



**HAL**  
open science

# Caractérisation expérimentale et modélisation du processus d'advection-dispersion d'une pollution accidentelle dans un canal

M. Doghri

► **To cite this version:**

M. Doghri. Caractérisation expérimentale et modélisation du processus d'advection-dispersion d'une pollution accidentelle dans un canal. Sciences de l'environnement. 2012. hal-02599304

**HAL Id: hal-02599304**

**<https://hal.inrae.fr/hal-02599304v1>**

Submitted on 16 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de master 3A

### **Master en sciences et technologies Agronomie et Agroalimentaire**

**Spécialité : Systèmes et techniques innovants pour un développement agricole durable  
(STIDAD)**

**Parcours : Sciences et Technologies de l'Eau en Milieu rural (STEM)**

*Caractérisation expérimentale et modélisation du processus  
d'advection-dispersion d'une pollution accidentelle dans un canal*

Réalisé par :

**Mouna DOGHRI**

**Tuteur pédagogique : Gilles BELAUD Montpellier SupAgro**

**Maîtres de stage : David DORCHIES IRSTEA Montpellier**

**Organisme d'accueil :**

**IRSTEA Montpellier / UMR G-Eau**

**Année universitaire : 2011/2012**



# MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de master 3A

## Master en sciences et technologies Agronomie et Agroalimentaire

**Spécialité :** Systèmes et techniques innovants pour un développement agricole durable  
(STIDAD)

**Parcours :** Sciences et Technologies de l'Eau en Milieu rural (STEM)

*Caractérisation expérimentale et modélisation du processus  
d'advection-dispersion d'une pollution accidentelle dans un canal*

Réalisé par :

**Mouna DOGHRI**

Soutenu le 5 Octobre 2012 devant un jury composé de :

<b>François COLIN</b>	<b>Montpellier SupAgro</b>	<b>Président de jury</b>
<b>Carole SINFORT</b>	<b>Montpellier SupAgro</b>	<b>Rapporteur école</b>
<b>Gilles BELAUD</b>	<b>Montpellier SupAgro</b>	<b>Tuteur pédagogique</b>
<b>David DORCHIES</b>	<b>IRSTEA Montpellier</b>	<b>Maîtres de stage</b>

Organisme d'accueil :

**IRSTEA de Montpellier / UMR G-Eau**

**Année universitaire : 2011/2012**



## *Résumé*

Ce mémoire étudie le processus de l'advection et de la diffusion d'une pollution accidentelle introduite dans un canal. Le but consiste à modéliser ces processus afin de pouvoir à la fois décrire la dispersion de la pollution dans les canaux et gérer ce type de situation.

Dans un premier temps, un modèle monodimensionnel de la dispersion des polluants est développé sur la base des notions fondamentales spécifiques à ce type de phénomène. Le modèle utilise l'approche dite du "Split Operator" et résout séparément l'advection et la diffusion par le biais, respectivement, du schéma de Holly-Preissmann et le schéma de Crank-Nicholson.

Par la suite, une série d'expérimentations, réalisée au niveau du canal de Gignac, permet de caractériser expérimentalement le phénomène de dispersion d'une pollution introduite instantanément dans le canal.

La comparaison des résultats expérimentaux avec ceux de la modélisation numérique du processus de dispersion permet de conclure sur la performance des schémas employés.

**Mots clés :** Modélisation, Qualité, Expérimentation, Schéma numérique, Advection, Diffusion, Dispersion, Pollution accidentelle, Canaux.

## *Abstract*

This Master thesis aims to studies the process of advection and diffusion of an accidental pollution introduced into a canal. The objective is to model this process in order to both describe the dispersion of pollution in the canals and develop a basis for the management of such a situation.

In a first step, a one-dimensional model of the dispersion is developed. This one is based on the fundamental concepts specific to this type of phenomenon. The model solves separately advection and diffusion through, respectively, the Holly-Preissmann scheme and the Crank-Nicholson scheme: this is known as the "Split-operator approach".

Subsequently, a series of experiments is carried out at the Gignac canal. This allows to experimentally characterizing the phenomenon of pollution dispersion introduced into the channel instantly.

Comparison of the results of the experimental study with those of the numerical modeling of the dispersion process, allows to conclude that the schemes used in this study are performing.

**Keywords:** Modeling, Quality, Experimentation, Numerical scheme, Advection, Diffusion, Dispersion, Accidental pollution, Channels.



## *Remerciement*

Je tiens tout d'abord à remercier Gilles BELAUD pour m'avoir donné l'opportunité d'effectuer ce stage au sein de l'IRSTEA. Je le remercie profondément pour tous ses conseils et ses remarques constructifs, sa compréhension et sa confiance.

Je tiens aussi à remercier David DOCHIES pour tous ses conseils, son aide qu'il a pu m'apporter, sa disponibilité dans le suivi de mes travaux et sa bonne humeur.

Je remercie également toute l'équipe de l'UMR G-eau qui n'ont pas cessé de m'encourager et de m'aider sur tous les plans. Je remercie Pierre Olivier MALATERRE ainsi que Jean Pierre BAUME pour leurs conseils et Louis POIREL pour toutes les fois où il a contribué dans l'avancement de ce projet.

Grand merci pour toutes l'équipe qui m'a accompagné au terrain : Cyril Dejean, Hélène FONTA, David DORCHIES, Louis, thomas, Florine, Gauthier, David, Jonathan et José pour leurs contributions, engagement, patience et leurs bonne humeur.

Un grand Merci à l'ensemble du personnel de l'IRSTEA de Montpellier pour son aimable accueil, sa bonne humeur et sa serviabilité.

Aucun mot ne conviendra pour remercier tous mes enseignants de Montpellier SupAgro pour leurs qualités, sur le plan pédagogique et humain, leurs disponibilités et leurs permanents conseils et Mylène pour son adorable accueil, son grand cœur et son soutien permanent.

*Je dédie ce travail par amour à :  
mon papa qui me manque énormément,  
à ma Chère et adorable Maman,  
et à mes chères Mahmoud et Maroua*

## Sommaire

Introduction Générale .....	1
Chapitre I : Dispersion d'une pollution dans un canal .....	3
1. Phénomène de dispersion .....	3
1.1. Diffusion .....	3
1.2. Advection .....	4
1.3. Dispersion .....	4
2. Théories de la dispersion .....	5
2.1. Les zones de mélanges .....	5
2.2. Longueur de bon mélange .....	6
2.2.1. Méthodes empiriques .....	6
2.2.2. Méthode théorique .....	6
3. Modélisation de la dispersion.....	7
4. Présentation de SIC .....	9
Chapitre II : Modélisation numérique .....	10
1. Modèle de transport de polluant.....	10
2. Résolution numérique .....	10
2.1. Terme de l'advection .....	10
2.1.1. Comparaison des schémas .....	11
2.1.2. Schéma de Holly-Preissmann.....	11
2.2. Terme d'Echange .....	15
2.3. Terme de diffusion.....	15
3. Calcul aux nœuds de confluence et de diffluence .....	16
4. Position générale du programme dans SIC .....	17
5. Validation des algorithmes.....	18
5.1. Configuration des réseaux testés.....	18
5.2. Tests réalisés .....	19
5.3. Résultats et analyses.....	20
Conclusion .....	22
Chapitre III : Etude Expérimentale .....	24
1. Types de Traceurs .....	24
1.1. Solution saline.....	24
1.2. Fluorescéine .....	24
1.3. Choix des traceurs.....	24

2. Appareils de mesure .....	25
2.1. Conductivimètre.....	25
2.2. Fluorimètre.....	25
3. Principe de la méthode de traçage avec injection instantanée.....	25
4. Solution analytique de l'équation dispersion .....	26
5. Etudes expérimentales sur Gignac .....	27
5.1. Site expérimental .....	27
5.2. Hypothèses .....	28
5.3. Durée de l'expérimentation.....	29
5.4. Déroulement de l'expérimentation .....	30
5.5. Résultats et discussions.....	30
5.5.1. Distribution des concentrations le long du bief de l'expérimentation .....	30
5.5.2. Conservation de la masse .....	32
5.5.3. Estimation du débit.....	33
Conclusion .....	34
Chapitre IV : Validation du modèle .....	35
1. Application du modèle de dispersion sur l'expérimentation du 1er Août .....	35
2. Ajustement des formules d'estimation de D.....	36
2.1. Ajustement de la formule de Fischer (1979).....	36
2.2. Ajustement de la formule de Liu (1977).....	37
2.3. Ajustement de la formule de Iwasa et Aya (1991).....	38
2.4. Ajustement de la formule de Parker (1961).....	38
3. Test sur la première expérimentation du 29 Mai.....	39
Conclusion .....	39
Conclusion Générale .....	40
Bibliographie .....	41
Annexes .....	43

## *Liste des figures*

Figure 1. Les composantes de la dispersion (Cunge et al., 1980) .....	5
Figure 2. Représentation des trois zones de mélanges (Rutherford, 1994).....	6
Figure 3. Méthode des caractéristiques .....	11
Figure 4. Pieds de la caractéristique localisé au niveau du Bief .....	13
Figure 5. Pieds de la caractéristique localisé en dehors du Bief .....	14
Figure 6. Schéma d'un réseau avec les différents nœuds possibles.....	16
Figure 7. Schéma d'une confluence.....	17
Figure 8. Représentation sommaire de la structure de SIC .....	18
Figure 9. Chronique de la pollution (Condition limite Amont) .....	18
Figure 10. Profils en long de la distribution de la concentration pour respectivement un pas de 2s et de 10s.....	20
Figure 11. Nuages de polluant à différentes section du bief (Test 1-4). .....	21
Figure 12. Erreur sur la conservation de la masse (Test 1-4).....	21
Figure 13. Essai de l'advection pure par les deux schéma (cas $L/\Delta x = 1.55$ ). .....	22
Figure 14. Carte du site d'étude (Belaud et al., 2011) .....	27
Figure 15. Localisation du point d'injection du traceur et des points de mesure (29 Mai).....	28
Figure 16. Nuages d'un traceur pour différentes valeurs du coefficient de dispersion longitudinale (D) d'un point à 900 m de l'injection instantanée (29 Mai) .....	29
Figure 17. Résultats de la première expérimentation au sel (29 Mai).....	30
Figure 18. Résultats de la deuxième expérimentation (29 Mai) .....	31
Figure 19. Résultats de la troisième expérimentation (1 <sup>er</sup> Août).....	31
Figure 20. Comparaison de la solution analytique (avec les différentes formules de D) avec les observations de l'expérimentation au 1er point (29 Mai).....	32
Figure 21. Résultats des simulations de l'expérimentation du 1er Août sur les Points 3 et 4 (application des différentes formules d'estimation de D). .....	35
Figure 22. Résultats de l'ajustement de la formule de Fischer (1979). .....	37
Figure 23. Résultats de l'ajustement de la formule de Liu (1977).....	37
Figure 24. Résultats de l'ajustement de la formule de Iwasa et Aya (1991). .....	38
Figure 25. Résultats de l'ajustement de la formule de Parker (1961).....	38
Figure 26. Résultats de la Simulation pour l'expérimentation du 29 Mai .....	39

## *Liste des Tableaux*

Tableau 1 : Détermination de la longueur de bon mélange (empirique).....	6
Tableau 2 : Détermination de la longueur du bon mélange (théorique).....	7
Tableau 3 : Formules empiriques pour la détermination du coefficient de dispersion longitudinale D (Naved, 2008). .....	8
Tableau 4 : Descriptif des branchements testés.....	19
Tableau 5 : Descriptif des tests effectués .....	19
Tableau 6 : Tableau comparatif des traceurs (Bertrand-Krajewski et al., 2000).....	25
Tableau 7 : Distance linéaire entre les différentes Equipes.....	28
Tableau 8 : Caractéristiques hydraulique du canal de Gignac .....	29
Tableau 9 : Coefficient de dispersion longitudinale (D en m <sup>2</sup> /s) .....	29
Tableau 10 : Longueur de bon mélange (m) .....	29
Tableau 11 : Vérification de la conservation de la masse .....	32
Tableau 12. Estimation du débit par méthode de jaugeage par dilution (expérimentation 1)..	33
Tableau 13. Estimation du débit par méthode de jaugeage par dilution (expérimentation 2)...	33
Tableau 14. Estimation du débit par méthode de jaugeage par dilution (expérimentation 3)...	33
Tableau 15 : Nash obtenu pour chaque simulation pour les deux points 3 et 4 de l'expérimentation du 1er Août.....	36

## *Liste des Annexes*

**Annexe 1 :** Discrétisation de l'équation de la diffusion

**Annexe 2 :** Résultats des tests de Validation du schéma numérique

**Annexe 3 :** Appareils de mesure de la conductivité et la fluorescence

**Annexe 4 :** Déroulement de l'expérimentation

## Introduction Générale

Les rejets accidentels de produits dans la nature sont de plus en plus courant du fait d'une utilisation grandissante de produits synthétiques ou naturels qui peuvent être, dans la majorité des cas, toxiques ou polluants. Le bilan des accidents technologiques entre 1992 et 2004 révèle un chiffre effrayant de plus de 8 000 accidents de rejets de produits dangereux recensés en France (BARPI 2005). On donne l'exemple de l'avion d'épandage d'insecticide qui s'est écrasé la matinée du 08 Juin 2012 à Saint-Gilles (près de Nîmes). Il transportait 800 litres d'un mélange contenant 90 litres d'insecticide.

Dès lors que le polluant est rejeté dans un cours d'eau, de nombreux phénomènes physiques et chimiques contrôlent son évolution et son devenir dans le milieu naturel ou aquatique. Des mesures d'interruption de captage et d'isolement des tronçons contaminés du réseau sont souvent prises par simple précaution pénalisant ainsi la consommation des usagers et l'activité économique d'une région (Girin, 2001; Jabbour, 2006). Ces mesures sont dues essentiellement à des interrogations relatives à la gravité de la contamination et aux conséquences sur le milieu naturel et sur l'utilisateur du réseau en question.

Des outils permettant de fournir les informations utiles doivent être à disposition des décideurs pour qu'ils puissent prendre les mesures de sécurité les mieux adaptées à chaque situation.

L'UMR G-eau développe ainsi des approches et des outils de régulation hydraulique des réseaux de transport et distribution d'eau. Les approches standard de régulation visent à satisfaire des objectifs de performance hydraulique. Ses travaux récents ont permis d'intégrer également des objectifs de qualité lorsque celle-ci évolue modérément sous l'effet de variation des régimes hydrauliques. Dans le cas de pollutions accidentelles, de forts gradients de concentrations en polluant doivent être considérés, rendant plus difficile la simulation des processus et leur gestion.

L'objectif de ce mémoire consiste à modéliser le phénomène de transport et de dispersion d'une pollution accidentelle dans un canal. Les pollutions considérées dans cette étude, sont supposées miscibles et ne modifient pas de façon notable la densité de l'eau. La modélisation des processus doit être intégrée au logiciel de simulation des écoulements développé au sein de l'équipe d'accueil, en vue de permettre le développement de stratégies de contrôle des pollutions accidentelles. Dans ce but, une démarche en quatre parties a été adoptée pour réaliser l'étude.

Le premier chapitre est consacré aux notions fondamentales de la dispersion d'une pollution dans un canal. Cela comprend : une description des différents phénomènes régissant le transport de la pollution et un point sur les spécificités des différentes zones de mélange. Ce chapitre présente également le logiciel de modélisation hydraulique (SIC) dans lequel le module « qualité » sera intégré pour représenter la dispersion d'une pollution.

Le deuxième chapitre explicite le schéma numérique adapté pour la modélisation de la dispersion de la pollution dans un canal ainsi que les différents tests qui ont permis de juger de la performance du schéma.

Dans le troisième chapitre, les expérimentations réalisées dans un canal réel (Canal de Gignac) sont présentées : choix des traceurs employés et modes de détection et de prélèvement, dimensionnement des expérimentations et les résultats obtenus.

Au niveau du dernier chapitre, le modèle numérique programmé dans SIC est testé sur le cas de Gignac dans le but de valider le modèle par le biais de données expérimentales et de juger de la performance de ce dernier.

# Chapitre I : Dispersion d'une pollution dans un canal

Pour l'étude du comportement d'une pollution introduite accidentellement au sein d'un cours d'eau, il est important de connaître les modes de transport de la pollution. Ainsi, on explicitera, au niveau de ce chapitre, les théories des différents phénomènes qui régissent le transport de la pollution dans un canal et les différents paramètres intervenants dans la description du phénomène.

## 1. Phénomène de dispersion

Le transport de la matière dans les cours d'eau est généré par différents phénomènes qui dépendent à la fois de la nature de la matière rejetée et des caractéristiques hydrodynamiques intrinsèques au cours d'eau (Jabbour, 2006). L'ensemble de ces phénomènes est connu sous le nom du processus de dispersion. L'étude des aspects physiques permet par la suite d'apprécier les conséquences de la simplification de la réalité physique du processus (Cunge et al., 1980).

### 1.1. Diffusion

La diffusion est une vibration intramoléculaire caractéristique de chaque produit soluble. Deux sortes de diffusion existent : Diffusion Moléculaire et Diffusion Turbulente. Le premier type est modélisé par la loi de Fick qui admet que le flux est proportionnel au gradient de la concentration. La loi est décrite mathématiquement par l'expression suivante :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( e_m \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( e_m \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( e_m \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

Où  $C$  est la concentration de la pollution (d'un traceur d'une grandeur physique intensive comme la température) et  $e_m$  est le coefficient de la diffusion moléculaire (en  $m^2/s$ ) caractérisés par les trois coordonnées spatiales ( $x, y, z$ ) et le temps  $t$ .

Le deuxième type de diffusion apparaît dans le cas de l'écoulement turbulent où les particules de fluide individuelles subissent les fluctuations aléatoires de la vitesse. Il s'agit de la diffusion turbulente (Cunge et al., 1980).

Suivant la vitesse de l'eau dans le cours d'eau, on a :

- La diffusion moléculaire devient le phénomène prédominant, dans le cas où la vitesse du courant est nulle.
- La diffusion est associée à d'autres phénomènes (advection, dispersion...), qui font déplacer et diluer le produit rejeté, dans le cas où la vitesse de l'eau est faible et en présence d'un régime d'écoulement laminaire.
- Une fois que le régime de l'écoulement devient turbulent, l'effet combinatoire de la diffusion moléculaire et la fluctuation turbulente des vitesses du courant, donne naissance à la diffusion turbulente qui est aussi modélisée par la loi de Fick.

Seul le dernier cas sera pris en considération pour l'étude de phénomène de dispersion d'une pollution dans un canal.

L'équation de la diffusion unidimensionnelle est :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

Où C est la concentration étudiée et D est le coefficient de la diffusion.

Les turbulences augmentent significativement la vibration moléculaire entraînant un accroissement du coefficient de diffusion. Cependant la diffusion moléculaire est souvent négligée dans les cours d'eau en faveur des autres phénomènes (advection et la diffusion turbulente) puisque les vitesses des courants sont conséquentes (Jabbour, 2006).

### 1.2. Advection

L'advection d'une solution est un pur phénomène de translation imposé par le flux du courant dans le cours d'eau. Le produit rejeté et qui subit une pure advection ne voit pas sa concentration affectée (Jabbour, 2006). L'expression, dans l'espace tridimensionnel, est comme suit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = 0$$

Où C est la concentration de la pollution (ou du traceur) et u, v et w sont les composantes de la vitesse de l'écoulement dans les trois dimensions de l'espace.

Soit un traceur subissant une advection dans un écoulement unidimensionnel, sa concentration C(x,t) est donné par la solution de la relation suivante :

$$\frac{\partial C(x, t)}{\partial t} + u(x, t) \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} = 0$$

### 1.3. Dispersion

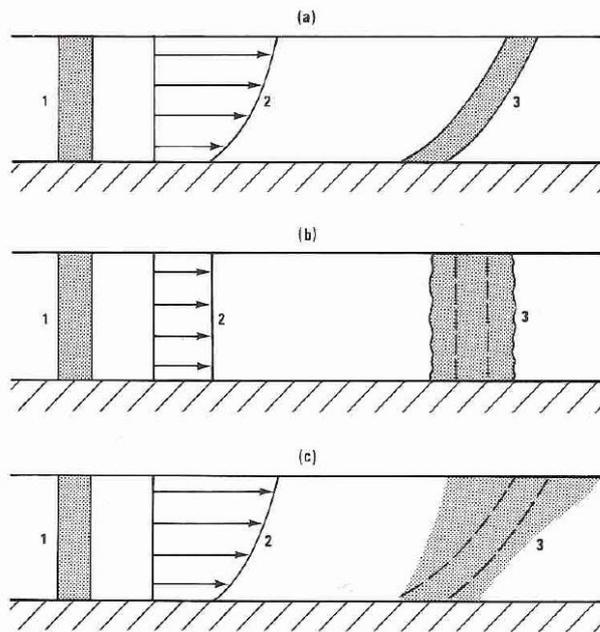
Un polluant, injecté instantanément dans un cours d'eau, se propage en forme d'un nuage en expansion continue dans la direction de l'écoulement (Cunge et al., 1980). La dispersion est résultante de la non-uniformité des champs de vitesses horizontaux et verticaux. Cette non-uniformité est due essentiellement à la réduction des amplitudes des champs de vitesse à proximité du fond et des bords causés par la rugosité du lit du cours d'eau (Jabbour, 2006).

Il convient de noter que la dispersion désigne l'action conjuguée de la diffusion moléculaire, l'advection et diffusion turbulente (Figure 1). L'expression mathématique de ce phénomène est ainsi :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( e_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( e_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( e_z \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

La substance subit une convection par les trois composantes de la vitesse de l'écoulement (u, v et w) et subit une diffusion par les diffusions turbulentes ( $e_x$ ,  $e_y$  et  $e_z$ ). On note que la diffusion turbulente est plus importante que la diffusion moléculaire, ce qui permet de négliger cette dernière en écoulement turbulent.

L'équation de la dispersion peut être résolue par les méthodes analytiques et numériques afin de trouver C(x,y,z,t) pour n'importe quelles condition initiale et conditions aux limites.



**Figure 1. Les composantes de la dispersion (Cunge et al., 1980)**

(1 : Distribution initiale du traceur, 2 : Profil de vitesse, 3 : Distribution du traceur à un instant après l'injection, **a** : Convection différentielles sans diffusion, **b** : Diffusion sans convection différentielle, **c** : Convection différentielle et Diffusion combinées = Dispersion)

Certains produits rejetés dans un cours d'eau peuvent également être soumis à d'autres phénomènes comme l'adsorption, la précipitation, la sédimentation, l'évaporation, la dégradation, etc., qui engendrent une certaine perte de masse. Cette perte peut être irréversible dans le cas de l'évaporation ou de la dégradation, ou réversible en cas de désorption.

## 2. Théories de la dispersion

### 2.1. Les zones de mélanges

La pollution injectée instantanément dans le canal subit le processus de dispersion dans les trois dimensions de l'espace : longitudinalement dans le sens de l'écoulement, latéralement vers les deux berges du canal et verticalement dans le sens de la profondeur. Du moment de l'injection jusqu'à la fin du réseau, on définit trois zones distinctes (Fischer, 1967 ; Jobson, 1997) :

- Du moment de l'injection jusqu'au moment où la concentration devient homogène verticalement, on définit la zone de mélange initial. Cette zone est généralement petite du fait que la dispersion verticale est le phénomène prédominant dans cette zone.
- A partir du moment où la concentration devient homogène à travers la section du canal dans la direction verticale et latérale, on définit la deuxième zone de mélange complet.
- Enfin, la dernière zone dite zone de champ lointain, débute de la longueur de bon mélange et continue jusqu'à la fin du réseau. Dans cette zone, la dispersion est unidimensionnelle dans le sens du courant, par conséquent, la dispersion longitudinale est prédominante et les composantes verticale et latérale de la dispersion sont négligées.

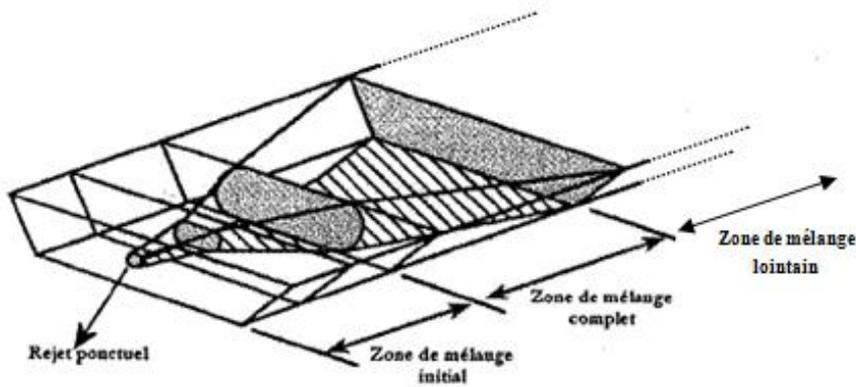


Figure 2. Représentation des trois zones de mélanges (Rutherford, 1994)

Depuis l'injection jusqu'à la limite de la zone de mélange complet, on introduit la notion de la longueur du bon mélange.

## 2.2. Longueur de bon mélange

La longueur de bon mélange correspond à la distance nécessaire pour obtenir un mélange homogène de polluant au niveau de la section transversale du canal. Elle dépend essentiellement des paramètres hydrodynamiques de celui-ci et de la position d'injection.

La longueur de bon mélange peut être estimée par l'observation directe, sinon on a recours aux méthodes empiriques ou aux méthodes théoriques.

### 2.2.1. Méthodes empiriques

Les formules empiriques de détermination de la longueur de bon mélange, représentées dans le tableau qui suit, ont été développées sur la base d'un ajustement (par régression ou par tâtonnement...) des données observées expérimentalement sur un nombre limité de cours d'eau et correspondantes à 98% d'homogénéité à travers la section (Jabbour, 2006).

Tableau 1 : Détermination de la longueur de bon mélange (empirique)

Auteurs	Formules pour $L_M$
Hull (1962)	$a_1 Q^{1/3}$
Day (1977)	$25B$
Beltaos (1980)	$\frac{1.8W^2U}{HU^*}$
André (1993)	$a_2 BQ^{1/3}$

où  $a_1$  est égal à 150 pour une injection au centre ( $s^{1/3}$ ),  $a_2$  est une constante variant de 8 à 28 ( $s^{1/3}/m$ ),  $Q$  est le débit du cours d'eau ( $m^3/s$ ),  $B$  est la largeur moyenne de la section mouillée entre le point d'injection et le point d'échantillonnage (m),  $W$  est la largeur moyenne du cours d'eau (m),  $U$  est la vitesse du cours d'eau (m/s),  $H$  est la hauteur d'eau (m),  $U^*$  est la vitesse de cisaillement (m/s) et  $C_h$  est le coefficient de Chézy ( $m/s^2$ ).

### 2.2.2. Méthode théorique

L'approche théorique d'évaluation de la longueur de bon mélange fait intervenir toutes les caractéristiques significatives du cours d'eau et de l'écoulement qui peuvent influencer le mélange. Nombreux sont les chercheurs qui ont travaillé sur ce type de relation. Dans le tableau qui suit, certaines de ces formules sont présentées :

**Tableau 2 : Détermination de la longueur du bon mélange (théorique)**

Auteurs	Formules de $L_M$
Elder (1959)	$\frac{UH}{U^*}$
Yotsukura (1972)	$\frac{1}{2\alpha^2\beta} \frac{UH^2}{uy^2} \frac{U}{U^*} \frac{B^2}{H}$
Ward (1973)	$K_1 \frac{B^2}{0.2H}$
Fischer (1967)	$K_2 \frac{UB^2}{E_y}$
Rimmar (1994)	$0.13B^2 \frac{C_h(0.7C_h + 2g^{1/2})}{gH}$

où  $g$  est l'accélération due à la pesanteur,  $E_y$  est le coefficient de dispersion latérale ( $m^2/s$ ),  $\alpha_x$  est un paramètre de distance en fonction du degré de mélange et du point d'injection (Il se déduit à partir d'abaque),  $\beta_x$  est un coefficient qui varie de 0.2 à 0.3 dans les cours d'eau rectilignes et peut atteindre 0.6 dans les cours d'eau sinueux,  $\frac{UD^2}{uy^2}$  est un rapport adimensionnel pouvant prendre n'importe quelle valeur entre 0.3 et 0.9,  $K_I$  est une variable dépendant du degré de mélange et du lieu d'injection (d'un abaque),  $K_2$  est une constante qui dépend du nombre d'injections ( $n$ ) du traceur ( $K_2 = \frac{0.1}{n^2}$ ) et  $C_h$  est le coefficient de Chézy ( $m/s^2$ ).

### 3. Modélisation de la dispersion

Développer un modèle pour le phénomène de la dispersion permet de reproduire de façon artificielle un phénomène passé et de modéliser des situations futures. Généralement, il s'agit d'un modèle simplificateur de la réalité des différents phénomènes qui contrôle le processus de la dispersion.

Le début de la vague de la modélisation de la dispersion a commencé en 1953 avec Taylor (étude de la dispersion dans les tuyaux). Depuis, nombreuses sont les études qui ont été menées et qui ont permis d'approfondir les connaissances de ce phénomène (Aris en 1968, Elder en 1959, Fischer en 1967, en 1968 et puis en 1973, Miller et Richardson en 1974, etc.).

En fonction des objectifs du modèle à réaliser, on distingue :

- Le modèle tridimensionnel qui reflète le processus dans les trois directions de l'espace,
- Le modèle bidimensionnel qui néglige la dispersion verticale,
- Le modèle unidimensionnel qui ne prend en considération que la composante longitudinale de la dispersion.

Au niveau de cette étude, on se limite à l'étude des phénomènes dans la zone de mélange lointain. Dans ce cas, la concentration du polluant est homogène au niveau de la section transversale et on néglige la dispersion transversale et verticale devant la composante longitudinale (Jobson, 1997).

Les bases théoriques pour la conception du modèle unidimensionnel de la dispersion ont été élaborées par Taylor (1954). Il a montré que la dispersion longitudinale d'un traceur qui est parfaitement mélangé dans la section peut être assimilée à un processus de diffusion de Fick.

L'équation de la dispersion, dans sa forme conservative, est exprimée ainsi :

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} + \frac{\partial(AUC)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) + A E_B$$

Où  $C$  est la concentration de la pollution (ou du traceur),  $D$  est le coefficient de la dispersion longitudinale (en  $m^2/s$ ),  $A$  est l'air de la section,  $U$  est la vitesse de l'écoulement et  $E_B$  est le terme d'échange.

La substitution de l'équation de continuité,  $\frac{\partial AC}{\partial t} + \frac{\partial AUC}{\partial x} = 0$ , dans l'équation ci-dessus permet d'écrire l'équation de la dispersion dans une forme non conservative (Gajdos et Mandelkern, 1998) :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) + E_B$$

Cette équation peut encore être simplifiée pour donner lieu à une solution analytique avec un nombre réduit de données d'entrée. Cette solution ainsi que les hypothèses menant à cette simplification vont être représentés par la suite dans le chapitre de l'étude expérimentale.

La dispersion formulée par l'Equation d'Advection-Dispersion dépend de plusieurs paramètres comme la quantité du traceur, la vitesse du courant, la section du cours d'eau et surtout du coefficient de dispersion longitudinal  $D$ , qui est estimé par l'intermédiaire des formules empiriques.

