



**HAL**  
open science

# Permis de pollution et contraintes politiques dans un modèle à générations imbriquées

Pierre André Juvet, Fabien Prieur

► **To cite this version:**

Pierre André Juvet, Fabien Prieur. Permis de pollution et contraintes politiques dans un modèle à générations imbriquées. 2006. hal-02820032

**HAL Id: hal-02820032**

**<https://hal.inrae.fr/hal-02820032>**

Preprint submitted on 6 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



<http://economix.u-paris10.fr/>

# Document de Travail

Working Paper

**2006-21**

## Permis de pollution et contraintes politiques dans un modèle à générations imbriquées

Pierre-André JOUVET  
Fabien PRIEUR



UMR 7166 CNRS

Université Paris X-Nanterre  
Maison Max Weber (bâtiments K et G)  
200, Avenue de la République  
92001 NANTERRE CEDEX

Tél et Fax : 33.(0)1.40.97.59.07  
Email : [secretariat-economix@u-paris10.fr](mailto:secretariat-economix@u-paris10.fr)



Université Paris X Nanterre

# Permis de pollution et contraintes politiques dans un modèle à générations imbriquées

Pierre-André Jouvet\*, Fabien Prieur†

24 octobre 2006

---

\*ECONOMIX ParisX-Nanterre, 200 avenue de la République, Nanterre 92001 cedex et  
CORE, Louvain-La-Neuve, Belgique. E-mail : Pierre-Andre.Jouvet@u-paris10.fr

†GREQAM, 2, rue de la charité, 13236 Marseille. INRA-LAMETA, 2, place Viala,  
34060 Montpellier, France. E-mail : prieur@ensam.inra.fr. tel. : 0499612723

RÉSUMÉ.- Nous proposons un modèle à générations imbriquées dans lequel les émissions polluantes des firmes sont régulées par un système de permis de pollution. Le quota global d'émission est imposé à l'économie et s'accompagne de contraintes politiques quant à son utilisation. Dans ce contexte, la question se pose de savoir si la régulation de la pollution par les permis et la réalisation de l'optimum de premier rang sont compatibles. Nous montrons que quand la politique est contrainte, il est possible d'établir l'optimalité de l'équilibre grâce à une politique de redistribution de la rente environnementale et à une politique de discrimination par les prix des intervenants (firmes et ménages) sur le marché des permis.

Mots-clés : générations imbriquées, permis de pollution, segmentation de marché

Codes JEL : D91, Q28, H23

ABSTRACT.- We develop an overlapping generations model of growth in which production generates polluting harmful emissions. In order to control pollution, the government implements an emission permits system. However, subject to political constraints, it is not able to assign the optimal quota on emissions. Hence, in such a framework, regulating pollution solely by permits does not allow the decentralized economy to achieve the long run social optimum. Our contribution is then to show that the combination of the existing permits system with a policy intended to promote a price discrimination between agents on the permits market, is a mean not only to circumvent these rigidities but also to restore the Pareto optimality of the equilibrium.

# 1 Introduction

Les permis de pollution constituent l'un des instruments les plus efficaces pour contrôler l'activité des industries polluantes (Montgomery (1972), Baumol et Oates (1988)). Il suffit, en effet, pour le régulateur de choisir le quota global d'émission satisfaisant un objectif précis et de laisser faire le marché afin de déterminer l'allocation optimale des permis entre les pollueurs. Mais le régulateur a-t-il toujours la possibilité d'émettre le montant optimal de permis ?

Nous considérons une économie à générations imbriquées dans laquelle les émissions polluantes sont régulées par un système de permis. Depuis les articles de Solow (1986) et de John et Pecchenino (1994), nous savons que l'équilibre concurrentiel souffre d'inefficacités provenant de l'incapacité des agents, à durée de vie finie, à prendre en compte les répercussions de long terme de leurs décisions. Dans le cadre des modèles à générations imbriquées avec permis de pollution, Jovet, Michel et Rotillon (2005) démontrent que les permis de pollution permettent de décentraliser la croissance optimale à condition de renoncer au principe du *grand-parentage* (au sens d'une allocation gratuite des permis).

Toutefois, la capacité d'une économie concurrentielle à atteindre l'optimum social grâce à une régulation de la pollution par un système alliant quota et permis de pollution repose sur une hypothèse à la fois cruciale et discutable. Cette hypothèse implique que le régulateur est en mesure de choisir le meilleur quota au vu d'un critère déterminé. Dans cet article, nous souhaitons sortir de ce cadre d'analyse en admettant que la définition de ce standard d'émission peut se heurter à un certain nombre de difficultés. En effet, dans la pratique, les orientations de la politique environnementale d'une nation sont édictées, pour une large part, lors de rencontres internationales (Protocole de Montréal (1987) pour la réduction des CFC, Protocole de Kyoto (1997) pour la réduction des émissions de GES). Or, comme le souligne un certain nombre d'articles récents, rien ne garantit l'efficacité des décisions environnementales qui en découlent (voir par exemple Hoel (2005)).

ou Kolstad (2005)).

Afin de rendre compte de cette inefficacité potentielle, nous supposons, de manière générique, que la politique environnementale d'un pays est décidée hors du simple cadre national. Le gouvernement se voit imposer un quota d'émission exogène et s'engage, à chaque période, à offrir un volume équivalent de permis de pollution sur le marché. La régulation par les permis garantit le contrôle des émissions de l'économie considérée puisqu'elle rejettera au maximum une quantité de polluants exactement égale à la norme de pollution qui lui est attribuée. Cette politique pourrait, par exemple, résulter de l'établissement d'un accord contraignant chaque pays signataire à respecter un volume d'émission déterminé ainsi que ses règles de mise à disposition sur le marché (comme l'absence de possibilité de stockage ou d'emprunt de permis par les firmes dans le cadre Européen d'application du protocole de Kyoto).

Dans ce contexte, la politique de régulation de la pollution par les quotas constitue-t-elle un instrument suffisant dans l'optique de la décentralisation de l'optimum social ?

Lorsque la politique de quota est choisie par le planificateur, il est établi, dans le cadre des modèles à générations imbriquées, qu'il est possible d'atteindre l'optimum social de long terme à condition de répartir la rente environnementale, provenant de la vente de permis, de manière optimale (voir Beltratti (1995), Ono (2002) ou encore Jouvét, Michel et Vidal (2002a)).

Si nous relâchons l'hypothèse d'efficacité de la politique de quota, alors plus rien ne peut évidemment garantir que la seule mise en place de permis de pollution puisse conduire à l'optimum social. Les raisons d'un relâchement de cette hypothèse sont multiples. Dans le cadre de Kyoto, l'idée est de reconnaître l'existence de contraintes politiques venant fausser l'issue du processus de négociations (voir notamment Yu (2005)) avec, par exemple, la pression exercée par les lobbies (industriels versus écologistes) ou simplement les divergences de vue des protagonistes à la négociation (Tanguay, Lanoie et Moreau (2004), Fredriksson et Sterner (2005)).

Ainsi, nous admettons que le standard d'émission imposé à l'économie n'a *a priori* aucune raison de correspondre au niveau de pollution socialement optimal à l'échelle de l'économie nationale. Dans ce cadre de second rang, notre contribution consiste alors à montrer qu'une solution à la sous-optimalité du choix de quota peut être apportée en autorisant les ménages à participer au marché, au même titre que les firmes polluantes, et en créant une agence de gestion de la dotation en permis de l'économie afin de coordonner les agents. En effet, dans ce contexte, il est possible de procéder à une segmentation du marché des permis associée à une discrimination par les prix de la demande. En respectant l'interdiction de stockage des permis par les firmes, le principe consiste en fait à différencier les demandeurs de permis (firmes et ménages) selon l'usage qu'ils en ont (facteur de production versus épargne) et les répercussions environnementales qu'il implique (pollution immédiate versus pollution différée). Une telle politique permet d'atteindre à long terme l'optimum de premier rang à partir d'une situation initiale de second rang. Là encore, l'instrument de redistribution de la rente joue un rôle central et, a pour finalité d'influencer la décision de l'agence lorsque celle-ci accorde insuffisamment d'importance au bien-être des générations futures.

