Procédure de segmentation de Hubert

Hubert a développé une procédure de segmentation de série temporelle adaptée à la recherche d'une ou plusieurs ruptures (Hubert et Carbonnel, 1987, Hubert *et al.*, 1989, Hubert, 1997). Celle-ci décompose la série initiale en un certain nombre de sous-séries selon une technique des moindres carrés. Le test de Scheffe permet ensuite de s'assurer que la différence entre les moyennes de deux sous-séries consécutives n'est pas négligeable.

Techniquement, l'algorithme pas-à-pas simple retenu par Hubert est plus rapide que l'algorithme de programmation dynamique (qui est quadratique en  $n$ ), mais la propriété d'optimalité de ce dernier est perdue.

Le résultat obtenu doit être tel que les moyennes successives de deux segments consécutifs sont significativement différents. Cela peut être réalisé en utilisant le test de Scheffe (1959). Si une solution s'accorde mieux à la série que la meilleure des solutions déjà explorées par l'algorithme, celle-ci sera retenue seulement si l'hypothèse nulle du test de Scheffe, pour cette nouvelle solution, est rejetée pour un niveau de confiance préalablement défini.

La procédure de segmentation de Hubert peut être utilisée comme un test de stationnarité. Dans ce cas, l'hypothèse nulle du test est la stationnarité de la série. Cette hypothèse est acceptée si la procédure ne parvient pas à segmenter la série à tester et elle est rejetée dans le cas contraire.

L'évaluation du risque de 1<sup>ère</sup> espèce de ce test (c'est-à-dire la probabilité de refuser à tort l'hypothèse nulle de non-changement) est délicate. Celui-ci dépend bien évidemment du niveau du test de Scheffe appliqué dans la procédure mais cette relation ne s'exprime pas facilement.

Pour évaluer la valeur du niveau de confiance de son test, Hubert a procédé à des simulations avec des séries stationnaires. Il en a ainsi déduit des conclusions sur la crédibilité de sa procédure.

Une fois le risque de 1<sup>ère</sup> espèce pour le test de Scheffe choisi, Hubert a proposé de déterminer empiriquement le niveau de confiance de son test de stationnarité. Cent séries de distribution normale et stationnaire ont été testées selon sa procédure. Pour un seuil de confiance de 0.05 pour le test de Scheffe, 47 des 100 séries stationnaires ont été segmentées et donc déclarées non stationnaires ! Si nous prenons 0.01 pour le test de Scheffe, 11 des 100 séries sont jugées non stationnaires, ce qui est déjà plus satisfaisant.

#### 5.4.5 Autres procédures

D'autres procédures existent pour segmenter une série. On les appelle « méthodes de segmentation » et elles ont pour objectif de diviser la série en sous-périodes stationnaires. Elles peuvent donc s'appliquer à un nombre indéterminé de ruptures. La principale différence est le critère mathématique retenu pour vérifier que les écarts entre les moyennes de deux segments successifs sont significatifs.

Mestre (2000) fait le point sur ces méthodes : Easterling et Peterson (1995) combinent le test d'Alexandersson avec un algorithme de segmentation ; David (1992) propose une procédure du même type mais en utilisant le test de Student, alors que Lanzante (1996) emploie le test

de Wilcoxon-Mann-Whitney, qui a l'avantage d'être plus robuste. Szentimrey (1996) a développé un test basé sur une méthode de maximum de vraisemblance.

Ces méthodes ont un point faible commun : les algorithmes de segmentation testent la différence entre les moyennes de deux segments consécutifs. Les tests de contrastes locaux, que ce soit celui de Scheffé (utilisé par Hubert) ou un autre, sont réalisés avec un nombre de données disponibles assez restreint et réduit davantage à chaque nouvelle rupture détectée. Par conséquent, des ruptures consécutives proches mettront en difficulté ce genre de procédure.

## 6 Tests univariés sur les valeurs extrêmes

### 6.1 Loi du maximum annuel

#### 6.1.1 Loi de distribution des valeurs extrêmes

On raisonne sur le maximum de  $X$  sur une période donnée, l'année (de préférence l'année hydrologique plutôt que l'année civile, pour éviter de sélectionner deux valeurs appartenant en fait au même événement) ou la saison.

On pose :  $M_n = \text{SUP}_{1 \leq i \leq n} (X_i)$

$$P\{M_n < x\} = P\{\text{SUP}_{1 \leq i \leq n} (X_i) < x\} = P(\{X_1 < x\} \cap \{X_2 < x\} \cap \{X_3 < x\} \dots \cap \{X_n < x\})$$

Si les  $X_i$  sont indépendants identiquement distribués suivant la fonction de répartition  $F$ , on en déduit immédiatement  $G$  la fonction de répartition de  $M_n$  :

$$P\{M_n < x\} = P\{X_1 < x\} \cdot P\{X_2 < x\} \cdot P\{X_3 < x\} \dots P\{X_n < x\}$$

$$G(x) = P\{M_n < x\} = \prod_{i=1}^n P\{X_i < x\} = [F(x)]^n$$

On remarque que, si  $x_0$  est la borne supérieure de la distribution :

$$\forall x < x_0 \quad G(x) \rightarrow 0 \quad \text{lorsque } n \rightarrow \infty$$

Lorsque  $n \rightarrow \infty$ ,  $M_n$  converge en probabilité vers la borne supérieure de la distribution (vers  $+\infty$  si la distribution n'est pas bornée). Ceci n'apporte pas vraiment d'information, la limite est dite dégénérée (0 si  $x < x_0$ , 1 si  $x = x_0$ ).

Pour savoir *comment* cette convergence s'effectue, on introduit une normalisation à l'aide des coefficients réels  $a_n$  ( $a_n > 0$ ) et  $b_n$  tels que :

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} < x\right) = F^n(a_n x + b_n) \rightarrow G(x) \quad \text{quand } n \rightarrow \infty$$

Quand cette limite existe,  $G$  est dite *Max-Stable* et  $F$  est dans le *domaine d'attraction* de  $G$ .

C'est une opération semblable à celle qui conduit au théorème central-limite : avec probabilité 1, la moyenne arithmétique  $\bar{X}_n$  tend vers  $\mu$  lorsque  $n \rightarrow \infty$ , ce qui n'est pas un résultat très utilisable. En introduisant une normalisation linéaire, on montre que :

$$\frac{\bar{X}_n - \mu_n}{\sigma_n} \rightarrow N(0,1) \quad \text{quand } n \rightarrow \infty \quad \text{avec } \mu_n = \mu \quad \text{et } \sigma_n = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

C'est le théorème central-limite, un théorème fondamental de la statistique. *Quelle que soit la loi des  $X_i$ , si  $n$  est grand, alors la moyenne des  $X_i$  est distribuée comme la loi normale.*

Le théorème des valeurs extrêmes énoncé ci-dessous est l'équivalent du théorème central limite, mais pour les valeurs extrêmes. On montre que la loi du maximum de  $n$  valeurs  $X_i$  tend vers l'un des trois types de lois (Gumbel, Fréchet, Weibull) quand  $n \rightarrow \infty$ . Ici, la loi limite n'est pas unique, elle dépend en fait de la loi des  $X_i$ .

### Théorème

S'il existe une séquence de constantes réelles  $a_n$  ( $a_n > 0$ ) et  $b_n$  telle que :

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} < x\right) = F^n(a_n x + b_n) \rightarrow G(x) \quad \text{quand } n \rightarrow \infty \quad (1)$$

alors  $G$  suit l'un des *types* de distribution suivants, après homothétie translation :

|                            |                |  |                         |
|----------------------------|----------------|--|-------------------------|
| Fischer-Tippett Type I :   | loi de Gumbel  | $G(x) = \exp(-\exp(-x))$   | $-\infty < x < +\infty$ |
| Fischer-Tippett Type II :  | loi de Fréchet | $\begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}) & x > 0 \end{cases}$           | $\alpha > 0$            |
| Fischer-Tippett Type III : | loi de Weibull | $\begin{cases} \exp(-(-x)^\alpha) & -\infty < x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ | $\alpha > 0$            |

Ces lois sont les solutions de l'équation fonctionnelle (1). Les extrêmes peuvent être renormalisés de telle sorte qu'ils suivent l'une ou l'autre de ces lois.

En pratique, on s'intéresse à la forme de la distribution, définie par un des types ci-dessus, et non pas aux suites de constantes  $a_n$  et  $b_n$ . Pour  $n$  suffisamment grand, on utilise l'approximation suivante, pour la loi de Gumbel par exemple, en introduisant les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  :

$$\Pr[M_n < x] = G(x) \cong \exp\left[-\exp\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)\right]$$

### 6.1.2 Domaines d'attraction

*Exemple* : appartenance de la loi exponentielle au domaine d'attraction de la loi de Gumbel.

$$F(x) = 1 - \exp(-x) \quad F^n(x) = [1 - \exp(-x)]^n$$

$$F^n(x - b_n) = [1 - \exp(-x - \ln(n))]^n = [1 - (\exp(-x)/n)]^n \rightarrow \exp(-(\exp(-x))) \quad \text{quand } n \rightarrow \infty$$

car  $\left(1 - \frac{t}{n}\right)^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \exp(-t)$

Donc, avec les constantes de normalisation  $a_n = 1$  et  $b_n = \ln(n)$ , la loi du maximum de  $n$  variables aléatoires indépendantes distribuées suivant la loi exponentielle sont distribuées suivant la loi de Gumbel. On montre que la loi normale est également dans le domaine d'attraction du type Gumbel.

Les lois de distribution usuelles sont dans le domaine d'attraction de l'un des trois types de lois ci-dessus en fonction de certaines propriétés de leur queue de distribution, que l'on n'énoncera pas ici.

### 6.1.3 Loi généralisée des valeurs extrêmes

Les trois types de lois se résument en un seul, la loi généralisée des valeurs extrêmes ou GEV (présentation unifiée) :

$$\Pr[M_n < x] = G(x) = \exp \left[ - \left( 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right)^{\frac{1}{\xi}} \right]$$

$\xi = 1/\alpha$  paramètre de forme.

Si  $\xi = 0$ , on vérifie que l'on se retrouve dans le cas Gumbel, si  $\xi > 0$  (resp.  $\xi < 0$ ) c'est une loi Fréchet (resp. Weibull).

$\mu$  est le paramètre de localisation, aussi appelé mode.  $\sigma$  est le paramètre d'échelle ( $\sigma > 0$ ), aussi appelé gradex.

Le quantile  $x_T$  correspondant à la période de retour  $T$  (quantile  $1/T$ ) est alors donné par :

$$x_T = \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left[ 1 - \left( -\ln \left( 1 - \frac{1}{T} \right) \right)^{\xi} \right]$$

Dans le cas particulier de la loi de Gumbel ( $\xi = 0$ ),  $x_T = \mu - \sigma \cdot \ln(-\ln(1 - T^{-1}))$ . Les paramètres de forme, de localisation et d'échelle sont estimés sur l'échantillon des maxima annuels.

### 6.1.4 Estimation maximum de vraisemblance des paramètres de la GEV

La log-vraisemblance d'un échantillon  $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$  de  $N$  maxima annuels indépendants s'écrit de la manière suivante :

$$L(Y; \mu, \sigma, \xi) = \sum_{i=1}^N \left[ -\log(\sigma) - \left( 1 + \frac{1}{\xi} \right) \log \left[ 1 + \xi \left( \frac{Y_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \left[ 1 + \xi \left( \frac{Y_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right]$$

Les estimateurs maximum de vraisemblance de  $\mu, \sigma$  et  $\xi$  sont ceux qui maximisent la fonction  $L(Y; \mu, \sigma, \xi)$ .

Le maximum de cette fonction est trouvé de manière numérique, à l'aide d'un algorithme de type Newton-Raphson. L'algorithme converge correctement, à condition de fournir des valeurs de départ pas trop éloignées (exemple : initialisation de  $\mu$  avec la moyenne des  $Y_i$ , de  $\sigma$  avec l'écart-type des  $Y_i$ , et de  $\xi$  avec une valeur proche de 0).

*Asymptotiquement* (quand la taille de l'échantillon  $N$  devient grande), les estimations MV sont sans biais, et leur variance tend vers la borne de Cramer Rao (variance minimale). Les erreurs types des estimations peuvent être déduites de la matrice d'information observée sur l'échantillon.

## 6.2 Inférence sur les paramètres de la GEV (Mestre, 2003)

### 6.2.1 Principe

#### 6.2.1.1 Paramètres

On dispose des estimations maximum de vraisemblance  $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$ , et de la matrice d'information observée, c'est à dire la matrice des dérivées secondes de la log-vraisemblance au point  $L(Y; \hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$ . Les variances  $\hat{\sigma}_{\xi}^2$  de chacune des estimations sont données par les termes diagonaux de l'inverse de la matrice Hessienne, qui peut être estimée numériquement.

Les propriétés de normalité asymptotiques de  $\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi}$  permettent de faire des intervalles de confiance ou de tester la valeur des paramètres.

Exemple : pour tester la nullité du paramètre de forme pour un niveau donné  $\alpha$ , on peut comparer  $|\hat{\xi}/\hat{\sigma}_{\xi}|$  à  $u_{\alpha/2}$ , quantile  $1-\alpha/2$  de la loi normale.

#### 6.2.1.2 Modèles

Une procédure de test plus sophistiquée est le test du rapport de vraisemblance. Supposons que l'on veuille comparer la pertinence de deux modèles « emboîtés »  $M_0$  et  $M_1$ , où  $M_0$  est inclus dans  $M_1$  : pour reprendre l'exemple de la nullité du paramètre de forme,  $M_0$  serait le modèle Gumbel, inclus dans le modèle plus général GEV. Soit  $q$  la différence de dimension entre les deux modèles. En pratique,  $M_0$  est obtenu en imposant  $q$  contraintes à  $M_1$ .

On appelle déviance la quantité  $d=2(L^{(1)}(Y; \hat{\mu}^{(1)}, \hat{\sigma}^{(1)}, \hat{\xi}^{(1)}) - L^{(0)}(Y; \hat{\mu}^{(0)}, \hat{\sigma}^{(0)}, \hat{\xi}^{(0)}))$

Si  $M_0$  est vrai, alors on montre que  $d$  est distribué comme un  $\chi^2$  à  $q$  degrés de liberté, ce qui permet de tester  $M_1$  contre  $M_2$ .

### 6.2.2 Modélisation des paramètres de la GEV

Le gros avantage de l'estimation maximum de vraisemblance est qu'elle permet une modélisation facile des paramètres de la GEV.

Exemple 1 : supposons que l'on suspecte une tendance dans le paramètre de position  $\mu$ . On modélise de la manière suivante :

$$\mu(t) = \beta_0 + \beta_1 t$$

La vraisemblance s'écrit alors :

$$L(Y ; \beta_0, \beta_1, \sigma, \xi) = \sum_{i=1}^N \left[ -\log(\sigma) - \left(1 + \frac{1}{\xi}\right) \log \left[ 1 + \xi \left( \frac{Y_i - (\beta_0 + \beta_1 t_i)}{\sigma} \right) \right] - \left[ 1 + \xi \left( \frac{Y_i - (\beta_0 + \beta_1 t_i)}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right]$$

C'est une fonction à quatre paramètres, que l'on doit maximiser. Les estimateurs et leurs erreurs types sont calculées comme auparavant, ce qui permet de vérifier si la tendance est significative.

On peut également faire l'estimation du modèle sans tendance  $M_0$  et calculer la déviance entre  $M_0$  et  $M_1$ , pour effectuer un test du rapport de vraisemblance.

Exemple 2 : rupture dans le paramètre de position

Dans ce cas,  $\mu = \beta_0$   $i=1, \dots, i_0$   
 $\mu = \beta_1$   $i=i_0+1, \dots, n$

L'estimation est réalisée pour chaque position de  $i_0$ . On choisit pour modèle  $M_1$  celui pour lequel la position de rupture  $i_0$  entraîne une vraisemblance maximale.

On peut alors le comparer à  $M_0$  le modèle sans ruptures.

Généralisation : on peut imaginer des modèles multivariés, avec introduction de covariables : indice NAO, âge du capitaine, etc...

En adoptant une présentation de type modèle linéaire,  $\mu = X\beta$  avec  $\mu$  vecteur des valeurs du paramètre de forme au cours du temps,  $X$  matrice des covariables,  $\beta$  vecteur des paramètres du modèle.

Ces résultats sont applicables au paramètre d'échelle  $\sigma$ . Simplement, pour préserver la positivité du paramètre de position, il peut se révéler nécessaire de passer par une fonction de lien, par exemple le logarithme :  $\ln(\sigma) = X\beta$ .

### 6.3 Loi de Poisson sur le processus d'occurrence des valeurs supérieures à un seuil

Le test porte sur la détection d'anomalies dans la série des dates d'occurrence d'événements, définis par le dépassement d'un seuil de référence. L'hypothèse nulle  $H_0$  est celle d'un processus d'occurrence suivant une loi de Poisson, de distribution  $w_k(t)$  :

$$w_k(t) = \text{Prob}(m_t = k) = \exp(-\mu t) (\mu t)^k / k!, \quad \text{avec } E(m_t) = \mu t .$$

où  $m_t$  est le nombre d'événements observés sur l'intervalle  $[0 ; t]$ .

L'hypothèse alternative  $H_1$  est celle d'un processus d'occurrence qui ne respecte pas une des propriétés du processus de Poisson : événements indépendants, processus d'occurrence homogène dans le temps, probabilité négligeable de deux événements très rapprochés.

On peut s'intéresser à la distribution conditionnelle  $w_k^*(t)$  du nombre  $m_t$  d'événements à une date  $t$  donnée, sachant que  $N$  événements ont été recensés sur la période  $[0 ; t_{fin}]$  :

$$w_k^*(t) = \text{Prob}[ m_t = k \mid m_{t_{fin}} = N ]$$

Dans le cas d'un processus de Poisson, cette distribution a pour expression

$$w_k^*(t) = [ w_k(t) w_{N-k}(t_{fin} - t) ] / w_N(t_{fin}) = C_N^k (t/t_{fin})^k \cdot (1-t/t_{fin})^{N-k}$$

Lang (1995) a donné les valeurs des bornes de l'intervalle de tolérance de la variable  $m_t$ , sachant que  $N$  événements ont été recensés sur la période  $[0 ; t_{fin}]$  :

$$\text{Prob} [ \mu t_j + \varepsilon_j (0.05) < m_{t_j} < \mu t_j + \varepsilon_j (0.95) ] = 0.90$$

avec :

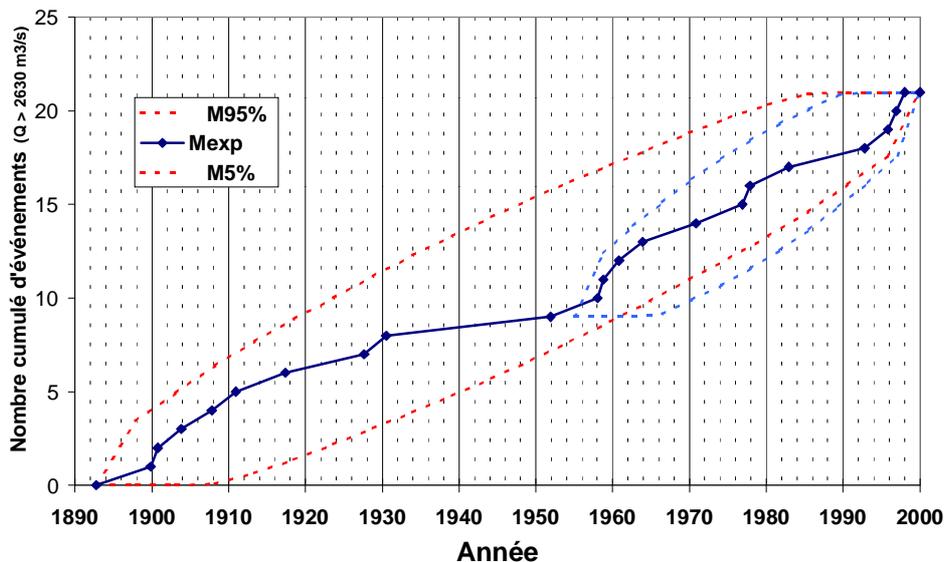
$$\begin{aligned} \mu &= N / t_{fin} \\ t_j &= (j / N) t_{fin} \\ \varepsilon_j &= m_{t_j} - \mu t_j \end{aligned}$$

Les bornes  $\varepsilon_j (0.05)$  et  $\varepsilon_j (0.95)$  vérifient les conditions (Lang *et al.*, 1999) :

$$\sum_{k=0}^{\mu t_j + \varepsilon_j (0.05)} \binom{NF}{k} (j / NF)^k (1 - j / NF)^{NF-k} = 0.05$$

$$\sum_{k=0}^{\mu t_j + \varepsilon_j (0.95) - 1} \binom{NF}{k} (j / NF)^k (1 - j / NF)^{NF-k} = 0.95$$

Le graphique suivant illustre l'application du test sur les débits de crue de l'Ardèche à St-Martin (Lang *et al.*, 2002) : la courbe expérimentale du nombre cumulé d'événements de crue dont le débit de pointe est supérieur à 2630 m<sup>3</sup>/s se situe à l'intérieur de l'intervalle de tolérance à 90%, que ce soit sur la période récente 1955-2000 (relevés automatisés) que sur la période 1890-2000 (relevé du service d'annonce des crues).



