



HAL
open science

Modélisation des transferts dans un milieu poreux déformable

Valentin Allot

► **To cite this version:**

Valentin Allot. Modélisation des transferts dans un milieu poreux déformable. [Stage] Autres régions du monde. ISIMA. 2014, 52 p. hal-02793310

HAL Id: hal-02793310

<https://hal.inrae.fr/hal-02793310>

Submitted on 5 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



*Institut Supérieur d'Informatique,
de Modélisation et de leurs Applications*
Campus des Cézeaux
24 avenue des Landais
BP 10125 - 63173 Aubière cédex



*Institut National de la
Recherche Agronomique*
Site de Theix
63122 Saint-Genès-Champanelle

Rapport d'ingénieur

Stage de 2ème année

Durée: 5 mois

Filière 4 : Calcul et Modélisation Scientifiques

Modélisation des transferts dans un milieu poreux déformable

Auteur:

Valentin ALLOT

Soutenu le:

03/09/2014

Tuteur INRA:

M. Alain KONDJAYAN

Tuteur ISIMA:

M. Jonas KOKO

Août 2014

Remerciements

Je tiens à remercier mon tuteur de stage monsieur Alain KONDJOYAN pour sa patience, sa disponibilité et ses précieux conseils qui m'ont permis d'avancer tout au long de mon stage mais aussi pour m'avoir laissé autonome dans l'organisation de mon travail.

Je tiens également à remercier toute l'équipe IT (Imagerie et Transferts) pour l'aide apportée et leur collaboration tout au long de ce stage.

Un grand merci enfin à tous les membres des unités QUAPA (Qualité des Produits Animaux) et MASS (Micropolluants Arôme et Sciences Séparatives) pour leur disponibilité et leur bonne humeur.

Ne pouvant citer tout le monde, que chacun trouve ici ma profonde reconnaissance et mes sincères remerciements.

Abstract / Résumé

This training course is a part of the ANR SOMEAT project on the safety of meat from organic agriculture. The issue is to know the future of micro environmental pollutants that may be present in the raw meat during the baking. A heat and material transfer model has been developed to simulate numerically temperature changes and loss of juice that may alter the nature and quantity of micro-pollutants contained in meat. As a first step the model is developed for pieces of meat cooked in water bath based on existing experimental data. Then the model is extended to the case of a steak cooked in a frying pan that matches the conditions implemented in the ANR SOMEAT project.

Key words : Modelling, temperature changes, loss of juice, numerical simulation, micro environmental pollutants.

Ce stage s'inscrit dans le cadre du projet ANR SOMEAT sur la sécurité sanitaire des viandes issues de l'agriculture biologique. La question est de savoir quel est le devenir, au cours de la cuisson, de micro-polluants environnementaux qui peuvent être présents dans la viande crue. Un modèle de transfert de chaleur et de matière a donc été élaboré pour simuler numériquement les variations de température et les pertes de jus susceptibles de modifier la nature et la quantité des micro-polluants contenus dans la viande. Dans un premier temps, le modèle est développé pour des pièces de viandes cuites en bain marie en s'appuyant sur des données expérimentales existantes. Le modèle est ensuite étendu au cas de la cuisson à la poêle du steak haché, qui correspond aux conditions mises en oeuvre dans le projet ANR SOMEAT.

Mots-clés : Modélisation, variation de température, pertes de jus, simulation numérique, micro-polluants environnementaux.

Table des matières

Remerciements	i
Abstract/Résumé	ii
Notations	x
Introduction	1
1 Présentation du stage	2
1.1 Présentation de l'INRA	2
1.1.1 L'INRA	2
1.1.2 Le centre de Theix	3
1.1.3 Le département CEPIA	3
1.1.4 L'unité QUAPA	4
1.1.5 L'équipe Imagerie et Transferts	4
1.2 Présentation du contexte	5
1.2.1 Projet SOMEAT	5
1.2.2 Les objectifs	6
1.2.3 Logiciel utilisé	7
2 Modélisation mathématique du problème et implémentation sous COMSOL	8
2.1 Transfert de matière	8
2.1.1 Modélisation générale et diffusivité	8
2.1.2 Conditions limites	11
2.2 Transfert de chaleur	13
2.2.1 Modélisation générale	13

2.2.2	Condition limite pour le transfert de chaleur	14
2.3	Variation de volume: la rétraction	15
2.4	Adaptation COMSOL	18
2.4.1	Transfert de matière	18
2.4.2	Transfert de chaleur	19
2.4.3	Prise en compte de la rétraction	20
3	Résultats et Validations	21
3.1	Viande de boeuf non-hachée	21
3.1.1	Paramètres principaux du modèle	21
3.1.2	Quantité d'eau à l'équilibre	23
3.1.3	Coefficient de transfert thermique	25
3.1.4	Pertes de poids	26
3.1.5	Optimisation des paramètres de diffusivité	28
3.1.6	Influence de la condition limite	31
3.1.7	Influence des paramètres thermiques sur la température au coeur de la viande	32
3.1.8	Influence de la rétraction	34
3.2	Viande hachée de boeuf	37
3.2.1	Paramètres principaux du modèle	37
3.2.2	Mesure expérimentale de quantité d'eau à l'équilibre	39
3.2.3	Valeurs du coefficient de transfert thermique	40
3.2.4	Influence de la rétraction de la viande sur le transfert thermique	45
3.2.5	Vérification de l'hypothèse d'un transfert thermique convectif nul dans la viande	48
	Conclusion	51
	Bibliographie	52
	Annexe 1: Ecriture simplifiée de l'équation de diffusion et étude du bilan enthalpique	x
	Annexe 2: Courbe de pertes de poids pour des pièces non-hachées et mode opératoire des expériences réalisées au cours du stage	xiii

Annexe 3: Programme MATLAB **xvi**

Annexe 4: Diagramme de GANTT prévisionnel et réel **xx**

Liste des Tableaux

3.1	Caractéristiques de l'étude et du modèle de pièces de viande non-hachées	22
3.2	Valeurs choisies pour le coefficient de transfert thermique	26
3.3	Valeurs de A_ϵ et n optimisées pour un steak de 5 cm de côté	29
3.4	Influence de la condition limite	31
3.5	Variations volumiques calculées	34
3.6	Caractéristiques du modèle steak haché	37
3.7	Variations volumiques calculées	38
3.8	Déformation volumique du steak haché en fin de cuisson sans thermo- bouton	46

Table des Figures

1.1	Étapes successives permettant de progresser vers le modèle désiré	6
2.1	Schéma d'un milieu poreux	9
2.2	Exemple de la rétraction subit par un cube de 7 cm de côté et cuit en bain marie à $90^{\circ}C$	17
2.3	Implémentation du transfert de matière dans COMSOL	18
2.4	Implémentation du transfert de chaleur dans COMSOL	19
2.5	Implémentation de la variation de volume dans COMSOL	20
3.1	Modélisation d'un cube de viande sous COMSOL	22
3.2	Valeurs de quantité d'eau à l'équilibre en fonction de la température de cuisson en bain marie	24
3.3	Valeurs du coefficient de transfert de chaleur en fonction des conditions existantes dans le bain marie ou dans un four	25
3.4	Premières pertes de poids obtenues	27
3.5	Pertes de poids après optimisation	29
3.6	Pertes modélisées avant et après traitement	30
3.7	Premières pertes de poids obtenues	33
3.8	Rétraction du steak pour une cuisson en bain marie à $50^{\circ}C$	35
3.9	Rétraction du steak pour une cuisson en bain marie à $70^{\circ}C$	36
3.10	Influence du thermo-bouton sur la quantité d'eau à l'équilibre	39
3.11	Bloc d'aluminium mis sous vide	40
3.12	Influence de la présence d'un sac sous vide sur la cinétique de température au centre d'une barre d'aluminium. Cette cinétique permet de déduire la valeur de h	41
3.13	Influence de l'incertitude sur la valeur de h liée à la présence d'un sac sous vide, sur la cinétique de température au centre d'un steak haché cuit en bain marie à $70^{\circ}C$	42

3.14	Cinétiques de température simulées et mesurées au coeur du steak haché lors d'une cuisson en bain marie à différentes températures	43
3.15	Comparaison entre les pertes de poids calculées à partir du modèle et celles mesurées sur du steak haché à différentes températures	44
3.16	Influence de la variation de volume sur la cinétique de température au coeur du steak haché	47
3.17	Vitesse moyenne de convection de jus dans le steak haché	49
3.18	Influence de la vitesse moyenne de conduction sur la cinétique de température au coeur de la viande hachée	50

Liste des Equations

2.1	Transfert de matière dans un milieu monophasique, sans réaction et diffusif	8
2.2	Porosité dans la matière	9
2.3	Modèle de diffusivité	10
2.4	Diffusivité de l'eau	11
2.5	Première condition limite possible	11
2.6	Seconde condition limite possible	12
2.7	Conservation de l'énergie	13
2.8	Bilan enthalpique de transfert d'énergie	13
2.9	Conservation de l'énergie dans un milieu poreux	13
2.10	Condition limite pour le transfert de chaleur	14
2.11	Equations de liaison entre la teneur en eau et le volume	15
2.12	Vitesse de rétraction	16
2.13	Variation temporelle du volume	16
3.1	Distance moyenne à la surface du steak haché	48
3.2	Vitesse moyenne de convection	48

Notations

T	Température	[K]
$P_v sat$	Pression de vapeur d'eau à saturation	[Pa]
ϵ	Porosité	$[m_{gaz}^3 \cdot m^{-3}]$
β	Masse de matière sèche/volume (phase liquide)	$[kg_{ms} \cdot m_{liq}^{-3}]$
a_{eau}	Activité de l'eau	[-]
R	Constante des gaz parfaits	$[J \cdot mole^{-1} \cdot K^{-1}]$
λ	Conductivité thermique	$[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$
M_{eau}	Masse molaire de l'eau	$[kg \cdot mole^{-1}]$
ρ	Masse volumique	$[kg_i \cdot m^{-3}]$
ρ^*	Masse volumique intrinsèque	$[kg_i \cdot m_i^{-3}]$
\hat{H}	Enthalpie massique de la matière sèche	$[J \cdot kg_{ms}^{-1}]$
\dot{H}	Densité de flux d'enthalpie	$[J \cdot m^{-2}]$
\dot{m}	Densité de flux de matière	$[kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}]$
h	Coefficient de transfert thermique	$[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$
$X_{eauL/eauG}$	Quantité d'eau liquide/vapeur	$[kg \cdot kg_m^{-1} \cdot s]$
$D_{eauL/eauG}$	Diffusivité de l'eau liquide/vapeur	$[m^2 \cdot s^{-1}]$
$Cp_{eauL/eauG}$	Chaleur spécifique de l'eau liquide/vapeur	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
Cp_{ms}	Chaleur spécifique de la matière sèche	$[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$
L_{eauRef}	Chaleur latente de l'eau	$[J \cdot kg^{-1}]$

Introduction

De nos jours, la consommation annuelle de viande en France est de l'ordre de 66 kg par habitant (41 kg dans le monde). Il est donc nécessaire que cet aliment soit sans danger pour la santé de l'Homme. Du fait de la pollution, les animaux peuvent être soumis à des contaminants environnementaux qui se concentrent dans le produit. Or, comme les viandes sont consommées cuites, il est important et nécessaire de prédire le devenir de ces contaminants lors de la cuisson. Une croûte peut également se développer au cours du grillage-rôtissage qui est susceptible de contenir des composés cancérigènes.

La modélisation des transferts de chaleur et de masse est donc indispensable pour prédire l'évolution des contaminants au cours de la cuisson. Pour cela, nous avons utilisé un logiciel de simulation numérique COMSOL basé sur la méthode des éléments finis.

En premier lieu, un modèle est créé pour des cubes de viandes cuits en bain marie en se basant sur des résultats obtenus lors de précédents travaux. A la fin de la conception de ce modèle, une prévision de la rétraction des pièces de viandes lors de la cuisson est effectuée. Ensuite, le modèle est étendu au cas du steak haché, toujours lors d'une cuisson en bain marie. Des prévisions sur la variation de température, la perte de jus et la rétraction sont effectuées dans ce nouveau cas.

Partie 1

Présentation du stage

1.1 Présentation de l'INRA

1.1.1 L'INRA

Fondé en 1946, l'Institut National de Recherche Agronomique (INRA) concentre ses recherches sur le développement durable, l'agriculture et l'alimentation, avec pour objectif de proposer des solutions permettant de nourrir l'humanité à l'horizon 2050 dans un contexte de changement climatique et d'accroissement démographique. Ces problématiques nouvelles nécessitent d'étudier les comportements des consommateurs, les liens entre la santé des plantes, des animaux et des Hommes afin de rechercher de nouvelles voies pour la production d'énergie et de matériaux issus de l'agriculture et d'en limiter l'impact environnemental. L'INRA est le premier institut de recherche agronomique en Europe et le deuxième dans le monde. Il est composé de 14 départements scientifiques tels que l'alimentation humaine, la génétique animale ou bien encore la santé animale, qui regroupe plus de 1800 chercheurs. Chaque département est structuré en unités au sein desquelles travaillent différentes équipes.

1.1.2 Le centre de Theix

Dans le cadre de mon stage, j'ai travaillé au centre INRA de Clermont-Theix-Lyon. Celui-ci rassemble des équipes basées en Auvergne, en région Rhône-Alpes mais aussi à Limoges. Il représente 8% de l'effectif total de l'Institut. Parmi les 14 départements de recherche que comprend l'INRA, 13 y sont représentés. Le centre de Theix concentre ses recherches sur cinq axes thématiques pluridisciplinaires : l'élevage, la qualité des produits, le territoire, la nutrition préventive et la biologie intégrative végétale et animale. Toutes ces recherches associent des approches expérimentales, des observations en conditions réelles et des démarches de modélisation dans une optique de prédiction.

1.1.3 Le département CEPIA

Le département *Caractérisation et Elaboration des Produits Issus de l'Agriculture* concentre ces recherches sur les transformations des matières premières végétales (le blé, le bois, la paille, les fruits, les légumes...), animales (le lait, la viande...) ou des déchets (les pertes à la production, les rejets industriels, les déchets urbains...). Les recherches portent également sur la transformation de ces matières en aliments (pain, fromage, jus de fruits, etc.), en produits alimentaires (colorants, arômes, texturants), en matériaux (composites à base de chanvre par exemple ou plastiques végétaux) ou encore en molécules pour la chimie (tensioactifs, colles), l'énergie (biocarburants), la pharmacie (principes actifs). Plus de 500 chercheurs et enseignants-chercheurs répartis sur une douzaine de régions dans 23 laboratoires travaillent à relever deux grands enjeux du XXIème siècle qui sont: (1) Fournir une offre alimentaire saine, sûre, accessible à tous et durable, et (2) Développer les usages de biomasse pour l'énergie, la chimie et les matériaux.

1.1.4 L'unité QUAPA

L'unité *Qualité des Produits Animaux* a été constituée en 2005 à partir de l'unité Station de Recherches sur la Viande. Elle comprend actuellement 36 permanents et accueille régulièrement une dizaine de doctorants et de post doctorants. L'objectif est, conformément à la demande sociétale, d'améliorer la qualité nutritionnelle et sanitaire des produits animaux, tout en préservant leurs qualités sensorielles et technologiques. Le projet doit intégrer les contraintes liées à la variabilité de la matière première, essentiellement d'origine musculaire, ainsi que celles liées à la complexité des itinéraires technologiques et à la diversité des aliments fabriqués par les industriels. L'unité est organisée en trois équipes disciplinaires et héberge deux plateformes.

1.1.5 L'équipe Imagerie et Transferts

Mon stage s'est déroulé au sein de l'équipe Imagerie et Transferts (IT) et en lien avec l'équipe Micro contaminants Arômes et Sciences Séparatives (MASS). L'objectif de l'équipe Imagerie et Transfert est la caractérisation de l'évolution structurale et chimique des aliments, tant au cours de leur fabrication, que de leur déconstruction dans le tube digestif. Les études portent sur la formation et la mobilité de composés d'intérêt dans une matrice issue de tissus d'origine animale, sur les évolutions structurales et sur les transferts de chaleur-matière au sein de cette matrice. L'approche des problèmes repose sur une importante activité de modélisation.

1.2 Présentation du contexte

1.2.1 Projet SOMEAT

La réalisation de ce stage s'effectue dans le cadre du projet SOMEAT financé par l'ANR (Agence Nationale pour la Recherche) ayant pour ambition de fournir des données scientifiques objectives pour évaluer les bénéfices et les risques éventuels des systèmes de production de viandes biologiques au regard de leurs teneurs en micro contaminants chimiques. Ce projet est coordonné par Erwan ENGEL de l'équipe MASS. Le travail est réparti en quatre axes:

- 1) Evaluer les teneurs en micro contaminants de viandes "conventionnelles" et "biologiques."
- 2) Comparer les risques sanitaires liés à la présence de micro contaminants dans les viandes.
- 3) Identifier les déterminants socio-démographiques de la consommation de produits biologiques.
- 4) Rechercher des biomarqueurs permettant de révéler l'exposition des chaînes de production des produits carnés aux micro contaminants.