Ce coefficient exprime l'effet de la convection différentielle à travers une section transversale. Fischer (1966) a développé, sur la base de l'analyse de Taylor, une méthode pour l'estimation de  $D$  en connaissant la forme de la section transversale, la distribution de la vitesse et les coefficients du mélange turbulent. D'autres auteurs ont proposés des formules empiriques pour la détermination de  $D$ , ces formules sont basés sur les caractéristiques géométriques et dynamiques du cours d'eau (Cunge, 1980, Hunt, 2006).

**Tableau 3 : Formules empiriques pour la détermination du coefficient de dispersion longitudinale  $D$  (Naved, 2008).**

Formules de $D$	Domaines d'application	Auteurs
$14.28 R_H^{3/2} \sqrt{2gS}$	Canaux	Parker 1961
$0.058 \frac{Q}{WS}$	$Fr < 0.5$	McQuivey and Keefer 1974
$0.011 \frac{U^2 W^2}{HU^*}$	Canaux naturels larges	Fischer 1979
$0.18 \left( \frac{U^*}{U} \right)^{1.5} \frac{U^2 W^2}{HU^*}$	Tous types de cours d'eau	Liu 1977
$2 \left( \frac{W}{H} \right)^{1.5} HU^*$	Canaux et cours d'eau naturels	Iwasa and Aya 1991
$5.915 \left( \frac{W}{H} \right)^{0.62} \left( \frac{U}{U^*} \right)^{1.428} HU^*$	-	Seo and Cheong 1998
$\left( \frac{0.15}{8 * M_*} \right) \frac{U^2}{U^*} \frac{W^{5/3}}{H^{2/3}}$	Rivières droites	Deng et al. 2001

où  $Q$  est le débit du cours d'eau ( $m^3/s$ ),  $U$  est la vitesse du cours d'eau ( $m/s$ ),  $U^*$  est la vitesse de cisaillement ( $m/s$ ),  $W$  est la largeur ( $m$ ),  $H$  est la hauteur d'eau ( $m$ ),  $R_H$  est le rayon hydraulique ( $m$ ),  $S$  est la pente ( $m/m$ ) et  $M_*$  est le coefficient qui caractérise la dispersion transversale, il s'écrit :

$$0.145 + \frac{1}{3520} \left( \frac{W}{H} \right)^{1.38} \left( \frac{U}{U^*} \right)$$

Rutherford (1994) a travaillé sur l'incertitude des formules empiriques employées pour l'estimation du coefficient de dispersion, il propose un intervalle qui permet de limiter un peu la marge d'erreur sur l'estimation de ce coefficient et on a :

$$2 < \frac{D}{WU^*} < 50$$

#### 4. Présentation de SIC

Le logiciel SIC (*Simulation of Irrigation Canals*) est un modèle d'hydraulique développé à IRSTEA de Montpellier (UMR G-eau) depuis la fin des années 80 pour la simulation hydraulique et la régulation de canaux d'irrigation.

La simulation des écoulements dans le logiciel SIC est basée sur des calculs d'hydraulique unidimensionnelle en régime permanent et transitoire (équations de Barré de Saint-Venant). Les calculs peuvent être exécutés sur tout type de réseau hydraulique, ramifié ou maillé. Les biefs de canaux ou de rivières peuvent être constitués d'un lit mineur, moyen et majeur, des conduites en charge ainsi que de casiers.

En plus de cette utilisation classique, SIC intègre toutes les caractéristiques spécifiques aux canaux d'irrigation. En particulier, il est capable de modéliser les ouvrages en travers et latéraux habituellement rencontrés sur ce type de système (vannes et seuils horizontaux, seuils obliques ou trapézoïdaux, vannes Amil, Avis et Avio, vannes mixtes, etc.).

Un modèle de convection-diffusion adossé au modèle hydraulique permet de simuler le transport et la transformation d'éléments variés : température, substances chimiques, algues ou sédiments (Fovet et al., 2012). Pour ces éléments, les concentrations présentent généralement des gradients faibles, et des schémas peu exigeants comme le schéma de Preissmann suffisent pour bien représenter l'évolution des concentrations. En revanche, la simulation des processus de type "pollution accidentelle" nécessite des schémas peu diffusifs, c'est-à-dire capables de simuler le transport d'une concentration sans introduire une diffusion numérique surestimant (voire masquant) le phénomène physique de diffusion-dispersion.

Cette étude entre dans le cadre de développement du module qualité de SIC. Plus précisément, il s'agira de mettre en œuvre et tester la validité d'un nouveau schéma numérique soit plus approprié que le schéma de Preissmann existant dans le logiciel.

## Chapitre II : Modélisation numérique

Au niveau de ce chapitre, on va développer les méthodes numériques qu'on a jugé les plus stables et qui permettront, par la suite de leurs intégrations dans le module qualité de SIC, de simuler le processus de dispersion. Une étude de sensibilité du schéma aux différents paramètres intervenant dans la résolution est réalisée afin de juger de l'efficacité du modèle choisit.

### 1. Modèle de transport de polluant

Le transport de la matière dans les cours d'eau est généré par différents phénomènes qui dépendent à la fois de la nature de la matière rejetée et des caractéristiques hydrodynamiques intrinsèques au cours d'eau (Jabbour, 2006).

Le transport d'un polluant est simulé par un phénomène d'advection-diffusion et de diffusion. Ce processus, intégré dans un modèle de qualité d'un logiciel hydraulique, permet de simuler le transport de contaminant (Fovet, 2010). Ce transport est représenté par la loi de conservation de la masse et la loi de Fick :

$$\frac{\partial AC}{\partial t} + \frac{\partial QC}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) + E_B$$

où  $C$  est la concentration du polluant,  $D$  est le coefficient de diffusion longitudinale en  $m^2/s$ ,  $Q$  est le débit en  $m^3/s$ ,  $A$  est la section mouillée du canal et  $E_B$  est le terme d'échange. Ces grandeurs sont fonction de  $x$  et  $t$ .

### 2. Résolution numérique

Il existe de nombreuses méthodes numériques pour la résolution de l'équation de dispersion. La difficulté majeure est le choix de la méthode pour la résolution de l'advection (Sloan et Pender, 1998). Il est actuellement accepté de séparer l'équation en trois termes : Advection, diffusion et Echanges, c'est ce qui est connu sous le nom de l'approche séparative (Split-approach). Ce processus permet de résoudre séparément le terme hyperbolique de l'advection et parabolique de la diffusion par les méthodes qui simule au mieux le comportement physique de chacun. Ainsi, la solution de l'équation de dispersion à chaque pas de temps consiste en deux phases distinctes : étape de l'advection calculée par exemple par une méthode aux caractéristiques et après l'étape de la diffusion par une méthode aux différences finis.

Le désavantage de cette approche est que l'advection et la diffusion, qui sont des processus physiques, sont estimées comme se produisant en périodes distinctes. Il en résulte des erreurs de fractionnement. Cependant, ces erreurs sont compensées par le fait qu'on utilise les méthodes numériques les plus efficaces pour chaque terme, ce qu'il n'est pas le cas pour la résolution de l'équation rassemblée (Dragoslav et Heinz, 2001, Sloan et Pender., 1998).

#### 2.1. Terme de l'advection

Soit un traceur subissant une advection dans un écoulement 1D. Sa concentration  $C(x,t)$ , à n'importe quel point de l'espace et à chaque instant, est donnée par la solution de la relation :

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} + u(x,t) \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} = 0$$

où  $u(x,t)$  est la vitesse de l'écoulement à l'instant  $t$  et à l'abscisse  $x$ .

### 2.1.1. Comparaison des schémas

Plusieurs schémas permettent la résolution de terme de l'advection pure. Les études de comparaisons réalisées par de nombreux auteurs (Holly et al., 1977; Komatsu et al. 1997; Gajdos et al., 1998; Russell Manson et al., 1999; Dragoslav et Heinz, 2001; Tsai et al., 2002) ont permis de conclure sur la performance du schéma de Holly-Preissmann (en terme de stabilité et de conservation) dans la résolution de ce processus par opposition à:

- la "central-difference approximation" est une approximation classique de la diffusion qui génère des oscillations numériques excessives (Neuman, 1981),
- le "Upwind Scheme" est un schéma qui présente une diffusion numérique considérable (Holly et al., 1984),
- le schéma de Lax et Wendroff (1964) et de Noye (1987) permettent d'obtenir des résultats avec une diffusion numérique et des oscillations modérées (Dragoslav et Heinz, 2001).

L'étude des schémas numériques fait généralement appel à deux nombres adimensionnels, les nombres de Courant et de Peclet :

$$Cr = U\Delta t/\Delta x$$

$$Pe = U\Delta x/D$$

où  $\Delta x$  et  $\Delta t$  sont les pas de discrétisation de l'espace et du temps. Le nombre de Courant (Cr) caractérise le nombre de mailles de calcul parcouru par le fluide en un pas de temps de calcul et le nombre de Peclet (Pe) caractérise l'importance relative de l'advection et de la diffusion à l'échelle de la grille de calcul. Le schéma de Holly-Preissmann est d'autant plus performant que :

- le rapport  $L/\Delta x$  soit élevé (Komatsu et al., 1997) avec L est l'amplitude du nuage de polluant,
- on n'a pas à la fois un faible Cr et un Pe élevé (Dragoslav et al., 2001).

### 2.1.2. Schéma de Holly-Preissmann

Le schéma utilisé pour la résolution de l'advection pure est celui de Holly-Preissmann (1977). Ce schéma utilise la méthode des caractéristiques qui est basée sur le suivi de la trajectoire d'une particule de fluide,  $\frac{\partial x}{\partial t} = u(x, t)$ , au cours de son mouvement (Holly et al., 1977 ; Baume et al., 2005). En appliquant un tel schéma, on admet que le polluant a le même comportement que les particules fluides au cours du mouvement.

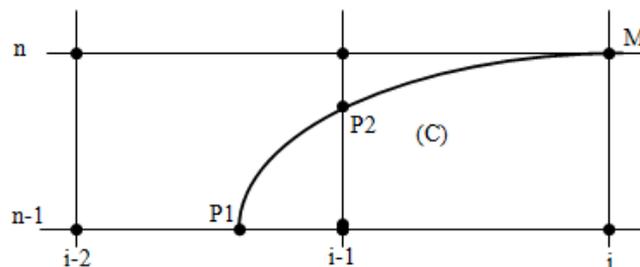


Figure 3. Méthode des caractéristiques

Le long de la caractéristique, la concentration est constante (convection pure), on déduit donc la concentration au point  $M(i, n)$  à partir de celle du pied de la caractéristique  $P1(x_p, n-1)$  à laquelle on ajoute, à chaque itération, les termes d'échange et de diffusion calculés sur chaque maille de calcul traversée.

La solution de l'équation de l'advection pure peut être écrite ainsi, en admettant que la vitesse  $u(x,t)$  est constante et égale à  $u_0$  :

$$C(x, t+T) = C(x-u_0T, t)$$

où  $T = t_n - t_{n-1}$  est l'intervalle de temps qui correspond au temps que met la particule de polluant pour atteindre le point M en partant de P1. Pour un écoulement avec une vitesse constante, la concentration à un instant  $t_{n-1}$  se déplace de  $(u_0T)$  pendant T.

Retrouver la concentration au point  $x_i$  et à l'instant  $t_n$ , se résume à connaître la concentration au point  $(x_i - u_0T)$  à l'instant  $t_{n-1}$  : c'est la base de la méthode explicite (Holly et al., 1977).

La détermination de la concentration  $C_i^n$  se fait en deux étapes :

- Détermination de la position en  $x$  et  $t$  du pied de la caractéristique par la méthode de Range-Kutta d'ordre 4 (RK4).
- Détermination de la concentration au pied de la caractéristique par l'interpolation d'Akima.

#### ➤ Méthode de Range-Kutta d'ordre 4

Pour la remontée de la caractéristique (appelée le balayage aller, de l'aval vers l'amont), on a recours à la Méthode de Range-Kutta d'ordre 4 (RK4) à pas multiples. On effectue une intégration sur le temps (Ruan., 1999; Duan, 2004). On a donc :

$$x_M - x_{P1} = \int_{t_{n-1}}^{t_n} U(x, t) dt$$

Notons NRK le nombre de pas choisi pour l'application de cette méthode et posons  $\Delta T_{RK} = \Delta T / NRK$  avec  $\Delta T$  est le pas de temps du calcul de la qualité ( $\Delta T = t_n - t_{n-1}$ ). On détermine alors  $x_{NRK} = x_{P1}$  à partir de  $x_0 = x_M$  en itérant, pour  $i$  de 0 à NRK-1, la relation :

$$x_{i+1} = x_i - \frac{\Delta T_{RK}}{6} \left[ U(x_i, t_i) + 2 \left( U(\hat{x}_{i+1/2}, t_{i+1/2}) + U(\hat{\hat{x}}_{i+1/2}, t_{i+1/2}) \right) + U(\hat{x}_{i+1}, t_{i+1}) \right]$$

où

$$\hat{x}_{i+1/2} = x_i - \frac{\Delta T_{RK}}{2} U(x_i, t_i)$$

$$\hat{\hat{x}}_{i+1/2} = x_i - \frac{\Delta T_{RK}}{2} U(\hat{x}_{i+1/2}, t_{i+1/2})$$

$$\hat{x}_{i+1} = x_i - \Delta T_{RK} \cdot U(\hat{\hat{x}}_{i+1/2}, t_{i+1/2})$$

Les vitesses sont interpolées entre les sections  $i$  et  $(i-1)$  et entre les instants  $t_{i-1}$  et  $t_i$  par une interpolation cubique exprimées ainsi :

$$U(x_N, t_N) = (1 - a_1) [(1 - a_2) U(x_{i-1}, t_{i-1}) + a_2 U(x_{i-1}, t_i)] + a_1 [(1 - a_2) U(x_i, t_{i-1}) + a_2 U(x_{i-1}, t_i)] =$$

où

$a_1$  est le rapport entre la distance  $(x_N - x_i)$  et la distance  $(x_i - x_{i-1})$  ( $a_1 = (x_i - x_N) / (x_i - x_{i-1})$ )

$a_2$  est le rapport entre l'intervalle  $(t_N - t_i)$  et l'intervalle  $(t_i - t_{i-1})$  ( $a_2 = (t_i - t_N) / (t_i - t_{i-1})$ )

A la fin de l'itération, le pied de la caractéristique est localisé en abscisse. Deux cas de figure se présentent :

- Pied de la caractéristique est dans le bief,
- Pied de la caractéristique localisé en dehors du bief

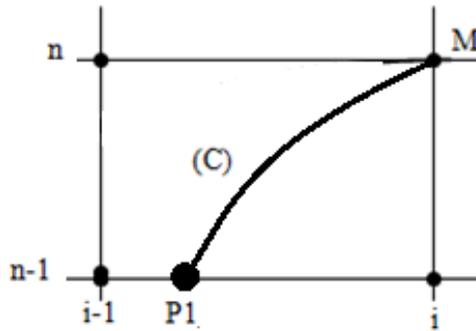
➤ **Interpolation d'Akima**

Cette méthode d'interpolation permet de déterminer la concentration au pied de la caractéristique tout en préservant les propriétés de forme des données (Zoppou et al., 2000). Deux cas de figure sont possibles :

• **Cas où P1 est dans le bief**

En se référant à la figure 4, on pose :

$$\alpha = (x_i - x_{P1}) / (x_i - x_{i-1})$$



**Figure 4. Pieds de la caractéristique localisé au niveau du Bief**

Le recours à une interpolation linéaire entre les points (i, n-1) et (i-1, n-1) pour la détermination de la concentration au point P1 induit à des amortissements numériques (Holly et Preissmann, 1977). Pour améliorer le résultat, une interpolation raffinée existe pour retrouver C(P1) (Yang et al., 1992). L'interpolation utilisée est basée sur un polynôme cubique construit entre les deux sections successives qui entourent le pied de la caractéristique. La concentration recherchée se déduit directement des valeurs de la concentration et des dérivées spatiales.

Soit  $CX_i^n = \frac{\partial C_i^n}{\partial x}$ . Si on connaît la concentration C et le gradient CX à  $t_n$  pour les points (i-1) et i, on a alors 4 points connus avec lesquels, on peut construire un polynôme d'interpolation de 3<sup>ième</sup> degré entre (i-1) et i. Le polynôme est exprimé ainsi :

$$Y(\alpha) = A \alpha^3 + B \alpha^2 + D \alpha + E$$

$\alpha$  peut être égale au nombre de courant si en remontant la caractéristique, aucune section n'est croisée. Les 4 coefficients (A, B, C et D) sont évalués tel qu'on satisfait ces conditions :

$$Y(1) = C_{i-1}^n \quad Y(0) = C_i^n$$

$$\dot{Y}(1) = CX_{i-1}^n \quad \dot{Y}(0) = CX_i^n$$

On a alors le polynôme d'interpolation :

$$Y(\alpha) = a_1 C_{i-1}^n + a_2 C_i^n + a_3 CX_{i-1}^n + a_4 CX_i^n$$

Avec :

$$a_1 = \alpha^2 (3-2 \alpha) \quad a_2 = 1 - a_1 = 1 - \alpha^2 (3-2 \alpha)$$

$$a_3 = \alpha^2 (1- \alpha) (x_i - x_{i-1}) \quad a_4 = - \alpha (1- \alpha)^2 (x_i - x_{i-1})$$

L'advection de la dérivée de la concentration est accomplie d'une manière similaire à l'advection de la concentration et on a :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_0 \frac{\partial C}{\partial x} = 0$$

En dérivant par rapport à x, on obtient :

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x \partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial C}{\partial x} \right) = 0$$

Soit  $CX = \frac{\partial C}{\partial x}$ . Si la vitesse est constante, on a alors :

$$\frac{\partial CX}{\partial t} + u_0 \frac{\partial CX}{\partial x} = 0$$

Cette équation présente l'advection du terme dérivée spatiale de la concentration. En substituant les coefficients A, B, D et E dans l'expression de  $\dot{Y}$ , on obtient :

$$\dot{Y}(\alpha) = b_1 C_{i-1}^n + b_2 C_i^n + b_3 CX_{i-1}^n + b_4 CX_i^n$$

Avec :

$$b_1 = 6 \alpha (\alpha - 1) (x_i - x_{i-1})^{-1}$$

$$b_2 = -b_1 = -6 \alpha (\alpha - 1) (x_i - x_{i-1})^{-1}$$

$$b_3 = \alpha (3 \alpha - 2)$$

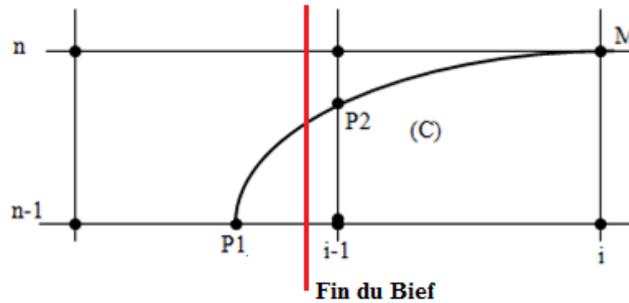
$$b_4 = (\alpha - 1)(3 \alpha - 1)$$

On note qu'à la limite amont du bief, le gradient CX est évalué à partir des variations temporelles de concentrations et de la vitesse U de l'écoulement (Cunge et al., 1986).

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{U} \left( \frac{\partial C}{\partial t} \right)$$

- **Cas où P1 est en dehors du bief**

Dans ce cas, la caractéristique coupe la section d'entrée du bief en P<sub>2</sub>, Sauvaget (1985) propose de calculer le point M à partir du point P<sub>2</sub> (Zerihun et al., 2005).



**Figure 5. Pieds de la caractéristique localisé en dehors du Bief**

Il faut alors déterminer la position exacte du point P2 en effectuant un second balayage de la caractéristique non plus sur le temps mais sur l'espace. On pose alors  $dx_{RK} = (x_i - x_{i-1}) / NRK$  et on détermine  $t_{NRK}$  à partir de  $t_0 = t_M$  par la relation suivante :

$$t_{i+1} = t_i - \frac{dx_{RK}}{6} \left[ \frac{1}{U(x_i, t_i)} + \frac{2}{U(x_{i+1/2}, \hat{t}_{i+1/2})} + \frac{2}{U(x_{i+1/2}, \hat{\hat{t}}_{i+1/2})} + \frac{1}{U(x_{i+1}, \hat{t}_{i+1})} \right]$$

où

$$\hat{t}_{i+1/2} = t_i - \frac{dx_{RK}}{2U(x_i, t_i)}$$

$$\hat{\hat{t}}_{i+1/2} = t_i - \frac{dx_{RK}}{2U(\hat{x}_{i+1/2}, t_{i+1/2})}$$

$$\hat{t}_{i+1} = t_i - \frac{dx_{RK}}{U(\hat{\hat{x}}_{i+1/2}, t_{i+1/2})}$$

On itère ce processus jusqu'à ce qu'on arrive sur la section d'entrée du bief, en repartant à chaque fois de la dernière valeur du temps calculée  $t_{NRK}$ . La dernière valeur obtenue correspond alors à  $t_{P2}$ .

Dans ce cas les polynômes d'interpolation pour la concentration et le gradient de la concentration sont les mêmes que le premiers cas de figure sauf que les coefficients sont les suivants :

$$\begin{aligned} a_1 &= \alpha^2 (3-2\alpha) & a_2 &= 1 - a_1 = 1 - \alpha^2 (3-2\alpha) \\ a_3 &= -\alpha^2 (1-\alpha) U DT & a_4 &= \alpha (1-\alpha)^2 U DT \\ b_1 &= 6\alpha (\alpha-1)/DT & b_2 &= -b_1 = -6\alpha (\alpha-1)/DT \\ b_3 &= -\alpha (3\alpha-2) U & b_4 &= -(\alpha-1)(3\alpha-1)U \end{aligned}$$

Avec :

$$\alpha = (t_{i-1}^n - t_{P2})/DT$$

## 2.2. Terme d'Echange

Les phénomènes qui interviennent dans le terme de l'échange dépendent de la nature du produit rejeté dans le cours d'eau. Ce dernier peut subir une adsorption par un substrat, une précipitation ou sédimentation, une évaporation, une dégradation, etc., ce qui engendre une certaine perte de masse.

Dans le cas de cette étude, on négligera ce terme. Cette simplification se justifie par le fait qu'on s'intéresse, aux phénomènes de pollution accidentelle d'une durée courte par opposition à la vitesse de transformation du polluant. Néanmoins, l'application du schéma élaboré ne sera pas possible à ce niveau sur les autres classes de qualité car on ne caractérise pas les échanges nécessaires pour l'étude des algues et du transport solide.

## 2.3. Terme de diffusion

Le terme unidimensionnel de la diffusion pure s'exprime ainsi :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

Ce terme pose peu de problème numérique et il est traité par le schéma numérique aux différences finies de **Crank-Nicholson** sur trois points. Ce schéma est implicite sur le temps et inconditionnellement stable.

Des conditions aux limites sont nécessaires pour cette méthode. Il est possible d'avoir deux conditions limites amont (concentration et gradient de la concentration) sauf que la qualité des résultats est sensiblement dépendante de la précision des conditions à la limite amont (Komatsu et al., 1997). Il est préférable de fixer deux conditions aux limites du réseau, il s'agit d'admettre que la diffusion est nulle aux deux limites.

Cette méthode permet de lier, entre deux pas de temps, la concentration dans la section  $i$  aux concentrations dans les sections  $i-1$  et  $i+1$ . Ainsi, le problème se traduit par un système à  $N$  équations provenant de la discrétisation de l'équation de la diffusion (Annexe 1). Ce système comprend  $N-2$  inconnus :

$$\begin{cases} AX = B & (S) \\ x_1 = C_{amont} & (CL1) \\ x_n = C_{aval} & (CL2) \end{cases} \quad \text{où } A \text{ est tridiagonale.}$$

La méthode de résolution, la mieux adaptée à l'inversion des matrices tridiagonales, est celle du double balayage (ou méthode de Choleski) :

➤ **Balayage aller (sens aval-amont)**

On écrit la condition limite amont (CL1) sous la forme  $x_1 = A_1x_2 + B_1$  ( $E_1$ ) avec  $A_1=0$  et  $B_1=C_{\text{amont}}$ .

La première équation du système (S) est de la forme  $a_2x_1 + b_2x_2 + c_2x_3 = y_2$ . En injectant ( $E_1$ ) dans cette relation et en posant  $A_2 = -\frac{c_2}{a_2A_1 + b_2}$  et  $B_2 = \frac{y_2 - a_2B_1}{a_2A_1 + b_2}$ , on peut l'écrire :

$$x_2 = A_2x_3 + B_2 \quad (E_2)$$

De manière itérative, on donne ainsi naissance à N-1 équations ( $E_i$ ) :  $x_i = A_ix_{i+1} + B_i$  pour i allant de 1 à N-1 et par les relations de récurrence  $A_i = -\frac{c_i}{a_iA_{i-1} + b_i}$  et  $B_i = \frac{y_i - a_iB_{i-1}}{a_iA_{i-1} + b_i}$ .

Le premier balayage consiste à déterminer les valeurs des coefficients  $A_i$  et  $B_i$ .

➤ **Balayage retour (sens amont-aval)**

Le balayage retour est amorcé en combinant les N-1 équations, les coefficients  $A_i$  et  $B_i$  calculés lors du balayage allé et la condition limite aval (CL2). Ainsi, à partir de la valeur de  $x_N$ , on détermine, pas à pas, les valeurs de la concentration au niveau du bief après l'advection et la diffusion.

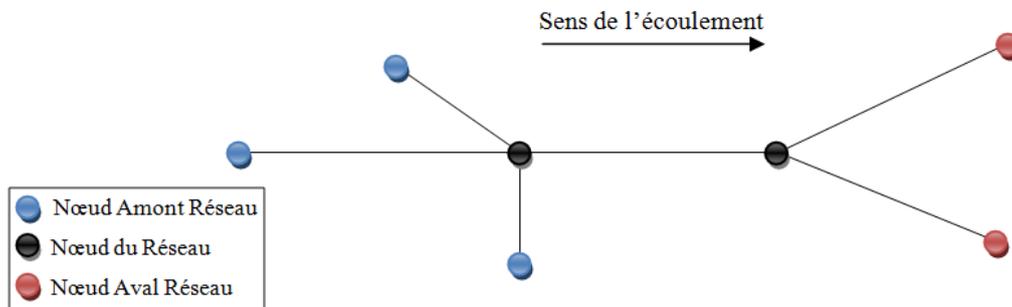
**3. Calcul aux nœuds de confluence et de diffluence**

Les cas des réseaux étudiés présentent souvent des nœuds. Les biefs confluent ramènent de la matière au niveau des nœuds et les biefs diffluent se la partagent. Un traitement particulier au niveau des nœuds est donc à envisager afin de permettre l'application du schéma numérique décrit précédemment.

Soit le schéma du réseau de la figure 6. Pour les nœuds Amont Réseau, la concentration est une condition limite donnée en entrée du problème. Pour les Nœuds Aval Réseau, la concentration est calculée à partir de la section aval bief et la diffusion est supposée nulle. Alors que pour les nœuds du milieu du réseau, on distingue :

- Des nœuds de connexion entre deux biefs,
- Des nœuds qui présentent des confluences ou des diffluences.

Ces derniers nécessitent un traitement spécial pour la détermination de la concentration au niveau du réseau.



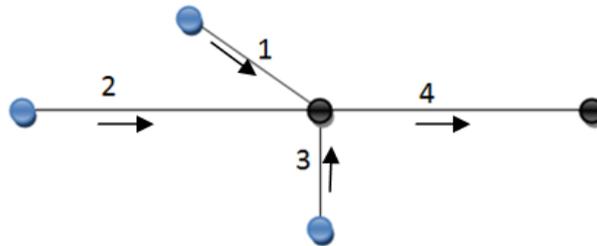
*Figure 6. Schéma d'un réseau avec les différents nœuds possibles*

Au niveau des nœuds, c'est la loi de la conservation de la masse qui est employée. En d'autres termes, la somme algébrique des débits dans les conduites reliées à un nœud est nulle.

- **Cas d'une diffluence :**

Dans ce cas, la concentration à l'amont de chaque bief de la diffluence est égale à la concentration au niveau du nœud (ou d'autre terme, égale à la concentration au niveau de la dernière section du bief confluent au nœud).

- **Cas d'une confluence :**



**Figure 7. Schéma d'une confluence**

Au niveau du nœud de la confluence des casiers peuvent se présenter. Dans ce cas, le problème est non-linéaire du fait du terme source.

Dans le cas où il n'y a pas de casier, le problème est linéaire et se résout ainsi :

On a :

- la loi de maille :  $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 + Q_{\text{prise}}$
- la loi de mélange :  $Q_1 C_1 + Q_2 C_2 + Q_3 C_3 = (Q_4 + Q_{\text{prise}}) C$

La structure du code général dans le programme utilisé (SIC) est telle que le rang de calcul des nœuds est attribué de manière à ce que les calculs aient déjà été effectués dans tous les biefs confluent.

On a alors à un instant  $t_n$  :

$$Q_1^n C_1^n + Q_2^n C_2^n + Q_3^n C_3^n = Q_N^n C_N^n = Q_4^n C_4^n + Q_{\text{prise}}^n C_{\text{prise}}^n$$

où N est le nœud,  $C_1^n$ ,  $C_2^n$  et  $C_3^n$  représentent les concentrations au niveau de la dernière section de chaque bief confluent à l'instant  $t_n$  et  $C_N^n$ ,  $C_{\text{prise}}^n$  et  $C_4^n$  sont la concentration au niveau du nœud, de la prise et au niveau de la première section du bief diffluent.

Alors :

$$Q_1^n (A_1 C_1^{n-1} + B_1) + Q_2^n (A_2 C_2^{n-1} + B_2) + Q_3^n (A_3 C_3^{n-1} + B_3) = Q_N^n (A_N C_N^{n-1} + B_N)$$

De cette relation se déduit les coefficients de la méthode de Crank-Nicholson permettant la détermination de la concentration au niveau des nœuds. Il en résulte alors que :

$$A_N = \frac{1}{Q_N^n} \sum_{x=1}^{Bc} (Q_x^n A_x) \quad \text{et} \quad B_N = \frac{1}{Q_N^n} \sum_{x=1}^{Bc} (Q_x^n B_x)$$

où  $B_C$  est le nombre de bief confluent.

Au niveau de chaque bief diffluent, les coefficients A et B sont égaux à ceux du nœud.

