HAL open science

# Placement optimal des capteurs et actionneurs d'un bioprocédé

Jérôme Harmand, Jean-Philippe Steyer

## To cite this version:

Jérôme Harmand, Jean-Philippe Steyer. Placement optimal des capteurs et actionneurs d'un bioprocédé. Environnement, Ingénierie & Développement, 2002, N°26 - 2ème Trimestre 2002, pp.20-26. 10.4267/dechets-sciences-techniques.2370 . hal-02679959

**HAL Id: hal-02679959**

**https://hal.inrae.fr/hal-02679959**

Submitted on 28 Apr 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# PLACEMENT OPTIMAL DES CAPTEURS ET ACTIONNEURS D'UN BIOPROCÉDÉ

Jérôme Harmand, Jean Philippe Steyer
*Laboratoire de biotechnologie de l'environnement, LBE - INRA*

**Cet article présente l'optimisation d'un procédé biologique de production d'un effluent riche en demande chimique en oxygène (DCO) facilement biodégradable utilisé comme source de carbone dans les procédés de dénitrification des eaux usées. La configuration optimale des capteurs et actionneurs du système en termes de nombre, de positionnement et de la qualité requise de ces composants au regard de contraintes de performances est calculée en minimisant un critère économique lié à leur « qualité ». Les principes de l'approche sont exposés et les résultats de l'optimisation sont analysés.**

**This paper deals with the optimization of a complex anaerobic process operated to produce easily biodegradable matter to be used in denitrification processes as external carbon source. The optimal configuration, number and accuracy of actuators and sensors is derived using a new theory allowing the tradeoff between the performance to be obtained and the quality (and thus the price) of process components. The principle of the approach as well as the optimization results are presented and discussed.**

## INTRODUCTION

La commande des procédés biologiques complexes composés de plusieurs procédés unitaires interconnectés est un problème qui a été relativement peu étudié. A notre connaissance, les travaux existants ne s'intéressent pas à la localisation des capteurs et actionneurs nécessaires au regard d'un objectif de commande donné. Or, l'une des difficultés majeures posée par la maîtrise de tels systèmes est précisément de disposer d'un nombre suffisant de capteurs et d'actionneurs pour satisfaire cet objectif de régulation (ou de suivi de trajectoire). Ceci est d'autant plus important que le domaine des procédés biologiques souffre d'un manque quasi systématique de moyens d'action et de mesures. En outre, lorsqu'ils existent, leur coût sont généralement prohibitifs, d'où la nécessité d'en optimiser le nombre et, au regard d'un objectif de commande pré-spécifié, la localisation, voire la qualité requise. La conception du procédé lui-même est donc un processus complexe dans lequel le choix et l'emplacement des capteurs et actionneurs sont essentiels. Elle procède généralement en deux étapes. Dans un premier temps, le procédé physique est optimisé dans un contexte statique (en l'absence de perturbations). Puis, dans un second temps, l'automaticien met en place des boucles de contre réaction (ou d'anticipation) afin de s'assurer que les propriétés de performance et de stabilité seront vérifiées dans un contexte dynamique. C'est lors de cette seconde phase que l'optimisation de la configuration des capteurs et actionneurs va être réalisée.

Le problème à résoudre peut alors être posé en les termes suivants : étant donnés le modèle d'un système et un critère de performance, il s'agit de déterminer le nombre (a priori minimal) de capteurs et d'actionneurs à utiliser afin de minimiser le coût global de l'installation. Ce problème, rappelons-le, est particulièrement crucial dans le domaine des procédés biologiques de dépollution. Dans cet article, nous présentons l'optimisation du nombre, du positionnement et de la qualité des capteurs et actionneurs d'un bioprocédé de dépollution utilisé pour produire, à partir d'un gisement de déchets solides, de la DCO facilement dégradable pouvant être ré-injectée à un stade du procédé comme source de carbone.

## PRINCIPE DE L'APPROCHE

### Les modèles FSN

L'approche utilisée ici est fondée sur les propriétés de nouveaux modèles dénommés modèles FSN pour « Finite Signal to Noise ratio models » (*Cf.* (Skelton 1994), (Thygesen et Skelton 1995)). Afin de mieux cerner les propriétés de ces modèles, reprenons les hypothèses classiquement utilisées dans la presque totalité des problèmes d'identification et/ou de commande de systèmes stochastiques. D'habitude, l'intensité d'un bruit est constante quelle que soit la puissance du signal qu'il bruite. En réalité, ce fait est mis en défaut et il apparaît que l'intensité d'un bruit est bel et bien liée à l'intensité du signal qu'il bruite. Par exemple, dans le cas d'un amplificateur opérationnel, plus la puissance du signal entrant sera grande, plus le bruit additionnel en sortie aura une

intensité importante. De même, en aéronautique, il est bien connu que l'intensité des perturbations s'exerçant sur une aile d'avion dépend de l'angle d'attaque des volets de cette aile. D'une manière générale, tout système délivrant un signal émettra donc un bruit dont l'intensité sera liée à la puissance du signal délivré. Or, ce phénomène se vérifie dans le cas des signaux délivrés par des capteurs utilisés dans le suivi des réacteurs biologiques (*Cf.* (Harmand, 1997)).
Un modèle FSN est un modèle dans lequel l'intensité des bruits est une fonction linéaire de l'intensité des signaux qu'ils bruitent.