L'article est structuré de la manière suivante. La section 2 est consacrée à la présentation des choix auxquels sont confrontés les agents. L'étude de l'équilibre intertemporel et de l'optimum social de cette économie constitue le coeur de la section 3. Dans la section suivante, nous appréhendons le problème de la décentralisation de la solution optimale en étudiant le rôle et le fonctionnement de l'agence. Enfin, la section 5 conclut.

## 2 Comportement des agents et du gouvernement

Nous considérons un modèle à générations imbriquées à la Allais (1947), Samuelson (1958) et Diamond (1965) dans lequel les agents vivent deux périodes et la pollution est un produit joint de la production. L'économie com-

porte un unique secteur de production. Les firmes, parfaitement concurrentielles, produisent un bien homogène, le numéraire, destiné à la consommation et à l'investissement des ménages. Le processus de production génère des émissions polluantes qui affectent le bien-être des agents.

La pollution est régulée grâce à un système de permis. L'économie dispose, à chaque période, d'un quota global d'émission  $\bar{E}_t$  exogène et défini, par exemple, lors de rencontres internationales (Protocole de Kyoto (1997) pour la réduction des émissions de GES). Autrement dit, le choix du quota global s'impose à l'économie de façon exogène.

## 2.1 Production et accumulation de la pollution

A chaque période, les firmes pour produire une quantité  $Y_t$  de bien emploient une technologie de production néoclassique, à rendements d'échelle constants, à trois facteurs de production : le capital,  $K_t$ , le travail,  $L_t$ , et l'environnement,  $E_t^F$ . A la date  $t$ , la fonction de production est définie par :

$$Y_t = F(K_t, L_t, E_t^F) \quad (1)$$

Nous formulons l'hypothèse suivante concernant les propriétés de la fonction de production :

**Hypothèse 1.**  $F_i > 0$ ,  $F_{ii} < 0 \forall i = K, L, E^F$ ;  $F_{ij} > 0 \forall i \neq j$ ;  $\lim_{K \rightarrow 0} F_K(K, L, E^F) = +\infty$  et  $\lim_{K \rightarrow \infty} F_K(K, L, E^F) = 0$ .

L'utilisation de l'environnement dans la production  $E_t^F$ , s'apparente à des émissions polluantes qui vont contribuer à l'augmentation du stock de pollution  $P_t$ . La dynamique d'accumulation de la pollution est donnée par,

$$P_t = E_t^F + (1 - h)P_{t-1} \quad (2)$$

avec  $h \in ]0, 1]$ , le taux naturel d'assimilation de la pollution.

Les firmes ont l'obligation d'acquiescer la quantité de permis de pollution



correspondant précisément à leur besoin  $E_t^F$  afin d'être autorisées à produire. De plus, l'utilisation des permis dans la production provoque leur destruction, ce qui implique qu'à chaque période  $t$ , les firmes renouvellent l'achat de permis sur le marché.

Nous supposons la dépréciation totale du capital en une période. Dans un cadre concurrentiel, chaque firme choisit les quantités d'input qui maximisent son profit, en prenant les prix des facteurs comme donnés :

$$\pi_t = F(K_t, L_t, E_t^F) - R_t K_t - w_t L_t - \phi_t E_t^F \quad (3)$$

où  $R_t$  représente le facteur d'intérêt,  $w_t$  le taux de salaire et  $\phi_t$ , le prix des permis.

A l'équilibre, on retrouve les conditions usuelles d'égalisation des productivités marginales des facteurs et de leurs prix,

$$R_t = F_K(K_t, L_t, E_t^F) \quad (4)$$

$$w_t = F_L(K_t, L_t, E_t^F) \quad (5)$$

$$\phi_t = F_E(K_t, L_t, E_t^F) \quad (6)$$

## 2.2 Les ménages sans accès au marché des permis

A chaque période  $t$  naît un nombre,  $N$ , d'agents identiques. Un individu jeune de la génération  $t$  offre de manière inélastique une unité de travail en contrepartie de laquelle il perçoit un salaire  $w_t$ . Ce salaire s'accompagne d'un transfert éventuel  $\nu_t$  du gouvernement. L'agent alloue son revenu entre épargne  $s_t$  et consommation  $c_t$ . Sa contrainte budgétaire de première période s'écrit :

$$w_t + \nu_t = c_t + s_t \quad (7)$$

En seconde période de vie, l'agent est à la retraite. Il perçoit un revenu composé du rendement de son épargne en capital  $R_{t+1}s_t$  et d'un transfert  $\mu_{t+1}$  de la part du gouvernement. En notant  $d_{t+1}$  la consommation de seconde

période d'un agent né en  $t$ , la contrainte de budget de seconde période de vie s'écrit :

$$d_{t+1} = R_{t+1}s_t + \mu_{t+1} \quad (8)$$

Les préférences d'un agent de la génération  $t$  sont représentées par la fonction d'utilité  $U_t(c_t, P_t, d_{t+1}, P_{t+1})$  qui dépend positivement des consommations de première et seconde périodes de vie et négativement des niveaux de pollution  $P_t$  et  $P_{t+1}$ .

**Hypothèse 2.**  $U_c \geq 0$ ,  $U_d \geq 0$ ,  $U_P \leq 0$ ;  $U_{ii} < 0 \forall i = c, d, P$ ;  $U_{cd} > 0^1$ ,  $U_{jP} \leq 0^2 \forall j = c, d$ .

Autrement dit, l'utilité d'un agent dépend non seulement de sa trajectoire de consommation mais également des conditions dans lesquelles il peut consommer. La pollution, consécutive à la production, est donc une source de désagrément pour les agents.

L'objectif de chaque agent consiste à déterminer le jeu de variables  $\{c_t, d_{t+1}\}$  qui maximise son utilité sous les contraintes budgétaires (7) et (8) :

$$\begin{aligned} & \max_{c_t, d_{t+1}} U(c_t, P_t, d_{t+1}, P_{t+1}) \\ & \left\{ \begin{array}{l} s.c. \\ c_t = w_t + \nu_t - s_t \\ d_{t+1} = R_{t+1}s_t + \mu_{t+1} \end{array} \right. \end{aligned}$$

La résolution de ce problème d'optimisation donne la condition du premier ordre suivante,

$$-\frac{\partial U_t}{\partial c_t} + R_{t+1} \frac{\partial U_t}{\partial d_{t+1}} = 0 \quad (9)$$

qui traduit l'arbitrage de consommation sur le cycle de vie de l'agent.

---

<sup>1</sup>Les consommations  $c_t$  et  $d_{t+1}$  sont des biens substituables

<sup>2</sup>Cette hypothèse traduit un effet de dégoût de la pollution sur la consommation (voir Michel et Rotillon (1995)).

## 2.3 Le gouvernement

La suite  $\{\bar{E}_t\}_{t=0}^{+\infty}$  constitue une donnée exogène à l'économie. Le rôle du gouvernement se limite donc à celui de simple exécutant de la politique environnementale. Il s'engage, à chaque période, à offrir un volume prédéterminé de permis  $\bar{E}_t$  sur le marché. En revanche, il est responsable de la redistribution du revenu procuré par la vente de permis aux firmes. A la période  $t$ , la contrainte budgétaire du gouvernement est la suivante :

$$N(\nu_t + \mu_t) = \phi_t \bar{E}_t \quad (10)$$

avec  $N\nu_t = \theta\phi_t\bar{E}_t$ ,  $N\mu_t = (1 - \theta)\phi_t\bar{E}_t$  et  $\theta \in [0, 1]$  représentant l'instrument politique de répartition de la rente.

Nous nous focalisons, à présent, sur l'étude des propriétés de l'équilibre intertemporel et sur les caractéristiques de l'optimum social de long terme de l'économie.

## 3 Equilibre sans agence de régulation et optimum social de long terme

### 3.1 L'équilibre intertemporel

Au moment de la prise de décision, les agents privés prennent la politique économique  $\{\bar{E}_t, \nu_t, \theta_t\}$  comme donnée. Il est alors possible de définir l'équilibre avec prévisions parfaites de cette économie.