Mes recherches s'inscriront dans le package numéro deux et se concentreront sur l'effet de la cuisson sur le contenu des viandes en micro contaminants.

1.2.2 Les objectifs

L'objectif principal de ce stage est la modélisation des transferts de chaleur et de matière dans un steak haché lors d'une cuisson à la poêle. Pour arriver à ce résultat, il a fallu fonctionner par étapes en se fixant des objectifs successifs tout au long du stage comme nous le montre ce graphique:

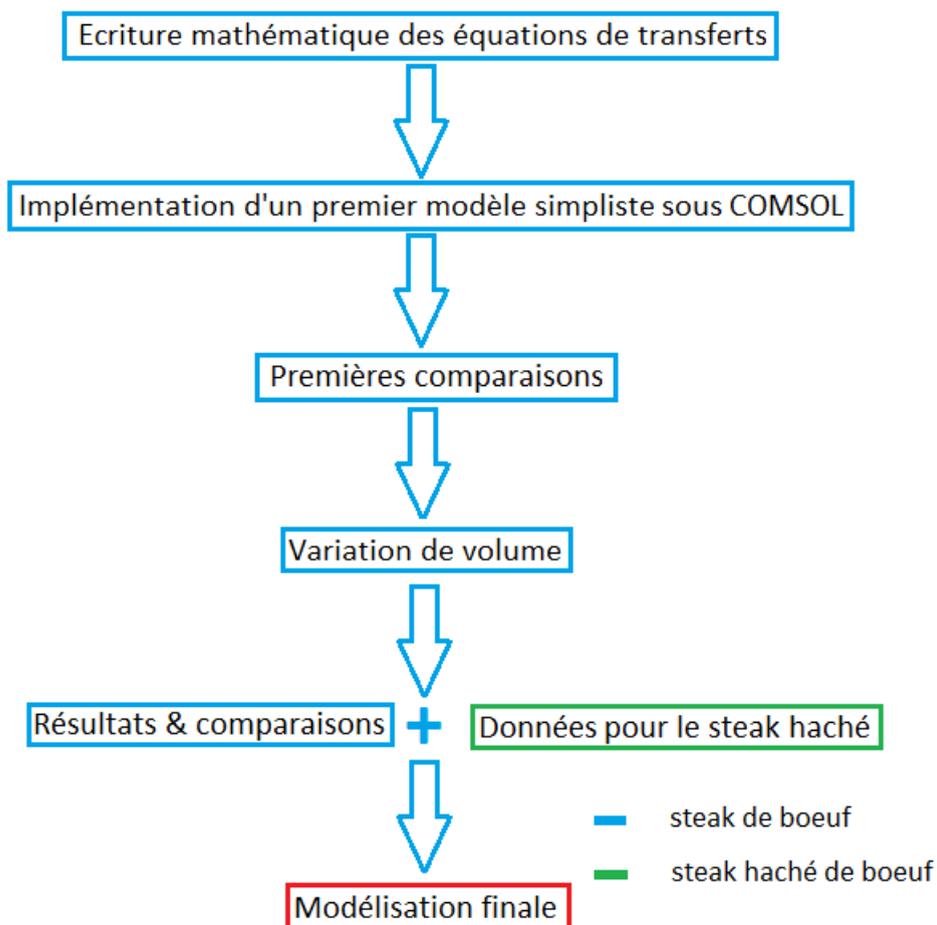


FIGURE 1.1: Etapes successives permettant de progresser vers le modèle désiré

Le modèle principal sera d'abord développé pour une cuisson en bain marie et implémenté dans l'environnement COMSOL. Sa cohérence sera ensuite testée sur des données de pièces de viande non-hachées cuites en bain marie. L'utilisation du modèle sera ensuite étendue au cas du steak haché, toujours pour une cuisson en bain marie, en utilisant des données expérimentales qui n'étaient pas à notre disposition en début de stage. Enfin, le modèle sera développé pour une cuisson à la poêle en fin de stage.

1.2.3 Logiciel utilisé

Pour réaliser mon travail pendant ce stage, j'ai utilisé principalement le logiciel de simulation numérique COMSOL Multiphysics (version 4.3b) qui se base sur une résolution des systèmes d'équations différentielles par des méthodes éléments finis. Ce logiciel comprend des modules d'applications spécialisées notamment en mécanique linéaire et non-linéaire, acoustique, écoulement, transfert de chaleur, génie chimique, etc. COMSOL permet à l'utilisateur de définir ses propres systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP), soit sous forme différentielle, soit en utilisant la formulation "faible" mais également de travailler en parallèle avec des logiciels de CAO et avec Matlab. Les couplages avec des équations aux dérivées ordinaires (EDO) et des équations algèbro-différentiels (EAD) sont également possibles.

Partie 2

Modélisation mathématique du problème et implémentation sous COMSOL

2.1 Transfert de matière

2.1.1 Modélisation générale et diffusivité

Dans un milieu monophasique, en l'absence de réaction chimique et lorsque le transport s'effectue essentiellement par diffusion, on peut écrire:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \nabla \cdot (-D_i \nabla c_i) = 0 \quad (2.1)$$

Dans notre cas, la concentration c_i sera exprimée sous forme de teneur en eau par kilogramme de matière sèche X [$kg_{eau} \cdot kg_{ms}^{-1}$] (la matière sèche d'une viande étant ce que l'on obtient lorsqu'on retire l'eau d'un produit).

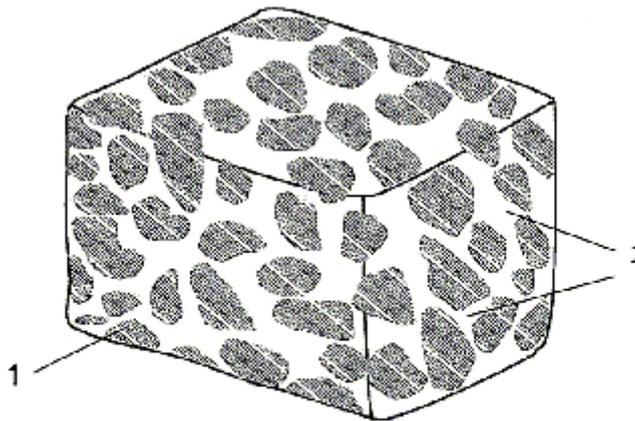
Lorsque le produit est riche en eau, la diffusivité locale D dépend à la fois de sa température T et de la concentration locale en eau X (Diffusivité = $D(T, X)$).

Notre étude s'appliquant dans le cas d'un milieu poreux, décrivons plus précisément la porosité. La porosité ϵ peut être associée à la présence d'orifices non remplis de viande mais d'air. Son expression mathématique est la suivante:

$$\epsilon = V_a/V_{ap} \quad (2.2)$$

Où V_a est le volume d'air et V_{ap} est le volume de la matière.

La figure 2.1 représente schématiquement un cube de viande poreux (dans notre cas un cube de steak haché).



1: milieu continu

2: pores

FIGURE 2.1: Schéma d'un milieu poreux

Lorsqu'il n'y a pas de changement d'état et que le milieu est continu, il est possible de lier le flux de matière à la diffusivité de l'eau et à la porosité (cf. Annexe 1). De surcroît, si la porosité est homogène dans l'ensemble du produit et qu'elle ne varie pas au cours du temps, il est alors possible d'identifier la diffusivité de l'équation (2.1) à une diffusivité dépendant à la fois de X et T mais également de la porosité du produit.

Les études de la littérature nous ont conduites à modéliser la valeur de la diffusivité de la manière suivante:

$$D(X, T, \epsilon) = A_\epsilon \cdot D_{eau0}(X, T) \cdot (X - X_{eq}(T))^n \quad (2.3)$$

La constante A_ϵ et la puissance n étant déterminées à partir des résultats expérimentaux.

Cette équation traduit le fait que la diffusivité devient nulle lorsque l'on atteint un certain équilibre (la quantité d'eau dans le steak ne varie plus). Cette quantité d'équilibre est représentée par $X_{eq}(T)$. Tout d'abord, pour pouvoir implémenter cette formule dans COMSOL, il nous faut exprimer la fonction $X_{eq}(T)$ dépendante de la température et la fonction $D_{eau0}(X, T)$ dépendante de la température et de la quantité d'eau.

$X_{eq}(T)$:

Cette fonction représentant la quantité d'eau contenue dans le steak à l'équilibre, n'est pas uniquement dépendante de sa température. Elle est aussi exprimée en fonction de sa composition et de sa structure (haché ou non, etc.). C'est pourquoi la fonction $X_{eq}(T)$ est déterminée par interpolation à partir de données expérimentales propres à chaque cas étudié.

$D_{eau0}(X, T)$:

Cette fonction de la température et de la quantité d'eau représente la diffusivité de l'eau dans la matière. Son expression est déterminée de la manière suivante (à partir des connaissances de la littérature):

$$D_{2eau0}(X, T) = a \cdot \exp(b \cdot X \cdot \exp(e \cdot (X + f)) + c) \cdot (a \cdot X + b) \cdot \exp\left(\frac{E_a}{R \cdot T}\right) \quad (2.4)$$

Avec $a = 1.11$, $b = 8.37 \cdot 10^{-5}$, $c = -25.39$, $e = 0.31$, $f = 25.85$, $E_a = 1500 [J]$ et $R = 8.314 [J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}]$

2.1.2 Conditions limites

Pour qu'il y ait un transfert de matière, c'est à dire un transfert de jus dans la viande, il faut définir une condition à la limite. Deux types de conditions limites possibles ont été tentés: L'une intuitive basée sur le fait que la quantité d'eau à la surface est immédiatement égale à la quantité d'eau à l'équilibre:

$$X_{surface} = X_{eq}(T_{surface}) \quad (2.5)$$

L'autre condition limite considère la surface comme une fine tranche dans laquelle la teneur en eau met un certain temps à s'équilibrer (cf. équation (2.6)). Cette deuxième forme est basée sur l'étude expérimentale effectuée par KHALIL (2010) sur de fines tranches de viande cuites en bain marie.

La concentration à la surface du steak est alors donnée par l'équation:

$$X_{surface} = X_{eq}(T) + (X_{init} - X_{eq}(T)) \cdot \exp(-k(T) \cdot t) \quad (2.6)$$

Dans un premier temps, nous avons fait l'hypothèse que le retard à la mise en équilibre est négligeable et que la quantité d'eau à la surface est à l'équilibre dès le début de la cuisson (cf. équation (2.5)). Cette hypothèse a été confrontée à l'équation (2.6) lors de la validation du modèle.

2.2 Transfert de chaleur

2.2.1 Modélisation générale

Dans un milieu monophasé, la conservation de l'énergie est modélisée de la façon suivante:

$$(\rho \cdot C_p) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot C_p \cdot u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T) + Q \quad (2.7)$$

Dans cette équation, chaque composante à une signification physique:

- $\nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T)$: transfert de chaleur par conduction.
- $(\rho \cdot C_p) \cdot \frac{\partial T}{\partial t}$: évolution temporelle de la température dans le milieu.
- $\rho \cdot C_p \cdot u \cdot \nabla T$: transfert d'énergie par convection (avec u la vitesse de convection).
- Q : source de chaleur.

Dans un milieu poreux, le bilan d'énergie peut s'écrire sous la forme d'un bilan d'enthalpie qui se note:

$$\frac{\partial \beta_o(1 - \epsilon_o)\hat{H}}{\partial t} = -\frac{\partial \dot{H}}{\partial y} \quad (2.8)$$

Sous réserve de certaines hypothèses et simplifications données en Annexe 1, on peut associer les équations (2.7) et (2.8) pour obtenir l'équation suivante qui détermine l'énergie dans un milieu poreux:

$$(\rho \cdot C)_{eq} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot C_p \cdot u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\lambda_{eq} \cdot \nabla T) + Q \quad (2.9)$$

Avec : $(\rho \cdot C)_{eq} = \epsilon \cdot \rho_\epsilon \cdot C_\epsilon + (1 - \epsilon) \cdot \rho \cdot C_p$ et $\lambda_{eq} = \epsilon \cdot \lambda_\epsilon + (1 - \epsilon) \cdot \lambda$

Dans ce rapport, où nous n'avons pas traité la formation de la croûte, la source de chaleur est nulle (car nous ne prenons pas en compte le phénomène d'évaporation lié au croûtage). De plus, l'échange d'énergie par convection dans le milieu est négligé, ce qui se traduit par une vitesse de convection u nulle. L'énergie se transfère alors principalement par conduction et on obtient l'équation simplifiée suivante:

$$(\rho \cdot C)_{eq} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{eq} \cdot \nabla T)$$

La pertinence de supposer que l'influence du transfert d'énergie par convection est négligeable devant le transfert conductif, sera traitée dans la troisième partie de ce rapport.

2.2.2 Condition limite pour le transfert de chaleur

La condition limite pour le transfert de chaleur est exprimée classiquement par l'équation suivante:

$$\phi = h \cdot (T_{surface} - T_{milieu}) \quad (2.10)$$

$T_{surface}$ est la température à la surface du produit et T_{milieu} la température du milieu.

La difficulté repose sur la connaissance du coefficient de transfert thermique h qui sera déterminé à partir de valeurs expérimentales et discuté au cas par cas dans la troisième partie.

2.3 Variation de volume: la rétraction

Lors de la cuisson d'une viande, on remarque que celle-ci subit une rétraction qui est principalement observable dans le cas d'une longue cuisson en bain marie.

Voici le système d'équations permettant de lier la teneur en eau du produit X à son volume V :

$$Pbl : \left\{ \begin{array}{l} V_{ms} + V_{eau}^0 = V_{produit}^0 \\ V_{ms} + V_{eau} = V_{produit} \\ \rho_{ms} \cdot V_{ms} + \rho_{eau}^0 \cdot V_{eau}^0 = \rho_{viande}^0 \cdot V_{produit}^0 \\ \rho_{ms} \cdot V_{ms} + \rho_{eau} \cdot V_{eau} = \rho_{viande} \cdot V_{produit} \\ X^0 = \frac{\rho_{eau} \cdot V_{eau}^0}{\rho_{ms} \cdot V_{ms}} \\ X = \frac{\rho_{eau} \cdot V_{eau}}{\rho_{ms} \cdot V_{ms}} \end{array} \right. \quad (2.11)$$

(2.11.a)

(2.11.b)

(2.11.c)

(2.11.d)

(2.11.e)

(2.11.f)

De ces équations, nous pouvons déduire que :

- D'après (2.11.c) et (2.11.e):

$$\rho_{ms} \cdot V_{ms} = \frac{\rho_{viande}^0 \cdot V_{produit}^0}{1 + X^0} \quad (2.11.g)$$

- D'après (2.11.e) et (2.11.f):

$$(X - X^0) \cdot \frac{\rho_{ms} \cdot V_{ms}}{\rho_{eau}} + \rho_{ms} \cdot V_{ms} \cdot \frac{X^0}{\rho_{eau}} = V_{produit} \quad (2.11.h)$$

En dérivant l'équation (2.11.h) par rapport au temps et en utilisant l'équation (2.11.g), on obtient l'équation:

$$\frac{dV_{produit}}{dt} = \frac{dX}{dt} \cdot \frac{\rho_{viande}^0 \cdot V_{produit}^0}{\rho_{eau} \cdot (1 + X^0)} \quad (2.12)$$

Enfin, en intégrant cette équation, nous obtenons l'équation décrivant le volume au cours du temps:

$$V_{produit}(t) = \frac{\rho_{viande}^0 \cdot V_{produit}^0}{\rho_{eau} \cdot (1 + X^0)} \cdot (X(t) - X^0) + V_{produit}^0 \quad (2.13)$$

NB:

- Le volume V^0 représente le volume initial à $t = 0$ (idem pour $X^0 = X_{init}$).
- $\rho_{eau} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\rho_{viande}^0 \approx 1070 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ (pour le boeuf maigre).

Vu les valeurs de ρ_{eau} et de ρ_{viande}^0 , nous pouvons faire l'hypothèse que le rapport $\frac{\rho_{viande}^0}{\rho_{eau}} = 1$. Cette hypothèse nous permet de simplifier les équations (2.12) et (2.13).

Pour mieux visualiser la rétraction, voici le schéma d'un cube avant et après rétraction dans le cas d'une déformation isotrope (cf. figure 2.2).