## 7 Analyse comparative de la puissance de quelques tests statistiques univariés

La décision de privilégier une procédure par rapport à une autre doit s'appuyer sur des considérations objectives. Les qualités recherchées pour les tests statistiques sont les suivantes :

- ✓ **La puissance** : c'est la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle si la série est non-stationnaire (probabilité de détecter une rupture ou une tendance). Les tests les plus puissants seront bien entendu privilégiés.
- ✓ **La robustesse** : c'est la propriété d'un test dont le résultat s'avère être indépendant du fait que ses conditions d'application sont ou non vérifiées.

En effet, l'intérêt n'est pas de sélectionner des tests sur la base de leurs performances dans des conditions idéales (normalité, indépendance) mais pour des situations susceptibles d'être rencontrées en pratique. Les séries hydrologiques sont en effet rarement symétriques et la condition de normalité n'est donc pas toujours vérifiée. Il s'agit donc de déterminer si les tests proposés sont robustes vis-à-vis des conditions d'indépendance et de normalité.

Dans la littérature sur les tests de stationnarité dans les séries chronologiques, la distribution de la statistique du test sous l'hypothèse alternative est très rarement mentionnée. Nous aurons donc recours aux simulations pour nous donner une idée de la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle en relation avec l'amplitude du changement en moyenne et le nombre d'éléments de la série.

Dans le cadre de son projet de recherche, Lemaitre (2002) a évalué les performances de quelques tests classiques présentés dans l'étude bibliographique. La puissance et l'influence des conditions d'application des tests ont été évaluées à l'aide de simulations type Monte Carlo. Dans le cadre du programme ICCARE (Identification et Conséquences d'une variabilité du Climat en AfRique de l'ouest non sahélienne, Servat, 1994), le centre de recherche IRD a construit 31 lots de 100 séries répondant à des conditions particulières : séries normales et log-normales stationnaires, séries perturbées par des ruptures d'amplitude variable (de 25% à 100% de l'écart-type) ou par des tendances (de pente variant entre 10 et 20% de la moyenne), séries autocorrélées (pour mesurer l'influence de la condition d'indépendance sur la fiabilité des résultats).

L'inconvénient de réaliser une estimation de puissance à partir de 100 simulations est l'imprécision relative des pourcentages évalués. Ces imprécisions ne sont pas gênantes si nous voulons simplement mettre en évidence une allure générale (comme pour l'étude de l'influence des conditions d'application sur la fiabilité des résultats) mais peuvent l'être davantage s'il s'agit de comparer précisément les performances relatives de chaque test. Pour des résultats plus précis, il conviendrait de réaliser bien plus de simulations .

Les tests suivants ont été programmés et appliqués aux séries simulées :

- ✓ Tests de tendance (Kendall et régression linéaire)
- ✓ Tests de rupture (tests basés sur les sommes cumulées des écarts à la moyenne, libre (CSL) ou non (CS), tests de rapport de vraisemblance de Worsley, de Buishand, test de Pettitt)

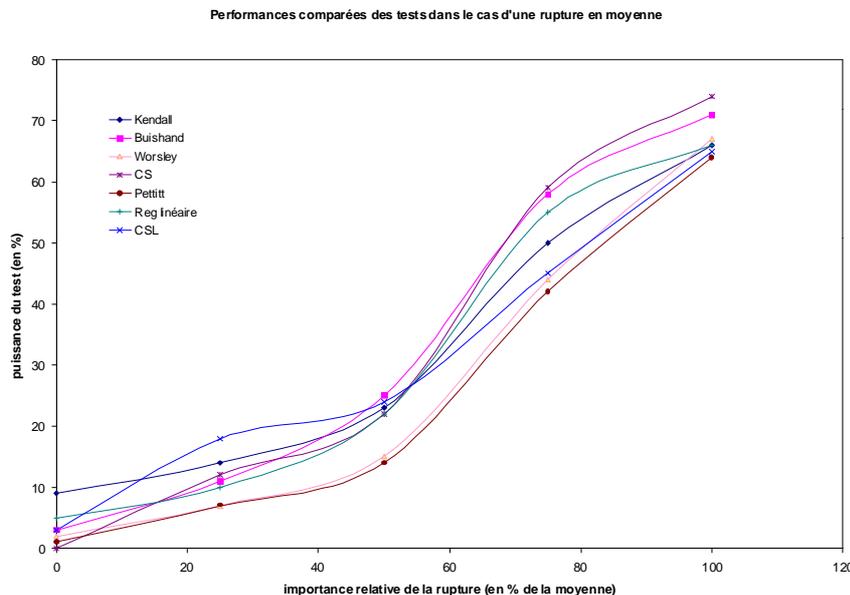
Parmi les tests évoqués en partie bibliographique, nous avons écarté les tests peu appropriés à une analyse de stationnarité et ceux dont il existe un équivalent déjà retenu dans la liste ci-dessous (par exemple, Spearman et Kendall sont deux tests équivalents). Nous nous sommes de plus limités aux tests de détection de rupture unique et de tendance. Notons que les études de puissance des tests de Kendall, Buishand et Pettitt ont déjà été réalisées par Lubès-Niel *et al.* (1998) avec les mêmes séries.

## 7.1 Capacité des tests à détecter une rupture

Les puissances des différents tests présentent des allures comparables et des résultats quasi-équivalents. Le graphique suivant montre que les performances des tests classiques pour détecter des changements brutaux dans la moyenne sont peu satisfaisants :

- Plus de 75% des ruptures d'amplitude 50% de la valeur de l'écart-type ne sont pas détectées !
- Seule 1 rupture sur 2 est détectée lorsque l'amplitude de cette dernière est de 80%
- Il faut une rupture importante (100% de l'écart-type) pour que la puissance du test soit correcte (70% des ruptures sont détectées).

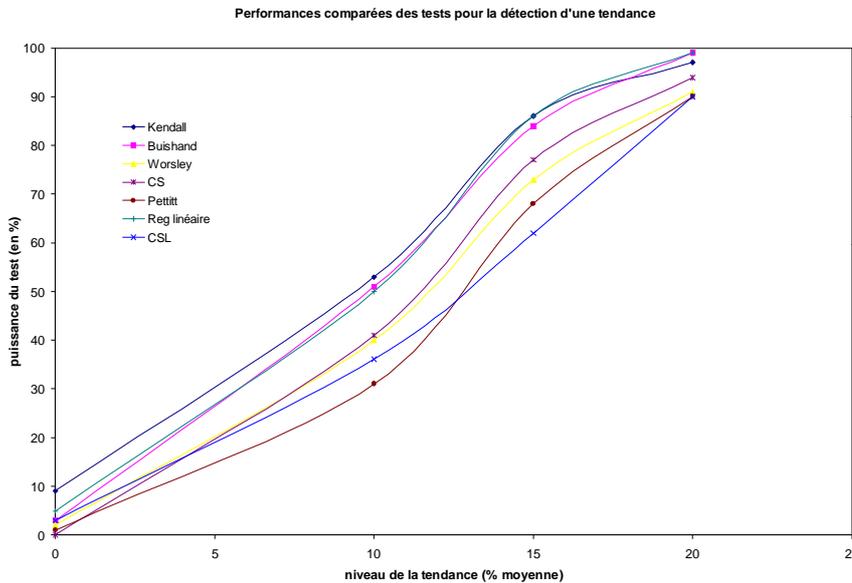
Tous ces tests sont peu puissants. Nous retrouvons les conclusions d'une étude de Buishand (1982) selon laquelle le problème mathématique de la détection d'un changement brutal dans la moyenne n'a pas encore trouvé de solution satisfaisante.



Par ailleurs, nous pouvons constater que les tests de tendance (Kendall et régression linéaire) donnent des résultats de même ordre que ceux de rupture, qui pourtant ont été conçus pour cela. Les tests les plus puissants (aux erreurs liées à l'incertitude de l'estimation empirique des puissances près) pour la détection d'une rupture semblent être ceux de Buishand et celui des écarts cumulés. Ce dernier, bien que très facile d'emploi, est rarement utilisé dans les analyses de stationnarité citées dans l'analyse bibliographique.

## 7.2 Capacité des tests à détecter une tendance

Les tests les plus puissants pour la détection d'une tendance sont les tests de Kendall et de la régression linéaire. Ce résultat est logique, ce sont en effet des tests de tendance. A l'exception du test de Buishand qui donne des résultats équivalents, les tests de détection de rupture sont moins puissants pour détecter des tendances. L'inverse n'était pourtant pas forcément vrai dans le cas de la recherche de ruptures.



## 7.3 Influence de l'indépendance des données

Cette partie a pour but de déterminer quelle est l'influence de la dépendance des données dans les résultats d'une étude de stationnarité. Pour cela, la dépendance temporelle d'une série sera appréciée par le coefficient d'autocorrélation, dont la définition est donnée ci-dessous.

$$R_I = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x(i) - \bar{X})(x(i+1) - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (x(i) - \bar{X})^2}$$

Ce coefficient mesure le degré de corrélation entre les termes successifs de la série.

Lors des simulations, nous avons cherché à mesurer l'impact de la dépendance des données sur la fiabilité des résultats des tests statistiques (mesurée à travers le risque de première espèce  $\alpha$  du test). Pour cela, le niveau  $\alpha$  a été calculé pour différentes valeurs de  $R_I$  : 0, 0,3, 0,6 et 0,9 (une série indépendante a un coefficient de 0,  $R_I$  varie de  $-1$  à  $+1$ ). Les résultats de ces simulations apparaissent sur le graphique ci-dessous.

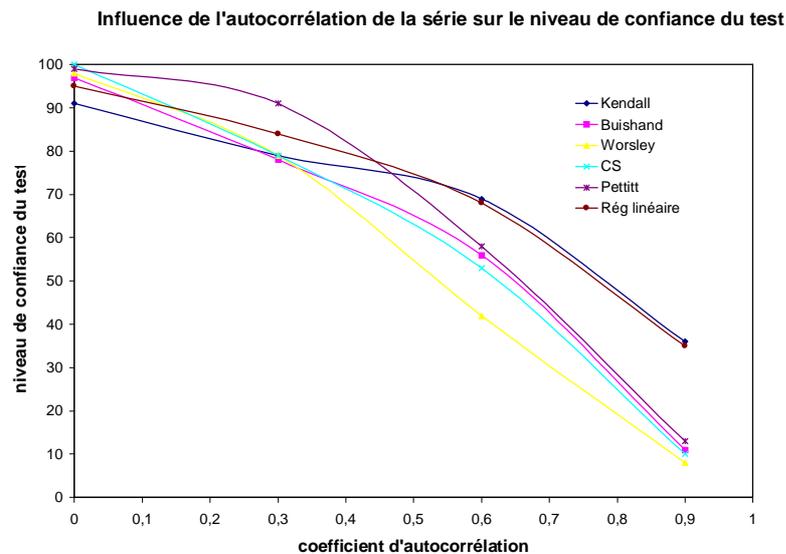
Cette petite étude montre l'importance de l'hypothèse d'indépendance. On peut estimer qu'au delà d'un coefficient d'autocorrélation de 0,3, les tests ne sont plus applicables, le niveau de confiance étant beaucoup trop bas.

Le faible niveau du test pour une série à forte autocorrélation implique que les résultats du test sont peu fiables. Robson *et al.* (1998) étaient parvenu à la même conclusion. Ils ont appliqué des tests de tendance de deux manières : d'une part avec les données brutes et d'autre part, avec des techniques de permutation en bloc (valables malgré la dépendance des données), les résultats sont significativement différents.

Cela confirme l'importance de cette hypothèse pour pouvoir appliquer les tests statistiques. Il est donc nécessaire de la vérifier au préalable.

#### 7.4 Influence de la normalité des données

Pour vérifier l'importance de cette hypothèse, les résultats des tests utilisés avec des populations normale ou log-normale ont été comparés. Les résultats de ces simulations sont données en annexe 3 du rapport de Lemaitre (2002). Il y a peu de différences, les méthodes proposées sont donc robustes vis à vis de l'hypothèse de normalité.



#### 7.5 Capacité des tests à détecter plusieurs ruptures

Pour illustrer les performances de la procédure de Caussinus & Lyazrhi (section 5.4.3), Mestre (2000) a introduit plusieurs perturbations dans des séries générées aléatoirement. Ici,  $n=100$ , on superpose à des séries tirées d'une loi normale centrée réduite 6 ruptures d'amplitude  $\pm a$  en position 20, 40, 50, 70, 75 et 85, comme montré dans le tableau ci-après. 1000 échantillons sont générés. Le nombre  $k$  de ruptures détectées et l'histogramme de leurs positions sont présentés ci-dessous pour des amplitudes  $a$  successivement égales à 1.0, 2.0 et 3.0.

Bien entendu, les résultats s'améliorent lorsque l'amplitude  $a$  des ruptures augmente. Pour les faibles valeurs de  $a$ , les ruptures sont « noyées » dans le bruit aléatoire résiduel, et ne sont donc pas bien détectées en nombre et position.

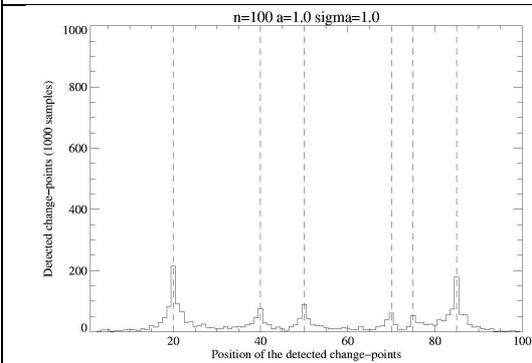
Pour  $a=2.0$ , la procédure détecte 4 ou 6 ruptures le plus souvent bien placées. La détection des accidents en position 70 et 75 est toujours un peu moins bonne, ces ruptures étant très proches l'une de l'autre.

Lorsque  $a=3.0$ , le pourcentage de cas où l'on détecte six ruptures atteint 80%, alors que le nombre de cas pour lesquels  $k>6$  reste modéré, ce qui illustre l'efficacité du terme de pénalisation.

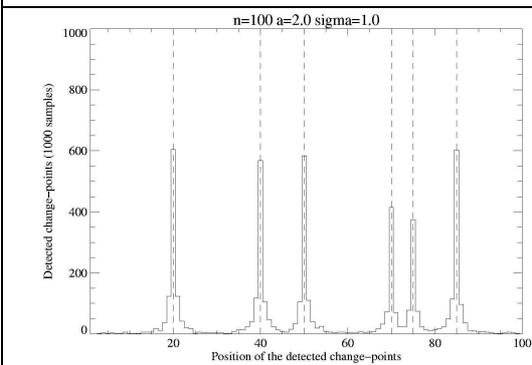
## Histogrammes de la position des ruptures détectées



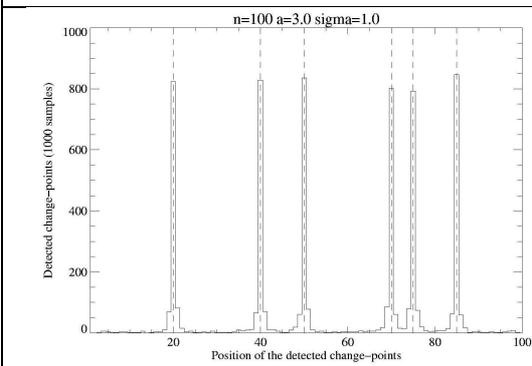
Pourcentage des valeurs observées de k  
(1000 échantillons)



| k   | a=1.0 |
|-----|-------|
| k=0 | 0.7%  |
| k=1 | 25.4% |
| k=2 | 19.6% |
| k=3 | 38.1% |
| k=4 | 12.2% |
| k=5 | 3.1%  |
| k=6 | 0.6%  |
| k=7 | 0.0%  |
| k>7 | 0.0%  |



| k   | a=2.0 |
|-----|-------|
| k=0 | 0.0%  |
| k=1 | 0.0%  |
| k=2 | 0.5%  |
| k=3 | 2.0%  |
| k=4 | 35.1% |
| k=5 | 7.9%  |
| k=6 | 43.4% |
| k=7 | 8.3%  |
| k>7 | 2.8%  |



| k   | a=3.0 |
|-----|-------|
| k=0 | 0.0%  |
| k=1 | 0.0%  |
| k=2 | 0.0%  |
| k=3 | 0.0%  |
| k=4 | 1.2%  |
| k=5 | 0.5%  |
| k=6 | 80.9% |
| k=7 | 13.1% |
| k>7 | 4.3%  |

## 8 Procédures multivariées

Une analyse multivariée peut être utile à plusieurs niveaux. A titre d'exemple on peut citer :

- le niveau ponctuel c'est-à-dire à l'échelle de la station de mesure par exemple : elle permet alors de tester la stationnarité d'un phénomène (ici les crues) décrit par plusieurs variables (temps de montée, débit de pointe,...) en considérant les relations existant entre les variables ; c'est donc la stabilité de ces relations qui fait l'objet de l'analyse ;
- le niveau "régional" c'est-à-dire à l'échelle d'un ensemble de stations : ce type d'analyse permet de constituer des groupes de stations à l'intérieur desquels des comportements similaires vis à vis des variables peuvent être mis en évidence tout en considérant leur évolution au cours du temps.

Plusieurs techniques d'analyse de ce type sont décrites ci-après.

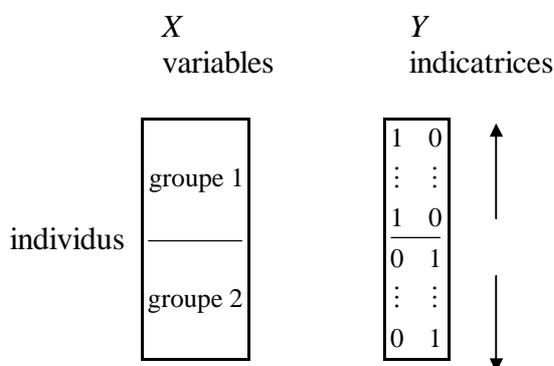
### 8.1 Tests de permutation (Bry, 1996)

Des tests de permutation peuvent être mis en œuvre dans le cadre d'une étude de stationnarité lorsque l'hypothèse de normalité ou de multi-normalité des distributions de probabilité des variables étudiées ne peut pas être raisonnablement retenue pour appliquer les tests paramétriques classiques.

La procédure qui va être décrite consiste donc à "comparer" deux ou plusieurs groupes d'individus décrits par  $p$  variables pour vérifier s'ils sont significativement différents vis à vis des variables en présence. La constitution des groupes est faite *a priori*. Nous considérerons pour la présentation qui suit le cas de deux groupes.

L'hypothèse nulle du test se traduit par l'absence de changement structurel significatif entre les groupes. L'hypothèse alternative est celle d'un changement sans que la nature de celui-ci puisse être caractérisée.

Le test de permutation, présenté par Kazi-Aoual *et al.* (1995), Good (2000), et appliqué par Khodja *et al.* (1998), Lubès-Niel *et al.* (2001), consiste à définir une statistique dépendant des données des deux groupes et à la comparer à toutes celles obtenues après permutation des observations. La statistique retenue repose sur la formulation du problème qui a été adoptée. Celle-ci s'exprime ici en termes d'indépendance entre un tableau  $Y$  croisant en lignes les individus et en colonnes les indicatrices (1 ou 0) caractérisant l'appartenance (1) ou non (0) de chaque individu au premier groupe (1<sup>ère</sup> colonne) et au deuxième groupe (2<sup>ème</sup> colonne), et un tableau  $X$  croisant de même en lignes les individus et en colonnes les variables.