**Définition.** *L'équilibre intertemporel, conditionné à la politique  $\{\bar{E}_t, \nu_t, \mu_t\}$ , est défini par la suite des variables par tête  $\{c_t, d_t, s_t\}$ , la suite des variables agrégées  $\{L_t, K_t, E_t^F, P_t\}$  et la suite des prix  $\{w_t, R_t, \phi_t\}$  telles que :*

*i/ les agents sont à leur optimum : les conditions (4), (5) et (6) pour les firmes, (9), pour les ménages, sont vérifiées,*

- ii/ les marchés sont équilibrés :  $L_t = N$  sur le marché du travail,  $K_t = Ns_{t-1}$  sur le marché du capital et  $E_t^F = \bar{E}_t$  sur le marché des permis,  
iii/ la contrainte budgétaire (10) du gouvernement est satisfaite avec  $N\nu_t = \theta\phi_t\bar{E}_t$  et  $N\mu_t = (1 - \theta)\phi_t\bar{E}_t$ ,  
iv/ les contraintes budgétaires des agents (7) et (8) sont respectées,  
v/ l'évolution de la pollution est décrite par (2).

Appliquer le théorème des fonctions implicites à la condition d'arbitrage des ménages (9) permet d'exprimer l'épargne (et l'accumulation de capital) comme une fonction des prix, de la pollution et des instruments de politique :

$$K_{t+1} = Ns_t \equiv N\sigma(\theta, w_t, \phi_t, \bar{E}_t, R_{t+1}, \phi_{t+1}, \bar{E}_{t+1}, P_t, P_{t+1}) \quad (11)$$

Connaissant l'expression des prix, les conditions d'équilibre des marchés et l'évolution du stock de pollution,

$$P_{t+1} = \bar{E}_t + (1 - h)P_t \quad (12)$$

nous pouvons énoncer les conditions d'existence et de stabilité locale de l'équilibre.

**Proposition 1** *Pour une politique de redistribution  $\theta \in [0, 1]$  et un quota  $\bar{E}_t = \bar{E}$  donnés, si*

$$\lim_{K \rightarrow +\infty} \epsilon(K, \bar{E}) = \frac{\bar{E}F_E}{KF_K} < \infty \quad (13)$$

alors la condition

$$\lim_{K \rightarrow 0} \frac{N\sigma(\theta, w(K, \bar{E}), \phi(K, \bar{E}), \bar{E}, R(K, \bar{E}), \phi(K, \bar{E}), \bar{E}, \bar{E}/h, \bar{E}/h)}{K} > 1 \quad (14)$$

suffit à garantir l'existence d'un état stationnaire  $(K(\theta, \bar{E}), P(\bar{E}))$  non trivial avec  $K(\theta, \bar{E}) > 0$  et  $P(\bar{E}) = \bar{E}/h$ .

**Proof.** voir l'annexe A. ■

La condition (14) est la condition classique dans le modèle à générations imbriquées qui permet de prouver l'existence d'un état stationnaire intérieur (voir Galor et Ryder (1989) ou De La Croix et Michel (2002)). L'inégalité (13) est une condition supplémentaire d'existence qui provient de l'introduction de la dimension environnementale. Elle impose que le ratio des élasticités prix de la production par rapport aux émissions et au capital soit fini pour des niveaux de capital importants (voir Jouvét, Michel et Vidal (2002b)). Cette condition est, par exemple, satisfaite pour une technologie Cobb-Douglas, le rapport des élasticités étant alors constant.

Si l'on admet que la politique de quota est constante ( $\bar{E}_t = \bar{E}$ ) dans un voisinage de l'état stationnaire, les conditions de la stabilité locale peuvent être résumées comme suit.

**Proposition 2** *Sachant que les consommations  $c_t$  et  $d_{t+1}$  sont des biens normaux et substituables, l'état stationnaire est localement stable si et seulement si :*

$$1 - N(\sigma_w F_{KL} + \sigma_R F_{KK} + (\sigma_\phi^1 + \sigma_\phi^2) F_{KE}) > 0 \quad (15)$$

**Proof.** voir l'annexe B. ■

La condition (15) est la condition de stabilité du modèle de Diamond (1965) à laquelle s'ajoute un terme supplémentaire  $(\sigma_\phi^1 + \sigma_\phi^2) F_{KE}$  traduisant l'effet d'une hausse du capital sur l'épargne, via la rente environnementale. Cette hausse se répercute en fait selon deux effets revenu de sens contraires. Elle implique clairement une augmentation du prix des permis ( $F_{KE} > 0$ ) qui se traduit par une hausse de la rente perçue en première période de vie favorable à l'épargne ( $\sigma_\phi^1 > 0$ ) puisque le revenu global des ménages augmente. Mais, elle provoque également un accroissement de la rente reçue en seconde période de vie ce qui a un effet désincitatif sur l'épargne ( $\sigma_\phi^2 < 0$ ). Au final, si le second effet l'emporte, ce terme est négatif et la condition de stabilité est moins restrictive que celle du modèle de Diamond (1965).

Nous avons démontré que, pour un quota  $\bar{E}$  quelconque et une politique de redistribution donnée, l'économie admet un équilibre stationnaire localement stable. Il convient donc à présent de caractériser l'optimum social de long terme (ou règle d'or "verte").

### 3.2 L'optimum social de long terme

A l'équilibre macroéconomique, la production est égale à la somme des consommations et de l'investissement :

$$Y = F(K, N, E) = Nc + Nd + K \quad (16)$$

L'objectif du planificateur central est de maximiser l'utilité d'une génération représentative sous la contrainte de ressources de l'économie (16) et, étant donné le niveau de pollution stationnaire :

$$P = \frac{E}{h} \quad (17)$$

Formellement, il convient d'allouer les ressources disponibles entre consommations et investissement et de choisir le niveau d'émission afin de satisfaire le programme suivant :

$$\begin{aligned} & \max_{\{c, d, E, K\}} NU(c, P, d, P) \\ & \left\{ \begin{array}{l} s.c. \\ F(K, N, E) = Nc + Nd + K \\ P = \frac{E}{h} \end{array} \right. \end{aligned}$$

où les variables de stock sont le capital  $K$  et la pollution  $P$ .

La résolution de ce problème permet d'énoncer les conditions d'optimalité :

$$\frac{\partial U(c^*, P^*, d^*, P^*)}{\partial c} = \frac{\partial U(c^*, P^*, d^*, P^*)}{\partial d} \quad (18)$$

$$F_K(K^*, N, E^*) = 1 \quad (19)$$

$$\frac{2N}{h} \frac{\partial U(c^*, P^*, d^*, P^*)}{\partial P} + F_E(K^*, N, E^*) \frac{\partial U(c^*, P^*, d^*, P^*)}{\partial c} = 0 \quad (20)$$

La condition (18) définit l'arbitrage de consommations. La condition (19) correspond à la condition de la règle d'or pour le capital. Enfin (20) détermine le niveau d'émission optimal en se basant sur une analyse coût/bénéfice. D'après cette dernière condition, une hausse de  $E$  engendre une hausse de la production donc de la consommation  $c$ , ce qui tend à accroître le bien-être (terme de droite). Elle provoque également une augmentation de la pollution  $P$  qui affecte à la fois le bien-être des agents jeunes et retraités (terme de gauche). Cette condition d'arbitrage traduit simplement le fait que le planificateur choisit  $E$  de telle sorte que coût marginal et bénéfice marginal soient égaux au niveau social.

## 4 Régulation de la pollution par un système de permis et rôle de l'agence

Dans le cas où le quota  $\bar{E}_t$  imposé à l'économie, à chaque période, correspond au niveau d'émission socialement optimal, nous savons qu'il suffit au gouvernement de répartir la rente environnementale de manière optimale pour décentraliser l'optimum social.

Dans cette section, le point de départ de l'analyse consiste, au contraire, à supposer que le quota  $\bar{E}_t$  dont dispose l'économie, à chaque période, ne coïncide pas *a priori* avec sa cible de pollution. Plus précisément, si l'on se réfère aux plans d'allocation des permis dans le cadre de l'expérimentation européenne du protocole de Kyoto, sur la période 2005-2008, alors il apparaît très clairement que la norme environnementale n'est pas suffisamment restrictive. Notre traduisons ce constat par l'hypothèse selon laquelle le quota  $\bar{E}_t$  attribué à l'économie est supérieur au niveau d'émission optimal. Sachant que le gouvernement s'engage à offrir ce volume de permis  $\bar{E}_t$  sur le marché, nous devons à présent traiter une situation de second rang puisque ce quota

exogène constitue une source de rigidité pour l'économie.