## Propriétés des modèles FSN

L'une des conséquences les plus importantes de l'utilisation des modèles FSN en synthèse de commande est qu'il existe, pour une performance requise en boucle fermée, une valeur optimale de l'énergie de commande nécessaire. Intuitivement, il est aisé de rendre compte du phénomène. Pour cela, examinons tout d'abord le cas d'une commande optimale classique : la commande LQG. Cette dernière, dans sa version continue, a pour objectif de minimiser un critère quadratique du type :

$$J = \int_0^{\infty} (u^T R u + y^T Q y)\, dt$$

dans lequel R et Q sont des matrices de pondération et où u et y représentent respectivement les commandes et les sorties à contrôler du système considéré.
Lorsque l'on fait varier les matrices R et Q dans une gamme donnée et que l'on trace l'énergie du signal de sortie, notée $\varepsilon\infty(y^2)$ en fonction de l'énergie de commande correspondante, notée $\varepsilon\infty(u^2)$, nous obtenons une hyperbole. Autrement dit, il suffit - théoriquement - d'augmenter l'énergie de commande $\varepsilon\infty(u^2)$ que nous appliquons au système pour augmenter les performances du système (c'est-à-dire pour diminuer $\varepsilon\infty(y^2)$. Bien sûr, en pratique, des gains de retour trop grands entraîneront très rapidement une instabilité de la boucle fermée. Ainsi, dans une approche classique il y a inadéquation entre théorie et pratique. Or, si nous traçons maintenant les performances d'une commande synthétisée en utilisant une structure de bruit FSN, nous obtenons une courbe en « U ».
Nous observons, en effet, l'existence d'une valeur optimale d'énergie de commande nécessaire pour une performance de sortie donnée. Autrement dit, l'utilisation d'une structure *FSN* de bruits nous permet de nous rapprocher de la réalité en faisant l'hypothèse que l'intensité des bruits est liée à l'intensité des signaux qu'ils bruitent.
Intuitivement, nous pouvons expliquer la forme en « U » de cette courbe de la manière suivante. Dans une commande LQG, l'intensité des bruits entrant dans le régulateur ne dépendent pas de l'intensité des signaux qu'ils bruitent. Le contrôleur n'a donc qu'une indication sur le signal lui-même (information dite de premier ordre) pour calculer la commande à appliquer au système. A l'inverse, l'utilisation d'une structure FSN permet au contrôleur de tirer partie non seulement de l'information de premier ordre mais aussi d'utiliser l'intensité des bruits affectant les signaux pour réagir en conséquence (également appelée information de 2e ordre). Il y aura donc, dans une commande FSN un système autocorrectif dans le régulateur qui entraînera une réponse d'intensité finie du signal de commande pour maintenir l'intensité d'un signal de sortie autour d'une valeur fixée.

## Design économique des systèmes

D'un point de vue de la formalisation mathématique, le paramètre qui lie linéairement l'intensité du bruit et l'intensité du signal est le rapport signal sur bruit. Pour en venir à ce qui nous préoccupe ici et en notant le rapport signal-sur-bruit d'un composant (actionneur, capteur, etc.) $\sigma^{-1}$, l'idée est de minimiser le critère économique suivant ((Harmand 1997), (Lu et Skelton 1999), et (Harmand et Steyers 2000)) :

$$\$ = \sum_i p_i \sigma_i^{-1} \qquad (1)$$

où $p_i$ est le prix par unité de précision associé au $i^{ème}$ composant dont le rapport signal-sur-bruit $\sigma_i^{-1}$ est inconnu, sous des contraintes de performances et de stabilité de la boucle fermée.
Cette formalisation du problème revient, en fait, à rechercher la configuration et la qualité minimales requises par les sous-systèmes du procédé (actionneurs, capteurs etc.) sous des contraintes de performances portant sur les variables de sortie à contrôler. Cette approche permet donc le calcul simultané d'une loi de commande par retour de sortie et des caractéristiques des capteurs et des actionneurs au sens de leur rapport signal-sur-bruit. Ainsi, le coût d'un composant sera d'autant plus élevé que son rapport signal-sur-bruit est grand (et inversement).
Afin de résoudre ce problème, des conditions nécessaires d'optimalité ont été dérivées (*Cf.* (Harmand 1997)). L'algorithme itératif utilisé est le suivant. Dans un premier temps, on considère que tous les états du système sont mesurés. Une solution satisfaisant les conditions nécessaires donne alors à la fois la loi de commande et les rapports signal-sur-bruit de tous les composants du système. Dans une seconde phase, les composants dont l'influence ne semble pas déterminante (ceux dont le rapport signal-sur-bruit est très faible) sont éliminés (la matrice de mesure est donc modifiée) et l'algorithme est relancé. A ce stade, soit l'algorithme converge et une nouvelle solution est trouvée, soit il ne converge pas et la solution retenue est la configuration trouvée au pas précédent. Cet algorithme est constitué de deux boucles imbriquées permettant le calcul successif du gain de la commande d'une part et des rapports signal-sur-bruit des actionneurs et des capteurs d'autre part. Nous parlerons donc dans la suite de Q-itération ou $\Sigma$-itération (cette seconde étant incluse dans la première) lors de la présentation des résultats. Le fait qu'il y ait deux boucles

imbriquées entraîne un nombre d'itération totale très grand, ce qui ne nuit en rien au résultat si ce n'est à la longueur des calculs. Mais ce dernier point ne pose pas de problème pratique dans la mesure où cet algorithme n'est pas appelé à fonctionner en ligne.

