



**HAL**  
open science

## Une méthode statistique-topographique de prédétermination des distances d'arrêt des avalanches

E. Eckert, Eric Parent, Didier Richard

► **To cite this version:**

E. Eckert, Eric Parent, Didier Richard. Une méthode statistique-topographique de prédétermination des distances d'arrêt des avalanches. *La Houille Blanche - Revue internationale de l'eau*, 2006, 2, pp.120-127. 10.1051/lhb:200602016 . hal-02664823

**HAL Id: hal-02664823**

**<https://hal.inrae.fr/hal-02664823>**

Submitted on 31 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Une méthode statistique-topographique de prédétermination des distances d'arrêt des avalanches

### *A statistical-topographical method for snow avalanches runout distances predetermination*

N. Eckert<sup>[1]</sup>, E. Parent<sup>[2]</sup>, D. Richard<sup>[1]</sup>

[1] UR ETNA, Cemagref Grenoble, BP 76, 38 402 Saint Martin d'Hères, France  
Tel : +33(0)476762222 +33(0)476513803, e-mail : nicolas.eckert@cemagref.fr

[2] Equipe MORSE, UMR 518 ENGREF/INRA/INAPG, 19 avenue du Maine, F-75732 Paris cedex 15, France

*Inspired by the statistical/topographical "Norwegian" approaches and ideas of Ancey and Meunier, this paper presents a method to compute the predictive distribution of snow avalanches runout distances and uncertainties associated with design values. A very simple propagation operator and minimal statistical hypothesis are involved. Accordingly to the French historical database, only release and runout altitudes are necessary.*

*Main contribution of the work is the proposed statistical model that is flexible enough to take reasonably avalanche data variability in account and to express inter variables correlations. The bayesian framework facilitates parameter estimation and allows taking estimation error in account for predictive simulations.*

#### I ■ INTRODUCTION

La caractérisation du risque d'avalanche au travers de la notion d'aléa de référence implique souvent la prédétermination des distances d'arrêt. Diverses méthodes peuvent être utilisées. La directive suisse [Salm et al., 1990] propose d'alimenter un modèle de propagation simple [Voellmy, 1955] ou raffiné [Bartelt et al., 1999] avec une hauteur de neige de projet correspondant à des précipitations neigeuses trentennale et tricentennale, d'utiliser des coefficients de frottements tabulés et de baser le zonage sur les sorties de modèle ainsi obtenues. Il s'agit donc d'une approche claire et rigoureuse qui permet d'appréhender ce que peut-être une distance d'arrêt grande ou exceptionnelle. Mais le problème de sa caractérisation probabiliste n'est pas résolu puisque le lien entre la période de retour de la chute de neige et celle de la distance d'arrêt n'est pas direct [Ancey et al., 2004].

Les méthodes statistiques dites « norvégiennes » constituent l'alternative classique à la méthode précédente. Il s'agit d'expliquer la distance d'arrêt à l'aide de covariables topographiques [Lied et Bakkehoi, 1980] ou de caler directement sur les distances d'arrêt observées une loi paramétrique issue de la théorie des valeurs extrêmes [Mc Clung et Lied, 1987 ; Keylock, 2005] puis de considérer les quantiles élevés de la distribution obtenue. Bien que d'un grand intérêt pratique, (facilité de mise en œuvre, nature des données nécessaires...), ces méthodes ont selon nous le défaut théo-

rique majeur de bâtir une extrapolation sur une variable non intrinsèque car étroitement dépendante de la topographie.

Une troisième option plus récente et en plein développement consiste à alimenter un modèle de propagation avec des données d'entrée tirées dans des distributions aléatoires supposées parfaitement identifiées et d'obtenir ainsi la distribution des distances d'arrêt [Bozhinsky et al., 2001 ; Barbolini et Keylock, 2002 ; Meunier et Ancey, 2004]. Les applications en matière d'analyse de sensibilité, de quantification des incertitudes et bien sûr de zonage sont très nombreuses. Néanmoins les résultats sont étroitement dépendants des hypothèses statistiques effectuées (choix de la forme des distributions des données d'entrée, corrélation des variables d'entrée...). Et le volume de données nécessaire (hauteurs de neige, surfaces de départ, coefficients de frottement...) est souvent incompatible avec les observations disponibles en situation opérationnelle.

Dans cet article nous proposons une méthode de prédétermination des distances d'arrêt que nous situons à mi-chemin entre les « méthodes norvégiennes » et les approches de type Monte Carlo. Conformément aux méthodes norvégiennes et au contexte français de suivi des sites avalancheux, elle ne nécessite que des données topographiques. Mais l'estimation du modèle statistique n'est pas effectuée sur les distances d'arrêt, de sorte que les extrapolations tendancieuses sont évitées, la distribution des distances d'arrêt étant reconstituée par simulation. L'essentiel de l'apport de cet article qui élargit une approche dévelop-

pée par Ancey [2004] concerne la modélisation et l'inférence statistique. Le modèle que nous présentons présente en effet deux avantages : une prise en compte satisfaisante de la variabilité des données à travers une loi de mélange et l'expression explicite des corrélations entre variables. Quand à la méthode d'inférence issue de l'analyse bayésienne, elle permet de répercuter l'erreur d'estimation due à la faiblesse de l'information disponible jusqu'aux tirages prédictifs des quantiles de projet.

