



**HAL**  
open science

## L'efficacité évaporative du sol modélisée par approche globale

Vivien Stefan, Sylvain Mangiarotti, Olivier Merlin, Andre Chanzy

► **To cite this version:**

Vivien Stefan, Sylvain Mangiarotti, Olivier Merlin, Andre Chanzy. L'efficacité évaporative du sol modélisée par approche globale. 19. Rencontre du Non-Linéaire Paris 2016, Mar 2016, Paris, France. 156 p. hal-02743484

**HAL Id: hal-02743484**

**<https://hal.inrae.fr/hal-02743484>**

Submitted on 3 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# L'efficacité évaporative du sol modélisée par approche globale

Vivien Stefan<sup>1</sup>, Sylvain Mangiarotti<sup>1</sup>, Olivier Merlin<sup>1,2</sup> & Aandré Chanzy<sup>3</sup>

<sup>1</sup> CESBIO, UPS-CNRS-CNES-IRD, 18 av. Ed. Belin, 31401 Toulouse cedex 9, France

<sup>2</sup> Faculté des Sciences Semlalia Marrakech (FSSM), Marrakech, Maroc

<sup>3</sup> Institut National de la Recherche Agronomique (INRA), Avignon, France

sylvain.mangiarotti@ird.fr

**Résumé.** La modélisation des transferts sol-atmosphère s'appuie généralement sur des formulations considérant la dynamique climatique comme un forçage. Dans cette étude, la modélisation par technique globale est appliquée aux cycles journaliers d'efficacité évaporative du sol (SEE) pour obtenir un modèle autonome, sans faire d'hypothèse sur la structure algébrique du modèle. Un modèle en équations aux dérivées ordinaires de dimension 4 est ainsi obtenu. Bien que le modèle converge vers un cycle limite, il présente néanmoins une dynamique transitoire chaotique longue et en bonne cohérence avec les données originales.

**Abstract.** In Soil-Atmosphere transfer models, the climatic component is generally considered as an external forcing. In the present study, the global modeling technique is applied to daily cycles of Soil Evaporative Efficiency in order to obtain an autonomous model for this variable. A four-dimensional model of Ordinary Differential Equations is obtained. Although converging to a limit cycle, the model exhibits a long chaotic transient which is consistent with the original data.

## 1 Introduction

La compréhension de la dynamique du contenu en eau des sols est très importante. L'eau évaporée par le sol joue en effet un rôle important dans le cycle de l'eau mais cette dynamique est difficile à quantifier de manière spatialisée. D'un point de vue appliqué, la quantité d'eau évaporée dans les régions semi-arides peut représenter  $\sim 80\%$  des ressources disponibles. Pour modéliser la dynamique de l'eau du sol, on fait généralement appel à des modèles nécessitant de disposer d'un forçage climatique. Si l'on ne dispose pas d'un tel forçage, ce qui est souvent le cas lorsque l'on s'intéresse à des dynamiques spatialement distribuées, il peut alors être utile de disposer de modèles alternatifs ne nécessitant pas un tel forçage.

La technique de modélisation globale s'appuie sur la théorie des systèmes dynamiques non linéaires. Plutôt que de chercher à résoudre les équations analytiquement, cette théorie privilégie le recours à l'espace des phases pour étudier les comportements dynamiques. L'une des raisons de recourir à cette théorie vient du fait qu'il est — en principe — possible de reconstruire un tel espace pour un comportement dynamique donné à partir d'une série temporelle unique [1]. En pratique, ce résultat n'est toutefois pas toujours garanti et cette possibilité tient en particulier à un problème d'observabilité [2] : en raison des relations de non-linéarités qui existent entre les variables d'un système étudié, les observables n'offrent pas la même observabilité. La possibilité de reconstruire un comportement dynamique à partir d'une série de mesures observationnelles plutôt qu'une autre va donc dépendre de l'observable choisie.