Le problème posé revient à étudier l'influence du tableau  $X$  sur le tableau  $Y$ . En d'autres termes,  $Y$  peut-il être expliqué par  $X$  ? La relation entre  $X$  et  $Y$  est étudiée par l'Analyse en Composantes Principales sur Variables Instrumentales (ACPVI). La statistique tirée de

l'ACPVI qui fait l'objet du test est donnée par l'expression :  $\frac{\text{trace}(X(X'X)^{-1}X'YY')}{\text{trace}(YY')}$ .

L'hypothèse nulle d'indépendance des deux tableaux, c'est-à-dire d'absence de changement entre les deux groupes est rejetée avec un risque  $\alpha$  si la probabilité de dépassement de la statistique ci-dessus  $\hat{\alpha}$  évaluée au moyen des permutations est telle que  $\hat{\alpha} \leq \alpha$ . En pratique, sous l'hypothèse nulle, Mardia (1971) calcule les valeurs exactes des trois premiers moments de la statistique sans générer la moindre permutation des observations. Kazi-Aoual *et al.* (1995) approximent ainsi la statistique considérée par une distribution connue, normale, Bêta ou encore Pearson de type III, et calculent ainsi sa probabilité de dépassement  $\hat{\alpha}$ . En fait le test est ici utilisé sous sa forme bilatérale, l'hypothèse alternative du changement n'étant pas davantage caractérisée. Ainsi  $\hat{\alpha}$  est comparée à  $\alpha$  si  $\hat{\alpha}$  est inférieure à 0.5; dans le cas inverse c'est  $(1 - \hat{\alpha})$  qui est comparée à  $\alpha$ .

La statistique tirée de l'ACPVI qui fait ici l'objet du test peut être interprétée comme une moyenne pondérée des carrés des coefficients de corrélation multiple entre les composantes du groupe  $Y$  et les variables de prédiction du groupe  $X$ .

Cette méthode peut donc être mise en œuvre par station pour l'étude des crues pour tester si de part et d'autre d'une date de changement de comportement supposée, ce changement est effectivement significatif au regard d'un groupe de variables considéré

## 8.2 Méthode STATIS (Structuration des Tableaux A Trois Indices de la Statistique) (Dazy & Le Barzic, 1996, Lavit, 1988)

Il s'agit d'une analyse conjointe de  $K$  tableaux de données (par exemple stations) quantitatives où  $p$  variables (colonnes) ont été mesurées sur les mêmes  $n$  individus (lignes, par exemple années). La démarche consiste à comparer les tableaux entre eux et à fournir des graphiques mettant en évidence les ressemblances et les dissemblances. La première partie de l'analyse STATIS porte sur la définition de l'interstructure c'est-à-dire des relations qui existent entre les tableaux  $X_k$  ( $k$  variant de 1 à  $K$ ) de dimension  $n \times p$ . Des centrages et réductions peuvent être appliqués sur chaque tableau. L'objectif recherché est une structure des individus commune aux tableaux. On s'intéresse donc aux distances entre les individus pour apprécier leur stabilité d'un tableau à l'autre. Le calcul des distances entre tableaux est traduit en calcul des distances entre les objets  $W_k$ , matrices des produits scalaires  $X_k X_k'$  entre les individus ( $X_k'$  désigne la transposée de  $X_k$ ). La matrice des produits scalaires normés entre les objets  $W_k$  est celle des coefficients de corrélations vectorielles (ou  $RV$ ). Le coefficient de corrélation vectorielle entre les tableaux  $X_{k_1}$  et  $X_{k_2}$  s'exprime par

$$RV(X_{k_1}, X_{k_2}) = \frac{\text{trace}(DW_{k_1}DW_{k_2})}{\sqrt{\text{trace}(DW_{k_1}DW_{k_1})\text{trace}(DW_{k_2}DW_{k_2})}}. \text{ La matrice } D = \frac{1}{n}I_n \text{ est la métrique des poids}$$

des colonnes. La diagonalisation de la matrice des coefficients de corrélations vectorielles permet d'obtenir le meilleur résumé possible de l'information détenue par cette matrice. Pour obtenir une image euclidienne des  $K$  tableaux, on associe aux objets  $W_1, \dots, W_K$  des points  $A_1, \dots, A_K$ . Les coordonnées des points  $A_k$  sur l'axe  $i$  sont les composantes du vecteur  $\sqrt{\lambda_i} \gamma_i$  de dimension  $K$ ,  $\lambda_i$   $i^{\text{ème}}$  valeur propre de la matrice des  $RV$  associée au  $i^{\text{ème}}$  vecteur propre  $\gamma_i$  de cette même matrice. En pratique on se restreint aux deux premiers axes, et on obtient une image euclidienne approchée des  $K$  tableaux associée aux produits scalaires entre objets. La distance entre deux points  $A_{k_1}$  et  $A_{k_2}$  est la meilleure approximation possible de la distance entre

les objets représentatifs des tableaux  $X_{k_1}$  et  $X_{k_2}$ . La représentation plane des tableaux dans le premier plan principal permet de visualiser "l'interstructure" ; la proximité de deux points convenablement représentés dans ce plan traduit l'existence d'une structure des individus commune aux tableaux. Il faut noter qu'un développement analogue peut être fait dans le cas où l'on s'intéresse non pas aux distances entre individus mais aux corrélations entre variables pour étudier leur stabilité à travers les  $K$  tableaux, c'est la méthode STATIS duale. A chaque tableau on associe alors non pas un objet  $W_k$  mais un objet  $V_k$  défini par  $X_k^t X_k$ . Nous nous plaçons par la suite dans le cas des objets  $W_k$ . Dans l'hypothèse où cette structure commune peut être effectivement retenue, la deuxième partie de l'analyse consiste à définir une matrice dite compromis qui est un bon résumé de l'ensemble des tableaux. Il s'agit d'un tableau de produits scalaires compromis entre les individus. Le compromis  $W$  s'écrit :  $W = \sum_{k=1}^K \alpha_k W_k$ . Il

s'agit de l'objet le plus corrélé avec les objets  $W_k$ . Les coefficients  $\alpha_k$  s'expriment par :  $\alpha_k = \frac{1}{\lambda_1} \gamma_1^k$ ,  $\gamma_1^k$  désignant la  $k^{\text{ième}}$  coordonnée du premier vecteur propre de la matrice des  $RV$ .

L'image euclidienne compromis des  $n$  individus est obtenue par diagonalisation de la matrice  $WD$  de taille  $n \times n$ . Elle est identique à celle que l'on trouverait en effectuant l'analyse en composantes principales du tableau construit à partir de la juxtaposition des tableaux initiaux multipliés par les coefficients  $\sqrt{\alpha_k}$ . En effet le produit scalaire de ce tableau est identique à  $W$ . En plus de la représentation des individus compromis, on peut également calculer les corrélations de chaque composante principale du compromis avec les variables de chaque tableau, ce qui permet de donner une signification aux axes.

La méthode qui vient d'être présentée n'est pas spécifiquement dédiée à la détection de changements dans les caractéristiques statistiques des variables. Toutefois des premiers essais par simulation montrent que la méthode STATIS (et STATIS duale aussi) est adaptée à la détection de rupture sur la moyenne de toutes ou partie des variables considérées. C'est d'abord l'analyse de l'interstructure qui permet cette détection. Les conditions ici simplificatrices de la simulation mise en œuvre consistent à générer 10 tableaux corrélés définis à partir de 5 variables sur 50 individus, les variables étant distribuées selon une loi Pearson III (moyenne 1500, écart-type 300, coefficient de dissymétrie 0.7) et présentant une matrice de corrélation dont tous les termes extra-diagonaux sont égaux à 0.6. Un premier tableau étant ainsi simulé, les neuf autres tableaux ont été déduits en ajoutant à chaque terme un résidu aléatoire tiré dans une loi normale (réduite ou de moyenne 150 et d'écart-type 30). Une première exécution de la méthode a permis de confirmer l'excellente interstructure générée. Les simulations suivantes ont consisté alors à introduire :

1-une rupture sur la moyenne de toutes les variables de tous les tableaux à partir de l'individu 26

2-une rupture sur la moyenne de toutes les variables des tableaux 1 à 7 à partir de l'individu 26

3-une rupture sur la moyenne des variables 4 et 5 de tous les tableaux à partir de l'individu 26

4-une rupture sur la moyenne des variables 4 et 5 des tableaux 1 à 7 à partir de l'individu 26.

Les taux de rupture appliqués sont de 10% et 20% sur la moyenne.

Les simulations par STATIS ont confirmé dans les cas 1 et 3 une très bonne interstructure, les perturbations introduites ayant été communes à tous les tableaux. Les cubes de données de crues qui pourraient être analysés par la méthode ne seront donc informatifs sur d'éventuels changements que si une différenciation de comportement existe entre les tableaux. Les cercles de corrélation déduits de l'analyse du compromis révèlent une très bonne corrélation entre les 5 variables dans le cas 1, et deux groupes de variables presque indépendants dans le cas 3, les

variables 1, 2 et 3 d'une part, 4 et 5 d'autre part. Enfin l'image euclidienne compromis des individus sur le premier plan oppose très distinctement les individus 1 à 25 d'une part, et 26 à 50 d'autre part.

Les simulations 2 et 4 ont montré quant à elles très clairement (il s'agit d'un cas d'école) deux groupes de tableaux distincts, la structure des individus n'étant pas commune à tous les tableaux.

Des simulations plus poussées pourront être réalisées mais d'ores et déjà il apparaît que la méthode peut être tout à fait appropriée pour révéler des changements de type rupture (et peut-être d'autres...).

### **8.3 L'Analyse des Correspondances multiples (ACM) (Gautier et al., 1998)**

L'approche multivariée peut aussi être développée pour faire la synthèse de résultats d'analyses mises en œuvre variable par variable. Pour illustrer ce type de traitement, l'exemple de la variabilité du régime pluviométrique de l'Afrique de l'Ouest non sahélienne entre 1950 et 1989 est ici présenté (Gautier et al., 1998).

La variabilité du régime pluviométrique peut être caractérisée par plusieurs variables. Même si la plus sensible d'entre elles reste le total pluviométrique annuel, d'autres variables telles que le nombre annuel de jours de pluie, les dates de début et de fin des saisons humides, la durée des saisons humides, la hauteur des précipitations en saison sèche, permettent de caractériser d'autres aspects du régime pluviométrique de l'Afrique de l'Ouest. Les séries chronologiques au pas de temps annuel portant sur ces variables ont été soumises à un certain nombre de tests statistiques univariés de stationnarité et plus particulièrement de détection de ruptures (test de corrélation sur les rangs, test de Pettitt, test de Buishand, méthode bayésienne de Lee et Heghinian, procédure de segmentation). Les résultats obtenus sur chaque site de mesure et pour chacune des variables étudiées nécessitent de mettre en œuvre une démarche appropriée pour faciliter leur interprétation globale. Le recours à des méthodes statistiques multivariées permettant de regrouper des stations aux comportements similaires et de présenter une carte capable d'identifier et de localiser les modifications survenues dans le régime pluviométrique, s'est révélé judicieux.

Appliqués à chaque site de mesure et variable par variable, les tests univariés ont donné des résultats concordants du moins au niveau de la reconnaissance d'une hétérogénéité dans une série, même si les estimations des points de rupture en moyenne données par plusieurs tests diffèrent parfois de quelques années. Il a donc été possible par variable et par station d'établir un diagnostic du type "série homogène" ou "rupture en 19..". Ces nouvelles données ont ensuite été soumises à une analyse des correspondances multiples (ACM). Une telle analyse s'attache à étudier les liaisons qui existent entre plusieurs caractères qualitatifs après recours à une mise sous forme disjonctive des variables (Bouroche et Saporta, 1980). Le tableau disjonctif complet est constitué en lignes des stations (104 lorsque toutes les variables sont considérées) et en colonnes des années groupées entre 1950 et 1989 par périodes d'au moins trois ans encadrant les dates de rupture éventuelles, et ce pour toutes les variables considérées, chaque colonne étant dédoublée pour indiquer la caractéristique soit "rupture" soit "non-rupture" selon un codage respectif en 1 et en 0.

Exemple de tableau de données soumises à l'ACM (cas de deux variables)

| VARIABLE 1 |             | VARIABLE 2 |             |         |             |     |         |             |         |             |     |         |             |
|------------|-------------|------------|-------------|---------|-------------|-----|---------|-------------|---------|-------------|-----|---------|-------------|
| 50-55      | 50-55       | 56-59      | 56-59       | 60-64   | 60-64       | ... | 83-89   | 83-89       | 50-57   | 50-57       | ... | 85-89   | 85-89       |
| rupture    | non-rupture | rupture    | non-rupture | rupture | non-rupture |     | rupture | non-rupture | rupture | non-rupture |     | rupture | non-rupture |
| 0          | 0           | 0          | 0           | 1       | 0           | 0   | 0       | 0           | 0       | 0           | 1   | 0       | 0           |
| 0          | 0           | 0          | 0           | 0       | 1           | 0   | 0       | 0           | 1       | 0           | 0   | 0       | 0           |
| 0          | 1           | 0          | 0           | 0       | 0           | 0   | 0       | 0           | 0       | 0           | 0   | 1       | 0           |
| 1          | 0           | 0          | 0           | 0       | 0           | 0   | 0       | 0           | 0       | 1           | 0   | 0       | 0           |
| 0          | 0           | 1          | 0           | 0       | 0           | 0   | 0       | 0           | 0       | 0           | 1   | 0       | 0           |
| 0          | 0           | 0          | 0           | 0       | 0           | 1   | 0       | 0           | 0       | 0           | 0   | 0       | 1           |
| 0          | 0           | 0          | 1           | 0       | 0           | 0   | 0       | 0           | 0       | 0           | 0   | 1       | 0           |

*autant de lignes que de stations*

L'ACM permet de dégager des proximités entre colonnes, c'est-à-dire, des proximités de points moyens de modalités représentant plusieurs individus (Saporta, 1990). La lecture de ces proximités découle de la réduction et de la représentation de l'information (inertie) contenue dans le tableau à analyser dans un espace comportant un faible nombre de dimensions. Le nuage de points représentant les stations est ensuite interprété selon les directions d'inertie maximale. L'ACM regroupe donc ici des stations qui vis à vis de chacune des variables n'ont pas exactement la même réponse aux tests de rupture, mais qui globalement ont un comportement suffisamment proche sur un ensemble réduit de modalités pour être apparentées. De fait deux stations sont jugées semblables si elles sont proches dans l'espace vectoriel formé par les modalités des variables. Dans le cas de l'étude du régime pluviométrique de l'Afrique de l'Ouest, cette méthode a permis de déterminer 6 groupes de stations aux comportements homogènes et de produire une cartographie de cette synthèse.

#### **8.4 Analyse exploratoire multidimensionnelle et test multivarié de détection de rupture en moyenne (Khodja et al., 1998)**

Une approche spatio-temporelle généralisée au cas multivarié est ici abordée par une analyse exploratoire multidimensionnelle. L'objectif est de former des groupes de stations caractérisés par des comportements pluviométriques similaires et d'appliquer ensuite un test multivarié de détection de rupture en moyenne. Les données ayant servi à cette étude sont les mêmes que précédemment caractérisant le régime pluviométrique de l'Afrique de l'Ouest.

Les groupes de stations sont constitués grâce à la méthode STATIS, les stations définissant les tableaux portant en lignes les années et en colonnes les variables. Un test de permutation s'appuyant sur la statistique de l'Analyse des Corrélations Canoniques (Kazi-Aoual *et al.*, 1995) a confirmé l'existence de différences significatives entre ces groupes. Pour chaque groupe et pour chaque variable une série moyenne établie à partir de la moyenne arithmétique des valeurs des stations constitutives du groupe a été établie. Un test multivarié de rupture en moyenne a ensuite été appliqué sur chaque groupe. Le test se place dans le cadre du modèle multilinéaire gaussien décrit ci-après.

$x_1, x_2, \dots, x_N$ ,  $N$  vecteurs aléatoires obéissant au modèle :

$$x_i = \mu_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, N \text{ où } x_i = \begin{pmatrix} x_i^1 \\ \vdots \\ x_i^p \end{pmatrix}, \mu_i = \begin{pmatrix} \mu_i^1 \\ \vdots \\ \mu_i^p \end{pmatrix}, \varepsilon_i = \begin{pmatrix} \varepsilon_i^1 \\ \vdots \\ \varepsilon_i^p \end{pmatrix}, \varepsilon_i \approx N_p(0, \Sigma), \varepsilon_i \text{ iid}, p \text{ étant le nombre de}$$

variables.

Il s'agit donc de tester l'hypothèse d'égalité des moyennes,

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_N$  contre l'hypothèse alternative de rupture en moyenne en  $r$ ,

$H_1: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_r \neq \mu_{r+1} = \mu_{r+2} = \dots = \mu_N$  dans le cas où  $r$  et  $\Sigma$  sont inconnus. La statistique bayésienne proposée par Srivastava et Carter (1983) fait l'objet du test utilisé. Si l'hypothèse  $H_0$  est rejetée, la position du point de rupture est estimée par la méthode du maximum de vraisemblance.

Soient  $\bar{x}_r, \bar{x}_{N-r}$  et  $\hat{\Sigma}$  les estimateurs du maximum de vraisemblance sous  $H_1$  de  $\mu_1, \mu_N$  et  $\Sigma$  respectivement. En faisant varier  $r$  entre 1 et  $N-1$ , on considère les couples d'échantillons  $(x_1, x_2, \dots, x_r)$  et  $(x_{r+1}, x_{r+2}, \dots, x_N)$  pour lesquels on calcule les estimations des distances de Mahalanobis données par  $D_r^2 = (\bar{x}_r - \bar{x}_{N-r})' \hat{\Sigma}^{-1} (\bar{x}_r - \bar{x}_{N-r})$ . Le point de rupture estimé  $\hat{r}$  est tel que  $D_{\hat{r}}^2$  soit maximale. En fait en notant :

$$\hat{\Sigma} = \sum_{i=1}^r (x_i - \bar{x}_r)(x_i - \bar{x}_r)' + \sum_{i=r+1}^N (x_i - \bar{x}_{N-r})(x_i - \bar{x}_{N-r})', \hat{r} \text{ est celui qui maximise la statistique :}$$

$$T_r^2 = N^{-1} r(N-r) (\bar{x}_r - \bar{x}_{N-r})' \hat{\Sigma}^{-1} (\bar{x}_r - \bar{x}_{N-r}).$$

Cette méthode appliquée aux données pluviométriques de l'Afrique de l'Ouest a donné des résultats cohérents avec ceux obtenus à partir de l'approche ACM.

## 8.5 Règle bayésienne de Caussinus & Lyazrhi (1997)

### 8.5.1 Notations

Cette règle générale est adaptée à la détection de ruptures dans un modèle linéaire gaussien. Elle peut être utilisée dans le cas simple de l'échantillon gaussien (cf. §3.3.4), mais également dans un cadre multidimensionnel comme ci-après.

On considère  $n$  variables aléatoires réelles  $Y_i$  ( $i=1, \dots, n$ ). Soit  $Y$  le vecteur colonne des  $Y_i$ , et on considère que la distribution de  $Y$  est  $n$ -dimensionnelle normale  $N_n(\mu, \sigma^2 I_n)$ . Les différents modèles diffèrent dans l'espace des  $\mu$ .

L'hypothèse nulle est définie par :

$H_\emptyset: \mu \in Q$ , ce qui équivaut à dire que  $\mu = X\beta$ , où  $\beta$  est un vecteur de  $q$  paramètres et  $X$  est une matrice de plein rang  $n \times q$  dont les colonnes engendrent  $Q$ .

Soit  $Q_J$  un sous-espace de  $\mathbb{R}^n$  contenu dans  $Q^\perp$ . Soit  $H_J$  l'hypothèse définie par  $H_J: \mu \in Q \oplus Q_J$ .