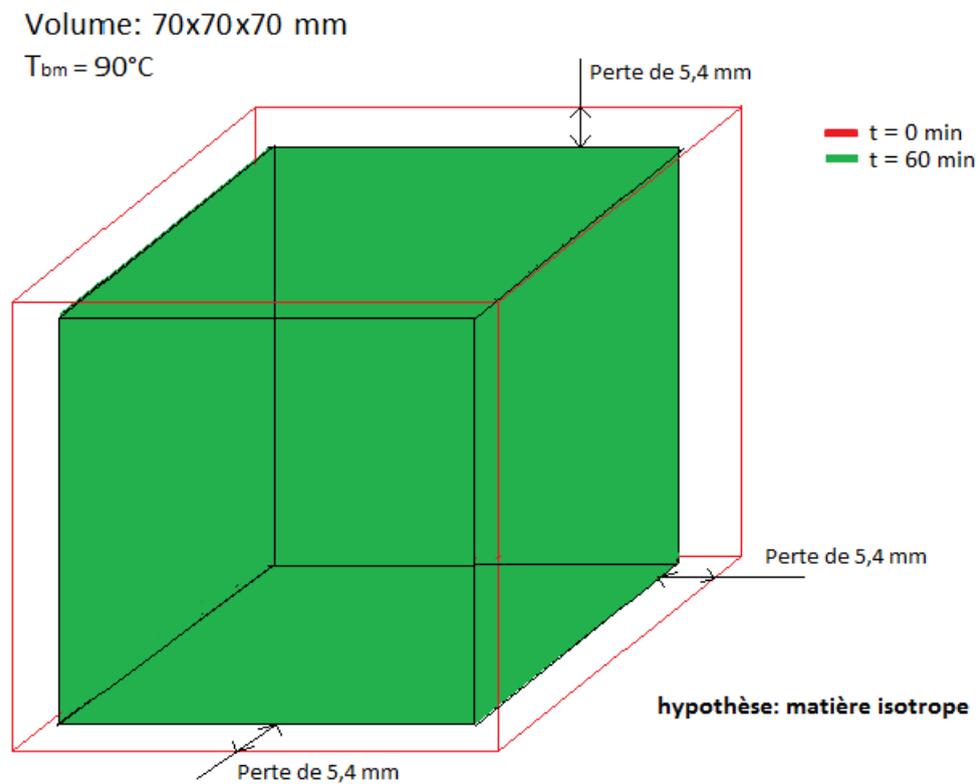


FIGURE 2.2: Exemple de la rétraction subit par un cube de 7 cm de côté et cuit en bain marie à 90°C

Dans la suite du rapport (troisième partie), la variation de volume dans le milieu a été considérée comme isotrope.

2.4 Adaptation COMSOL

Une fois les transferts et la rétraction décrits mathématiquement, il est nécessaire d'implémenter le modèle dans le logiciel de simulation numérique COMSOL.

2.4.1 Transfert de matière

Pour implémenter les différentes composantes du transfert de matière, la fonction "Transport of Diluted Species" (transport d'espèces diluées) est utilisée:

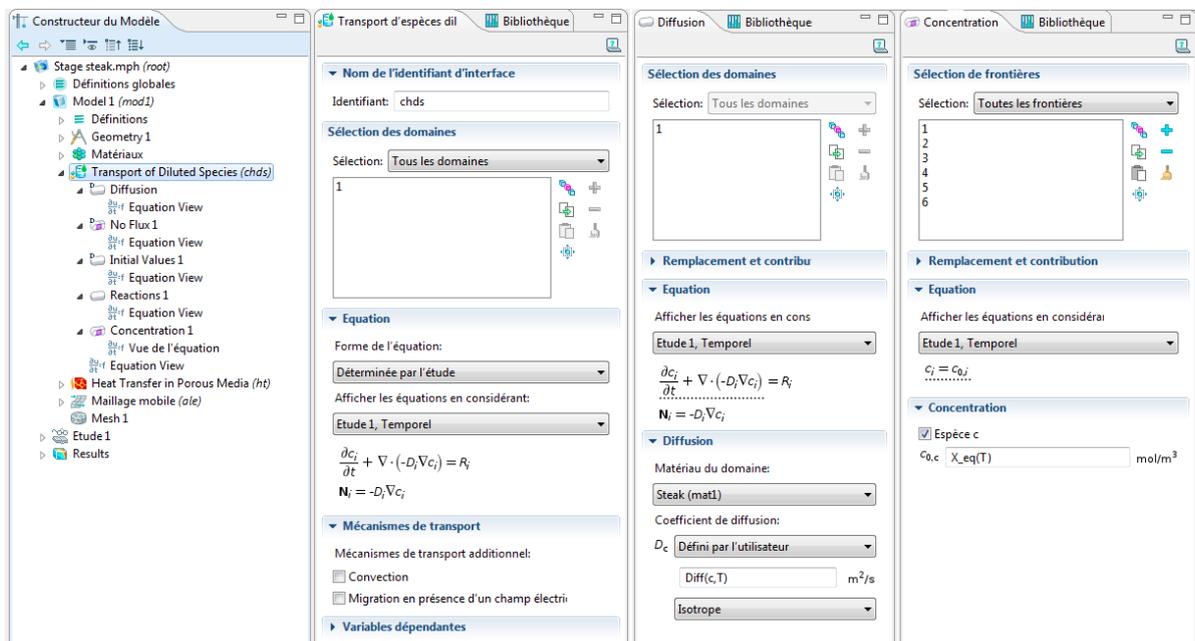


FIGURE 2.3: Implémentation du transfert de matière dans COMSOL

On peut remarquer qu'il nous suffit maintenant de créer les fonctions de diffusivité et de quantité d'eau à l'équilibre (pour les conditions limites), de fixer la valeur du terme de réaction à zéro et de rentrer la valeur de la quantité d'eau initiale du produit. A noter que nous n'avons pas pris en compte la convection et la migration en présence d'un échange électrique dans notre problème.

2.4.2 Transfert de chaleur

Afin d'implémenter les équations de transfert de chaleur, la fonction "Heat Transfer in Porous Media" (transfert de chaleur dans un milieu poreux) est choisie.

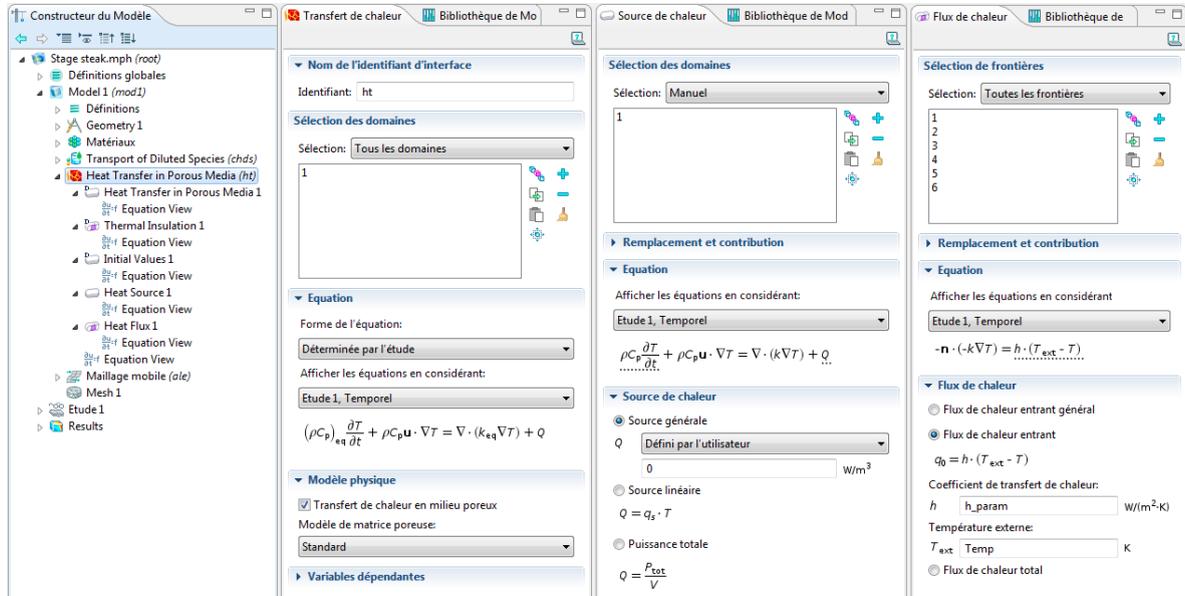


FIGURE 2.4: Implémentation du transfert de chaleur dans COMSOL

On remarque que COMSOL renomme le paramètre λ par K dans l'équation principale du transfert. Il nous suffit maintenant de fixer la valeur de la source de chaleur à zéro, de choisir la condition limite de type flux de surface du produit et de fixer les valeurs initiales. Les valeurs des paramètres (ρ , C_p , λ ,...) doivent également être saisies dans le logiciel.

2.4.3 Prise en compte de la rétraction

Le dernier modèle physique à être ajouté dans COMSOL est un modèle de déformation volumique. La méthode "ALE" (Arbitraire Lagrangienne Eulérienne) permet de rendre le maillage mobile et donc de simuler une variation de volume (cf. figure 2.5).

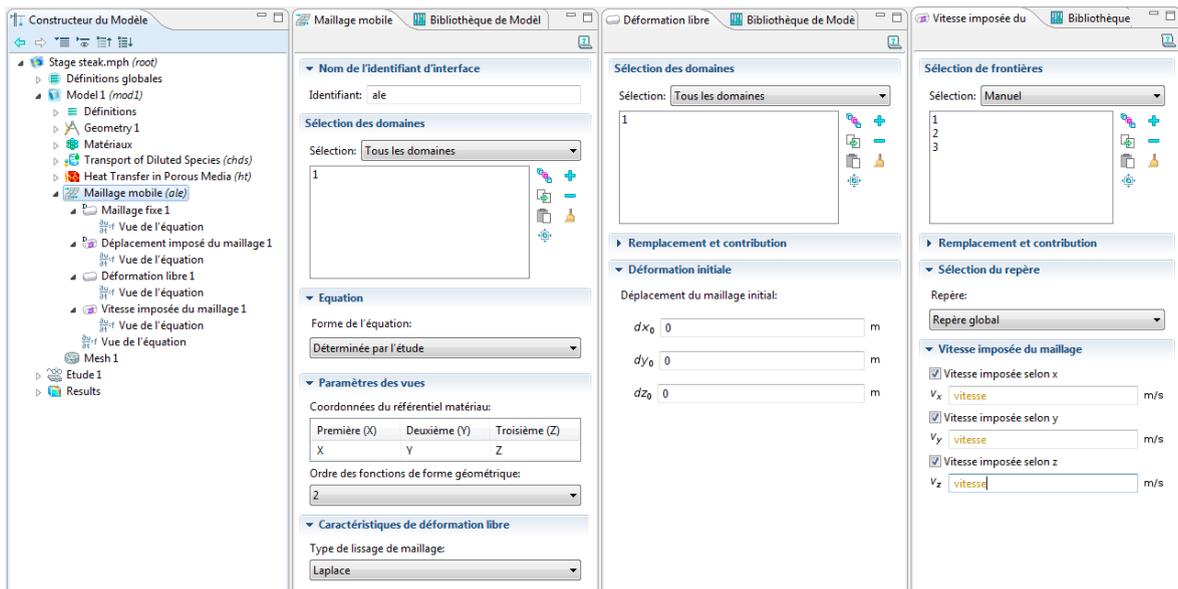


FIGURE 2.5: Implémentation de la variation de volume dans COMSOL

Pour appliquer cette méthode, nous fixons la vitesse de rétraction en nous servant de l'équation (2.12). Elle peut être appliquée selon les trois axes (phénomène isotrope) où selon une ou deux directions préférentielles.

Dans cette partie, la création du volume (steak ou steak haché) et les fonctions internes aux fonctions de diffusivité et de quantité d'eau à l'équilibre, ne sont pas représentées. Toutefois, elles sont indispensables pour la création du modèle, son bon fonctionnement (convergence du calcul) et pour l'obtention de résultats.

Partie 3

Résultats et Validations

3.1 Viande de boeuf non-hachée

3.1.1 Paramètres principaux du modèle

Les premiers résultats de pertes en jus que nous allons discuter sont issus d'une pièce de boeuf non-hachée cuite en bain marie. La cuisson s'effectue à trois températures différentes, sur quatre cubes de steak et durant quatre périodes différentes. Les principales caractéristiques que nous avons choisi pour ρ , Cp et λ (issus de [RAHMAN 1995]) sont précisées dans le tableau 3.1 ci-après.

Ces paramètres sont obligatoires pour la création d'un premier modèle dans COMSOL. Par ailleurs, les valeurs de ρ, λ et Cp varient suivant de nombreux facteurs et peuvent donc être variables à plus ou moins 10-15% (cette variation est traitée ultérieurement).

TABLE 3.1: Caractéristiques de l'étude et du modèle de pièces de viande non-hachées

Dimensions	Cube de 1, 3, 5 et 7 cm de côté
Temps de cuisson	1200s, 3600s, 4800s et 10000s
Température du bain marie	50°C, 70°C et 90°C
Température initiale de la viande	10°C
X_{init}	3 $kg_{eau} \cdot kg_{ms}^{-1}$
ρ	1000 $kg \cdot m^{-3}$
Cp	3000 $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
λ	0.45 $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

On peut remarquer que la valeur du coefficient de transfert thermique h présente dans l'équation de flux (2.10), n'est pas donnée dans ce tableau car elle est discutée dans une sous-partie dédiée. Elle reste tout de même importante pour obtenir des résultats cohérents.

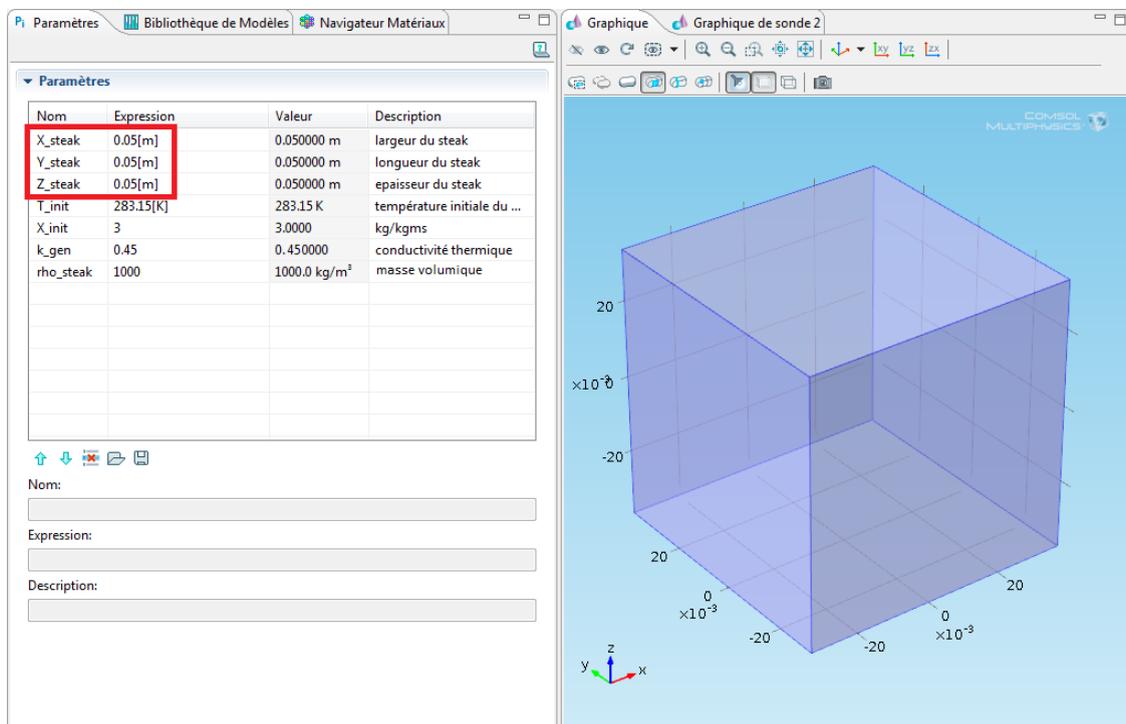


FIGURE 3.1: Modélisation d'un cube de viande sous COMSOL

Une fois ces paramètres insérés dans le logiciel, il nous faut faire quelques hypothèses qui seront ensuite vérifiées:

- La diffusivité: Avant optimisation, pour initialiser les calculs, nous choisissons de fixer la valeur du paramètre $A_\epsilon = 100$ et de $n = 1$ (cf. équation (2.3)).
- La condition limite: Par défaut, nous fixons $X_{surface} = X_{eq}$. Cette condition limite sera discutée par la suite.

3.1.2 Quantité d'eau à l'équilibre

Cette quantité d'eau par kilogramme de matière sèche noté X_{eq} représente le fait qu'une viande atteint forcément, même après plusieurs heures de cuisson en bain marie, un rapport que l'on nomme quantité d'eau à l'équilibre par kilogramme de matière sèche. Des mesures expérimentales [GONI & SALVADORI 2010] m'ont permis de connaître la valeur de X_{eq} à différentes températures de bain marie comme nous le montre la figure (3.2).

Les symboles SM, ST, LT, IS et MA représentent les différents types de muscles sur lesquels ont été effectués les relevés (respectivement *Semimembranosus*, *Semitendinosus*, *Longissimus thoracis*, *Infraspinatus* et *masseter*).