## II ■ DONNÉES ET MODÈLE DE PROPAGATION

### ● II.1 Origine et nature des données

En France, la caractérisation du risque d'avalanche s'appuie largement sur l'Enquête Permanente sur les Avalanches (EPA) initiée dès le début du vingtième siècle par Mougin [1922] et les « carnets forestiers » tenus par les agents locaux de l'Office National des Forêts (ONF). Bien que très large, cette base de données ne renseigne que peu de grandeurs quantitatives : seules les altitudes de départ et d'arrivée sont présentes quasi systématiquement. La méthode proposée ici s'appuie donc sur ces seules données moyennant quelques précautions. L'emploi d'une méthode statistique nécessite en effet qu'au moins un nombre minimal de données ait été collecté. Pour fixer les idées, disons qu'avec moins de cinq avalanches les intervalles de confiance associés aux valeurs de projet sont si larges qu'ils sont d'un intérêt pratique nul. L'indépendance des données doit ensuite être vérifiée, soit à l'aide d'un raisonnement physique (deux avalanches se produisant durant deux hivers différents sont nécessairement indépendantes), soit par la mise en œuvre de tests statistiques. Enfin l'utilisateur de la méthode doit avoir une certaine confiance dans la fiabilité des données qu'il utilise car la méthode que nous proposons n'individualise pas la prise en compte de l'erreur d'observation : elle sera incluse dans un terme général d'erreur.

De même un examen préalable de la topographie doit être effectué : la géométrie du site étudié doit être suffisamment simple pour que l'ensemble des avalanches emprunte grossièrement le même chemin de façon à pouvoir postuler l'existence d'une population sous-jacente unique. Un profil bidimensionnel dont l'équation dans un repère cartésien est de la forme  $z = f(x)$  est alors suffisant pour traduire le mouvement de l'ensemble des avalanches. Et les valeurs observées d'altitudes peuvent être converties avantageusement en abscisses de départ et d'arrivée. Enfin le modèle de propagation très simple préconisé est sensible à la pente locale : par conséquent, les sites présentant de nombreux forts changements de concavité doivent être écartés. L'ensemble de ces prérequis peut sembler assez lourd, mais outre le fait qu'ils sont généralement présents dans les approches statistiques concernant les avalanches sans être explicités, les sites avalancheux français sur lesquels notre méthode est applicable restent malgré tout assez nombreux.

### ● II.2 Modèle de bloc glissant coulombien

Les plus anciens modèles d'avalanches sont de type « centre de masse » : l'avalanche est assimilée à un bloc glissant dont les variations de forme et de masse sont négligées.

De telles hypothèses ignorent bien entendu la déformation du fluide en écoulement ainsi que les phénomènes d'érosion/dépôt. Les résultats obtenus sont néanmoins jugés suffisamment représentatifs par les experts pour aider à la caractérisation du risque. Et les temps de calcul sont suffisamment courts pour qu'une approche statistique impliquant la simulation de plusieurs milliers d'avalanches soit envisageable.

L'équation du mouvement pour le bloc assimilé à son centre de masse est simplement donnée par l'équation 1 : la variation de vitesse au point de pente locale  $\phi$  correspond à la différence entre la gravité  $g$  et une force de frottement  $F$  dont la vraie expression demeure inconnue. Plutôt que le traditionnel formalisme de Voellmy [1953], nous adoptons ici une loi de frottement dite coulombienne dépendant uniquement de la pente locale et du coefficient de friction basale  $\mu$  (eq. 2). Des arguments physiques rassurants issus d'observations de terrain [Gubler, 1993 ; Meunier et al., 2004] ou de la théorie des écoulements granulaires [Savage et Hutter, 1991 ; Hutter et al., 1995] militent en faveur de ce choix. Mais nous nous plaçons ici dans le cadre d'une approche conceptuelle [Meunier et al., 2004] où la seule qualité demandée à un opérateur de propagation est sa capacité à reproduire des observations.

L'équation du mouvement peut être intégrée entre la position de départ  $(x_{start}, z_{start})$  et n'importe quel point  $(x, z)$  du couloir (eq. 3). Le profil de vitesse est ainsi connu à la vitesse initiale  $u_{zero}$  près.

$$\frac{du}{dt} = g \times \sin \phi - \frac{F}{m} \quad (1)$$

$$F_{coul} = \mu \times m \times g \times \cos \phi \quad (2)$$

$$u^2(x, z) - u_{zero}^2 = 2 \times g \times (z_{start} - z + \mu \times (x_{start} - x)) \quad (3)$$

### ● II.3 Calcul inverse et transformation des données

Appelons  $G$  l'opérateur de propagation ainsi créé. Pour chacune des avalanches historiques, un calcul inverse du coefficient de frottement est possible :  $\mu = G^{-1}(x_{start}, x_{stop}, topographie, u_{zero})$  avec  $x_{start}$  et  $x_{stop}$  les abscisses de départ et d'arrêt observées. La topographie est traduite par la relation  $z = f(x)$ . Et la vitesse initiale  $u_{zero}$  est supposée nulle. La distance d'arrêt  $\hat{x}_{stop} = G(x_{start}, \mu, topographie, u_{zero})$  peut ensuite être recalculée numériquement en cherchant le point du profil où la vitesse s'annule.