Si la dimension de  $Q_J$  est  $q_J$ ,  $Q_J$  est généralement engendré par les colonnes de la matrice  $n \times q_J$   $\Pi_{Q^\perp} X_J$ ,  $\Pi_{Q^\perp}$  désignant le projecteur sur l'orthogonal de  $Q$ .

Le vecteur  $\mu$  s'écrit alors :  $\mu = X\beta + \Pi_{Q^\perp} X_J \beta_J$ .

Tous les problèmes traités par la suite peuvent se présenter comme le choix d'une hypothèse parmi l'ensemble des  $H_J$  (y compris l'hypothèse nulle  $H_\emptyset$ ).

Ce cadre est bien adapté au problème de la détection de ruptures ou de points aberrants intervenant dans la *moyenne* d'un modèle linéaire. On note  $J_1$  (respectivement  $J_2$ ) le sous-ensemble de  $\{1,2,\dots,n\}$  contenant les positions des ruptures (resp. points aberrants). On pose  $|J_1| =$  cardinal de  $J_1$ . De même pour  $|J_2|$ . On considère alors  $J=(J_1,J_2)$  constitué des deux sous-ensembles  $J_1$  et  $J_2$ .

$H_\emptyset$  est associée au modèle non perturbé (sans ruptures ou points aberrants), c'est à dire  $J=\emptyset=J_1=J_2$ . De manière générale on considère les hypothèses  $H_J$ .

On note comme plus haut  $e_j$  le  $j^{\text{ème}}$  vecteur de la base canonique de  $\mathbb{R}^n$  et  $\mathbf{1}$  le vecteur de dimension  $n$  dont toutes les coordonnées sont égales à 1. Enfin  $\mathbf{1}_k$  est le vecteur de  $\mathbb{R}^n$  dont les  $k$  premières coordonnées sont nulles, les  $n-k$  suivantes étant égales à 1 (cf. ci-dessous).

$$e_j = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ j \\ \vdots \\ n \end{matrix} \quad \mathbf{1} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ n \end{matrix} \quad \mathbf{1}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ k \\ \vdots \\ n \end{matrix} \quad \sim [1_k | e_j] = \begin{bmatrix} 00 \\ 00 \\ \ddots \\ 01 \\ 10 \\ 10 \\ \vdots \\ i0 \\ 10 \end{bmatrix}$$

### 8.5.2 Ruptures et points aberrants dans un modèle de régression simple

Pour un modèle sans perturbations :  $IE(Y)=X\beta$  où  $X=[x|\mathbf{1}]$  et  $x=(x_1,x_2,\dots,x_n)$ . Alors  $Q$  est engendré par  $x$  et  $\mathbf{1}$ . Pour  $i=1,\dots,n$ ,  $IE(Y_i)=\alpha_1+\beta_1x_i$ . Pour un modèle de régression simple  $q=2$ . Sous  $H_J$ ,  $J=(J_1=\{k\}, J_2=\{j\})$  avec  $j>k$  le modèle s'écrit :

$$\begin{aligned} IE(Y_i) &= \alpha_1 + \beta_1 x_i && \text{pour } i=1..k \\ IE(Y_i) &= \alpha_1 + \beta_1 x_i + \alpha_2 + \beta_2 x_i && \text{pour } i=k+1,\dots,j-1,j+1,\dots,n \\ IE(Y_i) &= \alpha_1 + \beta_1 x_i + \alpha_2 + \beta_2 x_i + \lambda && \text{pour } i=j \\ &&& \dots k \text{ fois...} \end{aligned}$$

$Q_J$  est engendré par  $\Pi_Q^\perp(e_j)$ ,  $\Pi_Q^\perp(\mathbf{1}_k)$  et  $\Pi_Q^\perp(x_k^*)$  en posant  $x_k^* = (0,0,\dots,0,x_{k+1},\dots,x_n)$ . Ces résultats sont aisément généralisables au cas de la régression multidimensionnelle.

Si l'on impose une contrainte de continuité dans le cas d'une seule rupture en  $k$ , par exemple, le modèle devient :

$$\begin{aligned} H_\emptyset : & IE(Y) = \alpha \mathbf{1} + \beta x \\ H_J : J_1 = \{k\}, J_2 = \emptyset & IE(Y) = \alpha \mathbf{1} + \beta x + \gamma x_k^{**} \text{ avec } \gamma \neq 0, 2 \leq k \leq n-2 \end{aligned}$$

...k fois...  
avec  $x_k^{**} = (0,0,\dots,0,x_{k+1}-x_k,\dots,x_n-x_k)$ .

### 8.5.3 Règle de Caussinus & Lyazrhi

La règle bayésienne proposée par Caussinus & Lyazrhi est la suivante :

*choisir  $H_{J^*}$  telle que :*

$$J^* = \text{ARGMIN}_J \left( 0; \ln(1 - \|\Pi_{Q_j}(T)\|^2) + \frac{2|J|}{m} \ln(n), J \neq \emptyset \right)$$

Avec :  $C_J(Y) = \ln \left( 1 - \frac{\|\Pi_{Q_j}(Y)\|^2}{\|\Pi_{Q_j}(T)\|^2} \right) + \frac{2|J|}{m} \ln(n) = \ln \left( 1 - \|\Pi_{Q_j}(T)\|^2 \right) + \frac{2|J|}{n-q} \ln(n)$  et  $C_{\emptyset}(Y) = 0$ .

Les différents modèles sont définis sous forme matricielle par :  $\mu = X\beta + \Pi_{Q_j} X_j \beta_j$ . Pour le calcul pratique des projections, si l'on pose R comme le vecteur des résidus, il vient :

$$R = Y - X(X'X)^{-1}X'Y, \|R\|^2 = R'R \text{ et } \|\Pi_{Q_j}(T)\|^2 = \frac{R'X_j \left( X_j'(I_n - X(X'X)^{-1}X')X_j \right)^{-1} X_j'R}{\|R\|^2}$$

Cette procédure se ramène à un terme de log-vraisemblance pénalisée. La quantité  $2|J|/(n-q)\ln(n)$  permet de désavantager la détection d'un trop grand nombre de perturbations.

### 8.6 Détection de non stationnarités dans la relation pluie-débit d'un bassin versant (Andréassian, 2002, Andréassian et al., 2003)

L'interprétation physique d'une évolution significative dans le régime des crues renvoie à plusieurs causes possibles : tendance ou rupture liée à la métrologie (qualité des données), à la pluviométrie ou au stock neigeux (analyse multivariée sur ce type de variable) ou aux processus d'écoulement du bassin versant. Ce dernier type d'évolution peut être détecté à l'aide d'un test proposé par Andréassian (2002). Il consiste à diviser une période d'observation simultanée de pluies et de débits en  $N$  sous-périodes pour lesquelles sont calés  $N$  modèles pluie-débit :  $M_1, M_2 \dots M_N$ . Chacun de ces modèles  $M_i$  peut alors être utilisé pour reconstituer des débits  $Q_{i,j}$ , en raisonnant sur les précipitations  $P_j$  de la période n°  $j$ . La matrice suivante ( $Q_{i,j}$ ) résume l'ensemble des résultats obtenus :

| Sous-période | N°1  | N°2  | N°3  | N°4  |
|--------------|------|------|------|------|
| Pluie $P_1$  | 2113 | 1616 | 1749 | 1740 |
| Pluie $P_2$  | 1697 | 1244 | 1355 | 1360 |
| Pluie $P_3$  | 1765 | 1328 | 1442 | 1438 |
| Pluie $P_4$  | 1577 | 1145 | 1249 | 1254 |

Une visualisation rapide de la présence de tendances consiste à présenter une matrice de signes ( $S_{i,j}$ ), d'après la convention suivante :

- $S_{i,i} = 0$
- $S_{i,j} = +$ , si  $(Q_{i,j} < Q_{i,i} \text{ et } j < i)$  ou  $(Q_{i,j} > Q_{i,i} \text{ et } j > i)$
- $S_{i,j} = -$ , si  $(Q_{i,j} > Q_{i,i} \text{ et } j < i)$  ou  $(Q_{i,j} < Q_{i,i} \text{ et } j > i)$

La matrice de signes  $(S_{i,j})$  associée à la matrice  $(Q_{i,j})$  précédente ne présente pas visiblement de tendance :

| Sous-période | N°1 | N°2 | N°3 | N°4 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|
| Pluie $P_1$  | 0   | -   | -   | -   |
| Pluie $P_2$  | -   | 0   | +   | +   |
| Pluie $P_3$  | -   | +   | 0   | -   |
| Pluie $P_4$  | -   | +   | +   | 0   |

L'hypothèse nulle  $H_0$  du test proposé par Andréassian (2002) consiste à supposer l'absence de tendance dans le processus d'écoulement pluie-débit. Ceci se traduit par le fait qu'une pluie  $P_j$  doit donner une sortie hydrologique  $Q_{i,j}$  quasiment constante (aux erreurs de mesure et calage près), quel que soit le modèle  $M_j$  utilisé pour faire la conversion pluie-débit. Sous l'hypothèse  $H_0$ , une permutation sur l'ordre chronologique des sous-période ne doit pas produire de changement significatif dans l'ordonnancement relatif des éléments de la matrice  $(Q_{i,j})$ . La statistique étudiée est la somme des différences avec la valeur de chaque diagonale :

$$S = \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{j=1}^{i-1} (q_{ii} - q_{ij}) + \sum_{j=i+1}^N (q_{ij} - q_{ii}) \right]$$

La valeur  $\alpha$  du risque de première espèce est obtenue par simulation en générant des matrices  $(Q'_{i,j})$  d'ordre  $N$ , en permutant les colonnes entre elles.

## 9 Approches régionales

Dans une optique de détection de tendance attribuée à un changement climatique, on s'attend à ce que des modifications affectent une région climatique homogène entière et qu'un même signal (type de non stationnarité, tendance à la hausse ou baisse, année de rupture...) soit observé en différents postes. Une analyse régionale s'avère nécessaire.

Les traitements opérés à l'échelle régionale se classent dans cinq catégories :

- vérification de la cohérence des résultats et interprétation ;
- définition de variables régionales et application des tests ;
- examen de la significativité du nombre de stations non-stationnaires observées à l'échelle de la région ;
- déclinaison d'un test de stationnarité ;
- approche géostatistique.

Ces différents points sont détaillés dans les paragraphes suivants.

### 9.1 Analyse qualitative des cohérences des résultats des tests obtenus localement

La première étape est d'examiner la cohérence dans les dérives ou ruptures dans une région au fonctionnement hydrologique réputée homogène (tendance à la croissance ou décroissance systématique). On cherchera à vérifier s'il y a concomitance dans les dates de rupture (Hubert *et al.*, 1989) entre les sites examinés. Si tel n'est pas le cas, on attribuera plutôt un caractère aléatoire aux non-stationnarités mises en évidence ou on cherchera dans les micro-climats une explication probable à ces différences.

Cette étape requiert une représentation cartographique, surtout si le nombre de stations est élevé (Gan, 1998, Zhang *et al.*, 2001). Chaque station est repérée par un symbole qui reflète les conclusions des analyses locales.

Pour plus de visibilité et intégrer des analyses sur plusieurs variables, Westmacott et Burn (1997) construisent des groupes de stations, chacune d'entre elles comporte au moins une caractéristique non stationnaire. Au sein de chaque groupe, on retrouve les stations ayant les dérives similaires pour chacune des caractéristiques de débit étudiée.

### 9.2 Examen de variables à pertinence régionale et application des tests de stationnarité aux séries chronologiques qu'elles constituent

Angel et Huff (1997) choisissent d'examiner le nombre total d'événements dont le cumul sur 24 h dépasse le seuil 50.8 mm par an. Ce nombre est calculé sur l'ensemble des postes en fonctionnement pour chaque état du MidWest américain.

Les variables examinées peuvent également être des moyennes des observations, variante arithmétique ou au prorata de la surface dont elles sont représentatives (Hubbard *et al.*, 1997).

Robson *et al.* (1998) examinent la stationnarité des séries de débits maximaux annuels du Royaume Uni. Pour chaque station, ils classent par ordre décroissant les maximums annuels, leur affectent un rang, normalisent ce rang par le nombre total d'événements recensés pour

cette station. Ils en déduisent une série de valeurs annuelles nationales ou régionales par moyenne arithmétique dont ils testent la stationnarité.

Groisman *et al.* (2001) s'appuient sur la courbe des débits classés obtenue sur l'année ou sur une saison particulière établie sur la période de référence 1961-1990. Vingt classes de débits sont ensuite définies, les limites étant fixées par les quantiles de la courbe des débits classés régulièrement espacés de 5%. Le nombre de représentants au sein de chaque classe et la contribution totale de chaque classe sont examinés sur une période plus longue 1939-1999. Les pentes des dérives sont ensuite normées en chaque station (division par la moyenne annuelle ou saisonnière 1939-1999) et enfin simplement moyennées par secteur géographique pour obtenir des valeurs régionales.

Franks (2002) définit un index régional  $RI$  à partir des logarithmes des  $N$  débits maximaux annuels  $Q_t^j$ ,  $t=1, \dots, N$ ,  $j=1, \dots, M$  observés en  $M$  points de mesure :

$$RI = \sum_{j=1}^M \frac{x_t^j}{M} \text{ avec } x_t^j = \frac{\ln(Q_t^j)}{\sum_{i=1}^N \ln(Q_t^i) / N}$$

L'hypothèse d'un ajustement des séries de maximaux annuels à la loi log-normale justifie la présence du logarithme dans la définition de  $RI$ . L'intérêt principal selon l'auteur est de se dégager des effets d'échelle en donnant un poids équivalent à chaque station indépendamment de la taille du bassin dans un indice global.

### 9.3 Mesure de la significativité des tendances observées

Cette approche valorise les traitements opérés localement et c'est en terme de nombre de stations non stationnaires vis à vis d'une caractéristique spécifique au sein de la région que l'on conclura à une non stationnarité généralisée. Il n'est pas exclu d'observer une anomalie en un point par pur effet de hasard, donc a priori qu'un certain nombre de stations au sein d'une région ne répondent pas au critère statistique fixé. On rejettera donc l'hypothèse d'une évolution globale si le nombre n'est pas significatif (i.e. s'il est fortement probable d'obtenir un tel nombre par chance dans un cadre stationnaire).

Livezey et Chen (1983) rappellent que la loi binomiale peut être utilisée pour décrire la probabilité d'observer, par hasard,  $N$  stations présentant une non stationnarité (i.e. statistique supérieure au quantile de probabilité  $p=0.95$ ) parmi les  $M$  points du réseau indépendants les uns des autres :

$$Prob(x = N) = \frac{M!}{N!(M - N)!} (1 - p)^N p^{M-N}$$

et la loi de probabilité cumulée au non-dépassement du seuil  $N$  :

$$Prob(x < N) = \sum_{i=1}^{N-1} P(x = i)$$

On considérera les dérives significatives à l'échelle de la région si le nombre de stations effectivement observé est anormalement élevé (i.e. dépasse une valeur critique  $N_0$  pour lequel  $Prob(x < N_0) = 0.95$  par exemple).

L'hypothèse d'indépendance totale entre les sites hydrométriques n'est pas vérifiée. La portée des phénomènes est non nulle. La corrélation spatiale entre stations est relativement forte le long du réseau hydrographique. Le nombre de degrés de liberté du système effectif est plus

faible que le nombre de stations. En conséquence, le modèle binomial n'est certainement pas le plus pertinent.

En l'absence d'expression théorique directe reliant analyse locale et interprétation régionale, une méthode empirique est proposée par ces mêmes auteurs. Elle consiste à réordonner la chronologie des réalisations (i.e. les champs du processus observés à l'échelle régionale). Les stations voient leur chronique réorganisée simultanément de la même façon. Ce faisant, la structure spatiale n'est pas modifiée. Pour chaque site, les tests de stationnarité sont effectués et le nombre  $N$  de stations pour lesquelles les anomalies sont significatives est calculé. Cette opération est renouvelée un grand nombre de fois (Suppiah et Hennessy, 1998 ; Burn et Hag Elnur, 2002 ; Cunderlink et Burn, 2003) pour obtenir une distribution expérimentale de  $N$ . La non-stationnarité est jugée significative à l'échelle de la région au seuil  $p$  si le nombre de stations observé dans la situation actuelle est supérieur au quantile  $N(p)$ .

L'approche de Bradley (1998) reprend l'idée de génération stochastique d'un processus identifié à l'échelle d'une région réputée homogène. La méthode de l'index de crue est appliquée pour extraire une distribution régionale adimensionnelle. Le quantile  $Q_i(p)$  de la station  $i$ ,  $i=1, M$  est donné par :

$$Q_i(p) = \mu_i \cdot q(p)$$

où  $p$  est la probabilité de dépassement,  $\mu_i$  le facteur d'échelle local et  $q(p)$  le quantile de la loi régionale.

On identifie donc dans un premier temps la distribution régionale de  $q$  sur l'ensemble des données, puis on procède à une analyse de la structure spatiale (corrélation inter-site). Des champs présentant les propriétés locales et spatiales attendues et préalablement identifiées sont générés. L'hypothèse centrale est que la distribution régionale n'évolue pas au cours du temps. A partir d'un grand nombre de simulations, il est possible de fixer des quantiles de référence et des bornes d'intervalles de tolérance dans lesquels doivent se situer de manière probable les statistiques régionales sous hypothèse de stationnarité. Dans le cas d'application, l'auteur s'intéresse aux pluies extrêmes. Pour chaque année  $j$ , on extrait une estimation  $Z_j(p)$  des quantiles régionaux de  $q(p)$ ,  $p=0.5, 0.25, 0.10, 0.05, 1/(M+1)$ . L'examen de la stationnarité s'appuie sur les moyennes mobiles, minima et maxima de  $Z_j(p)$  sur une période de  $k$  ans.

#### 9.4 Construction de variables-tests adaptées à une analyse régionale

Douglas *et al.* (2000) proposent une déclinaison régionale du test de Mann-Kendall qui prend en compte explicitement la corrélation spatiale entre les stations. Pour une région comportant  $M$  stations, les auteurs s'appuient sur :

$$\bar{S}_M = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M S_k$$

où  $S_k$  est la statistique locale du test de Mann-Kendall calculée au point  $k$  pour construire un test basé sur :

$$Z_M = \frac{\bar{S}_M}{\sqrt{\text{Var}(\bar{S}_M)}}$$

La variance de  $\bar{S}_M$  est donnée par une expression analytique :

$$\text{Var}(\bar{S}_M) = \sigma^2 \left[ 1 + (M-1)\bar{\rho}_{xx} \right] / M$$

avec :

- $\sigma^2 = n(n-1)(2n+5)/18$ , expression « classique » de la variance de la statistique de Mann-Kendall calculée sur  $n$  réalisations et
- $\bar{\rho}_{xx}$ , la moyenne des coefficients de corrélation entre stations sur la région.

La variable  $Z_M$  suit une distribution normale centrée réduite. Les auteurs s'assurent des résultats en comparant avec une approche empirique basée sur des permutations des séries et sur la courbe des  $S_M$  classés.

Yue et Wang (2002) poursuivent les développements en testant l'effet de l'autocorrélation qui existe au sein des séries temporelles sur la perception des non-stationnarités sur la base du test de Mann-Kendall. En cas de forte auto-corrélation positive, et si on applique la formule brute du test sans précaution, on est tenté de rejeter plus fréquemment l'hypothèse de stationnarité qu'on ne devrait. Quatre situations sont envisagées. Pour chacune, Yue et Wang (2002) proposent une expression théorique corrigée de la variance de la variable régionale définie par Douglas et al. (2002) qui intègre explicitement corrélations spatiales et temporelles :

|                                |     | Liaison spatiale   |   |
|--------------------------------|-----|--|---|
|                                |     | oui  | non   |
| Auto-corrélation significative | oui | $\text{Var}(\bar{S}_M) = \frac{\sigma^2}{M} \left[ \eta + \frac{2}{M} \sum_{k=1}^{M-1} \sum_{l=1}^{M-k} \sqrt{\eta_k \eta_{k+l}} \rho_{k,k+l} \right]$ | $\text{Var}(\bar{S}_M) = \bar{\eta} \sigma^2 / M$ |
|                                | non | $\text{Var}(\bar{S}_M) = \frac{\sigma^2}{M} \left[ 1 + (M-1)\bar{\rho}_{xx} \right]$   | $\text{Var}(\bar{S}_M) = \sigma^2 / M$            |

avec :

- $\bar{\eta} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \eta_k$
- $\eta_k = \begin{cases} 1 + \frac{2}{N} \sum_{j=1}^{N-1} (N-j)\rho_j & \text{pour } j > 1 \\ 1 + \frac{2}{N} \frac{\rho_1^{N+1} - N\rho_1^2 + (N-1)\rho_1}{N(\rho_1 - 1)^2} & \text{pour } j = 1 \end{cases}$
- $\rho_j$  l'autocorrélation de rang  $j$
- $\rho_{k,k+l}$  le coefficient de corrélation entre le site  $k$  et le site  $k+l$ .