#### 4. Position générale du programme dans SIC

Le calcul du transport de pollution dans le canal, est inclus dans le module qualité qui s'exécute à chaque pas de temps, après le calcul hydraulique. En effet, il est impératif de connaître l'ensemble des données hydrauliques pour pouvoir résoudre le terme de transport de la qualité. On représente ci-dessous la structure générale de SIC :

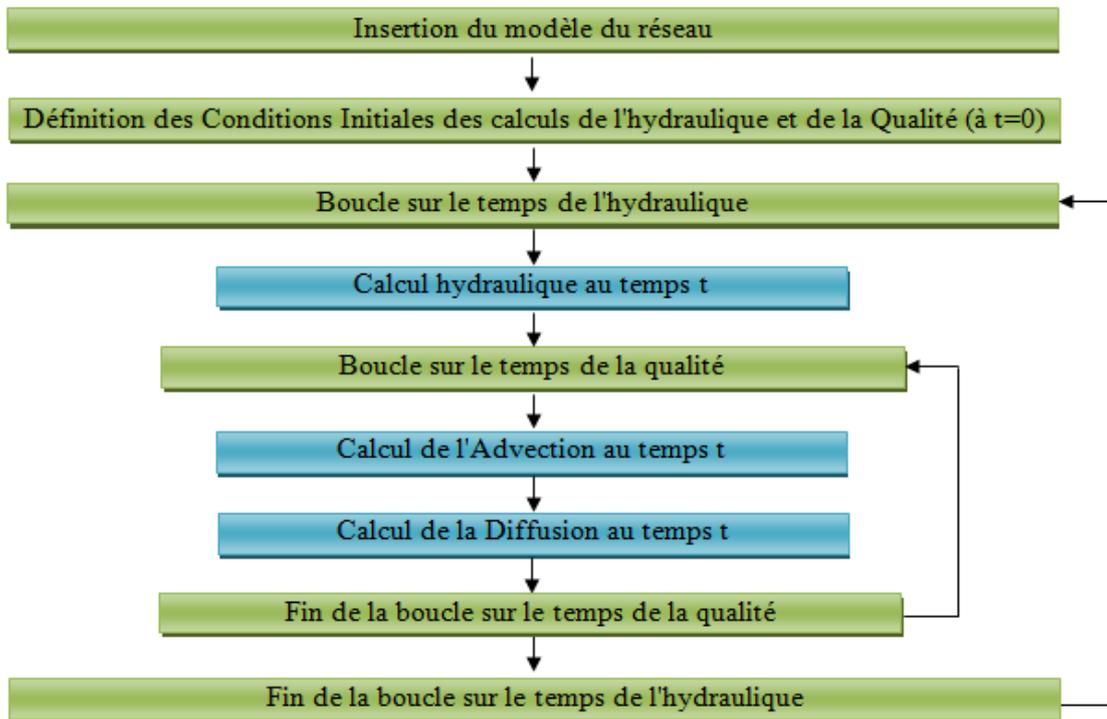


Figure 8. Représentation sommaire de la structure de SIC

## 5. Validation des algorithmes

Le schéma numérique, défini dans les paragraphes précédentes, est programmé sur SIC. Il convient de réaliser un certain nombre de tests de sensibilités des algorithmes, implémentés dans le logiciel, aux paramètres de calcul et aux caractéristiques du réseau (configurations du réseau, conditions hydrauliques, pas de temps et d'espace différents, des conditions initiales différentes). Cette étude permet de valider le schéma employé pour la résolution du terme de l'advection et de la diffusion.

Pour les différents tests effectués, une chronique de pollution, représentée par 15 points, est utilisée.

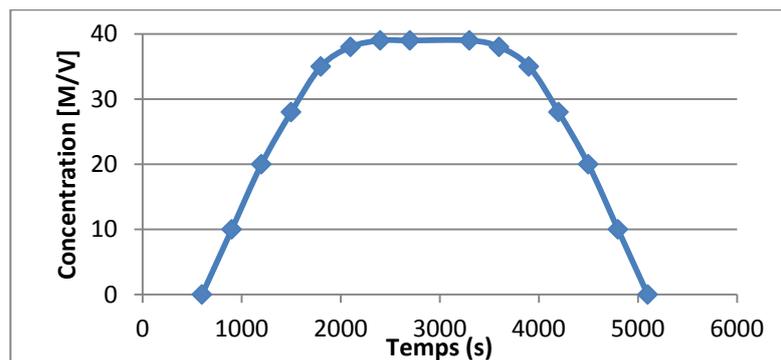


Figure 9. Chronique de la pollution (Condition limite Amont)

### 5.1. Configuration des réseaux testés

Tous les types de branchement, qui peuvent exister dans un réseau, ont été testés : biefs simple, difflueuse, convergence et maille et les biefs utilisés ont une section rectangulaire et sont définis par une longueur  $L$ , une largeur  $b$  et une pente  $I$ .

**Tableau 4 : Descriptif des branchements testés**

N° de la configuration		L (Km)	b (m)	I (m/m)	Schéma du réseau
1	Bief 1	2	3	$10^{-4}$	
2	Bief 1	2	3	$10^{-4}$	
	Bief 2	2	3	$10^{-4}$	
3	Bief 1	2	3	$10^{-4}$	
	Bief 2	2	3	$10^{-4}$	
	Bief 3	2	3	$10^{-4}$	
4	Bief 1	2	3	$10^{-4}$	
	Bief 2	2	3	$10^{-4}$	
	Bief 3	2	3	$10^{-4}$	
5	Bief 1	1	3	$10^{-4}$	
	Bief 2	1	3	$10^{-4}$	
	Bief 3	1	3	$10^{-4}$	
	Bief 4	1	3	$10^{-4}$	

**5.2. Tests réalisés**

Le tableau 5 présente un descriptif des différents tests effectués sur chaque type de réseau. Les cinq types de réseau sont décrits au niveau du tableau 4 alors que la sixième configuration correspond au tronç commun du canal de Gignac (site de l'expérimentation de l'étude).

**Tableau 5 : Descriptif des tests effectués**

Test(*)	Débit Amont (m <sup>3</sup> /s)	Chronique en Amont	Δt (mn)	Δx (m)	Diffusion (m <sup>2</sup> /s)	Schéma numérique
1-1	1, 2 et 0.5	1	2	50	0	HoP
1-2	1	1	2	10, 50 et 100	0	HoP
1-3	1	1	1, 2 et 10	50	0	HoP
1-4	1	1	2	50	0, 20 et 50	HoP
2	1	1	2	50	0 et 12.5	HoP
3-1	1+1	BD = BG = 1	2	50	0 et 12.5	HoP
3-2	1+1	BD=0 et BG=1	2	50	0 et 12.5	HoP
4	1	1	2	50	0 et 12.5	HoP
5	1	1	2	50	0 et 12.5	HoP
6	1.71	2	2	10 et 100	0	HoP, Preis

(\*) : (Configuration - N° du Test) ; **BD** : Bief Droite ; **DG** : Bief Gauche ; Chronique **0** : Pas de polluant ; **HoP** : schéma de Holly-Preissmann et **Preis** : schéma de Preissmann.

La chronique 2 présente les mêmes concentrations que celle de la chronique 1 (représentée dans la figure 9), mais avec un pas de 30 secondes entre les différents points.

Les graphiques correspondants aux résultats de l'ensemble des tests sont en Annexe 2.

### 5.3.Résultats et analyses

Au niveau de ce paragraphe, on présente les résultats de chaque test effectué. Les illustrations des résultats de sortie de SIC sont en Annexe 2.

- **Sensibilité au débit (Test 1-1)**

Pour la même chronique de pollution injectée et en maintenant tout constant par ailleurs, l'augmentation du débit induit, d'une part, à un passage plus rapide du front de polluant et d'autre part, à l'augmentation du nombre de Courant le long du bief. Pour les différents nombres de Courant obtenus (de l'ordre de 0.4, plus de 0.6 et 0.8), le schéma reste stable et le pic se conserve le long du bief.

- **Sensibilité aux pas de discrétisation spatial (Test 1-2)**

En variant le pas de discrétisation spatiale  $\Delta x$  (100, 50 et 10m), le nombre de Courant varie considérablement. Il passe de l'intervalle (0.3, 0.4) pour  $\Delta x = 100$  m, à un intervalle (0.6, 0.8) pour  $\Delta x = 50$ m et à l'intervalle (3, 4) pour  $\Delta x = 10$ m.

Indépendamment de la valeur du nombre de Courant, le schéma de l'advection donne des résultats satisfaisants pour les trois cas. En effet, pour les différents cas, le rapport  $L/\Delta x$  est de 15, 30 et 150 pour respectivement  $\Delta x$  égale à 100, 50 et 10m. Selon l'étude réalisée par Komatsu et al. en 1997, la performance du schéma de Holly-Preissmann est dépendante non seulement du nombre de Courant mais aussi du rapport  $L/\Delta x$ , avec  $L$  est la longueur du nuage. L'étude de la stabilité montre que pour un nombre de Courant donné, le schéma est stable si  $L/\Delta x$  est supérieur à environ 10.

- **Sensibilité aux pas de discrétisation temporelle (Test 1-3)**

Les résultats obtenus sur les différents tests permettent de constater que la forme de la distribution des concentrations est nettement mieux conservée avec les faibles pas de temps, alors que pour les pas de temps de 10 min (qui dépassent le pas de description de la chronique de la pollution), les résultats sont de mauvaise qualité : distribution déformée et des imperfections à l'amont du pic correspondantes à une diffusion numérique du nuage de plus en plus accentuée de l'amont vers l'aval.

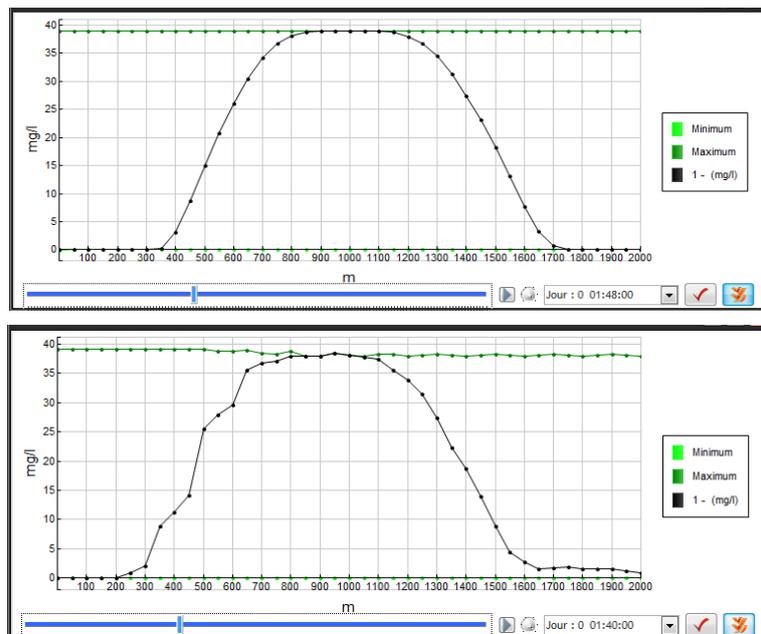


Figure 10. Profils en long de la distribution de la concentration pour respectivement un pas de 2s et de 10s.

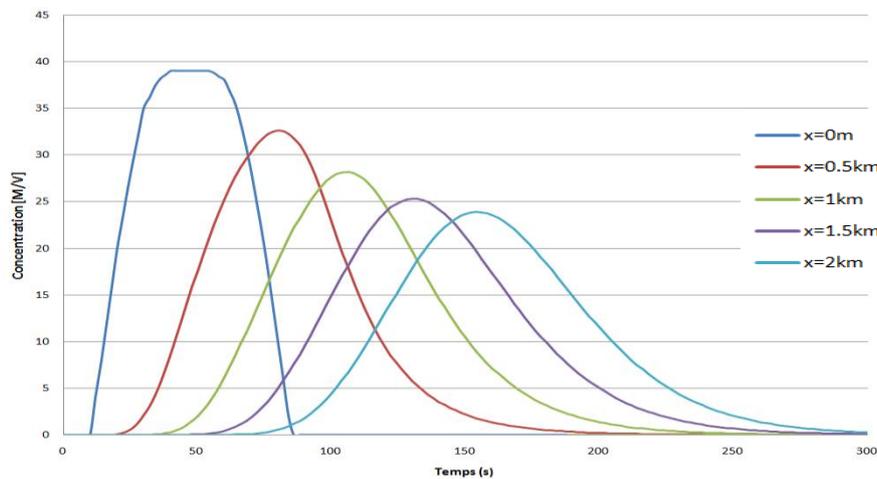
De point de vue conservation de la masse, les deux premiers tests (à 1 et 2 min) donnent le même pourcentage d'erreur (0.25% au bout de 2km) alors que pour le troisième test ( $\Delta t = 10$  min), l'erreur est croissante et atteint 1.5% au bout de 2Km.

Ainsi pour une simulation dont les grandeurs sont variables dans le temps, le pas de discrétisation temporel  $\Delta t$  doit rester suffisamment faible pour détecter le maximum de variations de la concentration.

De plus, le résultat est d'autant plus stable, que le nombre de points décrivant la chronique à l'amont du modèle est élevé.

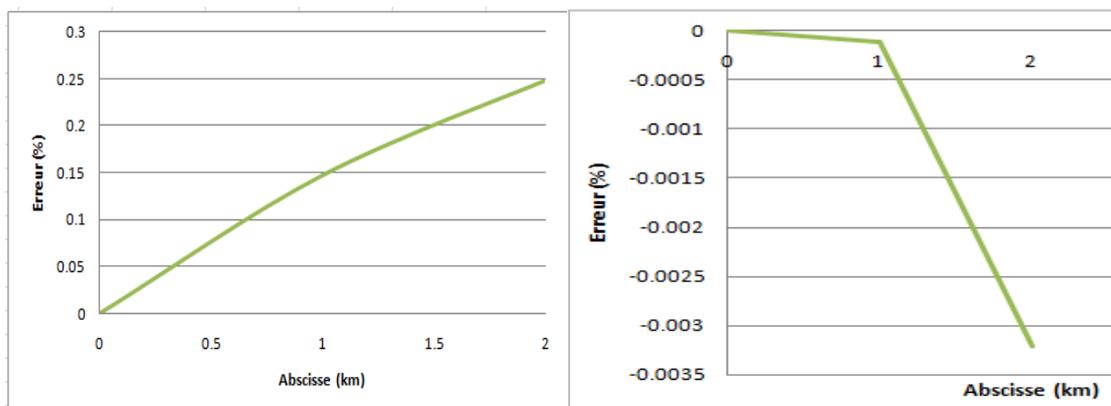
- **Tests sur la diffusion**

Le phénomène de diffusion est bien modélisé dans les différents cas de test. On a bien un étalement du nuage de polluant et un écrêtement du pic de concentration de plus en plus vers l'aval du réseau. Le test 1-4 montre bien la sensibilité à la valeur du coefficient de dispersion et donc plus le coefficient augmente, plus le phénomène s'accroît et plus l'erreur sur la conservation de la masse augmente en valeur absolue le long du bief (queue du nuage de plus en plus étalé dans l'espace).



**Figure 11. Nuages de polluant à différentes section du bief (Test 1-4).**

Par rapport aux résultats de l'advection pure, on constate que l'erreur de la conservation de la masse de polluant induite par le schéma de la dispersion est, en valeur absolue, plus faible (constatation tirée à partir de tous les tests de 1-4 jusqu'au test 5). Cela confirme l'hypothèse émise par Dragoslav et Heinz en 2001 sur la compensation des erreurs des différentes méthodes numériques de la résolution de la dispersion par l'approche séparative.



**Figure 12. Erreur sur la conservation de la masse (Test 1-4).**

- **Sensibilité à la configuration du réseau**

Quel que soit le réseau étudié, l'advection présente une stabilité satisfaisante. Dans le bief simple ou en présence de branchements (simples ou multiples), le nuage de polluant se déplace tout en se conservant de l'amont vers l'aval. Dans le cas des confluences où on a un mélange des apports (test 3), on a aussi une très bonne représentation du phénomène et une continuité entre l'amont et l'aval du nœud.

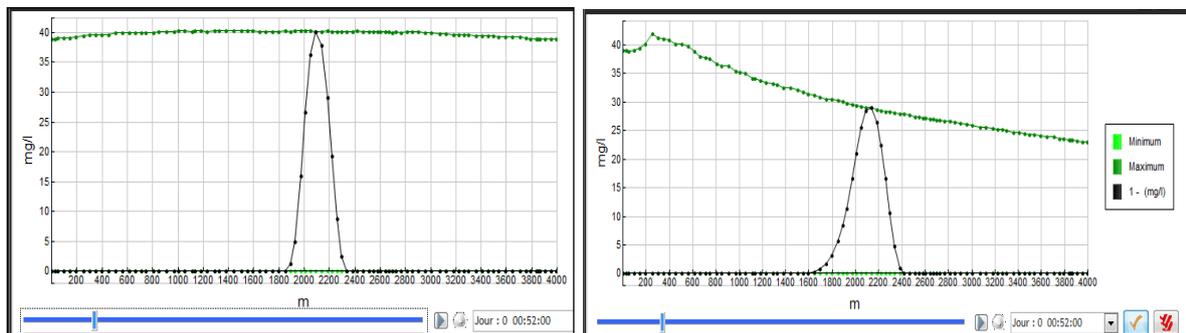
Pour la diffusion, on a aussi des bons résultats pour les différents types de réseau et le schéma du double balayage, réalisé sur la globalité du réseau, donne des simulations amplement satisfaisantes.

Les erreurs le long des biefs pour les différents réseaux sont faibles et ne dépassent en aucun cas la valeur absolue de 1%.

- **Comparaison entre le schéma de Holly-Preissmann et le schéma de Preissmann (Test 6)**

Pour un même débit de  $1.71 \text{ m}^3/\text{s}$ , un nuage qui dure 450s décrit tout les 30s, un pas de calcul  $\Delta t$  de 30s et une vitesse moyenne du canal de 0.69 m/s, les résultats de variation du pas d'espace  $\Delta x$  de 100 à 10m montre une amélioration de la qualité des simulations de l'advection pure avec le schéma de Holly-Preissmann. En effet, le rapport  $L/\Delta x$  passe de 1.55 à 15.5 pour respectivement  $\Delta x = 100$  et 10m, pour autant le premier cas présente une surestimation du pic du nuage de 2.5% ce qui n'est pas énorme.

Par contre, pour les deux valeurs de  $\Delta x$ , le schéma de Preissmann présente une non-conservation et une diffusion importante du nuage initial.



*Figure 13. Essai de l'advection pure par les deux schéma (cas  $L/\Delta x = 1.55$ ).*

## Conclusion

Au niveau de ce chapitre, le schéma numérique pour la résolution de l'équation de la dispersion a été défini selon l'approche séparative des deux termes de l'advection et de la diffusion. Mise à part le fait qu'il soit le mieux apprécié dans les différentes études comparatives réalisées par de nombreux auteurs, les différents tests réalisés au niveau de ce chapitre pour l'évaluation de la performance de cette modélisation numérique du processus de la dispersion, spécifiquement le schéma de Holly-Preissmann pour l'advection, ont permis de confirmer la stabilité de ce schéma et son efficacité par rapport au schéma de Preissmann programmé dans SIC. Néanmoins, ce nouveau schéma nécessite un temps plus important que celui de Preissmann pour la résolution de l'advection.

Cela permet de conclure que le schéma programmé constitue une base solide pour le calcul de la dispersion de pollution dans un canal en régime transitoire, puisqu'il fournit des

résultats satisfaisants.

C'est l'étude de la dispersion d'une pollution dans le canal de Gignac (site de l'expérimentation de cette étude) qui permettra de juger la capacité de ce schéma numérique à reproduire des cas réels de transport de polluant.

## **Chapitre III : Etude Expérimentale**

Pour l'appui de l'étude de la dispersion, il convient de mettre au point des expérimentations qui simulent les rejets accidentelles d'une pollution dans un canal. Ces essais sont basés sur l'injection instantanée de traceurs miscibles dans l'eau.

Cette étude expérimentale nécessite de choisir le traceur à employer, de définir, suivant les caractéristiques hydrauliques du canal expérimental, les quantités nécessaires et de définir les dispositifs de mesures.

### **1. Types de Traceurs**

Pour être utilisé dans les expérimentations, un traceur doit satisfaire un certain nombre de critères, à savoir (Bertrand-Krajewski et al., 2000) :

- ne pas être naturellement présent dans l'écoulement ou présent en faible et constante quantité et dans ce cas, il faut déterminer le bruit de fond,
- avoir un comportement hydrodynamique identique à celui des molécules d'eau,
- être miscible dans l'eau et stable durant la durée du traçage,
- être mesurable par un capteur en temps réel ou pouvoir être dosé en concentration suffisante dans les échantillons de mesure,
- ne pas présenter de risque ni pour la santé humaine ni pour le milieu naturel.

#### **1.1.Solution saline**

Dans la plupart des cas utilisées pour réaliser des traçages hydrogéologiques, les sels représentent un traceur facilement disponible et dont la détection se fait par conductivité. Le seul problème lié à ce type de traceur est le bruit de fond, pour cela les concentrations employées doivent être élevées, ce qui augmente la densité des solutions injectées. On précise qu'une densité élevée a une influence sur la dispersion dans la phase initiale, mais n'a que très peu d'influence dans la zone du champ lointain (Sukhodolov et al., 1997 ; Jabbour, 2006).

La technique de mesure en continu est la conductimétrie et comme l'eau du canal présente des concentrations en sel non nulles, il faut faire attention au bruit de fond.

#### **1.2.Fluorescéine**

Ce type de traceur est répondeur pour l'étude de la dispersion dans les cours d'eau, il offre la possibilité de visualiser le comportement d'un produit au sein de l'eau, et surtout d'être détecté à l'état de traces par l'intermédiaire de la fluorescence moléculaire (Jabbour, 2006). Cependant, ces traceurs présentent certains inconvénients, d'une part la dégradation suite à des longues expositions (un taux de dégradation de 30 à 50% pour la Rhodamine) et l'adsorption sur les sédiments impliquant une diminution biaisée des concentrations observées (Graf, 1986 et Abidi, 1982).

#### **1.3.Choix des traceurs**

Dans le cadre de cette étude, deux types de traceurs sont utilisés : solution de sel et de Fluorescéine. Le tableau 6 représente des détails des deux traceurs.

**Tableau 6 : Tableau comparatif des traceurs (Bertrand-Krajewski et al., 2000)**

<b>Traceurs</b>	<b>Fluorescéine</b>	<b>Chlorure de sodium NaCl</b>
<b>Type</b>	Fluorescents	Chimique
<b>Solubilité dans l'eau</b>	250 g/l	350.65 g/l à 25°C
<b>Techniques de mesurages possibles en continu</b>	Fluorimétrie à : 485 nm (excitation) 525 nm (émission)	Conductimétrie en continu
<b>(coût/précision)</b>	(moyen / grande)	(faible / moyenne)
<b>Précautions</b>	- adsorption sur matière en suspension - influence de la température	- influence de la température - bruit de fond

## 2. Appareils de mesure

### 2.1. Conductivimètre

Le sel est un traceur facilement disponible, très bon marché, et le dosage se fait par conductivité. Le seul problème lié à ce type de traceur est le bruit de fond. Le dosage par conductivité est fondé sur la relation linéaire entre la concentration du traceur  $C$  et la conductivité électrique  $S_c$  :

$$S_c = KC$$

où  $C$  est la concentration en  $g/m^3$  ou  $mg/l$ ,  $S_c$  est la conductivité électrique en  $mS/m$  et  $K$  est un coefficient de proportionnalité dépendant du traceur.

La formule suivante présente la relation entre la conductivité et la concentration du traceur (NaCl) :

$$C = \frac{S_c}{\lambda_{Na^+} + \lambda_{Cl^-}} * M_{NaCl}$$

où  $\lambda_{Na^+}$  est la Conductivité molaire ioniques à 25°C de l'ion  $Na^+ = 5.01 \text{ mS m}^2 \text{ mol}^{-1}$ ,  $\lambda_{Cl^-}$  est la conductivité molaire ioniques à 25°C de l'ion  $Cl^- = 7.63 \text{ mS m}^2 \text{ mol}^{-1}$  et  $M_{NaCl}$  est la masse molaire du Chlorure de Sodium.

Comme la température à une influence directe sur les valeurs de la conductivité, il est impératif d'employer des conductimètres compensés en température. En Annexe 3, les conductivimètres employés dans les expérimentations sont décrits.

### 2.2. Fluorimètre

Les traceurs colorés sont utilisables pour les eaux de surface assez peu chargées car ils présentent l'inconvénient de se fixer assez facilement par adsorption sur les matières en suspension. Pour la fluorescéine, l'effet fluorescent est fonction de la concentration; toutefois, au-delà d'une certaine dose, cette fluorescence tend à disparaître. Un dosage d'environ 5 à 10  $mg/l$  permet d'obtenir une fluorescence satisfaisante. La Fluorescéine est constituée d'une molécule capable de réémettre une lumière fluorescente verte (à 525 nm) lorsqu'elle est excitée par une lumière bleue (à 485 nm). Le fluorimètre de terrain et le fluorimètre de laboratoire utilisés dans les expérimentations sont décrits en Annexe 3.

## 3. Principe de la méthode de traçage avec injection instantanée

La méthode de traçage par dilution avec injection instantanée consiste à injecter un volume  $V_0$  d'une solution de traceur à concentration  $C_0$  en une seule fois à l'instant  $t=0$ . En connaissant la masse de traceur injecté et le débit du cours d'eau, on vérifie le bilan de masse par mesure de la concentration  $C(t)$  en traceur, après dilution dans l'écoulement et propagation dans le tronçon (Bertrand-Krajewski et al., 2000).

Cette méthode se base sur le principe de la conservation de la masse : la masse de traceur injectée en amont doit être égale à la masse de traceur déterminée en aval. Pour pouvoir écrire la relation ci-dessous, on considère les hypothèses suivantes :

- le débit  $Q$  est supposé constant dans le tronçon de mesure pendant toute la durée du traçage,
- la concentration du traceur est mesurée à l'aval de l'injection au-delà de la section du bon mélange,

Et on a :

$$M = C_0 V_0 = Q \int_{t_{AR}}^{t_{AR} + T_p} C(t) dt$$

où  $M$  est la masse de traceur introduite dans l'écoulement (kg ou g),  $C_0$  est la concentration initiale en traceur (kg/m<sup>3</sup> ou g/l),  $V_0$  est le volume injecté (m<sup>3</sup> ou l),  $Q$  est le débit du cours d'eau (m<sup>3</sup>/s ou l/s),  $C(t)$  est la concentration dans la section de mesure à un instant  $t$  (kg/m<sup>3</sup> ou g/l),  $t_{AR}$  est l'instant de l'arrivée du traceur dans la section de mesure (s) et  $T_p$  est la durée de passage du traceur dans la section de mesure (s).

En discrétisant l'équation précédente, on obtient :

$$M = C_0 V_0 = Q \Delta t \sum_{i=1}^N C_i$$

où  $\Delta t$  est le pas de temps du système d'acquisition de la concentration (s),  $C_i$  est la concentration à chaque pas de temps  $i$  lors du passage du traceur (mg/l) et  $N$  est le nombre total d'échantillons.

S'il y a un bruit de fond, alors la relation précédente devient :

$$M = Q \Delta t \sum_i (C_i - C_n)$$

où  $C_n$  est le bruit de fond ou la concentration avant et après le passage du traceur (mg/l).

Il faut aussi choisir les paramètres à étudier pour valider le protocole : quantité de traceur à utiliser, durée de l'expérience, concentration minimale détectable, temps de passage de la pollution, longueur du bon mélange, etc. Pour faire le choix de ces paramètres, on a recours aux formules empiriques développées à cet effet ainsi qu'à la solution numérique de l'équation de la dispersion.

#### 4. Solution analytique de l'équation dispersion

D'après Taylor (1954), la dispersion longitudinale d'un traceur peut être assimilée à un processus de diffusion de Fick, à partir d'une longueur suffisamment loin du point de l'injection instantanée et dans le cas où  $U$ ,  $A$  et  $D$  sont connus et considérés constants. La solution analytique de l'équation de dispersion est une distribution Gaussienne de la forme :

$$C_a(x, t) = \frac{C_0 V_0}{2A(\pi Dt)^{0.5}} \exp \left[ -\frac{(x - Ut)^2}{4Dt} \right]$$

où  $C_0$  et  $V_0$  sont la concentration et le volume du traceur injecté instantanément.

Pour que cette solution soit valide, un certain nombre de critères doivent être satisfait :

- $U$ ,  $A$  et  $D$  constants le long d'un canal,
- Selon Nordin et Sabol (1974), il s'agit d'un modèle peu satisfaisant pour ce type de phénomène, car l'approche unidimensionnelle du processus ne permet pas de reproduire impeccablement les données expérimentales,
- Le processus ne peut être considéré qu'à partir du moment où le traceur atteint la distance de bon mélange définie par Fischer (1966).

Pour avoir une idée sur le comportement du traceur dans le canal, on va utiliser cette solution analytique en considérant : une section moyenne et un coefficient de dispersion longitudinale constants. Comme le débit du canal ne varie pas durant l'expérimentation alors on considère que la vitesse de l'écoulement est constante en fonction du temps.

## 5. Etudes expérimentales sur Gignac

L'objectif de l'expérimentation est le suivi de la variation de la concentration d'un traceur injecté de façon instantanée en différents endroits du canal. Cela permet d'appuyer l'étude qui a pour objectif de décrire numériquement le phénomène de dispersion d'une éventuelle pollution qui serait introduite accidentellement dans un canal.

### 5.1. Site expérimental

Le canal de Gignac est situé dans la vallée de l'Hérault à 35 km à l'ouest de Montpellier. Il s'agit d'un canal en béton qui dessert gravitairement un périmètre irrigué d'environ 3000 ha. Il est géré par l'Association Syndicale Autorisée (ASA) du canal de Gignac.

Le canal comporte trois parties : le tronc commun, la branche rive droite et la branche rive gauche. Il possède 50 km de longueur, comprenant une tête morte (8km) et ces deux branches en rive droite (15km) et en rive gauche (27km). La capacité d'écoulement du tronc commun peut atteindre 3.5m<sup>3</sup>/s dont 2m<sup>3</sup>/s distribués à la branche rive gauche et 1.5m<sup>3</sup>/s distribués à la branche rive droite.

Le canal est alimenté par l'eau de l'Hérault à 5km à l'amont de St-Guilhem le Désert avec le débit maximum 3.5 m<sup>3</sup>/s. Sur ces trois tronçons, les ouvrages de transport sont constitués d'une suite de canaux à ciel ouvert en béton. Le canal comporte des ouvrages d'art : aqueducs, siphons et des ouvrages nécessaires au fonctionnement hydraulique : becs de canard, partiteur, vanne de régulation (Fovet, 2010).

