



Etude de quelques lois regissant la porosite de matériaux meubles

J.C. Fiès, S. Henin, Gwendal Monnier

► To cite this version:

J.C. Fiès, S. Henin, Gwendal Monnier. Etude de quelques lois regissant la porosite de matériaux meubles. Annales Agronomiques, 1972, 23 (6), pp.621-653. hal-02729178

HAL Id: hal-02729178

<https://hal.inrae.fr/hal-02729178>

Submitted on 2 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ann. agron., 1972, **23** (6), 621-653.

ÉTUDE DE QUELQUES LOIS RÉGISSANT LA POROSITÉ DE MATÉRIAUX MEUBLES

J.-C. FIÈS, S. HÉNIN et G. MONNIER
avec la collaboration technique de C. JEANDET

*Station d'Agronomie,
Centre national de Recherches agronomiques, I. N. R. A.,
78000 Versailles*

ÉTUDE DE QUELQUES LOIS RÉGISSANT LA POROSITÉ DE MATÉRIAUX MEUBLES

J.-C. FIÈS, S. HÉNIN et G. MONNIER
avec la collaboration technique de C. JEANDET

*Station d'Agronomie,
Centre national de Recherches agronomiques, I. N. R. A.,
78000 Versailles*

RÉSUMÉ

Cette étude a pour objet la porosité texturale, fraction de la porosité totale qui ne révèle que de la seule disposition relative des particules élémentaires présentes.

Des valeurs de cette porosité, mesurées sur des mélanges binaires de différents matériaux, sont confrontées à celles calculées à partir de modèles théoriques explicitant des lois d'arrangement entre les particules.

Deux lois simples rendent compte des variations extrêmes de porosité texturale, à partir des seules valeurs de porosité initiale de chacune des classes utilisées:

- la loi de non interaction, où la porosité du système évolue de façon continue entre les valeurs limites des porosités initiales;
- la loi d'interaction simple, où la porosité du système passe par un minimum très marqué par rapport aux valeurs des porosités initiales.

A l'intérieur du domaine ainsi borné, un modèle théorique continu fait intervenir des effets de perturbation dans l'arrangement des constituants, rendant compte des valeurs observées de porosité. Dans le cas de seules interactions stériques entre les constituants, les paramètres de perturbation dépendent, selon une loi empirique, de la taille des éléments. Pour des matériaux terreux soumis à une histoire hydrique, une interaction physique, liée à une organisation de l'argile autour des éléments du squelette, se substitue à l'effet d'encombrement, rendant difficile l'interprétation des paramètres de perturbation.

INTRODUCTION

La porosité totale d'un sol en place, c'est-à-dire la partie du volume apparent unitaire qui n'est pas occupée par la phase solide, peut être considérée comme la caractéristique mesurable la plus globale de son état physique.

Toutefois, pour être interprétable, tant du point de vue de son rôle vis-à-vis

du fonctionnement du système que de son origine, et par là, des possibilités pratiques de la modifier, la porosité ainsi définie doit être envisagée à deux niveaux principaux :

— tout d'abord, celui de la structure du sol : les fissures entre éléments structuraux, les vides ménagés par l'arrangement des mottes et de la terre fine, les canalicules et cavernes d'origine biologique ou pédologique constituent un premier « système de porosité » que l'on peut qualifier de « structural » et qui est le résultat de l'action combinée de facteurs physiques, mécaniques, biologiques ou chimiques sur le matériau constitutif du sol ;

— en second lieu, l'arrangement des particules élémentaires — celles qui sont séparées au cours de l'analyse granulométrique — définit un autre système de pores dont les caractéristiques (volume total et répartition par taille) apparaissent liées à la granulométrie du matériau selon des modalités mal connues qui, considérées dans leur ensemble, représentent l'« effet texture » ; la porosité résultante sera désignée par le terme porosité texturale.

Ce sont précisément ces relations entre la porosité d'un matériau et la granulométrie de ses constituants élémentaires que nous nous proposons d'étudier. Pour cela nous devrons, évidemment, nous limiter au cas des massifs poreux continus ⁽¹⁾ ou particuliers ⁽²⁾, dépourvus de « porosité structurale ».

L'un d'entre nous (FIÈS, 1971) a récemment abordé ce sujet par la voie expérimentale. Nous tenterons ici une approche complémentaire de la précédente, basée sur la conception et l'utilisation de modèles théoriques explicitant diverses modalités de mélanges de particules de tailles différentes et leur conséquence sur la porosité (HÉNIN *et al.*, 1970).

Les travaux concernant ce sujet reposent, pour la plupart, sur des hypothèses très contraignantes concernant, entre autres, la forme des particules et la géométrie de leur disposition relative. De ce fait, leurs résultats sont difficiles à extrapoler au cas des sols dont les constituants ont des formes variées et mal définies se prêtant mal *a priori* à une schématisation trop précise. Aussi, nous sommes-nous efforcés de partir de bases aussi peu restrictives que possible.

Dans tout ce qui suit, nous considérerons chaque mélange étudié comme constitué à partir de deux classes de particules simplement qualifiées de « grossières » et de « fines ».

Nous désignerons par B_0 et b_0 respectivement les *volumes réels* que chacune de ces classes de particules occupe, lorsqu'elles sont prises séparément, au sein d'un volume apparent unitaire. Les valeurs de B_0 et b_0 sont les conséquences *supposées constantes* de l'arrangement spontané des particules constituant chacune des classes de particules, arrangement *qui est donc considéré comme caractéristique*.

Pour déterminer le volume réel total $V = B + b$ occupé dans le volume apparent de référence par un mélange des deux classes de particules, on peut envisager un certain nombre de règles susceptibles de définir leur arrangement relatif.

Nous nous proposons de les passer en revue en confrontant à chaque étape les valeurs calculées de V et de la porosité $\tau = V/V_0$, aux valeurs effectivement mesurées.

⁽¹⁾ Les particules élémentaires du squelette limono-sableux sont cimentées par la fraction colloïdale en un ensemble cohérent non fissuré.

⁽²⁾ Les constituants élémentaires sont simplement juxtaposés.

I. — LOI DE NON INTERACTION

Une hypothèse simple consiste à admettre la simple juxtaposition des classes de particules B et b quand elles sont réunies dans un même volume, sans qu'il y ait modification de l'arrangement propre à chaque classe.

Imaginons, par exemple, que le volume apparent unitaire entièrement occupé par le volume réel b_0 de petites particules reçoive un apport B de gros éléments.

La loi de mélange retenue se traduit par le fait que la mise en place du volume réel B entraîne le départ d'un volume réel b' de petites particules, de façon telle que le *volume apparent* laissé libre par b' soit égal au *volume apparent* occupé par B, ce qui s'écrit :

$$b' \times \frac{1}{b_0} = B \times \frac{1}{B_0}, \quad \text{soit : } b' = B \frac{b_0}{B_0}$$

Le volume réel b de petits éléments restant est égal à $b = b_0 - b'$ soit en remplaçant b' par sa valeur :

$$b = b_0 - b_0 \frac{B}{B_0} \quad \text{ou} \quad b = b_0 \left(1 - \frac{B}{B_0}\right).$$

Le volume réel total V de particules présentes dans le système est défini par la somme des volumes réels présents $V = B + b$, soit $V = B + b_0 \left(1 - \frac{B}{B_0}\right)$ ce qui peut encore s'écrire :

$$V = B \frac{B_0 - b_0}{B_0} + b_0 \quad (1)$$

Connaissant les valeurs de B_0 et b_0 , il est alors possible de définir V en fonction de B. La forme de la relation (1) montre que V varie linéairement de b_0 à B_0 quand B prend les valeurs comprises entre 0 et B_0 , B_0 représentant par définition le volume réel maximum de particules grossières pouvant occuper le volume apparent de référence.

La pente de la droite dépend des valeurs de B_0 et b_0 et s'annule quand ces deux dernières sont égales, V conservant alors une valeur constante.

La figure 1 présente un exemple de variation théorique de V où les valeurs choisies pour B_0 et b_0 correspondent à celles mesurées sur des massifs de billes de verres de 800 μ et 50 μ de diamètres moyens respectifs. Les valeurs des volumes réels B et b pour chaque valeur de V sont également représentées. On a porté en abscisses la teneur pondérale en éléments fins présents dans le mélange.

Si G représente la teneur pondérale en gros éléments, g la teneur en éléments fins, d_G et d_g les masses volumiques respectives des éléments grossiers et des éléments fins, la valeur de B dans l'équation (1) peut se calculer à partir des relations suivantes :

$$\frac{G}{G + g} = \frac{B d_G}{B d_G + b d_g} \quad \text{et} \quad b = b_0 - b_0 \frac{B}{B_0}$$

d'où on tire :

$$B = \frac{B_0 b_0 G d_g}{B_0 g d_G + b_0 G d_g}$$

Dans cette représentation, V est une fonction hyperbolique de la teneur en éléments

fins. Dans le cas précis présenté ici, l'arc d'hyperbole se confond en pratique avec une droite, les valeurs de B_0 et b_0 étant extrêmement proches l'une de l'autre.

Ce premier résultat ne rend pas compte du fait qu'un mélange de particules conduit souvent à un *accroissement de compacité du système*, autrement dit à des valeurs de V supérieures à la fois à B_0 et b_0 . Le graphique 3 illustre par ailleurs ce phénomène mis en évidence avec deux mélanges binaires de billes : 800μ - 50μ d'une part, 1200μ - 50μ d'autre part. Pour rendre compte de telles variations de V , nous sommes conduits à envisager une hypothèse d'interaction entre les particules.

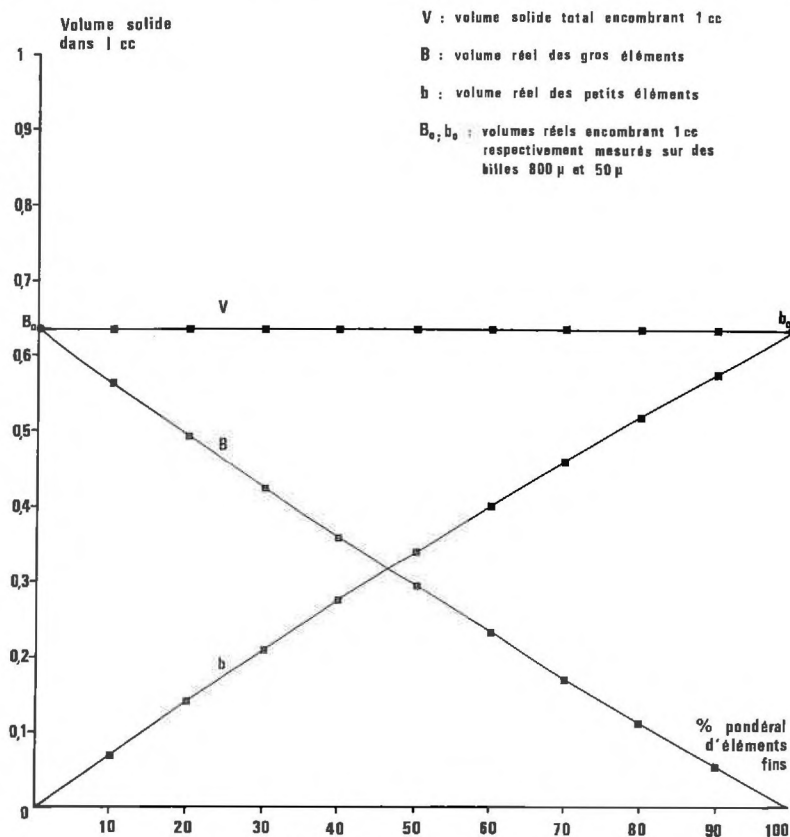


FIG. 1. — Variation théorique du volume solide de particules enfonçant un volume apparent unitaire, obtenue d'après la loi de non interaction

II. — LOI D'INTERACTION SIMPLE

Nous supposons maintenant l'existence d'une interaction entre les deux classes de particules mises en présence, l'arrangement propre à chaque classe n'étant toujours pas modifié lors du mélange.

Considérons à nouveau le volume unitaire occupé par un volume réel b_0 de petites particules. Posons comme loi d'interaction que l'introduction d'un volume

réel B de gros éléments va remplacer à la fois le volume réel b' de petites particules, et l'espace poreux existant entre ces particules. La porosité totale du système va donc diminuer, ce qui répond bien au problème posé. Cette nouvelle hypothèse implique qu'un *volume apparent* occupé par b' soit remplacé par un *volume réel* qui lui soit égal.

On aura donc :

$$b' \times \frac{1}{b_0} = B$$

Le volume réel b' déplacé par B est égal à : $b' = Bb_0$. Le volume b de petites particules restant dans le volume unitaire après l'introduction de B est donc :

$$b = b_0 - b' = b_0 - Bb_0 = b_0(1 - B)$$

Le volume réel V occupé par la matière solide encombrant le volume unitaire se définit alors de la façon suivante :

$$V = B + b_0(1 - B) \quad (2)$$

Ce qui peut s'écrire :

$$V = b_0 + B(1 - b_0)$$

La valeur de V va donc croître linéairement en fonction de B .