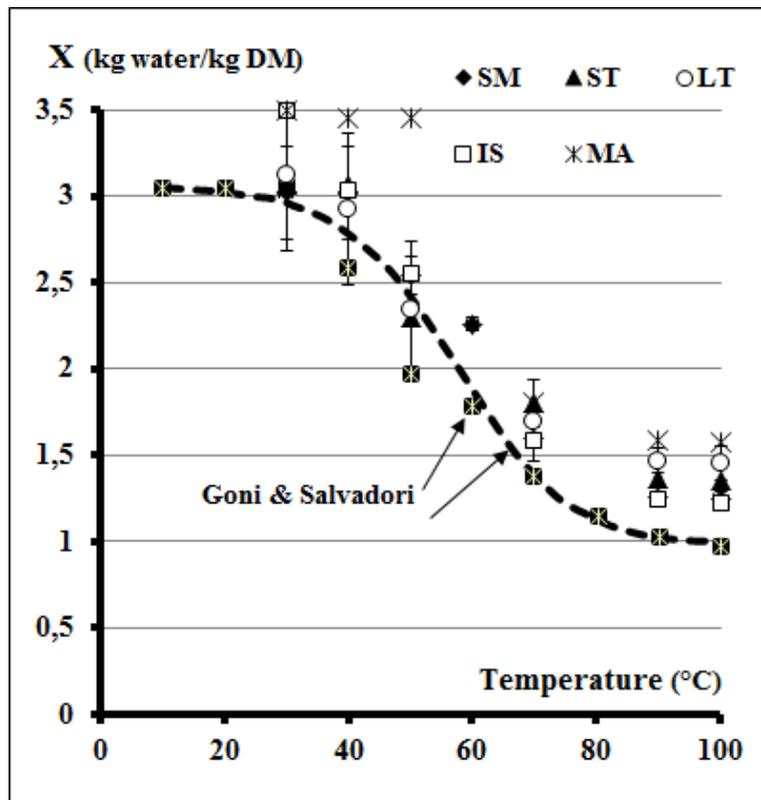


FIGURE 3.2: Valeurs de quantité d'eau à l'équilibre en fonction de la température de cuisson en bain marie

La courbe en pointillé est la fonction sigmoïde utilisée par Goni et Salvadori (2010) pour décrire leurs résultats expérimentaux. Notons que la valeur initiale de X sur cette courbe est de $3 \text{ kg}_{\text{eau}} \cdot \text{kg}_{\text{ms}}^{-1}$ comme nous l'avons choisi pour notre modèle.

Cette courbe est directement liée aux conditions limites et à la diffusivité comme nous l'avons expliqué dans la deuxième partie. C'est pourquoi, dans un premier temps, nous fixons la valeur de la quantité d'eau à la surface de la viande égale à la quantité d'eau à l'équilibre (cf. 2.1.2). De plus, les valeurs des paramètres A_e et n respectivement à 100 et 1.

3.1.3 Coefficient de transfert thermique

Une fois les courbes de la quantité d'eau à l'équilibre connues, il nous suffit de connaître la valeur de h , à entrer dans le modèle, pour obtenir les premiers résultats. La valeur de ce coefficient dépend de la façon dont s'échange la chaleur entre la surface de la viande et la source extérieure (eau, air, poêle, etc.).

Pour les essais en bain marie, nous nous sommes appuyés sur des résultats expérimentaux obtenus par [KONDJOYAN & All 2013] où la valeur du coefficient est exprimée en fonction de la température du bain marie et de son agitation (cf. figure 3.3).

Table 1

Heat transfer coefficient values measured in the water baths and in the oven under the different treatment conditions applied in this study.

Cooking or cooling systems		Conditions	h ($\text{Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$)
Water bath	Stirred	95 °C	2174 ± 174
	Non-stirred	50 °C	821 ± 90
	Non-stirred	70 °C	962 ± 98
	Non-stirred	90 °C	1190 ± 101
	Non-stirred ice-water	≈ 0 °C	374 ± 10
Air cooling, free convection	Ambient/room temperature	20 °C	6.5 ± 1
Fan-assisted oven	Dry air	100 °C	51 ± 5
	10% steam injection	100 °C	134 ± 13
	steam	100 °C	291 ± 29

FIGURE 3.3: Valeurs du coefficient de transfert de chaleur en fonction des conditions existantes dans le bain marie ou dans un four

Dans notre cas, le bain marie n'étant pas agité (non-stirred), nous avons choisi dans un premier temps les valeurs maximales de k correspondant à cette condition et ceci pour les trois températures de l'étude.

TABLE 3.2: Valeurs choisies pour le coefficient de transfert thermique

T_{bm}	$50^{\circ}C$	$70^{\circ}C$	$90^{\circ}C$
h	911	1060	1291

Contrairement à ce que l'on pouvait supposer, l'impact de la variation des valeurs du coefficient de transfert de chaleur h ne joue aucun rôle sur la perte de poids dans le steak cuit en bain marie.

3.1.4 Pertes de poids

Comme nous l'évoquions précédemment, la viande perd, lors de sa cuisson, une quantité de jus non négligeable. Ce jus est majoritairement composé d'eau mais peut aussi contenir éventuellement des micropolluants. Il est donc important pour nous de modéliser la quantité de jus expulsée.

Pour mettre en correspondance la quantité d'eau et la perte de poids, X est moyennée sur l'ensemble de la pièce de viande et traduite en perte de poids (%) à l'aide de la formule suivante:

$$Pertes(t) = 100 \cdot \frac{X_{initial} - X(t)}{1 + X_{initial}}$$

Les données simulées à partir du logiciel de simulation peuvent alors être comparées aux données expérimentales de [KONDJOYAN & All 2013] présentées en annexe (cf. Annexe 2). Sur la figure 3.4, les points représentent les valeurs expérimentales et les courbes celles calculées à partir de COMSOL puis traduites en pertes de poids.

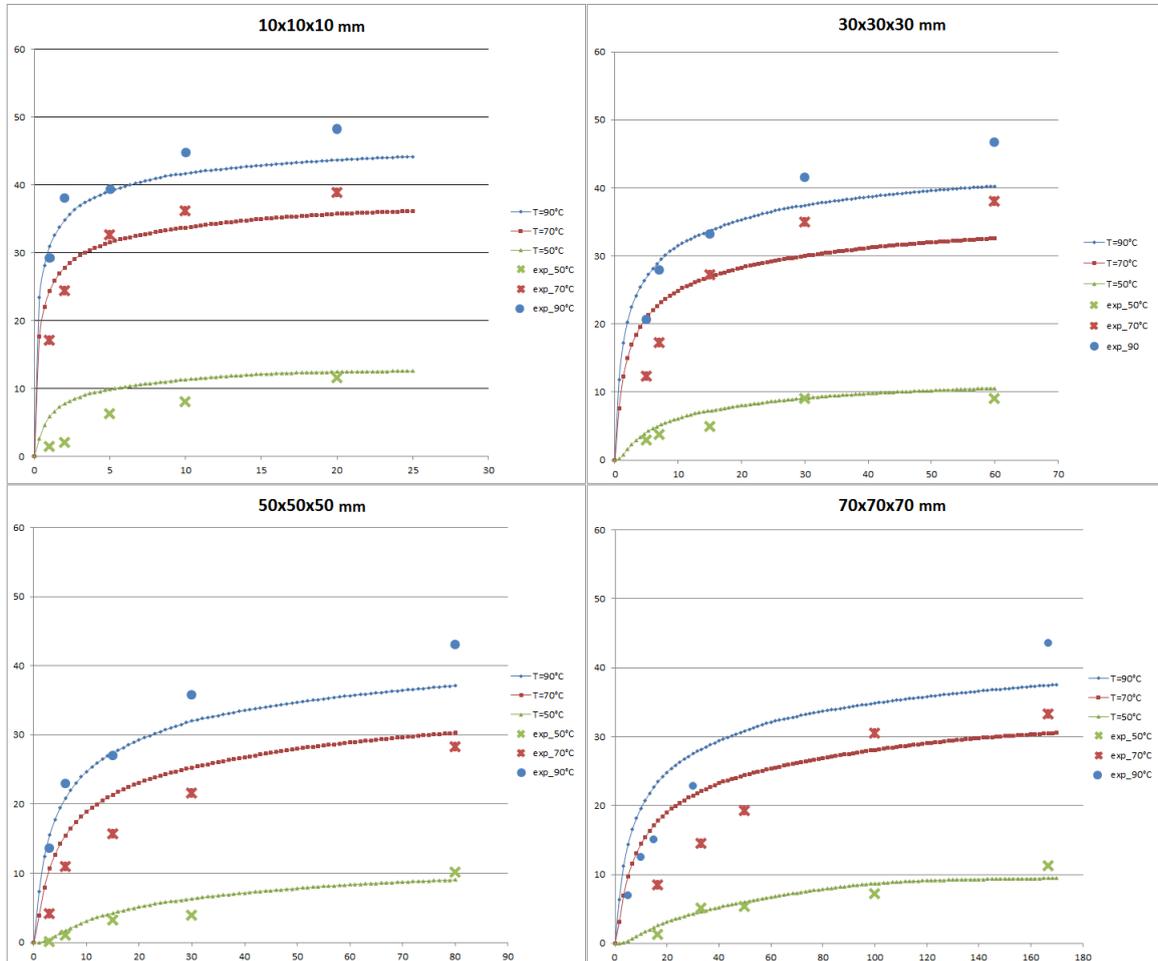


FIGURE 3.4: Premières pertes de poids obtenues

Comme nous pouvons le constater, l'écart entre les résultats calculés et l'expérience est très significatif. Il est donc nécessaire de le réduire. Cet écart peut être dû à la concentration initiale des échantillons expérimentaux qui ne serait pas exactement de $3 \text{ kg}_{\text{eau}} \cdot \text{kg}_{\text{ms}}^{-1}$.

Pour ce qui est du modèle, l'écart de prédiction peut être dû aux hypothèses faites précédemment sur la valeur de la diffusivité (c'est-à-dire à la valeur des paramètres A_ϵ et n) ou encore sur la valeur de la condition limite (cf. équations (2.5) et (2.6)).

La sensibilité des résultats de pertes de poids calculés pour ces deux hypothèses va être étudiée par la suite.

3.1.5 Optimisation des paramètres de diffusivité

Cette étape est primordiale pour l'obtention de résultats cohérents et en adéquation avec les données expérimentales. Pour réaliser cette optimisation, il nous a fallu convertir le modèle COMSOL sous MATLAB et ensuite créer un programme permettant la minimisation de l'erreur (cf. Annexe 3).

Cependant, au vu du nombre de cas expérimentaux à étudier (trois températures et quatre dimensions) et du temps de simulation numérique (plus de 5 minutes de calcul parfois), il n'était pas possible d'optimiser les valeurs de A_ϵ et n dans un temps raisonnable. De plus il nous fallait interdire, pour A_ϵ et n , certaines valeurs qui induisaient une divergence des calculs.

En définitive, vu la difficulté et le temps imparti pour le stage, nous avons choisi de fixer n à 1 et de trouver "par tâtonnement" les valeurs de A_ϵ qui conviennent le mieux pour chacune des températures de cuisson tout en nous focalisant principalement sur des cubes de 5 cm de coté.

Voici les résultats de pertes de poids obtenus après optimisation:

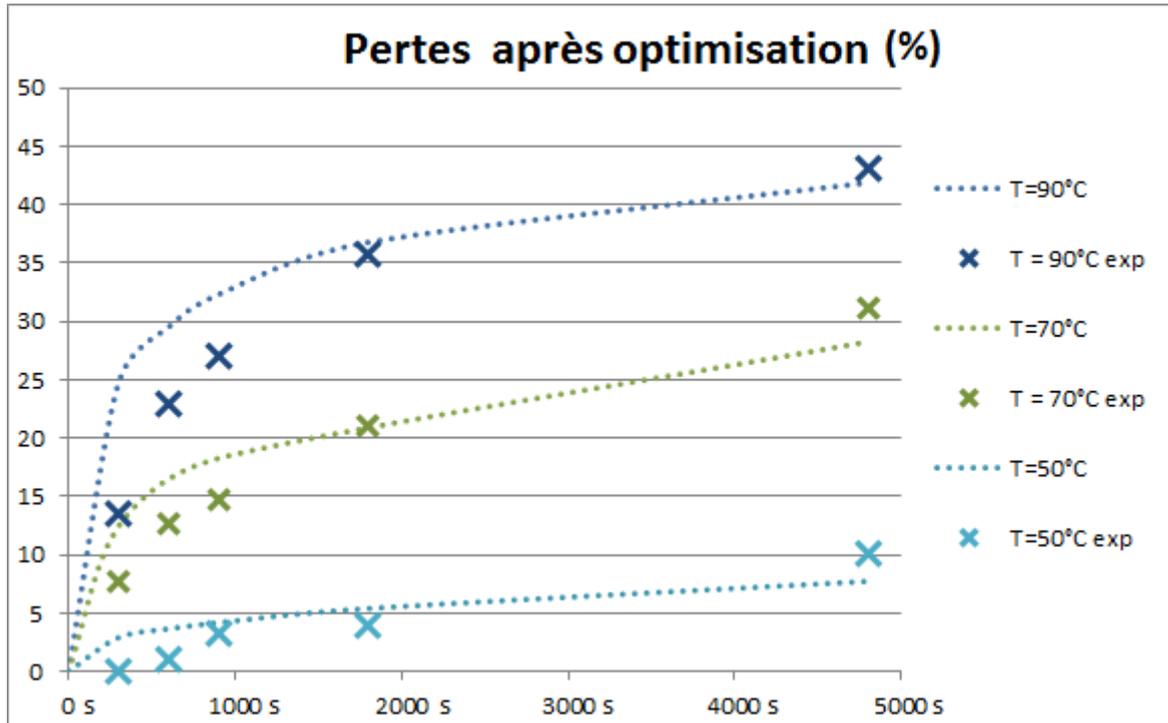


FIGURE 3.5: Pertes de poids après optimisation

TABLE 3.3: Valeurs de A_ϵ et n optimisées pour un steak de 5 cm de côté

$T_{bm} = 50^\circ C$	$T_{bm} = 70^\circ C$	$T_{bm} = 90^\circ C$
$A_\epsilon = 94$	$A_\epsilon = 240$	$A_\epsilon = 1000$
$n = 1$	$n = 1$	$n = 1$

On peut remarquer sur la figure 3.5 que l'écart ainsi obtenu entre les valeurs simulées par COMSOL et l'expérience est beaucoup plus petit qu'initialement sur la figure 3.4. Cet écart était encore plus faible pour des cubes plus petits et était compatible avec l'erreur expérimentale et l'incertitude sur certaines valeurs (comme par exemple la valeur de X_{init}).

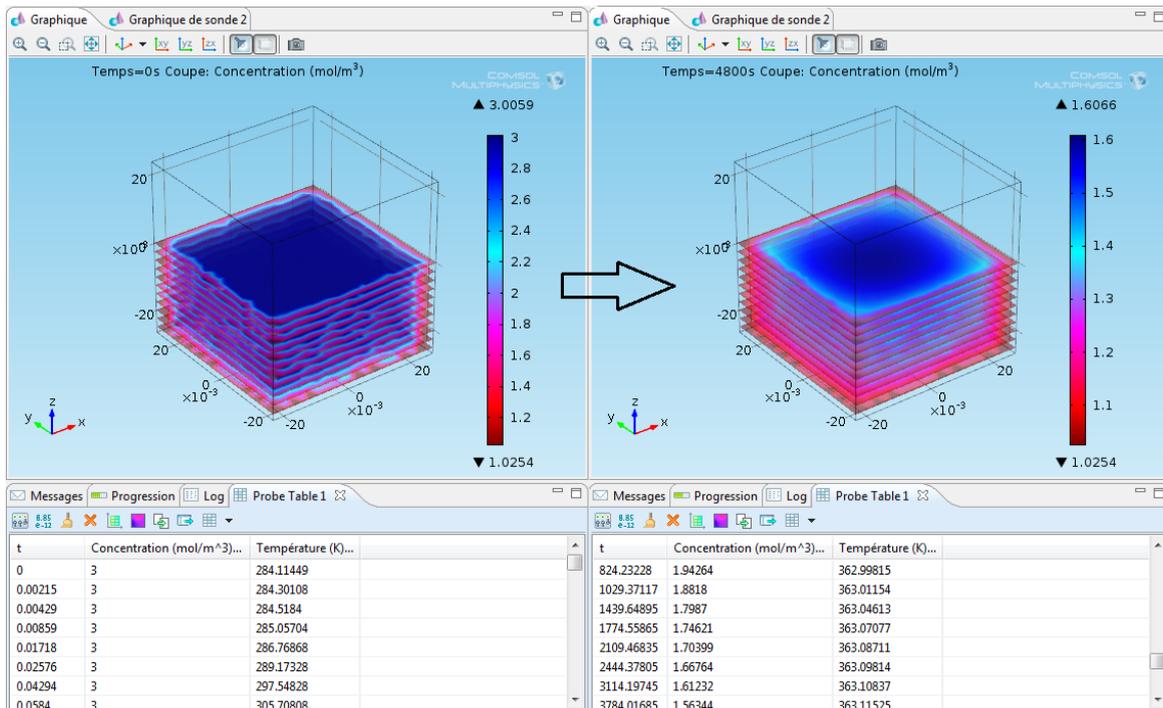


FIGURE 3.6: Pertes modélisées avant et après traitement

Voici une représentation de résultats lorsque COMSOL compile son programme et l'exécute pour un cube de 5cm de côté chauffé à $90^{\circ}C$. Représenté en rouge au temps $t = 0s$, on aperçoit la condition limite à la surface du steak. La concentration initiale en eau est donc quasiment de $3 \text{ kg}_{eau} \cdot \text{kg}_{ms}^{-1}$. Enfin, au temps $t = 4800s$, on note que la concentration au centre a variée pour atteindre $1.6 \text{ kg}_{eau} \cdot \text{kg}_{ms}^{-1}$ ce qui représente une perte de poids de 48%.