Dans ce contexte, nous proposons, afin de dépasser cette rigidité, de permettre la participation des ménages au marché des permis et, de mettre en place une agence de gestion de la dotation totale en permis de l'économie.

#### 4.1 Le rôle des ménages dans la régulation de la pollution

La participation des ménages au marché (pour un motif d'épargne) va fournir un nouveau levier d'intervention par le biais duquel il sera possible d'agir sur les émissions polluantes. En effet, l'acquisition de permis par les ménages va permettre à l'économie d'épargner, à chaque période, une partie de la dotation totale  $\bar{E}_t$  et, ce faisant, d'émettre effectivement un niveau de pollution qui ne s'établira pas nécessairement à hauteur de ce potentiel maximum d'émission. Supposons qu'à la période  $t$ , les ménages achètent un volume de permis  $E_t^M = \sum_{i=1}^N e_t^i = Ne_t^3$ , ces permis sont épargnés et viennent réduire le montant de permis disponibles pour les firmes,  $E_t^F = \bar{E}_t - E_t^M \leq \bar{E}_t$ . En outre, à la période suivante, il suffira au gouvernement de créer une quantité  $E_{t+1}^G = \bar{E}_{t+1} - E_t^M$  afin de respecter ses engagements puisque la dotation de l'économie en permis sera bien égale au niveau prédéfini par les accords  $\bar{E}_{t+1}$ .

En donnant aux ménages la possibilité d'intervenir sur le marché, les permis de pollution constituent un actif financier substituable à l'épargne classique (voir Jouvét, Michel et Vidal (2002a) et (2002b)). Les contraintes budgétaires (7) et (8) deviennent,

$$w_t + \nu_t = c_t + s_t + q_t e_t \quad (21)$$

$$d_{t+1} = R_{t+1} s_t + q_{t+1} e_t + \mu_{t+1} \quad (22)$$

La rente environnementale, redistribuée aux ménages en  $t$ , correspond alors au revenu de la vente de permis aux firmes et aux jeunes  $\phi_t(\bar{E}_t - E_t^M) +$

---

<sup>3</sup>Par hypothèse les ménages sont identiques, donc  $e_t^i = e_t$ .



$q_t E_t^M$  diminué de la compensation versée aux ménages retraités  $q_t E_{t-1}^M$ , soit,

$$N\nu_t + N\mu_t = \phi_t(\bar{E}_t - E_t^M) + q_t(E_t^M - E_{t-1}^M) \quad (23)$$

avec

$$\nu_t = \frac{\theta(\phi_t(\bar{E}_t - E_t^M) + q_t(E_t^M - E_{t-1}^M))}{N} \quad (24)$$

$$\mu_t = \frac{(1 - \theta)(\phi_t(\bar{E}_t - E_t^M) + q_t(E_t^M - E_{t-1}^M))}{N} \quad (25)$$

Dans ce contexte, chaque ménage est confronté à deux arbitrages concernant l'allocation de ses ressources entre épargne et consommation et la répartition de son épargne entre capital physique ( $s_t$ ) et capital environnemental ( $e_t$ ). Formellement, il s'agit de résoudre le problème suivant :

$$\max_{c_t, d_{t+1}; s_t, e_t} U(c_t, P_t, d_{t+1}, P_{t+1})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} s.c. \\ c_t = w_t + \nu_t - s_t - q_t e_t \\ d_{t+1} = R_{t+1} s_t + q_{t+1} e_t + \mu_{t+1} \end{array} \right.$$

Ce problème est associé à deux conditions du premier ordre,

$$-\frac{\partial U_t}{\partial c_t} + R_{t+1} \frac{\partial U_t}{\partial d_{t+1}} = 0 \quad (26)$$

$$-q_t \frac{\partial U_t}{\partial c_t} + q_{t+1} \frac{\partial U_t}{\partial d_{t+1}} = 0 \quad (27)$$

qui traduisent, de manière classique, l'arbitrage relatif à la consommation sur le cycle de vie.

La combinaison de ces deux équations impose l'égalité du rendement procuré par les deux formes d'épargne :

$$R_{t+1} = \frac{q_{t+1}}{q_t} \quad (28)$$

Le problème des firmes demeurant inchangé, l'équilibre intertemporel est conditionné à la politique de quota  $\{\bar{E}_t\}$ , à la politique de transferts  $\{\nu_t, \mu_t\}$ , avec les conditions (4), (5), (6), (26), (27) et les conditions d'équilibre des marchés :  $L_t = N$  sur le marché du travail,  $K_t = Ns_{t-1}$  sur le marché du capital et, sur le(s) marché(s) des permis,  $Ne_t = E_t^M$  et  $E_t^F = \bar{E}_t - E_t^M$ .

Les ménages n'intègrent pas l'effet de leur décision d'épargne en permis sur les émissions polluantes puisque la pollution est une externalité. Aussi, le simple fait de les autoriser à prendre part aux transactions de marché ne suffit pas à garantir un niveau d'émission optimal et ne permet pas, *a priori*, de déterminer l'équilibre.

## 4.2 Le rôle de coordination de l'agence

Pour coordonner les agents et déterminer l'équilibre, nous supposons que le gouvernement peut mettre en place une agence dont les prérogatives consistent à gérer, à chaque période, la dotation totale en permis de l'économie. Cette agence, sous la tutelle du gouvernement, est chargée du volet environnement de la politique publique. Elle est, plus précisément, responsable de la vente du quota  $\bar{E}_t$  et surtout, de sa répartition entre les deux types de demandeurs (firmes et ménages). L'agence base son arbitrage sur un objectif de maximisation du bien-être et fait intervenir deux critères de décision. D'abord, elle intègre l'aspect financier lié au choix du montant de permis  $E_t^M$  alloué aux ménages. L'achat de permis par les ménages jeunes suppose qu'ils disposent de relativement moins de ressources à consacrer aux autres postes de dépenses (consommation et épargne). En revanche, cette épargne spécifique leur procure un rendement qui constitue un complément du revenu. Ensuite, elle tient compte de la dimension environnementale inhérente à sa décision<sup>4</sup>. Par son intervention, l'agence se substitue donc au gouvernement du point de vue de la conduite de la politique environnemen-

---

<sup>4</sup>Cette agence joue en fait un rôle proche de celui d'un planificateur bienveillant qui ne s'intéresserait qu'aux variables environnementales.

tale. Celui-ci conserve cependant le pouvoir de distribuer aux ménages le revenu de la vente de permis.

L'agence choisit la suite  $\{E_t^M\}_{t=0}^{+\infty}$  des montants de permis à offrir aux ménages (et de manière duale, l'offre aux firmes  $\bar{E}_t - E_t^M$ ) afin de maximiser la somme actualisée des utilités des agents et ce, en tenant compte des répercussions financières et environnementales de cette décision. En effet, les contraintes qu'elle considère sont constituées non seulement des contraintes budgétaires agrégés des ménages,

$$Nw_t + N\nu_t = Nc_t + Ns_t + q_t E_t^M \quad (29)$$

$$Nd_{t+1} = NR_{t+1}s_t + q_{t+1}E_t^M + N\mu_{t+1} \quad (30)$$

mais aussi de la dynamique de la pollution dans le cas où toute l'offre de permis faite aux firmes est écoulee

$$P_t = \bar{E} - E_t^M + (1 - h)P_{t-1} \quad (31)$$

Etant donné l'expression des transferts (24) et (25) et l'évolution de la pollution, l'objectif à résoudre peut s'écrire<sup>5</sup> :

$$\max_{\{E_t^M\}} \sum_{t=-1}^{+\infty} \beta^t NU(c_t, P_t, d_{t+1}, P_{t+1})$$

sous les contraintes,

$$\begin{cases} Nw_t + \theta(\phi_t(\bar{E} - E_t^M) + q_t(E_t^M - E_{t-1}^M)) = Nc_t + Ns_t + q_t E_t^M \\ Nd_{t+1} = NR_{t+1}s_t + q_{t+1}E_t^M + (1 - \theta)(\phi_{t+1}(\bar{E} - E_{t+1}^M) + q_{t+1}(E_{t+1}^M - E_t^M)) \\ P_t = \bar{E} - E_t^M + (1 - h)P_{t-1} \end{cases}$$

