



**HAL**  
open science

## Les mathématiques en génétique quantitative : illustrations avec le cabri créole

Jean-Luc Gourdine, Madly Moutoussamy

### ► To cite this version:

Jean-Luc Gourdine, Madly Moutoussamy. Les mathématiques en génétique quantitative : illustrations avec le cabri créole. La semaine des Mathématiques, Académie de Guadeloupe. Pointe-à-Pitre, FRA., Mar 2014, Petit-Bourg, Guadeloupe, France. 28 p. hal-02799817

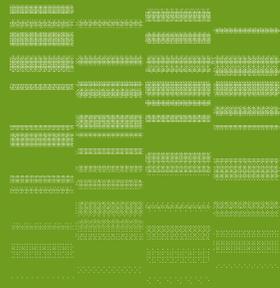
**HAL Id: hal-02799817**

**<https://hal.inrae.fr/hal-02799817>**

Submitted on 5 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# LES MATHÉMATIQUES EN GÉNÉTIQUE QUANTITATIVE

ILLUSTRATIONS AVEC LE CABRI CREOLE



Jean-Luc Gourdine  
Madly Moutoussamy

Ingénieur de Recherche, génétique  
Ingénieur d'Études, médiation scientifique

19 /03 / 2014

INRA  
SCIENCE & IMPACT

**\_01**

# Le centre Inra Antilles-Guyane

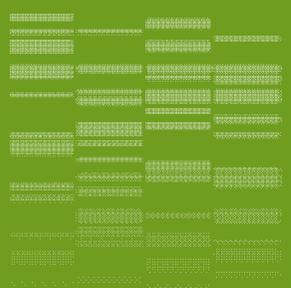
# Le Centre Inra Antilles-Guyane

63 ans pour la recherche et l'Innovation en zones tropicales

- ❖ Seul centre Inra en zone tropicale
- ❖ Double implantation :
  - ❖ Guadeloupe : sciences agricoles
  - ❖ Guyane : écologie forestière
- ❖ Effectif : 196 permanents dont 52 chercheurs et ingénieurs (11 agents Guyane, 1 en Martinique)
- ❖ Les recherches se font au travers de 5 Unités de Recherche ou Unités Mixtes de Recherche (UR ou UMR), 2 Unités Expérimentales et 1 Unité de services d'appui



	URZ	UMR QUALITROP	UMR CMAEE	UMR ECOFOG
<b>UR ASTRO</b> Agrosystèmes Tropicaux (Agroécologie des cultures)	Recherches Zootechniques  (Gestion intégrée de la production animale et des ressources)	Qualité et valorisation des produits végétaux tropicaux  (Qualité et transformation des produits)	Contrôle des maladies animales, exotiques et émergentes  (Santé animale et maladies infectieuses)	Ecologie fonctionnelle des forêts tropicales



**\_02**

# Le parcours du conférencier, Jean-Luc Gourdine

# Parcours

## Situation actuelle

Ingénieur de Recherche, INRA - Unité de Recherches Zootechniques

Membre associé du UAG-CEREGMIA (Centre d'Etude et de Recherche en Economie, Gestion, Modélisation et Informatique Appliquée)

## Formation initiale

Baccalauréat série C « Mathématiques et Sciences Physiques »  
(*Lycée de Baimbridge*)

Maîtrise en Mathématiques Appliquées  
(*Université de Montpellier II*)

DEA de Biostatistiques  
(*Université de Montpellier II*)

Thèse de doctorat en Génétique animale et Adaptation  
(*Institut National Agronomique Paris-Grignon - devenu depuis 2007, Institut AgroParisTech*)



# Quelques définitions

**L'hérédité** est la transmission (dans le cas présent, dans le troupeau de cabris) de caractéristiques (le poids, la résistance à une maladie...) d'une génération à la suivante (d'un père ou d'une mère à son chevreau). Un caractère héréditaire est un caractère qui se transmet de génération en génération (mais qui n'apparaît pas forcément à toutes les générations.)

**Un gène** est une portion d'ADN qui détermine l'apparition d'un caractère héréditaire.

**Le génotype** est l'ensemble des gènes d'un individu.

**Le phénotype** est l'ensemble des caractères visibles d'un organisme. Ces caractères sont contrôlés par les gènes c'est-à-dire par l'ADN qui est le support matériel du génotype.

**La génétique** est la science qui étudie l'hérédité et les gènes.

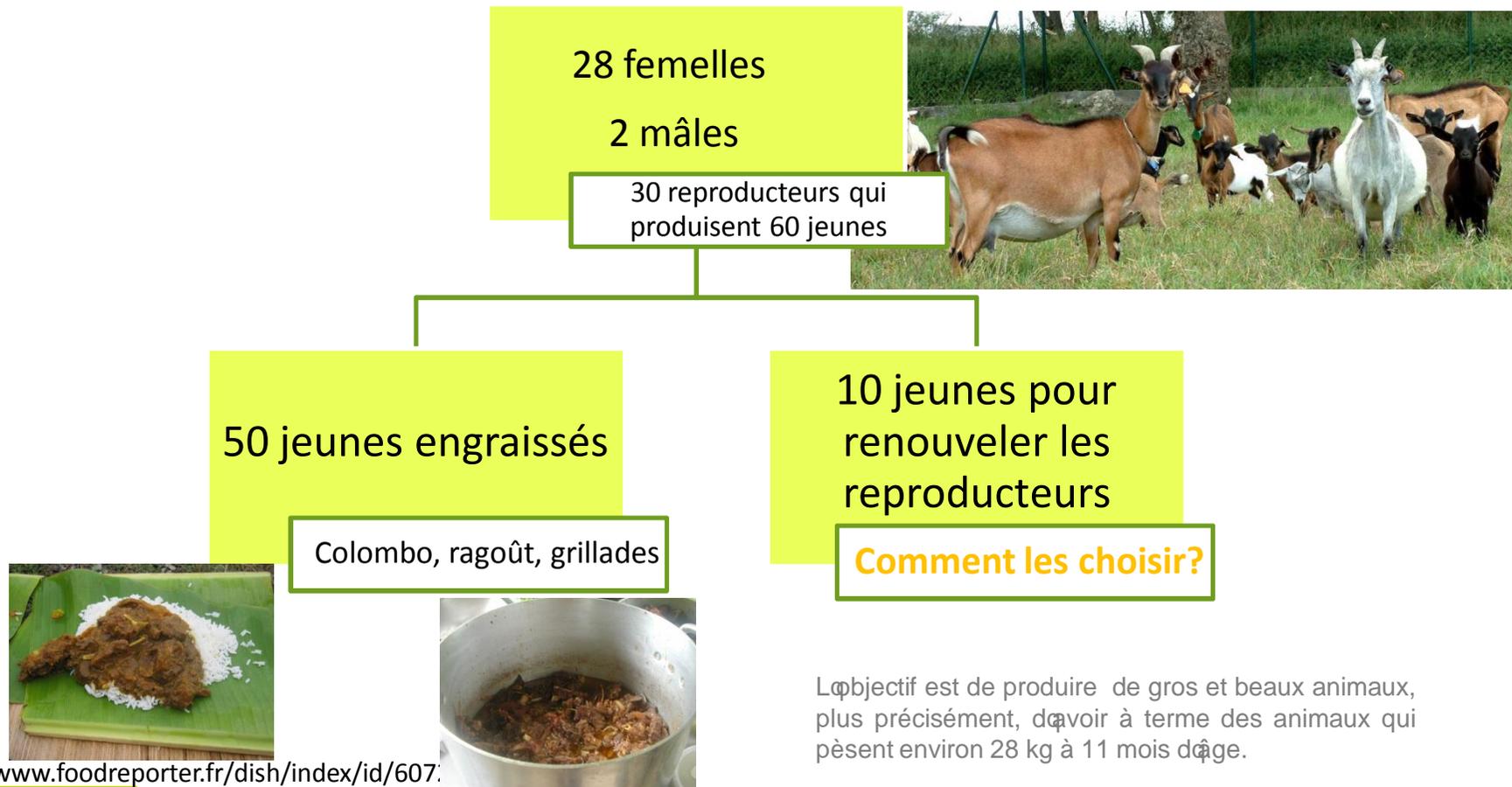
**Quantifier** signifie traduire quelque chose en une quantité mesurable par un nombre.