La technique de modélisation globale a été développée au cours des années 1990 [3–5]. Son application à des dynamiques environnementales est beaucoup plus récente [6]. Au cours des dernières années, des développements méthodologiques ont permis de multiplier le nombre des modèles chaotiques pouvant être obtenus directement à partir de séries observationnelles. Ces travaux ont notamment permis d'obtenir le premier modèle faiblement dissipatif directement issu de mesures observationnelles [7] ; d'autres modèles ont été obtenus pour les cycles de surfaces enneigées [8] ou pour la dynamique des épidémies de peste [9].

L'objectif de cette étude est de mettre en évidence la possibilité de recourir à la technique globale pour modéliser la dynamique de l'eau dans le sol. Dans cette étude nous nous intéresserons plus spécifiquement à l'efficacité évaporative du sol (SEE) car cette variable présente une dynamique plus directement liée aux propriétés du sol [10]. Dans la section suivante sont présentées les données synthétiques utilisées

dans cette étude ; le modèle TEC utilisé pour générer ces données y sera donc présenté auparavant. La méthodologie sera présentée dans la section 3. Les résultats seront ensuite présentés dans la section 4.

## 2 Données

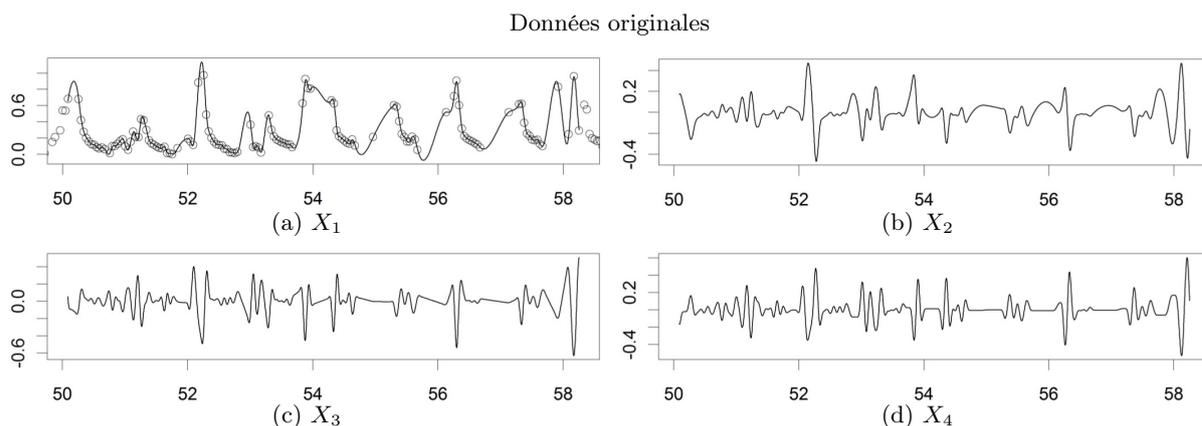
### 2.1 Modèle TEC

Le modèle Transfert Eau Chaleur (TEC) [11] a été utilisé pour générer la série temporelle de SEE utilisée dans cette étude. Le modèle TEC est un modèle mécaniste s'appuyant sur un paramétrage physique et hydrologique pour décrire les processus impliqués dans l'évaporation du sol. Le sol est modélisé par un système multi-couche dans lequel les flux de chaleur et de masse sont gouvernés par des équations différentielles et d'où sont calculées l'évaporation potentielle du sol  $E_0$  (correspondant à une situation où il serait suffisamment alimenté en eau) et l'évaporation effective  $E$ , et d'où la SEE peut directement être déduite :  $SEE = E/E_0$ .

### 2.2 Prétraitements

La variable SEE a été formulée pour tenter de s'affranchir de la composante météorologique (c'est l'objet de la division par  $E_0$ ). Cette normalisation pose toutefois une double difficulté. D'un point de vue algébrique, cette formulation est intéressante à première vue. Elle revient toutefois à considérer le quotient de deux comportements dynamiques complexes qui peut réduire, voire compromettre l'observabilité du système. D'un point de vue pratique, les variables  $E$  et  $E_0$  tendent vers zéro pendant la nuit. Pour cette raison, seules les valeurs diurnes sont généralement prises en compte.