Cette approche innovante permet d'optimiser la configuration des capteurs/actionneurs à utiliser et, dans la mesure où cette configuration est optimisée simultanément avec la loi de commande, d'optimiser globalement le procédé. Il faut toutefois noter un certain nombre de limitations relatives à cette approche :

– d'une part, les solutions calculées ne sont que sous-optimales dans la mesure où les conditions dérivées ne sont que des conditions nécessaires. Cependant, le lancement de l'algorithme avec un grand nombre de conditions initiales permet de minimiser ce problème ;

– d'autre part, il n'est pas possible de conclure si l'algorithme ne converge pas à une des étapes du design. En effet, s'il ne converge pas pour une configuration comportant *N* composants, il se peut qu'il converge pour une configuration en comportant moins ;

– techniquement, l'approche suppose que l'on soit en mesure de concevoir et développer des capteurs et actionneurs aux rapports signal-sur-bruit fixés. Ceci peut être considéré comme plausible pour un certain nombre de composants, en particulier électroniques mais s'avère plus compliqué pour d'autres systèmes. Il n'empêche que si le rapport signal-sur-bruit d'un composant ne peut pas être exactement fixé, l'approche présente tout de même l'avantage de discerner les capteurs et actionneurs absolument nécessaires de ceux qui ne le sont pas, et ce, au regard d'un objectif de commande donné ;

– enfin, il s'agit d'une approche linéaire qui suppose que le procédé fonctionne autour d'un point de fonctionnement donné. À ce titre, l'approche serait assez hasardeuse pour l'intégration des systèmes biologiques aérobies (dont il a été démontré qu'ils n'opèrent jamais vraiment autour d'un équilibre) mais paraît plus adaptée pour les procédés dont les problématiques de régulation sont clairement établies et où l'optimisation autour d'un point de fonctionnement optimal requiert l'implémentation d'une boucle fermée.

## PROCÉDÉ CONSIDÉRÉ ET APPLICATION

L'élimination de l'azote des eaux usées fait intervenir deux étapes : la nitrification qui transforme l'azote ammoniacal en nitrates et la dénitrification qui transforme les nitrates en azote gazeux. La première étape ne pose généralement pas de problèmes. En revanche, la seconde étape est réalisée par un consortium bactérien qui a des besoins importants en matière organique. Or, la dénitrification, pour des raisons à la fois pratiques et historiques, n'est souvent réalisée qu'à des stades où il ne reste plus assez de carbone organique pour la réaliser. Il est alors nécessaire de rapporter une source de carbone externe (mesurée en demande chimique en oxygène ou DCO facilement biodégradable). Les sources de carbone synthétiques étant relativement coûteuses, il peut s'avérer plus avantageux d'utiliser les gisements de matière organique présents sur le site (déchets graisseux, boues primaires ou secondaires de station d'épuration) et de les transformer en DCO facilement biodégradable (essentiellement des AGV) par méthanisation. Cette approche est d'autant plus intéressante que si le gisement est composé des boues de la station, et même si l'on prend en compte les boues additionnelles dénitrifiantes, elle permet globalement d'en diminuer la production. Cependant, les caractéristiques des gisements utilisés peuvent varier au cours du temps et il peut être nécessaire d'implémenter une boucle de régulation sur le procédé de digestion anaérobie utilisé afin de garantir que la production d'AGV est constante.

Le procédé considéré est représenté sur la figure 1, où les $V_i$ sont les volumes des différents réacteurs, $S_{in}$ représente la concentration moyenne en DCO dure des déchets solides utilisés, les $Q_i$ sont les débits d'alimentation des différents réacteurs, les $Q_{ij}$ sont les débits du réacteur i vers le réacteur j, les $Qout_1$ et $Qout_2$ sont les débits de sortie et de soutirage de boues et $X_i$, $S_i$ et $P_i$ sont les états du réacteur i.