Les distances d'arrêt observées et recalculées devraient être égales. Elles ne le sont que très rarement à cause de la discrétisation du profil topographique et de l'imperfection de l'opérateur de propagation. On introduit de ce fait une erreur de propagation  $\varepsilon = x_{stop} - \hat{x}_{stop}$ . L'idée est ainsi de transformer les couples d'observation  $(x_{start}, x_{stop})$ ,  $i \in [1, N]$  en triplets  $(x_{start}, \mu_i, \varepsilon_i)$ ,  $i \in [1, N]$ . Les doublets  $(\mu_i, \varepsilon_i)$  remplacent ainsi un modèle de propagation plus réaliste mais trop lourd à mettre en œuvre. Insistons sur le fait que la démarche proposée qui s'apparente au repro-modelling [O'Hagan, 2004] n'est pas un calage : il n'y a pas eu de minimisation sous contrainte de l'erreur de propagation.

● II.4 Présentation de l'exemple

L'exemple choisi est situé sur la commune française de Bessans dans le département de la Savoie (Figure 1). La zone de départ potentielle qui débute par une forte cassure de pente est située sur un versant assez large à la pente moyenne et régulière. Le couloir, d'une longueur de 1200 m du point le plus haut au point le plus bas, est ensuite très peu chenalisé et presque rectiligne avec un dénivelé total d'environ 850 m. La pente d'abord forte se stabilise rapidement autour de 30 degrés ; à partir de  $x = 850$  m, elle décroît rapidement avec l'arrivée dans la vallée du torrent d'Avérole entre le hameau de la Goulaz et l'oratoire Sainte Catherine. La route secondaire Bessans-Avérole est directement menacée. D'après l'EPA et les Carnets Forestiers, 61 avalanches ont été observées en 101 hivers mais pour des raisons diverses liées à la qualité souvent douteuse des données seulement 34 d'entre elles ont été retenues pour servir de support à l'étude statistique.

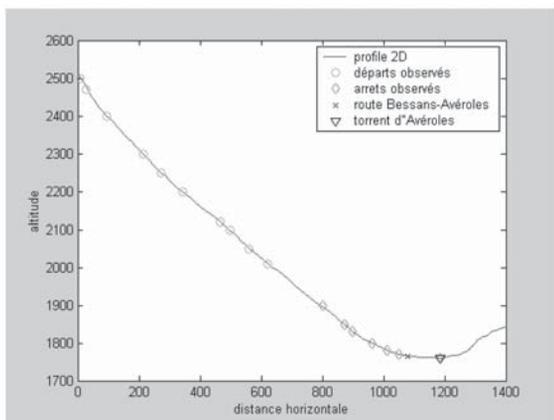


Figure 1 : Topographie et avalanches historiques du couloir EPA numéro 5 de Bessans

Les abscisses de départ observées sont moyennement dispersées (Tableau 1) entre  $x = 7,4$  m et  $x = 621,6$  m avec une moyenne autour de  $x = 214$  m, de sorte que la majeure partie des déclenchements se sont produits sur les fortes pentes en début de couloir mais que des déclenchements à plus basses altitudes ont été observés. Quand aux abscisses d'arrivée, comprises entre  $x = 801,5$  m et  $x = 1186,8$  m avec une moyenne de  $x = 1047,1$  m, elles se répartissent sur les pentes faibles au bas du couloir. A noter que 8 avalanches ont traversé la route et atteint le torrent d'Avéroles. Un test statistique classique ne rejette pas l'indépendance mutuelle des altitudes de départ et d'arrivée au seuil des 95 % de sorte que l'on adopte cette hypothèse par la suite.

Tableau 1 : Statistiques descriptives du triplet de données

	Moy.	Sd.	q <sub>25</sub>	q <sub>75</sub>
$x_{start}$	213,9	174,7	28,5	343,1
$\mu$	0,631	0,083	0,587	0,692
$\epsilon$	1,4	15,4	0	7,6

La transformation des données permet d'obtenir des valeurs de coefficient de frottement relativement hautes et peu dispersées. Les erreurs de propagation sont très faibles ce qui suggère que la topographie du site étudié est suffisamment simple pour être bien appréhendée avec l'opérateur de propagation choisi. La corrélation empirique entre les trois variables (Tableau 2) est très significative. Elle est fortement négative entre  $\mu$  et  $x_{start}$  car les plus fortes pentes sont localisées au sommet du couloir, de sorte que les avalanches qui partent haut sont en général caractérisées par une friction faible. La corrélation positive entre  $\epsilon$  et  $x_{start}$  traduit un meilleur recalcul des avalanches parcourant une distance plus courte. La corrélation négative entre  $\epsilon$  et  $\mu$  est plus difficile à interpréter mais reste nette.

Tableau 2 : Coefficients de corrélation empiriques

	$\mu$	$\epsilon$
$x_{start}$	-0,83	0,44
$\mu$	1	-0,59

III ■ MODÉLISATION STATISTIQUE ET INFÉRENCE BAYÉSIENNE

● III.1 Notations

On distingue une variable aléatoire  $Y$  d'une de ses réalisations  $y$ . Ainsi les triplets  $data_i = (x_{start}, \mu_i, \epsilon_i), i \in [1, N]$  sont-ils supposés être des réalisations indépendantes de la variable aléatoire tridimensionnelle  $(X_{start}, M, E)$ , c'est-à-dire des répétitions aléatoires du phénomène. Les densités sont exprimées « entre crochets » [Guelfand et Smith, 1990] de sorte que les lois jointe, conditionnelle et marginale de  $M$  et  $X_{start}$  s'écrivent respectivement  $[M, X_{start}]$ ,  $[M / X_{start}]$  et  $[M]$ . Et  $[y]$  est simplement la probabilité que la variable aléatoire  $Y$  prenne la valeur  $y$  si  $Y$  est discrète et la valeur de la densité de  $Y$  en  $y$  si  $Y$  est continue. Enfin on notera  $\theta$  le vecteur des paramètres inconnus que l'on cherche à estimer grâce aux données.