Nous allons maintenant analyser l'effet de la condition limite (cf. équations (2.5) et (2.6)) sur les pertes de poids simulées dans les cubes de boeuf de 5 cm de côté.

3.1.6 Influence de la condition limite

Avant toute chose, rappelons les deux possibilités que nous avons sélectionnées pour X_{surf} du steak non-haché:

$$\text{Soit } X_{surface} = X_{eq} \text{ soit } X_{eq}(T) + (X_{init} - X_{eq}(T)) \cdot \exp(-k(T) \cdot t)$$

La deuxième équation fait intervenir un retard d'atteinte d'équilibre en surface du cube. Nous allons donc calculer à l'aide du logiciel de simulation, l'impact de ce retard sur la perte de poids d'un cube de viande de 5 cm de côté, cuit en bain marie ($T_{bm} = 70^\circ C$) et ainsi valider ou non si le retard est à prendre en compte.

TABLE 3.4: Influence de la condition limite

Temps (s)	$X_{surface} \neq X_{eq}$	$X_{surface} = X_{eq}$	<i>Erreur</i>
0	0.00%	0.00%	0.00%
300	12.75%	12.44%	0.31%
600	16.25%	15.97%	0.27%
900	18.52%	18.27%	0.28%
1800	22.44%	22.32%	0.13%
4800	28.49%	28.27%	0.22%

L'erreur maximale sur la perte de poids due à ces deux conditions limites est de 0.31%. Cette valeur est du même ordre que l'erreur expérimentale et peut donc être négligée. Les résultats précédents montrent qu'avec $X_{surface} = X_{eq}$, il est possible d'approcher les valeurs expérimentales pour des valeurs de A_e , de h et de n bien choisies.

Les valeurs de pertes de poids étant maintenant cohérentes par rapport à l'expérience, nous allons nous intéresser à l'effet des paramètres thermiques ρ , λ et Cp sur la prédiction de la température au coeur de la viande.

3.1.7 Influence des paramètres thermiques sur la température au coeur de la viande

Les paramètres ρ, λ et Cp non pas de valeur fixe pour la viande. Ils dépendent entre autre de la composition du produit, c'est-à-dire du taux de matière grasse dans le muscle et de la température de ce produit.

Dans la littérature, nous pouvons remarquer que ces paramètres, pour un steak de boeuf non-haché, appartiennent aux plages de données suivantes:

$$\begin{aligned}\rho &= [900; 1100] \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \\ \lambda &= [0.4; 0.6] \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ Cp &= [2800; 3200] \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\end{aligned}$$

C'est en fait la diffusivité thermique, qui s'exprime sous la forme du rapport $\frac{\lambda}{\rho \cdot Cp}$, qui fixe l'intensité du transport par conduction dans la viande. Nous allons donc calculer la température au coeur de la viande pour les valeurs maximales et minimales de ce rapport. Le maximum est atteint pour $\lambda = \lambda_{max}, \rho = \rho_{min}$ et $Cp = Cp_{min}$ et inversement.

Les courbes de températures obtenues pour un cube de viande de 5 cm de côté et pour une température de bain marie à 70°C sont présentées ici:

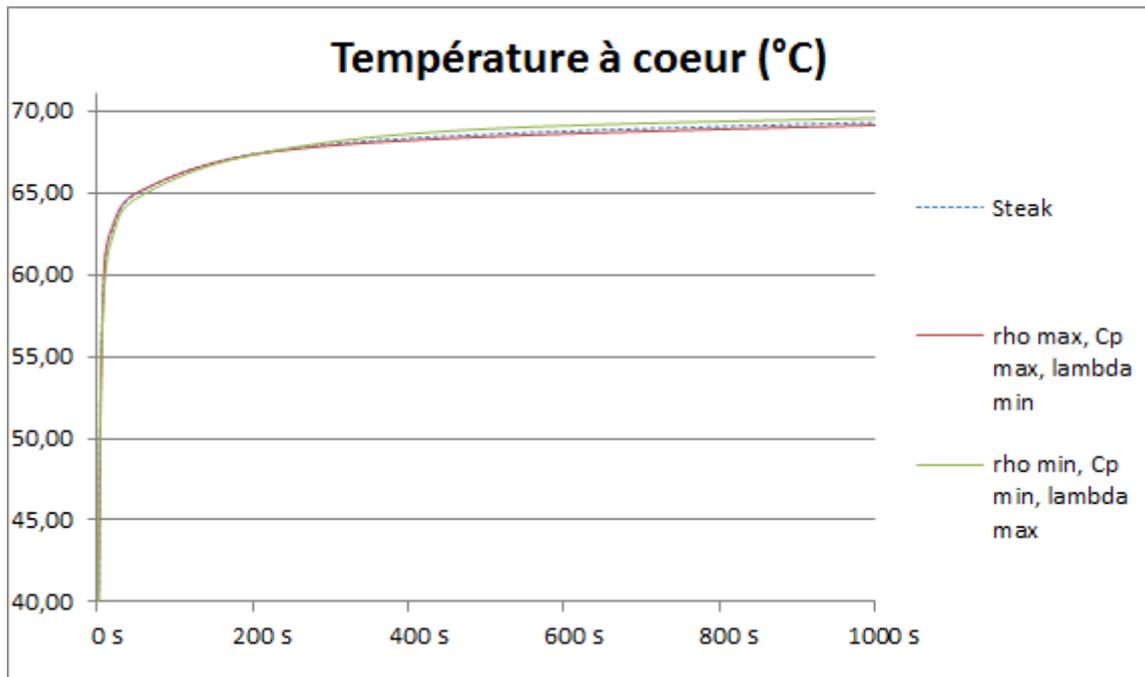


FIGURE 3.7: Premières pertes de poids obtenues

On note que la diffusivité thermique $\frac{\lambda}{\rho \cdot C_p}$, qu'elle soit maximale ou minimale, conduit à des courbes quasiment confondues.

Les valeurs de ρ, λ et C_p prises dans l'intervalle données par la littérature, n'ont pas d'impact significatif sur le calcul de la température à coeur tout au long de la cuisson. Outre les valeurs de ces coefficients, la prédiction de la température dans la viande non-hachée peut dépendre de la rétraction du produit, phénomène que nous allons maintenant étudier pour une cuisson en bain marie.

3.1.8 Influence de la rétraction

Cette déformation, que l'on peut percevoir lors d'une cuisson à la poêle, est particulièrement observable lors de la cuisson en bain marie. C'est pourquoi nous l'avons étudiée dans cette dernière condition de cuisson.

Dans des cubes coupés sans tenir compte du sens des fibres du muscle, la déformation est à priori isotrope. Ainsi, notre étude s'est déroulée en deux étapes. La première étape est de calculer la vitesse de rétraction (cf. équation (2.12)) et du pourcentage de pertes volumique (cf. équation (2.13)). Celle-ci est ensuite utilisée dans la seconde étape visant à analyser l'impact sur la température simulée au centre du cube.

Première étape:

A l'aide de l'équation (2.13), nous avons calculé le pourcentage de volume perdu pour un cube de steak de 5cm de côté et cuit à différentes températures jusqu'à atteindre l'état d'équilibre. Nous obtenons:

TABLE 3.5: Variations volumiques calculées

Température du bain marie	Pourcentage de Pertes	Taille des côtés du cube
$50^{\circ}C$	9.1%	4.84 cm
$70^{\circ}C$	31.4%	4.41 cm
$90^{\circ}C$	41.9%	4.17 cm

L'impact de la rétraction n'est mesurable qu'à partir de 70°C . Les calculs que nous venons d'effectuer nous permettent de déterminer la vitesse de rétraction qui est prise en compte par la méthode ALE du logiciel COMSOL. Vérifions, à l'aide de cette méthode, l'impact de la rétraction sur la température au coeur des cubes de viande.

Deuxième étape:

Voici la courbe représentant la température à coeur simulée pour une cuisson en bain marie à 50°C :

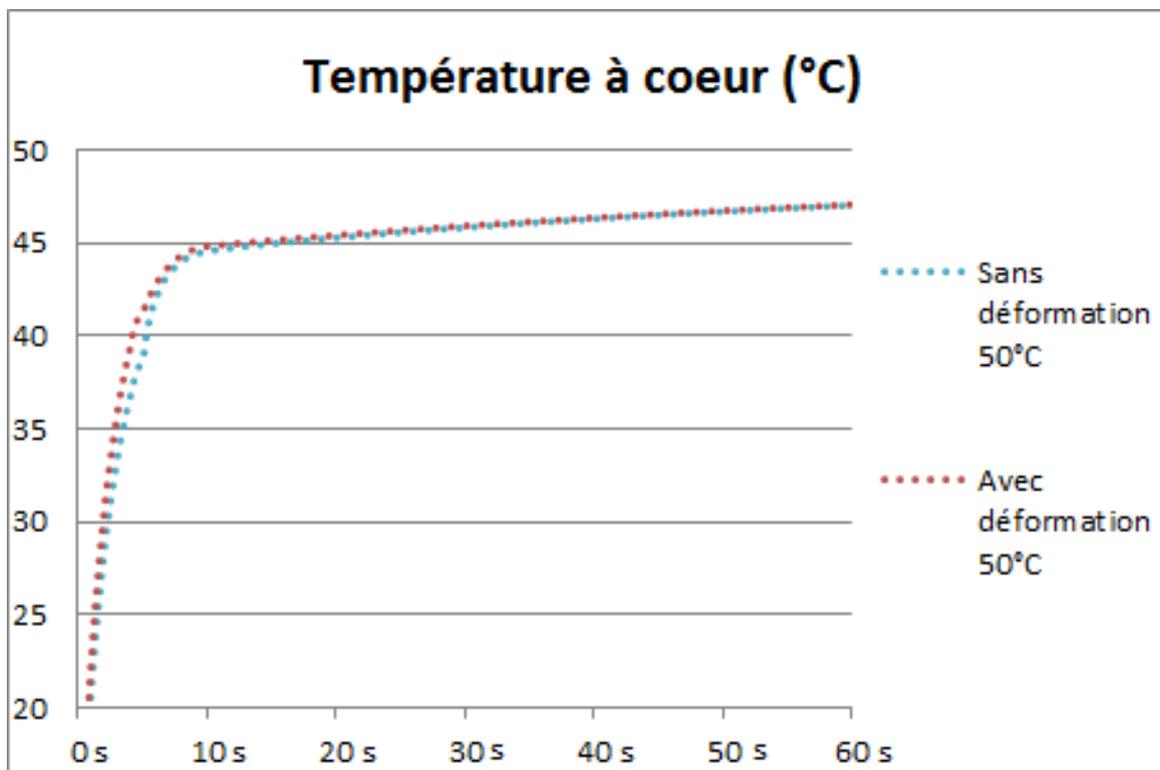


FIGURE 3.8: Rétraction du steak pour une cuisson en bain marie à 50°C

La rétraction n'a donc aucun effet sur l'évolution de la température à coeur dans le cas d'une cuisson en bain marie à 50°C .

Pour une cuisson en bain marie à 70°C , l'effet de la déformation volumique est représenté sur cette figure:

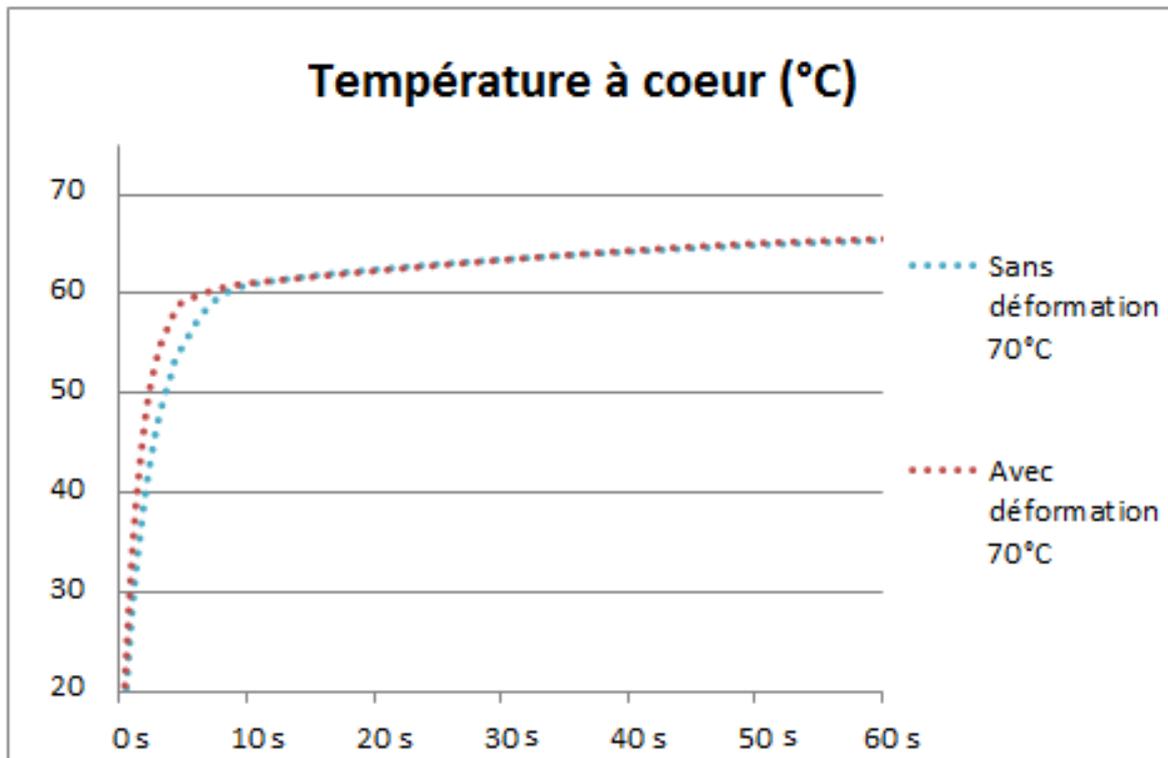


FIGURE 3.9: Rétraction du steak pour une cuisson en bain marie à 70°C

Dans ce cas, nous pouvons noter une nette différence entre la courbe obtenue avec rétraction et celle obtenue sans rétraction. Nous constatons que dans les dix premières secondes de cuisson, la différence de température à coeur, liée à la rétraction, peut atteindre 4°C de plus que lorsque le cube de steak ne se rétracte pas. Au-delà de 10 secondes et jusqu'à l'atteinte de l'équilibre, le cube de boeuf continue de se rétracter mais n'a plus d'effet significatif sur la valeur de la température à coeur.

En conclusion, il est possible d'affirmer que le modèle de transfert de chaleur et de matière présenté ici, est capable de prédire les cinétiques de température et de pertes de poids qui ont été mesurées sur des cubes de steak non-haché cuit en bain marie. Il va maintenant être appliqué et étendu au cas de la viande hachée elle aussi cuite en bain marie.

3.2 Viande hachée de boeuf

3.2.1 Paramètres principaux du modèle

Le cas étudié dans cette partie correspondra toujours à la même géométrie et aux mêmes dimensions de steak haché (forme cylindrique correspondant au cas expérimental). Par ailleurs, les calculs seront effectués pour quatre températures différentes. Les conditions de calcul et les propriétés du steak haché sont définies dans le tableau 3.6.

TABLE 3.6: Caractéristiques du modèle steak haché

Dimensions	$H = 1.5cm$ et $R = 2.25mm$
Temps de cuisson	3600s
Température du bain marie	$50^{\circ}C, 60^{\circ}C, 70^{\circ}C$ et $90^{\circ}C$
Température initiale de la viande	$17^{\circ}C$
X_{init}	$2.21 kg_{eau} \cdot kg_{ms}^{-1}$
ρ	$1080 kg \cdot m^{-3}$
Cp	$3600 J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
λ	$0.5 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

NB:

- La quantité d'eau initiale par kilogramme de matière sèche mesurée expérimentalement sur de la viande hachée X_{init} est égale à $2.21 \text{ kg}_{eau} \cdot \text{kg}_{ms}^{-1}$. Celle-ci est nettement inférieure au cas du cube de viande non-hachée.
- Les valeurs de ρ, λ et Cp sont variables et sont comprises dans une plage de valeurs données par la littérature [KOVÁCSNÉ OROSZVÁRI 2004].

Lors des essais réalisés en laboratoire, la température était mesuré par un capteur de type thermo-bouton cylindrique inséré au centre du steak haché. Ce thermo-bouton est en grande partie composé d'acier inoxydable dont les propriétés thermiques sont connues. L'ajout de ce capteur de mesure permet d'obtenir des cinétiques de température au centre du steak haché.

Voici les propriétés du thermo-bouton:

TABLE 3.7: Variations volumiques calculées

Dimensions	$H = 0.428\text{cm}$ et $R = 0.7\text{cm}$
Pas de calcul minimum	$5s$
Température de déclenchement	15°C
ρ	$8010 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Cp	$450 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
λ	$16.3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Les simulations ont par la suite été effectuées pour une température initiale, dans la viande hachée, supérieure à celle de déclenchement du thermo-bouton.