**La génétique quantitative** s'appuie sur les statistiques, (dans le mot quantitative, il y a le mot quantité qui est lié au nombre).

# Vous élevez des cabris Créole À

## Comment choisir les reproducteurs pour augmenter le poids des animaux?

Remarque : pendant la conférence, la « *masse corporelle* » des cabris sera désignée par le mot « *poids* » avec le sens du langage usuel.



# Liste des poids des 60 jeunes (en kg)

Comment choisir les 10 reproducteurs?

Numéro	Nom	Poids	Numéro	Nom	Poids	Numéro	Nom	Poids
1	boukèt	21	21	dlokoko	22	41	movétan	20
2	gravla	22	22	kadrivé	20	42	douslinn	24
3	tikoko	19	23	malélivé	17	43	présé	17
4	douvanjou	13	24	déwo	19	44	tikonn	23
5	zouti	14	25	andidan	16	45	jafinn	20
6	masla	20	26	akrobat	26	46	sionfil	18
7	tibiten	26	27	tichouval	25	47	tayo	19
8	yan	27	28	klakson	22	48	dézodiè	24
9	zikak	17	29	tibourik	28	49	malmaké	20
10	woulo	20	30	kolibwi	25	50	zakatinn	21
11	gravlo	22	31	mabouya	12	51	toumblak	16
12	milan	24	32	zotolan	23	52	tigaz	18
13	tikaki	23	33	gwankonn	23	53	doumanma	19
14	bogos	15	34	gwogaz	17	54	zétwal	21
15	timoun	17	35	maronaj	22	55	chanboulèz	19
16	konchyen	15	36	niaj	18	56	tikochon	21
17	gwofal	20	37	mafé	21	57	molokoy	21
18	tibèf	18	38	agoulou	19	58	krik	19
19	tilapen	20	39	takté	25	59	ziyanm	16
20	difé	16	40	gwogrenn	18	60	tikrab	18

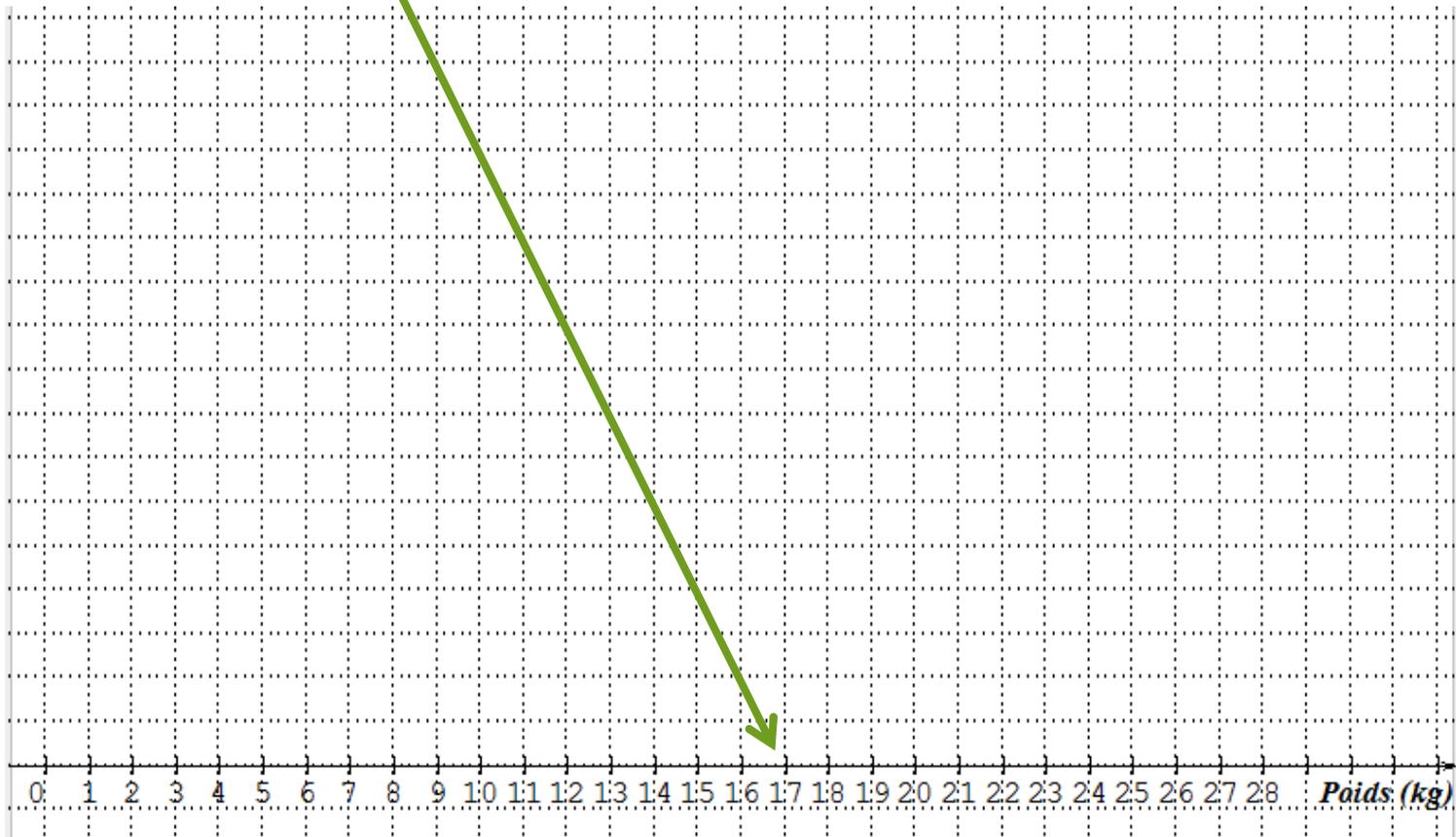
## Tableau des poids et des effectifs des 60 jeunes (en kg)