Quand le volume réel occupé par les grosses particules devient égal à B_0 , l'équation (2) atteint alors une valeur limite V_l

$$V_l = B_0 + b_0(1 - B_0).$$

Exprimé en terme de porosité totale, ce dernier résultat signifie que le système a atteint sa porosité minimale P_m .

On a :

$$P_m = 1 - V_l, \quad \text{soit} \quad P_m = 1 - B_0 - b_0(1 - B_0);$$

ce qui s'écrit encore

$$P_m = (1 - B_0)(1 - b_0)$$

Cela signifie que la porosité minimale du mélange est égale au produit des porosités propres à chaque classe considérée séparément.

Ce point atteint, si lorsque $B = B_0$, on ne peut plus escompter de variation de la fraction grossière, par contre, il est possible de faire varier la quantité d'éléments fins. En effet, ces derniers peuvent occuper une partie plus ou moins importante des vides ménagés par la fraction grossière. Ainsi, quand B est supérieur à B_0 , on ne décrit plus, comme avec la loi de non interaction, l'évolution du système.

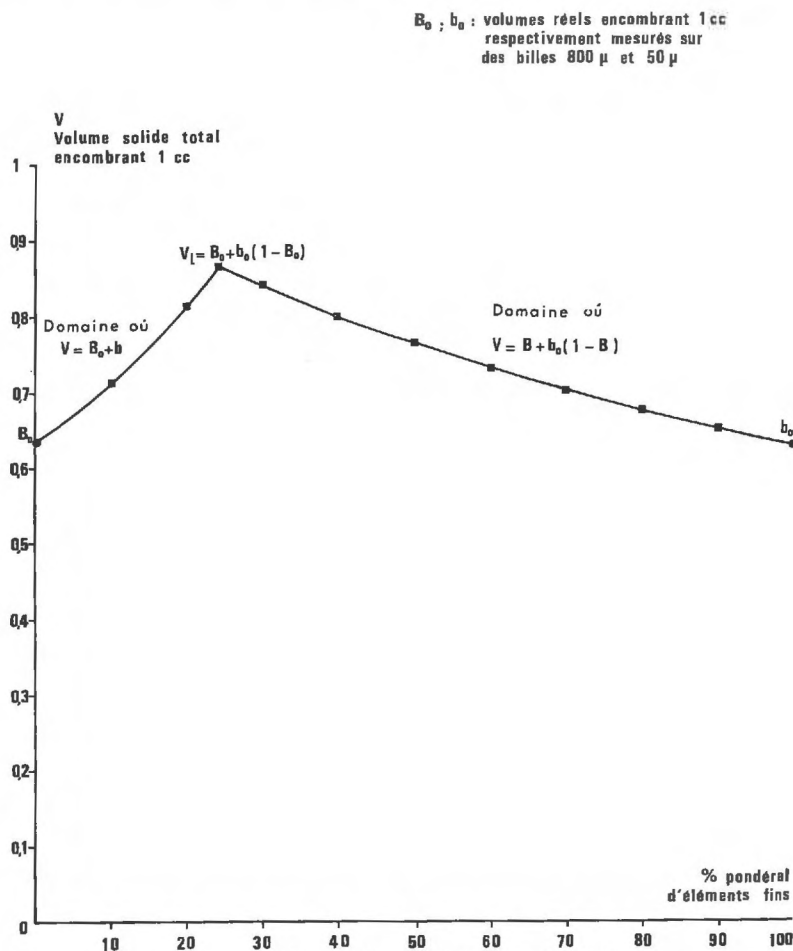
Dans ce nouveau domaine où B a toujours pour valeur B_0 , b peut prendre toutes les valeurs telles que :

$$0 \leq b \leq b_0(1 - B_0)$$

Quand B prend des valeurs inférieures à $b_0(1 - B_0)$, la quantité de matière solide par unité de volume ne peut plus se définir uniquement par rapport à B et la relation s'écrit alors :

$$V = B_0 + b \quad (3)$$

Deux équations sont donc nécessaires pour représenter les variations de V . Un exemple en est donné avec la figure 2 où, comme précédemment, la teneur pondérale en éléments fins est portée en abscisse.



Pour cette représentation, les transformations nécessaires sont les suivantes, z représentant la valeur du rapport G/g :

Pour l'équation (2) : $B = \frac{b_0 z d_g}{b_0 z d_g + d_G}$

Pour l'équation (3) : $b = \frac{B_0 d_G}{z d_g}$

Les valeurs de V se situent alors sur deux arcs d'hyperboles, bornés par les valeurs respectives de B_0 et b_0 caractéristiques des constituants et admettant pour valeur commune celle correspondant à la compacité maximale du système.

III. — INTERACTION PERTURBÉE

A. — Étude de deux mélanges binaires de billes

Les relations théoriques précédentes ont été appliquées à des mélanges de billes dont nous allons étudier deux exemples constitués l'un par le mélange $800\ \mu$ - $50\ \mu$, l'autre par le mélange $1\ 000\ \mu$ - $50\ \mu$.

La comparaison des valeurs de V observées et calculées est représentée sur la figure 3. L'examen de ces résultats entraîne plusieurs remarques.

Tout d'abord, il apparaît que la loi d'interaction rend le mieux compte du phénomène. Cependant, les valeurs de V observées sont toujours inférieures aux

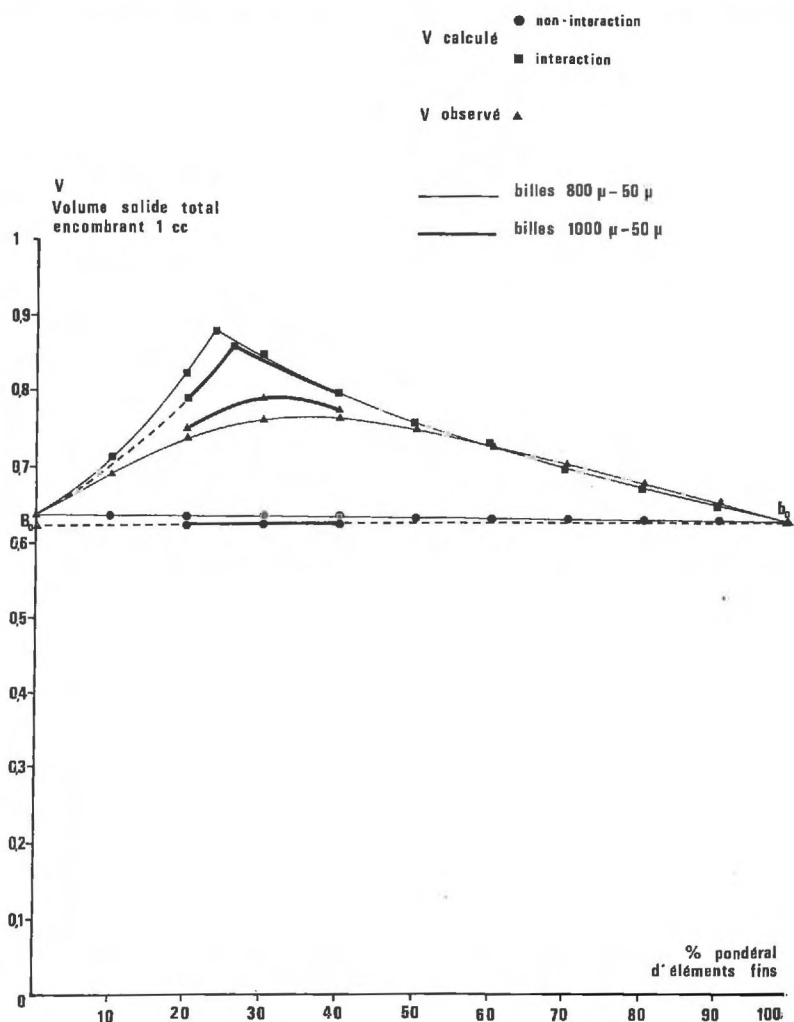


Fig. 3. — Comparaison des valeurs expérimentales et calculées de V pour deux séries de mélanges binaires de billes

valeurs théoriques, les écarts étant d'autant plus grands que l'on se situe au voisinage de la compacité théorique maximale.

Des deux mélanges comparés, la série $1\ 000\ \mu - 50\ \mu$ se rapproche le plus des valeurs théoriques de V prévues avec la loi d'interaction simple. Nous retrouvons ici un effet déjà relevé par d'autres chercheurs dont GRATON et FRASER (1935) ; à teneur égale en constituants, un mélange est d'autant plus compact que la valeur du rapport du diamètre de grosses particules au diamètre de petites particules est élevé.

Ces premières remarques suggèrent que la loi d'interaction constitue une *limite supérieure* de la compacité que peut présenter naturellement ⁽¹⁾ un mélange. Si l'on tient compte du fait qu'il n'y a à la base de ces calculs aucune hypothèse concernant la forme des particules ou leur mode d'arrangement au sein de chacune des classes considérées, on peut estimer que l'approximation obtenue est déjà satisfaisante.

Des facteurs internes au système et liés aux caractéristiques granulométriques et à la texture, c'est-à-dire aux propriétés propres à chaque classe de particules et à la résultante de leur interaction, déterminent par ailleurs les valeurs de V observées pour chaque mélange.

La *limite inférieure* est donnée par la loi de non interaction et correspond par exemple au cas de mélange de deux populations de particules identiques dont le rapport des diamètres est égal à 1.

Nous allons donc maintenant nous attacher à rendre compte des variations de V dans le domaine strictement limité par les deux lois précédentes. V peut ici se définir comme dépendant uniquement des caractéristiques granulométriques et texturales des matériaux mis en présence et des interactions qui en résultent au niveau de la disposition relative des particules au cours de l'opération de mélange.

Il est évident qu'une autre partie du problème, que nous n'aborderons pas ici, concerne la prévision de valeurs de V non comprises dans ce domaine et correspondant par exemple à la mise en jeu de facteurs extérieurs au système entraînant la compaction ou le foisonnement par modification des valeurs initiales de B_0 et b_0 .

Si l'on considère donc maintenant le sens des écarts entre les valeurs de V observées et celles prévues par la loi d'interaction, ils signifient que l'on n'aboutit pas à un empilement de particules aussi compact que celui prévu par cette loi. L'arrangement de chaque classe de particules, jusqu'ici considéré comme constant, subit en fait une perturbation dans le sens d'un accroissement de porosité.

Cette notion de perturbation d'arrangement ressort clairement de l'examen de la figure 4 où les valeurs de B et b calculées avec la loi d'interaction simple, sont comparées à celles déduites des valeurs de V obtenues expérimentalement avec le mélange $800\ \mu - 50\ \mu$.

En effet, V expérimental étant connu, on a :

$$B = V \frac{Gd_g}{Gd_g + gd_G}$$

et

$$b = V - B$$

⁽¹⁾ Nous posons en postulat, rappelons-le, que les valeurs B_0 et b_0 sont des caractéristiques intrinsèques des matériaux sur lesquels elles sont mesurées et que ces valeurs représentent les limites supérieures que peuvent respectivement atteindre B et b dans le système.

Quand les valeurs de V observées sont inférieures aux valeurs calculées, ce qui se présente ici pour les teneurs en éléments fins inférieures à 50 p. 100, on constate, pour l'une et l'autre classe, que les volumes réels présents dans le volume unitaire sont inférieurs à ceux prévus par la loi d'interaction.

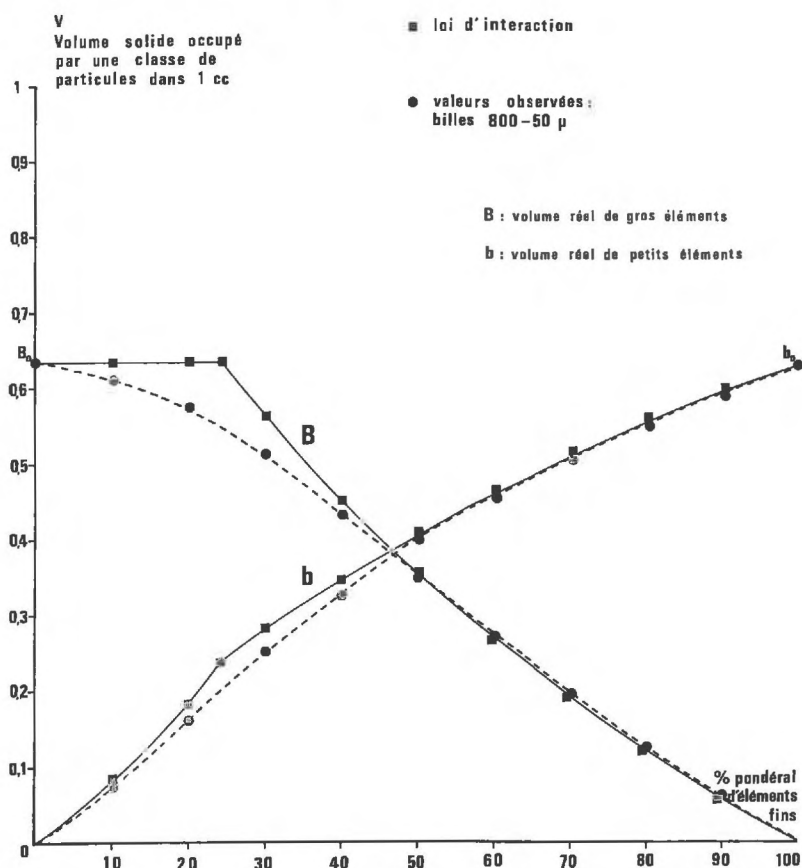


FIG. 4. — Mise en évidence de l'effet de perturbation : comparaison des valeurs mesurées des volumes solides B et b des deux classes de particules aux valeurs prévues par la loi d'interaction simple, pour une même série de mélanges.