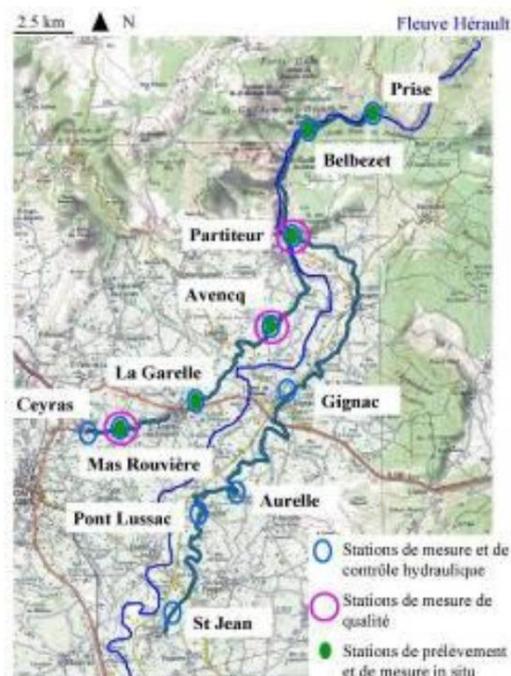


Figure 14. Carte du site d'étude (Belaud et al., 2011)

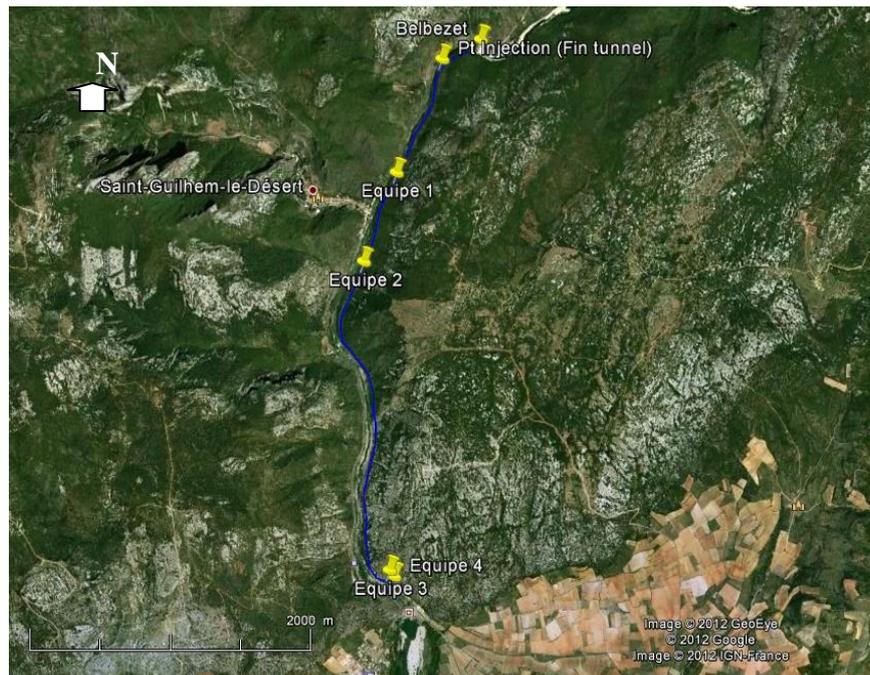
C'est sur le tronc commun du canal de Gignac et sur une petite partie de la branche droite que les expérimentations sont réalisées. Ce tronçon de mesure permet un bon mélange et une

concentration homogène du traceur, avec des vitesses d'écoulement suffisamment élevées et une turbulence importante et ne présente ni lieu d'arrivée, ni lieu de fuite du traceur.

Un modèle hydraulique décrivant ce réseau mis au point par le Cemagref sous le logiciel SIC.

Pour les journées d'expérimentation, le point d'injection est situé à Belbezet (juste en aval du passage en Tunnel) et les quatre points de mesure sont suffisamment éloignés de l'injection pour être dans la zone du bon mélange. Les figurent, qui suivent, représentent le site expérimental ainsi que les positions des points de mesures pour la journée du 29 Mai.

Dans la figure 15, on repère le point d'injection ainsi que les quatre points de mesure pour la journée du 29 Mai :



**Figure 15. Localisation du point d'injection du traceur et des points de mesure (29 Mai)**

Le tableau 7 présente les distances entre les différents points pour les deux journées.

**Tableau 7 : Distance linéaire entre les différentes Equipes**

Point amont	Point aval	Distance en ml (29 Mai)	Distance en ml (1erAoût)
Belbezet	Injection	300	300
Injection	Equipe 1	560	950
Injection	Equipe 2	970	1970
Injection	Equipe 3	3950	2950
Partiteur	Equipe 4	4060	3950

## 5.2. Hypothèses

Connaissant la valeur du débit à Belbezet et au niveau du Partiteur, avec une largeur moyenne du canal de 4 m et une pente de  $4 \cdot 10^{-4}$ , et une hauteur normale, on vérifie que l'écoulement est turbulent (nombre de Reynolds  $> 5000$ ) et fluvial (Froude  $< 1$ ).

**Tableau 8 : Caractéristiques hydraulique du canal de Gignac**

Journée d'expérimentation	Débit (m <sup>3</sup> /s)	Largeur moyenne (m)	Hauteur normale (m)	Vitesse (m/s)	Froude	Nombre de Reynold
29 Mai	0.81	4	0.4	0.51	0.26	1.7 10 <sup>5</sup>
1 <sup>er</sup> Août	1.71	4	0.7	0.61	0.24	3.2 10 <sup>5</sup>

Le calcul du coefficient de la dispersion longitudinale par les différentes formules existantes et adaptées à ce type de réseau donne une large gamme de valeurs (tableau 9), de même pour le calcul de la longueur de bon mélange (tableau 10). D'où la difficulté de bien définir les paramètres de l'expérimentation.

**Tableau 9 : Coefficient de dispersion longitudinale (D en m<sup>2</sup>/s)**

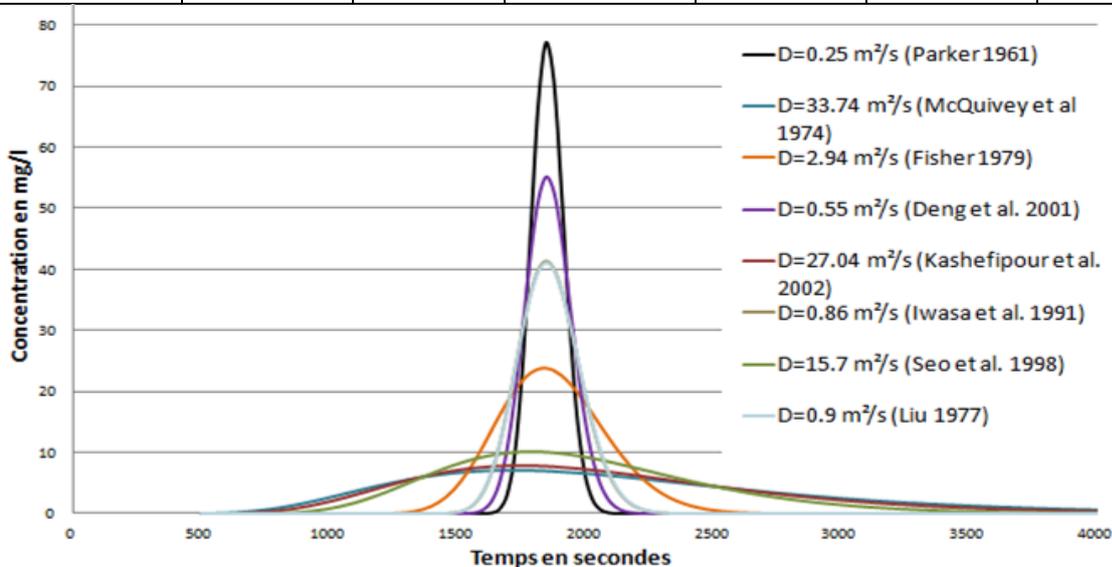
Journée	Parker	McQuivey	Fisher	Deng	Kashefipour	Iwasa	Seo	Liu
29 Mai	0.23	32.15	3.43	0.67	27.31	0.88	16.04	0.97
1 <sup>er</sup> Août	0.45*	67.88	2.22*	0.40*	52.41	0.83*	23.36	0.67*

\* vérification de la condition de Rutherford (1994) :  $2 < D/(W.U^*) < 50$

Pour se rendre compte de l'influence du coefficient de dispersion sur l'Advection-diffusion d'un traceur, une étude de sensibilité a été réalisée (Figure 16), en supposant une vitesse constante entre le point d'injection et la station 1. L'impact du choix de ce paramètre est discuté dans le paragraphe concernant la durée de l'expérimentation (5.2).

**Tableau 10 : Longueur de bon mélange (m)**

Formules	Empiriques				Théoriques	
	Hull (1962)	Day (1977)	Beltaos (1980)	André (1993)	Elder (1959)	Ward (1973)
29 Mai	46.6	100.0	1092.6	37.3	5.9	319.6
1er Août	60	100	592	48	10	181



**Figure 16. Nuages d'un traceur pour différentes valeurs du coefficient de dispersion longitudinale (D) d'un point à 900 m de l'injection instantanée (29 Mai)**

### 5.3. Durée de l'expérimentation

Les mesures des concentrations doivent être suffisamment longues afin de couvrir tout le nuage du traceur lors de son passage par le point de mesure.

Le front central du traceur atteint la station de mesure avec le débit moyen de la rivière à un instant égale au rapport entre la distance qui sépare la station de mesure du point d'injection et la vitesse moyenne de l'écoulement dans le cours d'eau. Mais à cause de la dispersion, on a une quantité du traceur qui arrive plus tôt et une autre plus tard. Soit  $\Delta t_i$  le temps que met le nuage du traceur pour passer à travers une section, ce temps est d'autant plus important quand le coefficient de dispersion longitudinale, issue des formules empiriques, est important.

#### 5.4. Déroulement de l'expérimentation

Au cours de la journée du 29 Mai, deux injections ont été réalisées. Une première injection d'une solution saline de 300 g/l de concentration (10 kg de sel) et une deuxième injection d'une solution de 5g/l de Fluorescéine. Au cours de la journée du 1<sup>er</sup> Août, une injection a été réalisée d'une solution de 250 g/l de sel (20 kg de sel).

En se basant sur l'hypothèse de l'homogénéité des concentrations sur une section après une distance de bon mélange, il n'était pas nécessaire de définir un point précis de prélèvement sur la section.

Le début de prélèvement d'échantillons (pour la journée du 29 Mai) et le début d'enregistrement par les appareils de mesure en continu (pour la journée du 29 Mai et 1<sup>er</sup> Août) ont été estimés par les résultats de la solution analytique. Le pas d'échantillonnage est de 1 min pour la journée de 29 Mai et de 2s pour la journée de 1<sup>er</sup> Août (Annexe 4).

#### 5.5. Résultats et discussions

##### 5.5.1. Distribution des concentrations le long du bief de l'expérimentation

A la fin de la première expérimentation, les mesures de la conductivité dans les flacons des trois premières équipes de mesures ont été réalisées. Le graphique 1 représente la concentration en fonction du temps pour chaque point de mesure. Dans le cas de cette expérimentation, le nuage de traceur est bien représenté au niveau de 3 points sauf pour le cas de l'équipe 3 où le pic du nuage a été raté à cause de l'arrêt de l'échantillonnage.

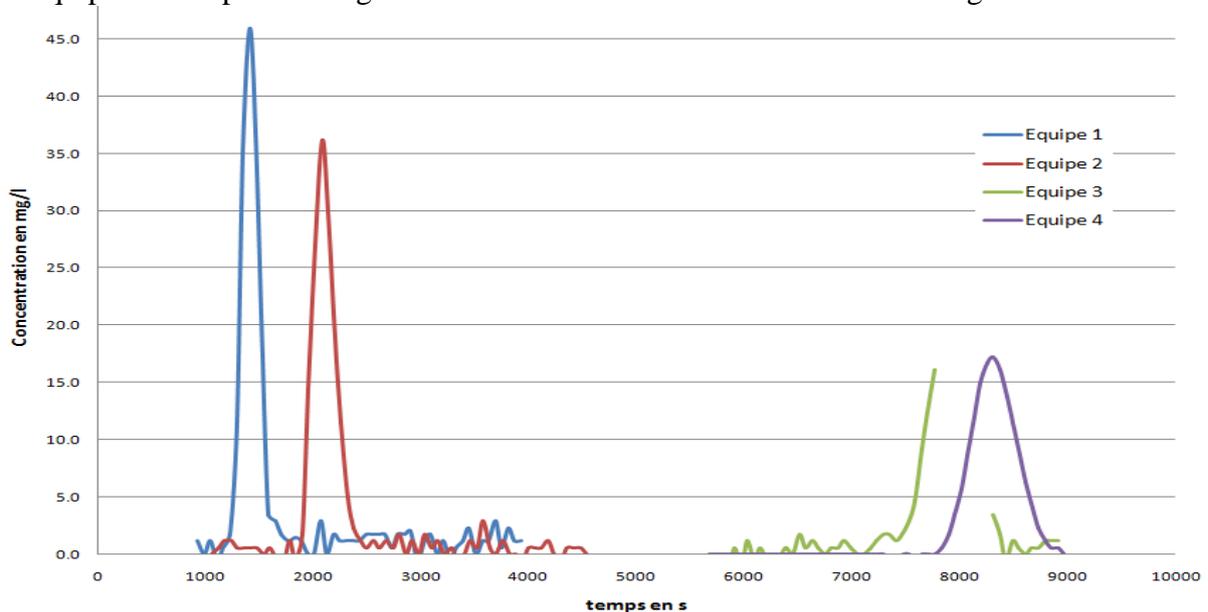
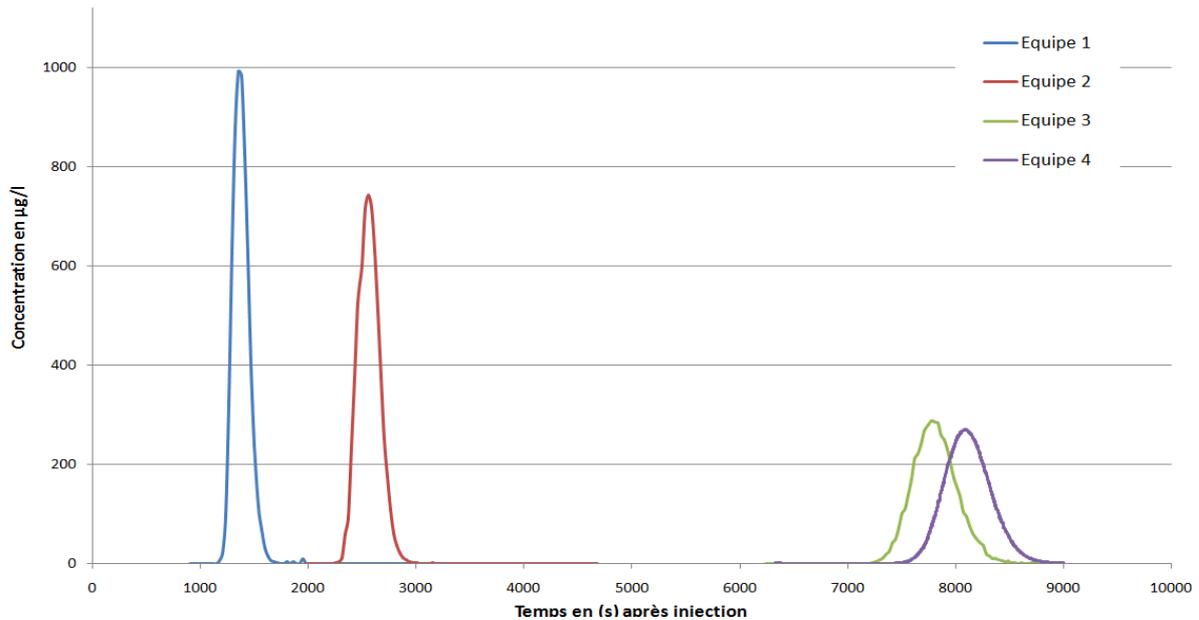


Figure 17. Résultats de la première expérimentation au sel (29 Mai)

(à 0.56Km, 0.97km, 3.95km et 4.06km de l'injection successivement de l'équipe 1 à 4)

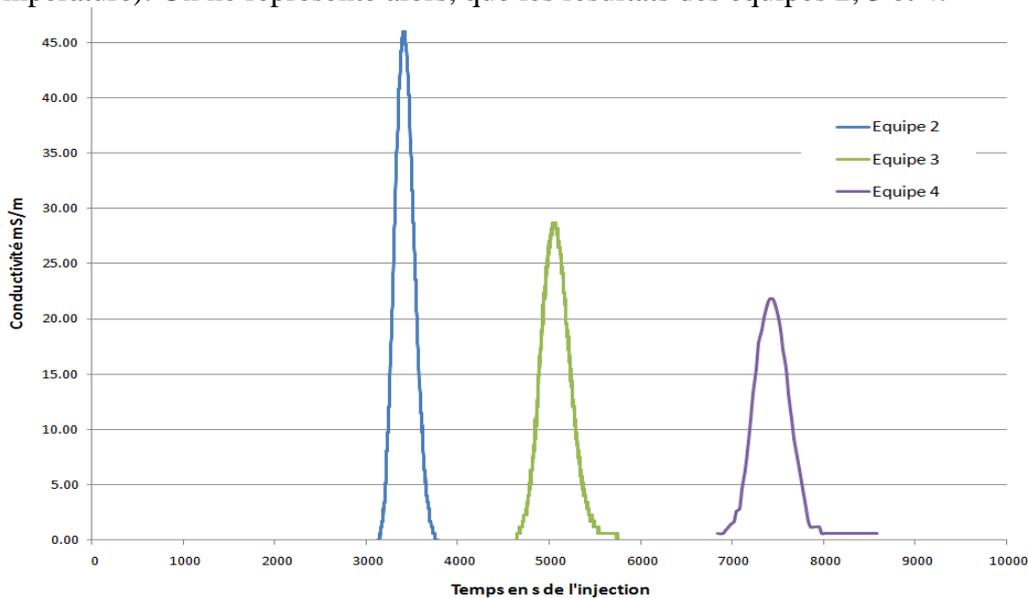
Les résultats d'analyse au laboratoire des échantillons prélevés pour l'expérimentation avec la fluorescéine sont représentés dans le graphique 2.



**Figure 18. Résultats de la deuxième expérimentation (29 Mai)**

**(à 0.56Km, 0.97km, 3.95km et 4.06km de l'injection successivement de l'équipe 1 à 4)**

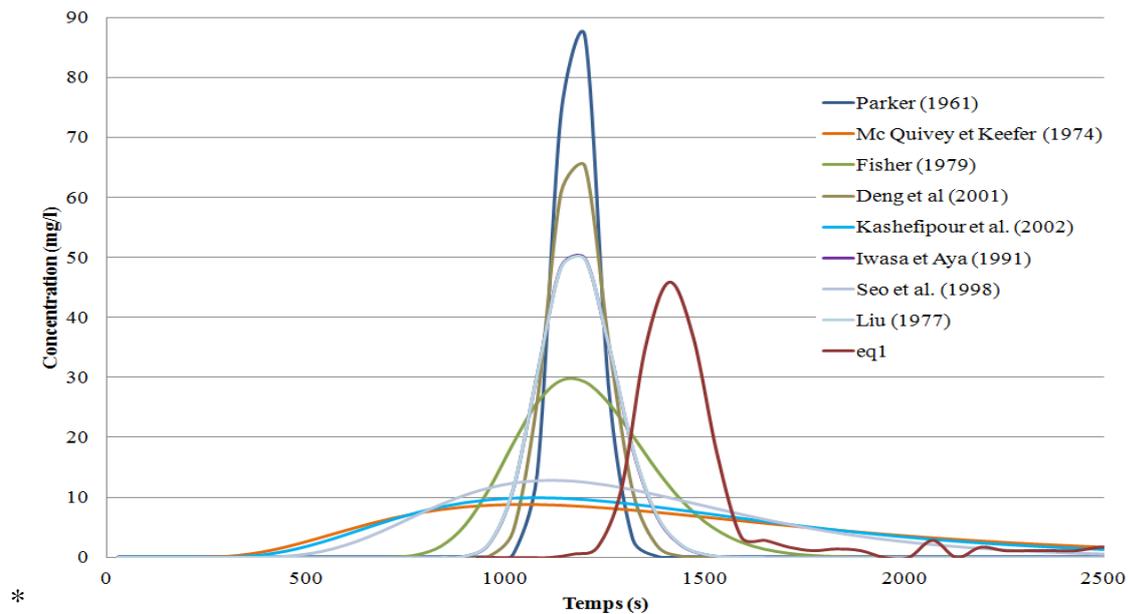
Le graphique 3, représente les résultats de l'expérimentation de la journée du 1er Août. On signale que le conductivimètre de la première équipe a fournit des résultats aberrants (mauvaise estimation de la conductivité dû à un dysfonctionnement de la sonde de température). On ne représente alors, que les résultats des équipes 2, 3 et 4.



**Figure 19. Résultats de la troisième expérimentation (1<sup>er</sup> Août)**

**(1.97km, 2.95Km et 3.95km de l'injection successivement de l'équipe 2 à 4)**

La comparaison des données expérimentales aux solutions analytiques de dispersion montre une remarquable différence. En effet du fait de la simplification du tronç commun (géométrie régulière), le pic du nuage apparaît en avance par rapport à l'observation en début du bief (figure 20) et il apparaît en retard de phase à la fin du bief. Cela est dû à la décroissance de la vitesse de l'amont vers l'aval du bief.



**Figure 20. Comparaison de la solution analytique (avec les différentes formules de D) avec les observations de l'expérimentation au 1er point (29 Mai)**

En rajoute que le pic est mal estimé de point de vue intensité, puisqu'on admet un coefficient de dispersion constant le long du bief, ce qui fait qu'on a une surestimation du pic par les formules de Parker, Deng et al., Liu et Iwasa et Aya et on a une sous-estimation par les autres formules présentées dans la figure ci-dessus. Néanmoins, le temps prévu pour la prise de mesures a été suffisant long pour avoir le nuage en chaque point de mesure et pour chaque expérimentation.

### 5.5.2. Conservation de la masse

Une vérification de la conservation de la masse a été réalisée au niveau de tous les points (qui présentent des données nécessaires). Le calcul de l'air de nuages de traceur a été fait suivant la méthode des trapèzes.

Le débit de la journée du 1er Août a été estimé grâce à un jaugeage par le Q-liner et le courantomètre (le jour même) et était de  $1.71 \text{ m}^3/\text{s}$ . Alors que le débit du canal pour la journée de 29 Mai a été déterminé de façon moins directe (dysfonctionnement des différents capteurs présents dans le canal). En se basant sur les courbes de tarages et les hauteurs d'eau mesurées, on a pu déterminer les débits au niveau du tronc commun et de la rive droite, respectivement de 810 et 450 l/s. Le tableau qui suit présente les résultats obtenus pour la vérification de la conservation de la masse pour les trois expérimentations :

**Tableau 11 : Vérification de la conservation de la masse**

	Expérimentation 1		Expérimentation 2		Expérimentation 3	
	Masse détectée (kg)	%	Masse détectée (g)	%	Masse détectée (kg)	%
<b>Equipe 1</b>	9.745	97.4	153.06	76.73	-	-
<b>Equipe 2</b>	8.586	85.96	153.28	76.84	20.69	103.45
<b>Equipe 3</b>	-	-	117.22	58.77	19.02	95.11
<b>Equipe 4</b>	4.33	78%	65.00	58.65	18.41	92.06

La masse détectée, au niveau des points de mesures, est plus faible que celle injectée (sauf pour le cas du point 2 de l'expérimentation 3 et cela est due certainement à une surestimation

de la masse par la méthode des trapèzes). Ces résultats nous poussent à émettre des hypothèses quand à cette quantité qui est non comptabilisé :

- Sous-estimation de la masse par la méthode des trapèzes.
- Pic de la concentration non capté à cause du pas d'échantillonnage trop grossier. Cela pourrait expliquer les pertes observées pour les équipes 2 et 4 pour la 1ère expérimentation et pour les quatre équipes de la 2ième expérimentation.
- Limite de détection des différents appareils de mesure (traceur encore présent au niveau de la queue du nuage mais les concentrations sont trop faibles pour être déterminées).
- Traceur dégradé par le rayonnement (pour le cas de la 2ième expérimentation avec la Fluorescéine).

### 5.5.3. Estimation du débit

Sur la base de la conservation de la masse, on peut déterminer le débit du canal par le biais de la méthode de jaugeage chimique :

$$M_1 = M_2$$

$$V_1 C_1 = V_2 \frac{\int_0^T C_t dt}{T}$$

Si on pose  $\bar{C}_2 = \frac{\int_0^T C_t dt}{T}$ , alors on a  $V_1 C_1 = Q T \bar{C}_2$

$$Q = \frac{V_1 C_1}{T \bar{C}_2}$$

Où  $M_1$  est la masse du traceur dans la solution mère,  $M_2$  est la masse du traceur dans le canal,  $V_1$  est le volume de la solution mère,  $V_2$  est le volume transité dans le canal,  $C_1$  est la concentration du traceur,  $\bar{C}_2$  est la concentration moyenne du traceur dans la rivière,  $Q$  est le débit du canal,  $T$  est la durée totale du prélèvement et  $C_t$  est la concentration du traceur à un instant  $t$ .

**Tableau 12. Estimation du débit par méthode de jaugeage par dilution (expérimentation 1)**

	Eq1	Eq2	Eq3	Eq4
$M_1$ (kg)	10			5.56
$T$ (s)	1800	2280	-	1620
$\bar{C}_2$ (mg/l)	5.9	4.3	-	5.7
$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	0.94	1.02	-	0.6

**Tableau 13. Estimation du débit par méthode de jaugeage par dilution (expérimentation 2)**

	Eq1	Eq2	Eq3	Eq4
$M_1$ (g)	200			112
$T$ (s)	1050	1440	1920	2676
$\bar{C}_2$ (µg/l)	174.88	170.38	74.27	53.92
$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	1.09	0.82	1.4	0.77

**Tableau 14. Estimation du débit par méthode de jaugeage par dilution (expérimentation 3)**

	Eq1	Eq2	Eq3	Eq4
$M_1$ (Kg)	20			
$T$ (s)	-	628	1101	1170
$\bar{C}_2$ (mg/l)	-	19.8	10.09	8.92
$Q$ (m <sup>3</sup> /s)	-	1.61	1.8	1.92

La mauvaise estimation de la quantité de traceur pour les différents points (les expérimentations 1 et 2) explique le fait qu'on a une mauvaise estimation du débit à chaque

point de mesure. Pour la journée de 1er Août, l'erreur sur l'estimation du débit est de -6% pour l'équipe 2, 5% pour l'équipe 3 et 12% pour l'équipe 4.

### **Conclusion**

Le pas d'acquisition des données dans la journée du 1er Août (1 et 2s) a permis de détecter finement la variation de la concentration le long du nuage de polluant. Cela se reflète par la bonne conservation de la masse au niveau des différents points. Vue la bonne qualité de cette expérimentation, les résultats vont être exploitées dans le chapitre 4, afin de caler le modèle de dispersion de la pollution.

La première expérimentation du 29 Mai permettra de valider les résultats après calage du modèle, mais les résultats de la deuxième expérimentation du 29 Mai seront abandonnés du fait de la non maîtrise du taux de dégradation de la fluorescéine.

## Chapitre IV : Validation du modèle

### (Calage sur le tronc commun de Gignac)

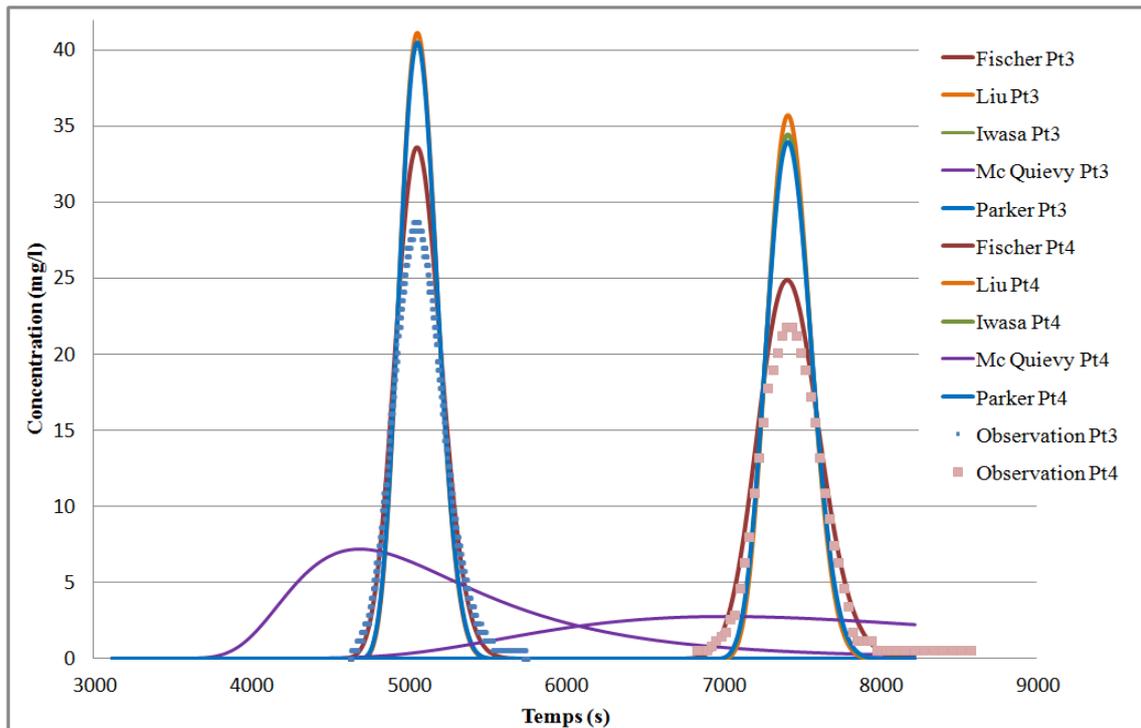
Le modèle développé au chapitre II pour la dispersion de polluant va être confronté aux expérimentations réalisées sur le Canal de Gignac. Sur la base des résultats de l'expérimentation réalisée le 1er Août, les différentes formules d'estimation du coefficient de dispersion longitudinale vont être comparées puis ajustées.

#### 1. Application du modèle de dispersion sur l'expérimentation du 1er Août

On dispose d'un modèle hydraulique du canal de Gignac sur le logiciel SIC. Les conditions hydrauliques (débit, hauteur d'eau, coefficient de Strickler) correspondantes à la journée de l'expérimentation ont été introduites dans le modèle hydraulique. Le modèle étudié s'étend donc du point de mesure de l'équipe 2 (Point kilométrique 5,69) jusqu'à celui de l'équipe 4 (PK 7.76), soit environ 2 km.

Une série de simulations passant en revue les formules de calcul du coefficient de la dispersion longitudinale  $D$  a été lancée, en admettant que le nuage de traceur obtenu par l'équipe 2 est la Condition Limite Amont.

Les résultats des différentes simulations ainsi que les points observés dans l'expérimentation sont représentés au niveau la figure qui suit :



**Figure 21. Résultats des simulations de l'expérimentation du 1er Août sur les Points 3 et 4 (application des différentes formules d'estimation de  $D$ ).**

Il résulte de ces différentes simulations que :

- quatre formules surestiment les pic des nuages des points de mesure 3 et 4, il s'agit de la Formule de Fischer (1979), de Liu (1977), de Iwasa et Aya (1991) et de Parker (1961).

- la formule de Mc Quivey et Keefer (1974) sous-estime les concentrations, écrête fortement les pics et présente un déphasage avec les observations ainsi qu'avec les autres simulations (pic du nuage est en avance).

Ces résultats se justifient par le fait que la formule de Mc Quivey et Keefer (1974) est exprimée en fonction de la vitesse moyenne ( $Q/S$  avec  $Q$  le débit et  $S$  la section du cours d'eau).

Contrairement à Mc Quivey et Keefer, les autres auteurs proposent des expressions de coefficient de dispersion longitudinale (voir tableau 3) qui font intervenir la vitesse de cisaillement  $U^*$ . Même cas pour Parker, même si  $U^*$  n'est pas directement exprimée dans la formule, mais cette dernière intervient à travers le terme de la contrainte de cisaillement  $\tau_0$ . En effet, la vitesse de cisaillement exprime la contrainte de cisaillement par unité de vitesse. Ce terme prend en considération le cisaillement entre les couches de l'écoulement, reflète le profil de vitesse et permet donc de bien décrire la diffusion et la dispersion du traceur dans le canal.

Pour exprimer la corrélation entre les valeurs observées et les valeurs simulées avec les différentes formules d'estimation du coefficient de dispersion longitudinale  $D$ , une analyse statistique se basant sur le critère de Nash a été réalisée.