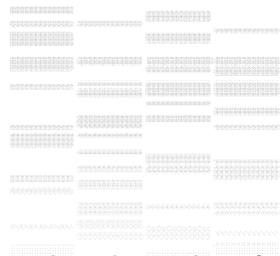
Numéro	Nom	Poids	Numéro	Nom	Poids	Numéro	Nom	Poids
1	boukèt	21	21	dlokoko	22	41	movétan	20
2	gravla	22	22	kadrivé	20	42	douslinn	24
3	tikoko	19	23	malélivé	17	43	présé	17
4	douvanjou	13	24	déwo	19	44	tikonn	23
5	zouti	14	25	andidan	16	45	jafinn	20
6	masla	20	26	akrobat	26	46	sionfil	18
7	tibiten	26	27	tichouval	25	47	tayo	19
8	yan	27	28	klakson	22	48	dézodiè	24
9	zikak	17	29	tibourik	28	49	malmaké	20
10	woulo	20	30	kolibwi	25	50	zakatinn	21
11	gravlo	22	31	mabouya	12	51	toumblak	16
12	milan	24	32	zotolan	23	52	tigaz	18
13	tikaki	23	33	gwankonn	23	53	doumanma	19
14	bogoss	15	34	gwogaz	17	54	zétwal	21
15	timoun	17	35	maronaj	22	55	chanboulèz	19
16	konchyen	15	36	niaj	18	56	tikochon	21
17	gwofal	20	37	mafé	21	57	molokoy	21
18	tibèf	18	38	agoulou	19	58	krik	19
19	tilapen	20	39	takté	25	59	ziyanm	16
20	difé	16	40	gwogrenn	18	60	tikrab	18

Poids (Kg)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	TOTAL
Nombre ou effectif	1	1	1	2	4	5	6	7	8	6	5	4	3	3	2	1	1	60,0

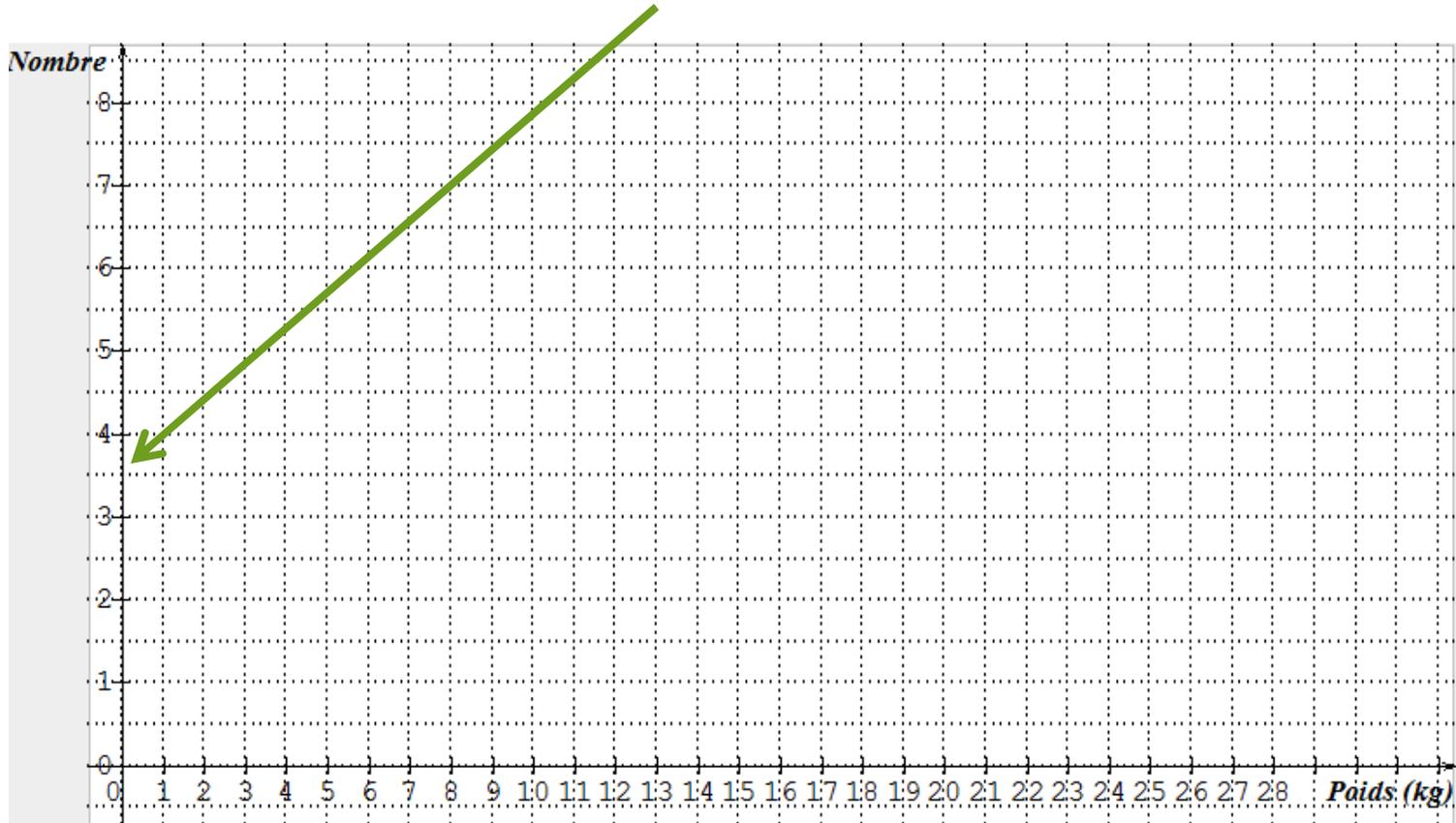
# Représentation graphique des données du tableau

Axe des abscisses (horizontal)  
le poids des cabris en kg : il varie de 12 à 28 kg