Nous résolvons ce problème à l'aide du Lagrangien généralisé avec  $\lambda_t$  le multiplicateur de Lagrange associé au stock de pollution. Les deux conditions

---

<sup>5</sup>avec  $\beta \in ]0, 1]$  le facteur d'actualisation propre à l'agence.

d'optimalité sont (voir annexe C) :

$$-\lambda_t = \frac{(1-\theta)(q_t - \phi_t)}{\beta} \frac{\partial U_{t-1}}{\partial d_t} - (q_t - \theta(q_t - \phi_t)) \frac{\partial U_t}{\partial c_t} + \theta q_{t+1} \frac{\partial U_t}{\partial d_{t+1}} - \beta \theta q_{t+1} \frac{\partial U_{t+1}}{\partial c_{t+1}} \quad (32)$$

$$\lambda_t = \beta(1-h)\lambda_{t+1} - N \left( \frac{1}{\beta} \frac{\partial U_{t-1}}{\partial P_t} + \frac{\partial U_t}{\partial P_t} \right) \quad (33)$$

La première condition (32) décrit l'effet d'une variation de  $E_t^M$  sur la composante non environnementale du bien-être. Prenons l'exemple d'une hausse de la quantité de permis mise à disposition des ménages. Cette hausse s'accompagne d'abord d'un effet revenu direct qui affecte les agents de la génération  $t$ . Elle implique que les jeunes ont relativement moins de ressources à allouer à la consommation (terme  $-q_t \frac{\partial U_t}{\partial c_t}$ ) au contraire des retraités qui profitent d'un revenu, provenant de la détention de permis, plus important (terme  $\theta q_{t+1} \frac{\partial U_t}{\partial d_{t+1}}$ ). Il existe ensuite un effet revenu indirect qui résulte de la variation de la rente environnementale et qui joue sur trois générations successives ( $t-1, t, t+1$ ). Clairement, augmenter  $E_t^M$  réduit le revenu versé aux jeunes de la période  $t+1$  donc leur consommation (terme  $-\beta \theta q_{t+1} \frac{\partial U_{t+1}}{\partial c_{t+1}}$ ). Le fait de savoir si cette hausse est bénéfique aux agents vivant à la période  $t$  dépend du rapport entre les prix des permis vendus aux firmes et aux ménages. Si  $q_t < \phi_t$ , alors une hausse de  $E_t^M$  provoque une baisse de la rente ce qui affecte à la fois le revenu des jeunes et des retraités et réduit leurs consommations (termes  $\frac{(1-\theta)(q_t - \phi_t)}{\beta} \frac{\partial U_{t-1}}{\partial d_t}$  et  $\theta(q_t - \phi_t) \frac{\partial U_t}{\partial c_t}$ ). La seconde expression (33) illustre, au contraire, les bénéfices d'une augmentation de  $E_t^M$ . Accroître la quantité de permis offerte aux ménages entraîne non seulement une diminution de la pollution favorable à tous les agents vivant à la période  $t$  (terme  $-N(\frac{1}{\beta} \frac{\partial U_{t-1}}{\partial P_t} + \frac{\partial U_t}{\partial P_t})$ ) mais aussi, une baisse de la pollution future (selon le facteur  $(1-h)$ ) dont bénéficieront les générations suivantes.

### 4.3 Analyse de long terme et décentralisation de l'optimum social

L'analyse stationnaire comporte deux temps de réflexion. Nous étudions d'abord les conditions d'existence d'un équilibre stationnaire. Puis, nous nous posons la question de savoir s'il est possible d'atteindre la règle d'or à partir de l'équilibre. En fait, il apparaît que les deux conditions d'équilibre des ménages ((26) et (28)), évaluées en stationnaire, correspondent formellement aux deux premières conditions de la règle d'or (18) et (20) puisque

$$\frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial c} = \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial d} \quad (34)$$

et,

$$R = 1 \quad (35)$$

De plus, les équations définissant la pollution stationnaire sont identiques à l'équilibre et à l'optimum stationnaires. Enfin, la combinaison des deux contraintes budgétaires agrégées ((29) et (30)), en stationnaire, donne la contrainte de ressources de l'économie (16) utilisée à la règle d'or.

Dès lors, la question étudiée revient à se demander sous quelles conditions l'équation définissant la répartition du quota global  $\bar{E}$  par l'agence coïncide avec la condition de la règle d'or pour la détermination du niveau d'émission optimal. Nous résumons le résultat dans la proposition suivante.

**Proposition 3** *L'équilibre stationnaire avec politique contrainte existe et correspond à la règle d'or dès que :*

- le facteur d'actualisation du problème de l'agence vaut l'unité :  $\beta = 1$ ,
- pour  $\beta < 1$ , la distribution de la rente environnementale se fait sur la base du paramètre  $\theta$  solution de l'équation suivante (qui admet une unique solution si  $(1 - \beta)q(0, \bar{E} - E^*) > F_E(K^*, N^*, E^*)$ ) :

$$\theta = \frac{1}{1 - \beta} \left( 1 + \frac{(1 + \beta)F_E(K^*, N^*, E^*)}{2(1 - \beta(1 - h))((1 - \beta)q(\theta, \bar{E} - E^*) - F_E(K^*, N^*, E^*))} \right)$$

*pourvu que le prix des permis vendus aux firmes, évalué pour l'allocation de la règle d'or, soit positif.*

**Proof.** voir annexe D. ■

Nous montrons donc qu'il est possible d'atteindre la règle d'or grâce à l'intervention de l'agence et ce, malgré l'existence d'une rigidité provenant de la fixation du quota global d'émission  $\bar{E}$ . L'opportunité donnée aux ménages d'épargner en permis implique qu'ils allouent leurs ressources entre consommation et investissement de manière optimale. Concernant la décision de l'agence à proprement parler, il apparaît que si elle traite toutes les générations sur un même pied d'égalité ( $\beta = 1$ ), alors sa condition d'équilibre coïncide avec la condition de la règle d'or pour la détermination du niveau d'émission optimal. Ce résultat, plutôt naturel, indique que les transferts forfaitaires, associés à la distribution de la rente et réalisés par le gouvernement, sont neutres. Par contre, dans le cas précis où l'agence impose une dictature du présent ( $\beta < 1$ ), le gouvernement peut jouer sur la distribution de la rente environnementale et choisir l'instrument  $\theta$  de telle sorte que la condition d'équilibre de l'agence s'identifie à la condition de la règle d'or. L'instrument  $\theta$  joue, en définitive, un rôle similaire aux transferts forfaitaires dans le modèle de Diamond (1965)<sup>6</sup>.

L'intervention de l'agence conduit à une segmentation du marché des permis en deux sous marchés selon l'utilisation faite des permis (utilisation dans le processus de production versus épargne) et sur les répercussions environnementales qui en découlent (pollution immédiate versus pollution différée). De plus, à long terme, il est possible de garantir un niveau d'émission optimal. Ainsi, partant de la situation initiale de second rang, on parvient, à long terme, à réaliser l'optimum de premier rang grâce à la participation des mé-

---

<sup>6</sup>Le paramètre,  $\theta$  pourrait ne pas appartenir à l'intervalle  $[0, 1]$ . Dans le cas où  $\theta > 1$ , cela signifie qu'il faut verser l'intégralité de la rente environnementale aux jeunes et compléter cette rente par un transfert égal à  $(\theta - 1)\phi\bar{E}$  financé par une taxe forfaitaire sur les retraités. Le mécanisme joue en sens inverse quand  $\theta < 0$  (voir Jovet, Michel et Vidal (2002a)).

nages aux marchés des permis et à la création d'une agence de gestion de la dotation de l'économie en permis.

## 5 Conclusion

Cet article se focalise sur la principale difficulté inhérente à la régulation de la pollution par un système de permis, à savoir, la définition de la norme de pollution initiale. Les travaux théoriques qui concluent à l'efficacité des permis de pollution non seulement pour contrôler les émissions polluantes mais aussi, pour réaliser l'optimum social à partir de l'économie décentralisée, éludent ce problème en admettant que le décideur public est parfaitement apte à choisir le niveau optimal du quota global d'émission. Ce postulat va cependant à l'encontre de l'évidence empirique qui témoigne de l'existence de contraintes politiques étant de nature à perturber la définition de ce standard d'émission. Dans cet article, nous recourons à un cadre d'analyse plus général autorisant la prise en compte de ces sources d'inefficacité. Le principe consiste en fait à supposer que la politique environnementale et le choix du quota ne relèvent pas de la seule compétence du gouvernement.