Il nous faut alors considérer l'introduction d'un effet de perturbation au niveau des relations (2) et (3) précédentes définissant V avec la loi d'interaction.

Nous considérerons tout d'abord le cas où une seule classe de particules est affectée par une perturbation.

B. — Perturbation de l'arrangement des petits éléments

On peut exprimer le phénomène de perturbation en posant que lors de l'introduction d'un volume réel B dans un massif de petites particules, tout se passe comme s'il y avait, au contact des gros éléments, une modification de l'arrangement des petits.

Dans cette hypothèse, le volume b' d'éléments fins déplacés par B est alors différent de Bb_0 .

Posons que $b' = \gamma B b_0$, γ représentant un coefficient de perturbation des petits éléments. La relation $V = B + b_0(1 - B)$ prend alors la forme :

$$V = B + b_0(1 - \gamma B) \quad (2')$$

Le coefficient de perturbation γ a une signification très générale. Pour $\gamma < 1$, il y

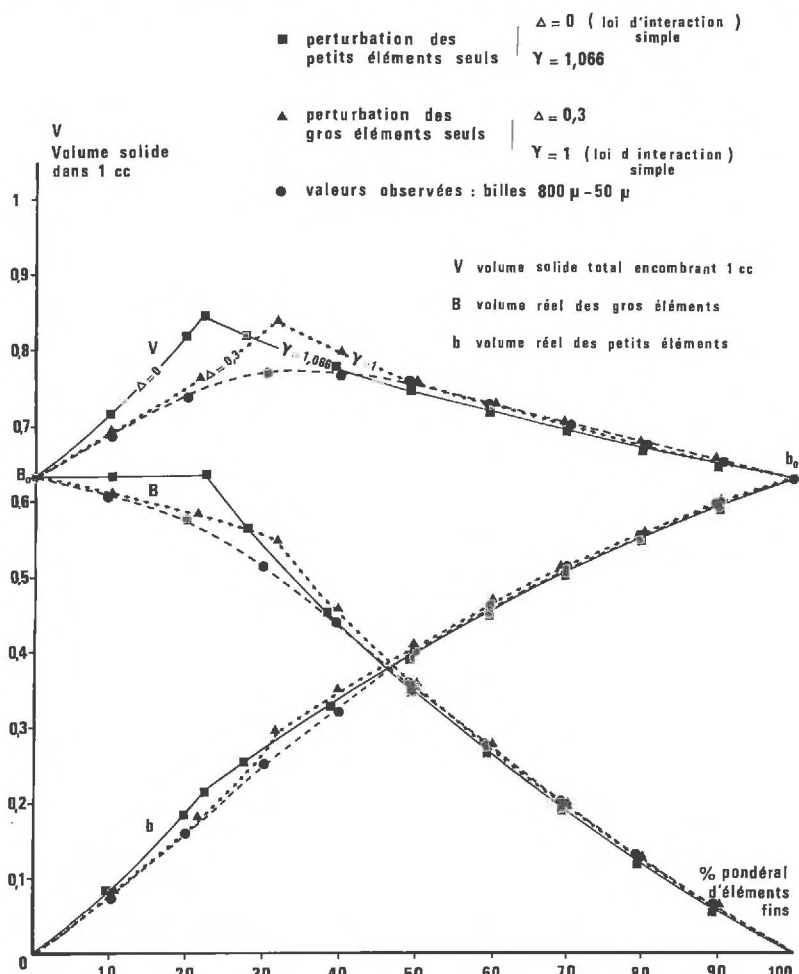


FIG. 5. — Essai d'ajustement des valeurs théoriques aux valeurs expérimentales de B et b , par utilisation des coefficients Δ ou γ de perturbation de l'arrangement des éléments grossiers ou fins

aurait compactage du système et pour $\gamma > \frac{1}{B_0}$, foisonnement. Dans le domaine des variations que nous étudions, γ doit être tel que :

$$1 \leq \gamma \leq \frac{1}{B_0}$$

En effet, pour $\gamma = 1$, nous retrouvons la loi d'interaction. Pour $\gamma = \frac{1}{B_0}$, nous atteignons alors pour V la valeur correspondant à l'hypothèse de non interaction.

On peut remarquer dans ce dernier cas, que l'on peut substituer à l'image de juxtaposition, celle d'une certaine interaction où les petits éléments viendraient se loger entre les gros. Alors que dans l'hypothèse de non interaction il s'agit d'un mélange « mal fait », on considère ici un matériau parfaitement homogène.

A partir du mélange à compacité maximale, correspondant à :

$$V_{1\gamma} = B_0 + b_0(1 - \gamma B_0)$$

nous pénétrons dans le domaine défini par la relation $V = B_0 + b$. Selon la valeur donnée à γ , le domaine d'application de cette expression s'étendra aux valeurs de b comprises entre $b = 0$ et $b = b_0(1 - \gamma B_0)$ pour $\gamma = 1$, ou se limitera au cas où $V = B_0$ pour $\gamma = \frac{1}{B_0}$.

La figure 5 illustre les prévisions de V , B et b , obtenues dans cette hypothèse de perturbation des seuls petits éléments, dans le cas du mélange de billes 800 μ -50 μ .

On remarquera surtout que l'attribution à γ de valeurs supérieures à 1 conduit au niveau des valeurs de V à un déplacement du maximum V_i vers les faibles teneurs en éléments fins, ce qui accroît encore la discordance entre les résultats théoriques et observés.

La valeur de γ a été calculée dans ce domaine en écrivant que la valeur expérimentale de b pour le mélange s'écartant de la loi d'interaction simple ($g = 30$ p. 100) était égale à $b_0(1 - \gamma B)$, B représentant le volume réel théorique de gros éléments déjà calculé pour le même mélange avec la loi d'interaction; on a alors :

$$\gamma = \frac{b_0 - b}{Bb_0}$$

C. — Perturbation de l'arrangement des gros éléments

Nous allons maintenant supposer que l'introduction d'éléments fins dans un massif de particules grossières perturbe l'arrangement de ces dernières et que la quantité B' d'éléments grossiers, éliminée de ce fait, est proportionnelle à la quantité b d'éléments fins introduits, soit $B' = \Delta b$, où Δ représente un coefficient de perturbation des gros éléments.

On a alors :

$$B' = B_0 - B = \Delta b$$

La quantité B d'éléments grossiers restante dans le mélange obéit alors à la relation :

$$B = B_0 - \Delta b$$

Le volume solide total encombrant le volume unitaire est donné par la relation :

$$V = B + b,$$

soit :

$$V = B_0 - \Delta b + b,$$

ce qui peut s'écrire :

$$V = B_0 + b(1 - \Delta) \quad (3')$$

Comme avec le coefficient γ , il est alors possible de rendre compte d'un ensemble de situations allant du compactage au foisonnement.

Pour $\Delta = 0$, on retrouve la relation $V = B_0 + b$;

pour $\Delta = \frac{B_0}{b_0}$, on rejoint l'expression de V donnée par la loi d'interaction.

Quand le système atteint son maximum de compacité (point A, fig. 6), il y a égalité entre les valeurs de V obtenues par les relations (3') et (2). On peut alors écrire :

$$V_{i\Delta} = B_0 + b(1 - \Delta) = B + b_0(1 - B)$$

En remarquant que $B = B_0 - \Delta b$, on obtient pour b la relation suivante :

$$b = \frac{b_0(1 - B_0)}{1 - b_{0\Delta}}$$

Après simplification, l'expression de $V_{i\Delta}$ devient alors :

$$V_{i\Delta} = \frac{B_0(1 - b_0) + b_0(1 - \Delta)}{1 - b_0}$$

Au-delà de cette valeur de V , nous retrouvons l'expression donnée par la loi d'interaction $V = B + b_0(1 - B)$. Le domaine d'application de la relation (3') dépend de la valeur prise par Δ .

Sur le graphique 5 déjà présenté, on peut constater que la prévision de V avec l'hypothèse de la seule perturbation de l'arrangement des éléments grossiers est plus satisfaisante que la précédente ; en particulier, la teneur en particules fines, au maximum $V_{i\Delta}$, est proche de la teneur obtenue expérimentalement pour la compacité maximale du mélange 800 μ -50 μ .

La valeur de Δ a été calculée dans cet exemple selon le même principe que pour les valeurs de γ . On écrit que la valeur expérimentale de B , choisie dans le domaine intéressé est égale à $B_0 - B'$.

Avec la valeur de B' obtenue, on calcule :

$$\Delta = \frac{B_0 - B'}{b}$$

Dans cette expression, b est le volume réel de particules fines calculé avec la loi d'interaction pour le mélange correspondant.

D. — Double perturbation

Pour rendre compte maintenant d'une perturbation affectant l'un et l'autre constituant, il convient de rechercher la relation existant entre γ et Δ .

Pour une même courbe générale de variation de V représentée par les relations (2') et (3'), le point de compacité maximale est commun ; on peut alors calculer les valeurs de Δ et de γ qui vérifient l'égalité :

$$V_{i\Delta} = V_{i\gamma}$$

soit :

$$B_0 + b(1 - \Delta) = B + b_0(1 - \gamma B)$$

Après simplification, on obtient les relations suivantes :

$$\gamma = \frac{b_0 - b}{b_0(B_0 - \Delta b)}$$

relation où γ dépend linéairement de b et varie hyperboliquement en fonction de Δ .

Nous pouvons donc maintenant, à l'aide des relations (2') et (3') et de la relation établie entre γ et Δ , représenter l'ensemble des cas possibles et dans le domaine de variation de V que nous étudions.

Nous avons illustré avec la figure 6 quelques cas théoriques de variation de V , en ayant d'une part supposé V_i constant (les valeurs du pourcentage pondéral en particules fines déterminant l'abscisse du maximum), d'autre part V_i variant sur

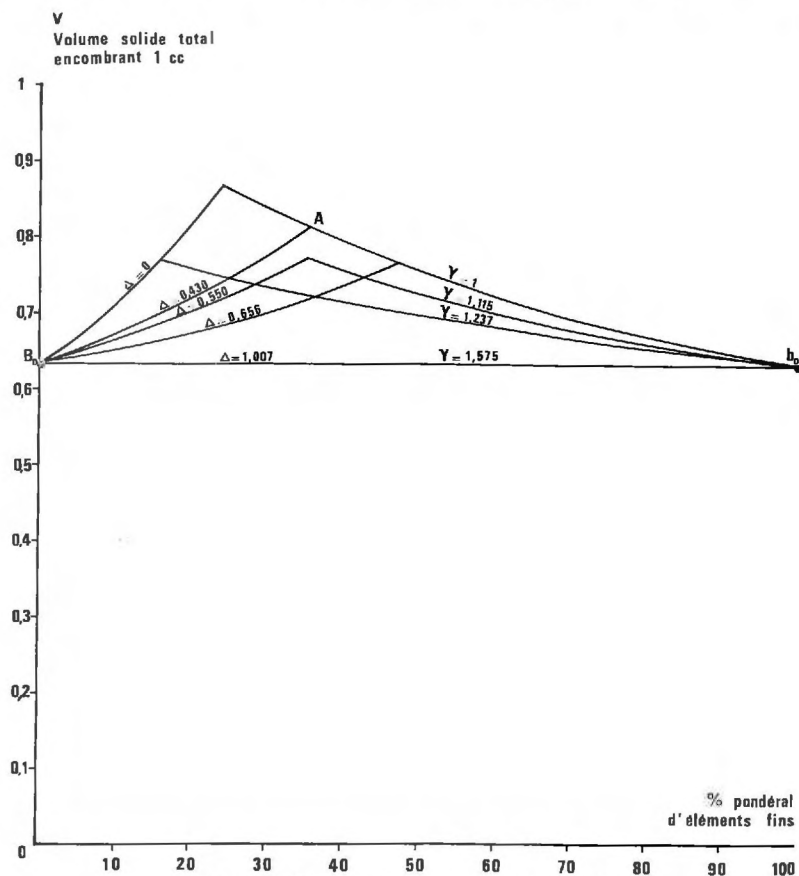


FIG. 6. — Exemples théoriques de variations de V obtenues avec différentes valeurs des coefficients de perturbation Δ et γ

une parallèle à l'axe des ordonnées (le pourcentage en particules fines restant constant). Il convient de remarquer qu'avec les hypothèses utilisées, il est possible de rendre compte d'une perturbation qui affecte *successivement* les gros éléments, puis les éléments fins, en considérant un mélange à proportion croissante de petites particules.