3.2.2 Mesure expérimentale de quantité d'eau à l'équilibre

Des mesures expérimentales de X_{eq} ont été réalisées en plaçant un steak haché muni d'un thermo-bouton dans un sac sous vide puis en le cuisant en bain marie. Les valeurs de la quantité d'eau à l'équilibre ont été déterminées à partir d'expériences, soit en considérant que tout le volume était de la viande hachée qui perdait du jus, soit en prenant en compte le fait que le capteur ne perd pas de jus. Voici la figure représentative de ces deux cas d'étude:

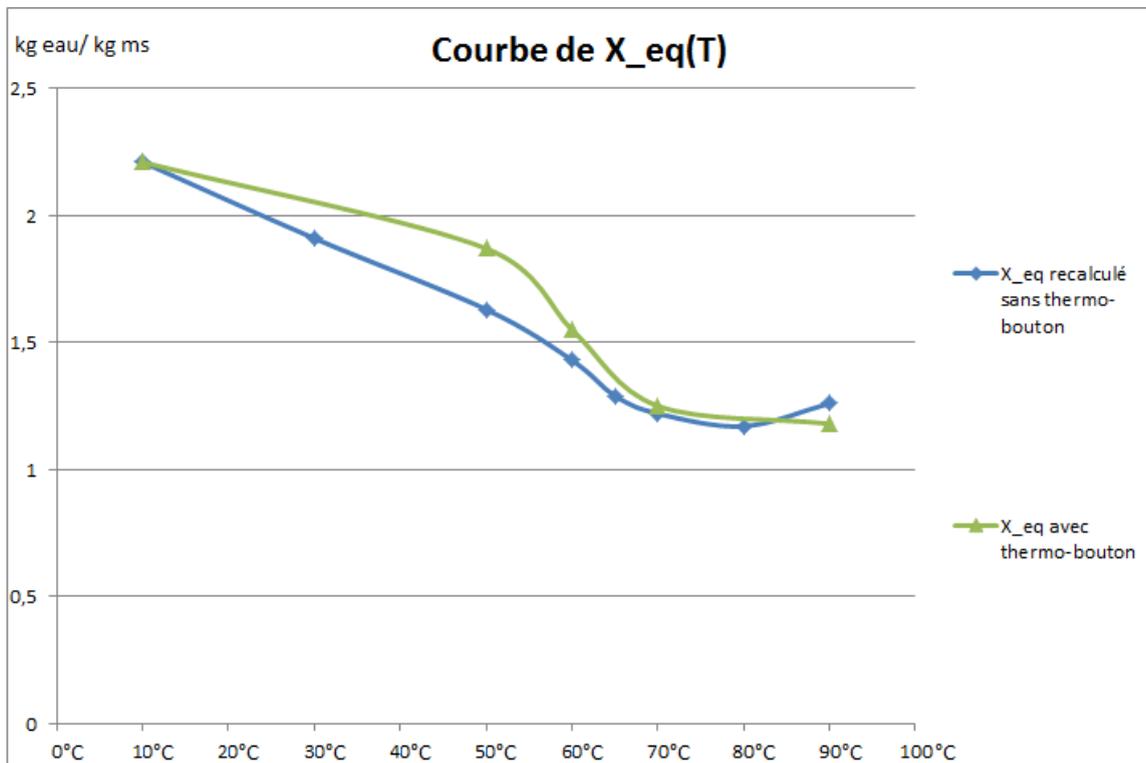


FIGURE 3.10: Influence du thermo-bouton sur la quantité d'eau à l'équilibre

Il apparaît que les deux courbes sont significativement différentes et que l'erreur liée à la présence du thermo-bouton doit être pris en compte lorsque celui-ci est présent. C'est ce qui sera fait lors de futures simulations COMSOL.

Maintenant que nous avons dissocié ces deux mesures, étudions la variation du coefficient de transfert thermique h .

3.2.3 Valeurs du coefficient de transfert thermique

Comme nous l'avons décrit plus haut, le steak haché est inséré dans un sac puis mis sous vide avant d'être plongé dans le bain marie. Or, ce sac limite le transfert de chaleur entre le fluide du bain et la surface du steak haché. Une étude menée par A. KONDJAYAN (2007) a permis de relever l'impact de la présence du sac plastique sur la cinétique de température au sein d'un bloc d'aluminium (2cmx2cmx7cm) plongé dans un bain marie.

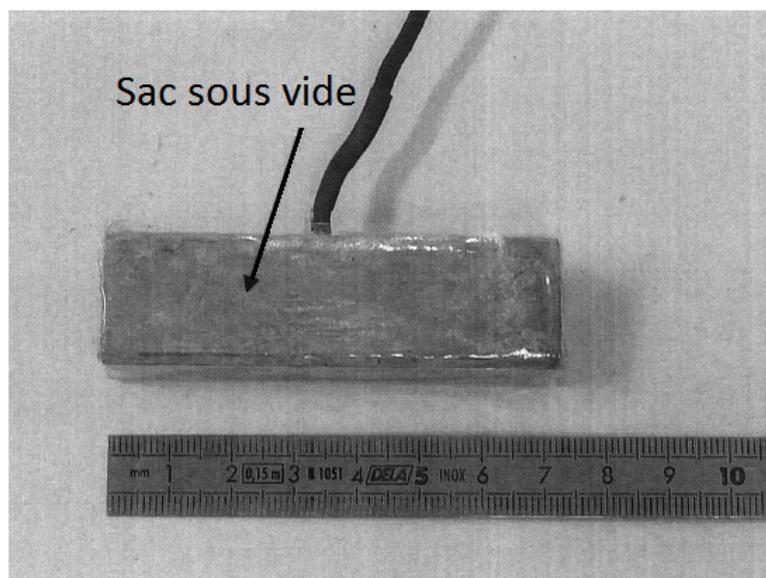


FIGURE 3.11: Bloc d'aluminium mis sous vide

Le fait de mettre sous vide le steak haché conduit à un contact similaire entre le sac plastique et la surface du produit, même si une très mince pellicule d'air a pu subsister à certain endroits.

Voici les cinétiques mesurées sur 1400 secondes dans la barre d'aluminium en présence et en l'absence d'un sac sous vide.

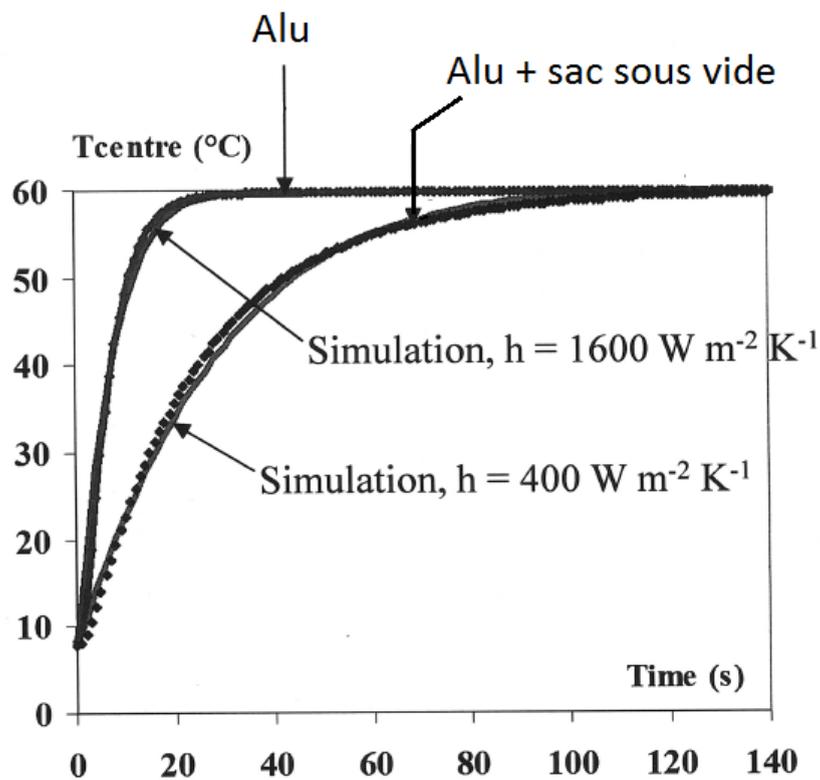


FIGURE 3.12: Influence de la présence d'un sac sous vide sur la cinétique de température au centre d'une barre d'aluminium. Cette cinétique permet de déduire la valeur de h

On peut déduire de ces expériences que la cuisson en bain marie en présence d'un sac sous vide, diminue d'un facteur quatre la valeur du coefficient de transfert thermique h par rapport à une cuisson en l'absence de sac.

Or, ces expériences avaient été réalisées dans un bain marie agité tandis que les cuissons des steaks hachés ont été réalisées dans un bain marie dit "statique". Les valeurs des coefficients de transfert ne peuvent donc être directement transposées d'un cas à l'autre. Une incertitude demeure donc sur la valeur exacte de h à appliquer dans notre cas.

En se basant sur le fait que la valeur de h est divisée par quatre lorsque que le sac sous vide est présent lors de la cuisson, et en considérant les données dans le tableau 3.2, nous pouvons estimer la valeur de h à $270 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ dans le cadre de nos expériences. Comme une incertitude demeure, nous allons étudier l'impact de la valeur de h en effectuant deux calculs pour $h=100$ et $400 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ dans le cas d'un steak plongé dans un bain marie à 90°C .

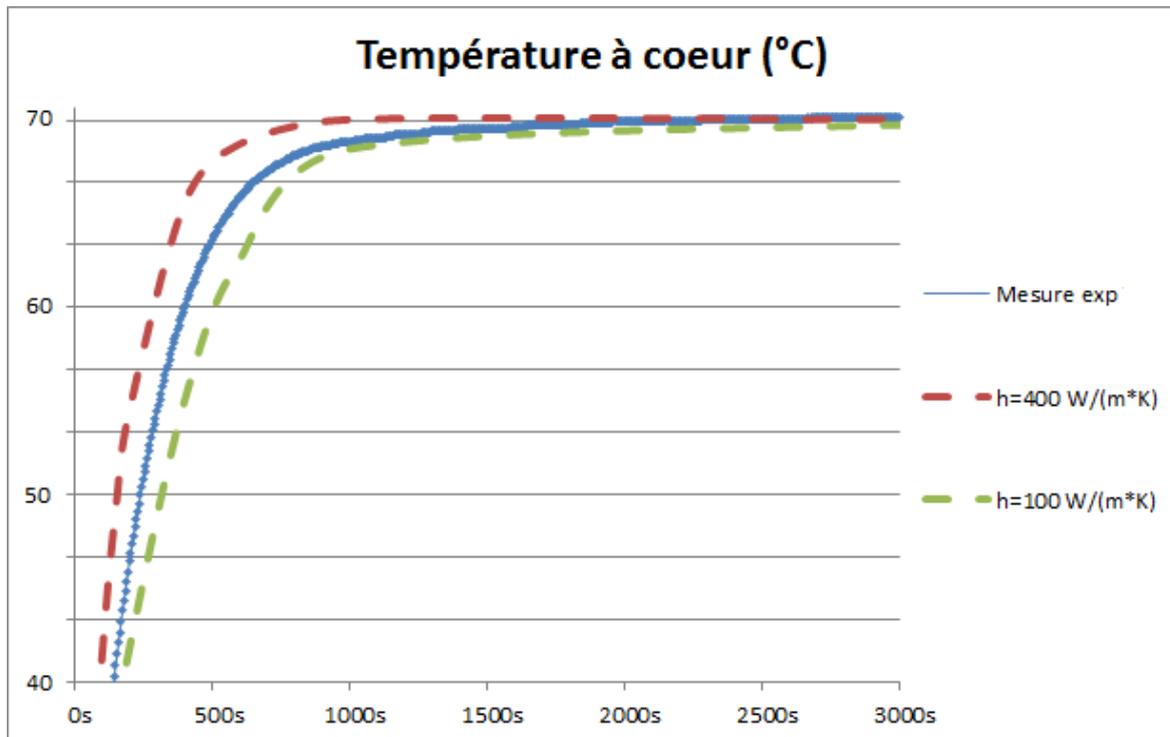


FIGURE 3.13: Influence de l'incertitude sur la valeur de h liée à la présence d'un sac sous vide, sur la cinétique de température au centre d'un steak haché cuit en bain marie à 70°C

La courbe bleue (cf. figure 3.13), provenant des mesures expérimentales effectuées au cours du stage, est parfaitement encadrée par les valeurs minimale et maximale de h correspondant à notre incertitude sur l'effet de la présence d'un sac plastique.

Une valeur moyenne de h entre $230\text{-}250 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ comprise dans l'intervalle précédent a donc été considérée pour simuler les cinétiques de température dans le cas des steaks hachés plongés dans un bain marie à quatre températures différentes. Voici le résultat :

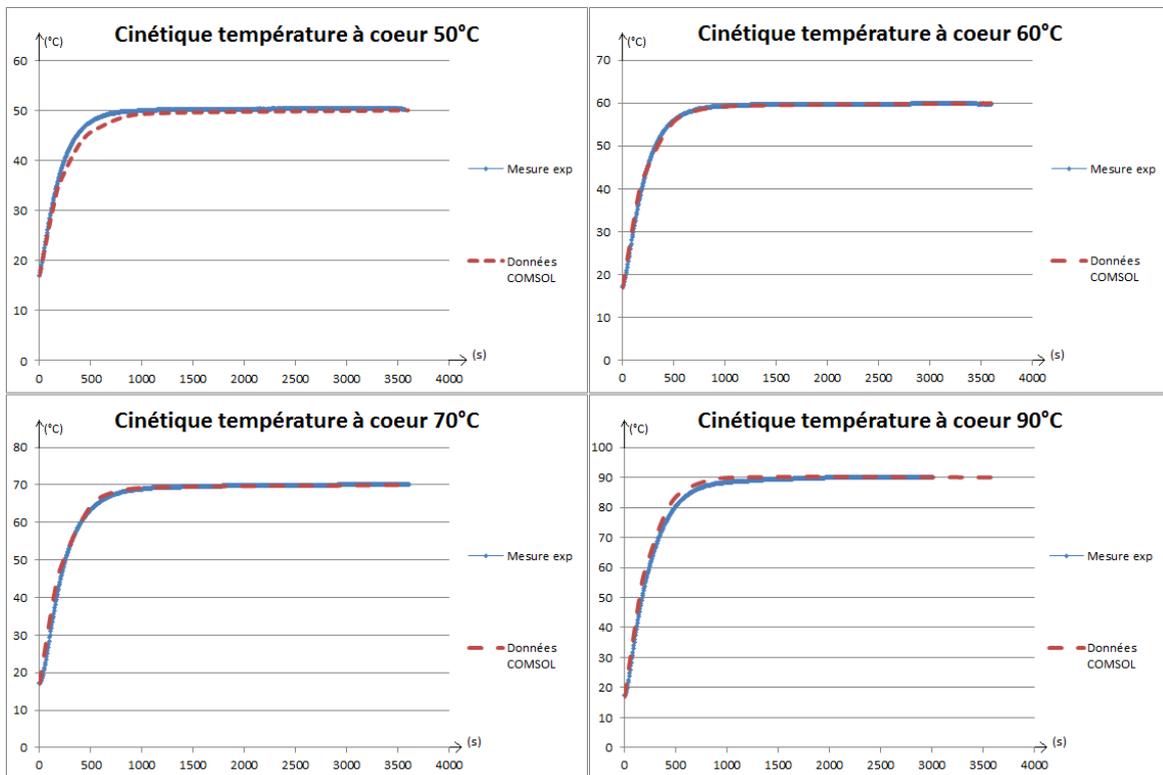


FIGURE 3.14: Cinétiques de température simulées et mesurées au coeur du steak haché lors d'une cuisson en bain marie à différentes températures

La cinétique de température simulée est très proche de celle mesurée expérimentalement. Le modèle décrit bien la réalité du transfert thermique observé, même si l'effet de la rétraction de la viande n'a pas encore été considéré jusqu'ici.