Dans ce contexte, nous étudions la pertinence du recours à l'instrument permis en particulier lorsque l'on poursuit un objectif de maximisation du bien-être. Nous montrons qu'il est malgré tout possible de pallier les inefficacités de la régulation par le quota en autorisant d'une part les ménages à participer aux transactions sur le marché des permis et en créant, d'autre part, une agence de gestion de la dotation en permis. L'action de cette agence, substitut imparfait du gouvernement, impulse une segmentation du marché qui s'accompagne d'une discrimination par les prix des acheteurs selon le dommage environnemental occasionné par leurs activités respectives (production des firmes, épargne des ménages). Cette intervention permet ainsi à l'économie concurrentielle d'atteindre l'optimum social de long terme à partir d'une situation initiale marquée par l'existence de rigidités.

## ANNEXES

### A. Existence d'un état stationnaire (preuve proposition 1)

Le système d'équations (11)-(12), évalué en stationnaire, devient (par souci de simplification, le facteur travail  $L = N$  n'apparaît pas explicitement comme argument des prix) :

$$K = N\sigma(\theta, w(K, \bar{E}), \phi(K, \bar{E}), \bar{E}, R(K, \bar{E}), \phi(K, \bar{E}), \bar{E}, P, P) \quad (36)$$

$$P = \frac{\bar{E}}{h} \quad (37)$$

Le niveau de pollution stationnaire est uniquement déterminé par la politique de quota. Reste à s'assurer que la première équation admet une solution. Par définition l'épargne est non supérieure au salaire, nous avons donc  $\sigma(\theta, K, \bar{E}) \leq w(K, \bar{E})$  et, l'expression du taux de salaire est donnée par  $w(K, \bar{E}) = F_L(K, N, \bar{E})$ . La fonction de production est homogène de degré 1 et nous pouvons réécrire le salaire de la manière suivante :

$$F_L(K, N, \bar{E}) = \frac{F(K, N, \bar{E})}{N} - \frac{K}{N}F_K(K, N, \bar{E})(1 + \epsilon(K, \bar{E})) \quad (38)$$

avec  $\epsilon(K, \bar{E})$  le ratio des élasticités prix de la production par rapport aux émissions et au capital :

$$\epsilon(K, \bar{E}) = \frac{\bar{E}F_E(K, N, \bar{E})}{KF_K(K, N, \bar{E})} = \frac{\bar{E}\phi(K, \bar{E})}{KR(K, \bar{E})} \quad (39)$$

Dès lors, sous l'hypothèse que ce ratio est fini pour des niveaux importants de capital (il est constant pour une technologie Cobb-Douglas),

$$\lim_{K \rightarrow +\infty} \epsilon(K, \bar{E}) < \infty \quad (40)$$

et sous l'ensemble des conditions sur la fonction de production, nous obte-



nous :

$$\lim_{K \rightarrow +\infty} \frac{w(K, \bar{E})}{K} = \lim_{K \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \left( \frac{F(K, N, \bar{E})}{K} - F_K(K, N, \bar{E}) (1 + \epsilon(K, \bar{E})) \right) = 0 \quad (41)$$

La fonction d'épargne se situe donc en deça de la première bissectrice dans un voisinage de l'infini :

$$\lim_{K \rightarrow +\infty} \frac{N\sigma(\theta, w(K, \bar{E}), \phi(K, \bar{E}), \bar{E}, R(K, \bar{E}), \phi(K, \bar{E}), \bar{E}, P, P)}{K} = 0 \quad (42)$$

Il suffit alors de recourir à la condition classique dans les modèles à générations imbriquées (Galor et Ryder (1989), De La Croix et Michel (2002)) pour garantir l'existence d'une solution stationnaire intérieure pour le capital :

$$\lim_{K \rightarrow 0} \frac{N\sigma(\theta, w(K, \bar{E}), \phi(K, \bar{E}), \bar{E}, R(K, \bar{E}), \phi(K, \bar{E}), \bar{E}, \bar{E}/h, \bar{E}/h)}{K} > 1 \quad (43)$$

En effet, cette condition assure que la fonction d'épargne croise au moins une fois la première bissectrice sur le domaine de variation du capital et dans ce cas l'équation (36) admet une solution positive finie.

## B. Stabilité locale (preuve proposition 2)

En linéarisant le système (11)-(12) dans un voisinage de l'état stationnaire<sup>7</sup>, on obtient :

$$(1 - N(\sigma_R F_{KK} + \sigma_\phi^2 F_{KE})) dK_{t+1} = N(\sigma_w F_{KL} + \sigma_\phi^1 F_{KE}) dK_t + N\sigma_P^1 dP_t + N\sigma_P^2 dP_{t+1} \quad (44)$$

et,

$$dP_{t+1} = (1 - h) dP_t \quad (45)$$

---

<sup>7</sup>dans lequel la politique de quota est supposée constante  $\bar{E}_t = \bar{E}$  avec  $\bar{E}$  défini par la condition d'optimalité (20). Dans ce qui suit, les indices 1 et 2 traduisent les effets qui affectent respectivement les jeunes et les retraités.

La matrice jacobienne s'écrit :

$$J = \begin{pmatrix} \frac{N(\sigma_w F_{KL} + \sigma_\phi^1 F_{KE})}{1 - N(\sigma_R F_{KK} + \sigma_\phi^2 F_{KE})} & \frac{N(\sigma_P^1 + (1-h)\sigma_P^2)}{1 - N(\sigma_R F_{KK} + \sigma_\phi^2 F_{KE})} \\ 0 & 1 - h \end{pmatrix}$$

La stabilité de l'équilibre exige que les deux racines du polynôme caractéristique,  $P(\lambda) = \lambda^2 - \text{trace}(J)\lambda + \det(J)$ , soient à l'intérieur du cercle unité.

Nous savons que la trace (resp. le déterminant) correspond à la somme (resp. le produit) des racines du polynôme. La détermination de la valeur des racines est immédiate :  $\lambda_1 = 1 - h < 1$  et

$$\lambda_2 = \frac{N(\sigma_w F_{KL} + \sigma_\phi^1 F_{KE})}{1 - N(\sigma_R F_{KK} + \sigma_\phi^2 F_{KE})} \quad (46)$$

reste à étudier cette seconde racine  $\lambda_2$ . A l'équilibre stationnaire, les consommations peuvent s'écrire

$$c(\theta, w, R, \phi, \bar{E}, P) = w + \theta\phi\bar{E} - \sigma(\theta, w, \phi, \bar{E}, R, \phi, \bar{E}, P, P) \quad (47)$$

$$d(\theta, w, R, \phi, \bar{E}, P) = R\sigma(\theta, w, \phi, \bar{E}, R, \phi, \bar{E}, P, P) + (1 - \theta)\phi\bar{E} \quad (48)$$

Sous l'hypothèse de normalité des consommations, nous avons :  $c_w = 1 - \sigma_w > 0$  et  $d_w = R\sigma_w > 0$ , soit,  $0 < \sigma_w < 1$ . Sous l'hypothèse de substituabilité des consommations, la consommation de première période  $c$  est une fonction non décroissante du prix  $1/R$  de la consommation  $d$  dans la contrainte budgétaire intertemporelle,  $c + d/R = w + \theta\phi\bar{E} + (1 - \theta)\phi\bar{E}/R$  (voir De la Croix et Michel (2002)), ce qui implique que  $c_R = -\sigma_R \leq 0 \leftrightarrow \sigma_R \geq 0$ . En outre, appliquer le théorème des fonctions implicites à la condition (9), à l'équilibre stationnaire, donne :

$$\sigma_\phi^1 = \frac{\theta\bar{E}(U_{cc} - RU_{cd})}{U_{cc} - 2RU_{cd} + R^2U_{dd}} > 0 \quad (49)$$

$$\sigma_\phi^2 = -\frac{(1 - \theta)\bar{E}(U_{cd} - RU_{dd})}{U_{cc} - 2RU_{cd} + R^2U_{dd}} < 0 \quad (50)$$