Ces expressions mettent en évidence les biais introduits dans les conclusions des tests lorsqu'on néglige ces deux aspects.

## 9.5 Approche géostatistique

Adamowski et Bocci (2001) reprennent les développements de Solna et Switzer (1996) qui intègrent détection de tendance dans un modèle géostatistique de manière explicite. Ils isolent

la part due à une dérive linéaire. Ainsi, la variable examinée  $F(x, t)$  est considérée comme une combinaison linéaire :

$$F(x, t) = v(x) + b(x)t + \delta(x, t)$$

où  $v$  est la composante déterministe du champ,  $b$  est la pente de la dérive linéaire, stationnaire d'ordre 2 et isotropique dans l'espace,  $\delta$  est un résidu de moyenne nulle, stationnaire d'ordre 2 vis à vis du temps et de l'espace et également isotropique dans l'espace.

Pour simplifier les calculs et s'affranchir de la composante  $v$ , les auteurs manipulent les différences entre débits de deux années consécutives :

$$d(x, t) = F(x, t) - F(x, t - 1) = b(x) + R(x, t) \text{ où } R(x, t) = \delta(x, t) - \delta(x, t - 1).$$

En supposant que :

- le coefficient de corrélation  $\rho(\Delta x, \Delta t)$  peut se mettre sous la forme d'un produit dont les éléments représentent l'aspect spatial et l'aspect temporel :

$$\rho(\Delta x, \Delta t) = \rho_T(\Delta t) \rho_S(\Delta x) ;$$

- $b$  et  $R$  sont non corrélés,

le variogramme  $\gamma_d$  relatif à  $d$  s'écrit en fonction des variogrammes de  $b$  et  $R$  :

$$\gamma_d(\Delta x, \Delta t) = \gamma_b(\Delta x) + \gamma_R(\Delta x, \Delta t) = \gamma_b(\Delta x) + \gamma_T(\Delta t) + \gamma_S(\Delta x) \cdot h(\Delta t)$$

où  $h$  est fonction de la corrélation temporelle entre les résidus.

Sur un secteur  $A$  du domaine d'étude, la pente moyenne de la dérive a pour expression :

$$m_A = \int_A b(x) d\mu(x)$$

Cette valeur révélera ou non la stationnarité à l'intérieur du domaine  $A$ . En pratique,  $\hat{m}_A$  est la somme pondérée des valeurs observées  $d$ . Il est calculé de manière relativement classique en minimisant la variance d'estimation  $\sigma^2 = \text{Var}(m_A - \hat{m}_A)$ . Il vient un système qui s'apparente à celui de type krigeage avec introduction de multiplicateurs de Lagrange. La tendance décelée est considérée comme non significative si l'intervalle  $[\hat{m}_A - 1.645\sigma ; \hat{m}_A + 1.645\sigma]$  autour de l'estimation contient la valeur zéro.

## B. APPLICATION DE TESTS STATISTIQUES A LA DETECTION DE CHANGEMENT EVENTUELS DANS LE REGIME DES CRUES

### 10 Synthèse internationale des études régionales de stationnarité sur les débits

Un recensement d'analyses régionales de stationnarité est présenté en annexe II.

On trouvera dans Pilon et Yue (2002) une synthèse récente des études de stationnarité appliquées aux caractéristiques de débits. Il est à noter que de telles analyses sont moins nombreuses dans la littérature que celles réalisées sur les températures et les précipitations (qu'il s'agisse des caractéristiques extrêmes ou moyennes).

Pilon et Yue (2002) font remarquer l'incohérence entre plusieurs analyses réalisées sur le continent nord-américain. Ainsi, au Canada, Zhang *et al.* (2001) constatent une tendance générale à la diminution des écoulements moyens mensuels, avec des tendances particulièrement marquées en été et automne. En revanche, Burn et Hag Elnur (2002) n'identifient que cinq mois avec des augmentations de débit. Les études s'accordent sur les mois de printemps (les débits moyens de mars et avril s'accroissent, puis ceux de mai et juin tendent à diminuer) et la cause (une fonte plus précoce). Il est vrai que les périodes, les jeux de données, les pré-traitements pour s'affranchir de l'autocorrélation et les tests diffèrent. Ces résultats se démarquent d'une première analyse (Lettenmaier *et al.*, 1994) pour laquelle le pré-traitement n'a pas eu lieu.

Il est également intéressant de comparer les résultats de deux analyses régionales qui prennent en considération la structure spatiale, mais de façon différente. On peut noter qu'une différence notable apparaît dans la région des Grandes Prairies du Canada : Adamowski et Bocci (2001) décèlent une tendance régionale significative à l'augmentation des débits de crue tandis que Yue et Wang (2002) affirment qu'il s'agit d'une réduction significative. Ici il est difficile de trancher, les périodes d'étude, le découpage et le réseau de mesure considérés sont différents (Figure 1).

En Amérique du Sud, deux analyses statistiques ont été menées sur des zones non recouvrantes ( Marengo *et al.*, 1998 ; Garcia et Vargas, 1998). La première soupçonne l'activité humaine d'être à l'origine des tendances détectées. Pour la partie est du Brésil, les bassins versants ne répondent pas à une augmentation des précipitations observées, bien au contraire, c'est l'effet opposé qui est observé. L'influence humaine en serait la cause. Pour la seconde étude, la tendance à la hausse des écoulements est cohérente avec les conclusions d'autres auteurs sur les précipitations et la circulation générale atmosphérique.

Pour l'Océanie, une rupture est identifiée entre 1940 et 1950, mais elle est trop ancienne pour être imputable à l'augmentation du taux de CO<sub>2</sub> des dernières décennies (Franks, 2002). La difficulté vient de l'influence marquée d'El Niño qui induit une forte variabilité interannuelle sur les écoulements, d'où l'absence de signal sur les – trop - courtes séries de Chiew et Mac Mahon (1993).

En Europe, l'étude la plus complète est celle de Robson *et al.* (1998), réactualisée en 2002. Les tests statistiques semblent indiquer une stationnarité des caractéristiques de crue, même

en incluant les crues généralisées de 2000. L'analyse de stationnarité de Brunel (2000) ne repose que sur dix stations françaises, et ne peut fournir une conclusion définitive pour l'ensemble du territoire.

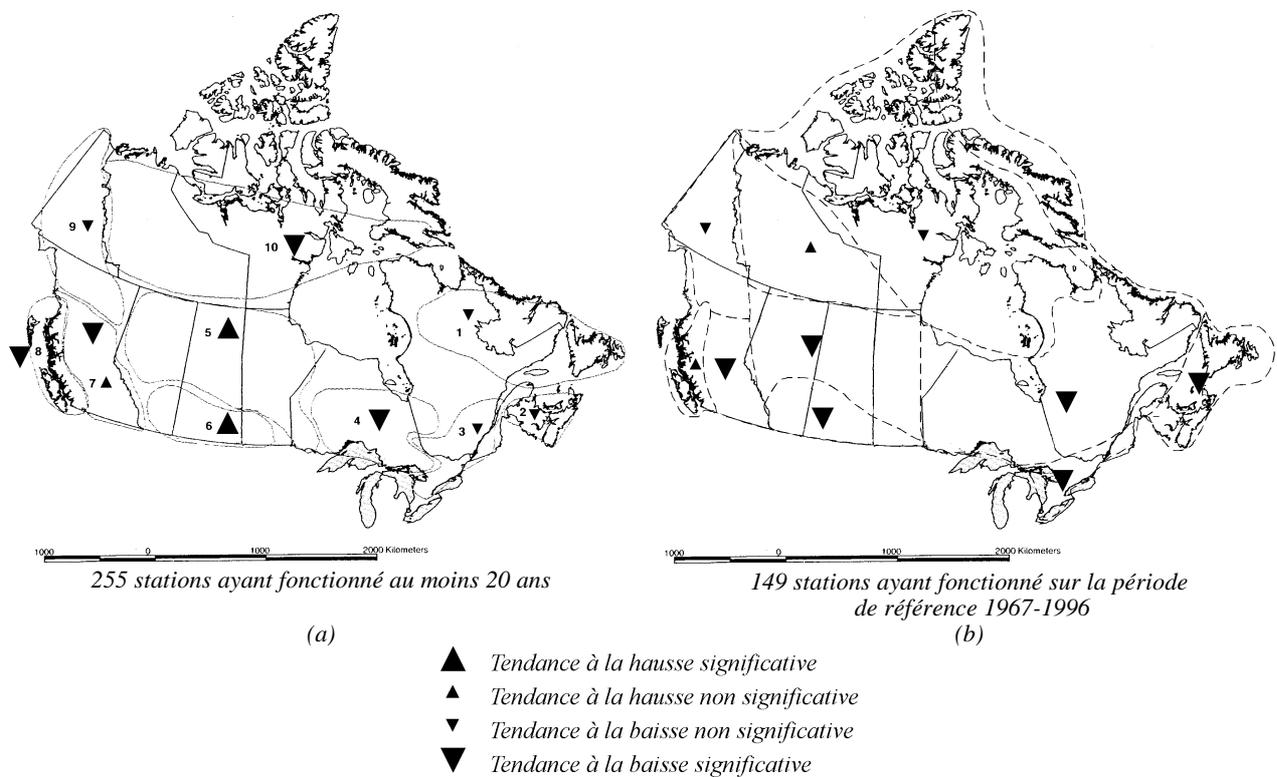


Figure 1 : Résultats des tests de stationnarité sur les séries de maximums annuels journaliers obtenus par (a) Adamowski et Bocci (2001) et (b) Zhang et al. (2001)

En Afrique, ce sont des ruptures qui sont mises en évidence et répondent en partie à celles identifiées sur les pluies. Périodes sèches et humides se succèdent *a priori* naturellement au cours du siècle dernier. Reste à savoir si la dernière rupture à une origine anthropogénique.

## 11 Choix de longues séries hydrométriques françaises

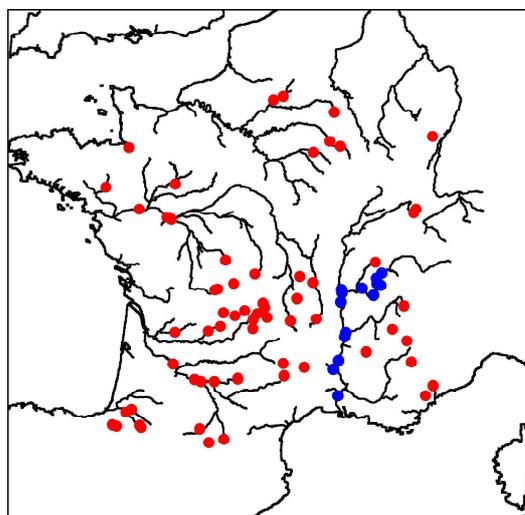
Le premier critère de sélection des stations a été la longueur de la série. C'est ainsi que nous avons recherché dans la banque HYDRO les stations ayant plus de 40 années sans lacunes au sein de ces années, ce qui a donné 178 stations. Mais il s'agissait ensuite d'avoir une idée de la qualité des données, au sens de l'homogénéité des données de crues. Par ailleurs, on sait que certaines séries sont parfois plus longues que ce qui est disponible dans la banque HYDRO. Il existe aussi des séries qui ne sont pas dans la banque HYDRO.

C'est pourquoi, il nous a semblé utile que l'un d'entre nous aille questionner sur place certains services, notamment les DIREN. Les missions ont été préparées au préalable, en expliquant notre thème de recherche et en expédiant les séries préalablement sélectionnées.

C'est ainsi qu'ont été visités :

- 1) DIREN Valence M. Dols
- 2) DIREN Dijon M. Brochot
- 3) DIREN SAC Paris MM. Raout et M. Yves Rouquerol et Denis Etienne
- 4) DIREN Aix en Provence Jacques de Saint Seine et Laurent Bianconi
- 5) DIREN Orléans Marc Rieux et Maxim Ghio
- 6) DIREN Toulouse MM. Vidal (responsable), Bouziges (Hydrométrie) et Watrin (annonce de crue)
- 7) CNR Compagnie Nationale du Rhône

Chaque visite a fait l'objet d'une fiche complète contenant les observations de nos interlocuteurs. Nous avons pu ainsi avoir une idée de la qualité des données, pour notre recherche sur la stationnarité, et des autres séries disponibles. Finalement, nous avons retenu, en ce qui concerne la banque HYDRO, et dans une première étape, 64 stations représentant des tailles diverses de bassins versants, des régimes différents et des localisations diverses ; l'est de la France n'est pas à ce jour bien représenté (cf. carte ci-dessous). Parallèlement, nous avons sollicité la Compagnie Nationale du Rhône qui a mis à notre disposition à titre gracieux 15 chroniques de débits journaliers et instantanés maximaux annuels concernant le Rhône et certains de ses affluents. La liste des stations sélectionnées à ce jour figure en annexe I.



## 12 Sélection de variables hydrologiques pertinentes

Après discussion entre les membres du projet, il a été convenu d'extraire les variables suivantes :

- A partir d'un échantillonnage par valeur maximale annuelle ou valeurs supérieures à un seuil :
  - a) Le débit de pointe  $QIX$ ,
  - b) La durée de montée entre  $\alpha QIX$  et  $QIX$  ( $\alpha = 1/3$  ou  $1/2$ ),
  - c) La date d'occurrence de la crue,
  - d) Le débit moyen maximal  $VCXd$  sur la durée  $d$  ( $d$  fixe ou fonction de la dynamique de crue du bassin :  $d = \Delta$ )
- A partir d'un échantillonnage par valeurs supérieures à un seuil :
  - e) Le nombre annuel de dépassement d'un seuil
- A partir d'une collection d'hydrogrammes :
  - f) coefficients de forme des hydrogrammes (asymétrie  $C_s$ , aplatissement  $C_k$ )

Le tableau suivant donne l'interprétation possible d'un changement sur chacune de ces variables :

| Numéro variable | Commentaire  |
|-----------------|--|
| A               | Augmentation de la pointe de crue ou laminage  |
| B               | Accélération ou ralentissement des écoulements   |
| C               | Changement d'occurrence dans l'année (saisons) ou au cours du temps                              |
| D               | Augmentation ou réduction de la durée de submersion  |
| E               | Augmentation ou réduction du nombre d'événements (possibilité de raisonner sur plusieurs seuils) |
| F               | Changement dans la forme des crues   |

## 13 Exemples d'application de tests statistiques sur des séries françaises

### 13.1 Maxima de précipitations à Toulouse

Voici un exemple de sorties sur la série des maxima annuels de précipitations observés à Toulouse-Blagnac entre 1951 et 2000. Dans la figure 1. on trace les maxima annuels en fonction de la variable réduite de Gumbel. La figure de gauche correspond à un ajustement par une loi de Gumbel, celle de droite à un ajustement par la GEV. Diverses méthodes d'estimation sont utilisées.

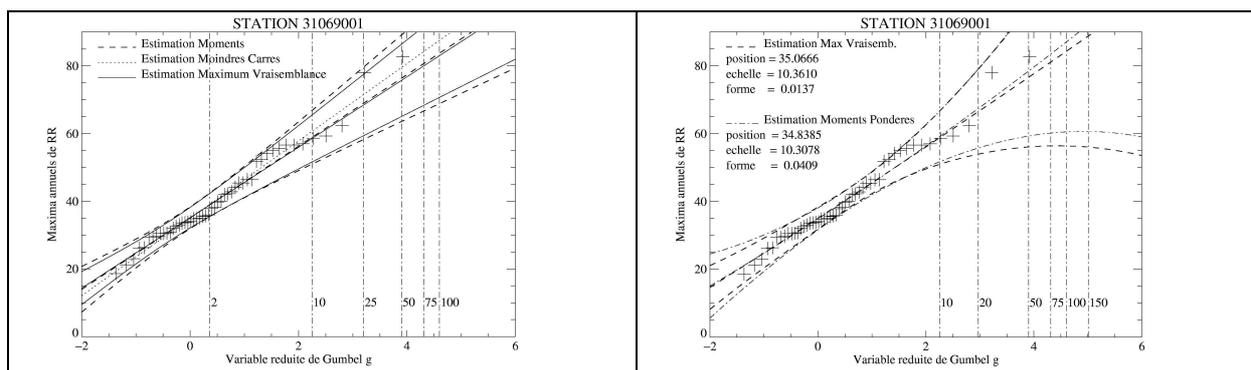


Figure 1.

Le caractère « Gumbélien » semble tout à fait plausible. On le vérifie ci-après.

```
STATION      : 31069001
PARAMETRE   : RR
PERIODE     : 1951-2000
LOI         : ajustement par GEV
```

```
Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE
log-V =      -196.32373
Parametre Estimation Interv. conf. 95%
position = 35.0666 +/- 3.2386
echelle = 10.3610 +/- 2.3658
forme = 0.0137 +/- 0.2100
```

Test de la NULLITE DU PARAMETRE DE FORME

```
-----
Test du RAPPORT DE VRAISEMBLANCE
H0 : parametre de forme nul
log-V(Mo) =      -196.33208
```

```
Sous H0, la deviance suit une loi du X2 a 1 ddl
deviance =      0.016705557
proba deviance < X2 =      0.89715985
Equivalut a la probabilite de rejeter a tort H0
```

L'estimation du paramètre de forme de la GEV est très proche de 0, lui-même largement inclus dans l'intervalle de confiance à 95%. Les déviances du modèle Gumbel ( $M_0$ ) et GEV ( $M_1$ ) sont très proches, le test du rapport de vraisemblance accepte  $M_0$  sans problèmes.

Ci-dessous les estimations dans le modèle en avec  $\mu$  en fonction du temps. Là aussi, le gain en log-vraisemblance est négligeable,  $\mu$  peut être considéré comme stationnaire.

MODELE AVEC TENDANCE DU PARAMETRE DE FORME  
-----

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE  
log-V = -196.19294

| Parametre | Estimation | Ecart-type |
|-----------|------------|------------|
| bo        | = 33.6403  | 3.1811     |
| b1        | = 0.0529   | 0.1008     |
| echelle   | = 10.2038  | 1.2333     |
| forme     | = 0.0353   | 0.1190     |

### 13.2 Maxima de débits pour diverses rivières françaises

On compare pour divers exemples des modèles à rupture et à tendance dans le paramètre de position et d'échelle.

#### 13.2.1 Le Doubs à Glère

STATION : DOUBSGL  
PARAMETRE : DEBIT  
PERIODE : 1959-1997  
LOI : ajustement par GEV

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE  
log-V = -218.55446  
position = 188.5695 +/- 21.4367  
echelle = 61.9151 +/- 14.8752  
forme = -0.1690 +/- 0.1905

Rupture de  $\mu$  en 1975 : le gain en vraisemblance est important

MODELE : mu=bo i=<io, mu=b1 i>io

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE  
log-V = -216.71014

| Parametre | Estimation | Ecart-type |
|-----------|------------|------------|
| bo        | = 168.2999 | 15.3160    |
| b1        | = 208.7486 | 14.6545    |
| echelle   | = 60.5991  | 7.2957     |
| forme     | = -0.2096  | 0.0930     |

SIGNIFICATIVITE DE LA RUPTURE

Test du RAPPORT DE VRAISEMBLANCE  
deviance = 3.6886441  
proba deviance < X2 = 0.054784136  
Equivaut a la probabilite de rejeter a tort  $H_0$

La possibilité d'une rupture sur  $\sigma$  est également vraisemblable en 1986. Cela est peut-être dû à l'occurrence des trois plus fortes valeurs sur la dernière période, qui entraînent une augmentation de  $\sigma$  (qui double pratiquement).