Le fait que le modèle de transfert thermique soit fiable, permet de s'intéresser à la modélisation du transfert de jus. Le modèle de transfert de jus dans le steak haché est le même que celui utilisé pour le transfert de matière dans les cubes de viande non-hachée. Par contre, les valeurs de A_ϵ et de n sont spécifiques au cas de la viande hachée. Une seule dimension de produit a été considérée ici et la valeur des paramètres de diffusivité A_ϵ et n ont été choisis comme devant être identiques quelle que soit la température du bain marie. Ainsi, nous obtenons les courbes de pertes de poids suivantes:

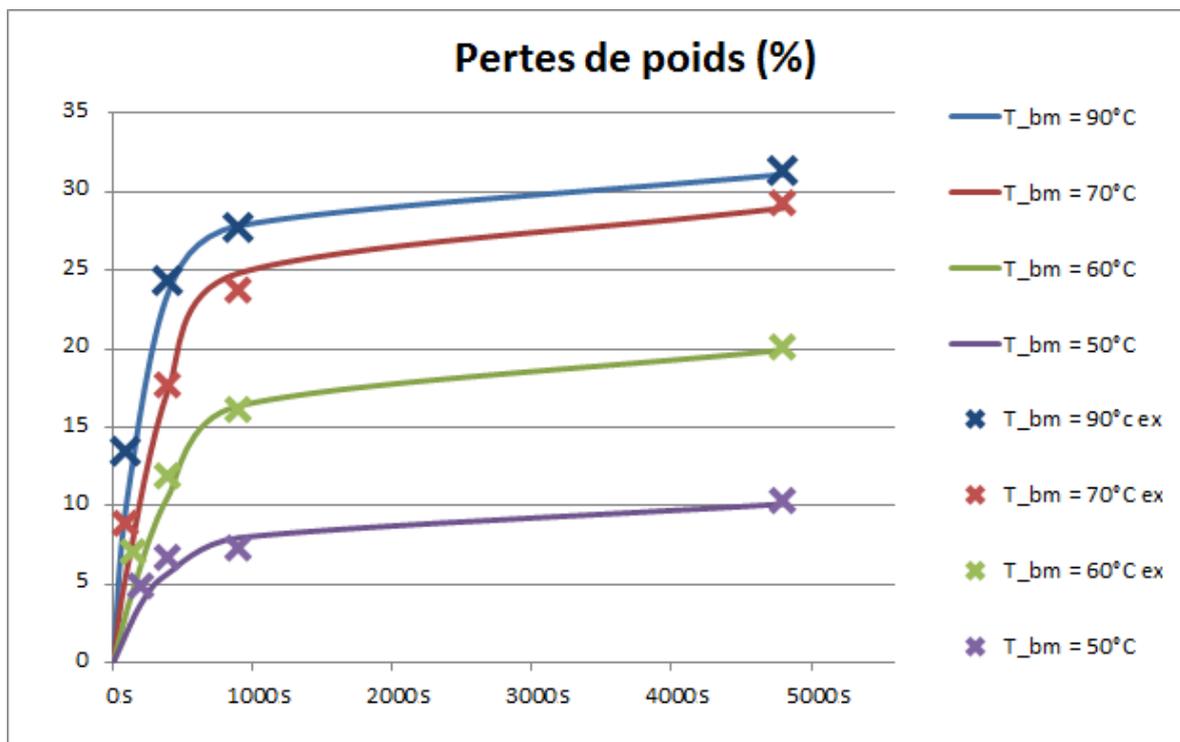


FIGURE 3.15: Comparaison entre les pertes de poids calculées à partir du modèle et celles mesurées sur du steak haché à différentes températures

Les valeurs de A_ϵ et n obtenues par minimisation de l'écart entre les valeurs simulées par le modèle et les valeurs expérimentales sont:

$$A_\epsilon = 3000 \text{ et } n = 1$$

La comparaison entre les pertes de poids mesurées et simulées par le modèle sont dans ce cas très proches (erreur inférieur à 2% en moyenne) et les différences tombent dans l'erreur expérimentale.

Le fait de pouvoir simuler correctement le transfert de matière nous permet maintenant d'évaluer l'effet de la variation de volume, liée à la perte de jus, sur le transfert thermique au centre du produit.

3.2.4 Influence de la rétraction de la viande sur le transfert thermique

Le fait que le steak haché se rétracte lors de sa cuisson accélère la cinétique de montée en température au centre du produit. Le tableau 3.8 donne la diminution de volume, en pourcentage, de sa valeur initiale après un temps de cuisson en bain marie de 4800 secondes. Cette simulation a été effectuée pour les quatre températures de l'étude.

Le pourcentage de rétraction, qui n'est que de 10% à 50°C, atteint tout de même plus de 30% à 90°C. Cette valeur, bien que moins importante pour les pièces de viande non-hachée, reste très significative. Il convient également de montrer que les pourcentages de rétraction simulés pour une température de bain marie égale à 70°C et 90°C sont quasiment identiques.

TABLE 3.8: Déformation volumique du steak haché en fin de cuisson sans thermo-bouton

Température du bain marie	Pourcentage de Pertes
$50^{\circ}C$	10.1%
$60^{\circ}C$	19.9%
$70^{\circ}C$	28.9%
$90^{\circ}C$	31.6%

Pour protéger les populations d'un risque de contamination microbienne, L'OMS (Organisme Mondiale de la Santé) préconise de cuire le steak haché jusqu'à ce qu'il atteigne une température de $70^{\circ}C$ à coeur. Nous nous sommes donc placés à une température de bain marie correspondant à ce cas, pour simuler l'effet de la rétraction sur la température au centre du produit.

La figure 3.8 montre l'effet de la prise en compte d'une variation de volume, et plus précisément d'une rétraction sur la cinétique de température simulée dans le logiciel numérique COMSOL 4.3b au centre du steak haché. Lors de cette simulation, nous avons négligé l'effet de la présence éventuelle d'une sonde de type thermo-bouton placée au centre du produit, qui est introduite lors d'essais expérimentaux.

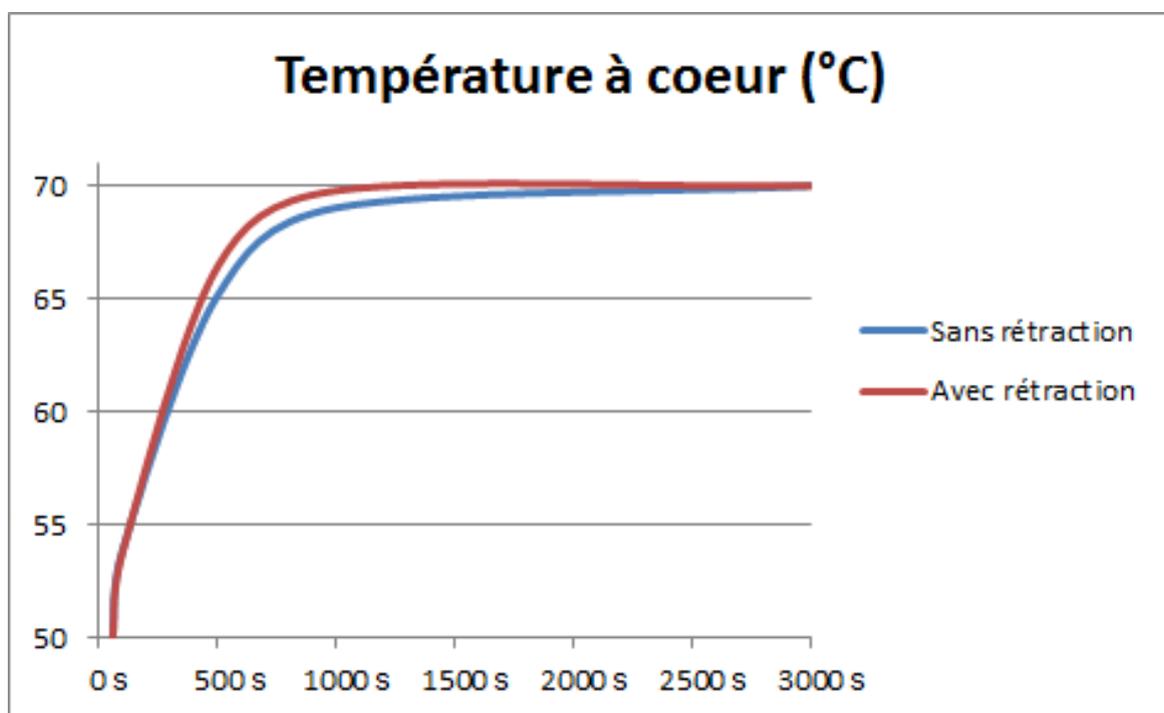


FIGURE 3.16: Influence de la variation de volume sur la cinétique de température au coeur du steak haché

L'écart entre les deux courbes ne dépasse jamais plus de deux degrés dans le cas du steak haché. Il peut atteindre 3°C pour une température de bain marie égale à 90°C .

Cette différence est inférieure à celle de l'étude sur une pièce de viande non-hachée, où l'écart pouvait atteindre plus de 4°C à coeur. Elle reste toutefois intéressante à considérer pour pouvoir comparer les valeurs expérimentales aux valeurs simulées lorsque la durée de la cuisson en bain marie est comprise entre 300 et 2000 secondes. De plus, cet écart de quelques degrés a un impact très important sur de la dégradation de micro-contaminants lors de la cuisson d'une viande.

3.2.5 Vérification de l'hypothèse d'un transfert thermique convectif nul dans la viande

Lors de nos simplifications de l'équation de chaleur (cf. équation (2.9)), nous avons postulé que le transfert par migration du jus était négligeable face au transfert par conduction. Ceci revient à dire que la vitesse de migration de jus est nulle. Or, celle-ci peut être estimée en moyenne à posteriori, puis être implémentée dans COMSOL. Pour évaluer cette vitesse moyenne, nous avons postulé que la distance moyenne de migration de jus dans la viande vers la surface était égale à:

$$D_{moy} = \frac{Volume}{Surface} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot H}{(2 \cdot \pi \cdot R^2 + 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H)} \quad (3.1)$$

Après simplification de l'équation (3.1), la vitesse de migration moyenne de jus $u_{moy}(t)$ peut être calculée à partir de la variation de la concentration en eau à l'aide de la relation suivante:

$$u_{moy}(t) = \frac{\partial \bar{X}}{\partial t} \cdot \frac{R \cdot H}{2(R + H)} \quad (3.2)$$

L'évaluation de l'effet de la vitesse de migration du jus sur le transfert de chaleur est effectuée en deux temps. Dans un premier temps, le transfert de chaleur, considéré comme purement conductif, et la variation de la vitesse moyenne $u_{moy}(t)$ sont calculées à partir de l'équation (3.2). Dans un second temps, cette vitesse est introduite dans l'équation (2.9) ce qui nous permet d'évaluer l'impact de la migration de jus sur le transfert thermique.

La variation de la vitesse moyenne de migration au cours de la cuisson en bain marie, à une température de 70°C , est représentée sur la figure ci-dessous:

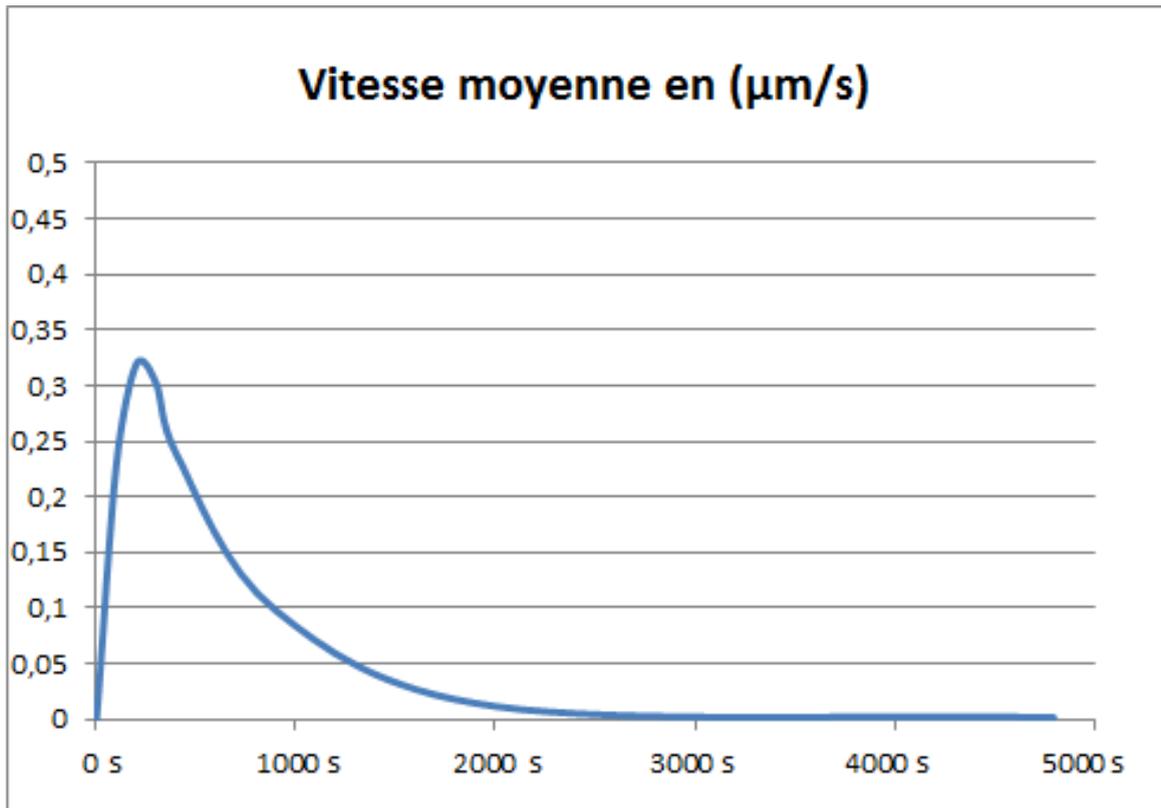


FIGURE 3.17: Vitesse moyenne de convection de jus dans le steak haché

Cette vitesse diminue logiquement au cours du temps jusqu'à devenir nulle, car celle-ci est liée à la variation de la quantité d'eau dans la viande qui atteint l'équilibre au bout d'un certain temps X_{eq} .

Son impact sur la température à coeur est négligeable, comme cela peut être observé sur la figure 3.18 (toujours pour une cuisson à 70°C).

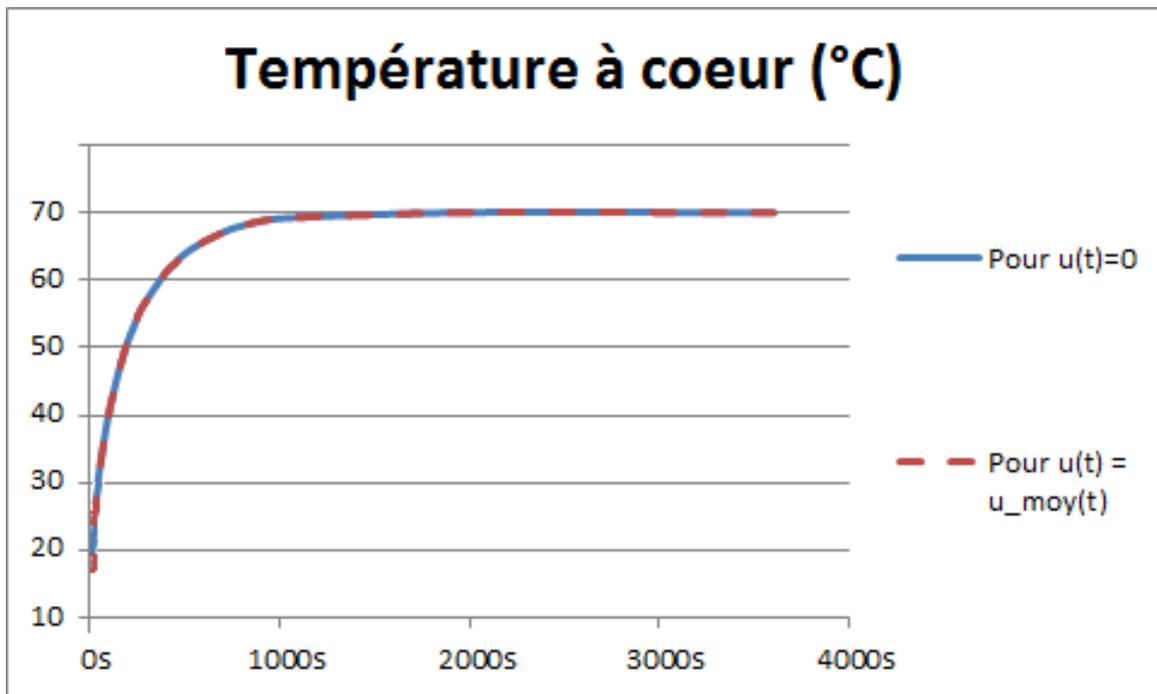


FIGURE 3.18: Influence de la vitesse moyenne de conduction sur la cinétique de température au coeur de la viande hachée

Même si en moyenne, l'effet de la migration de jus n'a aucun impact sur le transfert de chaleur, il serait intéressant de vérifier cette hypothèse au voisinage de la surface du cylindre. Cette étude n'a pas été réalisée dans le cadre de ce travail.

Conclusion

Un modèle a été développé pour décrire les transferts de chaleur et de jus dans la viande en cours de cuisson. Ce modèle plus complet, que celui développé auparavant à l'INRA-Theix, décrit le transfert de jus sous la forme d'une équation de diffusion.

Le modèle a été implémenté sous l'environnement COMSOL 4.3b, puis testé sur des résultats existants sur des pièces de viande non-hachés et a ensuite été étendu au cas de la viande hachée. Les valeurs des paramètres inconnus ont été déterminées grâce aux mesures expérimentales de pertes de poids en bain marie réalisées pendant le stage.

Une étude de sensibilité a été conduite pour montrer qu'il est effectivement possible de négliger les transferts de chaleur liés à la migration de jus devant les transferts conductifs. A l'inverse, l'effet de la rétraction volumique sur la simulation des cinétiques de température au centre du produit ne peut pas être écartée. Cette variation de volume doit être prise en compte dans le modèle lorsque les simulations de températures doivent être précises.