● III.2 Structure de modèle

Les caractéristiques physiques du site avalancheux étudié permettent de déterminer les valeurs maximales et minimales  $x_{max}$  et  $x_{min}$  de l'abscisse de départ. Celles-ci seront toujours supposées connues par la suite. D'après les travaux de Meunier et Ancely [2001], un modèle probabiliste de type bêta semble acceptable pour l'abscisse de départ normalisée notée  $R_{start}$  (eq. 4), ce qui introduit deux paramètres inconnus.

$$R_{start} / x_{max}, x_{min} = \frac{x_{start} - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \sim Beta(\alpha_x, \beta_x) \quad (4)$$

La façon dont se distribue le coefficient de frottement basal constitue un sujet de discussion classique pour les spécialistes des avalanches. Comme ce coefficient rend compte de la variabilité de différents processus supposés être d'ordres de grandeur similaires, une distribution gaussienne est souvent utilisée dans les approches combinant un

opérateur de propagation et des simulations de type Monte Carlo [Maggioni, 2005]. Ancey [2004] a néanmoins montré qu'avec un opérateur coulombien le frottement basal dépend fortement du volume de l'avalanche, de sorte que toutes les valeurs d'un jeu de données ne peuvent être considérées comme identiquement distribuées. Il suggère un modèle de mélange normal dont la moyenne décroît avec le volume observé. Nous proposons ici d'adapter le formalisme d'Ancey aux variables topographiques que nous utilisons en l'élargissant au couple bidimensionnel (M,E) sous la forme d'un modèle de mélange binormal dont les moyennes dépendent de l'abscisse de départ (eq. 5). Chaque couple  $(\mu_i, \varepsilon_i), i \in [1, N]$  correspond ainsi à la réalisation d'une variable aléatoire gaussienne bivariée dont la moyenne est éventuellement différente de toutes les autres. La matrice de variance covariance commune  $\Sigma$  quantifie les variances des lois marginales de M et E et la covariance du couple. Les autres paramètres contrôlent la variabilité des moyennes du modèle : d et f quantifient la corrélation entre l'abscisse de départ et le couple (M,E) tandis que (c,e) fournit directement la moyenne du couple si cette corrélation est nulle. Le lien avec l'abscisse de départ, respectivement exponentiel pour M et linéaire pour E, est un choix de commodité et de simplicité. Sa nature fonctionnelle exacte est vraisemblablement un enjeu de moindre importance car tout changement semble compensé lors de l'estimation.

$$(M_i, E_i / X_{start_i}) \sim N_2 \left( \begin{pmatrix} c \times \exp(d \times R_{start_i}) \\ e + f \times R_{start_i} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12} & \Sigma_{22} \end{pmatrix} \right) \quad (5)$$

Les principaux avantages d'un tel formalisme sont sa souplesse et la prise en compte explicite de toutes les corrélations entre les trois variables. En revanche par construction les  $\varepsilon_i$  ne sont vraisemblablement pas gaussiennes, de sorte que le modèle est encore susceptible d'être amélioré. Cette limitation dont l'influence apparaît de second ordre n'est toutefois guère susceptible de fausser les tirages prédictifs dès lors que la géométrie du couloir considéré est effectivement raisonnable.

La vraisemblance du modèle, s'exprime finalement simplement grâce à l'hypothèse d'indépendance mutuelle des données et aux équations précédentes (eq. 6). Notons que le conditionnement choisi respecte la physique du processus étudié puisque le couple (M,E) qui représente la propagation de l'avalanche est contraint par la variable  $X_{start}$  caractérisant le déclenchement.

$$\begin{aligned} [data / \theta] &= \prod_{i=1}^N ([x_{start_i}, \mu_i, \varepsilon_i / \theta]) \\ &= \prod_{i=1}^N ([x_{start_i} / \alpha_x, \beta_x] \times [\mu_i, \varepsilon_i / x_{start_i}, c, d, e, f, \Sigma]) \end{aligned} \quad (6)$$

### ● III.3 Estimation et lois prédictives

Le formalisme bayésien issu du travail précurseur du révérend Bayes [1763] est depuis une quinzaine d'années très largement utilisé dans de nombreux domaines des sciences de l'environnement [Bernier et al., 2000] tels l'écologie (Clark, 2005) ou l'hydrologie (Kuczera et Parent, 1998) mais il n'a été que rarement appliqué aux avalanches. L'analyse bayésienne est ainsi mentionnée comme une source de pro-

grès possible par Meunier et al. [2004]. Elle apparaît également sous la forme de lois conjuguées dans Harbitz et al. [2001]. Elle est enfin mise en œuvre de façon assez similaire aux travaux présentés ici dans l'article déjà mentionné de Ancey [2004].