Pour la présente étude, nous nous sommes donc concentrés sur des séries temporelles pour lesquelles les valeurs d'évaporation potentielles sont telles que  $E_0 \gg 0$ . Ce critère nous a conduits à sélectionner une série temporelle de SEE d'une longueur de neuf jours (Fig. 1) issue d'une simulation caractéristique d'un sol argileux par le modèle TEC. Une spline cubique a d'abord été appliquée au signal pour le ré-échantillonner à un pas de temps horaire. Les dérivées nécessaires à la technique de modélisation globale ont été calculées en utilisant un filtre de type Savitzky–Golay [12].



**FIGURE 1.** Séries temporelles originales d'Efficacité Évaporative du sol (a)  $X_1 = SEE$  issue du modèle TEC (cercles) [11] ou filtrées (traits pleins) et ses dérivées (b) première  $X_2$ , (c) seconde  $X_3$  et (d) troisième  $X_4$ .

### 3 Méthodologie

La modélisation globale s'appuie sur l'espace des phases pour obtenir des équations de comportements dynamiques directement à partir de séries temporelles de mesures [5]. Dans sa forme différentielle et partant d'une variable observationnelle unique  $X_1$ , cette technique vise à obtenir des modèles de forme canonique

$$\begin{cases} \dot{X}_i = X_{i+1}, & \text{pour } i = 1, \dots, (n-1), \\ \dot{X}_n = F(X_1, X_2, \dots, X_n), \end{cases} \quad (1)$$

où  $n$  est la dimension du modèle et les  $X_i$  les dérivées successives de la variable observée  $X_1$ . En pratique, modéliser un comportement dynamique par approche globale revient à obtenir une approximation de la fonction  $F$  qui permette de reproduire la dynamique observée de façon satisfaisante.

Identifier cette fonction sans disposer de structure a priori est très difficile et nécessite de disposer d'outils puissants. Les outils PoMoS et GloMo et la suite de leurs développements ont pu être testés avec succès, notamment à la modélisation du système de Rössler à partir de sa variable  $z$  présentant un très faible degré d'observabilité (voir [13] pour discussion). L'approche a également été appliquée à plusieurs variables environnementales et les cas d'application apparaissent de plus en plus nombreux (voir par exemple dans le présent ouvrage [14, 15]).

### 4 Analyses

Les portraits de phases différentiels reconstruits à partir des séries temporelles tirées du modèle TEC (voir section 2.1) sont présentées sur la figure 2 suivant différentes projections. Visuellement, ces projections exhibent des formes très distinctes les unes des autres.

La technique de modélisation globale a d'abord été appliquée en dimension 3 puis en dimension 4. Aucun modèle de dimension  $n = 3$  n'a pu être obtenu et un seul modèle de dimension  $n = 4$  a été obtenu. La fonction  $F$  de ce modèle prend la forme

