



HAL
open science

Etude theorique de la porosite des materiaux meubles en fonction de leur composition granulometrique

S. Henin, J.C. Fiès, Gwendal Monnier

► **To cite this version:**

S. Henin, J.C. Fiès, Gwendal Monnier. Etude theorique de la porosite des materiaux meubles en fonction de leur composition granulometrique. Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences. Série D, Sciences naturelles, 1970, 271, pp.1960-1963. hal-02729212

HAL Id: hal-02729212

<https://hal.inrae.fr/hal-02729212>

Submitted on 2 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AGRONOMIE. — *Etude théorique de la porosité des matériaux meubles en fonction de leur composition granulométrique.* Note (*) de MM. Stéphane Henin, Jean-Claude Fies et Gérard Monnier, présentée par M. Jean Orcel.

Les propriétés physiques des terres, et en particulier leur porosité, dépendent de leur composition granulométrique suivant des relations complexes qui caractérisent « l'effet texture ».

L'objet de cette Note est de présenter un modèle théorique permettant de rattacher la porosité d'un échantillon à certaines caractéristiques de sa granulométrie. Pour établir une relation générale entre ces deux séries de variables, il faudrait pouvoir décrire l'arrangement des particules constitutives en fonction de leur taille, de leur forme et de leur proportion : cette méthode ne semble pas utilisable étant donné le nombre de paramètres à considérer et la difficulté que l'on éprouve à les évaluer. Nous avons alors simplement cherché à calculer les variations de porosité pour un système constitué de deux classes de particules qualifiées schématiquement de grosses et de petites. Nous tenterons ensuite, à partir de ces relations, de caractériser des systèmes correspondant à des cas concrets.

Pour effectuer ce calcul, nous admettons qu'il existe un arrangement-type correspondant à une porosité minimale pour un échantillon de particules de taille donnée. De plus, dans un premier temps, nous ferons l'hypothèse que l'arrangement des éléments de petite taille n'est pas modifié par l'introduction de particules de grosse taille.

Dans un échantillon de volume total, V_t , il existe un volume V_s , d'éléments solides et un volume des vides, V_v , tels que : $V_t = V_s + V_v$, V_v/V_t représentant la porosité P . Dans la suite des calculs, nous partirons toujours d'un volume apparent V_t égal à l'unité. De ce fait, si nous posons que les volumes réels occupés par les particules de grande et de petite tailles sont B et b respectivement, le volume total de la phase solide est $B + b$ d'où $P = 1 - B - b$ (1).

Considérons d'abord l'évolution de la porosité d'un système constitué initialement par des éléments de petite dimension et défini par la relation $P_{0_1} = 1 - b_0$. Si on introduit un volume B de grosses particules, compte tenu de nos hypothèses, chaque grosse particule remplace un volume constitué par des petits éléments et par le volume de vide qui se trouve inclus entre eux. La proportion de petits éléments contenus dans ce volume est $b_0/(b_0 + P_{0_1})$. Le volume réel $d(b)$, déplacé par un volume $d(B)$ est tel que $d(b) = d(B) \times (b_0/b_0 + P_{0_1})$. Comme le dénominateur $(b_0 + P_{0_1})$ est égal à 1, $d(b) = d(B) b_0$. Après l'introduction d'un volume B de gros éléments, le volume de petits éléments est $b = b_0 - Bb_0$, équation qui, portée dans (1), donne $P = 1 - b_0 - B(1 - b_0)$ (2), soit $P = (1 - b_0)(1 - B)$. La porosité est donc égale au produit de la porosité initiale des petits éléments par la porosité matricielle des gros, c'est-à-dire la fraction du volume unitaire non occupé par ceux-ci.

Toutefois, il n'est pas possible d'introduire dans le système plus de gros éléments que l'on ne peut en empiler dans le même espace quand ils sont au contact avec

l'arrangement correspondant à leur compacité maximale possible, soit B_0 ce volume. Il existe donc une porosité minimale correspondant à $P_m = (1 - b_0)(1 - B_0)$, c'est-à-dire au produit des porosités caractéristiques de chacun des deux systèmes.