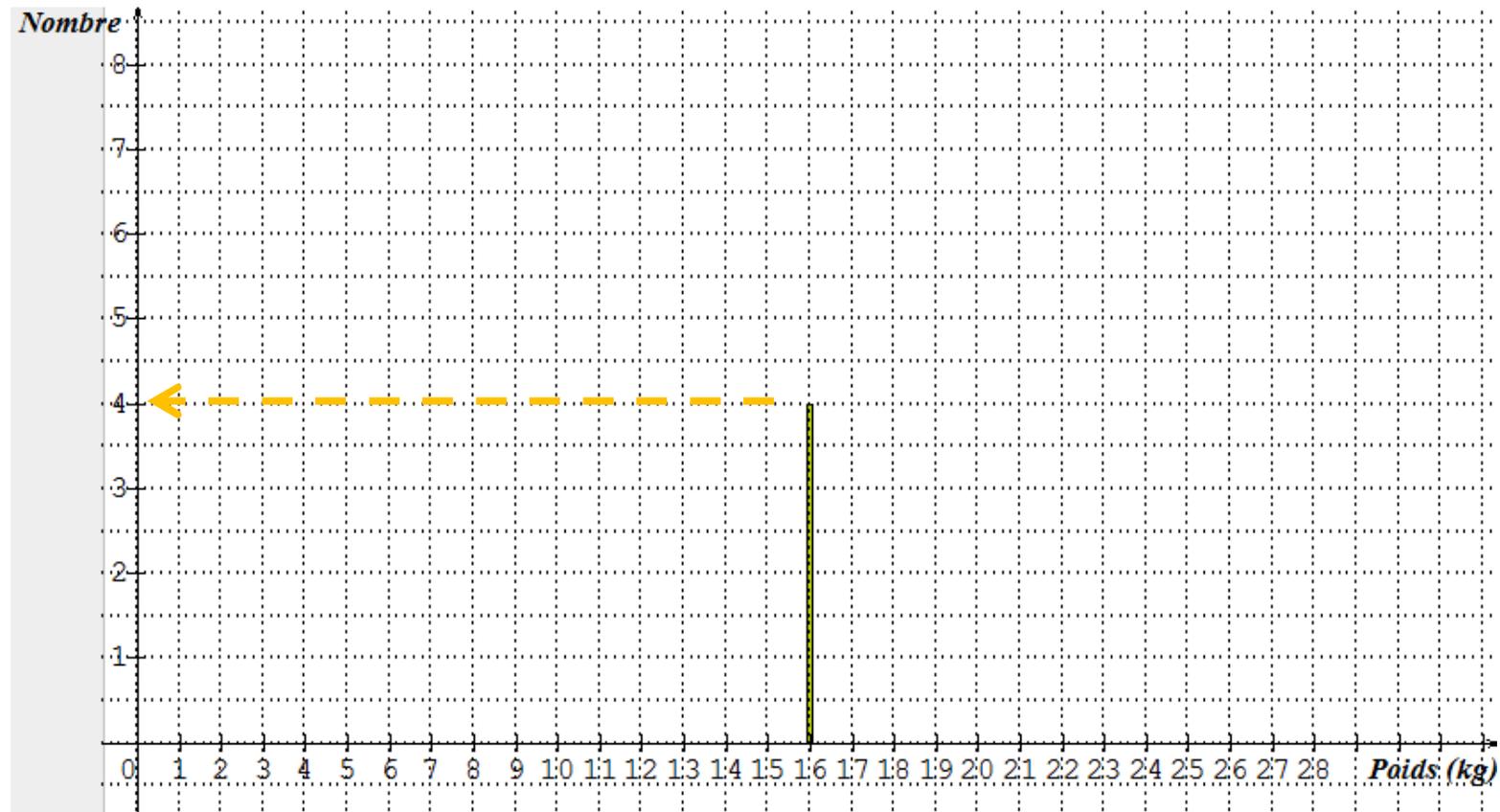


Axe des ordonnées (vertical) :  
 le nombre des cabris (ou effectif) correspondant à un poids donné : il varie de 1 à 8.



La longueur du bâton est proportionnelle au nombre de cabris. Par exemple, le nombre de cabris qui pèsent 16 kilos est 4.

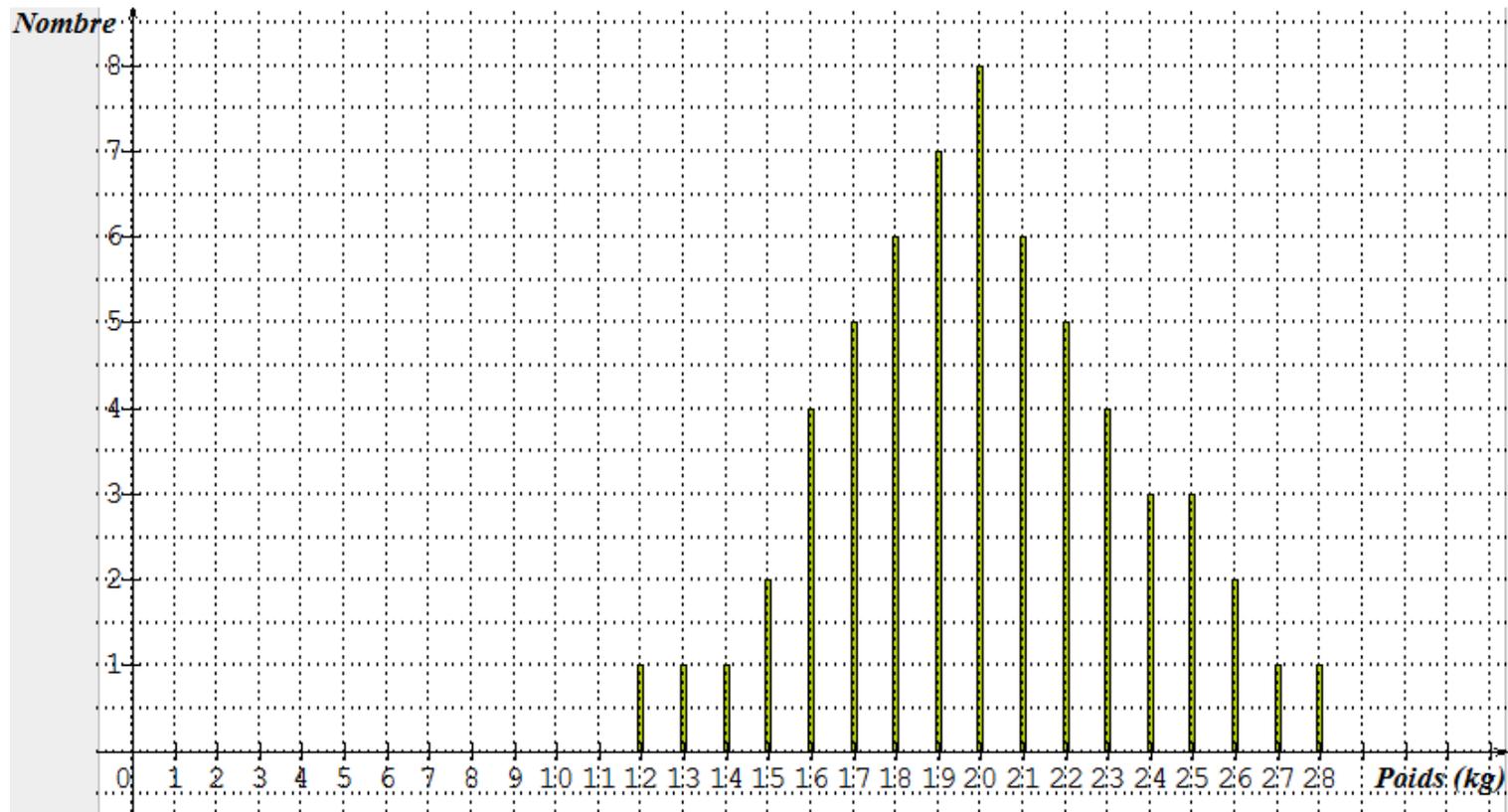
Poids (Kg)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	TOTAL
Nombre ou effectif	1	1	1	2	4	5	6	7	8	6	5	4	3	3	2	1	1	60,0