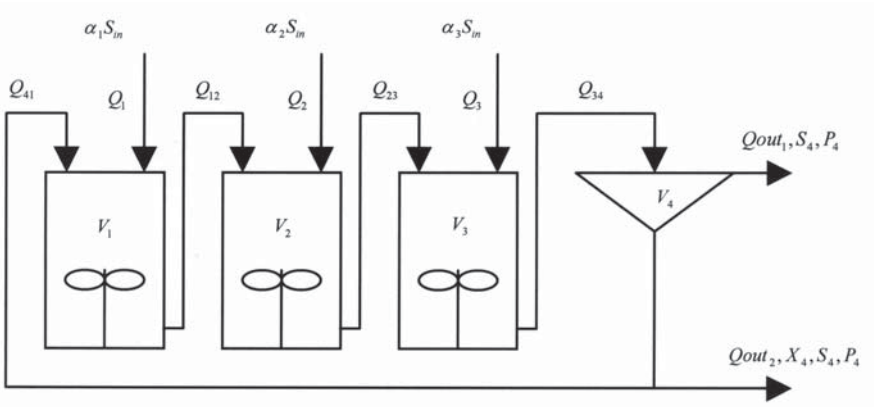


**Figure 1 : Représentation schématique du procédé de méthanisation**

Lorsqu'utilisée pour produire des AGV, la digestion anaérobie peut être considérée comme une réaction biologique inhibée par le produit (en l'occurrence par les AGV). Une configuration du type « réacteurs en série » est donc la plus adaptée (Hill et Robinson, 1989). De plus, s'agissant d'un substrat solide, il est clair qu'il est préférable d'utiliser un procédé de type parfaitement mélangé afin d'éviter les problèmes de colmatage. Les hypothèses que nous faisons s'énoncent comme suit :

– le processus considéré est un processus en une étape avec inhibition par le produit (représenté synthétiquement par le schéma réactionnel $S \rightarrow X + P$) ;
– le décanteur du système est parfait : il y a parfaite séparation de la partie solide (dont une fraction constante est soutirée continuellement et dont le complément est recirculé) et de la phase liquide (qui se divise - à égale concentration - entre la sortie liquide (avec un débit $Qout_1$), la sortie de soutirage de boues en excès (avec un débit $Qout_2$) et la recirculation (avec un débit $Q_{41}$)) ;
– la dynamique du décanteur est considérée comme infiniment rapide, ce qui signifie que les concentrations des variables dans le décanteur sont calculées à partir des concentrations des variables – à l'équilibre - dans le réacteur biologique précédent (portant le numéro 3). En pratique, ceci signifie qu'à tout instant, il suffit de connaître les concentrations dans le réacteur 3 pour calculer les concentrations dans le décanteur (les concentrations dans le décanteur sont donc ici des fonctions analytiques des concentrations dans le réacteur 3). Il faut noter ici que cette hypothèse permet de diminuer l'ordre du système dynamique qui passe ainsi d'un nombre infini d'état (pour être parfaitement rigoureux, il faudrait décrire le décanteur par un système à paramètres distribués) à 9 (trois états dans chacun des réacteurs).
Le modèle général du système s'écrit :

$$\begin{cases} \dfrac{dX_i}{dt} = \mu_i X_i + \dfrac{Q_{Xi}^{in} X_i^{in}}{V_i} - \dfrac{Q_X^{out} X_i}{V_i} \\ \dfrac{dS_i}{dt} = -\dfrac{\mu_i X_i}{Y_1} + \dfrac{Q_{Si}^{in} S_i^{in}}{V_i} - \dfrac{Q_S^{out} S_i}{V_i} \\ \dfrac{dP_i}{dt} = \dfrac{\mu_i X_i}{Y_2} + \dfrac{Q_{Pi}^{in} P_i^{in}}{V_i} - \dfrac{Q_S^{out} P_i}{V_i} \end{cases} \qquad (2)$$

Pour i=1…3 où les notations sont triviales relativement à l'établissement d'un bilan matière dans un procédé biologique (Dochain, 2001).
La cinétique réactionnelle s'écrit :

$$\mu_i = \mu_{max} \frac{S_i}{S_i + K_S} \frac{K_P}{K_P + P_i^2} \qquad (3)$$

Il faut noter que ce modèle n'a pas de réalité physique à proprement parlé et que nous ne l'utilisons ici qu'à titre illustratif. Toutefois, il intègre bien une fonction d'inhibition par le produit.
Le modèle dynamique du procédé, donné par les équations (2) et (3) peut se réécrire sous la forme générale :

où x est le vecteur d'état du système, f est une fonction non-linéaire décrivant le système et $\theta$ un vecteur de paramètres incluant les entrées du procédé.

$$\dot{x} = f(x,\theta) \qquad (4)$$

L'optimisation du procédé que nous considérons ici va être réalisée en deux phases. Il s'agit tout d'abord de déterminer, en régime statique, les entrées du système $((Qi\ \alpha_i)|_{i=1\ldots3})$ qui vont maximiser la production d'AGV. Puis, dans un second temps, il s'agira de travailler autour de ce point de fonctionnement à la recherche de la configuration optimale des capteurs et des actionneurs dans un contexte dynamique.

## RECHERCHE DU POINT DE FONCTIONNEMENT OPTIMAL

Dans un premier temps, nous considérons le problème d'optimisation statique suivant : en l'absence de perturbations, c'est à dire en régime permanent (i.e., pour des $Q_i$ et de $\alpha_i$ constants et aucune variation de $S_{in}$ autour d'une valeur nominale $\overline{S_{in}}$), quelles sont les valeurs des entrées $\alpha_i$ et $Q_i$ du système permettant de maximiser la quantité $Q_{out1}P_4$ (en masse par unité de temps) ? Dans ce problème d'optimisation, l'état d'équilibre du système est considéré comme une contrainte :
S'il est possible de résoudre analytiquement cette équation, c'est à dire si l'on peut trouver une fonction $\phi$ telle que

$$\dot{x} = 0 \Longleftrightarrow f(x^*,\theta^*) = 0 \qquad (5)$$

$x^*=\phi(\theta^*)$ soit solution de (5), alors le problème d'optimisation suivant peut être introduit comme suit :

où $\overline{\theta_i}$ est la valeur maximale que peut prendre le $i^{ème}$ paramètre de synthèse.