Si nous partons maintenant d'un système constitué de gros éléments ayant une porosité $P_{0_2} = 1 - B_0$ on peut envisager d'introduire des petits éléments dans l'espace libre existant entre les gros. L'équation (1) devient alors $P = 1 - B_0 - b$ (3), qui restera valable jusqu'au moment où les petits éléments occuperont tous les interstices disponibles avec leur tassement maximal, ce qui nous ramène au cas précédent. La porosité d'un tel système diminue donc également d'une façon linéaire depuis la valeur $P_{0_2} = 1 - B_0$ jusqu'à $P = (1 - B_0)(1 - b_0)$.

On peut également exprimer les porosités en fonction de la composition des mélanges. Si nous posons

$$x^{(2)} = \frac{B}{B + b} \quad \text{soit} \quad x = \frac{B}{B + b_0 - Bb_0}, \quad B = \frac{b_0 x}{1 - x(1 - b_0)};$$

cette valeur de B étant reportée dans l'équation (2), il vient après simplification :

$$(2') \quad P = \frac{(1 - x)(1 - b_0)}{1 - x(1 - b_0)}.$$

De même, si nous écrivons

$$y^{(2)} = \frac{b}{B_0 + b} \quad \text{soit} \quad b = \frac{B_0 y}{1 - y},$$

cette valeur de b portée dans l'équation (3) donne $P = 1 - (B_0/1 - y)$ (3') avec $x + y = 1$.

Ces équations ont été appliquées à des résultats obtenus par Vilain et Druelle (1) qui ont utilisé des mélanges de billes de verre constitués par de petites particules de diamètre moyen 0,08 mm et de grosses particules de diamètre 1,5 mm, les valeurs b_0 et B_0 étant respectivement de 0,62 et 0,64. On trouvera dans le tableau I, ci-joint, une comparaison entre les valeurs observées et les valeurs calculées ; elles sont concordantes, sauf pour les compositions comprises entre 50 et 75 % de gros éléments. Ce fait signifie que dans ce domaine les grosses billes modifient l'arrangement relatif des petites par rapport à elles au moment où le massif tend à devenir le plus compact possible. Il faut alors modifier la formule (2) en introduisant un coefficient γ compris entre 1 et $1/b_0$ exprimant le fait qu'un volume $d(B)$ de gros éléments déplace un volume de petits éléments supérieur à $d(B) b_0$. On obtient alors les deux expressions de la porosité : $P = 1 - b_0 - B(1 - \gamma b_0)$ (4) et

$$(4') \quad P = 1 - b_0 - \frac{b_0 x(1 - \gamma b_0)}{1 - x(1 - \gamma b_0)}.$$

Appliquée aux données expérimentales de Vilain et Druelle entre 50 et 75 % de gros éléments, cette formule permet de calculer des valeurs en bon accord avec l'observation si l'on prend $\gamma = 1,1$ et $b_0 = 0,656$. Cette valeur de b_0 est tirée de (4') pour $x = 0,5$ et une porosité totale observée P de 0,237. Ce changement de la valeur b_0 se justifie car la formule n'est utilisée qu'à partir de $x = 0,5$, donc d'une porosité

TABLEAU I

Billes 1 500 μ — 80 μ

$$P = 1 - b_0 - \frac{b_0 x(1 - \gamma b_0)}{1 - x(1 - \gamma b_0)} \quad \text{avec} \quad 1 \leq \gamma \leq \frac{1}{b_0}$$

$$P = 1 - B_0 - \frac{B_0 \gamma(1 - \gamma B_0)}{1 - \gamma(1 - \gamma B_0)} \quad \text{avec} \quad 0 \leq \gamma \leq \frac{1}{B_0}$$