Ce critère a été proposé par Nash et Sutcliffe en 1970. Il est défini par :

$$\text{Nash} = 1 - \frac{\sum(C_{\text{simulée}} - C_{\text{observée}})^2}{\sum(C_{\text{simulée}} - \bar{C}_{\text{simulée}})^2}$$

où  $C_{\text{simulée}}$  et  $C_{\text{observée}}$  sont respectivement les concentrations observée et simulée et  $\bar{C}_{\text{simulée}}$  est la moyenne des concentrations observées.

Si le Nash=1, alors sa corrélation est parfaite, par contre, si le Nash est négatif, la concentration calculée par le modèle est une mauvaise estimation.

Les résultats de l'analyse statistique sont représentés dans le tableau qui suit :

**Tableau 15 : Nash obtenu pour chaque simulation pour les deux points 3 et 4 de l'expérimentation du 1er Août**

	Fischer	Parker	Iwasa et Aya	Liu	Mc Quivey et Keefer
<b>Point 3</b>	0.97	0.89	0.89	0.88	-58
<b>Point 4</b>	0.97	0.86	0.85	0.83	-2125

A partir de ce tableau, on confirme le fait que la formule de Mc Quivey et Keefer (1974) estime mal le phénomène de dispersion du traceur dans le cas du canal de Gignac.

## 2. Ajustement des formules d'estimation de $D$

Un ajustement du coefficient des différentes formules ayant un Nash positif est réalisé. Cela se justifie par le fait que la Formule de Fischer (1979), de Liu (1977), de Iwasa et Aya (1991) et de Parker (1961) sont des formules empiriques, élaborées sur la base d'une série d'expérimentations dans différents canaux. C'est l'ajustement des données expérimentales qui a permis d'aboutir à ces expressions existantes dans la bibliographie.

On représente par la suite, cas par cas, les résultats de l'ajustement des différentes formules présentées dans le tableau 3 du chapitre 1.

### 2.1. Ajustement de la formule de Fischer (1979)

La formule de Fischer se présente ainsi :

$$D = 0.011 \frac{U^2 W^2}{H U^*}$$

On étudie la sensibilité au coefficient multiplicateur en faisant varier celui-ci entre 0.011 et 0.02. On constate que la valeur maximisant du critère de Nash est 0.015 pour la moyenne des 2 points de comparaison. L'amélioration est faible, aussi la valeur d'origine, bien que pouvant être réajustée, reste satisfaisante.

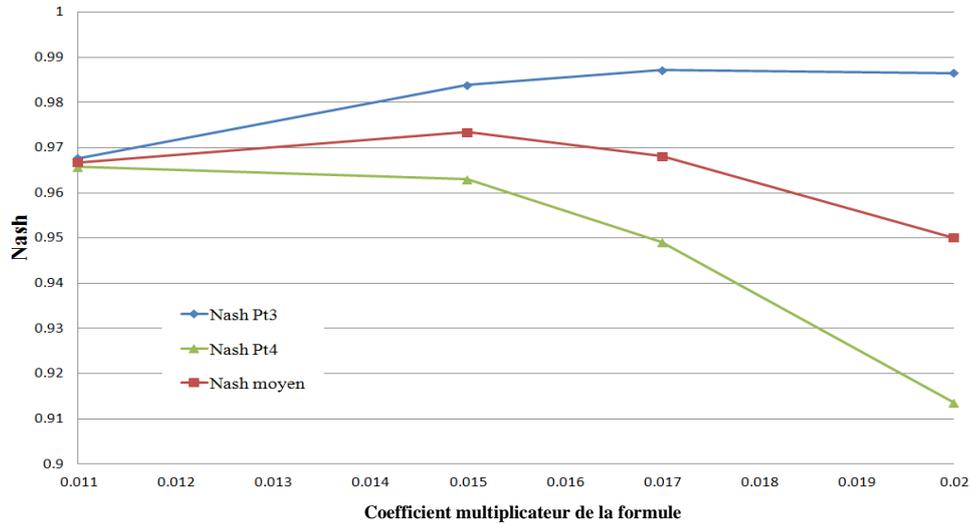


Figure 22. Résultats de l'ajustement de la formule de Fischer (1979).

### 2.2. Ajustement de la formule de Liu (1977)

La formule de Liu, adaptée pour tous type de cours d'eau, présente un coefficient multiplicateur de 0.18. Elle est exprimée comme suit :

$$D = 0.18 \left( \frac{U^*}{U} \right)^{1.5} \frac{U^2 W^2}{H U^*}$$

Les simulations de l'expérimentation dans ce cas sont meilleurs avec un coefficient de 1.

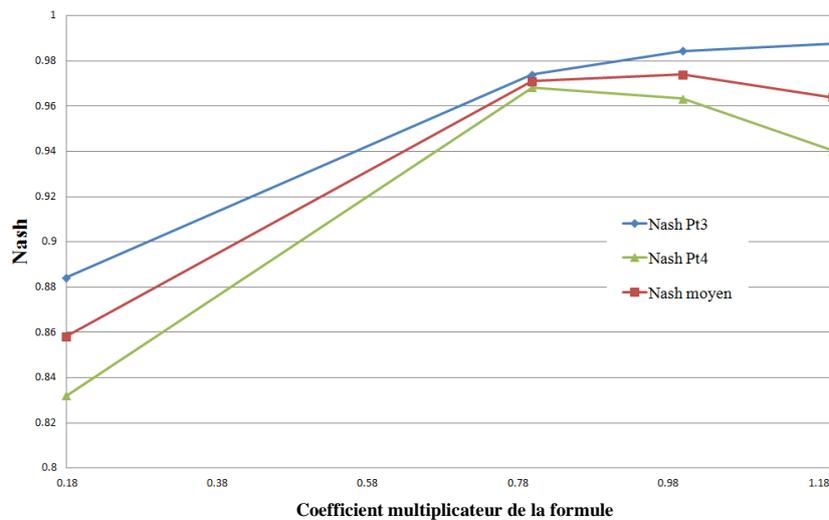


Figure 23. Résultats de l'ajustement de la formule de Liu (1977).

### 2.3. Ajustement de la formule de Iwasa et Aya (1991)

La formule de Iwasa et Aya se présente ainsi :

$$D = 2 \left( \frac{W}{H} \right)^{1.5} HU^*$$

Cette formule est applicable pour les canaux et les cours d'eau naturel. Un ajustement du coefficient de 2 à 9, permet d'augmenter le Nash moyen de 0.87 à 0.97.

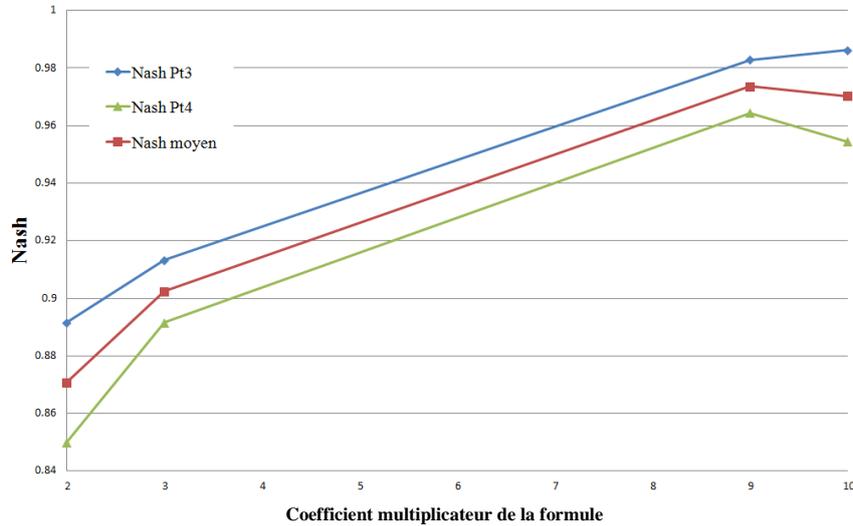


Figure 24. Résultats de l'ajustement de la formule de Iwasa et Aya (1991).

### 2.4. Ajustement de la formule de Parker (1961)

La formule de Parker est adaptée pour les canaux et elle se présente ainsi :

$$D = 14.28 R_H^{3/2} \sqrt{2gS}$$

Un ajustement du coefficient de 14.28 à 60, permet d'augmenter le Nash moyen de 0.86 à 0.97.

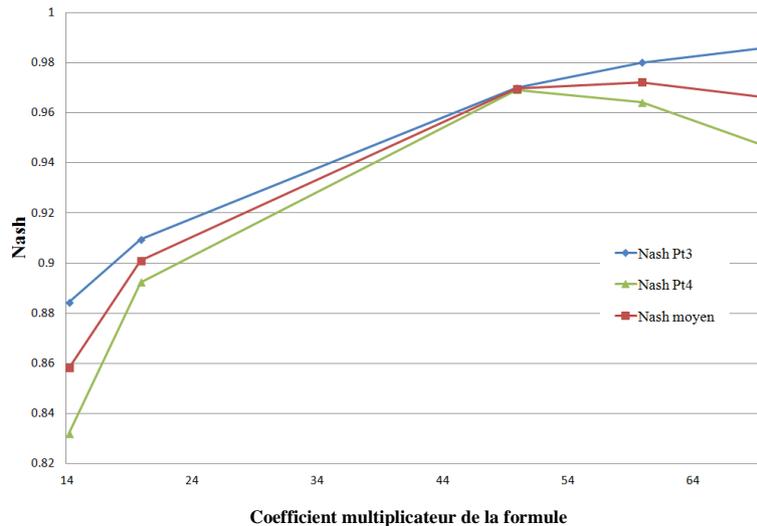


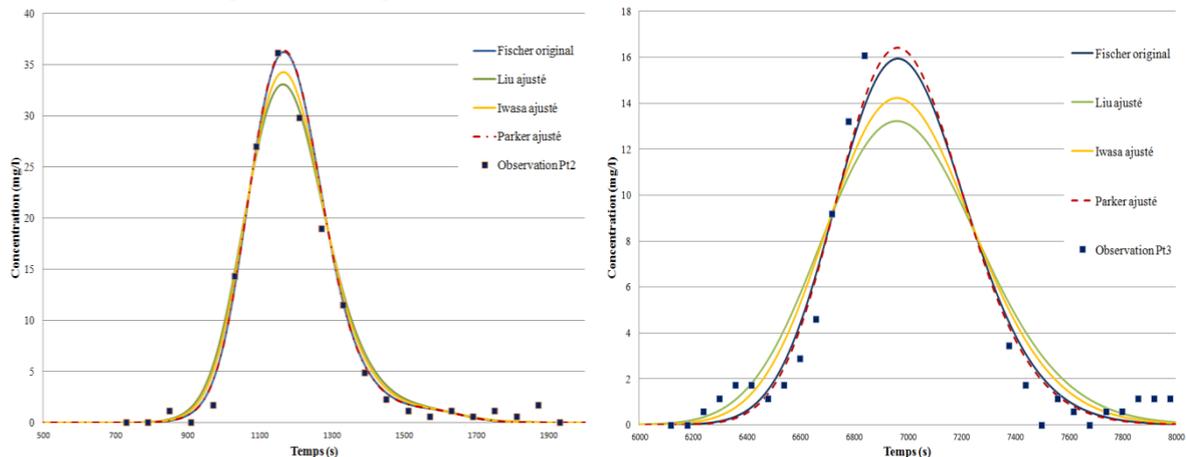
Figure 25. Résultats de l'ajustement de la formule de Parker (1961).

Cette étude réalisée sur l'ajustement du coefficient directeur de la formule d'estimation du coefficient de dispersion longitudinale permet de conclure que la formule de Fischer (1979) présente la meilleur stabilité (le Nash varie de peu en ajustant le coefficient). Il est à préciser

qu'avec le coefficient initial, cette formule fournit de bons résultats. Par contre, les autres formules nécessitent un ajustement remarquable du coefficient (8 fois plus grand pour Liu, 4 fois pour Iwasa et Aya et Parker).

### 3. Test sur la première expérimentation du 29 Mai

Il convient à ce niveau de l'étude de tester cette optimisation sur les données de l'expérimentation de 29 Mai. Les figures qui suivent, représentent les résultats de la modélisation de la première expérimentation avec le sel.



*Figure 26. Résultats de la Simulation pour l'expérimentation du 29 Mai*

Le modèle de la simulation numérique associé à la formule de Fischer (1979) et celui de Parker (1961) permettent, comme illustré dans le graphique 26, d'avoir des résultats qui retracent bien les données de l'équipe 2 et qui complètent la série de données de l'équipe 3.

Du fait de ces bons résultats fournis dans le cas des deux expérimentations, sans même avoir recours à l'ajustement du coefficient multiplicateur, la formule de Fischer (1979) pour l'estimation du coefficient de dispersion longitudinale semble être la meilleure de toutes les formules testées. Cependant, un essai sur un autre tronçon du canal est à recommander afin d'appuyer d'avantage ces résultats.

### Conclusion

La confrontation des résultats de la simulation à ceux de l'expérimentation du 1er Aout et du 29 Mai, permet de conclure que ce modèle est capable de simuler le phénomène de dispersion et de reproduire des situations réelles de traçage de nuage de polluant.

L'application des différentes formules d'estimation de  $D$ , montre à ce niveau de l'étude, que c'est la formule de Fischer (1979) qui donne les résultats les plus satisfaisants.

Le modèle numérique développé dans cette étude est applicable prouve son efficacité à simuler le phénomène de dispersion d'une pollution accidentelle dans un tronçon du canal. Reste à considérer le cas d'un réseau plus complexe, intégrant des ouvrages de régulation.

## Conclusion Générale

L'objectif de cette étude était de proposer un modèle numérique permettant la résolution de l'équation de l'advection-diffusion pour le cas d'une pollution accidentelle.

Une étude bibliographique concernant les notions fondamentales spécifiques à ce type de phénomène a été réalisée afin de mieux comprendre les particularités du processus en question et de mieux apprécier les simplifications adoptées par la suite (modèle unidimensionnel, validité à partir d'une distance de bon mélange).

Le choix du modèle numérique s'est fait, en adoptant une approche connue sous le nom de "Split-operator Approach" et sur la base d'un nombre d'études comparatives des différents schémas numériques pour les deux phénomènes de l'advection et de la diffusion. Le schéma de Holly-Preissmann a été choisi pour la résolution du premier terme Associé à la méthode d'Akima pour l'interpolation de la concentration au pied de la caractéristique, ce schéma est parmi les plus stables et conservatifs des différents schémas proposés pour la résolution de l'advection pure. Le schéma de Crank-Nicholson a été choisi pour la résolution de la diffusion.

L'évaluation des performances et des conditions optimales d'utilisation de ce schéma a été effectuée sur la base d'études de sensibilité du modèle à différents paramètres. Les différentes configurations de réseaux hydrographiques (confluences et diffluences) ont aussi été testées. Cette évaluation a permis d'apprécier le modèle proposé, particulièrement, par rapport au schéma de Preissmann du modèle d'advection préexistant dans le logiciel SIC.

Les expérimentations destinées à la caractérisation du phénomène de dispersion, ont constituées une base pour l'évaluation de la capacité du schéma proposé à reproduire une réalité de terrain. Principalement, c'est l'expérimentation du 1er Aout qui a permis de caler le modèle pour le cas de Gignac.

L'objectif de la modélisation de la dispersion est satisfait. Par ailleurs, il est nécessaire de bien pouvoir, par la suite, intégrer les ouvrages de régulation et d'évaluer la performance de schéma numérique dans des situations différentes de fonctionnement du canal (débit variable, vannes de régulation...) et mettre en relation avec les différentes classe de qualité (transport solide et étude des algues).

## Bibliographie

BARPI, 2005. Bilan des accidents technologiques 1992-2004. Bureau d'Analyse des risques et pollutions industrielles : 19p. In: Jabbour 2006.

Bertrand-Krajewski J.L, Laplace D., Joamo C. et Chebbo G., 2000. Mesures en hydraulique urbaine et assainissement : Partie4, chapitre 3 : Mesurage du débit par traçage. Paris, Edition Tec et Doc, 808p.

Baume J.P., Malaterre P.O., Belaud G., Le Guennec B., Morelli Tucci C.E et Collischonn W., 2005. Métodos Numéricos em Recursos Hídricos 7. Porto Alegre, ABRH, 116p.

Cunge J.A., Holly F.M. and Verwey A., 1980. Practical Aspects of Computational River Hydraulics. London, Pitman Advanced Publishing Program, 417p.

Cunge J.A., Rahuel J.L. et Belleudy P, 1986. Mathematical modelling software for river management: CARIMA and CONDOR systems. Eng. Software Journal, vol. 8.

Deng Z.-Q., Bengtsson L., Singh V. P., et Adrian D. D., 2002. Longitudinal Dispersion Coefficient in Single-Channel Streams. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 128, No. 10, pp. 901–916.

Dragoslav L.S. et Heinz G.S., 2001. Accurate two-dimensional simulation of advective-diffusive-reactive transport. Journal of Hydraulic Engineering, Vol 127, No 9, pp. 728–737.

Duan J.G., 2004. Simulation of Flow and Mass Dispersion in Meandering Channels. Journal of Hydraulic Engineering Vol 130, No 10, pp. 964-976.

Fovet O., 2010. Gestion des développement d'algues benthiques en canaux : modèles pour des stratégies de régulation hydraulique. Thèse de doctorat, Eaux continentales et Société. Montpellier, Montpellier SupAgro, 225p.

Fovet O. et al., 2012. Turbidity management during flushing-flows: A model for open-loop control. Advances in Water Resources, Vol 39. pp. 7–17.

Gajdos A. et Mandelkern S., 1998. Comparative study of numerical schemes used for one-dimensional transport modelling. Second International Symposium in civil Engineering, Budapest. Disponible sur internet : <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.17.9408>> [consulté le 12/07/2012]

Girin M., 2001. Le décideur face à une pollution accidentelle des eaux -Guide opérationnel. Centre de documentation, de recherche et d'expérimentations sur les pollutions accidentelles des eaux (CEDRE) : 42p. In: Jabbour 2006

Holly F.M Jr. et Preissmann A., 1977. Accurate Calculation of Transport in Two Dimensions. Journal of Hydraulics Division, Vol 103, No 11, pp. 1259-1277.

Holly F.M Jr. et Usseglio-Polatera J., 1984. Dispersion simulation in two-dimensional tidal flows. Journal of Hydraulic Engineering Vol 110, No 7, pp. 905-926.

Hunt B., 2006. Asymptotic Solutions for One-Dimensional Dispersion in Rivers. Journal of Hydraulic Engineering, Vol 132, N°1, p 87-93.

Jabbour, 2006. Etude expérimentale et modélisation de la dispersion en champ lointain suite à un rejet accidentel d'un polluant miscible dans un cours d'eau. Application à la gestion de crise. Thèse de doctorat, Biosciences de l'Environnement, Chimie et Santé. Aix-Marseille, Universités d'Aix-Marseille I, II, III, 246p.

Jobson H.E., 1997. Predicting travel time and dispersion in rivers and streams. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol 123, No 11, pp. 971-978.

Koussis A.D. et Rodriguez-Mirasol J., 1998. Hydraulic Estimation of dispersion coefficient for streams. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol 124, No 3, p.317-320.

Komatsu T., Ohgushi K. et Asai K., 1997. Refined numerical scheme for advective transport in diffusion simulation. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol 123, No 1, pp. 41-50.

Naved A., 2008. Estimating the coefficient of Dispersion for a Natural Stream. *Proceedings of world academy of science, Engineering and technology*, Vol 34, pp. 2070-3740.

Neuman S.P, 1981. An Eulerian-Lagrangian scheme for the dispersion-convection equation using conjugate space-time grids. *J. Comp. Phy*, Vol 41, pp. 270-294.

Nougier J.P, 2001. Méthodes de calcul numérique (volume1) : Systèmes d'équation. Paris, HERMES Science Europe Ltd, 325p.

Ruan F., 1999. An investigation of Eulerian-Lagrangian methods for solving heterogeneous advection-dominated transport problems. *Water resources research*, Vol. 35, No. 8, p. 2359–2373.

Rutherford J.C., 1994. *River Mixing*. New York, Wiley and Sons, 347 p. In: Jabbour 2006.

Sloan S., Pender G., 1998. Evaluation of Numerical Modelling Techniques for Solving the Advection-Diffusion Equation (Numerics: Deterministic Methods). Poster Session (poster1), 31.08.1998, 12:00 - 12:45

Tsai T.L., Yang J.C., et Huang L.H., 2002. Hybrid Finite-Difference Scheme for Solving the Dispersion Equation. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 128, No. 1, pp. 78-86.

Yang J.C., Chen K.N., Lee H.Y., 1992. Accurate computation for rapidly varied flow in an open channel. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol 14, No 3, 1992, pp. 361-374.

Zerihun D., Furman A., Warrick A.W. et Sanchez C.C, 2005. Coupled Surface-Subsurface solute transport model for irrigation borders and basins. I. Model development. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol 131, No 5, pp. 396-406.

Zoppou C., Roberts S. et Renka R.J., 2000. Exponential spline interpolation in characteristic based scheme for solving the advective-diffusion equation. *International Journal for Numerical Methods in fluids*, No 33, pp. 429-452.

# *Annexes*

## **Annexe 1 : Discrétisation de l'équation de la diffusion**

Le terme unidimensionnel de la diffusion pure s'exprime ainsi :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right)$$

La discrétisation de cette équation afin de la résoudre avec le schéma de Crank-Nicholson est comme suit :

$$\frac{C_i^{n+1} - C_i^*}{\Delta t} = \frac{W}{A} \frac{\left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{i+1}^{n+1} - \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right)_i^{n+1}}{\Delta x} + \frac{(1-W)}{A} \frac{\left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right)_{i+1}^n - \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right)_i^n}{\Delta x}$$

Avec  $W$  est le facteur de pondération reflétant le degré d'implicitation du Schéma et  $C_i^*$  représente la concentration résultante de l'advection pure.

$$\begin{aligned} \frac{C_i^{n+1} - C_i^*}{\Delta t} = \frac{W}{A \Delta x} & \left[ (AD)_{i+1}^{n+1} \frac{C_{i+1}^{n+1} - C_i^{n+1}}{\Delta x_1} - (AD)_i^{n+1} \frac{C_i^{n+1} - C_{i-1}^{n+1}}{\Delta x_2} \right] \\ & + \frac{(1-W)}{A \Delta x} \left[ (AD)_{i+1}^n \frac{C_{i+1}^n - C_i^n}{\Delta x_1} - (AD)_i^n \frac{C_i^n - C_{i-1}^n}{\Delta x_2} \right] \end{aligned}$$

- $\Delta x$  est la distance entre les points  $(i-1)$  et  $(i+1)$
- $\Delta x_1$  est la distance entre les points  $i$  et  $(i+1)$
- $\Delta x_2$  est la distance entre les points  $(i-1)$  et  $i$

La réorganisation des différents termes donne :

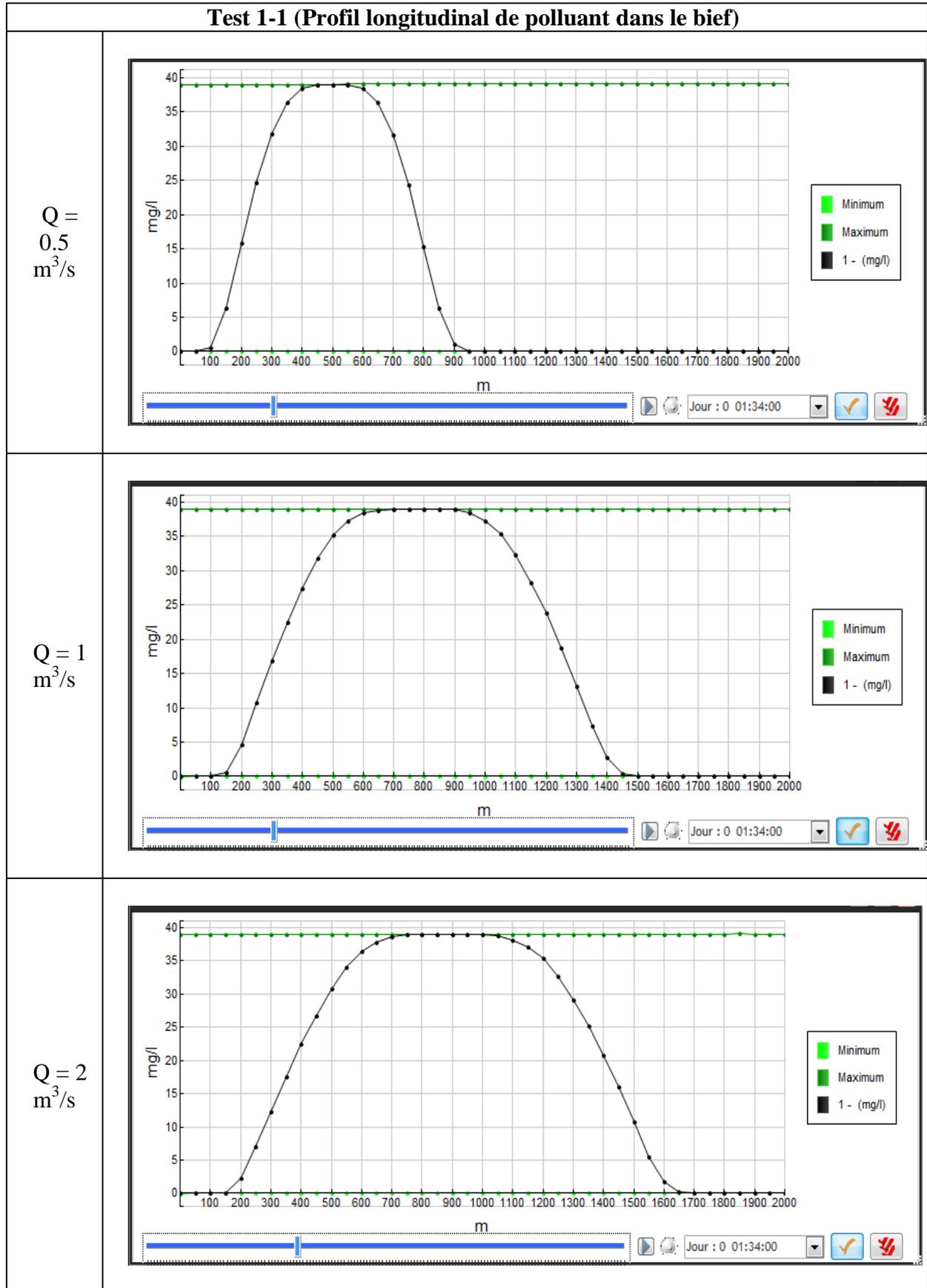
$$\begin{aligned} \frac{W}{A \Delta x} \frac{(AD)_i^{n+1}}{\Delta x_2} C_{i-1}^{n+1} - \left[ \frac{W}{A \Delta x} \left( \frac{(AD)_{i+1}^{n+1}}{\Delta x_1} + \frac{(AD)_i^{n+1}}{\Delta x_2} \right) + \frac{1}{\Delta t} \right] C_i^{n+1} + \frac{W}{A \Delta x} \frac{(AD)_{i+1}^{n+1}}{\Delta x_1} C_{i+1}^{n+1} + \\ \frac{1}{\Delta t} C_i^* + \frac{(1-W)}{A \Delta x} \left[ \frac{(AD)_{i+1}^n}{\Delta x_1} C_{i+1}^n - \left( \frac{(AD)_{i+1}^n}{\Delta x_1} + \frac{(AD)_i^n}{\Delta x_2} \right) C_i^n - \frac{(AD)_i^n}{\Delta x_2} C_{i-1}^n \right] = 0 \end{aligned}$$

En se référant au document (partie de la résolution du terme de la diffusion), on a :

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{W}{A \Delta x} \frac{(AD)_i^{n+1}}{\Delta x_2} \\ b_i &= \frac{W}{A \Delta x} \left( \frac{(AD)_{i+1}^{n+1}}{\Delta x_1} + \frac{(AD)_i^{n+1}}{\Delta x_2} \right) + \frac{1}{\Delta t} \\ c_i &= \frac{W}{A \Delta x} \frac{(AD)_{i+1}^{n+1}}{\Delta x_1} \\ y_i &= - \left[ \frac{1}{\Delta t} C_i^* + \frac{(1-W)}{A \Delta x} \left[ \frac{(AD)_{i+1}^n}{\Delta x_1} C_{i+1}^n - \left( \frac{(AD)_{i+1}^n}{\Delta x_1} + \frac{(AD)_i^n}{\Delta x_2} \right) C_i^n - \frac{(AD)_i^n}{\Delta x_2} C_{i-1}^n \right] \right] \end{aligned}$$

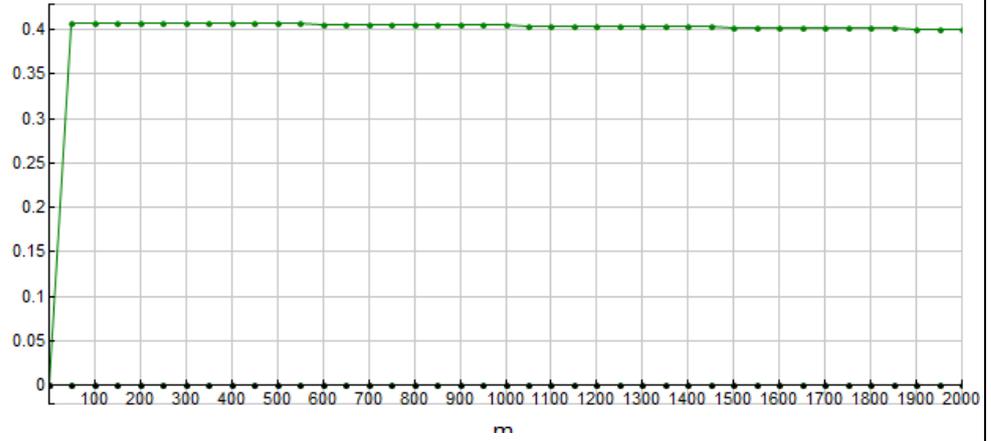
## Annexe 2 : Résultats des tests de Validation du schéma numérique