$$\text{OPI : } \min_{\theta} J(\theta) \quad \text{sous les contraintes} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 - \theta_i^* \leq \overline{\theta_i} \\ f(\phi(\theta^*), \theta^*) = 0 \end{array} \right\} \qquad (6)$$

Cependant, lorsque l'on est amené à travailler avec des systèmes biologiques complexes (en particulier avec des procédés interconnectés comme c'est le cas ici), il n'est généralement pas possible de calculer analytiquement la fonction $\phi(\theta)$ décrivant l'équilibre du système telle que l'équation (5) soit vérifiée. Afin de contourner cette difficulté, une solution consiste à résoudre le problème numériquement en considérant les états du système comme des paramètres de synthèse supplémentaires sous la contrainte (5) (*Cf.* (Rivas, Ayesa *et coll.* 2000), (Harmand, Queinnec *et coll.* 2001)). Le problème d'optimisation se réécrit alors :
où le vecteur x est maintenant considéré comme un paramètre de synthèse supplémentaire.

$$\text{OP 2a : } \min_{\theta,\, x} J(x, \theta) \quad \text{sous les contraintes} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 - \theta_i^* \leq \overline{\theta_i} \\ f(x^*,\theta^*) = 0 \\ 0 - x_i^* \end{array} \right\} \qquad (7)$$

Concernant l'âge des boues (définie par $\frac{\sum_{i=1}^{3} X_i V_i}{Qout_2 X_4}$), si l'on désire approcher le problème d'une manière globale, il est possible de le considérer comme un degré de liberté à part entière en considérant $Qout_2$ comme un paramètre de synthèse supplémentaire. Toutefois, afin de minimiser le nombre de degrés de liberté (nombre de paramètres de synthèse), nous poserons dans la suite $Qout_2 = 0,1(Q_1 + Q_2 + Q_3)$. De même, le débit de recirculation est fixé de sorte que l'on ait $Q_{41} = (Q_1 + Q_2 + Q_3)$. Enfin, considérant un décanteur parfait dans lequel aucune réaction biologique n'intervient, le nombre de paramètres de synthèse relativement au problème OP1 est donc égal à 6 : $(Qi\ \alpha_i)|_{i=1...3}$. Toutefois, ainsi que souligné ci-dessous, la solution numérique à établir est la solution au problème OP2a. Par conséquent, le nombre de degrés de liberté est en fait égal à 15 : $(Q_i\ \alpha_i)|_{i=1...3}$, $(X_i\ S_i\ P_i)|_{i=1...3}$.

Si l'on se réfère aux notations introduites ci-dessus, le problème pratique à résoudre peut être écrit comme :

Programmée sous MATLAB en utilisant les différents algorithmes d'optimisation disponibles, la solution numérique au

$$\text{OP2b} : \min_{\theta,x} \left( \frac{1}{Qout_1 P_4} \right)$$

$$\text{sous les contraintes} \left\{ \begin{array}{l} 0 - \theta_i^* \leq \theta_i \\ f(x^*,\theta^*) = 0 \\ 0 - x_i^* \end{array} \right\} \qquad (8)$$

où les paramètres de synthèse sont :

$$x = (X_i\ S_i\ P_i)|_{i = 1...3} \qquad (9)$$
$$\theta = (Q_i\ \alpha)|_{i = 1...3}$$

problème OP2b s'est révélée très sensible aux conditions initiales. Afin d'augmenter nos chances d'obtenir le minimum global de notre problème, nous avons procédé au calcul d'un grand nombre de solutions (à partir de différentes conditions initiales) et retenu finalement le minimum de toutes ces solutions. Le problème final s'exprime alors comme :

où $\Theta_0$ et $X_0$ représentent les ensembles des conditions ini-

$$\text{OP3} : \min_{\Theta_0,x_0} \left( \min_{\theta,x} \left( \frac{1}{Qout_1 P_4} \right) \right)$$

$$\text{sous les contraintes} \left\{ \begin{array}{l} \underline{\theta}_i - \theta_i^* \leq \overline{\theta}_i|_{i=} \\ f(x^*,\theta^*) = 0 \\ 0 - x_i^* \end{array} \right\}_{i=1...6} \qquad (10)$$

tiales.

Le résultat numérique finalement retenu est présenté dans le tableau n° 1

Ces résultats montrent que la politique optimale d'alimentation de la configuration de réacteurs en série considérée ici - avec un modèle comprenant une inhibition de la réaction biologique par le produit - revient à augmenter régulièrement les charges appliquées le long du procédé. Il est particulièrement intéressant de noter que ces résultats sont en accord avec les travaux expérimentaux traitant du sujet (*Cf.* (Mata-Alvarez, Macé *et coll.* 2000) pour un récent état de l'art lui étant consacré). À l'opposé, si l'on néglige les phénomènes d'inhibition, il est possible de montrer que la politique optimale d'alimentation consiste à n'alimenter que le premier réacteur. Ce dernier résultat n'est pas sans rappeler ceux obtenus lorsque l'on s'intéresse à la conception optimale de réacteurs en série bien que les conditions de synthèse soient différentes (en particulier, les études disponibles n'incluent pas de recirculation (*Cf.* par exemple (Hill et Robinson, 1989)).