Le diagramme en bâtons illustre la variation du poids des 60 cabris.

Au même âge, tous les cabris ne pèsent pas le même poids.

Poids (Kg)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	TOTAL
Nombre ou effectif	1	1	1	2	4	5	6	7	8	6	5	4	3	3	2	1	1	60,0

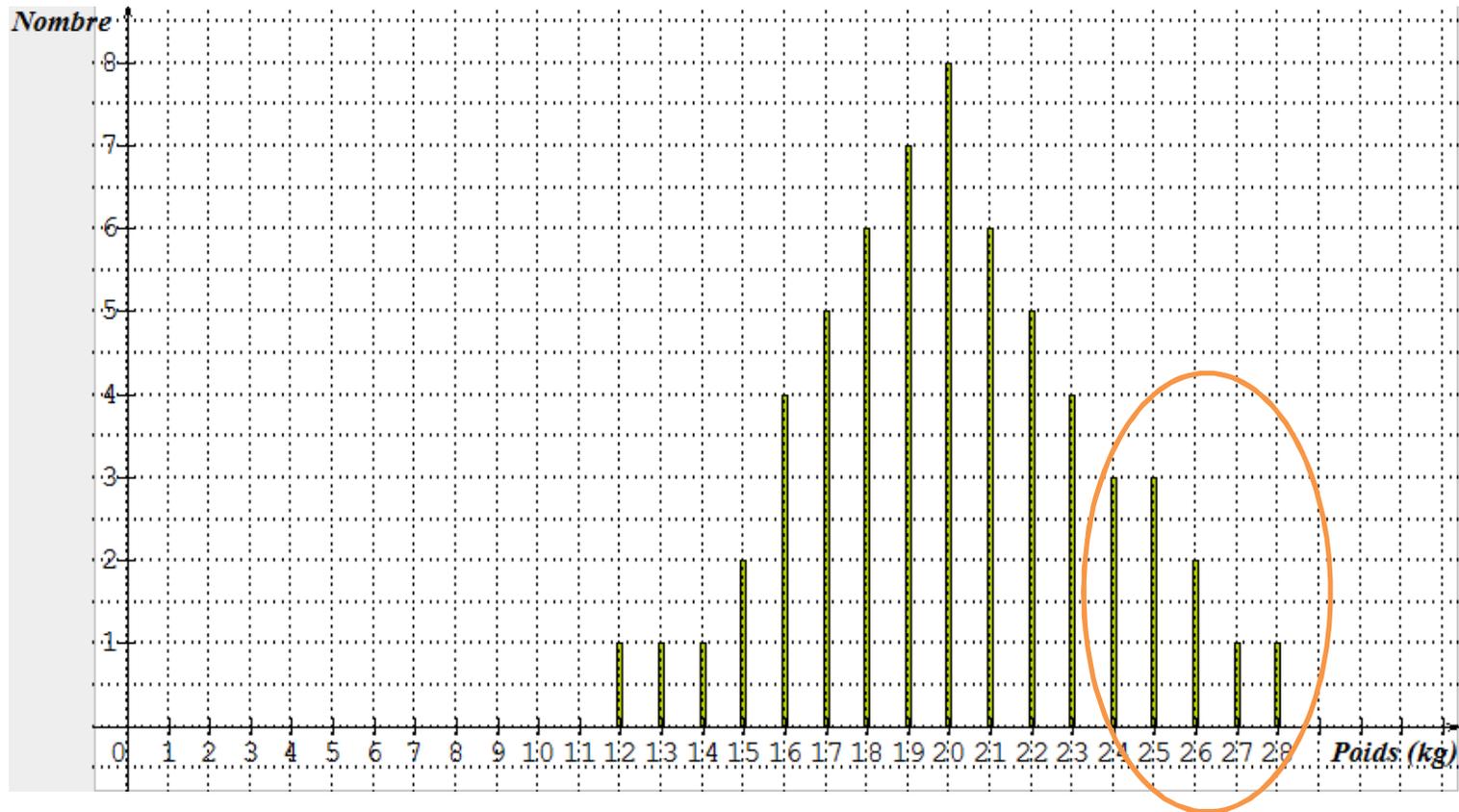


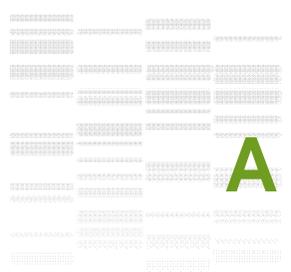
# Choisir les 10 plus gros cabris semble logique.

Mais est ce la solution?

Poids (Kg)	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	TOTAL
Nombre ou effectif	1	1	1	2	4	5	6	7	8	6	5	4	3	3	2	1	1	60,0

Les 10 cabris les plus gros sont ceux qui pèsent entre 24 et 28 kg





## A quoi sert la recherche?

Il existe plusieurs raisons qui expliquent que le choix de l'éleveur n'est pas pertinent, mais seules 3 raisons vont être présentées à travers lesquelles l'intérêt de la recherche et l'utilité de l'outil mathématique seront exposés :

1. Le poids se transmet-il des parents aux descendants autrement dit, le poids est-il **héritable**?
2. Comment éviter la **consanguinité** au moment du choix des meilleurs animaux ?
3. Comment sélectionner des animaux sur **plusieurs critères**?

# 1. Le critère de sélection (le poids) est-il héritable?

En choisissant un reproducteur de plus de 25 kg, est-on certain que sa descendance aura en moyenne un poids supérieur ou égal à 25 kg, donc que le reproducteur transmettra son potentiel de croissance à sa descendance ?

En génétique quantitative, on quantifie l'hérédité des caractères par le biais d'une équation:

$$P = G + E$$

P : Phénotype (ce qu'on observe, ici le poids des animaux)

G : Génotype (la somme des effets des nombreux gènes influençant la croissance)

E : Environnement (la somme des effets de l'environnement : les conditions d'élevage, d'alimentation, le climat ...).