### Test 1-1 (Profil longitudinal de polluant dans le bief)

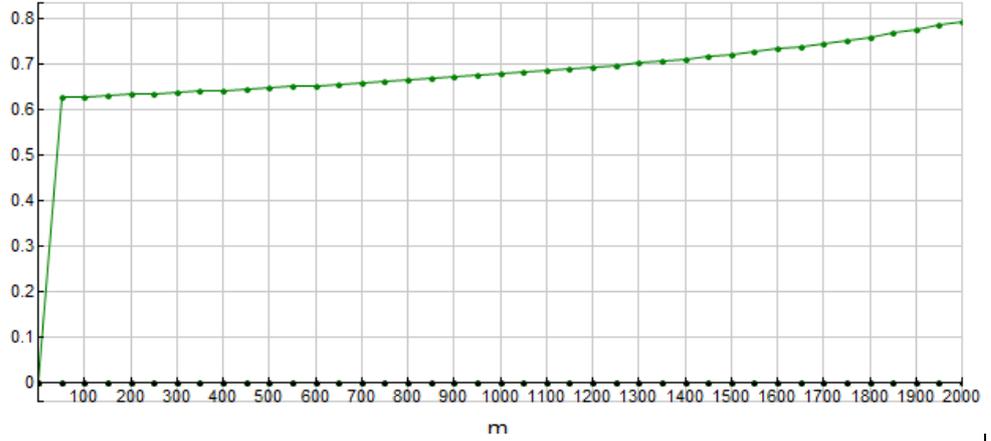


**Test 1-1 (Nombre de courant le long du bief)**

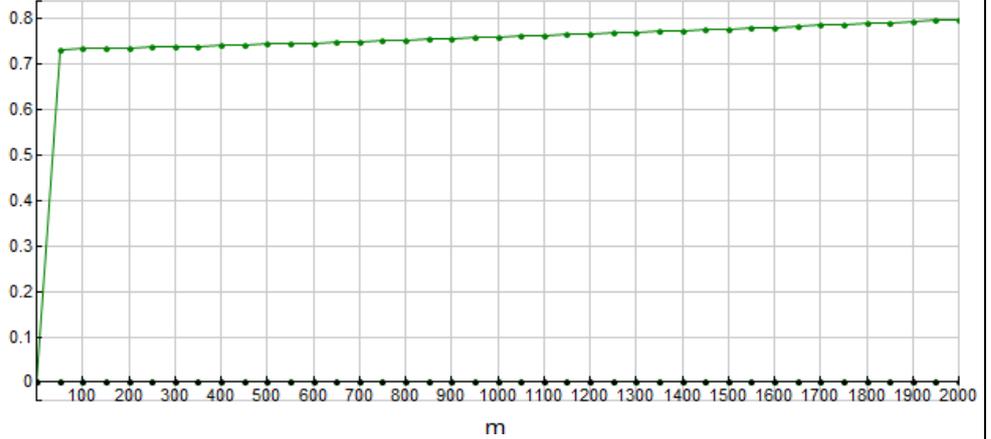
$Q = 0.5 \text{ m}^3/\text{s}$



$Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$

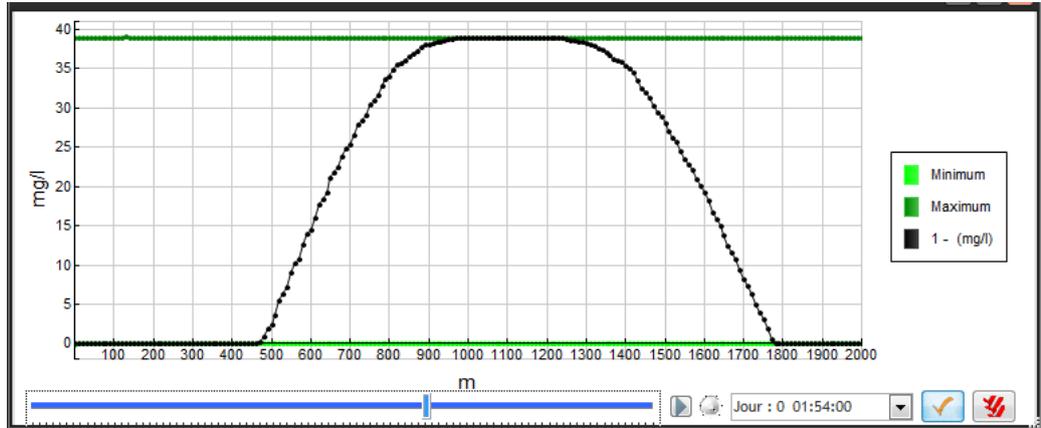


$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$

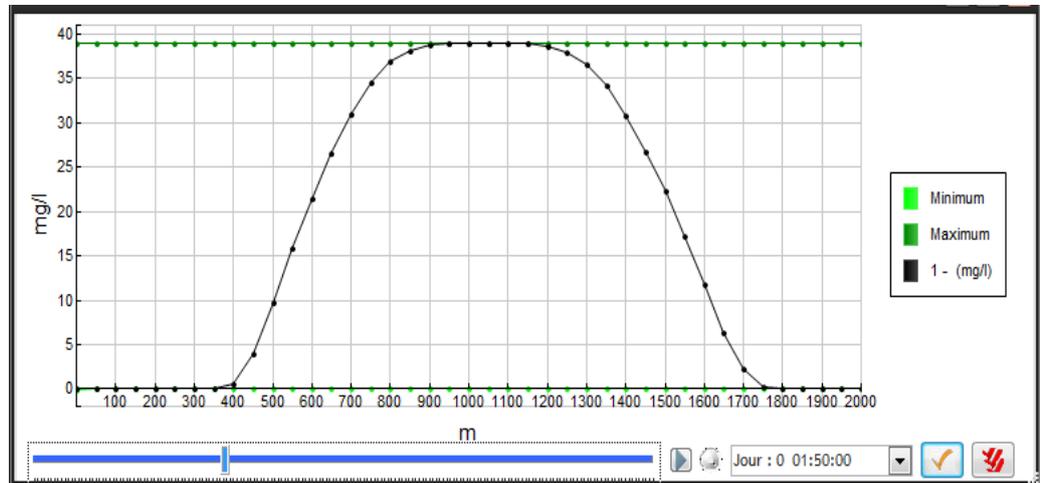


### Test 1-2 (Profil longitudinal de polluant dans le bief)

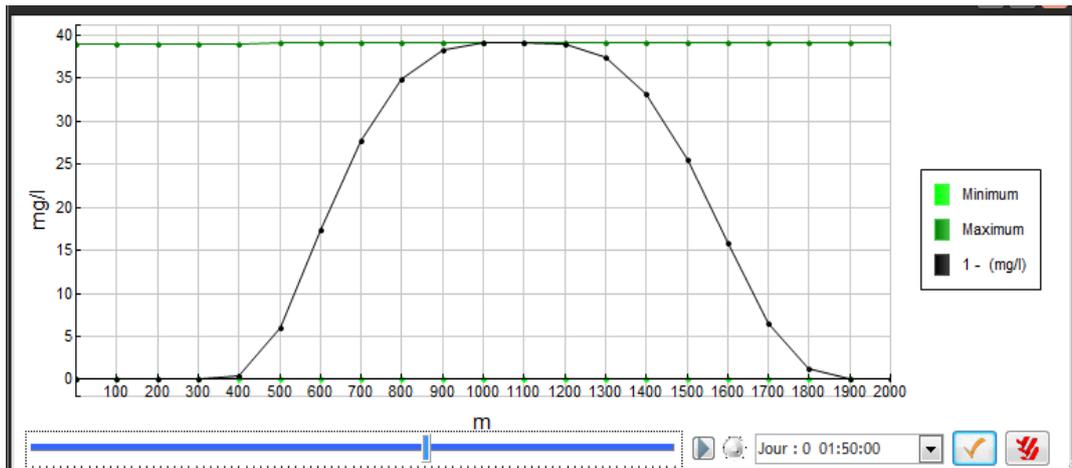
$D_x = 10 \text{ m}$



$D_x = 50 \text{ m}$

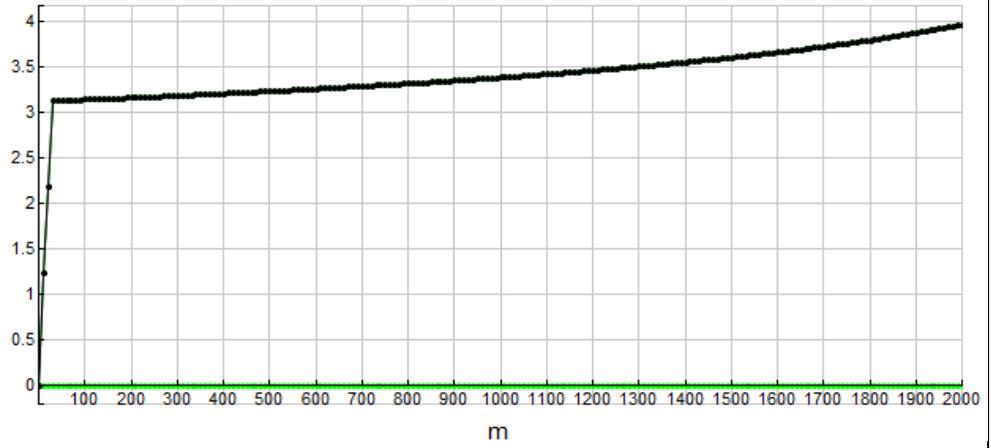


$D_x = 100 \text{ m}$

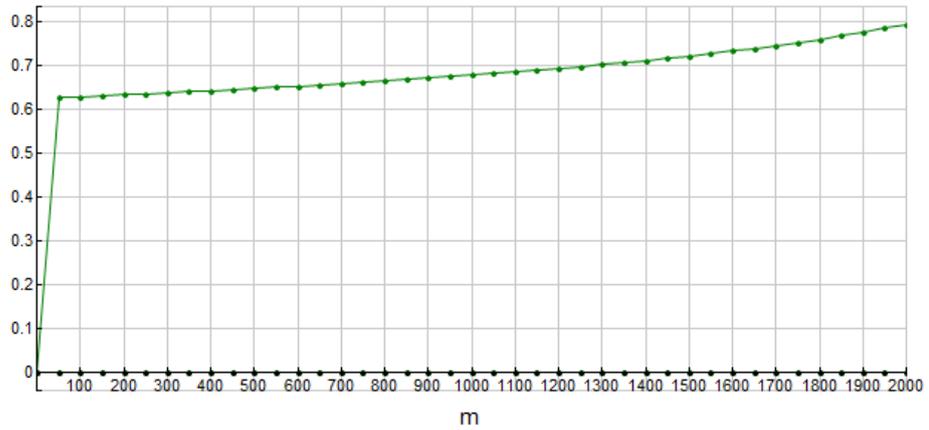


**Test 1-2 (Nombre de courant le long du bief)**

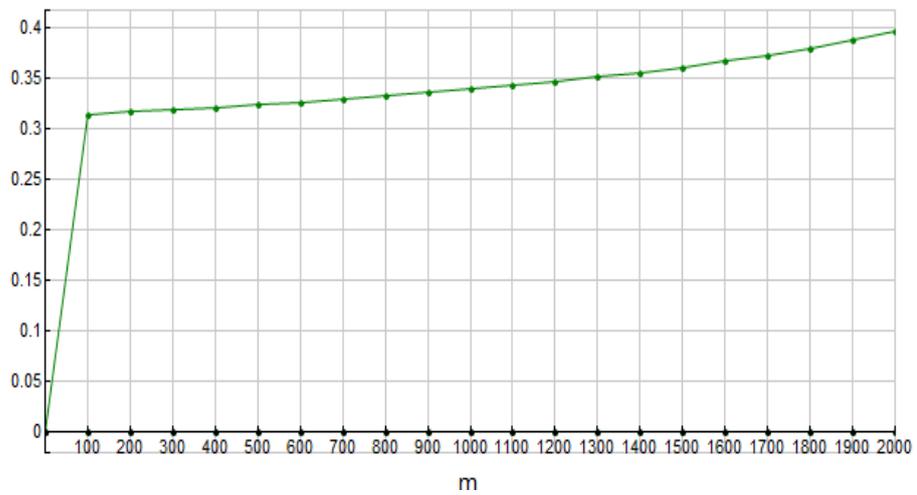
$Dx = 10 \text{ m}$



$Dx = 50 \text{ m}$

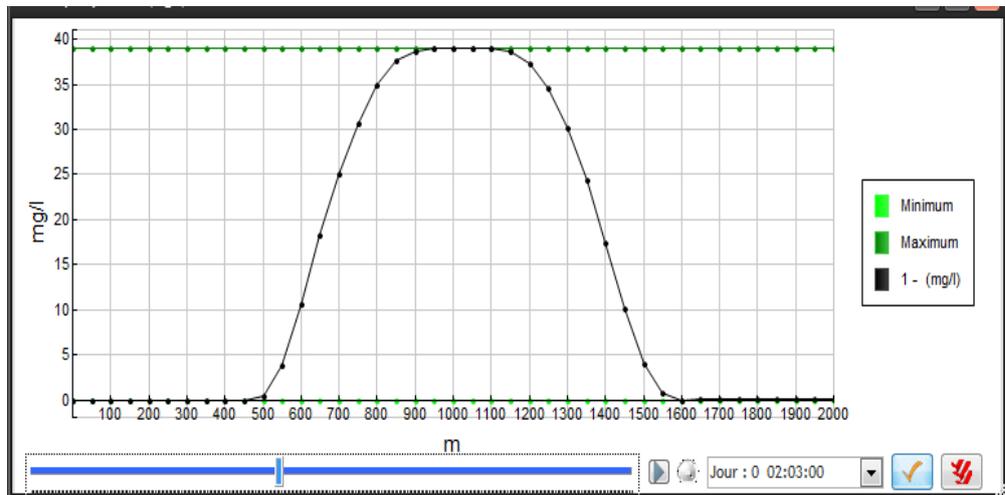


$Dx = 100 \text{ m}$

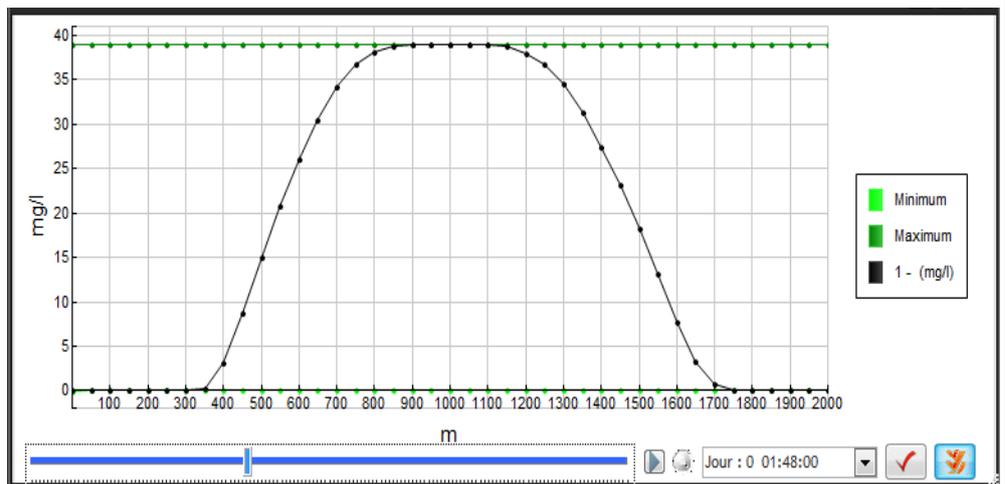


### Test 1-3 (Profil longitudinal de polluant dans le bief)

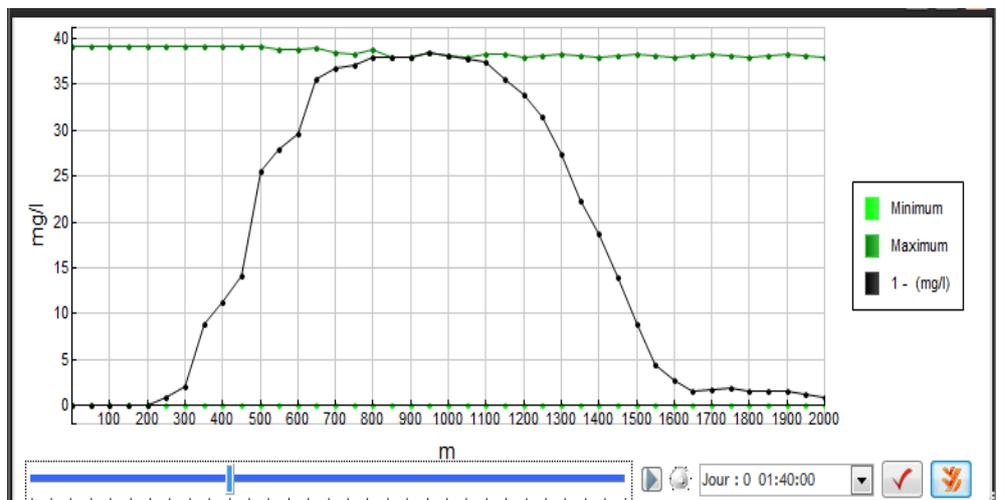
Dt = 1 min



Dt = 2 min

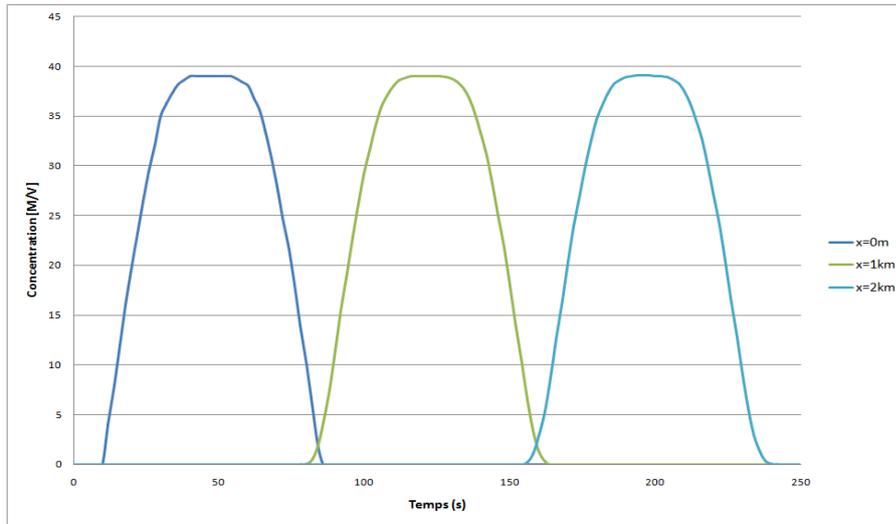


Dt = 10 min

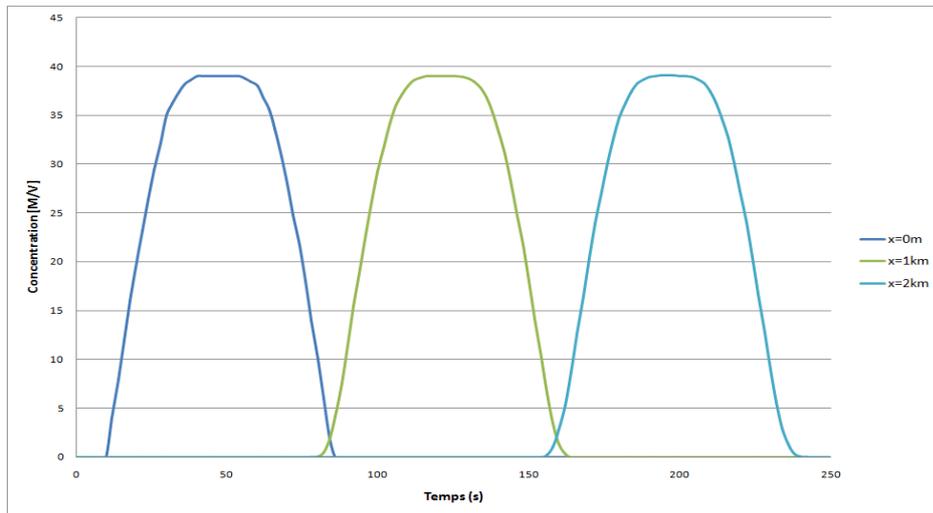


### Test 1-3 (Profil du nuage de polluant dans les sections transversales)

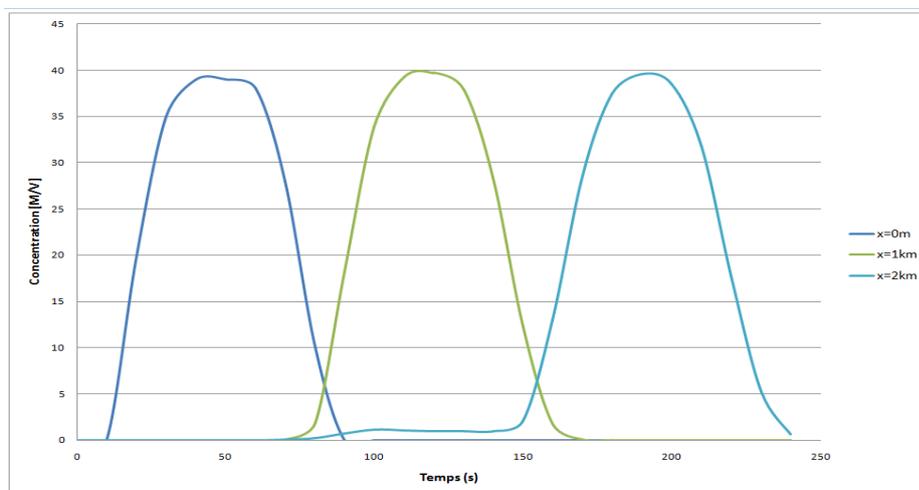
Dt  
= 1  
min



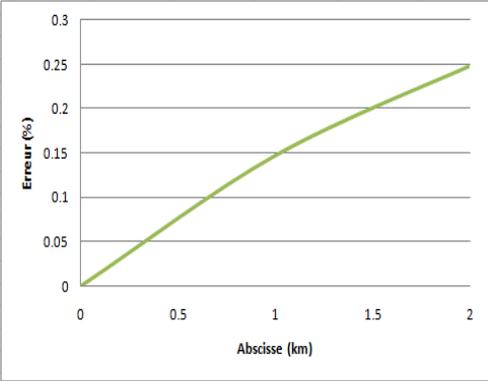
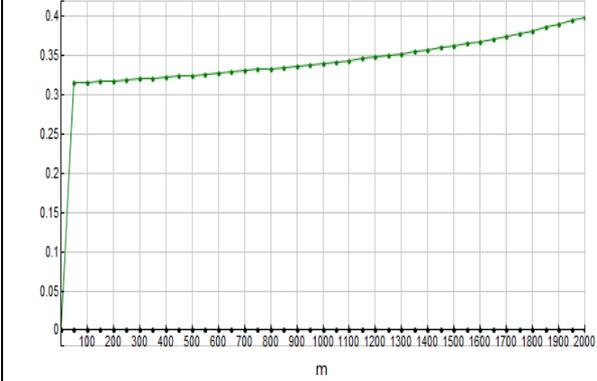
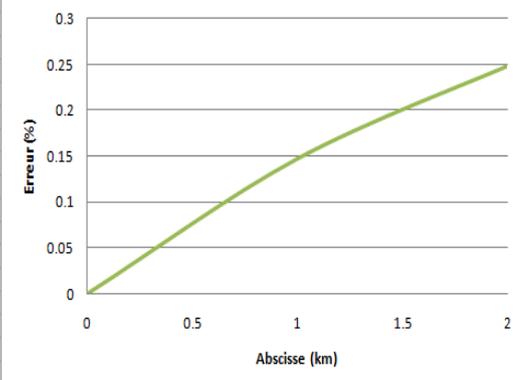
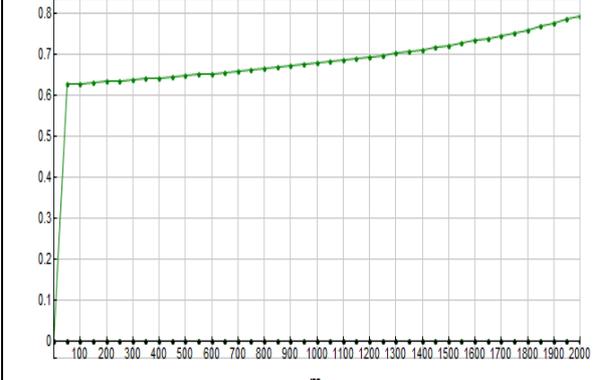
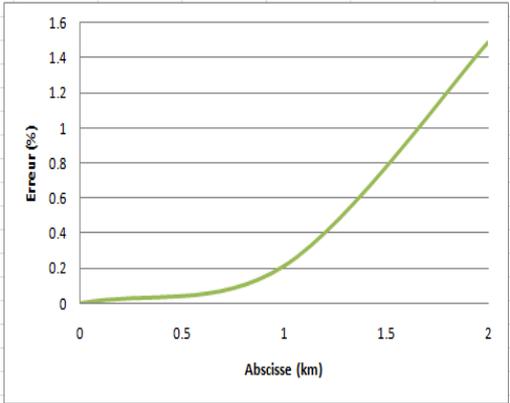
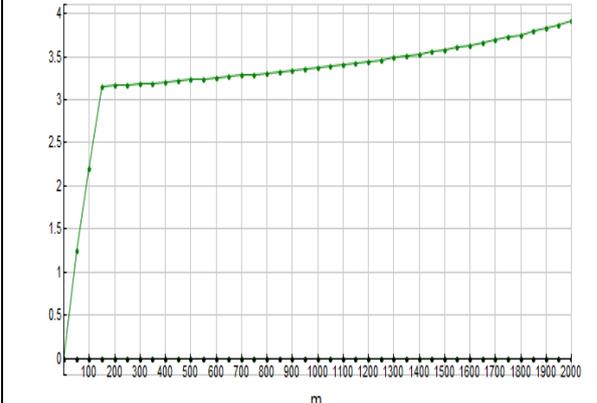
Dt  
= 2  
min



Dt  
= 10  
min

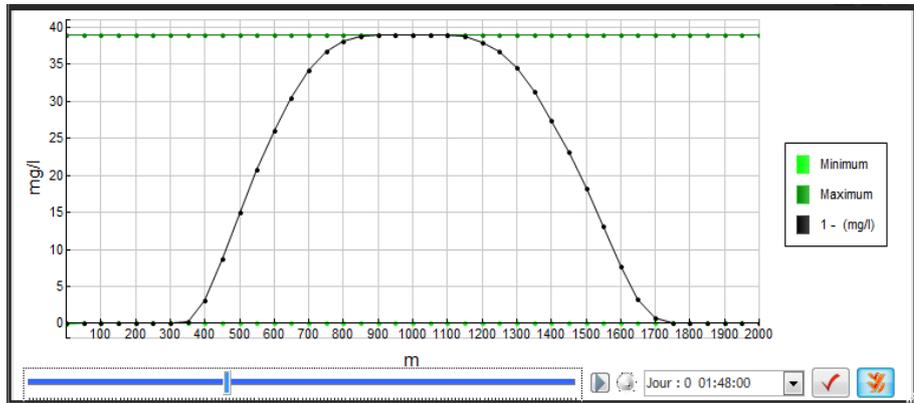


### Test 1-3

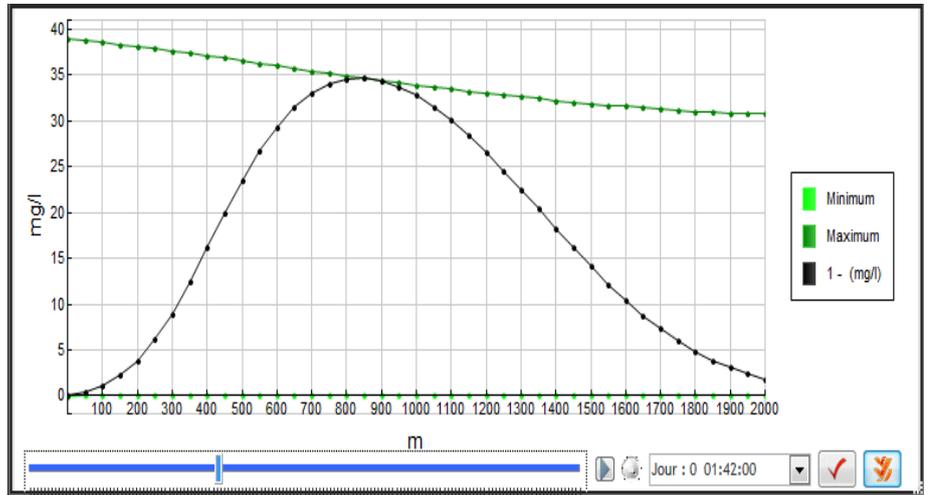
	Erreur sur le masse le long du bief	Nombre de courant le long du bief
Dt = 1 min		
Dt = 2 min		
Dt = 10 min		