Il est également très intéressant de comparer les résultats du tableau 1 à ceux obtenus si au lieu de maximiser la quantité de produit ($Qout_1P_4$ exprimée en masse par unité de temps), le problème est uniquement d'en maximiser sa concentration ($P_3$ exprimée en masse par unité de volume). La quantité produite par unité de temps n'étant pas prise en compte dans le problème d'optimisation, le résultat optimal (que l'on peut déduire intuitivement) consiste à maximiser le temps de séjour du substrat tout en l'injectant dans le système à la concentration maximale possible. A la limite, la solution optimale revient donc à considérer un système discontinu ou batch. Autrement dit, tous les débits d'alimentation sont à leur minimum (zéro) alors que les facteurs de dilution sont simplement égaux à un.

## PLACEMENT OPTIMAL DES CAPTEURS ET ACTIONNEURS

L'approche utilisée ici étant linéaire, il est nécessaire, avant toute chose, de procéder à la linéarisation du modèle décrit par les équations (2) et (3) autour du point de fonctionnement optimal défini par les valeurs des entrées rapportées dans le tableau 1. Il faut noter ici que le problème de l'atteinte de ce point de fonctionnement depuis une condition initiale quelconque sort du cadre de notre exposé.

Le modèle linéarisé est d'ordre 9, (les concentrations en biomasse, substrat et produit dans les 3 réacteurs du procédé), de 3 entrées (les 3 débits d'alimentation) et de 12 sorties (les 9 états augmentés des 3 concentrations de biomasse, substrat et produit dans le décanteur). Des sorties supplémentaires spécifiant les valeurs des variables dans les différentes sorties physiques du système (sortie $Qout_1$, $Qout_2$ ou encore $Q_{41}$) sont aisément exprimables en fonction de

**Tableau 1 : Résultats d'optimisation avec 6 degrés de liberté**

| 3 | $Qout_1P_4$ | $Q_1$ | $\alpha_1$ | Charge 1 | $Q_2$ | $\alpha_2$ | Charge 2 | $Q_3$ | $\alpha_3$ | Charge |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Valeurs optimales | **3,66** | 2,15 | $4\ 10^{-4}$ | **0,9** | 1,04 | 0,04 | **15** | 1,42 | 0,6 | **850** |

Pour un réacteur donné, la charge est définie ici comme le produit du débit d'alimentation par la concentration d'alimentation externe de ce réacteur.,

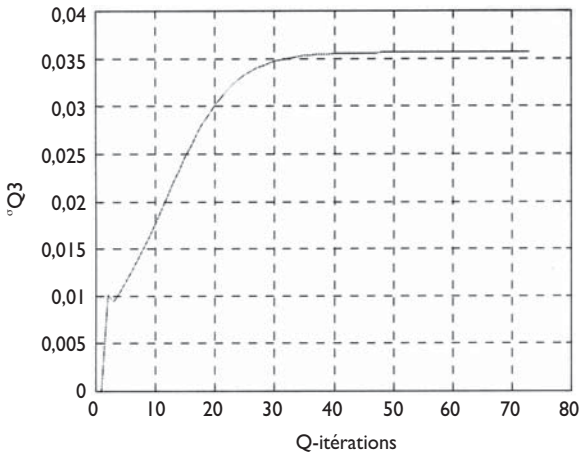


**Figure 2a : Convergence du rapport signal/bruit de l'actionneur ($Q_3$)**

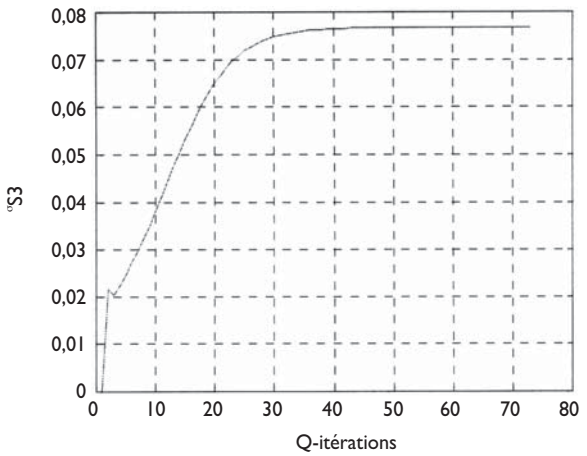


**Figure 2b : Convergence du rapport signal/bruit du capteur ($S_3$)**

ces 12 sorties et peuvent être rajoutées si nécessaire au modèle linéarisé. Du point de vue de ses propriétés structurelles, il faut noter que le modèle est stable, observable et commandable. En d'autres termes, la totalité des méthodes de synthèse de lois de commande fondée sur l'espace d'état peut être utilisée (a fortiori, les méthodes de synthèse FSN dont nous venons, ci-dessus, de présenter les principes).
La sortie du système à optimiser étant $Qout_1P_4$, l'objectif de commande utilisé a été la régulation de la concentration de $P_4$. Indirectement, cet objectif peut être exprimé en terme de la régulation de $P_3$. Appliquons l'algorithme dont il a été