Le point de vue bayésien se distingue du point de vue classique en considérant que le paramètre inconnu est lui-même aléatoire et qu'il peut être doté d'une loi a priori  $[\theta]$  quantifiant le savoir préalablement à la prise en compte des observations. L'utilisation systématique de lois a priori non informatives permet d'éviter le vieux débat entre fréquentistes et bayésiens concernant la validité de la connaissance a priori. L'hypothèse d'indépendance a priori des paramètres du modèle est de plus particulièrement peu contraignante dans ce cadre (eq. 7).

$$[\theta] = [\alpha_x] \times [\beta_x] \times [c] \times [d] \times [e] \times [f] \times [\Sigma] \quad (7)$$

La formule de Bayes permet le passage à la loi a posteriori de  $\theta$  en combinant la vraisemblance du modèle avec la loi a priori (eq. 8). Le dénominateur, indépendant de  $\theta$ , est simplement une constante de normalisation. La loi prédictive des variables du modèle est ensuite la moyenne de la vraisemblance par rapport à la loi a posteriori de  $\theta$ , de sorte qu'elle incorpore, en sus de la variabilité naturelle du phénomène, l'incertitude de connaissance partielle liée à l'estimation des paramètres inconnus (eq. 9). La loi marginale de chacun des paramètres et de chacune des variables nécessite bien sûr une intégration supplémentaire.

$$[\theta / data] = \frac{\prod_{i=1}^N ([x_{start_i} / \alpha_x, \beta_x] \times [\mu_i, \varepsilon_i / x_{start_i}, c, d, e, f, \Sigma]) \times [\theta]}{\int \prod_{i=1}^N [data / \theta] \times [\theta] \times d\theta} \quad (8)$$

$$[x_{start_i}, \mu, \varepsilon / data] = \int_{dom(\theta)} [x_{start_i}, \mu, \varepsilon / \theta] \times [\theta / data] \times d\theta \quad (9)$$

Le calcul de l'intégrale dans la formule de Bayes n'est pas faisable analytiquement et demande le recours aux méthodes de simulation de Monte Carlo par Chaînes de Markov (MCMC) [Metropolis et al., 1953]. De nombreux articles [Brooks, 1998 ; Brooks et Roberts, 1998] en présentent les principes généraux et démontrent la convergence des chaînes de Markov construites dans l'espace des paramètres. L'algorithme de Gibbs [Geman et Geman, 1984] qui utilise les distributions conditionnelles complètes de chacun des paramètres sachant tous les autres permet de surmonter les difficultés calculatoires liées à l'estimation du modèle présenté dans cet article. Il a été mis en œuvre à l'aide du logiciel libre Winbugs [Spiegelhalter et al., 2000].

### ● III.4 Application à l'exemple

Les lois a priori non informatives présentées dans le Tableau 3 sont utilisées. 30 000 itérations de l'algorithme sont réalisées et les 10000 premières sont écartées pour assurer la convergence. Les 20000 itérations restantes permettent l'évaluation des lois a posteriori des paramètres (Figure 2 et Tableau 4) et des lois prédictives des variables (Figure 3 et Tableau 4).

Tableau 3 : Loix a priori utilisées

$\alpha_x$	$\alpha_x \sim U(0,100)$ i.e. $[\alpha_x] = \frac{1}{100}$ pour $\alpha_x \in [0, 100]$
$\beta_x$	$\beta_x \sim U(0,100)$ i.e. $[\beta_x] = \frac{1}{100}$ pour $\beta_x \in [0, 100]$
c	$\log(c) \sim U(-10,10)$ i.e. $[\log(c)] = \frac{1}{20}$ pour $\log(c) \in [-10, 10]$
d	$d \sim U(-100,100)$ i.e. $[d] = \frac{1}{200}$ pour $d \in [-100, 100]$
e	$e \sim U(-100,100)$ i.e. $[e] = \frac{1}{200}$ pour $e \in [-100, 100]$
f	$f \sim U(-100,100)$ i.e. $[f] = \frac{1}{200}$ pour $f \in [-100, 100]$
$\Sigma$	$\lambda = \Sigma^{-1} \sim W_2 \left( \begin{pmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{pmatrix}, 2 \right)$ i.e. $[\lambda] = \frac{1}{10\,000} \times  \lambda ^{-\frac{1}{2}} \times \exp \left( \frac{-(\lambda_{11} + \lambda_{22})}{200} \right)$ $\lambda \in M_{2 \otimes 2}$ sym. def. pos.

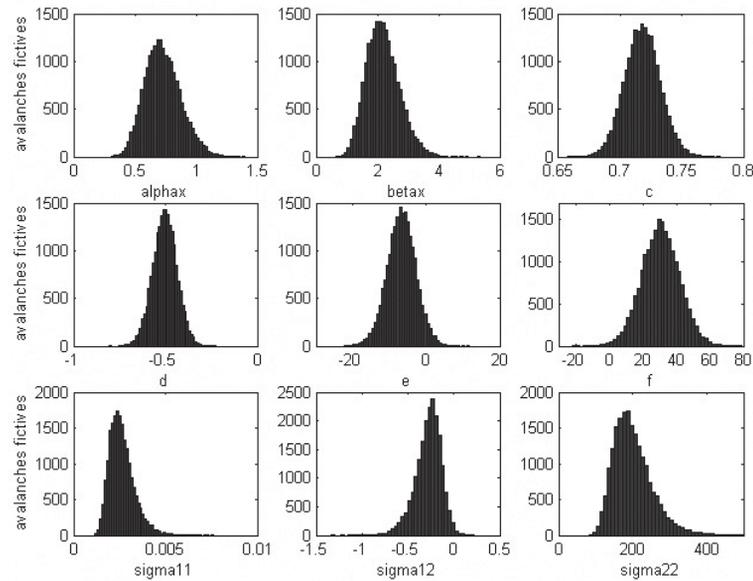


Figure 2 : Distribution a posteriori des paramètres du modèle

Tableau 4 : Statistiques descriptives des loix a posteriori et des distributions prédictives