### Test 1-4 (Profil longitudinal de polluant dans le bief)

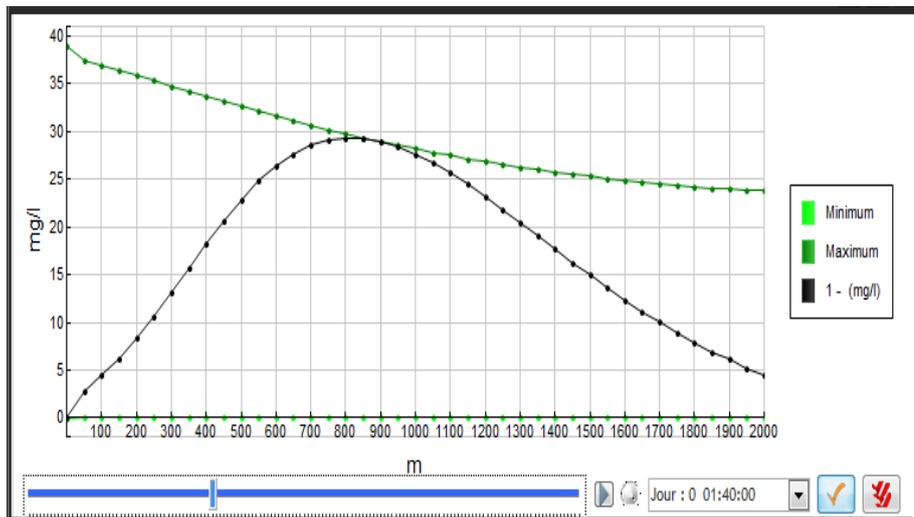
$D = 0 \text{ (m}^2\text{/s)}$



$D = 20 \text{ (m}^2\text{/s)}$

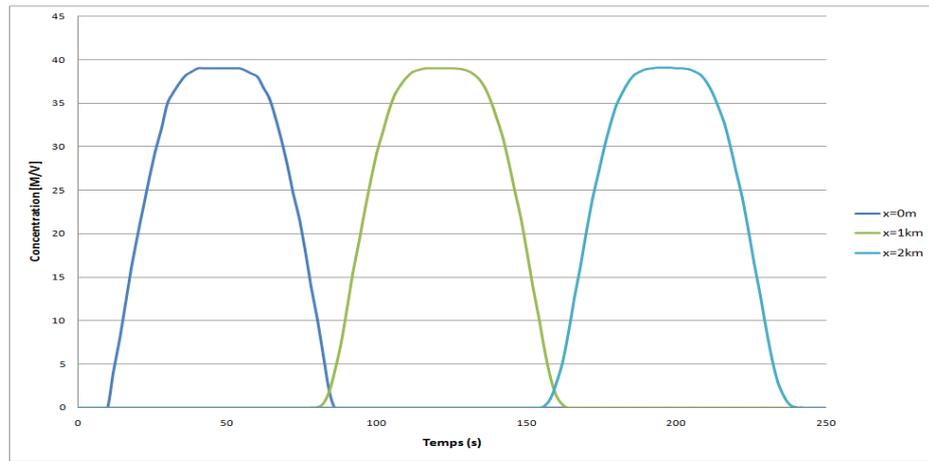


$D = 50 \text{ (m}^2\text{/s)}$

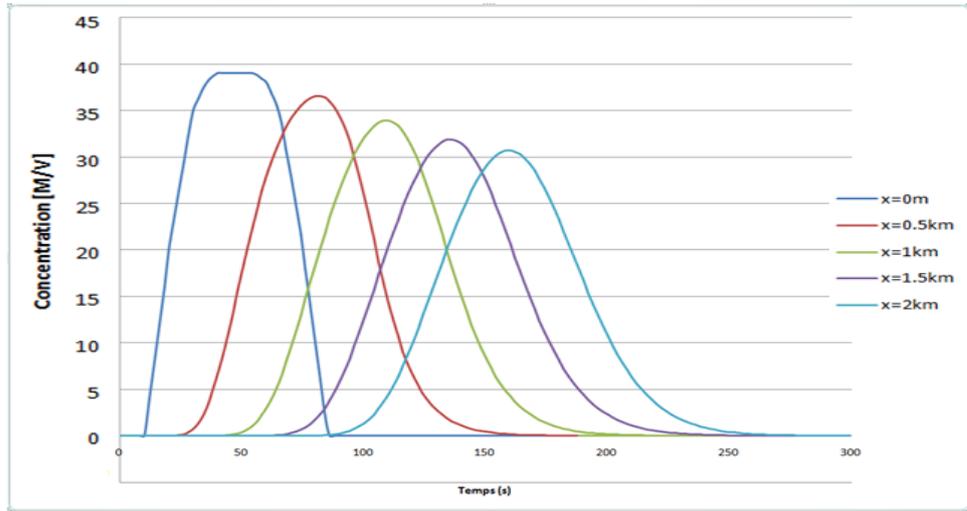


**Test 1-4 (Nuage du polluant en différents points du bief)**

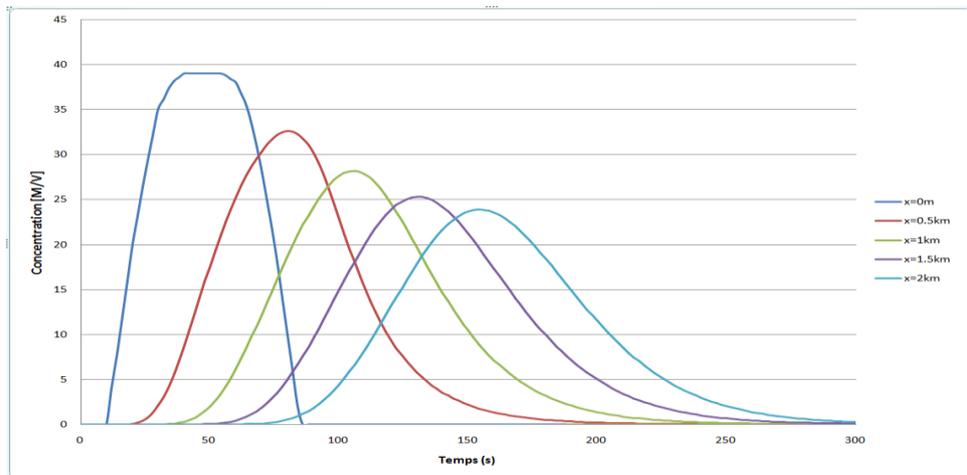
$D = 0 \text{ (m}^2\text{/s)}$



$D = 20 \text{ (m}^2\text{/s)}$

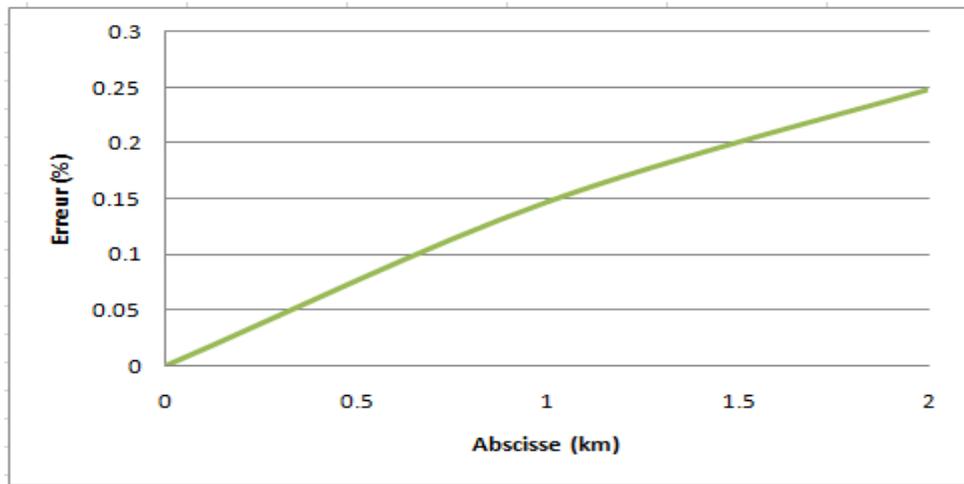


$D = 50 \text{ (m}^2\text{/s)}$

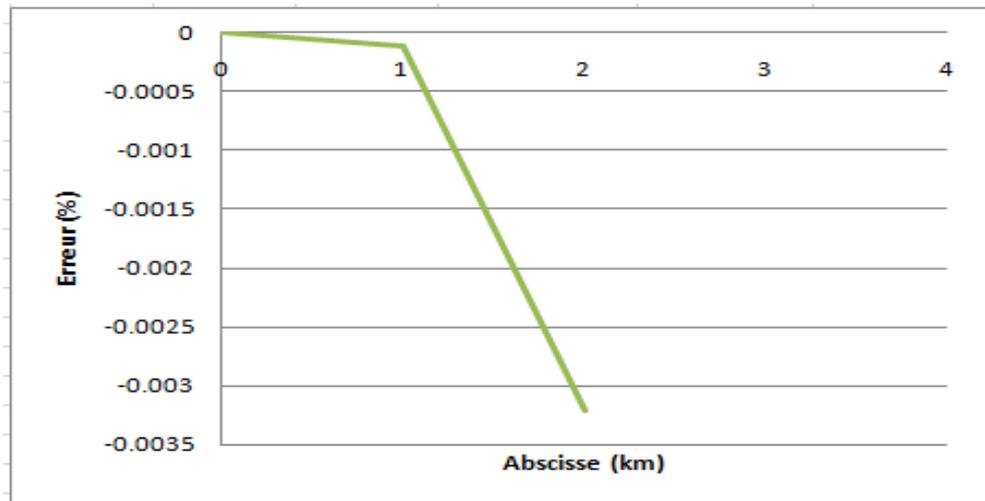


**Test 1-4 (Erreur sur la masse le long du bief)**

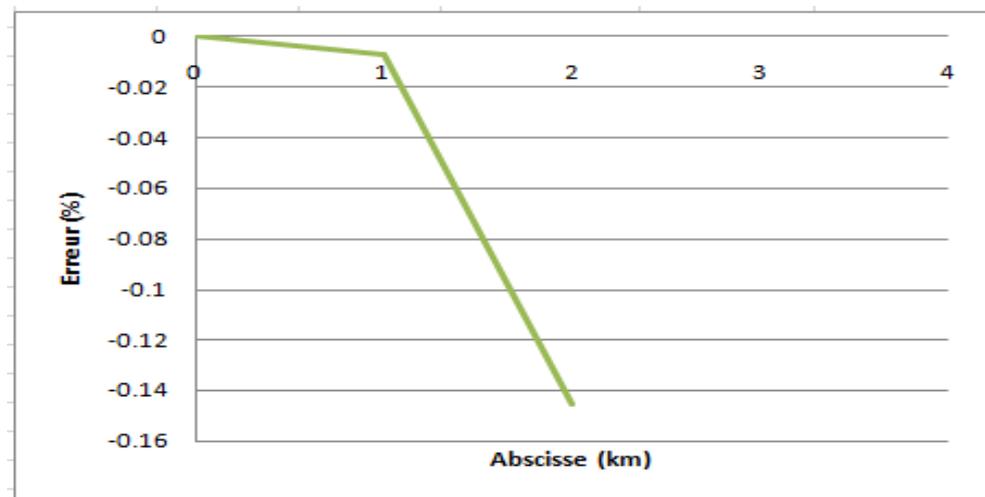
$D = 0 \text{ (m}^2\text{/s)}$



$D = 20 \text{ (m}^2\text{/s)}$



$D = 50 \text{ (m}^2\text{/s)}$



## Test 2

### Pure Advection

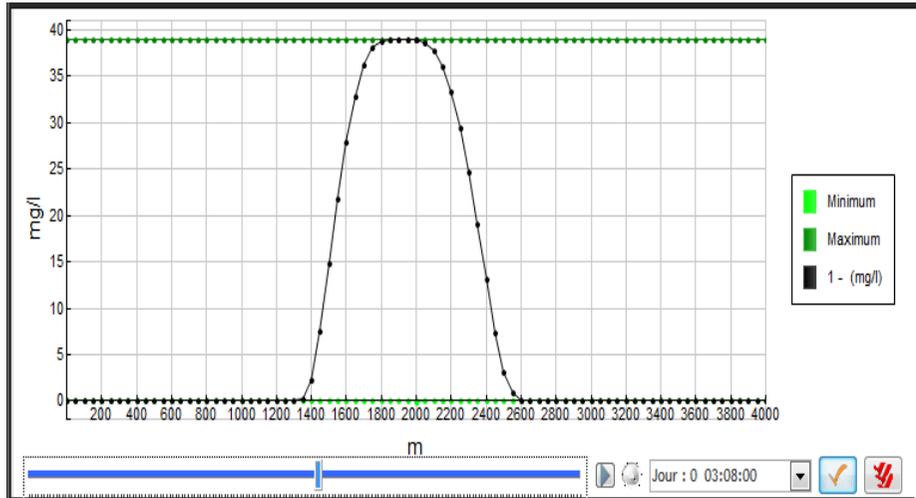


Fig ??. Limites du nuage du polluant le long des deux biefs

### Advection + Diffusion

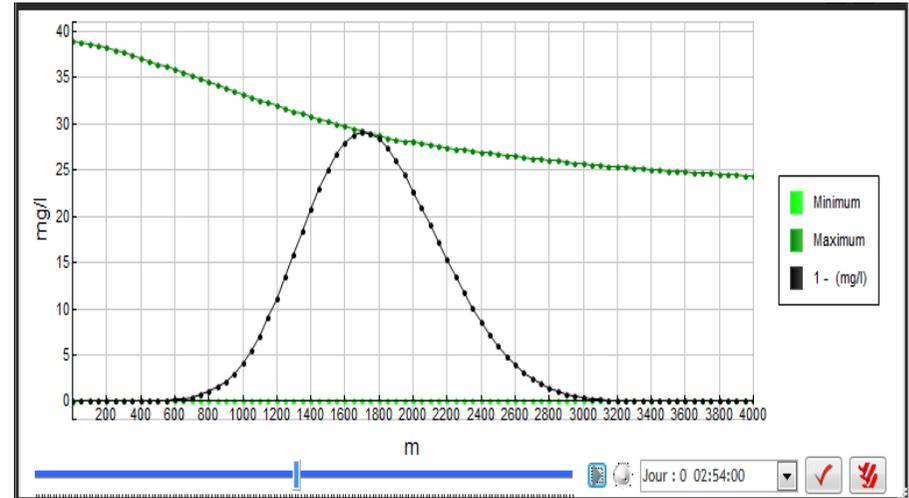


Fig ??. Limites du nuage du polluant le long des deux biefs

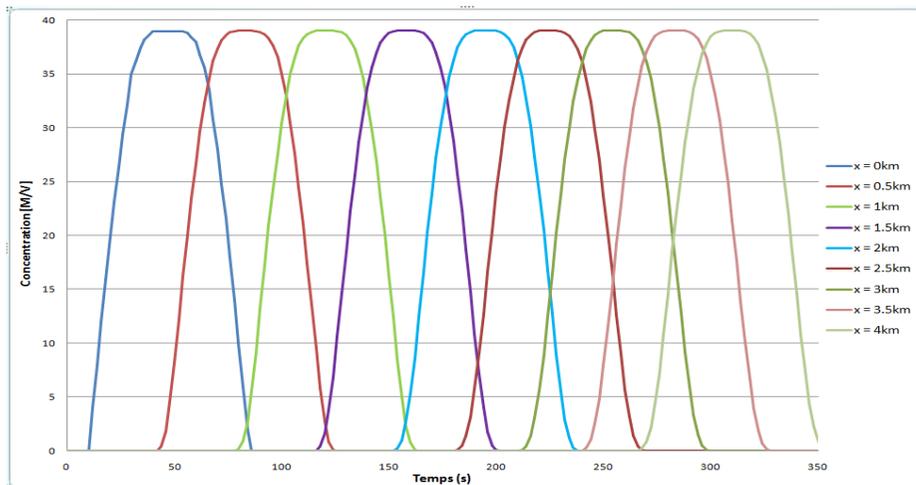


Fig ??. Nuage du polluant en différents le long des deux biefs

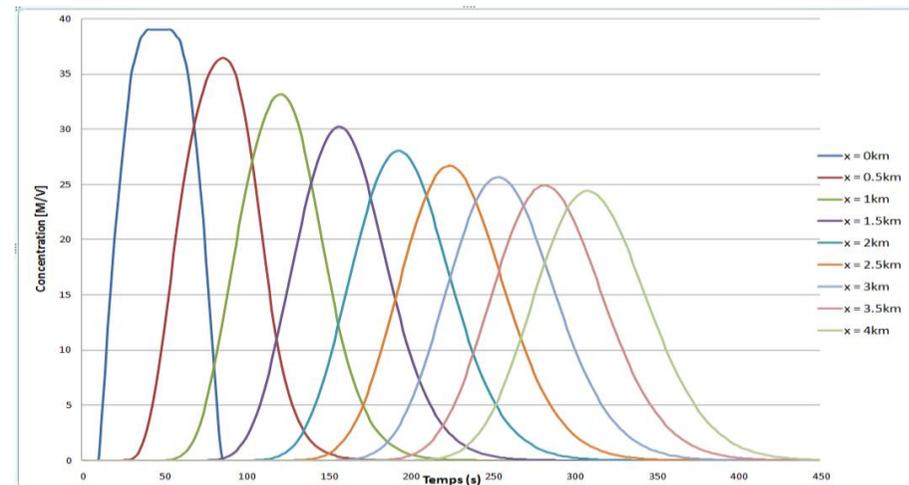
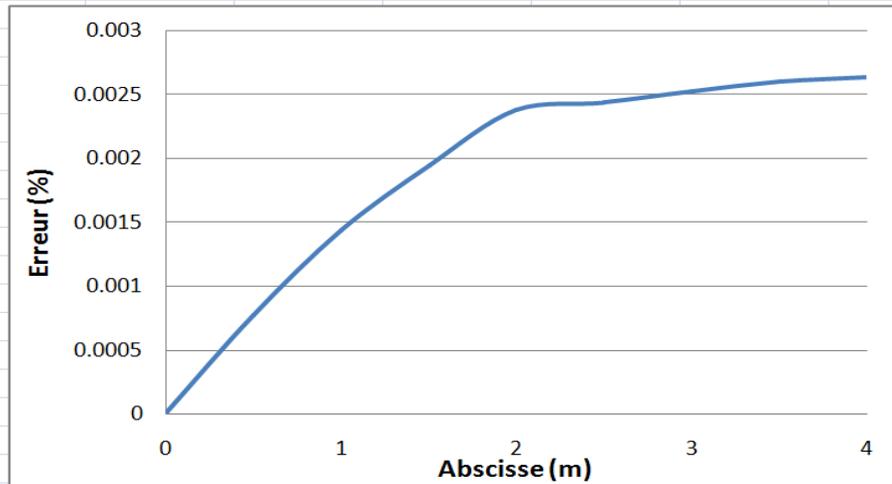


Fig ??. Nuage du polluant en différents le long des deux biefs

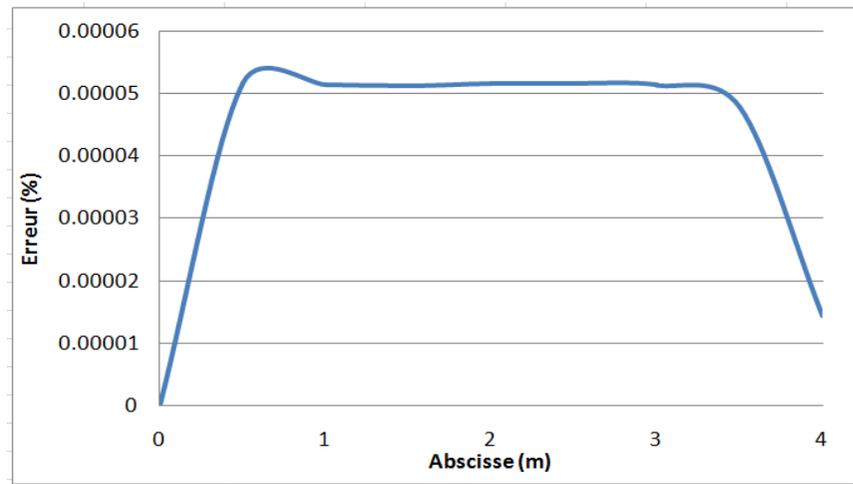
**Test 2**

**Pure Advection**

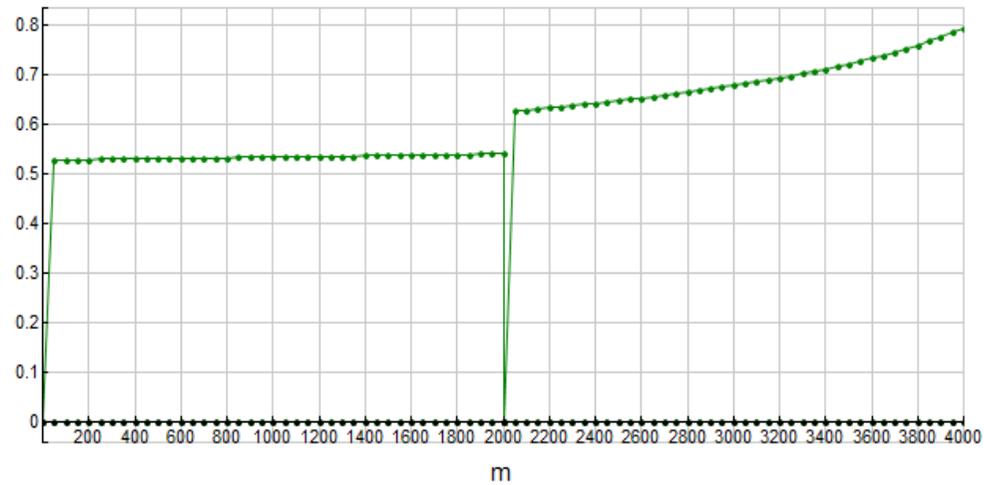


**Fig ??.** Erreur sur la masse retrouvée le long des deux biefs

**Advection + Diffusion**



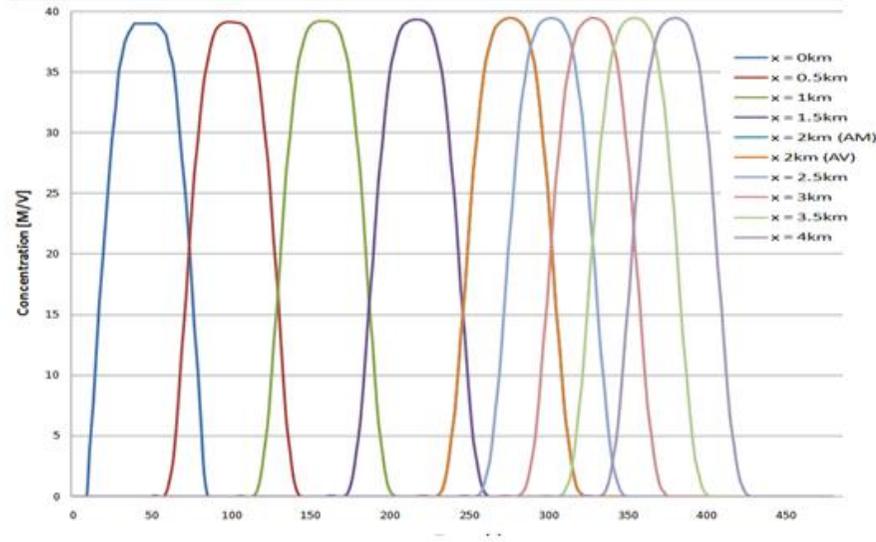
**Fig ??.** Erreur sur la masse retrouvée le long des deux biefs



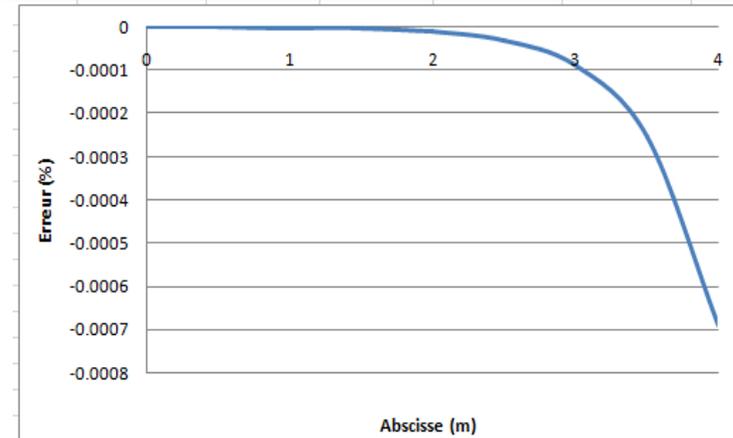
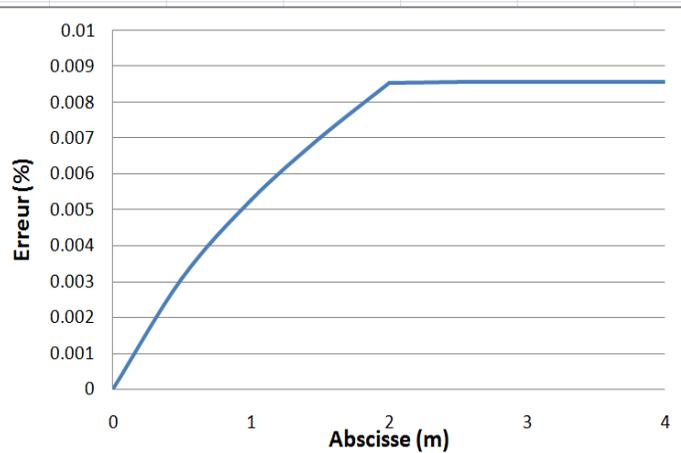
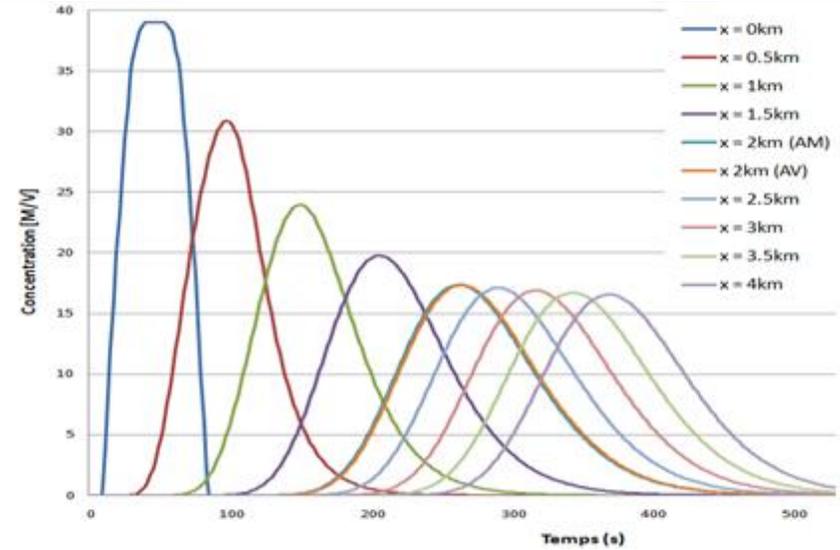
**Fig ??.** Nombre de courant le long des deux biefs

### Test 3-1

#### Pure Advection



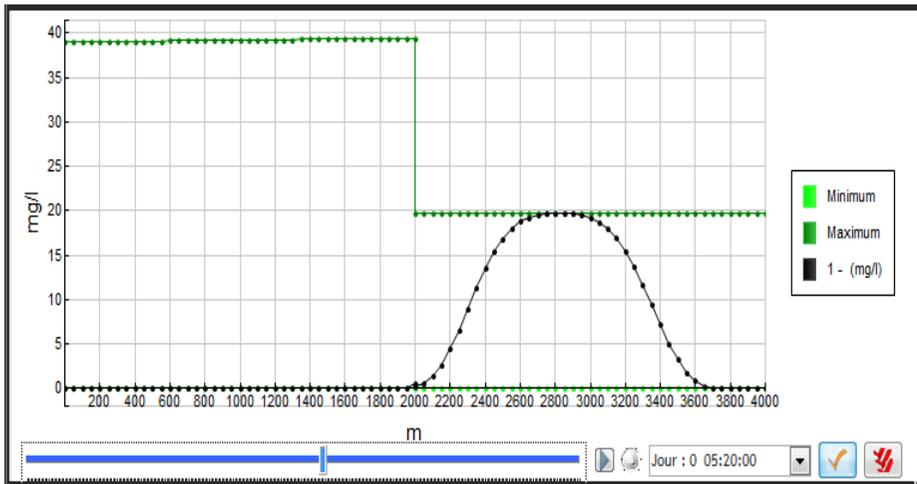
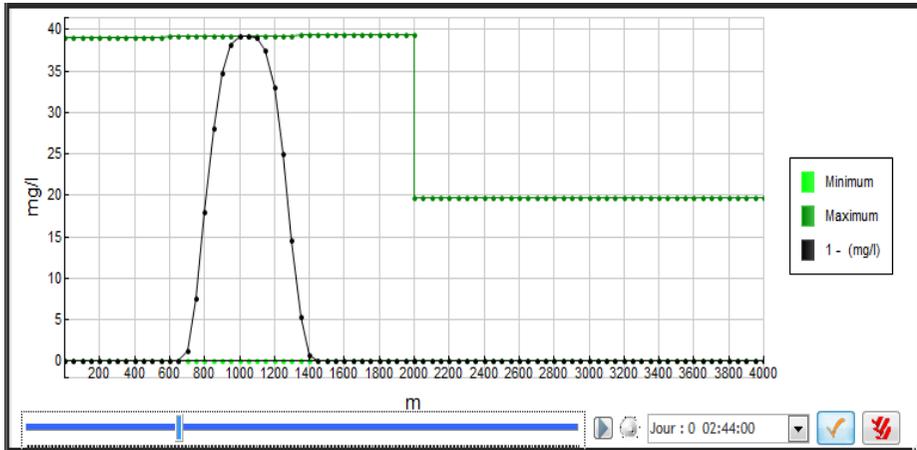
#### Advection + Diffusion



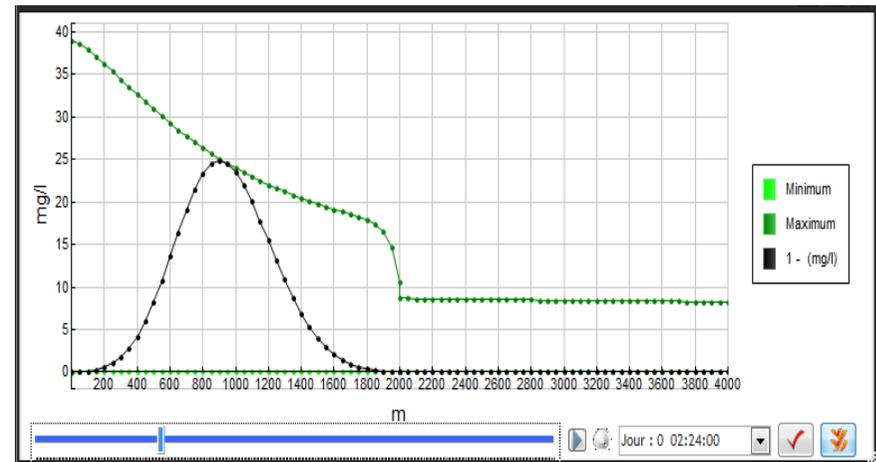
(Représentations Bief droit ou Bief gauche avec le Bief commun sont pareilles)

### Test 3-2

#### Pure Advection

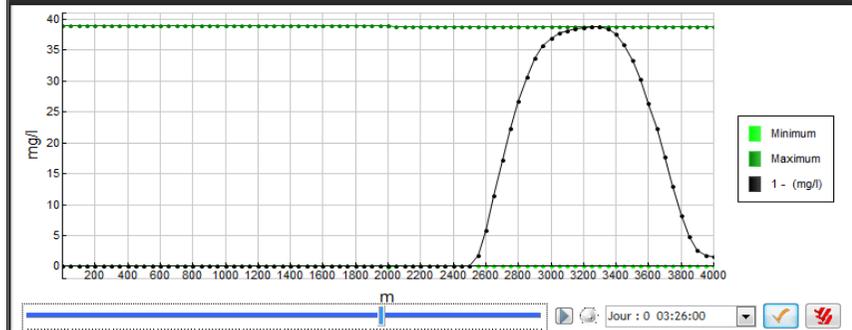
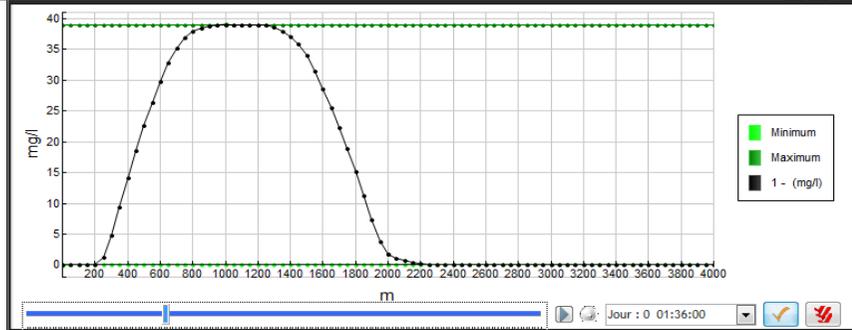


#### Advection + Diffusion

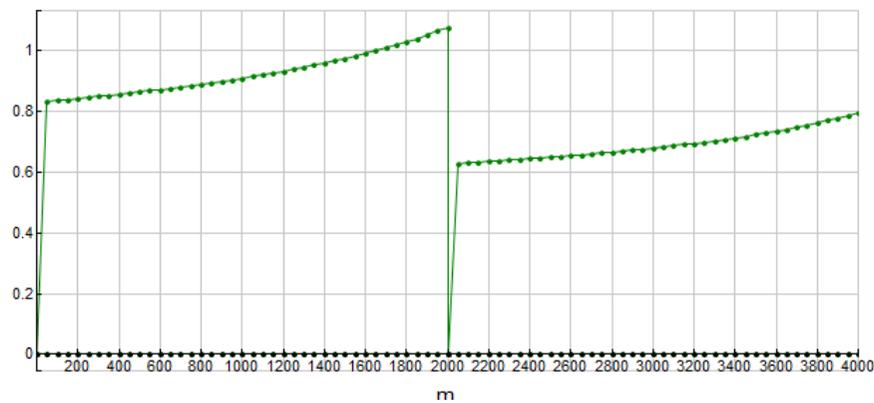
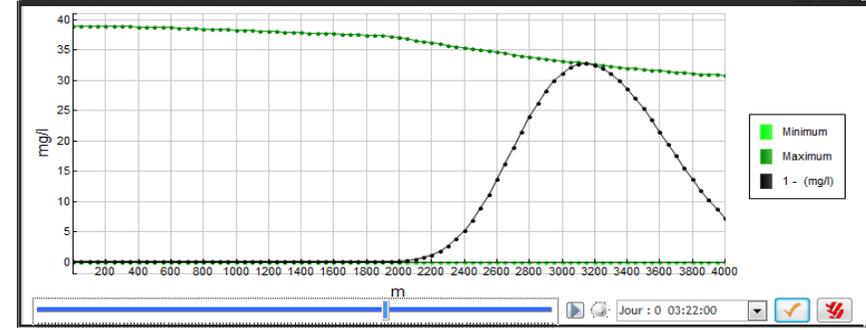
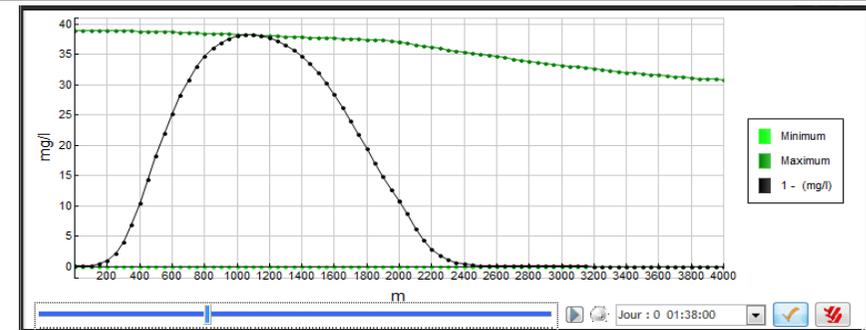