Par conséquent, nous savons que la seconde racine  $\lambda_2$  est positive. Dès lors, une condition nécessaire et suffisante à la stabilité est  $\lambda_2 < 1$  ce qui équivaut à :

$$1 - N(\sigma_w F_{KL} + \sigma_R F_{KK} + (\sigma_\phi^1 + \sigma_\phi^2) F_{KE}) > 0 \quad (51)$$

### C. Conditions d'optimalité pour l'agence :

Le problème de l'agence s'écrit :

$$\max_{\{E_t^M\}} \sum_{t=-1}^{+\infty} \beta^t NU(c_t, P_t, d_{t+1}, P_{t+1})$$

sous contrainte,

$$\begin{cases} Nw_t + \theta(\phi_t(\bar{E} - E_t^M) + q_t(E_t^M - E_{t-1}^M)) = Nc_t + Ns_t + q_t E_t^M \\ Nd_{t+1} = NR_{t+1}s_t + q_{t+1}E_{t+1}^M + (1 - \theta)(\phi_{t+1}(\bar{E} - E_{t+1}^M) + q_{t+1}(E_{t+1}^M - E_t^M)) \\ P_t = \bar{E} - E_t^M + (1 - h)P_{t-1} \end{cases}$$

Afin de résoudre ce problème d'optimisation, nous définissons le Lagrangien généralisé suivant, avec  $\lambda_t$  le multiplicateur associé à la dynamique du stock de pollution  $P_t$ ,

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \beta^t \left\{ \begin{array}{l} NU \left[ \frac{Nw_t + \theta(\phi_t(\bar{E} - E_t^M) + q_t(E_t^M - E_{t-1}^M)) - Ns_t - q_t E_t^M}{N}, P_t, \right. \\ \left. \frac{NR_{t+1}s_t + q_{t+1}E_{t+1}^M + (1 - \theta)(\phi_{t+1}(\bar{E} - E_{t+1}^M) + q_{t+1}(E_{t+1}^M - E_t^M))}{N}, P_{t+1} \right] \\ \left. + \lambda_t (P_t - \bar{E} + E_t^M - (1 - h)P_{t-1}) \right\}$$

La maximisation du Lagrangien donne les conditions du premier ordre :

$$\lambda_t = -\frac{(1 - \theta)(q_t - \phi_t)}{\beta} \frac{\partial U_{t-1}}{\partial d_t} + ((1 - \theta)q_t + \theta\phi_t) \frac{\partial U_t}{\partial c_t} - \theta q_{t+1} \frac{\partial U_t}{\partial d_{t+1}} + \beta \theta q_{t+1} \frac{\partial U_{t+1}}{\partial c_{t+1}}$$

$$\lambda_t = \beta(1 - h)\lambda_{t+1} - N \left( \frac{1}{\beta} \frac{\partial U_{t-1}}{\partial P_t} + \frac{\partial U_t}{\partial P_t} \right)$$

En stationnaire, sachant que les conditions d'équilibre des ménages sont,

$$\frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial c} = \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial d}$$

$$R = 1$$

ces conditions deviennent

$$\lambda = -\frac{(1 - \theta(1 - \beta))((1 - \beta)q - \phi)}{\beta} \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial c}$$

$$\lambda = -\frac{N(1 + \beta)}{\beta(1 - \beta(1 - h))} \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial P}$$

Leur combinaison donne la condition d'équilibre de l'agence :

$$(1 - \theta(1 - \beta))((1 - \beta)q - \phi) \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial c} = \frac{N(1 + \beta)}{1 - \beta(1 - h)} \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial P}$$

#### D. Détermination de l'équilibre stationnaire et Décentralisation :

La première étape de la preuve consiste à montrer que l'équilibre stationnaire est déterminé grâce à l'intervention de l'agence<sup>8</sup>. Pour étudier la détermination de l'équilibre stationnaire, on doit ajouter aux condition d'équilibre des ménages et de l'agence, les conditions de la maximisation des profits, les conditions d'équilibre des marchés, les contraintes budgétaires et l'équation fixant le niveau de pollution stationnaire. Nous obtenons alors le système de 6 équations suivant :

$$\frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial c} = \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial d} \tag{52}$$

---

<sup>8</sup>Il faut noter que si les ménages choisissaient eux-même le montant de l'épargne en permis, l'équilibre serait indéterminé dans la mesure où les agents seraient indifférents entre les les deux supports de l'épargne (qui procurent le même rendement à l'équilibre en vertu de la relation (28)).

$$F_K(K, N, \bar{E} - E^M) = 1 \quad (53)$$

$$NF_L(K, N, \bar{E} - E^M) + \theta F_E(K, N, \bar{E} - E^M)(\bar{E} - E^M) = Nc + K + qE^M \quad (54)$$

$$Nd = F_K(K, N, \bar{E} - E^M)K + qE^M + (1 - \theta)F_E(K, N, \bar{E} - E^M)(\bar{E} - E^M) \quad (55)$$

$$P = \frac{\bar{E} - E^M}{h} \quad (56)$$

$$(1 - \theta(1 - \beta))((1 - \beta)q - \phi) \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial c} = \frac{N(1 + \beta)}{1 - \beta(1 - h)} \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial P} \quad (57)$$

à 6 inconnues :  $K, E^M, c, d, P$  et  $q$  sachant que  $\theta, N$  et  $\bar{E}$  sont des données exogènes.

Le principe de résolution est le suivant : nous utilisons d'abord les 5 premières équations pour exprimer tour à tour les variables  $K, c, d, P$  et  $q$  comme des fonctions de  $E^M$  (et éventuellement des paramètres). Ensuite, nous remplaçons ces solutions intermédiaires dans (57) pour déterminer  $E^M$ .

D'après les équations (53) et (56), il est possible d'exprimer  $K$  et  $P$  comme des fonctions de  $E^M$  :

$$K = K(E^M) \quad (58)$$

$$P = P(E^M) \quad (59)$$

Ensuite, remplacer (58) dans les contraintes budgétaires (54) et (55), donne les consommations  $c$  et  $d$  comme des fonctions de  $q$  et  $E^M$  (et  $\theta$ ) :

$$c = \frac{NF_L(K(E^M), N, \bar{E} - E^M) + \theta F_E(K(E^M), N, \bar{E} - E^M)(\bar{E} - E^M) - K(E^M) - qE^M}{N}$$

soit,

$$c = c(\theta, q, E^M) \quad (60)$$

De même,

$$d = \frac{F_K(K(E^M), N, \bar{E} - E^M)K(E^M) + qE^M + F_E(K(E^M), N, \bar{E} - E^M)(\bar{E} - E^M)}{N}$$

Donc :

$$d = d(\theta, q, E^M) \quad (61)$$

En substituant ces expressions (60) et (61) dans (52), on obtient :

$$\frac{\partial U(c(\theta, q, E^M), P(E^M), d(\theta, q, E^M), P(E^M))}{\partial c} = \frac{\partial U(c(\theta, q, E^M), P(E^M), d(\theta, q, E^M), P(E^M))}{\partial d}$$

et, grâce au théorème des fonctions implicites, on peut alors exprimer  $q$  comme une fonction de  $\theta$  et  $E^M$ <sup>9</sup> :

$$q = q(\theta, E^M) \quad (62)$$

Remplacer (62) dans (60) et (61) donne  $c$  et  $d$  comme des fonctions de  $\theta$  et  $E^M$ .

Reste finalement à remplacer toutes nos solutions intermédiaires dans la condition de l'agence (57) afin de déterminer  $E^M$ . La condition devient :

$$(1 - \theta(1 - \beta))((1 - \beta)q(\theta, E^M) - F_E(K(E^M), N, \bar{E} - E^M))^{\frac{1-\beta(1-h)}{N(1+\beta)}} = \frac{\partial U(c(\theta, E^M), P(E^M), d(\theta, E^M), P(E^M))}{\partial P} / \frac{\partial U(c(\theta, E^M), P(E^M), d(\theta, E^M), P(E^M))}{\partial c}$$

Nous obtenons donc une équation du type  $H(\theta, E^M) = 0$  qui, sous les bonnes propriétés, définit une (unique) solution  $E^M$  comme fonction du paramètre  $\theta$ <sup>10</sup>. Connaissant cette solution, on peut finalement déterminer tour à tour toutes les variables de l'équilibre stationnaire. L'équilibre stationnaire est donc déterminé. Plutôt que de se donner des conditions formelles (comme, par exemple, des conditions aux bords) pour garantir l'existence et l'unicité de l'équilibre stationnaire, nous étudions, dans la seconde partie de la preuve, les conditions sous lesquelles cet équilibre correspond à l'allocation de la règle d'or  $(c^*, d^*, K^*, E^*, P^*)$  telle que nous l'avons définie précédemment.