MODELE : sig=bo i=<io, sig=b1 i>io

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE

log-V = -215.49021

| Parametre | Estimation | Ecart-type |
|-----------|------------|------------|
| position= | 191.9625   | 10.6499    |
| bo =      | 52.8203    | 7.4328     |
| b1 =      | 97.9217    | 21.8730    |
| forme =   | -0.3702    | 0.1420     |

SIGNIFICATIVITE DE LA RUPTURE

deviance = 6.1285061

proba deviance < X2 = 0.013301922

La modélisation de  $\mu$  ou de  $\sigma$  suivant une tendance linéaire n'apporte pratiquement pas de gain dans l'ajustement. Ces modèles sont éliminés.

MODELE : mu=bo+b1.t

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE

log-V = -218.40859

MODELE : sig=bo+b1.t

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE

log-V = -217.24951

On place dans la figure 2 les deux modèles les plus vraisemblables : rupture sur  $\mu$  (à gauche) et position de la rupture sur  $\sigma$  (à droite). La valeur de  $\mu$  est également reportée, mais on rappelle que  $\mu$  ne correspond pas à une moyenne estimée.

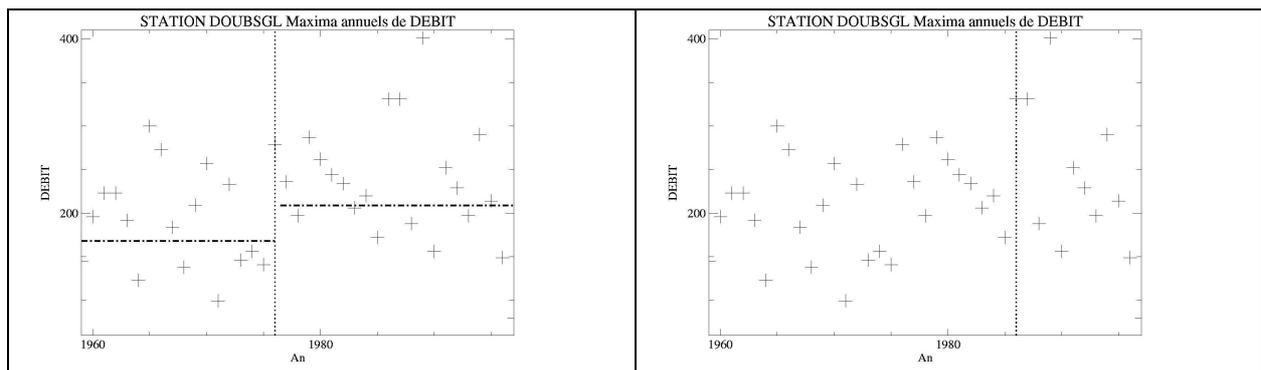


Figure 2.

### 13.2.2 Le Doubs à Goumois

Le caractère Gumbelien de cette série de maxima est très marqué (cf. figure 3, graphique de gauche).

STATION : DOUBSGO

PARAMETRE : DEBIT

PERIODE : 1956-1998

LOI : ajustement par GEV

```

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE
log-V = -245.76714
position = 164.8671 +/- 22.4177
echelle = 66.1068 +/- 16.1184
forme = -0.1016 +/- 0.2348

```

Test du RAPPORT DE VRAISEMBLANCE

```

H0 : parametre de forme nul
deviance = 0.63757058
proba deviance < X2 = 0.42459190

```

Seul le modèle à rupture de  $\mu$  (en 1978) apporte une augmentation significative de la vraisemblance (figure 3, série de droite).

```

MODELE : mu=bo i=<io, mu=b1 i>io

```

```

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE
log-V = -243.60267

```

```

Parametre Estimation Ecart-type
bo = 143.6968 14.2494
b1 = 185.3930 14.0177
echelle = 61.4973 7.3172
forme = -0.0557 0.0999

```

SIGNIFICATIVITE DE LA RUPTURE

```

deviance = 4.3289505
proba deviance < X2 = 0.037469342
Equivalut a la probabilite de rejeter a tort H0

```

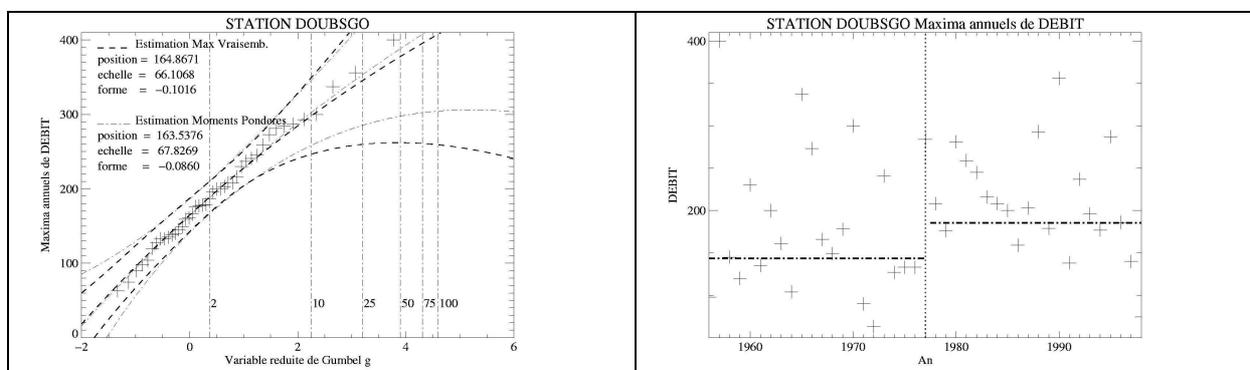


Figure 3.

Les autres modèles concurrents sont éliminés :

```

MODELE : mu=bo+b1.t
Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE
log-V = -245.48645

```

```

MODELE : sig=bo i=<io, sig=b1 i>io
Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE
log-V = -244.87494

```

```

MODELE : sig=bo+b1.t
Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE
log-V = -245.55049

```

### 13.2.3 La Saône à Couzon

Le paramètre de forme est nettement négatif pour les données de la Saône (figure 4., graphique de Gumbel à gauche).

```
STATION      : SAONE
PARAMETRE   : DEBIT
PERIODE     : 1921-2000
LOI         : ajustement par GEV
```

```
Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE
log-V =      -585.83538
position = 1484.8114 +/-  82.6378
echelle =  344.0107 +/-  56.7111
forme =    -0.1559 +/-   0.1221
```

```
Test de la NULLITE DU PARAMETRE DE FORME
deviance =      4.5047303
proba deviance < X2 =  0.033801226
Equivaut a la probabilite de rejeter a tort H0
```

Là encore le modèle à rupture de  $\mu$  (en 1977) est le plus vraisemblable parmi les modèles concurrents (figure 4, série de droite).

```
MODELE      : mu=bo i=<io, mu=b1 i>io
Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE
log-V =      -579.55300
```

```
Parametre Estimation Ecart-type
bo = 1384.2145  47.2986
b1 = 1706.4081  63.3734
echelle =  301.1291  26.7815
forme =    -0.0698  0.0760
```

```
SIGNIFICATIVITE DE LA RUPTURE
deviance =      12.564759
proba deviance < X2 =  0.00039308944
```

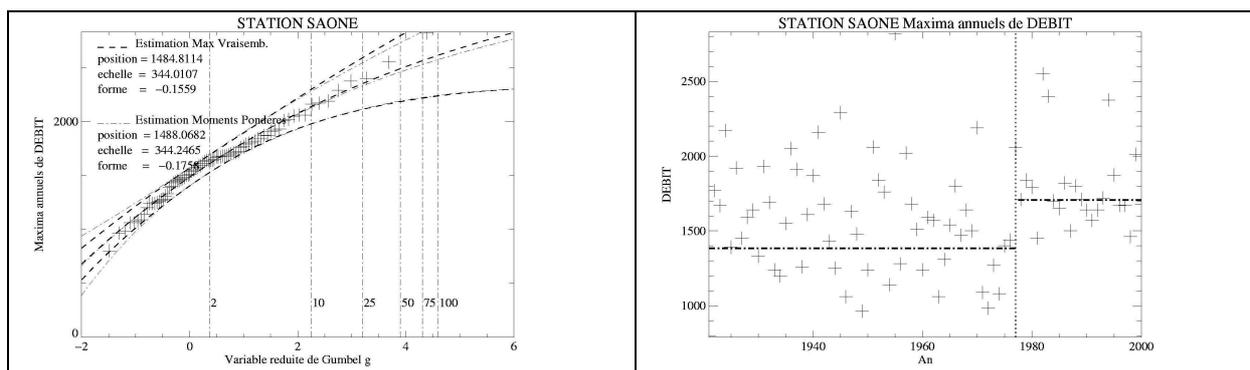


Figure 4.

L'augmentation de vraisemblance apportée par les modèles concurrents est bien plus faible.

```
MODELE      : mu=bo+b1.t          log-V =      -584.28531
MODELE      : sig=bo i=<io, sig=b1 i>io  log-V =      -583.16071
MODELE      : sig=bo+b1.t          log-V =      -585.39736
```

### 13.2.4 Le Tarn à St-Pierre-des-Tripiers

Toujours un caractère gumbélien très marqué pour ce fleuve.

STATION : TARN  
 PARAMETRE : DEBIT  
 PERIODE : 1913-1998  
 LOI : ajustement par GEV

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE  
 log-V = -575.56557  
 position = 320.7405 +/- 40.4567  
 echelle = 165.6627 +/- 29.9795  
 forme = 0.0031 +/- 0.1844

Test de la NULLITE DU PARAMETRE DE FORME  
 deviance = 0.0010896105  
 proba deviance < X2 = 0.97366721

Ici, les modèles à ruptures de  $\mu$  (1944) et  $\sigma$  (1941) sont très proches.

|   |  |
|---|--|
| MODELE : $\mu=b_0 \text{ } i<i_0, \mu=b_1 \text{ } i>i_0$<br><br>Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE<br>log-V = -573.66472<br><br>Parametre Estimation Ecart-type<br>b0 = 365.5865 29.5050<br>b1 = 292.9472 23.6818<br>echelle = 158.8129 14.7522<br>forme = 0.0392 0.0930<br><br>SIGNIFICATIVITE DE LA RUPTURE<br>deviance = 3.80<br>proba deviance < X2 = 0.0512 | MODELE : $\sigma=b_0 \text{ } i<i_0, \sigma=b_1 \text{ } i>i_0$<br><br>Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE<br>log-V = -573.16283<br><br>Parametre Estimation Ecart-type<br>position= 332.1737 20.4880<br>b0 = 126.3633 17.2859<br>b1 = 190.6717 22.4450<br>forme = -0.0585 0.0994<br><br>SIGNIFICATIVITE DE LA RUPTURE<br>deviance = 4.80<br>proba deviance < X2 = 0.0284 |
|---|--|

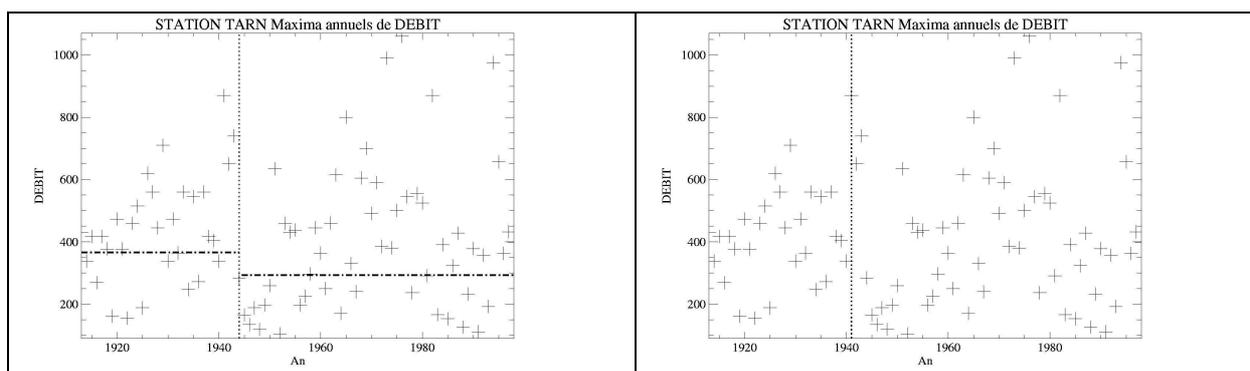


Figure 5.

Les modèles de tendance sont moins vraisemblables (cf. ci-après).

MODELE :  $\mu=b_0+b_1.t$  log-V = -575.48674  
 MODELE :  $\sigma=b_0+b_1.t$  Log-V = -574.47116

### 13.2.5 Le Var à Malaussène

Les maxima annuels de débit du Var suivent plutôt le type « Fréchet » (figure 6, partie de gauche).

STATION : VAR  
 PARAMETRE : DEBIT  
 PERIODE : 1948-1996  
 LOI : ajustement par GEV

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE  
 log-V = -324.39655  
 position = 265.2951 +/- 45.3224  
 echelle = 142.8482 +/- 34.9128  
 forme = 0.1400 +/- 0.2230

Test de la NULLITE DU PARAMETRE DE FORME  
 deviance = 1.9068089  
 proba deviance < X2 = 0.16731816

Le modèle le plus vraisemblable propose une rupture de  $\mu$  en 1962 (figure 6, droite).

MODELE : mu=bo i=<io, mu=b1 i>io

Estimation MAXIMUM VRAISEMBLANCE  
 log-V = -316.99630

Parametre Estimation Ecart-type  
 bo = 415.2131 38.1483  
 b1 = 231.8294 21.7683  
 echelle = 126.1397 15.3296  
 forme = 0.0957 0.1084

SIGNIFICATIVITE DE LA RUPTURE  
 deviance = 14.800492  
 proba deviance < X2 = 0.00011950434

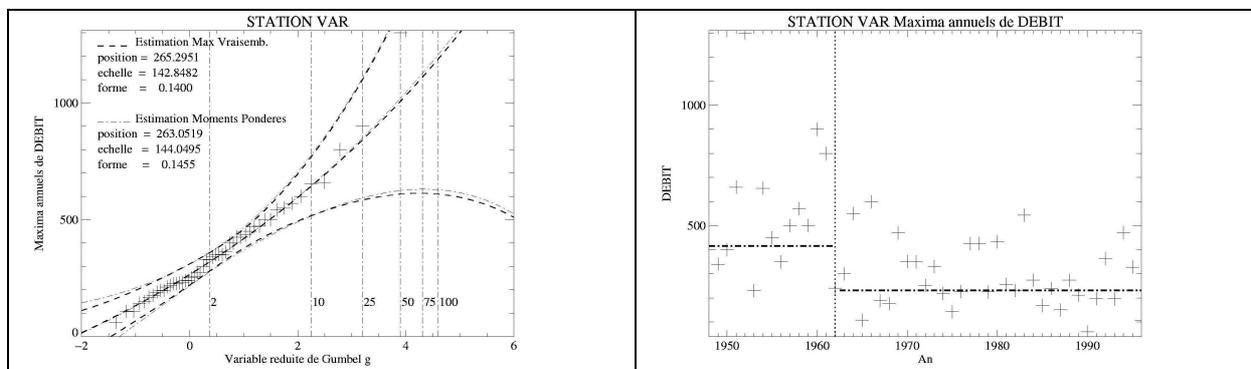


Figure 6.

Les autres modèles ne proposent pas d'alternative aussi crédible.

MODELE : mu=bo+b1.t log-V = -319.42778  
 MODELE : sig=bo i=<io, sig=b1 i>io log-V = -320.24750  
 MODELE : sig=bo+b1.t log-V = -323.93303

## C. PERSPECTIVES DE RECHERCHE

### 14 Conclusions et perspectives

Le présent rapport a permis de dresser un inventaire des méthodes statistiques de détection de ruptures ou de tendances, en distinguant les tests non paramétriques des tests paramétriques, ces derniers ayant été mis au point pour des données normales ou des valeurs extrêmes. Une première analyse de sensibilité a permis de préciser l'amplitude de quelques tests univariés à détecter une rupture ou une tendance, ainsi que la robustesse de ces procédures vis à vis du non respect d'hypothèses de base sur les valeurs de l'échantillon (données dépendantes ou données non normales).

Un second niveau d'analyse consiste à utiliser des procédures multivariées pour faire un diagnostic local, à l'échelle d'un site de mesure, sur plusieurs variables hydrologiques d'étude, ou pour apprécier à l'échelle régionale la cohérence des tendances ou ruptures qui ont pu être détectées localement.

Le rapport présente enfin la démarche qui a été initiée pour réaliser de façon systématique à l'échelle de la France une étude de détection de tendance ou de ruptures dans le régime des crues. Un travail d'inventaire et de visites auprès des gestionnaires de données hydrométriques a permis la sélection d'une centaine de longues séries hydrométriques de bonne qualité, avec au moins 40 années de mesure sans lacune.

Ce travail doit se poursuivre les trois prochaines années (fin 2003, fin 2006) dans le cadre d'une thèse co-financée par le Cemagref et EDF, intitulée : « Analyses statistiques pour la détection de tendances ou de ruptures dans le régime des crues et sécheresses en France ». Elle reprend le principe du présent projet de recherche, tout en étendant l'analyse au second type d'extrême hydrologique sur les débits, à savoir les valeurs extrêmes d'étiage ou de basses-eaux. Le groupe de travail initié dans le cadre de ce projet PNRH constitue une très bonne base pour accompagner ce travail de thèse. Un nouveau projet sera déposé en ce sens au PNRH (juillet 2003) pour mener à bien cette étude dans les deux prochaines années.

### 15 Remerciements

La constitution d'un jeu de longues séries hydrométriques est en cours de réalisation. Nous remercions les gestionnaires de données hydrométriques qui nous ont fourni les informations nécessaires à la sélection des stations de bonne qualité (DIREN : MM Dols, Brochot, Raout, Rouquerol, Denis Etienne, de Saint Seine , Bianconi, Vidal, Bouziges, Watrin ; CNR : M Jouve et Mme Haond).

Nous remercions les personnes qui ont facilité la signature de conventions de mise à disposition de données hydrométriques avec respectivement le Ministère de l'Ecologie et du Développement Durable (M. Scherer) et la Compagnie Nationale du Rhône (M. Jouve et Mme Haond).

## BIBLIOGRAPHIE

- Adamowski, K. and Bocci, C., 2001.** Geostatistical regional trend detection in river flow data. *Hydrological Processes*, 15(18): 3331.
- Alexandersson H. & Moberg A., 1997.** Homogenization of swedish temperature data. Part I : homogeneity test for linear trends. *Int. J. of Climatol.*, vol. 14, 25-34.
- Alexandersson H., 1986.** A homogeneity test applied to precipitation data. *Journal of climatology*, Vol. 6,661-675.
- Andréassian V., 2002.** *Impact de l'évolution du couvert forestier sur le comportement hydrologique des bassins versants.* Cemagref Antony, Université Pierre et Marie Curie. Thèse de Doctorat en Hydrologie, Université Paris 6. 276 p +° annexes.
- Andréassian V., Parent E., Michel C., 2003.** A distribution-free test to detect gradual changes in watershed behavior. *Water Resources Research*, (in press).
- Angel, J.R. and Huff, F.A., 1997.** Changes in heavy rainfall in midwestern United States. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 123(4): 246-249.
- Bois P., 1971.** *Une méthode de contrôle de séries chronologiques utilisées en climatologie et en hydrologie.* Publication du Laboratoire de Meca. Flu. Univ. Grenoble I, mai 1971, 33p.
- Bois P., 1986.** Contrôle des séries chronologiques corrélées par étude du cumul des résidus. *Deuxièmes journées hydrologiques de l'Orstom*, p 89-100.
- Booth N. & Smith A.F.M., 1982.** A Bayesian approach to retrospective identification of change-points, *Journal of Econometrics*, 19, 7-22.
- Bouroche J. M., Saporta G., 1980.** *L'Analyse des Données.* Collection Que sais-je ? Presses Universitaires de France, Paris.
- Bradley, A.A., 1998.** Regional frequency analysis methods for evaluating changes in hydrologic extremes. *Water Resources Research*, 34(4): 741-750.
- Brunel, S., 2000.** *Utilisation de l'hydrologie quantifiée pour l'étude des changements fluviaux et de l'éventuelle discrimination de leurs causes climatiques ou anthropiques dans le cas de dix cours d'eau français*, DEA interface nature-société, Lyon.
- Bry X., 1996.** *Analyses factorielles multiples.* Economica.
- Buishand T. A., 1982.** Some methods for testing the homogeneity of rainfall records. *Journal of Hydrology*, vol. 58, pp 11-27.
- Buishand T. A., 1984.** Tests for detecting a shift in the mean of hydrological time series. *Journal of Hydrology*, vol. 73, pp 51-69.
- Burn, D.H. and Hag Elnur, M.A., 2002.** Detection of hydrologic trends and variability. *Journal of Hydrology*, 255(1-4): 107-122.
- Caussinus H. & Lyazrhi F. , 1997.** Choosing a linear model with a random number of change-points and outliers. *Ann. Inst. Statist. Math.*, vol 49 ; n°4, 761-775.
- CERESTA (Centre d'Enseignement et de Recherche de Statistique Appliqué), 1986.** *Aide-Mémoire pratique des techniques statistiques pour ingénieurs et techniciens supérieurs.* Revue de Statistique appliquée, vol XXXIV numéro spécial.
- Chernoff H. & Zacks S., 1964.** Estimating the current mean of a normal distribution which is subjected to changes in time, *Annals of Mathematical Statistics*, 35, 99-1018.
- Chiew F.H., McMahon T.A., 1993.** Detection of trend or change in annual flow of Australian rivers. *Int. J. Climatol.* 13: 643-653.
- Collischonn, W., Tucci, C.E.M. and Clarke, R.T., 2001.** Further evidence of changes in the hydrological regime of the River Paraguay: part of a wider phenomenon of climate change? *Journal of Hydrology*, 245(1-4): 218-238.
- Cunderlik, J.M. and Burn, D.H., 2003.** Non-stationary pooled flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 276(1-4): 210-223.