### Test 4

#### Advection

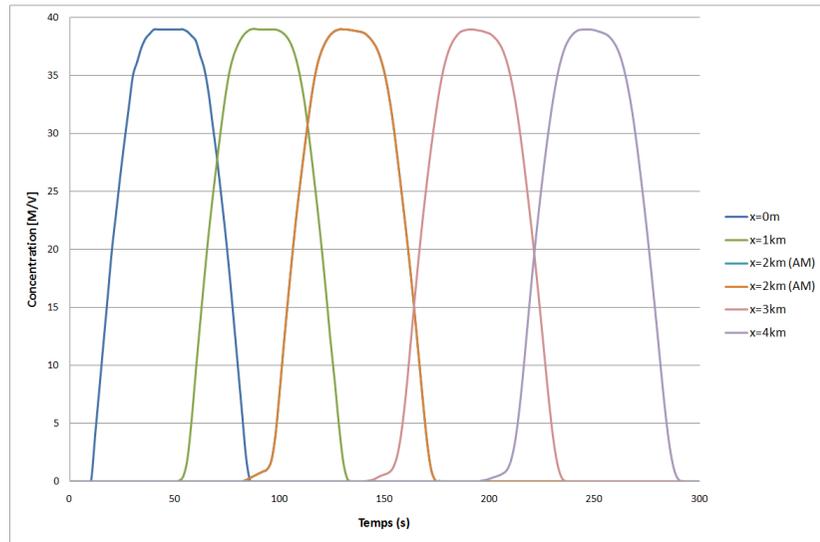


#### Advection + Diffusion

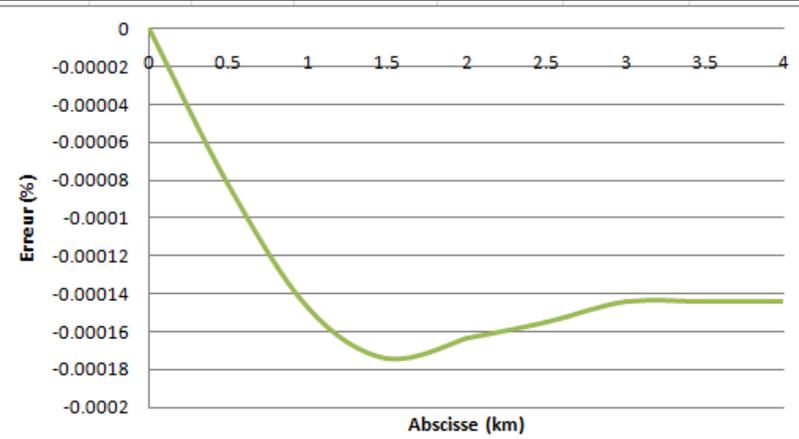
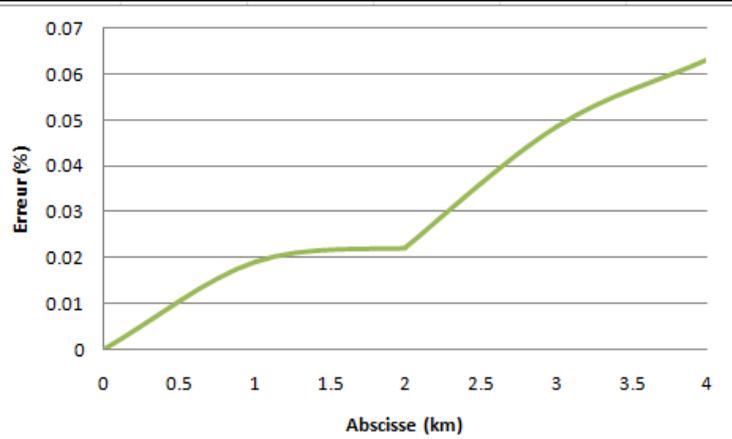
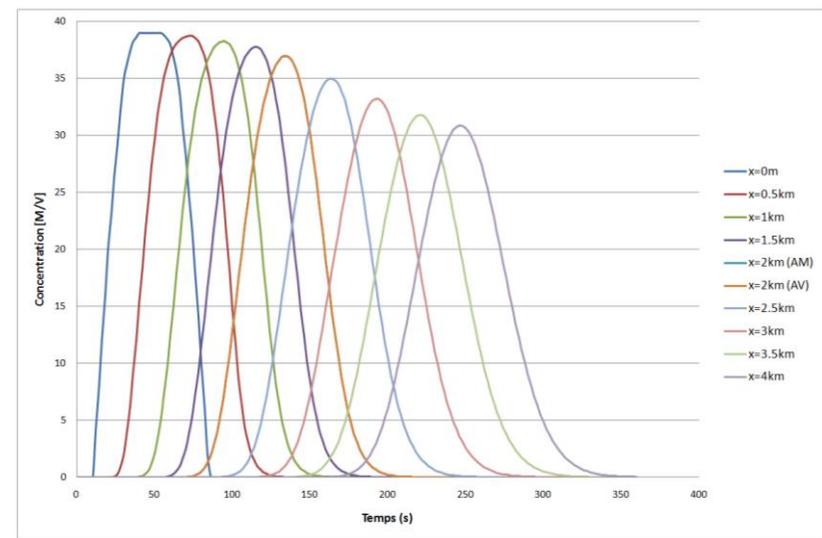


### Test 4

#### Advection

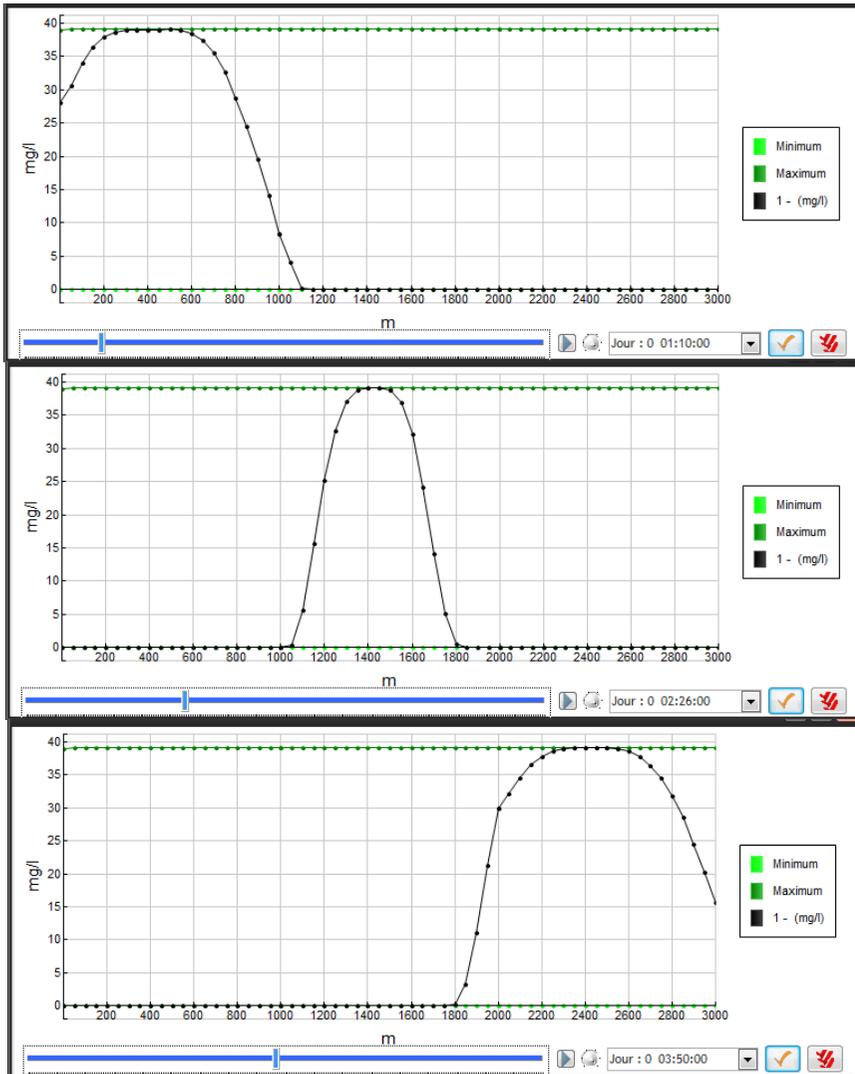


#### Advection + Diffusion

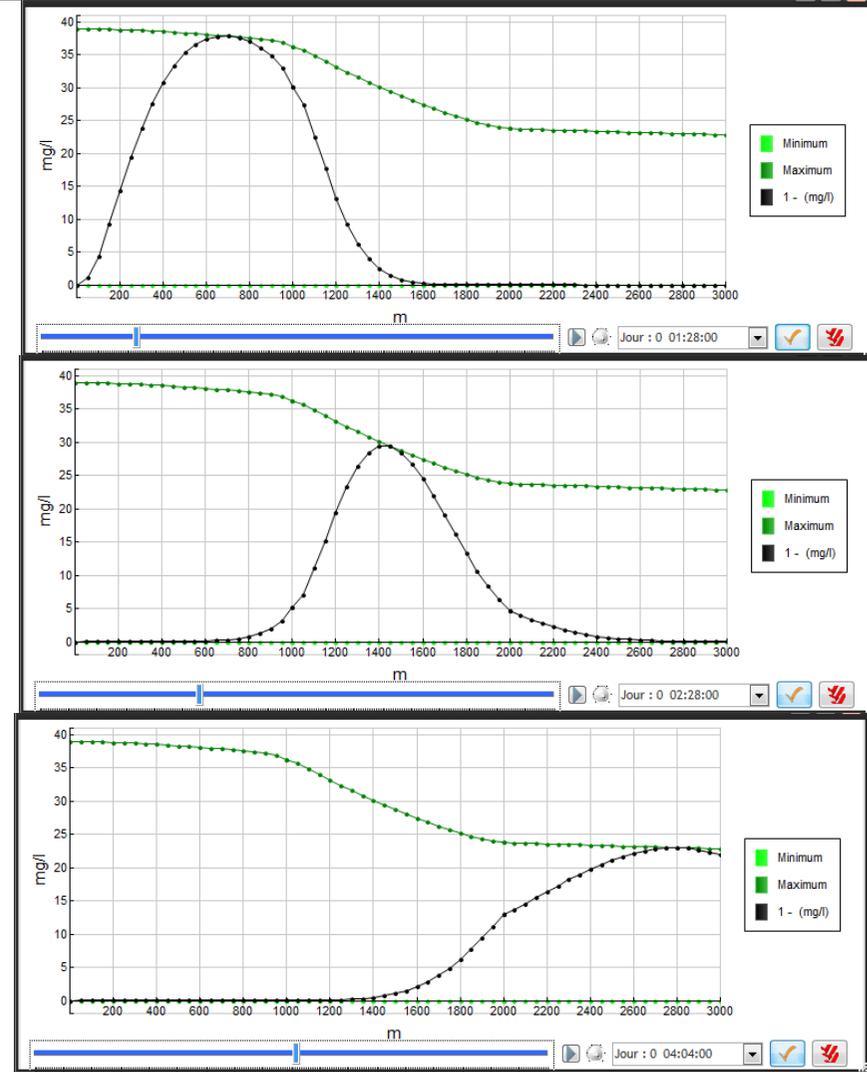


## Test 5

### Advection

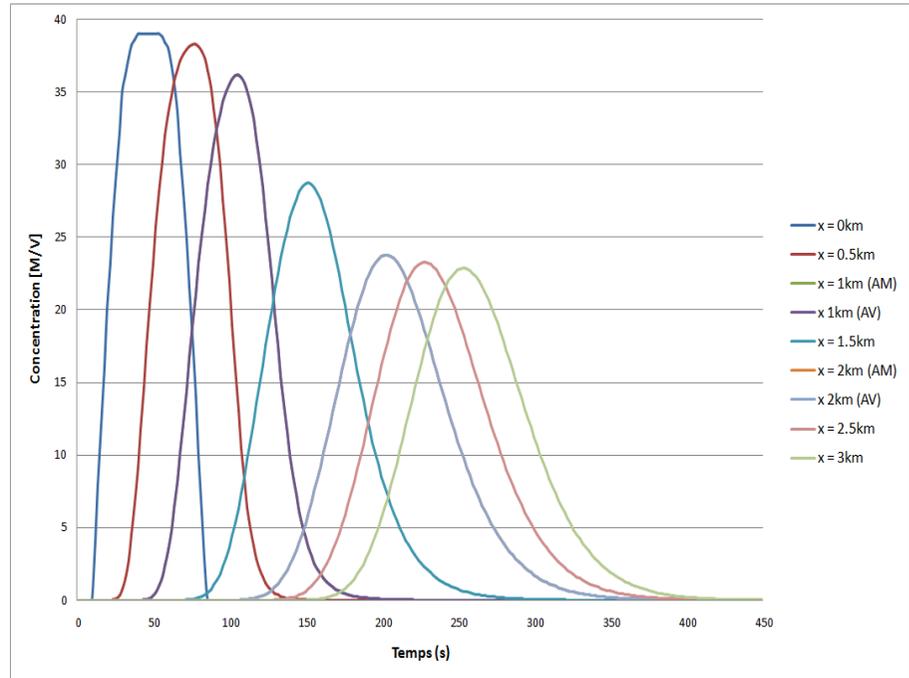
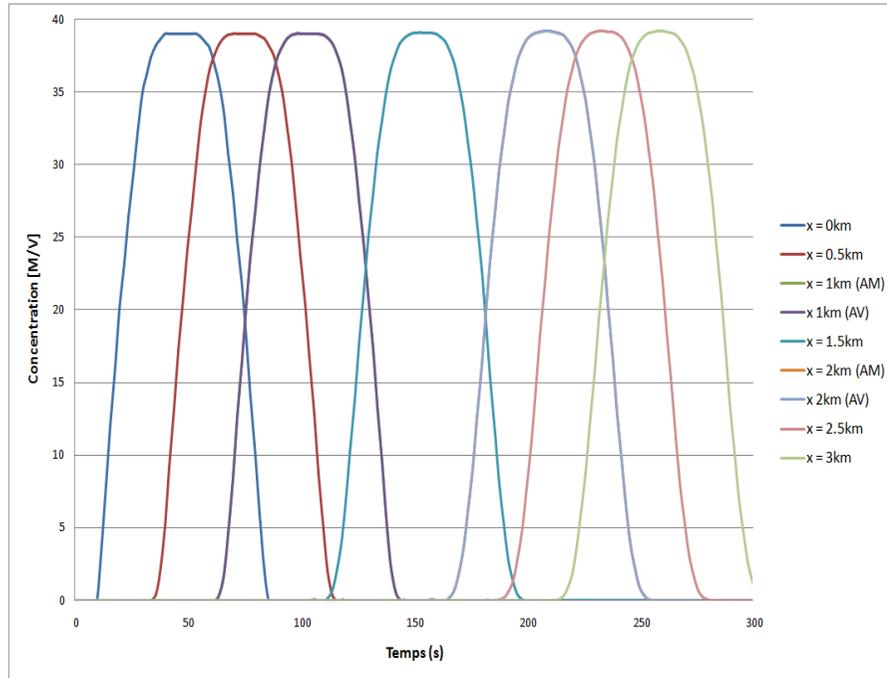


### Advection + Diffusion



### Test 5

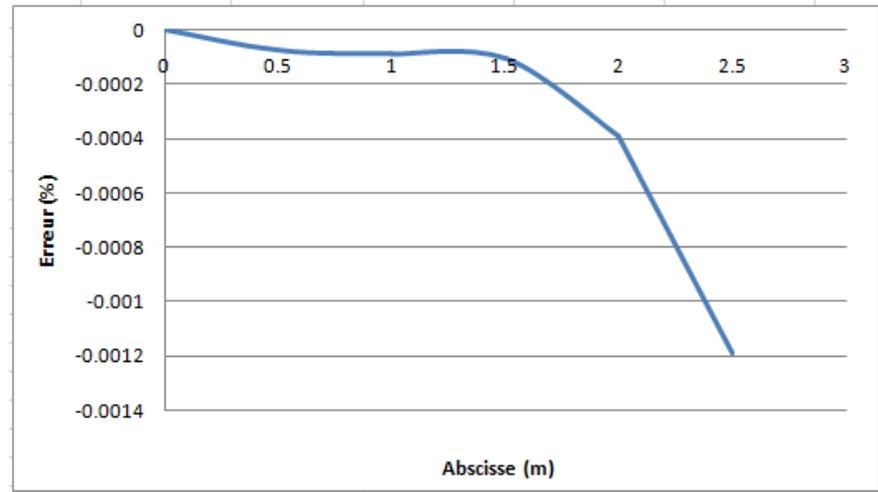
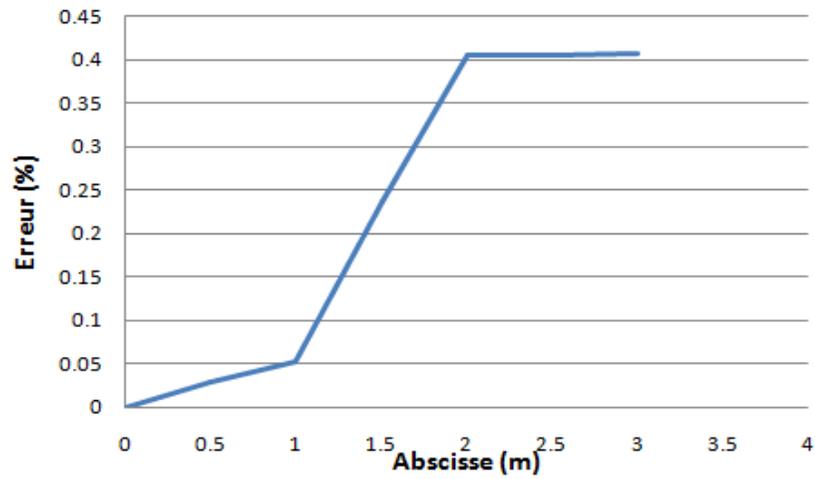
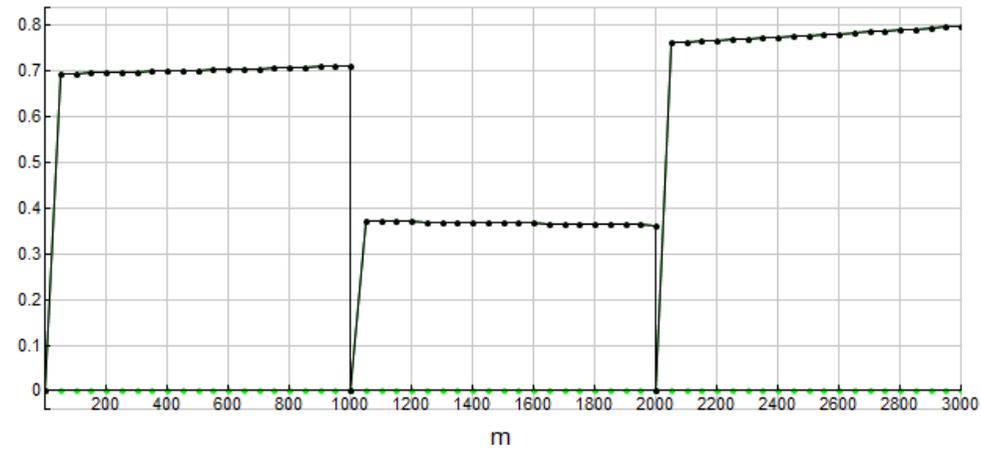
### Advection + Diffusion



### Test 5

#### Advection

#### Advection + Diffusion

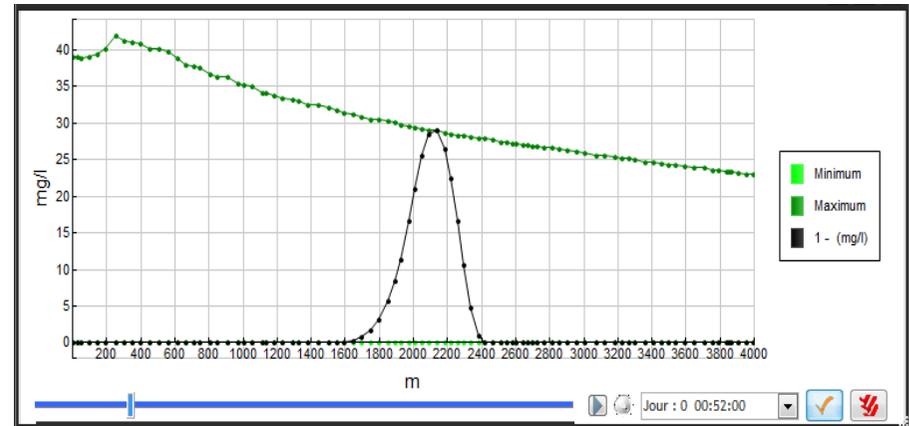
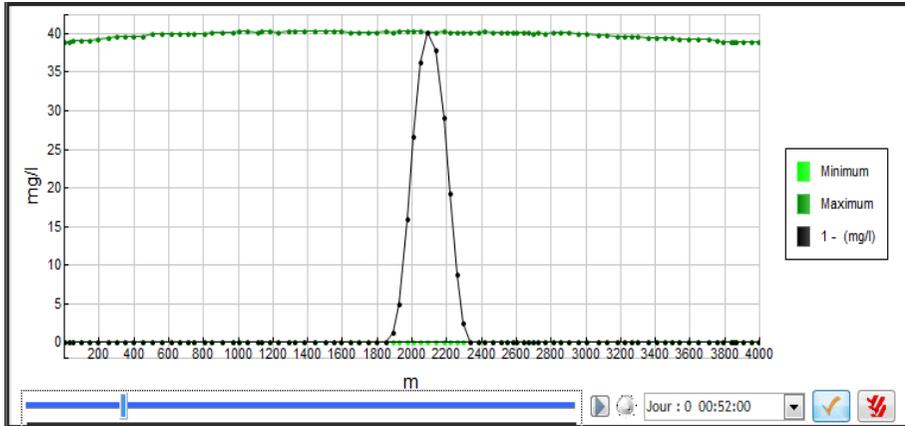


### Test 6

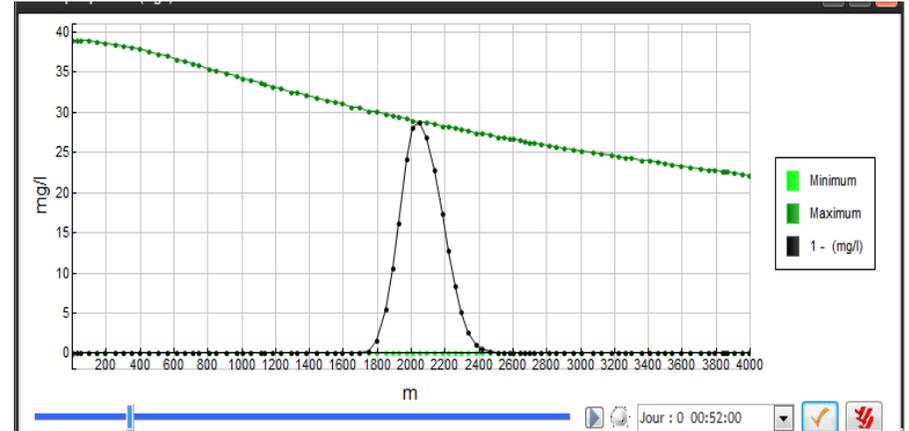
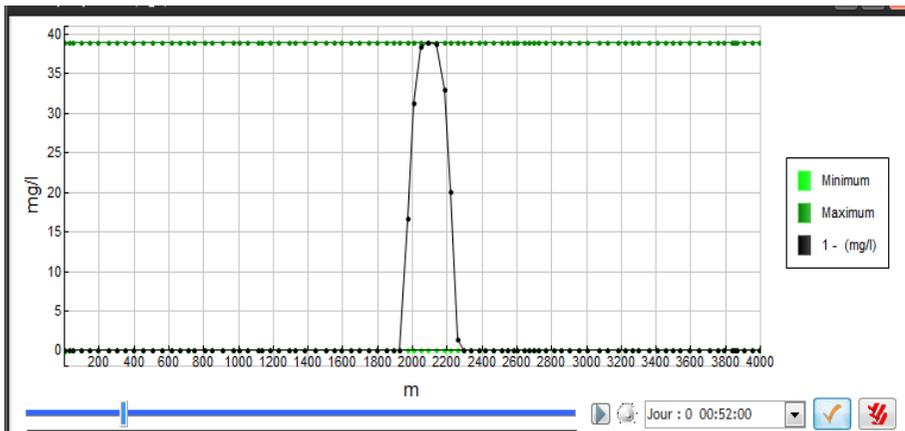
#### Schéma de Holly-Preissmann

#### Schéma de Preissmann

$Q = 1.71\text{m}^3/\text{s}$ ,  $\Delta x = 100\text{m}$ ,  $\Delta t = 30\text{s}$ , Durée du nuage 450s et  $V_{\text{moy}} = 0.69 \Rightarrow L/\Delta X = 1.55$



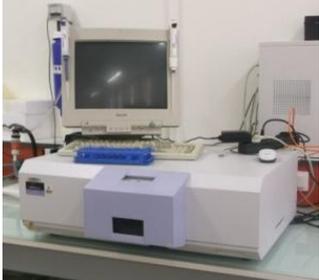
$Q = 1.71\text{m}^3/\text{s}$ ,  $\Delta x = 10\text{m}$ ,  $\Delta t = 30\text{s}$ , Durée du nuage 450s et  $V_{\text{moy}} = 0.69 \Rightarrow L/\Delta X = 15.5$



### Annexe 3 : Appareils de mesure de la conductivité et la fluorescence

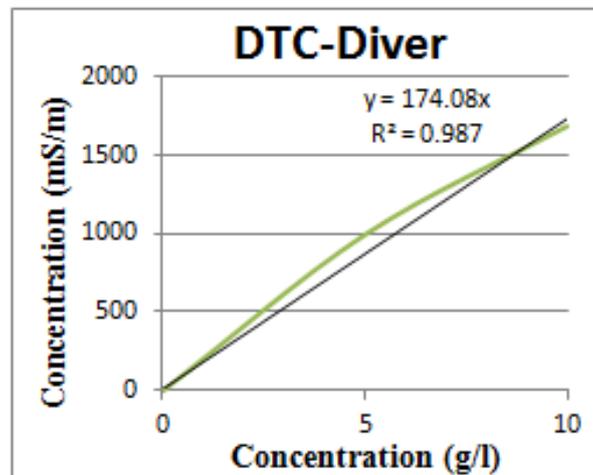
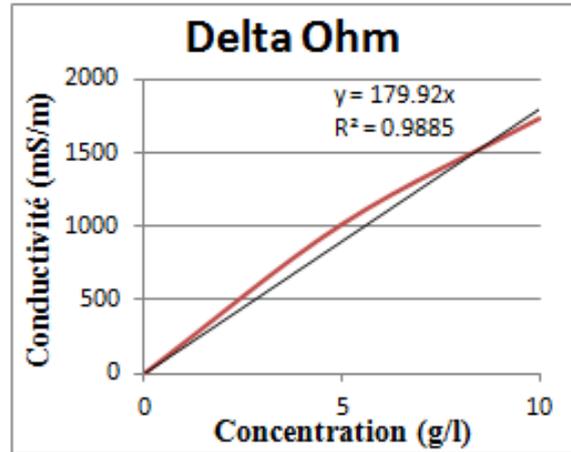
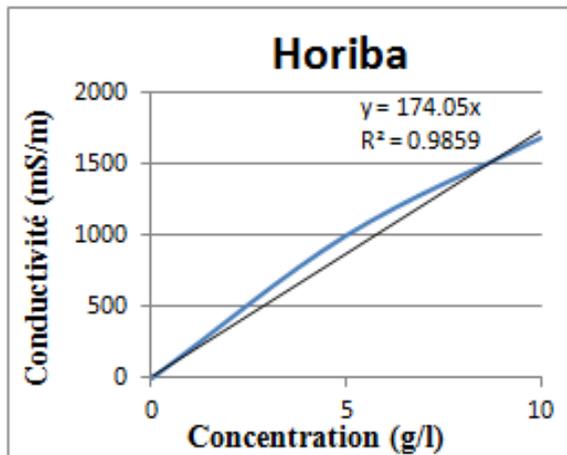
Les différents appareils employés dans les expérimentations ainsi que leurs Caractéristiques sont représentés dans le tableau qui suit :

**Tab3.1.** Présentation des appareils de mesures

-	Référence de l'appareil	Image de l'appareil	Gamme de mesure
Conductivimètres	HORIBA modèle W-22XD.23XD		0 - 9.99 S/m (précision de 0.1%)
	Diver Schlumberger		10 $\mu$ S/cm – 120 mS/cm (précision de 1 %)
			0.01 $\mu$ S/cm - 200 mS/cm (précision de 0.5 %)
Fluorimètres	Fluorimètre de terrain type Albillia FL30		A partir de $2 \cdot 10^{-11}$ g/ml
	Fluorimètre de laboratoire		

Tab3.2. Etalonnage des conductivimètres

Solution	Concentration (g/l)	Conductivité (mS/m)		
		Horiba	Delta Ohm	DTC-Diver
C0	0	0	0	0
C1	5	997.1	1018	992
C2	10	1677.1	1740	1680



## *Annexe 4 : Déroulement de l'expérimentation*



**Fig 4.1.***Préparation de la solution mère*



**Fig 4.2.***Injection du traceur*

Les figures suivantes présentent l'avancement du front du traceur peu après son injection dans le canal :



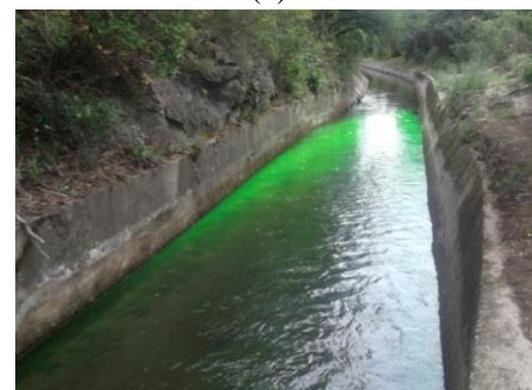
(a)



(b)



(c)



(d)

**Fig 4.3.***Avancement du traceur*



**Fig 4.4.** *Mesure en continue par les appareils*



**Fig 4.5.** *Prise des échantillons*