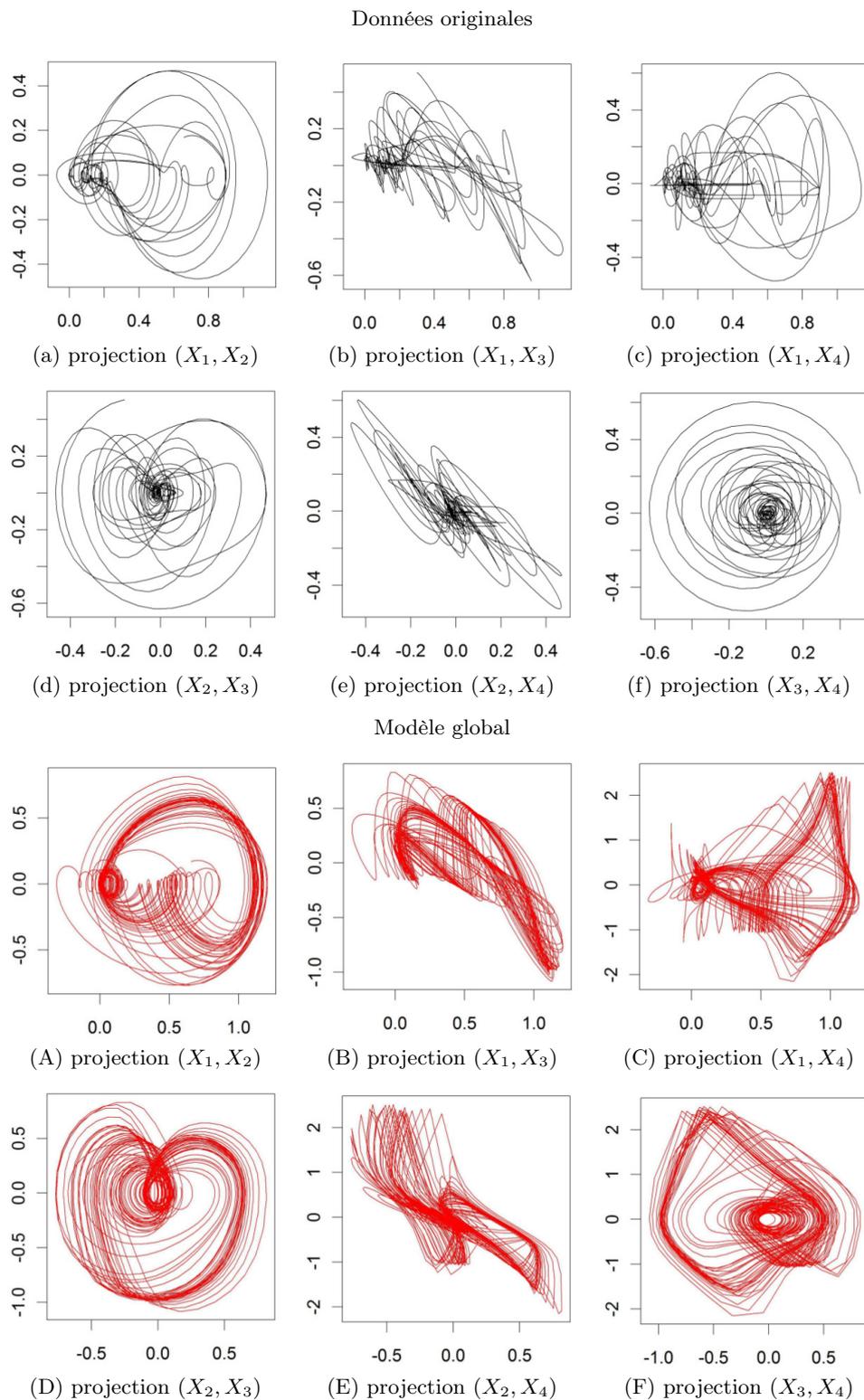
$$\begin{aligned} F(X_1, X_2, X_3, X_4) = & a_1 X_4^2 + \alpha a_2 X_4^3 + a_3 X_3 + a_4 X_3 X_4 + a_5 X_3 X_4^2 + a_6 X_3^2 + a_7 X_3^3 + a_8 X_2 \\ & + a_9 X_2 X_4 + a_{10} X_2 X_4^2 + a_{11} X_2 X_3 + a_{12} X_2 X_3 X_4 + a_{13} X_2^2 + a_{14} X_2^2 X_4 + a_{15} X_2^2 X_3 \\ & + a_{16} X_2^3 + a_{17} X_1 + a_{18} X_1 X_4^2 + a_{19} X_1 X_3 + a_{20} X_1 X_3 X_4 + a_{21} X_1 X_3^2 + a_{22} X_1 X_2 \\ & + a_{23} X_1 X_2 X_4 + a_{24} X_1 X_2 X_3 + a_{25} X_1 X_2^2 + a_{26} X_1^2 + a_{27} X_1^2 X_3 + a_{28} X_1^2 X_2 + a_{29} X_1^3, \end{aligned} \quad (2)$$