Toutefois, les paramètres les plus importants à déterminer sont ceux liés aux conditions limites qui s'exerce en surface. Ces conditions avaient fait l'objet de travaux avant même mon arrivé, dans le cas de la cuisson en bain marie. D'autres études expérimentales ont été réalisées à la fin de ma période de stage pour des steaks hachés cuits dans une poêle.

La prise en compte de nouveaux travaux et la modélisation de la fonction de croûtage constituent une suite logique à ce rapport. C'est pourquoi le modèle pourra alors être utilisé pour déterminer la quantité de micro polluant restant dans le steak après cuisson à la poêle, et prédire leurs transformations en molécules potentiellement encore plus toxiques.

Bibliographie

- [1] **D. KHALIL**, Analyse des transferts d'eau et d'ions au cours du chauffage dans du tissu musculaire de boeuf préalablement mariné, *INRA Clermont-Fd/Theix - QUAPA*, 2010
- [2] **S. RAHMAN**, Food Properties Handbook, *CRC Press*, 1995
- [3] **Goni & Salvadori**, Prediction of cooking times and weight losses during meet roasting, *Journal of Food Engineering*, 2010
- [4] **A. KONDJAYAN, S. OILLIC, S. PORTANGUEN, J-B. GROS**, Combined heat transfert and kinetic models to predict cooking loss during heat treatment of beef meat, *INRA Clermont-Fd/Theix*, 2013
- [5] **B. KOVÁCSNÉ OROSZVÁRI**, The mechanisms controlling heat and mass transfer on frying of beefburgers, *Lund Institute of Technology*, 2004

Annexe 1: Ecriture simplifiée de l'équation de diffusion et étude du bilan enthalpique

Expression de l'équation de diffusion en milieu poreux:

Rappelons tout d'abord l'équation de transfert de matière dans un milieu monophasique, sans rétraction et lorsque que le transport s'effectue essentiellement par diffusion (2.1):

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \nabla \cdot (-D_i \nabla c_i) = 0$$

Dans un milieu poreux, l'équation peut s'écrire, en 1D, sous la forme suivante:

$$\frac{\partial \beta_o(1-\epsilon_o)X_{eau}}{\partial t} = -\frac{\partial \dot{m}}{\partial y}$$

Après développement:

$$-\frac{\partial \dot{m}}{\partial y} = -\frac{\beta^2(1-\epsilon)^2}{\beta_o(1-\epsilon_o)} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \cdot \left[D_{eau} \cdot \frac{\partial X_{eau}}{\partial y} \right]$$

Dans cette équation, la porosité est représentée par le terme $\frac{\beta^2(1-\epsilon)^2}{\beta_o(1-\epsilon_o)}$. En postulant que la porosité du produit ne varie pas au cours du temps, ce rapport peut être considéré comme constant et est donc noté A_ϵ . Nous obtenons ainsi, dans l'espace:

$$-\nabla \dot{m} = A_\epsilon \cdot \text{div}(D_{eau}(X, T) \nabla X_{eau})$$

Enfin, nous associons le terme $A_\epsilon \cdot \text{div}(D_{eau}(X, T))$ à la diffusivité de l'équation (2.1) noté $D_i(X, T)$ qui nous amène à l'équation finale de diffusivité (cf. Equation (2.3)).

Etude du bilan enthalpique:

Rappelons d'abord l'expression des équations de transfert de chaleur dans un milieu monophasé pour une source de chaleur nulle (issue de l'équation (2.5)), et l'équation du bilan d'enthalpie (2.6):

$$(\rho \cdot C_p) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \cdot C_p \cdot u \cdot \nabla T = \nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla T)$$

et

$$\frac{\partial \beta_o(1-\epsilon_o)\hat{H}}{\partial t} = -\frac{\partial \dot{H}}{\partial y}$$

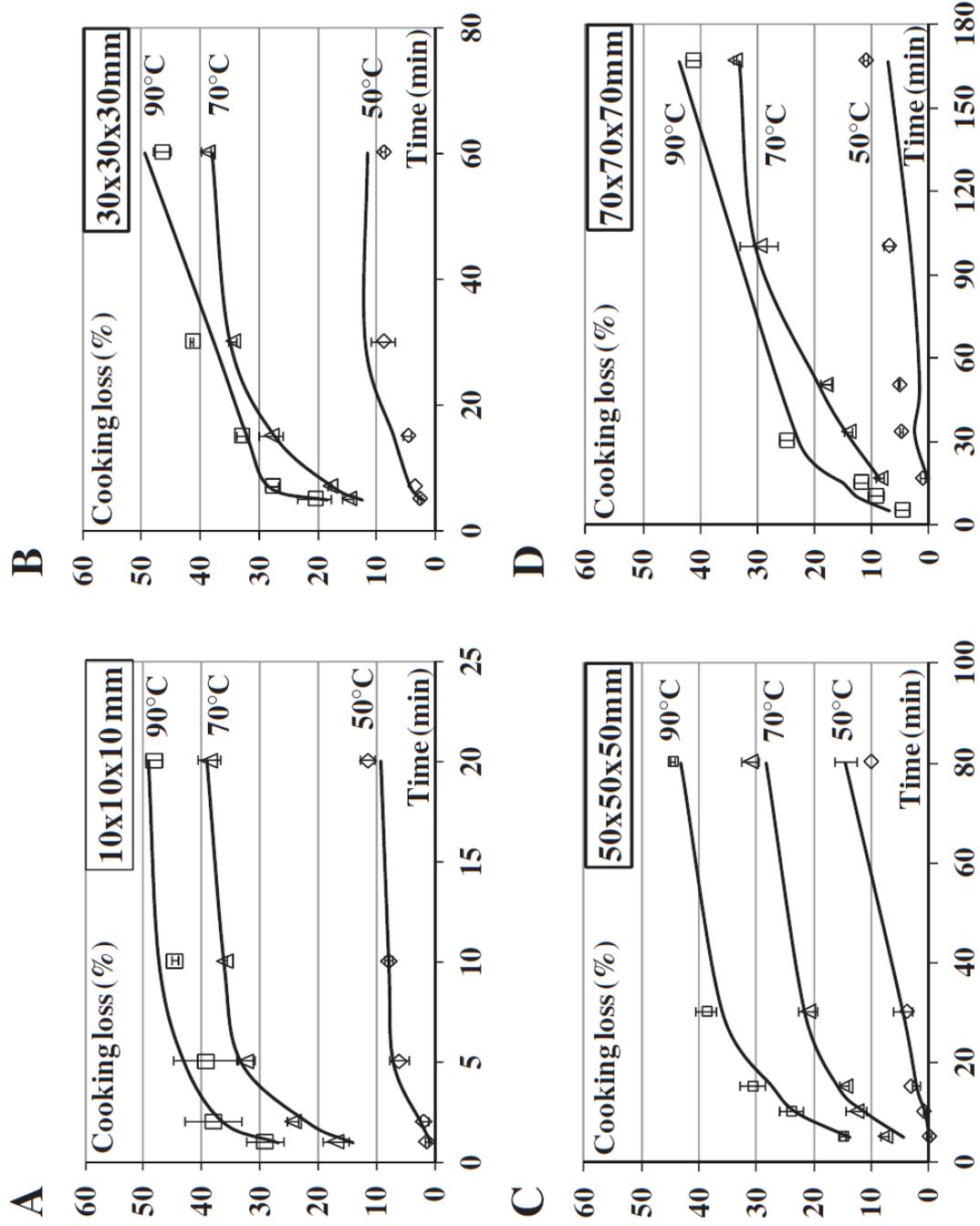
L'équation du bilan enthalpique en milieu poreux s'exprime en 1D de la manière suivante lorsqu'il n'y a pas d'évaporation:

$$\begin{aligned}
& \frac{\lambda}{\beta_o(1-\epsilon_o)} \cdot \left[\frac{\partial\beta(1-\epsilon)}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + \beta(1-\epsilon) \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] - \frac{(T-273.15)}{\beta_o(1-\epsilon_o)} \cdot \left[\frac{\partial\beta^2(1-\epsilon)^2}{\partial y} \cdot D_{eauL} \cdot \right. \\
& \left. \frac{\partial X_{eauL}}{\partial y} \cdot Cp_{eauL} + \beta^2(1-\epsilon)^2 \cdot \frac{\partial D_{eauL}}{\partial y} \cdot \frac{\partial X_{eauL}}{\partial y} \cdot Cp_{eauL} + \beta^2(1-\epsilon)^2 \cdot D_{eauL} \cdot \right. \\
& \quad \left. \frac{\partial^2 X_{eauL}}{\partial y^2} \cdot Cp_{eauL} \right] = \\
& \beta_o(1-\epsilon_o) \cdot \left[Cp_{eauL} \cdot (T-273.15) \cdot \frac{\partial X_{eauL}}{\partial t} + (Cp_{ms} + X_{eauL} \cdot Cp_{eauL}) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \right]
\end{aligned}$$

On retrouve en bleu la composante de conduction et le terme d'évolution de la température au cours du temps de l'équation (2.5), tandis que tout le reste de l'équation est associé au transport convectif $\rho \cdot C_p \cdot u \cdot \nabla T$. Ceci conduit, lorsqu'elle est exprimée en 3D, à l'équation (2.7).

Annexe 2: Courbe de pertes de poids pour des pièces non-hachées et mode opératoire des expériences réalisées au cours du stage

Valeurs expérimentales de pertes de poids mesurées avant le stage sur des pièces de boeuf non-hachées. Les points représentant les valeurs expérimentales et les courbes exprimant les valeurs calculés à partir d'un modèle plus simple que celui développé dans le rapport.



Juillet 2014 : Projet SoMeat.

Mesure des pertes de poids et du coefficient de transfert dans les steaks hachés:

Mini-steaks hachés (45x15 mm) préparés selon le mode opératoire de l'équipe Mass (sans l'étape "solvants"). Cuisson en sac sous-vide individuels en bain-marie statique (voir tableau ci-contre). Refroidissement 5 min dans de la glace fondante. Chaque cuisson est triplée soit 48 échantillons au total.

Mode opératoire :

- Préparation des steaks ;
- Prélèvement pour teneur en eau initiale ;
- Conserver les steaks à 4 ou -20°C selon le temps d'attente pour la manip (dans tous les cas, veiller à limiter le séchage) ;
- Programmer les thermoboutons avec une fréquence de 5 s (noter l'heure pour les 6 thermoboutons) ;
- Emballer les thermoboutons dans du film alimentaire ;
- Incorporer les thermoboutons dans les 6 premiers steaks (cuisson en double pour chaque température car pas assez de thermoboutons) en les centrant au mieux ;
- Peser l'ensemble ;
- Mettre sous-vide (noter l'heure), le n° de thermobouton doit être écrit sur le sac ;
- Placer 1h minimum à 15°C (pour les 50°C) et 17°C pour les autres températures dans une étuve. Les thermoboutons ont une gamme de température de 15 à 140°C, en dessous de 15°C, ils affichent 14°C par défaut. Afin d'avoir une mesure, il est préférable d'être juste au dessus de 15°C (17°C), 15 ne suffisant pas au vu de la précision des thermoboutons ;
- Sortir de l'étuve et placer dans le bain-marie immédiatement (noter l'heure) ;
- Placer à la température voulue et sortir 3 steaks simultanément au temps choisi (noter l'heure) ;
- Placer 5 min dans de la glace fondante ;
- Ouvrir les sacs et éponger 30 s avec un poids de 20g ;
- Peser l'ensemble ;
- Faire un prélèvement pour X finale ;
- Retirer les thermoboutons et récupérer les données dès que possible (impossible entre les 2 premiers temps) ;
- Reprendre le MO pour finir les cuissons à cette température pour les 2 derniers temps.

Annexe 3: Programme MATLAB

Dans un premier temps, voici l'algorithme simplifié du programme MATLAB servant à la détermination de la valeur des paramètres A_ϵ et n par minimisation de l'écart entre les valeurs simulées et celles expérimentales:

```
for  $A = [\dots]$  do  
  for  $n = [\dots]$  do  
    for  $T = 50 : 20 : 90$  do  
      for  $x = 0.01 : 0.02 : 0.07$  do  
        Stocker le résultat COMSOL et les valeurs expérimentales;  
        Effectuer la valeur absolue de la différence des résultats précédents;  
        Calculer le résidu (norme au carré de la différence calculée);  
      end for  
      Calculer la somme des résidus pour chaque dimension;  
    end for  
    Calculer la somme des résidus des dimension et des températures;  
    Sauvegarder la valeur optimal (simple boucle if);  
  end for  
end for  
Retourner le résultat;
```

```

function out = main()

%Fonction qui retourne la valeur de la compilation COMSOL pour différentes
%valeurs des paramètres A et n de la formule A*diff_0*(X-X_eq(T))^n

%Initialisations des vecteurs de résultats et temporaires
res=ones(5,1);
SOMME_init = 150;
SUM = 0;
SOMME = 0;
resultat=ones(2,1);

%Boucle sur la valeur de A
for A = 100:100:1000
    %Boucle sur la valeur de n
    for n = 1:1:1
        %Boucle sur les température
        for T = 50:20:90
            %Boucle sur les dimensions du steak
            for x = 0.01:0.02:0.07
                %Lancement de COMSOL
                p_p = point_p(A,n,T,x);
                for i=1:1:5
                    %Récupération des résultats
                    res(i)= abs(p_p(i,1)-p_p(i,2));
                end
                %Fonction d'optimisation
                SUM = SUM + norm(res)^2;
            end
            SOMME = SOMME + SUM;
            SUM = 0;
        end
        if (SOMME < SOMME_init)
            %Sauvegarde des valeurs optimales
            resultat(1)= A;
            resultat(2)= n;
            SOMME_init=SOMME;
            SOMME = 0;
        end
    end
end

%Ouverture d'un fichier contenant tout les resultats
fid = fopen('test.txt','w');
fprintf(fid,'%s\n','A et n:');
fprintf(fid,'%i\t %i\n',resultat);
fclose(fid);

out = resultat;

```

Voici une partie du programme de récupération des données COMSOL. Cet extrait de programme est répété pour toutes les tailles et toutes les températures.

Voici le début du programme:

```
function out = point_p(A,n,T,x)

p_t = ones(5,1);
p_e = ones(5,1);
switch x
    case 0.01

        switch T
            case 50
                p = mphmean(Stage_Matlab_bon(A,n,T,x), 'c', 'volume'); %Calcul COMSOL
                p_t(1)=p(4);
                p_t(2)=p(7);
                p_t(3)=p(16);
                p_t(4)=p(31);
                p_t(5)=p(61);
                %Resultats experimentaux
                p_e(1) = 2.9444;
                p_e(2) = 2.86;
                p_e(3) = 2.7535;
                p_e(4) = 2.684;
                p_e(5) = 2.5404;
            case 70
                p = mphmean(Stage_Matlab_bon(A,n,T,x), 'c', 'volume'); %Calcul COMSOL
                p_t(1)=p(4);
                p_t(2)=p(7);
                p_t(3)=p(16);
                p_t(4)=p(31);
                p_t(5)=p(61);
                %Resultats experimentaux
                p_e(1) = 2.3184;
                p_e(2) = 2.026;
                p_e(3) = 1.6976;
                p_e(4) = 1.5572;
                p_e(5) = 1.4496;
            case 90
                p = mphmean(Stage_Matlab_bon(A,n,T,x), 'c', 'volume'); %Calcul COMSOL
                p_t(1)=p(4);
                p_t(2)=p(7);
                p_t(3)=p(16);
                p_t(4)=p(31);
                p_t(5)=p(61);
                %Resultats experimentaux
                p_e(1) = 1.832;
                p_e(2) = 1.4792;
                p_e(3) = 1.347;
                p_e(4) = 1.212;
                p_e(5) = 1.072;
        end
    end
end
```

Et voilà la fin:

```
case 0.07
    switch T
        case 50
            p = mphmean(Stage_Matlab_bon(A,n,T,x), 'c', 'volume'); %Calcul COMSOL
            p_t(1)=p(11);
            p_t(2)=p(21);
            p_t(3)=p(31);
            p_t(4)=p(61);
            p_t(5)=p(101);

            p_e(1) = 2.948;
            p_e(2) = 2.799;
            p_e(3) = 2.748;
            p_e(4) = 2.675;
            p_e(5) = 2.553;
        case 70
            p = mphmean(Stage_Matlab_bon(A,n,T,x), 'c', 'volume'); %Calcul COMSOL
            p_t(1)=p(11);
            p_t(2)=p(21);
            p_t(3)=p(31);
            p_t(4)=p(61);
            p_t(5)=p(101);

            p_e(1) = 2.654;
            p_e(2) = 2.432;
            p_e(3) = 2.272;
            p_e(4) = 1.810;
            p_e(5) = 1.638;
        case 90
            p = mphmean(Stage_Matlab_bon(A,n,T,x), 'c', 'volume'); %Calcul COMSOL
            p_t(1)=p(4);
            p_t(2)=p(7);
            p_t(3)=p(10);
            p_t(4)=p(19);
            p_t(5)=p(101);

            p_e(1) = 2.721;
            p_e(2) = 2.498;
            p_e(3) = 2.39;
            p_e(4) = 2.088;
            p_e(5) = 1.346;
    end
end
out = [p_e,p_t];
```

Annexe 4: Diagramme de GANTT prévisionnel et réel