## 2. Comment concilier le choix des meilleurs animaux tout en évitant les problèmes de consanguinité?

**La consanguinité** est le résultat d'une reproduction entre deux individus ayant un ou plusieurs ancêtres communs.

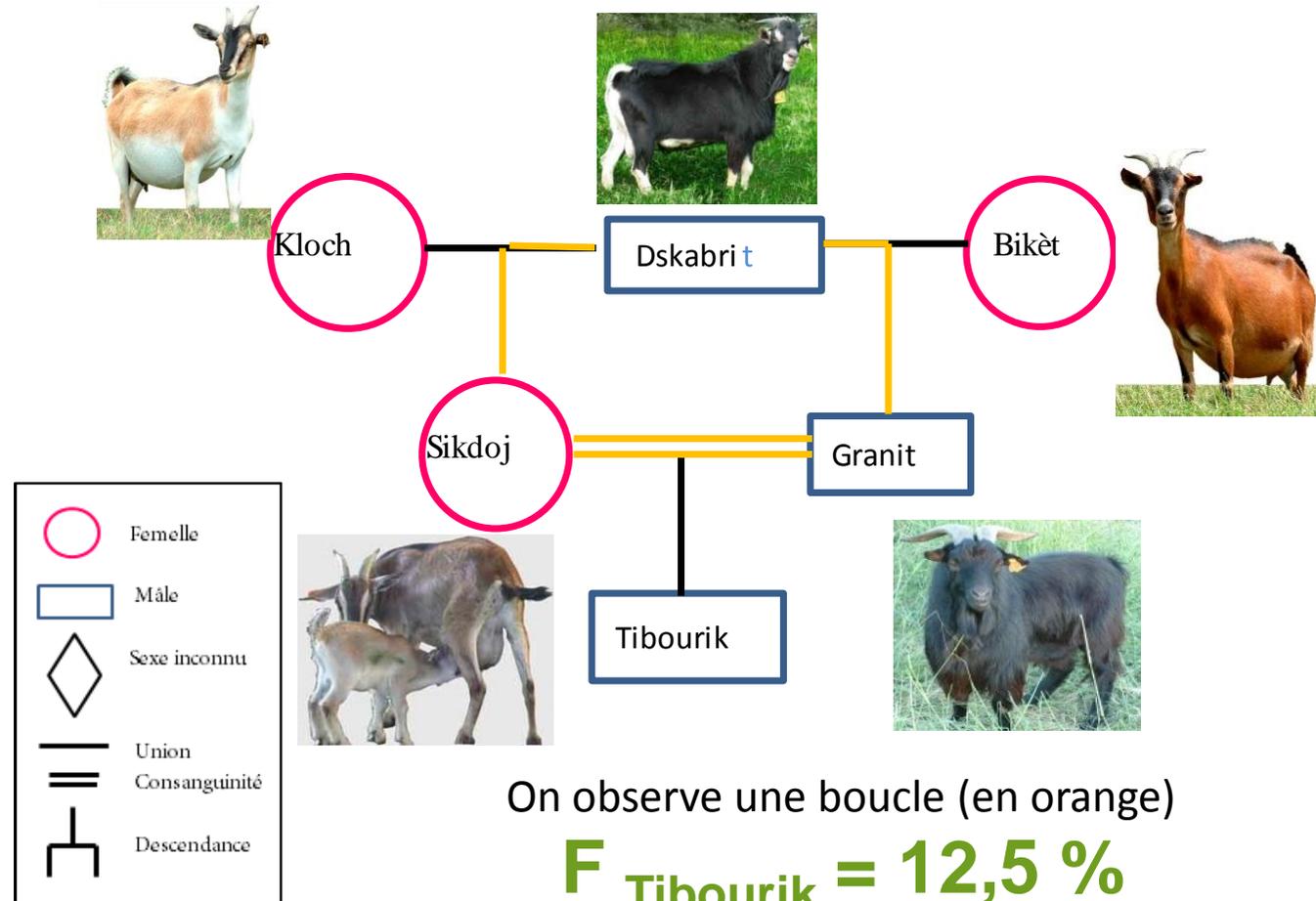
Une population fortement consanguine présente de nombreux risques comme une incidence élevée de maladies génétiques, une fertilité réduite, une fréquence plus importante d'apparition de défauts congénitaux.

## 2. Comment concilier le choix des meilleurs animaux tout en évitant les problèmes de consanguinité?

Exemple de l'arbre généalogique de Tibourik

On peut quantifier le degré d'apparenté entre les animaux en calculant le taux de consanguinité  $F$  d'un individu.

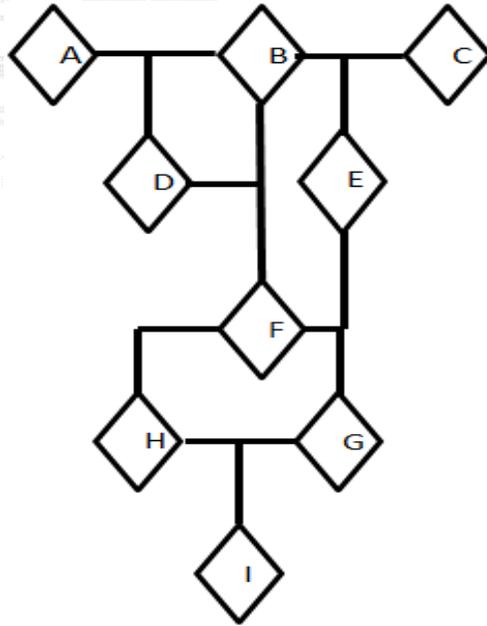
Ce taux varie de 0 à 100 : plus le taux est élevé, plus l'individu est apparenté aux autres animaux de l'arbre généalogique



On observe une boucle (en orange)

$$F_{\text{Tibourik}} = 12,5 \%$$

Un autre exemple d'arbre généalogique plus complexe, celui de Isikré:



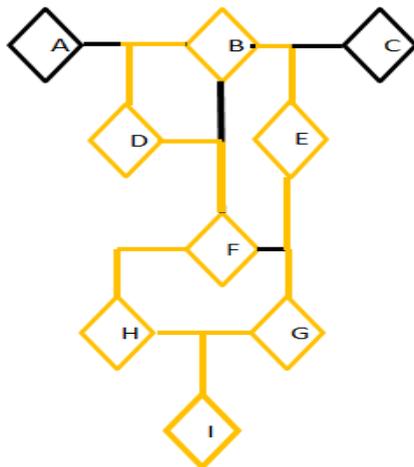
On observe 3 boucles à partir de l'ancêtre commun le plus éloigné.