Or, si l'examen des résultats présentés sur la figure 4, montre bien que la variation réelle de B est du type de celle prise en compte dans nos hypothèses, il n'en est pas entièrement de même pour la variation de b , qui, pour une part, montre qu'il y a à la fois perturbation de l'arrangement des éléments fins et grossiers.

Au niveau des variations observées de V , cette discordance fondamentale se traduit par le fait que les relations théoriques ne sauraient rendre compte, dans le domaine de compacité maximale, de la courbure toujours présentée par les courbes établies expérimentalement.

Aussi, allons-nous chercher à généraliser le modèle théorique de mélange en tenant compte des données que nous venons de présenter. Cette démarche nous a conduits à envisager une perturbation conjointe de l'arrangement des éléments mis en présence par mélange et à rechercher une représentation continue des variations de V .

IV. — MODÈLE THÉORIQUE CONTINU

Revenons à l'expression générale concernant les mélanges sans interaction et avec interaction. Rappelons que dans le premier cas la quantité totale de particules solides qui existe dans le volume unitaire est définie par la relation (1) :

$$V' = B \frac{B_0 - b_0}{B_0} + b_0$$

et dans le second cas, où il y a substitution d'un volume apparent de petits éléments à un volume réel égal d'éléments grossiers, par la relation (2) :

$$V = B + b_0(I - B)$$

La quantité V de particules qui existe dans le volume unitaire est évidemment plus grande que la quantité V' existant sans interaction. Il est alors possible de définir la relation liée à l'interaction seule, existant entre B , B_0 , b_0 et la quantité de volume solide. Cette dernière, que nous appellerons I , est en effet égale à :

$$I = V - V'$$

$$\text{soit} \quad I = B + b_0(I - B) - B \frac{B_0 - b_0}{B_0} + b_0$$

et après simplification :

$$I = B b_0 \frac{I - B_0}{B_0}$$

On peut alors définir V comme la somme des volumes réels correspondant d'une part, à la seule juxtaposition, d'autre part, à la seule interaction :

$$V = V' + I = B \frac{(B_0 - b_0) + b_0 B_0 + B b_0 (I - B_0)}{B_0} \quad (4)$$

Une telle relation ne concerne que les fonctions linéaires correspondant à la substitution des gros éléments à des petits. En effet, on ne peut étendre cette équation logiquement à des valeurs de B telles que $B > B_0$.

Par contre, si le mélange d'éléments fins aux éléments grossiers provoque un foisonnement de ceux-ci, alors B ne peut être égal à B_0 que dans la mesure où tous les éléments fins sont exclus du mélange.

Par conséquent, l'ensemble des états du système pourrait être défini d'après la valeur de B .

La généralisation de l'équation précédente à de telles conditions ne présente pas un grand intérêt puisque de toute façon il faudrait écrire deux relations, l'une correspondant à la substitution des éléments grossiers aux fins, voisine de l'équation que nous venons d'établir, et celle décrivant le mélange d'éléments fins aux éléments grossiers.

Par contre, cette remarque prend tout son intérêt si nous nous référons à un modèle où il y a variation des effets de remplissage ou de substitution d'une manière continue en fonction de la quantité d'éléments grossiers introduits.

Ceci revient à remplacer le terme d'interaction

$$Bb_0 \frac{1 - B_0}{B_0}$$

par une nouvelle expression qui rend compte à la fois de la perturbation possible de l'arrangement des petits éléments d'une part, des éléments grossiers d'autre part.

Nous avons précédemment défini la quantité I comme représentant le volume réel de particules qui correspond à la seule interaction. Considérons un volume unitaire rempli par b_0 . Quand nous introduisons un volume réel B de gros éléments, le volume réel I alors atteint est une fonction croissante de la quantité relative B introduite, soit :

$$I = U \cdot \frac{B}{B_0}$$

Pour rendre compte d'un effet de perturbation, les valeurs de U seront telles que :

$$0 \leq U \leq b_0(1 - B_0)$$

Mais le coefficient U n'est qu'un terme constant, dont la valeur pour un mélange de deux populations données rend compte d'une interaction totale ou d'une perturbation liée au dérangement des petits éléments quand on introduit les gros.

Il nous faut également tenir compte du fait que l'introduction de gros éléments peut perturber l'arrangement des gros éléments déjà présents et qu'à la limite, l'introduction de B dans un massif contenant B_0 de gros éléments n'entraîne pas l'apparition d'un volume réel supplémentaire, I étant alors nul.

On peut rendre compte d'un tel mécanisme en écrivant que I est proportionnel au volume apparent non occupé par les gros éléments présents dans le mélange, soit :

$$1 - \frac{B}{B_0}$$

On a alors :

$$I = U \cdot \frac{B}{B_0} \cdot \left(1 - \frac{B}{B_0}\right)$$

Dans cette relation, où I est nul quand $B = B_0$, on peut exprimer l'importance de la perturbation de l'arrangement des gros éléments en remplaçant l'expression $\frac{B}{B_0}$ par $\left(\frac{B}{B_0}\right)^n$.

Pour n petit, la perturbation interviendra dès l'introduction d'une petite quantité de gros éléments. Pour des valeurs de n élevées, la perturbation n'interviendra que pour des teneurs importantes en éléments grossiers. La quantité I est définie par la relation :

$$I = U \cdot \frac{B}{B_0} \cdot \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^n \right]$$

qui portée dans la relation (4) aboutit à l'équation suivante, définissant les variations de V dans l'ensemble du système :

$$V = \frac{B(B_0 - b_0) + b_0 B_0 + UB \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^n \right]}{B_0} \quad (5)$$

La porosité totale se définit alors de la façon suivante :

$$P_0 = 1 - \frac{B(B_0 - b_0) + b_0 B_0 + UB \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^n \right]}{B_0}$$

La fonction proposée :

$$V = \frac{B(B_0 - b_0) + b_0 B_0}{B_0} + U \frac{B}{B_0} \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^n \right]$$

comprend en définitive deux termes représentant respectivement la loi d'additivité et une loi d'interaction.

Ce dernier terme :

$$I = U \frac{B}{B_0} \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^n \right]$$

— s'annule lorsque $n = 0$ ou lorsque $U = 0$. Le mélange est alors défini par la seule loi d'additivité ;

— est maximum lorsque n tend vers l'infini
et lorsque simultanément U tend vers $b_0(1 - B_0)$

$$I = \frac{B b_0}{B_0} (1 - B_0)$$

La fonction définissant V est alors de la forme :

$$V = \frac{B(B_0 - b_0) + b_0 B_0 + B b_0 (1 - B_0)}{B_0}$$

et en simplifiant :

$$V = B + b_0(1 - B)$$

Nous retrouvons la relation (2) définissant la loi d'interaction maximale dans le domaine des substitutions auquel est appliqué le coefficient U . Nous considérerons donc que n peut théoriquement varier de 0 à $+\infty$, et U de 0 à $b_0(1 - B_0)$, si l'on admet que les limites inférieures et supérieures de V pour une valeur donnée de B sont respectivement celles correspondant à la loi d'additivité et à la loi d'interaction sans perturbation.

Si nous revenons maintenant à la loi continue proposée, nous constatons qu'elle a la forme générale d'un polynôme en $\frac{B}{B_0}$ de degré $n + 1$.

$$V = b_0 + (B_0 - b_0 + U) \frac{B}{B_0} - U \left(\frac{B}{B_0} \right)^{(n+1)}$$

Sa dérivée v' par rapport à $\frac{B}{B_0}$:

$$v' = B_0 - b_0 + U - U(n+1) \left(\frac{B}{B_0} \right)^n$$

s'annule pour

$$\left(\frac{B}{B_0} \right)^n = \frac{B_0 - b_0 + U}{U(n+1)}$$

correspondant au minimum de porosité.

Aux limites de U et de n , il n'existe pas de solution déterminée lorsque U et $n \rightarrow 0$ (loi linéaire d'additivité) et $B \rightarrow B_0$ dans le cas de l'interaction sans perturbation.

Détermination de U et de n .

Les valeurs numériques de U et de n , caractéristiques de la loi de mélange de deux classes données de particules, peuvent être théoriquement calculées en écrivant que la fonction (5) passe par deux points expérimentaux d'ordonnées V_1 et V_2 et d'abscisses B_1 et B_2 , dans un système de coordonnées exprimant V et B sous forme de fractions d'un volume apparent unitaire.

Toutefois, le système de deux équations à deux inconnues, U et n , ne peut être résolu que par une méthode très laborieuse.

Aussi avons-nous utilisé le fait que lorsque B_0 est égal ou tout au moins peu différent de b_0 , la valeur maximale de V correspond à la valeur maximale du terme interaction I .

La dérivée de ce dernier par rapport à B/B_0

$$\frac{dI}{dB} = U \left[1 - (n+1) \left(\frac{B}{B_0} \right)^n \right]$$

s'annule pour une valeur de B indépendante de U . Il est donc possible d'obtenir la valeur de n en annulant l'expression

$$1 - (n+1) \left(\frac{B}{B_0} \right)^n$$

dans laquelle $\frac{B}{B_0}$ prend la valeur correspondant à l'abscisse du maximum expérimental.

n est alors obtenu à l'intersection des courbes représentatives des deux fonctions

$$y_1 = \frac{1}{n+1}$$

$$y_2 = \left(\frac{B}{B_0} \right)^n$$

ou encore après transformation logarithmique

$$\log y_1 = -\log (n + 1)$$

$$\log y_2 = n \log \left(\frac{B}{B_0} \right)$$

Les valeurs de n ainsi déterminées sont portées dans l'expression du volume de solide V au maximum expérimental. Le paramètre U est alors calculable numériquement à partir de la relation

$$U = \frac{VB_0 - b_0B_0 - (B_0 - b_0)}{B [1 - (B/B_0)^n]} B$$

dans laquelle V , B et n sont connus.

Application à des mélanges de billes de verre effectués à sec.

Nous avons d'abord appliqué ce mode de calcul au cas des mélanges de deux populations de billes de verre pour lesquels, en règle générale, B_0 est très peu différent de b_0 . L'hypothèse de base : coïncidence entre le maximum de V et le maximum du terme interaction, est alors vérifiée avec une très bonne approximation.

Le tableau 1 rassemble les résultats obtenus.

TABLÉAU I

Mélanges de billes étudiés	$B_0 - b_0$	n	U	U à la limite $b_0(1 - B_0)$
1 000 μ + 400 μ	0,006	2,8	0,107	0,233
400 μ + 50 μ	0,001	6,3	0,167	0,232
800 μ + 50 μ	0,003	10,5	0,187	0,231
1 000 μ + 50 μ	— 0,011	20,7	0,203	0,240

A partir de ces données, nous avons tracé les courbes théoriques de variation du volume solide V en fonction de la teneur pondérale du mélange en particules grossières et nous les avons comparées aux variations expérimentales (fig. 7 *a*, *b*, *c*, *d*).

On constate que, dans l'ensemble, les résultats concordent de façon très satisfaisante. En valeur absolue, les écarts de volume solide et donc de porosité par unité de volume apparent sont souvent inférieurs à 1 p. 100 et toujours inférieurs à 2 p. 100. Si l'on considère que les variations expliquées de porosité dépassent 15 p. 100 en valeur absolue, on peut conclure que le modèle proposé exprime valablement les variations de porosité de mélanges — en proportions variables — de deux classes de particules sphériques.

On peut alors tenter de vérifier la signification générale du modèle et de préciser le sens des paramètres U et n à partir de la comparaison des divers types de mélanges étudiés.