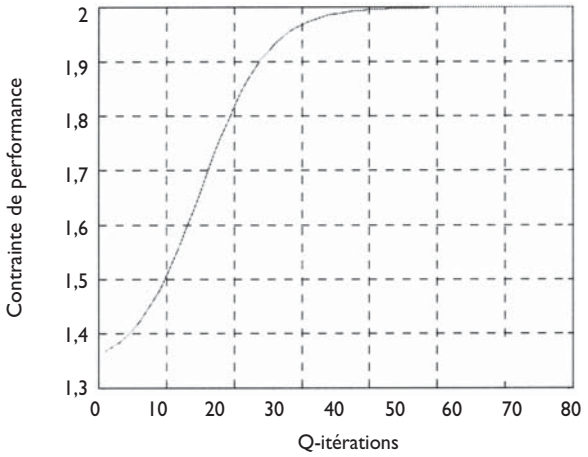


**Figure 2c : Satisfaction de la contrainte de sortie (2 était la valeur spécifiée)**

question au début de cette contribution au système de production d'AGV linéarisé en prenant comme contrainte la variance de sortie de $P_3$. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau 2.
L'algorithme décrit ci dessus a été relancé trois fois. Tout d'abord, nous avons supposé que tous les états du système étaient mesurés (système à 3 entrées, 9 sorties). Les résultats de cette première optimisation sont rapportés dans la seconde colonne du tableau 2. Seuls les actionneurs $Q_1$ et $Q_3$ et le capteur $S_3$ semblent être nécessaires au vue de leur rapport signal/bruit respectif. L'algorithme a donc été relancé en considérant seulement deux actionneurs ($Q_1$ et $Q_3$) et un capteur ($S_3$). Les résultats de la nouvelle optimisation sont rapportés dans la troisième colonne du tableau. A ce stade, il apparaît que les objectifs de commande peuvent être réalisés avec un seul actionneur ($Q_3$) et un seul capteur ($S_3$).
À titre illustratif concernant le dernier cas du tableau (1 actionneur, 1 capteur), les processus itératifs pour le calcul des rapports signal/bruit de l'actionneur et du capteur sont respectivement représentés sur les figures 2a et 2b. De même, la figure 2c montre la satisfaction de la contrainte de performance sur la sortie à contrôler.
A partir d'un modèle du procédé et de contraintes en performances pré-spécifiées par l'utilisateur, cette approche nous a donc permis de synthétiser une loi de commande par retour de sortie statique minimisant un critère économique quadratique. En outre, elle nous permet de procéder au calcul optimal du nombre, du type et des emplacements optimaux des différents actionneurs et capteurs nécessaires.

**Tableau 2 : Résultats d'optimisation**

| Configurations actionneurs/capteurs | $Q_1$, $Q_2$, $Q_3$ / $X_1$, $S_1$, $P_1$, $X_2$, $S_2$, $P_2$, $X_3$, $S_3$, $P_3$ | $Q_1$, $Q_3$ / $S_3$ | $Q_3$ / $S_3$ |
|---|---|---|---|
| Nombre de Q-itérations | 224 | 336 | 73 |
| Rapports signal/bruit Actionneurs | 1,4075 / ∞ / 16,1194 | ∞ / 0.5955 | 0,0356 |
| Rapports signal/bruit Capteurs | ∞ / ∞ / ∞ / ∞ / ∞ / ∞ / ∞ / 0,0460 / ∞ | 0,0629 | 0,0768 |

## CONCLUSIONS

Cet article s'est attaché à présenter les résultats d'optimisation d'un procédé biologique complexe pour la production d'AGV. L'optimisation présentée relève d'une procédure en deux étapes : dans un premier temps, on recherche un point

d'équilibre du système qui permet de maximiser la concentration du produit de la réaction biologique (i.e. les AGV). Puis, dans un second temps, un algorithme de type itératif est utilisé. Il procède d'une approche permettant d'intégrer les objectifs de commande et la détermination de la configuration optimale du nombre, de l'emplacement et de la qualité des capteurs et actionneurs à utiliser pour satisfaire un critère de performance en boucle fermée.
Les résultats montrent que les performances de sortie demandées peuvent être obtenues avec un nombre réduit de capteurs et d'actionneurs en présence d'incertitudes de mesures et de bruits FSN sur l'état.

**Jérôme Harmand, Jean Philippe Steyer**
Laboratoire de biotechnologie de l'environnement
LBE - INRA, avenue des étangs, 11100 Narbonne, France
(Tél. : +33 (0) 468.425.151, Fax : +33 (0) 468.425.160
harmand@ensam.inra.fr, steyer@ensam.inra.fr

Remerciements

Les auteurs remercient chaleureusement l'Ademe pour l'aide financière apportée à cette étude au travers du contrat N° 9775044.

## Référence

• Dochain, D. (sous le direction de) (2001). *Automatique des bioprocédés, Traités IC2,* Systèmes automatisés, Hermes Science Publications, 247 pages.

• Harmand, J. (1997). *Identification et commande des procédés biologiques de dépollution,* Thèse de l'Université de Perpignan, France, 192 pages.