	Moy.	Sd.	2,5 %	97,5 %
$\alpha_x$	0,730	0,147	0,472	1,045
$\beta_x$	2,19	0,54	1,25	3,36
c	0,718	0,015	0,690	0,747
d	-0,503	0,066	-0,634	-0,375
e	-6,75	3,94	-14,59	1,00
f	30,7	11,4	8,2	53,2
$\Sigma_{11}$	0,0026	0,0007	0,0016	0,0043
$\Sigma_{12}$	-0,281	0,144	-0,610	-0,043
$\Sigma_{22}$	201,8	53,2	122,8	330,1
$\varepsilon$	0,93	16,06	-29,94	33,58
$\mu$	0,637	0,086	0,453	0,785
$x_{start}$	200,6	178,6	1,6	631,4

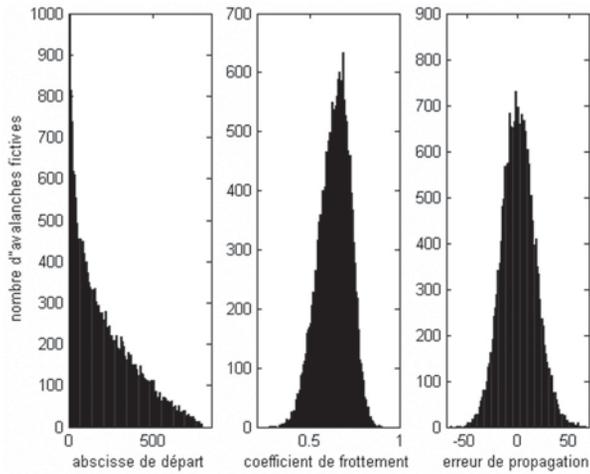


Figure 3 : Distribution prédictive des variables du modèle

Les lois a posteriori obtenues, très différentes des lois a priori utilisées, indiquent le rôle de l'information contenue dans le jeu de données. La forte évidence en faveur de  $\alpha_x < \beta_x$  traduit l'asymétrie à droite de la distribution prédictive des abscisses de départ dont les valeurs se répartissent sur toute la partie supérieure du couloir. Les paramètres  $d$ ,  $f$  et  $\Sigma_{12}$  rendent compte assez fidèlement des corrélations existant entre les trois variables du modèle. La loi prédictive du coefficient de frottement est caractérisée par son asymétrie à gauche indiquant que des valeurs bien inférieures à la moyenne sont susceptibles d'être générées. L'erreur de propagation reste enfin relativement modérée avec 95 % des valeurs entre -30 et 34 mètres.

#### IV ■ DISTRIBUTION DES DISTANCES D'ARRÊT

##### ● IV.1 Distance d'arrêt et quantiles prédictifs

La distribution prédictive des distances d'arrêt est obtenue avec une approche de type Monte Carlo classique. Les triplets prédictifs obtenus précédemment sont simplement transformés en distances d'arrêt à l'aide de l'opérateur de propagation coulombien et de la topographie locale (eq. 10). Grâce aux propriétés des tirages prédictifs, la dispersion de la distribution ainsi obtenue rend compte à la fois de la variabilité du phénomène physique et de l'incertitude liée à l'estimation des paramètres du modèle. Et le quantile de distance d'arrêt correspondant à la probabilité au non dépassement  $\rho$  est obtenu simplement par inversion de la fonction de répartition de la distance d'arrêt  $F_{X_{stop}/data}$  (eq. 11).

$$[xstop / data] = [(G(x_{start}, \mu, topographie) + \epsilon) / data] \quad (10)$$

$$q_\rho(X_{stop} / data) = F_{X_{stop}/data}^{-1}(\rho) \quad (11)$$

Quoique l'expression explicite d'un quantile de projet  $q_\rho$  ne soit pas disponible sous forme analytique, la mesure de l'incertitude associée à la valeur proposée est possible au prix d'un effort de calcul supplémentaire. Après simulation d'un échantillon suffisamment large de la loi a posteriori de  $\theta$ , il suffit en effet de calculer pour chaque valeur de  $\theta$  la distribution prédictive des distances d'arrêt ainsi que la valeur du quantile de projet recherché (eq. 12).

$$\begin{aligned} [q_\rho / data] &= \int_{dom(\theta)} q_\rho(X_{stop}/\theta) \times [\theta / data] \times d\theta \quad (12) \\ &= \int_{dom(\theta)} F_{X_{stop}/\theta}^{-1}(\rho) \times [\theta / data] \times d\theta \end{aligned}$$

##### ● IV.2 Application à l'exemple

La loi prédictive des distances d'arrêt (Figure 4) est fortement plurimodale avec un mode principal très marqué autour de  $x = 1100$  m correspondant à l'exutoire du couloir dans la vallée du torrent d'Avéroles. Cinq petits modes secondaires répartis sur les pentes moyennes et supérieures du couloir traduisent l'irrégularité du profil topographique. La majeure partie des avalanches arrive ainsi jusqu'aux pentes faibles du fond de vallée et seules de très petites avalanches caractérisées par un très fort coefficient de frottements s'arrêtent plus tôt. Le torrent d'Avéroles, atteint 8 fois dans la série des observations correspond environ au quantile 90 de la distribution prédictive (Tableau 5).