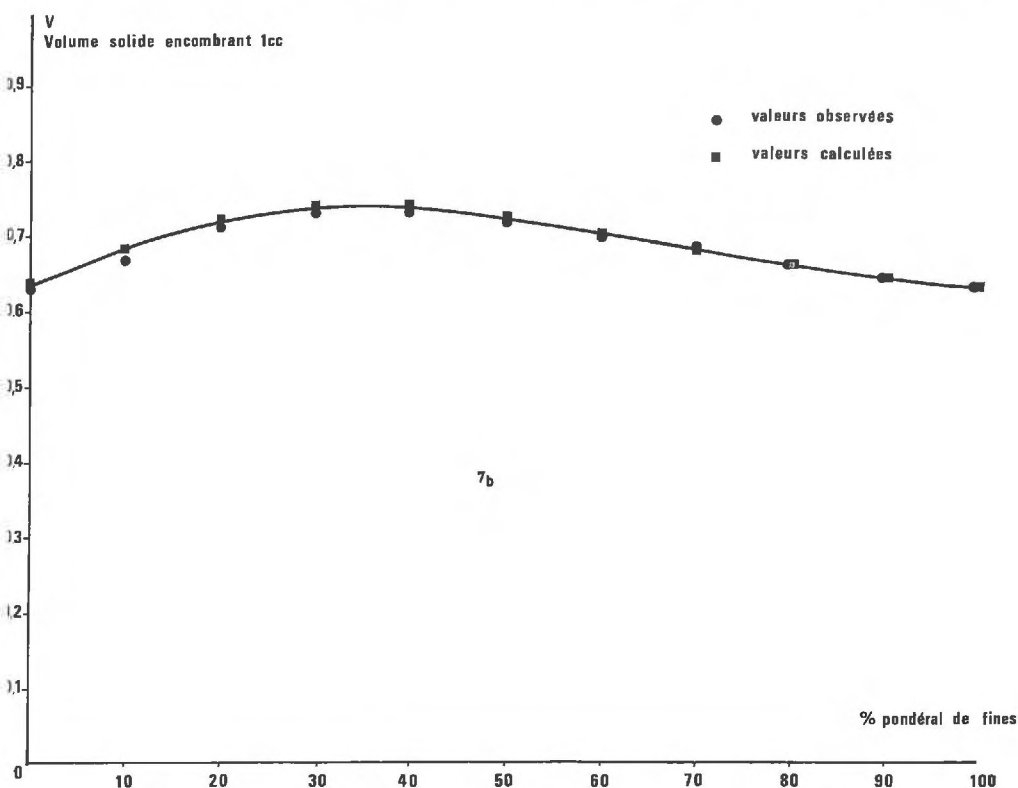
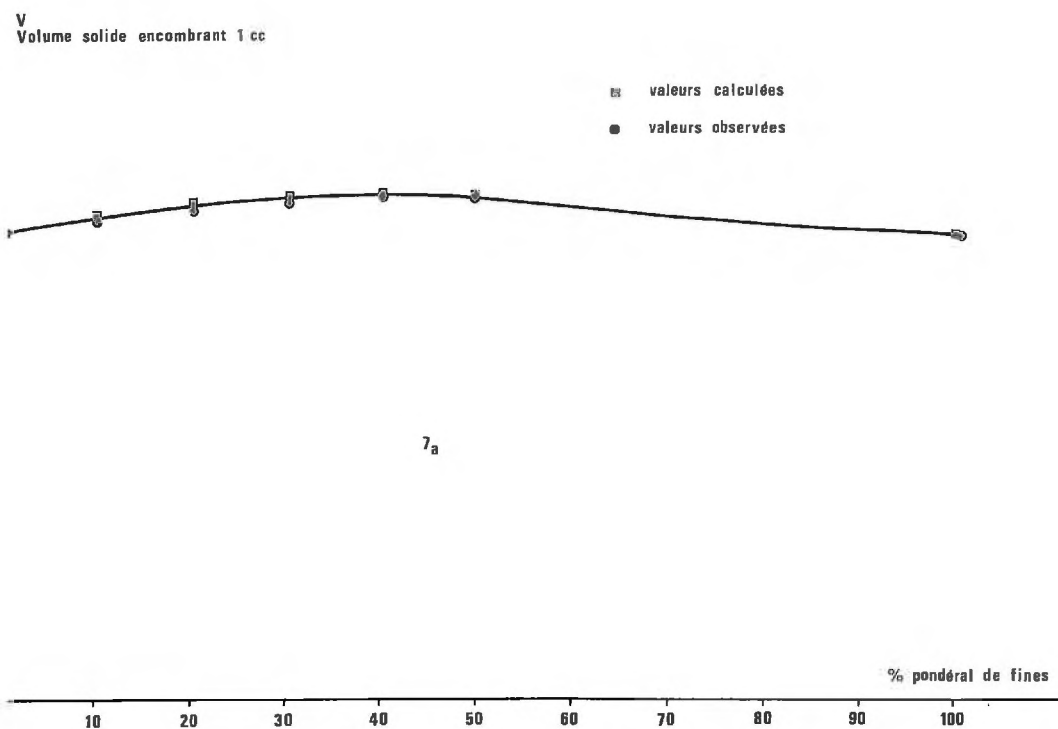


FIG. 7. — Comparaison des variations de V théoriques (calculées d'après le modèle continu) et expérimentales (obtenues avec des mélanges de billes de verre)

α : billes 1 000 μ — 400 μ b : billes 400 μ — 50 μ

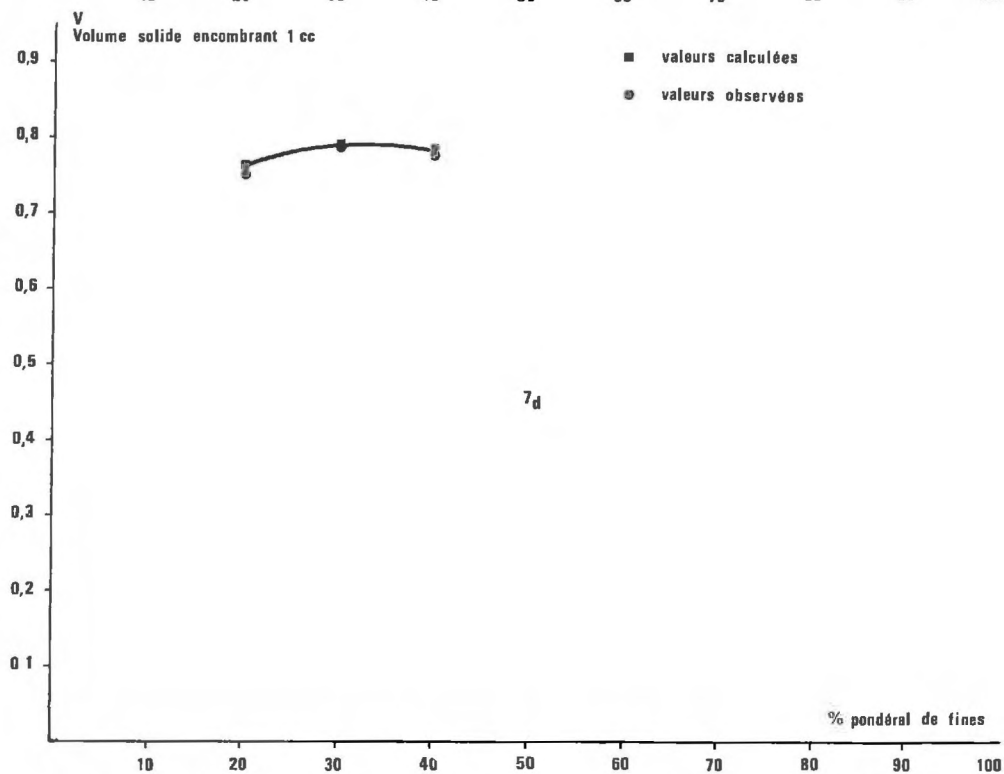
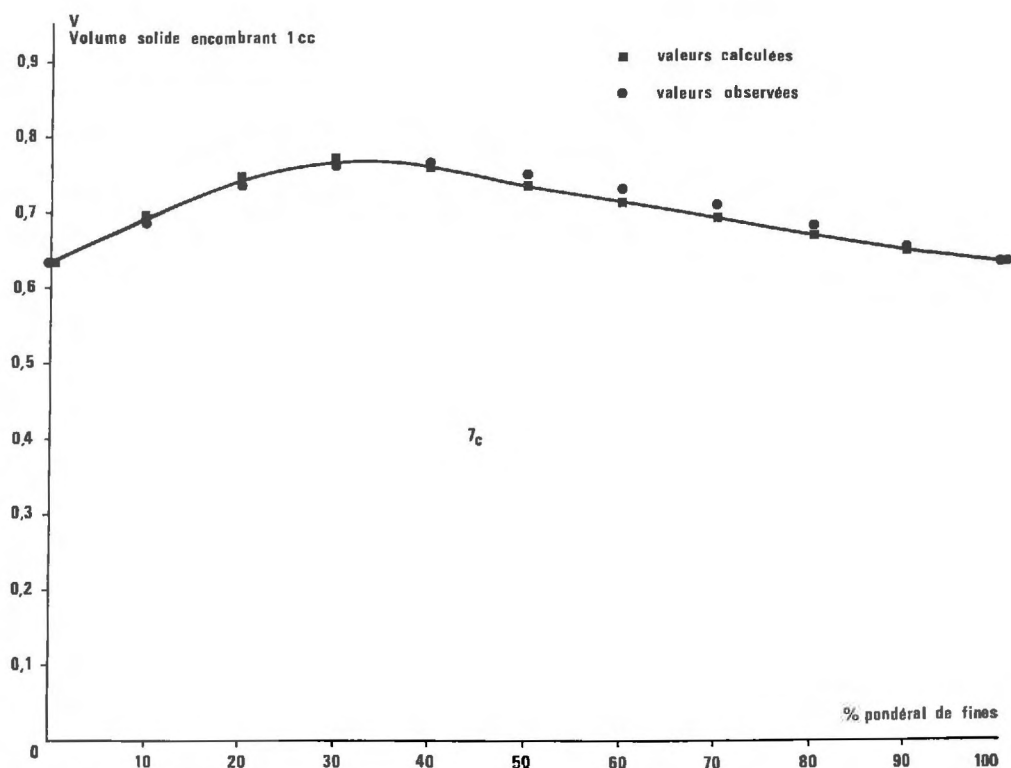


FIG. 7. — Comparaison des variations de V théoriques (calculées d'après le modèle continu) et expérimentales (obtenues avec des mélanges de billes de verre)
 c : billes 800 μ — 50 μ d : billes 1 000 μ — 50 μ

Globalement, on constate que le terme « interaction »

$$I = U \frac{B}{B_0} \left[1 - \left(\frac{B}{B_0} \right)^n \right]$$

qui croît avec U et n , apparaît lié au rapport $\frac{\varnothing B}{\varnothing b}$ des diamètres moyens des deux classes de particules associées. Les figures 8 a et 8 b présentent les variations de I maximum (a) et celles du pourcentage pondéral correspondant de grosses particules (b) en fonction de ce rapport. Pour $\frac{\varnothing B}{\varnothing b} = 1$, $I = 0$ et comme il s'agit d'un mélange virtuel de classes identiques de particules, on peut admettre pour des raisons de

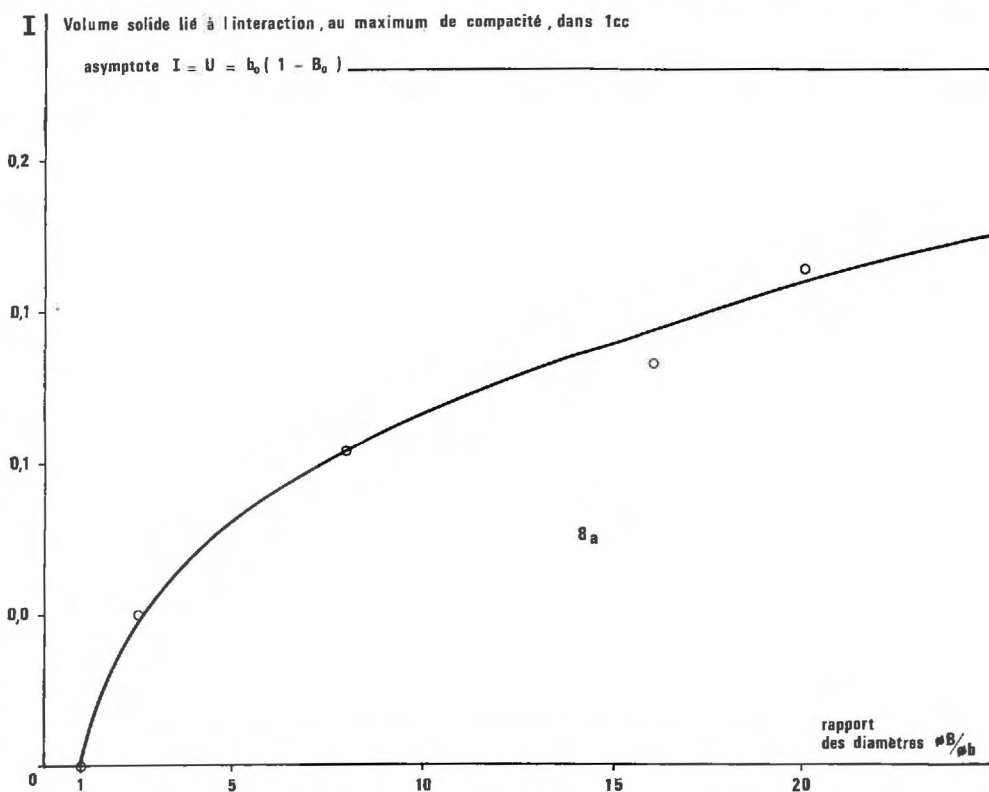


FIG. 8 a. — Variation du volume solide I lié à la seule interaction, en fonction du rapport des diamètres des classes de particules en présence, dans les mélanges au maximum de compacité.

symétrie que le pourcentage pondéral de particules « grossières » soit égal à 50.

Lorsque le rapport $\frac{\varnothing B}{\varnothing b}$ tend vers l'infini, il est raisonnable de penser que la loi qui régit le mélange est celle que nous avons appelée loi d'interaction simple. La valeur de I correspondant au mélange le plus compact tendrait alors vers $V_t - B_0$ (cf. p. 625), soit, en tenant compte de l'approximation $B_0 = b_0 = \beta_0$:

$$I \rightarrow \beta_0(1 - \beta_0) = U$$

Dans l'intervalle, au fur et à mesure que le rapport des diamètres caractéristiques des deux classes croît, le maximum de compacité (observé ou calculé) augmente et il est atteint pour des proportions croissantes de particules grossières.