où les paramètres  $a_i$  sont donnés dans le tableau 1, et où le paramètre d'ajustement  $\alpha$  (associé au coefficient  $a_2$ ) est pris égal à un. Le modèle ainsi obtenu présente une dynamique transitoire chaotique. Néanmoins, pour des temps longs, le modèle converge vers une solution périodique. Une légère modification du paramètre d'ajustement tel que  $\alpha = 0,99258$  permet de préserver une dynamique chaotique sur des temps beaucoup plus long. Il s'agit toutefois d'un chaos peu développé.

La dynamique du modèle global montre une bonne cohérence avec les données comme le montrent la comparaison des portraits de phases originaux et modélisés (Fig. 2). La modélisation de la variable  $X_4$  présente toutefois des amplitudes beaucoup plus fortes que les observations, ce qui semble indiquer que cette variable est moins bien contrainte que les autres variables.

| Paramètres |             |          |             |          |             |          |             |          |             |          |            |
|------------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|-------------|----------|------------|
| $a_1$      | 9,3283630   | $a_6$    | 2,3951097   | $a_{11}$ | 4,7741240   | $a_{16}$ | -11,8738967 | $a_{21}$ | -3,6953403  | $a_{26}$ | 0,2203366  |
| $a_2$      | -5,5659542  | $a_7$    | -2,3068889  | $a_{12}$ | -52,0660917 | $a_{17}$ | -0,1187456  | $a_{22}$ | 2,0236262   | $a_{27}$ | -1,6147321 |
| $a_3$      | -2,2207074  | $a_8$    | -0,4506487  | $a_{13}$ | 14,8157017  | $a_{18}$ | -16,7687883 | $a_{23}$ | -37,5016044 | $a_{28}$ | -2,2573969 |
| $a_4$      | 3,9735013   | $a_9$    | 23,2924234  | $a_{14}$ | -33,1414233 | $a_{19}$ | 2,1924822   | $a_{24}$ | -7,7941180  | $a_{29}$ | -0,2418988 |
| $a_5$      | -24,0569615 | $a_{10}$ | -26,4741226 | $a_{15}$ | -31,6852736 | $a_{20}$ | -6,0891262  | $a_{25}$ | -23,1251478 |          |            |

**Tableau 1.** Paramètres  $a_i$  du modèle global présenté dans l'équation (1).

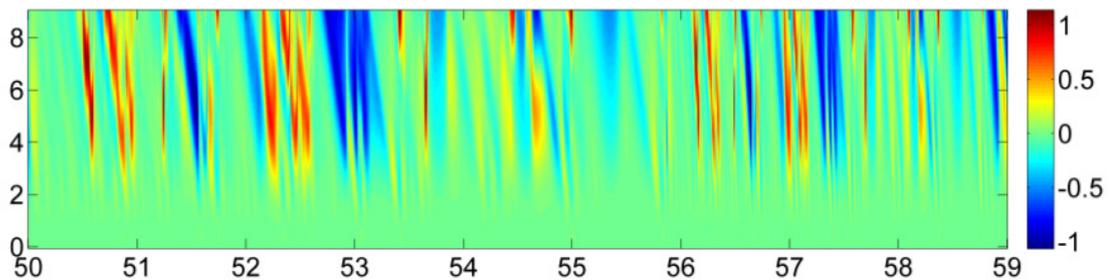


**FIGURE 2.** Portraits de phase du jeu de données original (a–f) et du modèle (A–F) suivant les projections correspondant aux différentes combinaisons des axes  $(X_1, X_2, X_3, X_4)$ .