<sup>9</sup>Faire apparaître, pour  $c$  et  $d$  puis  $q$ ,  $\theta$  comme argument servira lors de la seconde étape de l'analyse.

<sup>10</sup> $E^M$  dépend évidemment des autres paramètres du modèle mais nous voulons surtout insister sur la dépendance vis à vis de l'instrument de politique  $\theta$ .

*Décentralisation de la règle d'or :*

Rappelons d'abord les trois conditions de la règle d'or :

$$\frac{\partial U(c^*, P^*, d^*, P^*)}{\partial c} = \frac{\partial U(c^*, P^*, d^*, P^*)}{\partial d} \quad (63)$$

$$F_K(K^*, N, E^*) = 1 \quad (64)$$

$$\frac{2N}{h} \frac{\partial U(c^*, P^*, d^*, P^*)}{\partial P} + F_E(K^*, N, E^*) \frac{\partial U(c^*, P^*, d^*, P^*)}{\partial c} = 0 \quad (65)$$

Nous cherchons à savoir s'il est possible d'atteindre cette règle d'or à partir de l'équilibre. Nous notons d'abord que les deux conditions d'équilibre des ménages ((52) et (53)), correspondent formellement aux deux premières conditions de la règle d'or. De plus, les équations définissant la pollution stationnaire sont identiques à l'équilibre et à l'optimum stationnaire. Enfin, la combinaison des deux contraintes budgétaires agrégées ((54) et (55)) donne la contrainte de ressources de l'économie utilisée à la règle d'or.

Dès lors, la question étudiée revient à se demander sous quelles conditions l'équation définissant la répartition du quota global  $\bar{E}$  par l'agence (57) coïncide avec la condition de la règle d'or pour la détermination du niveau d'émission optimal.

Plaçons-nous d'abord dans le cas où l'agence n'actualise pas son objectif (soit  $\beta = 1$ ). La condition d'équilibre de l'agence devient :

$$-F_E(K(E^M), N, \bar{E} - E^M) \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial c} = \frac{2N}{h} \frac{\partial U(c, P, d, P)}{\partial P}$$

et correspond précisément à la condition (65). Autrement dit, sous couvert que le prix des permis vendus aux ménages évalué pour le niveau d'émission  $E^*$  soit positif, les variables de l'équilibre sont bien, en stationnaire, identiques à l'allocation de la règle d'or.

Supposons maintenant que  $\beta < 1$ , il convient de savoir s'il est possible d'identifier la condition de l'agence à la condition de la règle d'or grâce au choix du paramètre de distribution de la rente  $\theta$ . En fait, ces conditions

peuvent se réécrire :

$$\frac{(1 - \beta(1 - h))(1 - \theta(1 - \beta))((1 - \beta)q - F_E)}{1 + \beta} = N \frac{\partial U}{\partial P} / \frac{\partial U}{\partial c}$$

et,

$$-\frac{hF_E}{2} = N \frac{\partial U}{\partial P} / \frac{\partial U}{\partial c}$$

Identifier ces conditions revient donc à choisir  $\theta$  de telle sorte que :

$$\frac{(1 - \beta(1 - h))(1 - \theta(1 - \beta))((1 - \beta)q - F_E)}{1 + \beta} = -\frac{hF_E}{2}$$

ce qui donne, après quelques manipulations (si  $q \neq F_E/(1 - \beta)$ ),

$$\theta = \frac{1}{1 - \beta} \left( 1 + \frac{(1 + \beta)F_E}{2(1 - \beta(1 - h))((1 - \beta)q(\theta) - F_E)} \right)$$

Nous devons alors étudier une relation du type :

$$\theta = G(\theta)$$

où  $G(\cdot)$  est monotone décroissante en  $\theta$  puisque le prix  $q$  est croissant en ce paramètre. Si on recourt à la condition suffisante suivante :

$$(1 - \beta)q(0) > F_E$$

alors on sait que  $0 < G(0) < \infty$  ce qui permet de conclure qu'il existe un unique  $\theta > 0$  tel que la condition d'optimalité pour le choix  $E^*$  soit décentralisée à l'équilibre.

Notons que pour la condition suffisante utilisée,  $\theta$  est même supérieur à 1 ce qui signifie qu'il faut verser l'intégralité de la rente aux jeunes et compléter par un transfert financé par une taxe forfaitaire sur le revenu des retraités. Cela n'est pas très surprenant car l'intervention de l'agence est surtout coûteuse pour les jeunes qui voient leur revenu (et leur consommation)



amputé(s) par l'achat de permis.

## Références

- [1] Allais, M., (1947), *Economie et Intérêts*, Imprimerie Nationale, Paris.
- [2] Baumol W. et W.E. Oates (1988), *The Theory of Environmental Policy*, 2<sup>ème</sup> Edition, Cambridge University Press.
- [3] Beltratti A. [1995], “Emissions permits in a dynamic model with overlapping generations”, *Nota Di Lavoro* 4395.
- [4] De La Croix D. et Ph. Michel (2002), *A Theory of Economic Growth*, Cambridge University Press.
- [5] Diamond P., (1965), National debt in a neoclassical growth model, *American Economic Review*, 55, p. 1126-1150.
- [6] Fredriksson P.G. et T. Sterner, (2005), The political economy of refunded emissions payment programs, *Economics Letters*, 87, p. 113-119.
- [7] Hoel M., (2005), The triple inefficiency of uncoordinated environmental policies, *Scandinavian Journal of Economics*, 107, p. 157-173.
- [8] Galor O. et H. Ryder, (1989), Existence, uniqueness and stability of equilibrium in overlapping generations model with productive capital, *Journal of Economic Theory*, 49, p. 360-375.
- [9] John A. et Pecchenino R. [1994], “An overlapping generations model of growth and the environment”, *Economic Journal*, 104, 1393-1410.
- [10] Jovet P.A., Ph. Michel et G. Rotillon (2005), Optimal Growth with Pollution : How to use Pollution Permits, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 29, p.1597-1609.
- [11] Jovet P.A., Ph. Michel et J.P. Vidal (2002a), Droits de propriétés sur l’environnement et accumulation de capital : une perspective coasienne, *Annales d’Economie et de Statistique*, 65, p. 137-152.
- [12] Jovet P.A., Ph. Michel et J.P. Vidal (2002b), Effets des permis de pollution sur l’accumulation du capital dans le cadre des modèles à générations imbriquées, *Economie et Prévision*, 156, p. 63-72.

- [13] Kolstad C.D., (2005), Piercing the veil of uncertainty in transboundary pollution agreements, *Environmental and Resource Economics*, 31, p. 21-34.
- [14] Michel Ph. et G. Rotillon, (1995), Disutility of Pollution and Endogenous growth, *Environmental and resource Economics*, 6, p. 279-300.
- [15] Montgomery W. D. (1972), Markets in Licenses and Efficient Pollution Control Programs, *Journal of Economic Theory*, 5, p. 395-418.
- [16] Ono, T., 2002. Effects of Emission Permits on Growth and the Environment. *Environmental and Resource Economics* 21, 75-87.
- [17] Samuelson P., (1958), An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money, *Journal of Political Economics*, 66, p. 467-482.
- [18] Solow R.M., (1986), On the intergenerational allocation of resources, *Scandinavian Journal of Economics*, 88,141-149.
- [19] Tanguay G.A.,P. Lanoie, J.Moreau, (2004), Environmental policy, public interest and political market, *Public Choice*, 120, p. 1-27.
- [20] Yu Z.H., (2005), Environmental protection : A theory of direct and indirect competition for political influence, *Review of Economic Studies*, 72, p. 269-286.