L'interprétation physique de cette influence du rapport $\frac{\varnothing B}{\varnothing b}$ est en partie suggérée par l'examen des variations observées de U et de n en fonction de ce rapport (fig. 9) et de l'influence propre que leur place dans le modèle mathématique confère à ces paramètres.

On constate que U et n augmentent avec le rapport $\frac{\varnothing B}{\varnothing b}$. Comme pour les valeurs élevées de n , le terme $\left(\frac{B}{B_0}\right)^n$ intéresse surtout le domaine des compositions du mélange dans lequel des particules fines viennent occuper la porosité ménagée par les plus grossières, il est admissible qu'en l'absence de toute interaction physique entre les deux

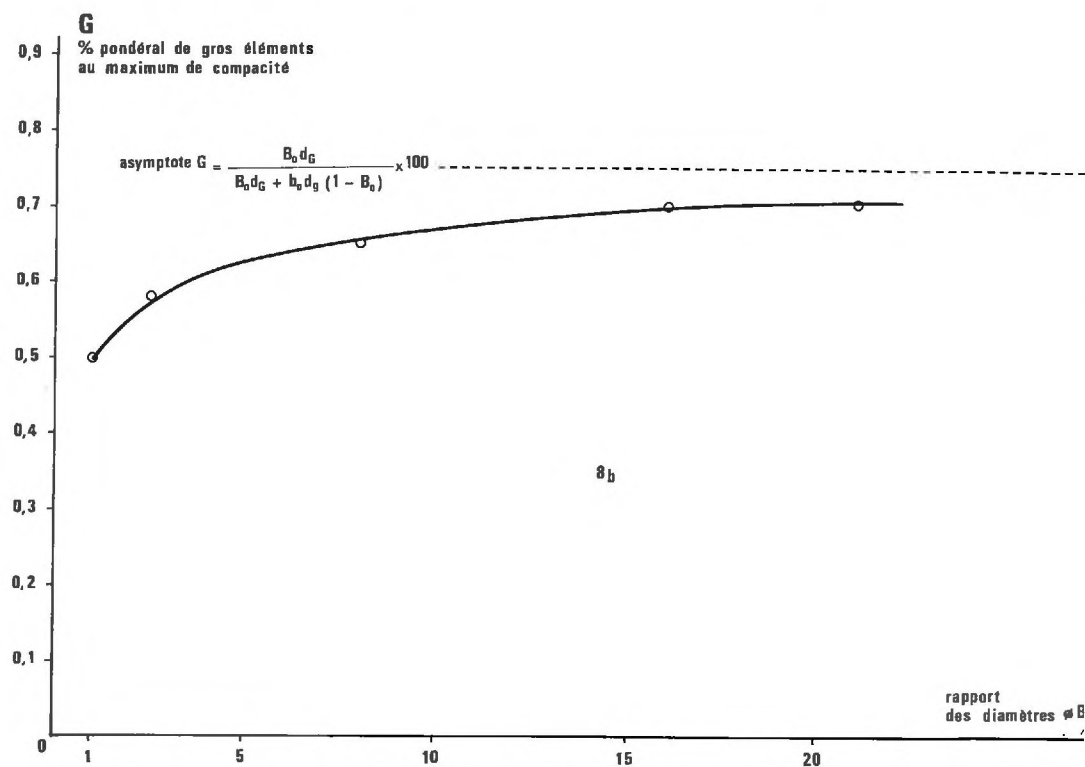


FIG. 8 b. — Variation de la teneur pondérale en gros éléments au maximum de compacité observé, en fonction du rapport des diamètres des classes de particules en présence.

classes de particules, le remplissage de la porosité $1 - B$ soit d'autant plus complet, d'autant moins perturbateur, et donc acquis pour des teneurs en particules fines d'autant plus faibles (pour une valeur de $B_0 = b_0$ donnée) que le rapport des diamètres est plus élevé.

Cas d'une série de mélanges de billes de verre de 2 mm et de limons de 20-50 μ .

Cette série représente un cas extrême de la gamme des mélanges de billes précédents. Elle a été étudiée pour estimer les possibilités d'extrapolation des variations de U , de n et du terme « interaction » à partir des éléments de courbes figurant au graphique 9.

Le rapport $\frac{\phi B}{\phi b}$ est, en effet, voisin de 100 pour cette série, le diamètre équivalent du limon 20-50 μ utilisé se situant peu au-dessus de 20 μ .

Ces mélanges n'ont pu être réalisés à sec, les particules fines s'écoulant à travers le massif des plus grossières comme à travers un tamis. Aussi, les avons-nous effectués en présence d'acide oléique dont la viscosité élevée (25,6 cPo à 30°C) permet de réduire cette tendance à la séparation.

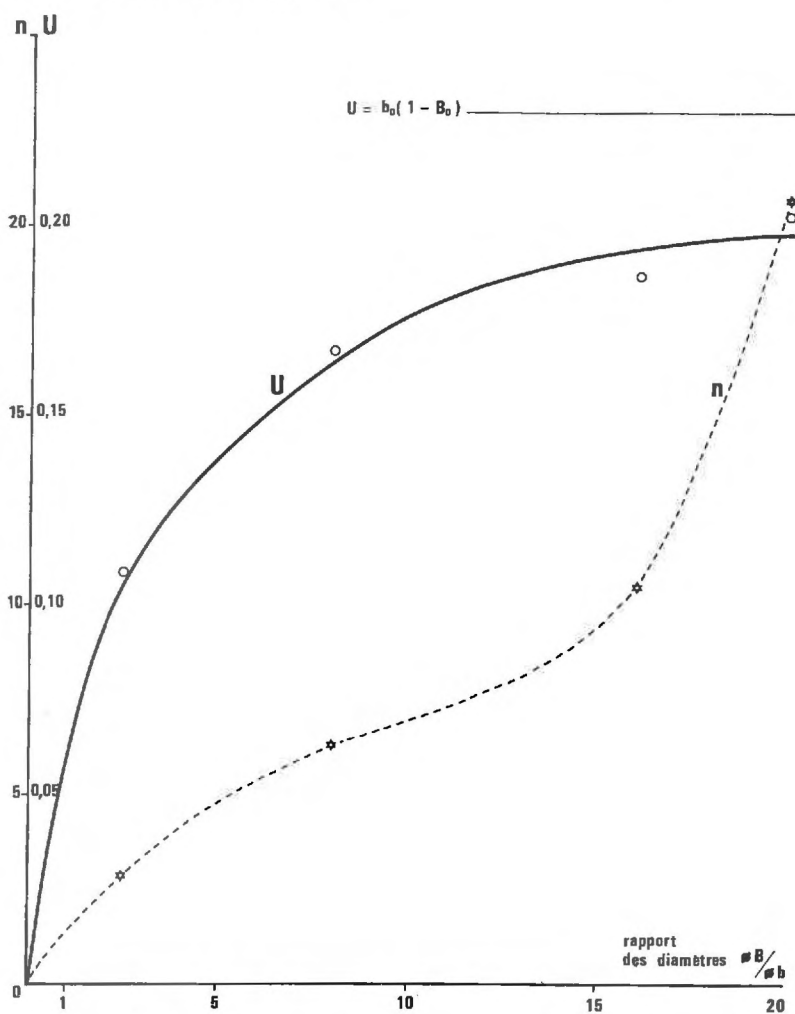


FIG. 9. — Variations observées des paramètres n et U du modèle théorique continu en fonction du rapport des diamètres des classes de particules en présence

On incorpore des quantités croissantes de billes de 2 mm à une pâte de limon et d'acide oléique dont la composition volumique est la suivante :

limon 20-50 μ = 49,4 p. 100 = b_0
 acide oléique = 49,15 p. 100
 air = 1,45 p. 100

Les valeurs observées de volume solide encombrant 1 cm³ de mélange sont indiquées à la figure 10. On constate que pour les teneurs pondérales en limon telles que $100 \geq L$, p. 100 ≥ 30 , les valeurs observées correspondent étroitement à celles calculées par la loi d'interaction simple, c'est-à-dire en supposant n infiniment grand et $U = b_0(1 - B_0)$.

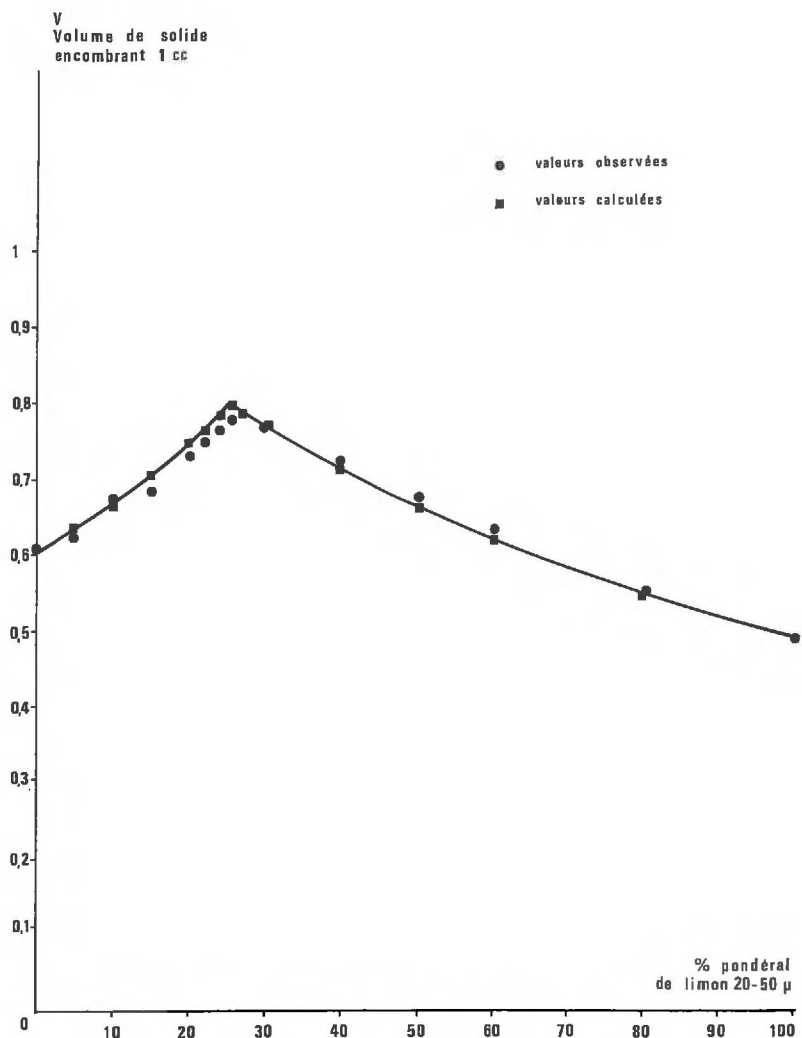


FIG. 10. — Vérification de la loi d'interaction simple dans le cas d'un mélange de particules à rapport de diamètres élevé (billes 2 000 μ ; limon 20 μ -50 μ) ne présentant pas d'organisation marquée des petits éléments

Pour les teneurs en limon inférieures à 30 p. 100, l'accord avec la loi de remplissage ($V = B_0 + b$) bien qu'encore très satisfaisant est un peu moins bon. Les conditions de préparation ayant dû être, pour des raisons techniques, légèrement modifiées dans un sens entraînant une variation de b_0 .

Il reste que se trouve vérifiée la loi empirique reliant U et n d'une part, $\frac{\phi}{\phi_0} \frac{B}{b}$ d'autre part, dans le cas où les interactions physiques et physicochimiques entre les constituants du mélange sont négligeables.

Application à des matériaux terreux.

Il s'agit d'échantillons artificiels constitués par des mélanges binaires d'argile et de limon effectués dans des conditions standard.

La procédure est celle qui a été proposée par KHEYRABI et MONNIER (1968) et utilisée par FRÈS (1970).

Rappelons qu'elle comporte le malaxage à une humidité convenable des deux classes de particules (dans les proportions choisies), le ressuyage sur Büchner de la pâte ainsi obtenue, suivi d'un séchage à l'étuve à 105°C. La porosité du matériau est calculée à partir de la densité réelle du mélange et de sa densité apparente mesurée par la méthode du vernis, soit sur l'échantillon sec, soit sur l'échantillon saturé en eau par humectation sous vide à partir d'une plaque poreuse pour limiter les risques d'apparition d'une porosité « structurale » de fissures.

Nous examinerons ici deux exemples :

- une série de mélanges associant des proportions croissantes d'une argile de sol à du limon 2-50 μ (série AL),
- une série de mélanges homologues constitués d'une kaolinite de gisement et d'un limon 2-20 μ (série KI).

La première série a été étudiée à l'état sec, la seconde à saturation, c'est-à-dire après gonflement.