Le taux de consanguinité  $F$  de Isikré est

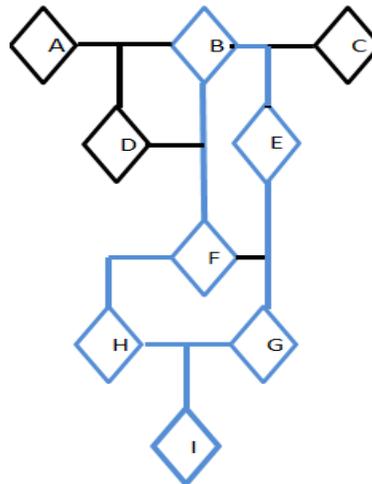
$$F_{\text{Isikré}} = 20,3 \%$$

$$F_{\text{Tibourik}} < F_{\text{Isikré}}$$

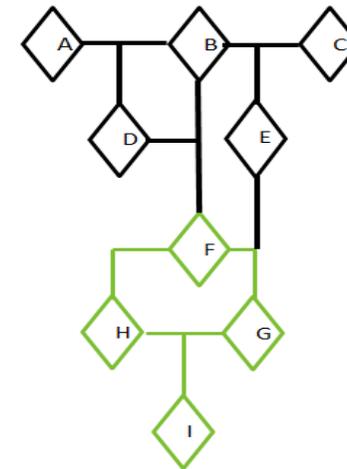
Pour la reproduction, on choisit Tibourik parce qu'il est le moins apparenté au reste de la population.



Boucle BDEFGHI



Boucle BEFGH



Boucle FGHI

### 3. Comment sélectionner des animaux sur plusieurs critères?

Comment procéder si l'objectif de sélection veut concilier 3 critères ?

#### - Une bonne croissance des cabris.

on mesure le **poids** des animaux à 11 mois d'âge. Plus il est élevé meilleure est la croissance.

#### - Une bonne **fertilité** du troupeau

on calcule le rapport  $\frac{\text{nombre mères mettant bas}}{\text{nombre de mères mises à la reproduction}}$ . Il varie de 0 à 1. Un bon rapport est proche de 1.

#### - Une résistance au parasitisme interne

A partir d'une analyse de sang, on dose le nombre de globules rouges (**hématocrite**): s'il est trop bas (anémie) cela signifie que l'animal est parasité. Or on souhaite éviter l'utilisation de produits vétérinaires antiparasitaires, donc mettre à la reproduction des animaux résistants.

*Mélanie Gunia a préparé au cours de sa thèse à l'Inra Antilles Guyane, en collaboration avec la coopérative CABRICOOP et la Chambre d'Agriculture, un schéma de sélection pour cabris Créole conciliant ces trois critères.*

## Exemple de calcul de l'Indice

Pour chaque animal on calcule un indice à partir de la valeur génétique pour le poids, la fertilité et l'hématocrite

Le potentiel génétique de Bouket permet à sa descendance d'augmenter son poids de 1 kg, sa fertilité de 2,15 %, et sa concentration en globules rouges (donc sa résistance aux parasites) de 0,09.

Le potentiel génétique de Gravla permet à sa descendance d'augmenter son poids de 2 kg, mais sa fertilité diminuera de 0,8 %, et sa concentration en globules rouges de 0,01.

Pour calculer l'indice, on attribue à chaque valeur génétique un coefficient en euros:

Gravla fait gagner à l'éleveur  $5,7 \times 2 = 11,40$  " pour le poids, mais pour la fertilité, le calcul donne  $2,1 \times (-0,8) = -1,68$  " c'est à dire une perte de 1,68 " .

$$H_{\text{Bouket}} = 5,7 \times 1 + 2,1 \times 2,15 + 0,2 \times 0,09$$

$$H_{\text{Bouket}} = 10,23 \text{ € par animal de sa descendance}$$

$$H_{\text{Gravla}} = 5,7 \times 2 + 2,1 \times (-0,8) + 0,2 \times (-0,01)$$

$$H_{\text{Gravla}} = 9,72 \text{ € par animal de sa descendance}$$

Numéro	Nom	Poids
1	boukèt	21
2	gravla	22
3	tikoko	19
4	douvanjou	13

	Valeur génétique pour :		
Nom	Poids	Fertilité	Santé
Bouket	1	2,15	0,09
Gravla	2	-0,8	-0,01

Coefficient en € pour:		
Poids	Fertilité	Santé
5,7	2,1	0,2

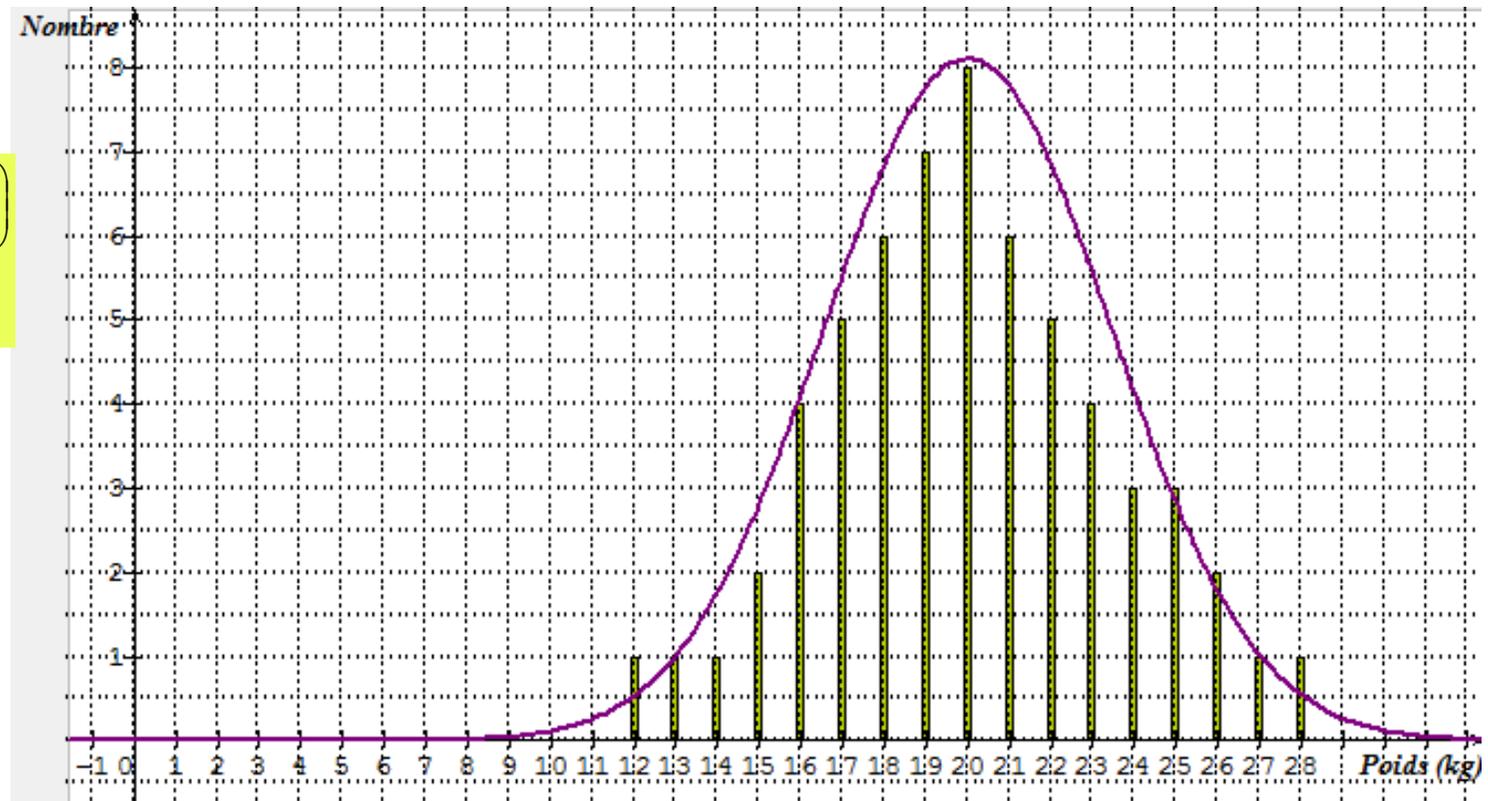
La supériorité de l'animal dépend de sa valeur génétique mais aussi des coefficients qui varient selon le marché.