x	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	<u>0,738</u>	<u>0,76</u>	<u>0,767</u>	0,80	0,90	1,00		
P calculée $\gamma = 1$ $b_0 = 0,624$	}	0,376	0,352	0,325	0,297	0,266	0,232	0,194	0,153	<u>0,134</u>	0,158	0,166	0,20	0,288	0,36	$\gamma = 0$ $B_0 = 0,64$
P observée		0,376	0,342	0,321	0,294	0,266	0,237	0,213	0,18	0,168	<u>0,161</u>	0,166(*)	0,193	0,283	0,36	
P corrigée $\gamma = 1,1$ $b_0 = 0,656$							0,238	0,212	0,185	0,174	0,168	<u>0,166</u>				

TABLEAU II

Kaolinite-limon : 2-20 μ , mélanges saturés en eau.

x	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	<u>0,737</u>	<u>0,80</u>	0,90	1,00		
P calculée $\gamma = 1$ $b_0 = 0,40$	}	0,60	0,575	0,546	0,512	0,474	0,428	0,375	0,311	<u>0,281</u>	0,338	0,411	0,47	$\gamma = 0$ $B_0 = 0,53$
P observée		0,60	0,575	0,55	0,525	0,49	0,465	0,425	0,40	0,39 (*)	<u>0,37</u>	0,42	0,47	
P corrigée $\gamma = 1,36$ $b_0 = 1,40$			0,60	0,582	0,561	0,537	0,511	0,483	0,45	0,412	0,398	<u>0,371</u>	0,424	0,47

(*) Valeur intrapolée entre 70 et 80 %.

NB : Les valeurs soulignées correspondent aux caractéristiques du mélange à porosité minimale dans les différentes hypothèses.

(3)

(4)

différente de la valeur initiale du système. On peut interpréter physiquement ce résultat en considérant que c'est à partir de la porosité correspondante que l'on ne peut plus envisager les substitutions de volumes égaux de gros éléments aux volumes d'assemblage des petites particules.

Un deuxième mélange expérimental, constitué d'une pâte de kaolin et de particules siliceuses de diamètre compris entre 2 et 20 μ , a permis d'obtenir les résultats figurant sur le tableau II. La formule 4' a été appliquée à ces résultats en prenant cette fois pour b_0 la valeur expérimentale 0,40 et pour γ 1,35, valeur calculée à partir de l'un des mélanges. On constate un accord satisfaisant entre les données expérimentales et les valeurs calculées pour $0 < x < 0,8$. A partir de cette valeur il faut envisager le remplissage des interstices d'un assemblage de gros éléments par des petits. Les formules 3 et 3' ne sont plus applicables ; tout se passe comme si l'introduction des petits éléments rendait plus lâche l'arrangement des gros. Ce fait peut s'exprimer par la formule $P = 1 - B_0 - b(1 - \gamma B_0)$ identique à (4), avec cette fois

$$0 \leq \gamma \leq \frac{1}{B_0}.$$

On écrirait

$$(4') \quad P = 1 - B_0 - \frac{B_0 \gamma (1 - \gamma B_0)}{1 - \gamma (1 - \gamma B_0)},$$

γ indiquant qu'il s'agit de la classe de constituants complémentaires de x . Dans ce cas encore on obtient un accord satisfaisant entre les résultats du calcul et l'expérience.

En définitive, ce mode de calcul qui n'implique aucune hypothèse sur la forme ou le mode d'arrangement des constituants, permet de préciser la porosité d'un mélange dans les cas simples ou d'évaluer, par référence à un système simple, l'influence relative des constituants quand ils modifient respectivement leur arrangement initial.

(*) Séance du 9 novembre 1970.

(1) M. VILAIN et J. P. DRUELLE, *Comptes rendus*, 271, Série D, 1970 (sous presse).

(2) x et y représentent ici le volume relatif des constituants ; on peut évidemment utiliser sous la même forme des proportions pondérales si les constituants des deux classes ont la même densité.

(INRA, Station Centrale d'Agronomie, CNRA,
route de Saint-Cyr, 78-Versailles, Yvelines.)