Les valeurs de B_0 (limon) et b_0 (argile humide ou sèche) correspondant aux différents constituants sont les suivantes :

Argile extraite d'un sous-sol limoneux (A) (état sec 105°) ..	$b_{01} = 0,593$
Limon 2-50 μ (L)	$B_{01} = 0,570$
Kaolinite K saturée en eau	$b_{02} = 0,400$
Limon 2-20 μ (I)	$B_{02} = 0,530$

Les valeurs de B_0 et b_0 ont été déterminées sur des massifs de chacun des 4 constituants pris à l'état pur mais ayant subi une préparation correspondant à celle du mélange dans lequel ils doivent être introduits.

Détermination des paramètres U et n .

Les valeurs de B_0 et b_0 correspondant à une série de mélanges donnés peuvent être ici différentes l'une de l'autre ; cela est particulièrement net pour la série KI à saturation et le sera dans tous les cas où l'on s'intéresse à la porosité de mélanges d'argile humide et d'un squelette quelconque. Nous avons cependant admis que le maximum de compacité coïncidait approximativement avec le maximum du terme

« interaction ». Cette approximation, qui rend possible la suite des calculs, implique *a priori* que le paramètre U — qui a les dimensions d'un volume = corrige dans une certaine mesure la différence $B_0 - b_0$. Elle est justifiée par l'examen des courbes expérimentales.

Sur ces bases, les valeurs de U et de n calculées comme précédemment à partir des coordonnées observées du maximum expérimental de compacité, figurent dans le tableau ci-dessous :

Mélanges étudiés.....	$B_0 - b_0$	n	U	$b_0(1 - B_0)$
Série AL (sec)	— 0,023	2,1	0,19	0,255
Série Kl (saturation)	0,130	8,1	0,115	0,188

Les figures 11 *a* et *b* permettent de comparer, sur ces deux exemples, les courbes théoriques et expérimentales représentatives des variations de porosité.

Bien que l'accord soit moins satisfaisant que dans le cas des mélanges de billes les différences ne dépassent pas 2 p. 100 à 3 p. 100 de porosité. Les écarts les plus notables entre valeurs observées et mesurées se situent, par ailleurs, dans la gamme des mélanges correspondant à la phase de « remplissage », pour laquelle le terme interaction dépend essentiellement de U . Ce dernier, calculé selon l'hypothèse $B_0 = b_0$, se trouve sous-estimé dans la série AL et surestimé dans la série Kl.

En ce qui concerne l'interprétation physique de la perturbation, on peut noter que, bien que dans les deux exemples retenus, $\varnothing B$ soit très élevé, ce rapport ne détermine plus, comme dans le cas du mélange de billes, les valeurs de U et de n . C'est seulement en se référant aux schémas d'arrangement élémentaire, tirés par FIÈS de l'étude de la porosité matricielle de mélanges binaires, que l'on peut ici estimer le mécanisme de la perturbation.

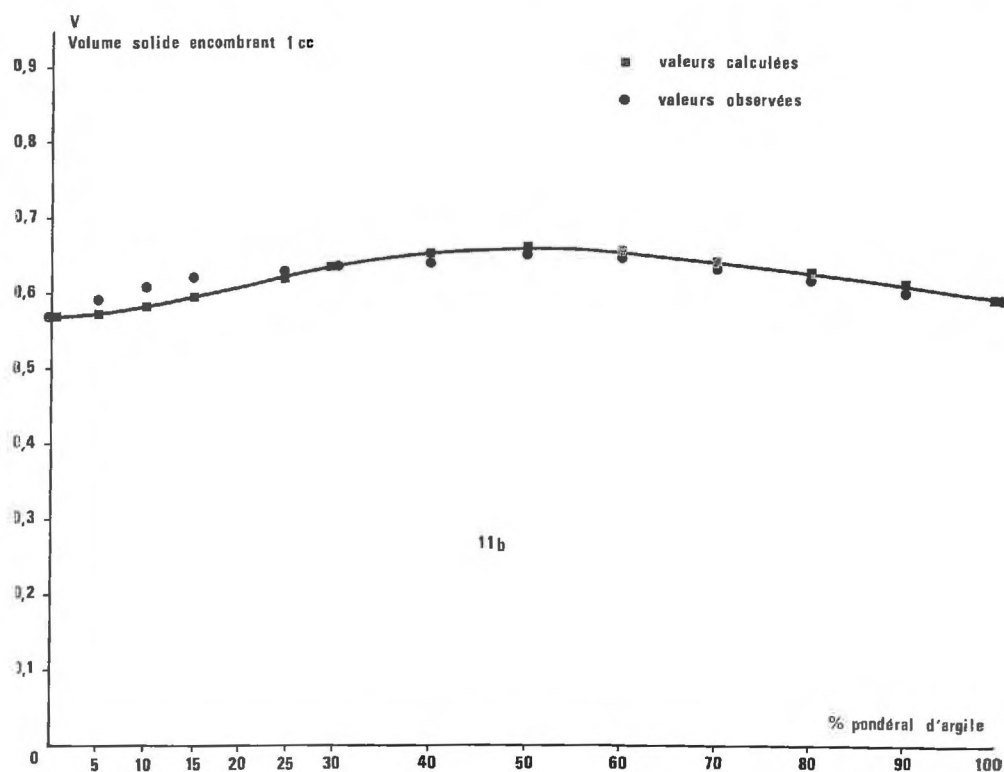
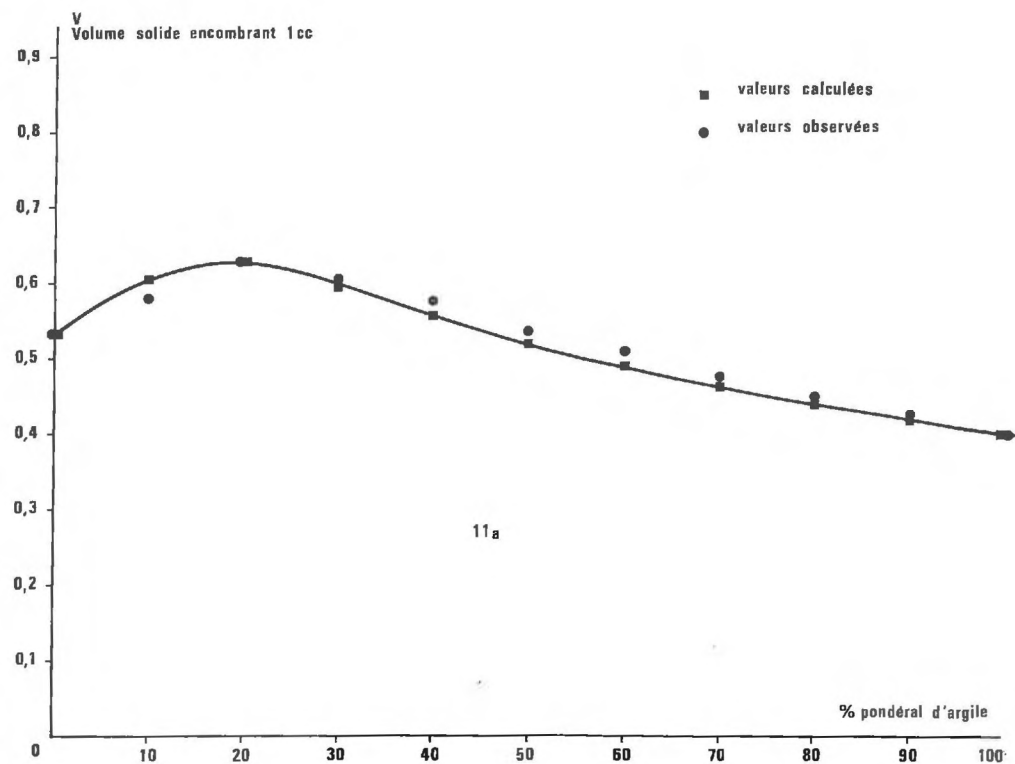
1. Dans le cas des mélanges Kl étudiés à l'état humide, le terme $\left(\frac{B}{B_0}\right)^n$ est négligeable tout au long de la phase de substitution. Le terme interaction y est alors de la forme $I = U \frac{B}{B_0}$, avec U faible. Cela signifie que la perturbation liée au remplacement de la pâte argileuse par des particules grossières est importante : en d'autres termes, l'introduction de ces particules provoque une réorganisation de la pâte argileuse telle que la porosité totale soit augmentée de façon proportionnelle à B . Ceci peut être rapproché de la constatation faite par FIÈS que dans le cas de mélanges à base de kaolinite, même humide, on n'observe de phase argileuse continue que pour des matériaux constitués d'argile presque pure.

Notons que, dans ce cas, l'influence de U peut être rapprochée de celle du paramètre γ , introduit page 630, pour traduire les effets de perturbation de l'arrangement des éléments fins. Cette comparaison peut porter sur la forme même des modèles correspondants.

FIG. 11. — Exemple de prévision de V à l'aide d'un modèle théorique continu dans le cas de matériaux terreux

La fraction argileuse s'est en partie organisée autour des éléments du squelette, au cours d'une phase de dessiccation postérieure au mélange des constituants.

- a) Échantillons préparés par mélange d'une pâte d'argile extraite d'un sol et d'un limon 2 μ -50 μ , puis séchés.
- b) Échantillons préparés par mélange d'une pâte de kaolinite et de limon 2 μ -20 μ , séchés puis saturés en eau.



Rappelons qu'avec un terme $\left(\frac{B}{B_0}\right)^n$ négligeable, le volume V est ici :

$$V = \frac{B(B_0 - b_0) + b_0 B_0}{B_0} + U \frac{B}{B_0}$$

qui peut être mis sous la forme

$$V = B + b_0 \left(1 - \frac{b_0 - U}{B_0 b_0} B\right)$$

comparable avec l'équation 2' (p. 630) :

$$V = B + b_0(1 - \gamma B)$$

valable dans le domaine des substitutions.

Les deux expressions de V sont identiques

pour
$$\gamma = \frac{b_0 - U}{b_0 B_0}$$

Avec cette condition,

— lorsque $U \rightarrow 0$,

$$\gamma \rightarrow \frac{1}{B_0},$$

les deux modèles expriment la loi de non interaction ;

— lorsque $U \rightarrow b_0(1 - B_0)$,

$$\gamma \rightarrow 1,$$

les deux modèles expriment la loi d'interaction simple sans perturbation ;

— pour $0 < U < b_0(1 - B_0)$,

$$1 < \gamma < \frac{1}{B_0},$$

les deux modèles expriment la même perturbation des éléments fins dans le domaine des substitutions.

2. Dans le cas de la série AL étudiée à l'état sec, le paramètre U n'est que peu inférieur à la valeur limite $b_0(1 - B_0)$, ici égale à 0,25. Comme n est faible, la perturbation liée au terme $1 - \left(\frac{B}{B_0}\right)^n$ est perceptible tout au long de la courbe, bien que plus marquée pour les valeurs de B proches de B_0 .

A cet égard, l'interprétation de U et de n , c'est-à-dire la recherche d'une relation éventuelle avec les caractéristiques du mélange, est tout aussi impossible que dans le cas précédent. Seul, l'effet global de perturbation qu'ils expriment peut être rapproché des mêmes observations de FIÈS sur l'organisation de l'argile autour des éléments du squelette.

Dans les deux exemples étudiés ici, les conditions de préparation des échantillons, à savoir un ressuyage et un séchage à 105°C, suivis ou non d'une réhumectation sous vide à saturation, semblent donc jouer un rôle déterminant en favorisant un arrangement élémentaire « organisé ».

Ce fait est confirmé, *a contrario*, par l'étude de mélanges dans lesquels on a volontairement cherché à limiter la mise en place de l'argile autour des éléments du squelette.

Dans ce but, les mesures de volume apparent à l'état humide ont été pratiquées aussitôt après le malaxage, les manipulations étant effectuées en atmosphère saturée en vapeur d'eau pour éviter toute évaporation. Ce type de préparation a porté sur une série de mélanges associant à une pâte d'argile de sol A, à 248 p. 100 d'humidité pondérale correspondant à un $b_0 = 0,125$, des proportions croissantes d'un limon quartzueux 2-50 μ .

On peut constater (fig. 12) que tant que les mélanges ont été techniquement réalisables dans de bonnes conditions, c'est-à-dire pour les teneurs en argile ≥ 20 p. 100 (poids d'argile sèche pour 100 g de mélange sec), l'accord est tout à fait satisfaisant entre les valeurs observées et les valeurs calculées selon la loi d'interaction simple, avec $b_0 = 0,125$ et $B_0 = 0,54$ (courbe 1).