- David P.** , 1992. *Contrôle de longues séries climatologiques par une méthode d'homogénéité relative*. Note Service Central d'Exploitation de la Météorologie n°5, 52 p.
- Dazy F., Le Barzic J. F.**, 1996. *L'analyse des données évolutives, méthodes et applications*. Editions Technip, Paris.
- DIREN Haute-Normandie**, 1999. Evolution des inondations en vallée de l'Austreberthe, période 1967-1997, Analyse des phénomènes et de leurs causes. Disponible en ligne sur le site : <http://www.environnement.gouv.fr/haute-normandie/hnetudes.htm>
- Douglas, A., Vogel, R.M. and Kroll, C.N.**, 2000. Trends in floods and low flows in the United States: impact of spatial correlation. *Journal of Hydrology*, 240(1-2): 90-105.
- Easterling D.R. & Peterson D.C.** ,1995. A new method for detecting undocumented discontinuities in climatological time series. *Int. J. of Climatol.*, vol. 15, 369-377.
- Fanta, B., Zaake, B.T. and Kachroo, R.K.**, 2001. A study of variability of annual river flow of the southern African region. *Hydrological Sciences Journal*, 46(4): 513-524.
- Farley J. & Hinich**, 1970. A test for a shifting slope coefficient in a linear model. *J. Amer. Statist. Ass.*, 65, 1320-99.
- Franks, S.W.**, 2002. Identification of a change in climate state using regional flood data. *Hydrology and Earth System Sciences*, 6(1): 11-16.
- Gan, T.Y.**, 1998. Hydroclimatic trends and possible climatic warming in the Canadian Prairies. *Water Resources Research*, 34(11): 3009-3015.
- García, N.O. and Vargas, W.M.**, 1998. The Temporal Climatic Variability in the 'Río De La Plata' Basin Displayed by the River Discharges. *Climatic Change*, 38(3): 359-379.
- Gardner L.** ,1969. On detecting changes in the mean of normal variates, *The Annals of Mathematical Statistics*, 40, 116-126.
- Gautier F., Lubes-Niel H., Sabatier R., Masson J. M., Paturel J. E., Servat E.**, 1998. Variabilité du régime pluviométrique de l'Afrique de l'Ouest non sahélienne entre 1950 et 1989. *Hydrological Sciences Journal*, 43 (6) 921-935.
- Good P.**, 2000. *Permutation Tests. A practical Guide to Resampling Methods for Testing Hypotheses*. Second Edition. Springer.
- Groisman, P.Y., Knight, R.W. and Karl, T.R.**, 2001. Heavy Precipitation and High Streamflow in the Contiguous United States: Trends in the Twentieth Century. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 82(2): 219-246.
- Hawkins D.M.**, 1977. Testing a sequence of observation for a shift in location, *J. Amer. Statist. Assoc.*, 72, 180-186.
- Hawkins D.M.**, 2001. Fitting multiple change-points to data. *Comput. Statist. Data Anal.*, 37, 323-341.
- Hisdal, H., Stahl, K., Tallaksen, L.M. and Demuth, S.**, 2001. Have streamflow droughts in Europe become more severe or frequent? *International Journal of Climatology*, 21(3): 317-333.
- Hubbard, E.F., Landwehr, J.M. and Barker, A.R.**, 1997. Temporal variability in the hydrologic regimes of the United States. In: A. Gustard (Editor), *FRIEND'97 - Regional Hydrology: Concepts and Models for Sustainable Water Resource Management*. IAHS Publication, Postojna, Slovenia, pp. 97-103.
- Hubert P.**, 1997. Change-points in hydrometeorological time series. *Proc. Conf. Applications of time series analysis in Astronomy and Meteorology*, Chapman & Hall, Rap, Priestley and Lessi Editors, 399-412
- Hubert P., Carbonnel J.P.**, 1987. Approche statistique de l'aridification de l'Afrique de l'Ouest. *J. Hydrol.* 95 : 165-183.
- Hubert P., Carbonnel J.P., Chaouche A.**, 1989. Segmentation des séries hydrométéorologiques. Application à des séries de précipitations et de débits de l'Afrique de l'Ouest. *Journal of Hydrology*, vol. 110, pp 349-367.

- Kazi-Aoul F., Hitier S., Sabatier R., Lebreton J. D., 1995.** Refined approximations to permutation tests for multivariate inference. *Computational Statistics & Data Analysis*, 20, 643-656.
- Kendall S. M., Stuart A., 1943** (1977 edn). *The Advanced Theory of Statistics*. Charles Griffin, London, UK. Vol. 1, 2 & 3, 472 p, 723 p, 585 p.
- Khodja H., Lubes-Niel H., Sabatier R., Masson J. M., Servat E., Paturel J. E. ; 1998.** Analyse spatio-temporelle de données pluviométriques en Afrique de l'Ouest. Recherche d'une rupture en moyenne. Une alternative intéressante : les tests de permutations. *Rev. Statistique Appliquée*, 1998, XLVI(1), 95-110.
- Kiely, G., 1999.** Climate change in Ireland from precipitation and streamflow observations. *Advances in Water Resources*, 23(2): 141-151.
- Kim H., Siegmund D., 1989.** The likelihood ratio test for a change-point in simple linear regression. *Biometrika*, 76, 3, 409-23
- Lang M., 1995.** *Les chroniques en hydrologie : modélisation comparée par un système de gestion de bases de données relationnel et orienté-objet, traitement de base et intervalles de confiance des quantiles de crues, techniques d'échantillonnage par la méthode du renouvellement*. Cemagref Lyon HHLY, Université Joseph Fourier Grenoble. Thèse de Doctorat Mécanique, Université Joseph Fourier Grenoble I, 1995. 296 p.
- Lang M., Ouarda T., Bobée B., 1999.** Towards operational guidelines for over-threshold modelling, *Journal of Hydrology*, 225, 103-117.
- Lang M., Naulet R., Recking A., Cœur D., Gigon C., 2002.** Etude de cas : l'analyse des pluies et crues extrêmes observées depuis 200 ans dans un bassin cévennol, l'Ardèche – *La Houille Blanche*, n°6/7, 131-138.
- Lanzante J.R. , 1996.** Resistant, robust and non-parametric techniques for the analysis of climate data : theory and examples, including applications to historical radiosonde station data. *Int. J. of Climatol.*, vol 16, 1197-1226.
- Laraque, A., Mahé, G., Orange, D. and Marieu, B., 2001.** Spatiotemporal variations in hydrological regimes within Central Africa during the XXth century. *Journal of Hydrology*, 245(1-4): 104-117.
- Lavielle M., 1998.** Optimal segmentation of random processes. *IEEE Trans. On Signal Processing*, vol. 46, no. 5, pp. 1365-1373.
- Lavit C., 1988.** *Analyse conjointe de tableaux quantitatifs*. Masson.
- Lee A.F S. & Heghinian S. M., 1977.** A Shift Of The Mean Level In A Sequence Of Independent Normal random Variables-A Bayesian Approach-. *Technometrics*, vol. 19, n°4, pp 503-506.
- Lemaitre F., 2002.** *Recensement des tests de detection de tendance ou de rupture adaptés à l'analyse de stationnarité des regimes de crues en France*. Cemagref Lyon, Entpe, Travail de fin d'études, 94p.
- Lins H.F. & Slack J.R., 1999.** Streamflow trends in the United States. *Geophys. Res. Letters*, 26,2,227-230.
- Livezey, R.E. and Chen, W.Y., 1983.** Statistical Field Significance and its Determination by Monte Carlo Techniques. *Monthly Weather Review*, 111(1): 46-59.
- Lubès-Niel H., Masson J.M., Paturel J.E., Servat E., 1998.** Variabilité climatique et statistique. Etude par simulation de la puissance et de la robustesse de quelques tests utilisés pour vérifier l'homogénéité de chroniques , *Revue des Sciences de l'Eau*, 3, 383-408.
- Lubes-Niel H., Seguis L., Sabatier R., 2001.** Etude de stationnarité des caractéristiques des événements pluvieux de la station de Niamey sr la période 1956-1998. *C. R. Acad. Sci.*, 333, 645-650.
- Mann H. B., 1945.** Non parametric test against trend. *Econometrika*, 13, 245-259

- Mardia K. V., 1971.** The effect of nonnormality on some multivariate tests and robustness to nonnormality in the linear model. *Biometrika*, 58, 1, 105-121.
- Marengo, J.A., Tomasella, J. and Uvo, C.R., 1998.** Trends in streamflow and rainfall in tropical South America: Amazonia, eastern Brazil and northwestern Peru. *Journal of Geophysical Research*, 103(D2): 1775-1783.
- Maronna R. & Yohai U., 1978.** A bivariate test for the detection of a systematic change in means, *J. Amer. Statist. Assoc.*, n 73, 640-645.
- McGilchrist C.A. & Woodyer K.D. , 1975.** Note on a distribution-free CUSUM technique. *Technometrics*, 17(3), 321-325.
- Mestre O. , 2000.** *Méthodes statistiques pour l'homogénéisation de longues séries climatiques*. Thèse de Mathématiques Appliquées-Statistiques de l'Université Paul Sabatier de Toulouse. Toulouse 19 septembre 2000. 226 pages.
- Mestre O. , 2003.** *Valeurs extrêmes*. Notes de cours de l'Ecole Nationale de Météorologie, Toulouse
- Molnar, P. and Ramirez, J.A., 2001.** Recent trends in precipitation and streamflow in the Rio Puerco Basin. *Journal of Climate*, 14(10): 2317-2328.
- Morrison, J., Quick, M.C. and Foreman, M.G.G., 2002.** Climate change in the Fraser River watershed: flow and temperature projections. *Journal of Hydrology*, 263(1-4): 230-244.
- Perreault L., 2000 .** *Analyse bayésienne rétrospective d'une rupture dans les séquences de variables aléatoires hydrologiques* , Thèse en cotutelle ENGREF/GRESE et Univ. Québec/INRS-Eau, 29 sept., 200p.
- Pettitt A. N., 1979.** A non-parametric approach to the change-point problem. *Applied Statistics*, 28, n°2, pp 126-135.
- Pilon, P.J. and Yue, S., 2002.** Detecting climate-related trends in streamflow data. *Water Science and Technology*, 45(8): 89-104.
- Potter K. W., 1981.** Illustration of a new test for detecting a shift in mean in precipitation series. *Mon. Wea. Rev.*, 109, 2040-2045.
- Robson A.J., Jones T.K., Reed D.W., Bayliss A.C., 1998.** A study of national trend and variation in UK floods. *Int. J. Climatol.* 18(2): 165-182.
- Robson, A.J., 2002.** Evidence for trends in UK flooding. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series a-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, 360(1796): 1327-1343.
- Robson, A.J., Jones, T.K., Reed, D.W. and Bayliss, A.C., 1998.** A study of national trend and variation in UK floods. *International Journal of Climatology*, 18(2): 165-182.
- Saporta G., 1990.** *Probabilités, analyse des données et statistique*. Editions Technip, Paris, 493p.
- Scheffe M., 1959.** *The analysis of variance*. Wiley ed., New-York, 447 p.
- Servat E., 1994.** *Programme ICCARE (Identification et Conséquences d'une variabilité du climat en Afrique de l'ouest non sahélienne)*. Présentation du Programme. Orstom, Abidjan, Côte d'Ivoire.
- Snedecor G.W., Cochran W.G., 1989.** *Statistical methods*. Eight edition, Iowa State University Press, 503p.
- Solna, K. and Switzer, P., 1996.** Time trend estimation for a geographic region. *Journal of the American Statistical Association*, 91(434): 577-589.
- Srivastava M. S., Carter M., 1983.** *An introduction to Applied Multivariate Statistics*. Elsevier Science Publishing.
- Suppiah, R. and Hennessy, K.H., 1998.** Trends in total rainfall, heavy rain events and number of dry days in Australia, 1910-1990. *International Journal of Climatology*, 18(10): 1141-1164.

- Szentimrey T. ,1996.** Statistical procedure for joint homogenization of climatic time series. *Proc. Seminar on Homogenization of surf. Instr. Data*, Budapest, 47-62.
- Westmacott, J.R. and Burn, D.H., 1997.** Climate change effects on the hydrologic regime within the Churchill-Nelson River Basin. *Journal of Hydrology*, 202(1-4): 263-279.
- Woodward W.A., Gray H.L., 1993.** Global Warming and the Problem of Testing for Trend in Time Series Data. *J. Climate* 6(5): 953-962.
- WMO (World Meteorological Organization), 1966.** *Climatic change by a working group of the commission for climatology*. W. M. O. 195, TP 100, Tech. note no. 79. WMO Geneva, Switzerland.
- WMO (World Meteorological Organization), 2000.** *Detecting trend and other changes in hydrological data*, WCDMP-45,WMO /TD 1013.
- Worsley K. J., 1979.** On the Likelihood Ratio Test for a Shift in Location of Normal Populations. *Journal of the American Statistical Association*, vol. 74, n°366, pp 365-367.
- Worsley K. J., 1983.** Testing for a two-phase multiple regression. *Technometrics*, 25, 35-42
- Yue, S. and Wang, C.Y., 2002.** Regional streamflow trend detection with consideration of both temporal and spatial correlation. *International Journal of Climatology*, 22(8): 933-946.
- Zeng, L. and Kelly, P.J., 1997.** *A preliminary investigation of the trend of flood events in the United States*, National Association of Real Estate Investment Managers Senior Officer Property Insurance Forum, Boston, US, pp. 6.
- Zhang, X., Harvey, K.D., Hogg, W.D. and Yuzyk, T.R., 2001.** Trends in Canadian streamflow. *Water Resources Research*, 37(4): 987-998.

## ANNEXE I : LISTE DES STATIONS HYDROMETRIQUES SELECTIONNEES

| <b>CODE STATION</b> | <b>NOM RIVIERE<br/>NOM STATION</b>         | <b>SUPERFICIE BASSIN<br/>VERSANT (km<sup>2</sup>)</b> | <b>LONGUEUR<br/>CHRONIQUE (an)</b> |
|---------------------|--|---|------------------------------------|
| A3472010            | LA ZORN A WALTENHEIM-SUR-ZORN              | 688   | 80                                 |
| H1501010            | L' AUBE A ARCIS-SUR-AUBE                   | 3590  | 41                                 |
| H5071010            | LA MARNE A ST-DIZIER                       | 2380  | 54                                 |
| H5172010            | LE SAULX A VITRY-EN-PERTHOIS               | 2100  | 43                                 |
| H6201010            | L' AISNE A MOURON                          | 2280  | 50                                 |
| H7201010            | L' OISE A CONDREN                          | 3280  | 19                                 |
| H7401010            | L' OISE A SEMPIGNY                         | 4290  | 46                                 |
| I9221010            | LA SELUNE A DUCEY (VEZINS)                 | 720   | 12                                 |
| J7700610            | LA VILAINE A GUIPRY (MALON)                | 4138  | 62                                 |
| K0550010            | LA LOIRE A BAS-EN-BASSET                   | 3234  | 81                                 |
| K0910010            | LA LOIRE A VILLEREST                       | 6585  | 79                                 |
| K1503010            | LA BESBRE A CHATEL-MONTAGNE                | 135   | 53                                 |
| K2330810            | L' ALLIER A VIEILLE-BRIOUDE                | 2269  | 81                                 |
| K2871910            | LA DORE A TOURS-SUR-MEYMONT (GIROUX)       | 800   | 66                                 |
| K5183010            | LA TARDES A □VAUX-LES-BAINS                | 854   | 69                                 |
| L0140610            | LA VIENNE A ST-PRIEST-TAURION              | 1156  | 51                                 |
| L0231510            | LE TAURION A PONTARION                     | 388   | 81                                 |
| L0400610            | LA VIENNE AU PALAIS-SUR-VIENNE             | 2296  | 79                                 |
| L4530710            | LA CREUSE A □GUZON-CHANTOME                | 2400  | 74                                 |
| L8000010            | LA LOIRE A MONTSOREAU                      | 81100   | 68                                 |
| L8000020            | LA LOIRE A SAUMUR                          | 81200   | 9                                  |
| M0500610            | LA SARTHE A SPAY                           | 5285  | 47                                 |
| M5300010            | LA LOIRE A MONTJEAN-SUR-LOIRE              | 109930  | 82                                 |
| O0362510            | LE SALAT A SOUEIX (KERCABANAC)             | 379   | 66                                 |
| O0592510            | LE SALAT A ROQUEFORT-SUR-GARONNE           | 1570  | 84                                 |
| O1252510            | L' ARIEGE A FOIX                           | 1340  | 91                                 |
| O3011010(20)        | LE TARN AU PONT-DE-MONTVERT (FONTCHALETES) | 67  | 79                                 |
| O3141010            | LE TARN A ST-PIERRE DES TRIPIERS (LA MUSE) | 925   | 84                                 |
| O5292510            | L' AVEYRON A LAGUEPIE                      | 1540  | 83                                 |
| O5572910            | LE VIAUR A LAGUEPIE                        | 1530  | 60                                 |
| O5882510            | L' AVEYRON A PIQUECOS (LOUBEJAC)           | 5170  | 77                                 |
| O6000010            | LA GARONNE A MALAUSE                       | 30920   | 52                                 |

|              |   |       |    |
|--------------|---|-------|----|
| O6140010     | LA GARONNE A LAMAGISTERE                              | 32350 | 30 |
| O7101510     | LE LOT A BANASSAC (LA MOTHE)                          | 1160  | 76 |
| O9060010     | LA GARONNE AU MAS-D'AGENAI                            | 52000 | 76 |
| P0010010     | LA DORDOGNE A ST-SAUVES-D'AUVERGNE                    | 87    | 68 |
| P0115010     | LA BURANDE (OU RU DE BURONS) A LA TOUR-D'AUVERGNE     | 20.4  | 52 |
| P0190010     | LA DORDOGNE A BORT-LES-ORGUES                         | 1010  | 76 |
| P0272510     | LA RHUE A CONDAT                                      | 187   | 80 |
| P0885010     | LE MARS A BASSIGNAC (PONT DE VENDES)                  | 117   | 59 |
| P1114010     | LA LUZEGE A MAUSSAC                                   | 84.9  | 44 |
| P1422510     | LA MARONNE A STE-EULALIE                              | 112   | 60 |
| P3131010(20) | LA VEZERE A UZERCHE                                   | 609   | 92 |
| P3352510     | LA CORREZE A CORREZE                                  | 168   | 54 |
| P3922510     | LA CORREZE A BRIVE-LA-GAILLARDE                       | 947   | 74 |
| P4161010     | LA VEZERE A MONTIGNAC                                 | 3125  | 82 |
| P7181510     | L' ISLE A ST-LAURENT-DES-HOMMES (BENEVENT)            | 3350  | 65 |
| Q5501010     | LE GAVE DE PAU A BERENX (PONT DE BERENX)              | 2575  | 72 |
| Q6142910     | LE GAVE D'OSSAU A OLORON-STE-MARIE (OLORON-STE-CROIX) | 488   | 84 |
| Q7002910     | LE GAVE D'OLORON A OLORON-STE-MARIE (OLORON-SNCF)     | 1085  | 85 |
| Q7412910     | LE GAVE D'OLORON A ESCOS                              | 2456  | 71 |
| Q9034610     | LA NIVE DE BEHEROBIE A ST-JEAN-PIED-DE-PORT           | 115   | 76 |
| Q9164610     | LA NIVE DES ALDUDES A ST-ETIENNE-DE-BAGORRY           | 156   | 77 |
| U2122010     | LE DOUBS A GOUMOIS                                    | 1060  | 46 |
| U2142010     | LE DOUBS A GLERE (COURCLAVON)                         | 1240  | 44 |
| U4710010     | LA SAONE A COUZON-AU-MONT-D'OR                        | 29900 | 81 |
| V1000010     | LE RHONE A POUIGNY                                    | 10300 | 77 |
| V1020010     | LE RHONE A INJOUX-GENISSIAT (BOGNES)                  | 10900 | 81 |
| V1130010     | LE RHONE A SEYSSEL (PONT DE CORBONOD)                 | 11300 | 43 |
| V1260010     | LE RHONE A MOTZ (CHATEAUFORT)                         | 12600 | 81 |
| V1264010     | LE FIER A VALLIERES                                   | 1350  | 52 |
| V1440010     | LE RHONE A LA BALME (BRENS)                           | 13800 | 45 |
| V1630010     | LE RHONE A SAULT-BRENAZ (PONT DE LAGNIEU)             | 15380 | 81 |
| V2444010     | LA BIENNE A CHASSAL                                   | 465   | 66 |
| V3000010     | LE RHONE A CALUIRE-ET-CUIRE (ST-CLAIR)                | 20300 | 72 |