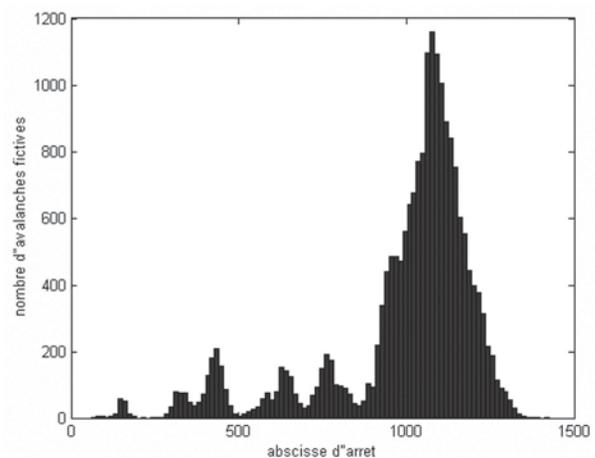


Figure 4 : Distribution prédictive des distances d'arrêt

Tableau 5 : Distances d'arrêt observées et distribution prédictive

	Moy.	Sd.	q <sub>1</sub>	q <sub>10</sub>	q <sub>25</sub>	q <sub>50</sub>	q <sub>75</sub>	q <sub>90</sub>	q <sub>99</sub>
Données	1047,1	105,5	801,5	955,9	962,3	1030,4	1186,8	1186,8	1186,8
Dist. pred.	991,8	225,8	302,3	635,3	953,8	1061,5	1126,5	1190	1311,6

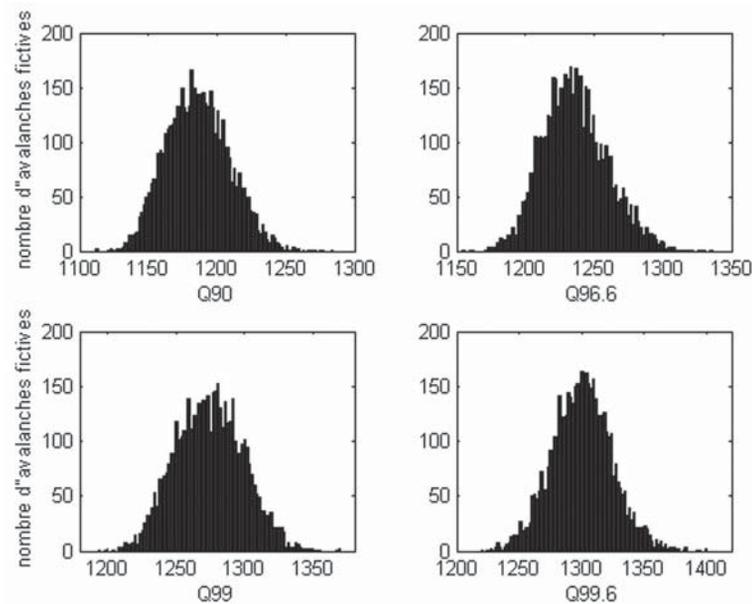


Figure 5 : Distribution prédictive de quelques quantiles élevés de distance d'arrêt

Tableau 6 statistiques descriptives des distributions des quantiles élevés de distance d'arrêt

	Moy.	Sd.	10 %	90 %
Q <sub>90</sub>	1185,5	22,9	1156,7	1216,3
Q <sub>96,6</sub>	1236	23,6	1207,4	1267,9
Q <sub>99</sub>	1274,5	24,5	1242,6	1305,8
Q <sub>99,6</sub>	1300,2	24,1	1269	1330,4

La Figure 5 présente la loi prédictive de quatre quantiles de projet présentant traditionnellement un intérêt pour le zonage du risque et souvent associés abusivement à des périodes de retour de 10, 30, 100 et 300 ans. Les quatre distributions présentent une forme en cloche avec une légère asymétrie à droite. Bien sûr la moyenne augmente avec le quantile (Tableau 6). Par contre du fait de l'inversion de la pente au-delà de  $x = 1190\text{m}$ , la dispersion n'augmente pas beaucoup avec le quantile et les quatre valeurs de projet peuvent être proposées avec des intervalles de confiance à 95 % centrés sur leurs moyennes et d'une largeur d'environ 50 mètres.

## VI ■ CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'approche proposée permet d'obtenir la distribution prédictive des quantiles de distance d'arrêt utiles à la caractérisation de l'aléa de référence. Le travail de validation de la méthode sur un large échantillon de couloirs et sa confrontation avec des modélisations déterministes avancées ne sont toutefois pas encore achevés, de sorte qu'il convient de rester prudent quant au potentiel opérationnel de cette nouvelle méthode.

La structure statistique et la méthode d'inférence proposées permettent de prendre en compte avantageusement la variabilité des données jusqu'aux tirages prédictifs. Elle peut

néanmoins encore être améliorée en vue d'une modélisation plus réaliste de l'erreur de propagation, supposée ici normale par souci de commodité. A moyen terme, la réduction des intervalles de crédibilité obtenus est également envisagée grâce à une meilleure connaissance experte alimentée par l'expérience de cas similaires, ce qui se traduira par l'introduction de lois a priori plus informatives. Bien que délicate, cette opération peut diminuer la quantité de données nécessaires à une utilisation pratique de la méthode.

La question du modèle de propagation doit enfin encore être approfondie. L'opérateur coulombien est caractérisé par un seul coefficient de frottement. Il est de ce fait directement inversible mais présente une forte sensibilité à la pente locale qui le rend inadapté aux géométries complexes. Le passage à une loi de frottement plus élaborée, voire à une modélisation de type fluide, peut permettre de surmonter cette difficulté et d'étendre l'approche à d'autres variables (hauteur de l'écoulement, vitesse...). En contrepartie le calcul inverse des coefficients de frottement correspondant aux événements historiques nécessite alors d'effectuer des choix arbitraires à défaut de nouvelles données rarement disponibles. Il s'agira donc de déterminer si au-delà des problèmes de temps calcul la subjectivité ainsi introduite est avantageusement compensée par une description plus réaliste de l'écoulement.