#### 4.1 Validation

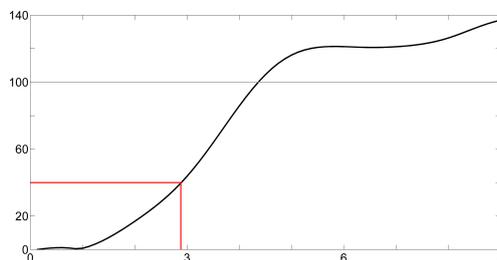
Dans les contextes de prévisibilité limitée comme c'est le cas pour un très grand nombre de dynamiques environnementales, valider un modèle est toujours une tâche difficile. Pour valider le modèle obtenu ici, on se propose de se baser sur les capacités prédictives du modèle en s'appuyant sur une statistique de la croissance de l'erreur de prévision du modèle [16].

Pour cela, un grand nombre de prévisions est lancé, pour des horizons  $\tau$  compris entre 0 et 9 heures, à partir d'un ensemble de conditions initiales offrant une bonne couverture du jeu de données disponibles. L'erreur de prévision  $e(t, \tau)$  dépend donc à la fois de l'état initial du système au temps  $t$  et de l'horizon de prévision au temps  $t + \tau$ . Cette erreur peut être représentée par le diagramme à deux dimensions présenté sur la figure 3. Plusieurs éléments peuvent y être observés à commencer par la croissance progressive de l'erreur avec la croissance de l'horizon de prévision  $\tau$  (présenté en ordonnée). On peut y noter deux types de structures au sein de ce diagramme : (1) les structures verticales qui résultent de la difficulté d'effectuer une prévision à partir d'une condition initiale donnée ; (2) les structures diagonales qui proviennent de la difficulté de prévoir un événement particulier. (Attention, suivant la convention de représentation choisie, les structures verticales et diagonales peuvent être inversées, voir [16] pour une interprétation détaillée de ce type de figure). La croissance d'erreur peut être obtenue en faisant la statistique des erreurs en



**FIGURE 3.** Erreur de prévision  $e(t, \tau)$  (en couleur) en fonction de la date  $t$  (tracée en ordonnée, exprimée en jour) et de l'horizon de prédiction  $\tau$  (tracé en abscisse, exprimé en heure).

fonction de l'horizon  $\tau$ . La croissance d'erreur ainsi obtenue est présentée sur la figure 4 en pourcentage de la variance du signal. Ce graphe montre que la croissance d'erreur est très rapide puisqu'au bout de 3 heures, l'erreur atteinte est proche de 40% de la variance du signal. Si cette analyse de prévisibilité permet d'apporter un premier élément de validation, d'un point de vue prévisionnel, le modèle ainsi obtenu apparaît néanmoins d'un intérêt très relatif.



**FIGURE 4.** Erreur de prédiction (rmse) exprimée en pourcentage de la variance du signal, en fonction de l'horizon de prédiction  $\tau$  (en heure). Pour un niveau d'erreur de 40% rmse, l'horizon de prévisibilité est d'environ 3 heures.

## 5 Conclusions

Un modèle autonome est obtenu pour les cycles journaliers de l'efficacité évaporative du sol. Il s'agit d'un modèle chaotique de dimension 4. Ce modèle permet de reproduire la dynamique observée de façon très cohérente. Ses capacités prédictives restent toutefois limitées à un horizon de prévisibilité de 3 heures (pour un seuil d'erreur de 40 % de la variance du signal).

Les difficultés rencontrées pour obtenir ce modèle proviennent très vraisemblablement du choix de la variable utilisée qui, construite comme le quotient de deux variables dynamiques, peut conduire à l'existence de singularités. L'utilisation de cette variable se traduit vraisemblablement par une diminution du degré d'observabilité du système modélisé qui peut gêner la reconstruction du modèle.

Le fait de pouvoir obtenir un modèle autonome pour les transferts sol-atmosphère reste toutefois encourageant puisqu'il montre la possibilité de modéliser cette dynamique à partir d'un nombre restreint de variables observées et laisse entrevoir la possibilité de modéliser cette dynamique de manière spatialement distribuée, en s'appuyant par exemple sur des séries observationnelles issues de la télédétection spatiale.