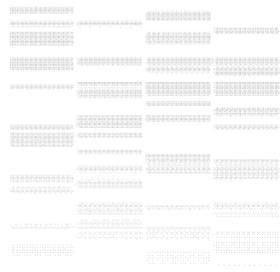
En réalité les outils mathématiques utilisés pour ces travaux sont un petit peu plus complexes que ceux qui ont été exposés

La loi Normale, représentée par la courbe de Gauss,

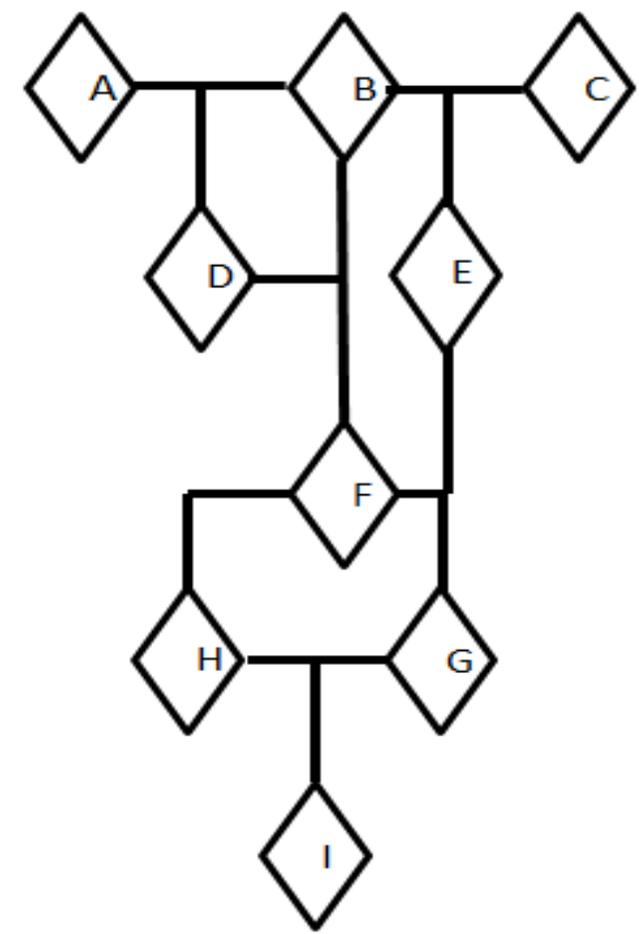
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$\sigma = 3,5\text{kg}$   
 $\mu = 20\text{kg}$





**Les représentations en arbre.  
Le calcul des probabilités.**



$$F_{\text{Individu}} = \sum_{\text{toutes les boucles possibles dans la généalogie de l'individu}} \left(\frac{1}{2}\right)^i (1 + F_A)$$

# Les matrices

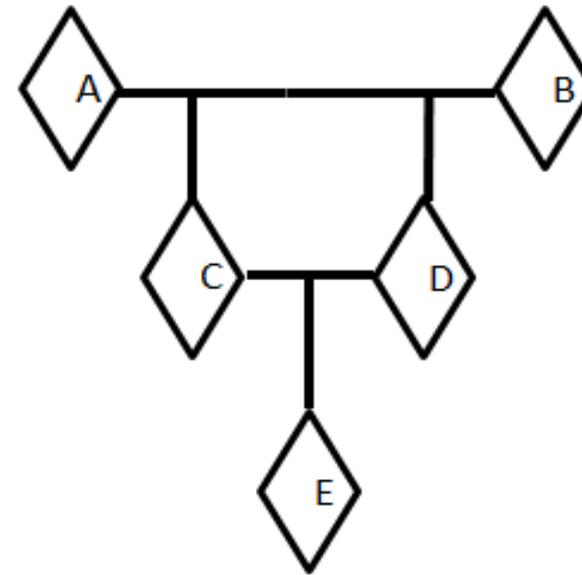
Pour déterminer les valeurs génétiques, on doit résoudre des équations du type en déterminant  $a$  et  $b$ .

$$y = Xb + Za + e$$

Avec :

$X$  et  $Z$  des matrices

$a$  et  $b$ , des vecteurs réels



	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
<b>A</b>	1	0	0,5	0,5	0,25
<b>B</b>	0	1	0,5	0,5	0,25
<b>C</b>	0,5	0,5	1	0,5	0,5
<b>D</b>	0,5	0,5	0,5	1	0,5
<b>E</b>	0,25	0,25	0,5	0,5	1



# Les métiers différents qui ont contribué à la réalisation de ces recherches

Pour aboutir à un schéma de sélection tel que celui qui a été proposé par la thèse de Mélanie Gunia, il a fallu la contribution d'agents exerçant dans différents domaines :

- ✓ En Sciences du vivant :
  - Biologie
  - Production et expérimentation animales
- ✓ En Sciences chimiques et sciences des matériaux :
  - Analyse chimique
- ✓ En instrumentation scientifique
- ✓ En sciences humaines et sociales
- ✓ En informatique, statistiques et calculs scientifiques
- ✓ En administration générale : direction, pilotage, secrétariat et gestion
- ✓ Dans le domaine du bâtiment, logistique et services généraux





# Remerciements



Ont collaboré à la conception du diaporama et de la fiche associée:

- Katia Trébeau, professeure de mathématiques au lycée-collège de Versailles, Basse-Terre
- Sophie Fécil, professeure de Sciences de la Vie et de la Terre au collège de Guénette, Le Moule.