## BIBLIOGRAPHIE

- Ancey, C., Gervasoni, C., Meunier, M. (2004). *Computing extreme avalanches*. Cold Regions Science and Technology. 39. pp 161-184.
- Ancey, C. (2004). *Monte Carlo calibration of avalanches described as Coulomb fluid flows*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A. 363. pp 1529-1550.
- Barbolini, M., Keylock, C.J. (2002). *A new method for avalanche hazard mapping using a combination of statistical and deterministic models*. Natural Hazards and Earth System Sciences. 2. pp 239-245.

- Bartelt, P., Salm, B., Gruber, U. (1999). *Calculating dense-snow avalanche runout using a Voellmy-fluid model with active/passive longitudinal straining*. Journal of Glaciology. 45. pp 242-254.
- Bayes T. (1763). *Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 53. pp 370-418 et 54. pp 296-325.
- Bernier J., Parent E., Boreux. J.J. (2000). *Statistique pour l'Environnement. Traitement Bayésien de l'Incertitude*. LAVOISIER, TEC et DOC ed.
- Bozhinskiy, A.N., Nazarov, A.N., Chernouss, P.A. (2001). *Avalanches : a probabilistic approach to modelling*. Annals of Glaciology. 32. pp 255-258.
- Brooks, S. P. (1998). *Markov Chain Monte Carlo Method and its application*. The statistician. Vol 47, 1. pp 69-100.
- Brooks, S. P., Roberts, G.O. (1998). *Assessing convergence of Markov chain Monte Carlo algorithms*. Statistics and Computing. 8. pp 319-335.
- Clark., J.S. (2005) *Why environmental scientists are becoming bayesians*. Ecology Letters 8 :2-14
- Geman, S., Geman, D. (1984). *Stochastic Relaxation, Gibbs Distribution and the Bayesian Restoration of Images*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. Pami-6. 6. pp 721-741.
- Gelfand, A. E., Smith, S. E. (1990). *Sampling-based approaches to calculating marginal densities*. Journal of American Statistical Association. 85. pp 398-409.
- Gubler, H. (1993). *Dense-flow avalanches, a discussion of experimental results and basic processes*. Proceedings of the International Workshop on rapid gravitational mass movements. Cemagref Grenoble. France. pp 127-136.
- Harbitz, C., Harbitz, A., Nadim, F. (2001). *On probability analysis in snow avalanche hazard zoning*. Annals of Glaciology. 32. pp 290-298.
- Hutter, K., Koch, T., Plüss, C. and Savage, S. (1995). *The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to run-out, part II : Laboratory Experiments*. Acta Mechanica. 109. pp 127-165.
- Keylock, C. (2005). *An alternative form for the statistical distribution of extreme avalanche runout distances*. Cold Regions Science and Technology. 42. pp 185-193.
- Kuczera G., Parent E.(1998). Monte Carlo assessment of parameter uncertainty in conceptual catchment models : the Metropolis algorithm, Journal of Hydrology (211)1-4 pp. 69-85.
- Lied, K., Bakkehoi, S. (1980). *Empirical calculations of snow-avalanche run-out distances based on topographic parameters*. Journal of Glaciology. 26 (94). pp 165-176.
- Maggioni, M. (2005). *Avalanche release Areas and their influence on uncertainty in avalanche hazard mapping*. PhD Thesis. University of Zurich.
- Mc Clung, D., Lied, K. (1987). *Statistical and geometrical definition of snow-avalanche runout*. Cold Regions Science and Technology. 13. pp 107-119.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M.N., Teller, A. H., Teller, E. (1953). *Equation of State Calculations by Fast Computing Machine*. Journal of Chemical Physics. 21. pp 1087-1091.
- Meunier, M., Ancey, C., Naaïm, M. (2001). *Mise au point d'une méthode de prédétermination statistique des cotes d'arrêt d'avalanches*. La Houille Blanche. 67. pp 92-98.
- Meunier, M., Ancey, C. (2004). *Towards a conceptual approach to predetermining high-return-period avalanche run-out distances*. Journal of Glaciology. 169.
- Meunier, M., Ancey, C., Richard, D. (2004). *L'approche conceptuelle pour l'étude des avalanches*. Cemagref ed. 245 p.
- Mougin, P. (1922). *Les avalanches en Savoie*. Ministère de l'Agriculture, Direction Générale des Eaux et Forêts, Service des Grandes Forces Hydrauliques, Paris. France. pp 175-317.
- O'Hagan, A. (2004). *Bayesian analysis of Computer Code Outputs*. A Tutorial. August 11. University of Sheffield, UK
- Salm, B. Burkard, A., Gubler, H.U. (1990). *Berechnung von Fliesslawinen : eine Anleitung für Praktiker mit Beispilen*. SLF Davos technical report 47.
- Savage, S. et Hutter, K. (1991). *The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout, part I : Analysis*. Acta Mechanica. 86. pp 201-233.
- Spiegelhalter, D.J., D.J., Thomas, A., Best, (2000). *WinBUGS Version 1.3 User Manual*. MRC Biostatistics Unit.
- Voellmy, A. (1955). *Über die Zerstörungskraft von Lawinen*. Schweizerische Bauzeitung, Jahrg. 73, 12. pp 159-162, 212-217, 246-249 and 280-285.