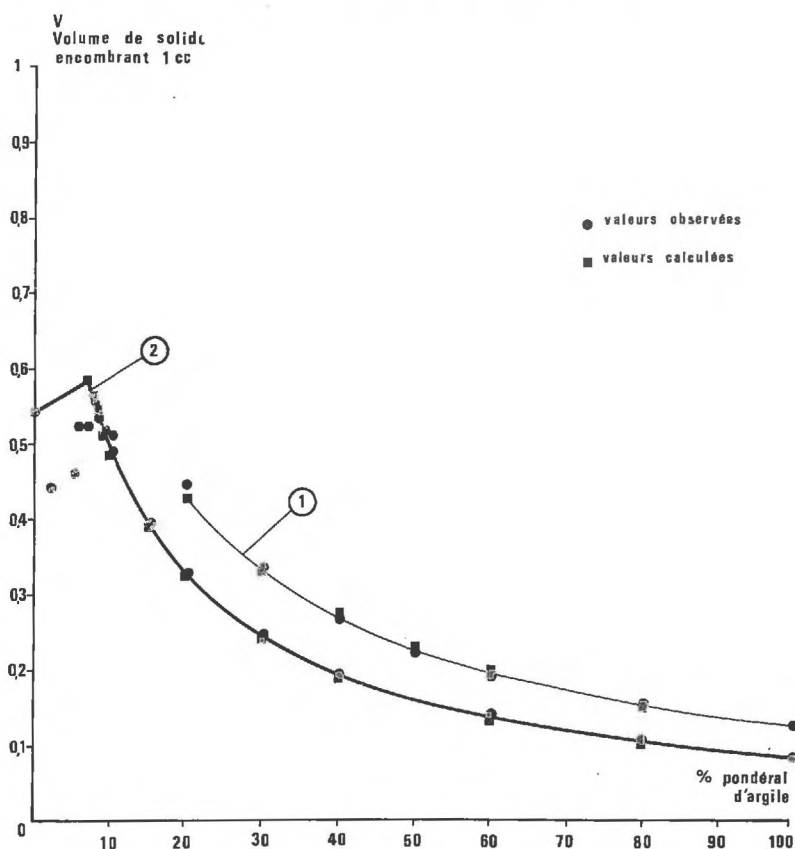


FIG. 12. — Vérification de la loi d'interaction simple dans le cas de mélanges non séchés d'une pâte argileuse et d'un limon 2 μ -50 μ .

Pour les teneurs en limons supérieures à 80 p. 100, le mélange se fait mal, la quantité d'eau apportée par l'argile devenant insuffisante pour assurer la lubrification. Nous avons alors utilisé une pâte argileuse plus humide (391 p. 100 d'humidité pondérale). La valeur de b_0 est dans ces conditions abaissée à 0,085 ; à nouveau les valeurs observées se placent sur la courbe (2) figurant les variations de volume

solide calculées suivant la loi d'interaction correspondant à la nouvelle valeur de b_0 , et cette fois, l'accord est satisfaisant jusqu'à des teneurs en argile légèrement inférieures à 10 p. 100 ; pour des taux plus faibles encore, on constate à nouveau l'impossibilité de réaliser des mélanges homogènes en raison de l'insuffisance de la quantité d'eau présente. La manipulation peut théoriquement être reprise avec des pâtes argileuses encore plus humides. Toutefois, les valeurs de b_0 correspondantes deviennent très faibles et le domaine de remplissage $V = B_0 + b$ devient trop étroit pour que la vérification de la loi d'interaction simple y soit possible de façon précise.

Il reste qu'avec ce mode particulier de préparation ne comportant aucun retrait de la phase argileuse, la loi d'interaction simple se trouve strictement vérifiée dans le domaine de « substitution » $[V = B + b_0(1 - B)]$.

L'influence de l'« histoire hydrique » d'un matériau contenant de l'argile sur la loi d'interaction (qui régit la variation de sa porosité en fonction de sa constitution) est donc précisée :

— en l'absence de toute phase de ressuyage et (ou) de séchage, c'est la loi d'interaction simple qui intervient : les particules argileuses se comportent comme des billes de diamètre infiniment petit par rapport à celui des éléments de squelette. Ce comportement observé est une bonne vérification du passage à la limite du modèle général lorsque le rapport $\frac{\varnothing B}{\varnothing b}$ tend vers l'infini ;

U et n tendent alors respectivement vers $b_0(1 - B_0)$ et vers $+\infty$, le terme interaction I tendant alors vers son maximum correspondant à la loi d'interaction simple ;

— lorsque l'échantillon subit une perte d'eau, il s'ensuit une réorganisation de l'argile, qui persiste même après une réhumectation jusqu'à saturation en eau de la porosité. Cette structuration entraîne une perturbation conduisant à un gain de porosité. L'argile ne peut plus être considérée comme un massif inerte de très fines particules, et la signification de U et de n est, de ce fait, beaucoup plus complexe.

CONCLUSIONS

Au cours de ce travail, nous avons confronté le résultat de mesures de porosité à des valeurs calculées à partir d'une série de modèles qui explicitaient les conséquences de diverses modalités d'arrangement des particules mises en mélange.

Dans certains cas privilégiés, des lois simples sont applicables : tout se passe comme s'il n'y avait pas d'interaction (additivité) ou comme si l'interaction entre les particules présentes n'entraînait aucune perturbation réciproque (interaction simple). Dans ces deux cas, la porosité d'un mélange binaire de composition donnée peut être calculée à partir des seuls volumes réels B_0 et b_0 encombrant un volume apparent unitaire, supposés caractéristiques de chacune des deux classes de particules associées. Nous avons montré toutefois qu'il s'agit là de cas limites correspondant, le premier, au mélange de deux classes identiques de particules, le second, au mélange à des particules d'une taille donnée de particules beaucoup plus petites. Leur intérêt essentiel est de fournir des références simples et générales pour l'étude de mélanges dont les caractéristiques sont plus complexes. Ces derniers présentent, en général, des porosités intermédiaires entre ces deux porosités de référence.

Deux cas peuvent alors se présenter :

— Lorsque les deux classes de particules ne sont susceptibles que d'interactions de type mécanique ou stérique (mélanges de particules inertes : billes de verres, sables, limons quartzeux), on peut évaluer la porosité résultant de leur association en faisant intervenir des effets de perturbation dont les paramètres représentatifs dépendent, selon une loi empirique, du rapport des diamètres moyens de chacune des deux classes. Les variations de porosité en fonction de la composition de tels mélanges peuvent être représentées par une famille de courbes correspondant chacune à un rapport de diamètres donnés. Cette conclusion, qui s'appuie sur des mesures directes de porosité, a déjà été proposée par FURNAS (1929) au terme d'une démarche tout à fait différente puisqu'elle procédait de calculs de porosité à partir de mesures de flux gazeux à travers les échantillons étudiés. Cette conséquence est un argument important en faveur de la généralité des résultats que nous avons présentés (FURNAS opérait avec des particules de taille, de forme et de nature très différentes des nôtres) et aussi des possibilités d'applications pratiques qu'ils offrent.

— Pour la plupart des matériaux terreux, une interaction physique ou physico-chimique se manifeste entre les deux types de particules associées : un exemple en est fourni par l'organisation de l'argile autour des éléments du squelette observée par FIÈS (1971) dans le cas d'échantillons séchés ou réhumectés après séchage. La perturbation qui en résulte peut être représentée par les mêmes modèles généraux ; toutefois les paramètres correspondants n'ont pu être rattachés de façon simple aux caractéristiques des deux classes de particules constituant le mélange. Ils ne peuvent donc être obtenus, pour l'instant, qu'à partir de l'ajustement du modèle à des valeurs expérimentales.

S'ils conservent leur pouvoir de description et permettent toujours des comparaisons, il n'est possible de les utiliser pour les prévisions que par intrapolation entre des résultats de mesures. L'interprétation de la porosité texturale de tels matériaux ne pourra s'appuyer sur les modèles proposés que lorsque les paramètres U et n , traduisant la perturbation globale par rapport aux porosités de références, pourront être rattachés aux caractéristiques des particules qui influent sur les mécanismes de la perturbation. La poursuite des recherches sur la mise en place de l'arrangement élémentaire, et en particulier sur l'influence des propriétés de gonflement et d'orientation de la phase argileuse, semble susceptible de conduire à de tels résultats.

Reçu pour publication en août 1972.

SUMMARY

STUDY OF SOME LAWS GOVERNING POROSITY OF LOOSE MATERIALS

This is a study of textural porosity understood as the fractional part of soil porosity depending on the sole relative disposition of elementary particles.

Textural porosity values, measured on binary mixtures of various materials have been compared with computed values derived from theoretical models embodying particles arrangement laws.

Two simple laws, built upon the sole initial porosity values of each particles class, account for the extreme variations of textural porosity :

- the « non interaction » law states that the system porosity varies continuously between the limit values of initial porosities,
- the « simple interaction » law states that the system porosity passes through a marked low point with regard to the initial porosity values.

Within the so delimited range, a continuous theoretical model calls upon « disturbance effects » acting upon the constitutive elements arrangement to account for the observed porosity values. Where the interactions between constitutive particles are of a sterical nature only, the disturbance parameters are related, following an empirical law, to the elementary particles size. In the case of earthy materials with a hydric record, a physical interaction, bound to the way in which clay organizes itself around the skeletal elements, takes the place of the « crowding effect », thereby rendering the interpretation of disturbance parameters rather difficult.

ZUSAMMENFASSUNG

UNTERSUCHUNG EINZELNER DER POROSITÄT VON SCHÜTTSTOFFEN BESTIMMENDER GESETZMÄSSIGKEITEN

Diese Arbeit betrifft die texturale Porosität welche ein Teil der Gesamtporosität ist und nur von der einzigen relativen Einrichtung der anwesenden Elementarteilchen abhängt.

Auf binären Mischungen von verschiedenen Materialien erlangene Messungen dieser Porosität sind mit gerechneten Werten gegenübergestellt. Diese Werte sind ab theoretischen Modellen, die Ordnungsregel zwischen Elementarteilchen ausdrücken, eingeführt.

Zwei einfache Gesetze legen über die äussersten Veränderungen der texturalen Porosität, nur mit den jeder benutzten Klassen anfänglichen Porositätswerten Rechenschaft ab :

- Das Uneinwirkungsgesetz, wo die Porosität des Systems auf eine ununtergebrochene Weise zwischen der angrenzenden Werten der anfänglichen Porositäten sich abändert ;
- Das Eineinwirkungsgesetz, wo die Porosität des Systems durch eine in Beziehung auf die Werten der anfänglichen Porositäten sehr hervorragender Minimum überschritt.

On dieses so begrenzte Gebiet lässt ein ununtergebrochenes theoretisches Modell Störungen in der Ordnung der Bildelementen dazwischentreten ; dieses Modell verträgt sich mit den gemessenen Werten der Porosität. Für einzigen sterischen Einwirkungen hängen die Parameter der Störung einem empirischen Gesetz gemäss, von der Grösse der Elementen ab. Für vorher durch Wassereinwirkung abänderte Bodenelementen, besteht eine Anordnung der Tonminerale um die Elementen des Gerippes herum ; diese Anordnung verursacht eine physikalische Einwirkung die sich an der Versperrungseffekten unterscheidet, und die Störungsparameterauslegung schwierig macht.

РЕЗЮМЕ

Изучение некоторых закономерностей порозности.

Ж. К. ФИЕС, С. ХЕНЕН, Г. МОНЬЕ при техническом сотрудничестве К. ЖАНДЕ.

Общая порозность почвы является следствием комбинированного действия физических, механических, биологических, или химических факторов на составляющий эту почву материал, и относительного расположения элементарных ее частичек. В данной работе проанализирован этот последний аспект, с помощью различных теоретических моделей.

Модели эти поясняют последствия некоторых правил об'единения частичек двух категорий для порозности, и из сравнения величин порозности рассчитанных с помощью этих моделей, с экспериментальными данными, делаются следующие выводы :

- в крайних случаях одинаковости размеров частичек взаимодействия не наблюдается и это означает что порозность смеси является средней уравновешенной обеих категорий частичек;
- во всех остальных случаях обнаруживаются более, или менее комплексные взаимодействия. Значит, общая порозность смеси меньше чем порозность каждой категории составляющей смесь, рассматриваемой в качестве характерной для каждой из них. В виду того, что применяющиеся соотношения не принимают во внимание ни форму частичек, ни геометрию их размещения, типы взаимодействия указывающие на изменения порозности можно истолковывать в зависимости от размещения составных. Данная работа является, значит, синтетическим решением задачи и может служить примером применения предлагающихся моделей в качестве приема для анализа.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- FIÈS J.-C., 1970. Recherche de paramètres facilitant l'interprétation de l'analyse granulométrique en physique du sol : influence de la surface spécifique des éléments du squelette sur la stabilité structurale. *Sci. Sol.*, **2**, 27-37.
- FIÈS J.-C., 1971. Recherche d'une interprétation texturale de la porosité des sols. *Ann. agron.*, **22**, 6, 655-685.
- FURNAS C. C., 1929. Flow of gases through beds of broken solids. *Bur. Mines. Bull.*, **307**, 1-139.
- GRATON L. C., FRASER H. J., 1935. Systematic packing of spheres with particular relations to porosity and permeability. *J. Geology*, **43**, 785-909.
- HÉNIN S., FIÈS J.-C. et MONNIER G., 1970. Étude théorique de la porosité des matériaux meubles en fonction de leur composition granulométrique. *C. R. Acad. Sci.*, **271**, 1960-1963.
- KHEYRABI D., MONNIER G., 1968. Étude expérimentale de l'influence de la composition granulométrique des terres sur leur stabilité structurale. *Ann. agron.*, **19**, 2, 129-152.
-