## ANNEXE II : RECENSEMENT DES ANALYSES REGIONALES DE STATIONNARITE

### *Stationnarité des écoulements moyens et de crue*

#### **Afrique**

| <i>Région</i>                    | <i>Données</i>   | <i>Indicateurs</i>        | <i>Test</i>  | <i>Résultats</i>   | <i>Référence</i>            |
|----------------------------------|--|---------------------------|--|--|-----------------------------|
| <i>Afrique de l'Ouest</i>        | <i>2 stations (fleuve Sénégal et fleuve Niger) entre 1903 et 1985</i>                      | <i>Débit moyen annuel</i> | <i>Test de segmentation de Hubert</i>  | <i>Succession de cinq phases climatiques : avant 1922, 1923-1935, 1936-1950, 1951-1970, après 1970, les 2<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> séquence étant relativement humides</i>   | <i>Hubert et al.(1989)</i>  |
| <i>Centre Afrique</i>            | <i>9 stations avec une couverture maximale 1903-1995, la période commune est 1951-1993</i> | <i>Débit moyen annuel</i> | <i>Test de Pettit, de Buishand, de Hubert, de Lee et Heghinian</i>   | <i>Période de stabilité avant 1960. Période humide entre 1960 et 1970. Période sèche accentuée depuis 1982.</i>  | <i>Laraque et al.(2001)</i> |
| <i>Sud du continent africain</i> | <i>502 stations de plus de 15 ans de données ayant fonctionné au XXeme siècle</i>          | <i>Débit moyen annuel</i> | <i>Test de Fisher (combinant les tests d'Anderson et de Mann-Kendall), test de Student sur la pente de la régression linéaire, test de segmentation de Hubert, test de Student pour la comparaison de moyennes sur deux périodes distinctes.</i> | <i>Tendance à la décroissance des écoulements sur une grande portion de la région étudiée. Les tests de rupture suggèrent une aridification débutant entre 1976 et 1984. Les causes précises de ce tarissement ne sont pas évoquées.</i> | <i>Fanta et al. (2001)</i>  |

## Océanie

| <i>Région</i>                             | <i>Données</i>                        | <i>Indicateurs</i>  | <i>Test</i>  | <i>Résultats</i>   | <i>Référence</i>                |
|---|---------------------------------------|---|--|--|---------------------------------|
| <i>Australie</i>                          | <i>30 stations entre 1919 et 1990</i> | <i>Débit moyen annuel</i>   | <i>Test de Mann Kendall, de Buishand, de vraisemblance de Worsley, de Kruskal-Wallis et non paramétrique sur les écarts cumulés de McGilchrist et Woodyer</i>                              | <i>Aucune tendance ne se dessine. La raison invoquée est une chronique en générale trop courte combinée à une forte variabilité interannuelle.</i>   | <i>Chiew et MacMahon (1993)</i> |
| <i>Australie (Nouvelle Galles du sud)</i> | <i>40 stations 1910-1990</i>          | <i>Débit maximal annuel<br/>Index régional RI obtenu à partir des logarithmes des débits maximaux annuels</i> | <i>Test de rupture de Mann-Whitney, comparaison des distributions pré et post 1945 (visualisation graphique et diagnostic en terme de recouvrement des intervalles de confiance à 90%)</i> | <i>Rupture significative pour près de 50% des stations dans les années 1940-1950.<br/>Idem pour la série temporelle des RI avec une rupture marquée en 1944.<br/>Intensité des crues post 1945 supérieure à celles pré 1945.<br/>Pas de conclusion vis à vis d'une dérive climatique (rupture trop précoce pour être attribuée à un effet de serre).</i> | <i>Franks (2001)</i>            |

## Europe

| Région                            | Données  | Indicateurs   | Test   | Résultats  | Référence                    |
|-----------------------------------|--|---|--|--|------------------------------|
| Royaume Uni                       | 890 stations sur trois périodes de référence 1870-1995, 1941-1980 et 1941-1990                       | Débit instantané maximal annuel et échantillons sup-seuils<br>Les caractéristiques nationales ou régionales sont examinées  | Représentation graphique<br>Régression linéaire sur les variables brutes ou ayant subi une anamorphose, coefficient de corrélation de Spearman, ajustement d'un modèle de covariance comportant une relation avec le temps<br>Approche par permutation | L'ensemble paraît stationnaire.  | Robson et al. (1998)         |
|                                   | 30 stations avec des enregistrements entre 1880 et 2000  | Débit instantané maximal annuel, échantillons sup-seuils et volumes totaux écoulés sur 3 et sur 30 jours maximaux dans l'année, nombre de jours pour lesquels le débit du jour est supérieur au quantile 97%                                      | Représentation graphique<br>Régression linéaire sur les variables brutes ou ayant subi une anamorphose, coefficient de corrélation de Spearman<br>Approche par permutation   | La question est de savoir si les dernières crues généralisées à l'ensemble de l'Angleterre d'octobre-novembre 2000 modifient les conclusions de l'étude précédente.<br>La réponse est non. Les crues récentes présentent des caractéristiques qui s'inscrivent dans la variabilité naturelle observée du climat. | Robson (2002)                |
| France                            | 10 stations entre 1903 et 1999   | Débit moyen annuel, débit journalier maximal annuel, débit dépassé en continu pendant 30 jours en échantillonnage sup-seuil   | Tests de rupture (Buishand, Pettit, Lee et Heghinian), de segmentation (Hubert) et de tendance (régression linéaire)   | Pas de résultats nets, c'est davantage l'influence humaine qui a perturbé le régime hydrologique.  | Brunel (2000)                |
| France - Vallée de l'Austreberthe | 1967-1997 en une station   | Caractéristiques des crues dont le maximum est supérieur à 4 m <sup>3</sup> /s (nombre, volume et gradient de montée)   | Régression linéaire  | Les crues sont de plus en plus fréquentes, de plus en plus rapides et les volumes écoulés de plus en plus importants, conséquences d'une action humaine (imperméabilisation, réduction des zones d'épandage...)  | DIREN Haute Normandie (1999) |
| Irlande                           | 4 stations 1941-1995   | Débits moyens annuel et mensuels  | Test de Pettit, de Wilcoxon et sur les écarts cumulés<br>Représentation graphique  | Tendance à l'augmentation des écoulements annuels et des débits moyens de mars après rupture localisée vers 1975<br>Les tendances seraient expliquées en partie par la persistance et l'intensité accrue de la phase positive de NAO   | Kiely (1999)                 |
| Europe                            | plus de 600 stations sur quatre périodes de référence : 1962-1990, 1962-1995, 1930-1995 et 1911-1995 | Durée maximum de non dépassement en continu de Q70, débit dépassé 70% sur la période 1962-1990<br>Nombre d'épisodes par an.<br>Volume déficitaire sur la chronique moyenne mobile de 11 jours<br>Variable normée par le débit moyen sur la saison | Test de Mann-Kendall et test de permutation (Good, 1994)   | Rien de bien significatif  | Hisdal et al. (2001)         |

## Amérique du Nord

| Région   | Données  | Indicateurs   | Test   | Résultats  | Référence                 |
|--|--|---|--|--|---------------------------|
| Etats Unis   | plus de 1500 stations non influencées avec des durées de suivi diverses          | Moyenne mobile des débits moyens annuels calculée sur des fenêtres temporelles glissantes de 20 ans et pondérée par la surface drainée pour obtenir des moyennes par secteur<br>Débit de base issu d'une technique de séparation des hydrogrammes   | Visualisation graphique de l'évolution temporelle des variables  | 16 des 20 régions formant une partition des Etats Unis présentent une tendance à l'augmentation des écoulements moyens annuels. Idem pour le débit de base (analyse sur 65 stations sur la période 1939-1988)  | Hubbard et al. (1997)     |
|  | 2432 stations sur la période 1940-1993   | Nombre de crues par an engendrant des débordements.<br>Débit moyen par épisode de crue sélectionné  | Régression et comparaison de la pente à l'écart type de l'échantillon débiaisé de la dérive                              | Pas plus d'événement, mais événements de plus en plus intenses.  | Zeng et Kelly (1997)      |
|  | 395 stations ayant fonctionné au moins entre 1944 et 1993                        | 10 <sup>ème</sup> , 30 <sup>ème</sup> , 50 <sup>ème</sup> , 70 <sup>ème</sup> et 90 <sup>ème</sup> quantiles journaliers de chaque année lus sur la courbe des débits classés, débits journaliers minimal et maximal annuels  | Test de Mann-Kendall   | Absence de tendance sur le régime de crue (90 <sup>ème</sup> quantile et maximum) ; en revanche, les étiages sont moins marqués. Ces tendances pourraient être attribuées à la persistance d'une même phase de la NAO.   | Lins et Slack (1999)      |
|  | 802 stations pour la période 1959-1988 et 423 stations pour la période 1939-1988 | Débit journalier maximal annuel, minimum de la moyenne mobile des débits calculée sur 7 jours consécutifs.<br>Traitement préalable des données d'étiage pour s'affranchir de l'autocorrélation d'ordre 1 (von Storch, 1995)   | Variante régionale du test de Mann-Kendall appliquée à trois puis neuf grandes régions (approche théorique et bootstrap) | Idem que les résultats de l'étude de Lins et Slack (1999) : pas de tendance sur le maximum, augmentation significative des débits d'étiage dans le MidWest.  | Douglas et al. (2000)     |
|  | 1500 stations sur le dernier siècle  | Débit moyen du mois d'occurrence du débit maximal de l'année et du mois qui le précède (ces valeurs sont centrées réduites et agrégées à l'échelle d'une entité géographique).<br>Classes de débits définis par la courbe des débits classés d'une période de référence (volume total généré et fréquence des événements dans l'année ou le mois) | Régression linéaire<br>Confrontation avec des séries de pluie  | Pas de tendance à l'échelle du siècle mais identification de phases climatiques (période humide entre 1930 et 1970 dans le secteur nord-ouest, période plus sèche à la fin des années 80 dans le MidWest et le nord-est).<br>Contribution accrue des forts débits au volume annuel<br>La variabilité observée sur les pluies se transmet aux débits de manière amplifiée lorsque le régime hydrologique est pluvial. | Groisman et al. (2001)    |
| Etats Unis, Nouveau Mexique (bassin du Rio Puerco) | 4 stations Rio Puerco sur la période 1952-1986                                   | Débits moyens annuel et mensuels, probabilité d'observer un débit nul pour un jour de l'année.<br>Débit journalier maximal annuel, quantiles de chaque année lus sur la courbe des débits classés (90 <sup>ème</sup> et 99 <sup>ème</sup> )   | Test de Mann-Kendall   | Pas de tendance sur les débits annuels<br>Augmentation des débits moyens mensuels en période d'étiage (novembre à mai) et décroissance pour les mois de juillet et août<br>Augmentation du nombre de jours avec un écoulement non nul<br>Tendance à la diminution des intensités des événements extrême  | Molnar et Ramirez (2001)  |
| Canada (Churchill-Nelson River)                    | 117 stations ayant fonctionné au   | Débits moyens annuel et mensuels, débit journalier maximal annuel et son occurrence dans l'année  | Test de Mann-Kendall et de Kendall   | Tendance à la décroissance des débits moyens annuels et mensuels à l'exception des mois de mars et avril avec une tendance à la hausse   | Westmacott et Burn (1997) |

|        |   |  |  |   |                           |
|--------|---|--|--|---|---------------------------|
|        | moins 30 ans  |  |  | Les épisodes diminuent en intensité et sont plus précoces dans l'année (effet de l'augmentation de la température et d'une fonte de neige plus avancée dans l'année)  |                           |
| Canada | 51 stations réputées non influencées. La plupart d'entre elles ont des données entre 1940 et 1993     | Débits moyens mensuels de mars à octobre (période hors glace)  | Test de Mann-Kendall   | Tendance générale à la baisse (le nombre de stations ayant une pente négative est supérieur à celui de stations avec une pente positive). Néanmoins : tendance à la hausse en mars (fonte plus précoce), par effet de balancier, réduction des écoulements de mai et juin. Conclusion mitigée quant à l'influence d'un changement de climat.  | Gan (1998)                |
|        | 248 stations de durées diverses entre 1908 et 1997  | Débits moyens annuel et mensuels de juillet et août, débits journaliers maximal et minimal annuels   | Approche géostatistique appliquée sur une partition du Canada en onze régions  | Augmentation significative des débits moyens de juillet dans la région des Grandes Prairies et en bordure de Pacifique et des débits moyens de décembre dans les Territoires du nord-ouest et dans le Nunavut. Décroissance du débit moyen annuel dans les secteurs montagneux du nord, dans le centre du pays et en bordure de Pacifique. Décroissance des débits maximaux pour quatre des onze régions et croissance pour les régions centrale et celle des Grandes Prairies. Augmentation des débits minimaux dans les secteurs Ontario Sud, montagneux du nord, Ouest Québec et en bordure de Pacifique, mais réduction pour les région centre-est. | Adamowski et Bocci (2001) |
|        | Trois périodes de référence entre 1947 et 1996 sont examinés correspondant à 151, 741 et 47 stations. | Onze variables examinées : les débits moyens annuel et mensuels, les débits journaliers minimal et maximal annuels, les quantiles de chaque année lus sur la courbe des débits classés (10 <sup>ème</sup> , 20 <sup>ème</sup> , 30 <sup>ème</sup> , 40 <sup>ème</sup> , 50 <sup>ème</sup> , 60 <sup>ème</sup> , 70 <sup>ème</sup> , 80 <sup>ème</sup> , 90 <sup>ème</sup> ), la date du début des hautes eaux, la date d'occurrence du débit journalier maximum annuel, la date à laquelle la moitié du volume annuel s'est écoulé. Traitement préalable des données pour s'affranchir de l'autocorrélation d'ordre 1 (von Storch, 1995) | Test de Mann-Kendall<br>Technique bootstrap pour évaluer si le nombre de séries non-stationnaires est significatif (Livezey et Chen, 1983) | Tendance à la décroissance du débit moyen annuel quelle que soit la période d'analyse considérée. Tendance à la décroissance de l'ensemble des quantiles marquée au sud du Canada. Augmentation significative pour les quantiles d'étiage dans la partie nord de la Colombie Britannique et dans le Territoire du Yukon. Augmentation des débits de mars et avril mais réduction en fin d'été et automne. Hautes eaux plus précoces, conséquence d'une hausse de la température. Tendance à une diminution des maxima et minima annuels   | Zhang et al. (2001)       |
|        | 1912-1995   | Date correspondant au tiers et à la moitié du volume écoulé dans l'année   | Régression linéaire  | L'essentiel de l'écoulement s'écoule sur des périodes de l'année de plus en plus précoces.  | Morrison et al. (2002)    |
|        | plus de 50 stations sur la période 1950-1997 et plus de 86 stations pour la période                   | 18 variables dont débits moyens annuel et mensuels, débit maximal journalier et date de son occurrence dans l'année. Traitement préalable des données pour s'affranchir de l'autocorrélation d'ordre 1 (von Storch et Navarra, 1995)   | Test de Mann-Kendall<br>Technique bootstrap pour évaluer si le nombre de séries non-stationnaires est significatif (Livezey et Chen, 1983) | Décroissance des débits maximaux dans le sud-ouest et croissance dans le nord-est. Pour les débits de mars et avril : augmentation due à une fonte plus précoce. Pour le mois de juin : décroissance. Pour le mois d'octobre, les écoulements augmentent dans l'est et  | Burn et Hag Elnur (2002)  |

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| <i>1960-1997</i>  |  |   | <i>le nord tandis qu'ils décroissent dans l'ouest canadien.</i>  |
| <i>environ 140 stations ayant fonctionné sur la période 1967-1996</i> | <i>Débit moyen annuel, débits journaliers maximal et minimal annuels</i> | <i>Variante régionale du test de Mann Kendall appliquée à dix des grandes régions climatiques du Canada</i> | <i>Écoulement annuel : hausse significative dans le nord (Territoire du Yukon et région montagneuse de la Colombie Britannique), mais réduction significative en bordure du Pacifique et dans les grandes prairies du sud<br/>Minimum annuel : décroissance significative dans les régions en bord de Pacifique et dans les régions sud-est à l'exception de la région des Grands Lacs et du Saint Laurent, mais augmentation significative dans le Territoire du Yukon et région montagneuse de la Colombie Britannique<br/>Les maxima de crue ont tendance à diminuer dans le sud canadien excepté les régions bordant l'océan Pacifique</i> |

## Amérique du Sud

| Région  | Données   | Indicateurs   | Test  | Résultats  | Référence                 |
|---|---|---|---|--|---------------------------|
| Bassin de l'Amazonie, nord-est du Brésil et nord-ouest du Pérou | 20 stations de plus de 22 ans de données sur le siècle écoulé   | Débits moyens saisonniers calculés sur les trois mois des hautes eaux.  | Test de Mann-Kendall  | Pas de tendance significative à l'échelle de la région prise dans son ensemble, cependant sur la côte nord-ouest du Pérou, les volumes des hautes eaux tendent à se réduire.<br>Origine probable de la variabilité observée : ENSO et activité humaine (production hydroélectrique). Interrogation quant à un biais dû l'autocorrélation dans les tests. | Marengo et al. (1998)     |
| Rio de la Plata   | 11 stations sur la période commune 1931-1992 dont 7 stations ayant fonctionné sur une période plus longue | Débits moyens mensuels et annuels.  | Test de Mann-Kendall et de Buishand<br>Visualisation des moyennes des débits moyens mensuels sur des périodes disjointes déterminés par les tests   | Tendance à une augmentation des débits annuels moyens sur les 25 dernières années (en cohérence avec les pluies)   | Garcia et Vargas (1998)   |
| Rio Paraguay  | 20 stations avec des enregistrements post 1961<br>Une station ayant fonctionné entre 1900 et 1995         | Débits moyens, maximaux et minimaux annuels exprimés en variables centrées réduites ou en hauteur d'eau.<br>Autocorrélation d'ordre 1 à 4 | Examen des moyennes des extrêmes (max et min) sur période disjointes et du recouvrement des intervalles de fluctuations.<br>Visualisation graphique et interprétation des valeurs en liaison partielle avec le régime des pluies.<br>Absence de test statistique. | Modification du régime à partir de la décennies 1960-1970 (augmentation des débits moyens annuels et des coefficients d'autocorrélation)   | Collischonn et al. (2001) |