• Harmand, J., I. Queinnec, J. P. Steyer et J. P. Delgenes (2001). *Optimal design of a series of anaerobic digesters to maximize the production of v et olatil fatty acids*. ECM2S, 5th workshop on Electronics, Control, Modelling, Measurement and Signals, 30 Mai - 1er Juin, Toulouse, France.

• Harmand, J. et J. P. Steyer (2000). Economical design of biological systems : new tools for advanced integrated process and control design. MTNS2000 : Mathematical Theory of Networks and Systems, sur CDROM, 19 - 23 Juin, Perpignan, France.

• Hill, G. A. et C. W. Robinson (1989). *Minimum tank volumes for CFST bioreactors in series.* The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 67, pp. 818-824.

• Lu, J. et R. E. Skelton (1999). *Economic design problem : integrating instrumentation and control.* American Control Conference, pp. 4321-4325, June, San Diego, California, USA.

• Lu, J. and R. E. Skelton (1999). *Integrating instrumentation and control design.* International Journal of Control, Vol. 72, N°9, pp. 799-814.

• Mata-Alvarez, J., S. Macé, et P. Liabrès (2000). *Anaerobic digestion of organic solid wastes. An overview of research achievements and perspectives.* Bioresource Technology, Vol. 74, pp. 3-16.

• Rivas, A., E. Ayesa, A. Galarza et A. Salterain (2000). *Application of mathematical tools to improve the design and operation of activated sludge plants. Case study : the new WWTP of Galindo-Bilbao. Part 1 : Optimum design.* WATERMATEX. 5th Systems Analysis and Computing in Water Quality Management, pp. 3.33-3.40, 18-20 Septembre, Gent, Belgium.

• Skelton, R. E. (1994). *Robust control of aerospace systems.* In the Proceedings of the IFAC Symposium on Robust Control Systems, pp. 24-32, Rio de Janeiro, Brasil.

• Thygesen, U. H. et R. E. *Skelton (1995). Linear systems with Finite Signal-to-Noise ratios : a robustness approach.* Conference on Decision and Control, New Orleans, LA, USA.

DÉCHETS SCIENCES & TECHNIQUES

REVUE FRANCOPHONE D'ÉCOLOGIE INDUSTRIELLE

# NOTE AUX AUTEURS

***Déchets ,Sciences & Techniques revue francophone d'écologie industrielle* publie les résultats de travaux réalisés dans le domaine de l'écologie industrielle, principalement consacrés aux déchets, aux sols pollués et aux impacts environnementaux. Les articles peuvent être proposés par des laboratoires scientifiques ou relater des expériences industrielles. La revue est ainsi le lieu privilégié des échanges entre recherche et expertise.**

Les thématiques abordées sont les suivantes :
1) Approche bio-physico-chimique du déchet ;
2) Procédés de traitement des déchets ;
3) Caractérisation et traitement des sols et sites pollués ;
4) Évaluation environnementale et management des systèmes et des procédés ;
5) Ecotoxicologie, toxicologie et santé ;
6) Économie, droit, sociologie, évaluation des politiques publiques ;
7) Communication, formation.

## CONDITIONS GÉNÉRALES DE PUBLICATION

1 - La langue de rédaction est le français. Les articles doivent être accompagnés d'un résumé en français de 100 mots environ, et d'un résumé en anglais plus conséquent (200 mots environ).
2 - Présentation des articles. L'article type comportera environ 5 pages imprimées incluant textes, figures et références soit l'équivalent de 15 000 signes . Les textes originaux doivent être expédiés sur disquette en mentionnant les logiciels utilisés.
3 - L'auteur doit adresser une version papier en 3 exemplaires pour le comité scientifique, comportant tableaux, figures, ou photographies éventuels. Les fichiers de tableaux ou de figures existants doivent être joints sur la disquette avec originaux papier.
L'article doit impérativement comporter les éléments suivants :
- Titre ;
- Nom, qualité et coordonnées de l'auteur ou des auteurs ;
- Résumés en français et anglais ;
- Mots clés ;
- Texte principal ;
- Références ;
- Nomenclatures (symboles et unités).

4 - L'article doit être accompagné d'une note précisant, la ou les thématique(s) souhaitée(s) par l'auteur, selon la répartition de la revue (de 1 à 7).
5 - Les mises au point et revues bibliographiques sont acceptées dans les mêmes conditions que les articles.
6 - La revue est également ouverte :
– aux résumés de thèse ;
– aux résumés de mémoires de DEA et DESS ;
– aux rapports de stage de Mastère ;
– aux informations sur les colloques et séminaires relatifs aux thématiques de la revue.

## ENVOI DES ARTICLES

Coordinatrice et contact : Frédérique Dutel - Insa de Lyon - Domaine scientifique de la Doua - Bâtiment Sadi Carnot - LAEPSI, 9 rue de la Physique - 69621 Villeurbanne cedex - Tél : (33) 4 72 43 82 42 - Fax : (33) 4 72 43 87 17 - Mél : fdutel@insa-lyon.fr

Les articles de la revue sont consultables sur le site pro-environnement.com

**Rédacteur en Chef :** Pierre Moszkowicz, Directeur du Laboratoire d'analyse environnementale des procédés et des systèmes industriels (Laepsi) à l'Insa de Lyon.