## Références

1. F. TAKENS, Detecting strange attractors in turbulence, *Lect. Notes Math.*, **898**, 366–381 (1981).
2. C. LETELLIER, L. A. AGUIRRE, J. MAQUET, Relation between observability and differential embeddings for nonlinear dynamics, *Phys. Rev. E*, **71**, 066213 (2005).
3. G. GOUESBET & C. LETELLIER, Global vector field reconstruction by using a multivariate polynomial  $L_2$ -approximation on nets, *Phys. Rev. E*, **49**, 4955–4972 (1994).
4. C. LETELLIER, L. LE SCHELLER, P. DUTERTRE, G. GOUESBET, Z. FEI & J. HUDSON, Topological characterization and global vector field reconstruction of an experimental electrochemical system, *J. Phys. Chem.*, **99**, 7016–7027 (1995).
5. C. LETELLIER, L. A. AGUIRRE & U. S. FREITAS, Frequently asked questions about global modeling, *Chaos*, **19**, 023103 (2009).
6. J. MAQUET, C. LETELLIER & L. A. AGUIRRE, Global models from the Canadian lynx cycles as a direct evidence for chaos in real ecosystems, *J. Math. Biol.*, **55**, 21–39 (2007).
7. S. MANGIAROTTI, L. DRAPEAU, M. HUC & C. LETELLIER, Two chaotic global models for cereal crops cycles observed from satellite in Northern Morocco, *Chaos*, **24**, 023130 (2014).
8. S. MANGIAROTTI, *Modélisation globale et caractérisation topologique de dynamiques environnementales : de l'analyse des enveloppes fluides et du couvert de surface de la Terre à la caractérisation topodynamique du chaos*, Thèse d'Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Toulouse 3 (2014).
9. S. MANGIAROTTI, Low dimensional chaotic models for the plague epidemic in Bombay (1896–1911), *Chaos Soliton. Fract.*, **81**, 184–196 (2015).
10. O. MERLIN, V. G. STEFAN, A. AMAZIRH, A. CHANZY, E. CESCHIA, S. ER-RAKI, P. GENTINE, T. TALLEC, J. EZZAHAR, S. BIRCHER, J. BERINGER & S. KHABBA, Modeling soil evaporation efficiency in a range of soil and atmospheric conditions using a meta-analysis approach, *Water Resour. Res.*, soumis (2016).
11. A. CHANZY, M. MUMEN & G. RICHARD, Accuracy of the top soil moisture simulation using a mechanistic model with limited soil characterization, *Water Resour. Res.*, **44**, W03432 (2008).
12. A. SAVITZKY & M. J. GOLAY, Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures, *Anal. Chem.*, **36**, 1627–1639 (1964).
13. S. MANGIAROTTI, R. COUDRET, L. DRAPEAU & L. JARLAN, Polynomial search and global modeling : two algorithms for modeling chaos, *Phys. Rev. E*, **86**, 046205 (2012).
14. S. MANGIAROTTI, A. K. SHARMA, S. MUDDU, S. CORGNES & L. RUIZ, La modélisation du chaos appliquée à la classification des couverts agricoles (bassin versant de Berambadi, Inde du Sud), *Comptes-Rendus de la 19<sup>e</sup> Rencontre du Non Linéaire*, 73–78 (2016).
15. M. HUC & S. MANGIAROTTI, Un modèle chaotique quadridimensionnel pour l'épidémie de fièvre hémorragique à virus Ebola en Afrique de l'Ouest, *Comptes-Rendus de la 19<sup>e</sup> Rencontre du Non Linéaire*, 49–54 (2016).
16. S. MANGIAROTTI, P. MAZZEGA, P. HIERNAUX & E. MOUGIN, Predictability of vegetation cycles over the semi-arid region of Gourma (Mali) from forecasts of AVHRR-NDVI signals, *Remote Sens. Environ.*, **123**, 246–257 (2012).