

Application de la morphologie mathematique dans le domaine de la science du sol (etude de deux lames minces)

A.M. Morvan

▶ **To cite this version:**

A.M. Morvan. Application de la morphologie mathematique dans le domaine de la science du sol (etude de deux lames minces). [Stage] Ecole Nationale Supérieure des Mines (ENSM), Nancy, FRA. 1975, 36 p. hal-02859398

HAL Id: hal-02859398
https://hal.inrae.fr/hal-02859398

Submitted on 8 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

TH 51
AE1
ies

PPORT de STAGE

IRA science du sol

INRA
STATION DE SCIENCE DU SOL
19 FEV. 1990
CENTRE DE RECHERCHES
LA GRANDE MONTEROLIER

ıpplication de la morphologie mathématique dans le domaine de la science du sol (étude de deux lames minces)

anne marie MORVAN

ENSMIM

RAPPORT DE STAGE

APPLICATION DE LA MORPHOLOGIE MATHEMATIQUE

DANS LE DOMAINE DE LA SCIENCE DU SOL

(Etude de deux lames minces)

Anne-Marie MORVAN
E. N. S. M. I. M.
3e année (1974-1975)

P L A N

REMERCIEMENTS.
RESUME DU RAPPORT.
INTRODUCTION par l'équipe de Science du Sol.

I PRESENTATION DU MATERIEL D'ETUDE ET DES MESURES.

II PROBLEME DE L'ISOTROPIE DES LAMES.

1/ Critère d'isotropie.
2/ Résultats des mesures.
3/ Test statistique.

III MESURES D'ETOILES - TRAVERSEES MOYENNES - SURFACES MOYENNES "VUES D'UN POINT".

1/ Principe de l'étoile.
2/ Calcul des étoiles.
3/ Résultats des mesures.
4/ Interprétation des résultats.
5/ Conclusion.

IV MESURES DE COVARIANCES - AJUSTEMENT D'UN SCHEMA BOOLEEN A 3 PHASES.

1/ Principe de la covariance - propriétés.
2/ Interprétation de ces covariances - nécessité d'un modèle théorique.
3/ Calcul des covariances théoriques.
4/ Ajustement des covariances - évaluation des paramètres - interprétation.
5/ Confrontation des courbes.
6/ Conclusion.

CONCLUSION DE L'ETUDE.

CONCLUSIONS GENERALES par l'équipe de Science du Sol.

BIBLIOGRAPHIE.

REMERCIEMENTS

Ce stage a été effectué dans l'option Morphologie Mathématique de la troisième année de l'Ecole des Mines de Nancy.

Il a eu lieu à l'Institut National de la Recherche Agronomique, Département de Science du Sol.

Les parrains de stage sont Monsieur SERRA, Professeur de Morphologie Mathématique et Monsieur FIES, Chargé de recherches I. N. R. A.

Je remercie également Messieurs FAURE, MONNIER, STENGEL, du Centre de Recherches d'Avignon, ainsi que Messieurs DIGABEL, GAUTHIER, KLEIN, du Centre de Morphologie, grâce auxquels ce stage a pu être mené à bien.

R E S U M E DU R A P P O R T

CONCLUSIONS PRINCIPALES AUXQUELLES ON A ABOUTI

Cette étude a pour objet deux lames minces d'un mélange de grains de quartz et d'argile, l'une à 10 % d'argile, l'autre à 20 %. Ces lames présentent donc 3 phases : les grains, les pores et l'argile.

La structure de ces lames, l'arrangement des 3 phases entre elles ont été étudiés et l'on a également cherché à caractériser les différences existant entre les deux lames.

Pour cela, trois séries de mesures ont été effectuées :

- la première pour vérifier l'isotropie des lames ;
- la seconde pour mettre en évidence des critères de différenciation des deux lames ;
- la troisième pour ajuster un modèle théorique.

Voici une présentation rapide des mesures faites et des conclusions que l'on peut en tirer.

1/ Isotropie des lames.

Le critère suivant a été retenu : une lame sera isotrope si les nombres d'entrées dans une phase sont égaux dans 3 directions à 120°, ceci pour les 3 phases. Un test statistique sur ces nombres a permis de conclure à l'isotropie des 2 lames, la lame 20 % étant à la limite d'acceptation de l'hypothèse d'isotropie.

2/ Mesures d'étoiles - Traversées et surfaces moyennes "vues d'un point".

Les mesures ont porté sur les "étoiles à 1 et 2 dimensions" et la variance

de l'étoile à 1 dimension, c'est-à-dire les traversées et surfaces moyennes "vues d'un point" de la phase considérée, est la variance des traversées.

Ces mesures ont mis en évidence deux critères de différenciation des deux lames : l'argile d'une part et la réunion argile-grains d'autre part.

3/ Mesures de covariances - Ajustement d'un schéma booléen à 3 phases.

Cette démarche est basée sur la mesure des 3 covariances rectangles. Un modèle théorique a ensuite été établi en ajustant les covariances théoriques aux covariances expérimentales. Ce modèle propose qu'une partie de l'argile participe à l'enrobage des grains, l'autre partie occupant partiellement les pores ménagés entre les grains enrobés. (Un premier modèle ne tenant compte que de l'argile d'enrobage ne reflétait pas du tout le phénomène physique).

Ce modèle est un schéma booléen à 3 phases : on meuble l'espace de grains implantés au hasard, indépendamment les uns des autres. En chacun de ces points on implante avec une certaine probabilité, une sphère complexe (un grain) entourée d'une couronne d'argile dite chlamydomorphe et avec la probabilité complémentaire, une sphère uniquement composée d'argile, représentant l'argile intertextique.

On constate d'abord que l'hypothèse d'un schéma booléen pour les grains n'est pas absurde puisque les covariances s'ajustent très bien.

D'autre part, l'ajustement du modèle théorique est également bon pour la lame 10 % et semble donc bien refléter la réalité physique, par contre il s'ajuste moins bien pour la lame 20 %, ce qui était prévisible puisque le modèle théorique ne tient pas compte du changement de structure intervenu.

Les mesures de covariances ont donc montré la possibilité de l'ajustement d'un modèle théorique, les limites du modèle théorique choisi et de l'hypothèse d'enrobage des grains par l'argile.

I N T R O D U C T I O N

L'objet principal de ce rapport est de présenter un exemple d'utilisation de l'Analyseur de texture dans le domaine de la Science du Sol.

Le sujet d'étude retenu est simplement constitué par deux lames minces réalisées dans des sols artificiellement reconstitués par mélange de sable et d'argile.

Les systèmes organisés que l'observation permet de constater sur ces deux lames apparaissent à la fois complexes dans leur forme et présenter cependant une certaine homogénéité au niveau de chaque lame mince.

Un premier type de problème posé a été de chercher à caractériser globalement ces deux lames en cherchant les caractères communs aux lames et ceux qui les différençiaient au maximum. D'autres aspects, plus analytiques, auraient également pu être abordés : distribution dimensionnelle des pores visibles, rose des directions et degré d'anisotropie de ces pores...

Le second type de problème proposé a été de tester la validité d'un modèle de disposition des sables et de l'argile. Ce modèle, basé sur une approche globale qui ne tient compte que de mesures de densité apparente, propose qu'une partie de l'argile participe à l'enrobage des sables et les maintiennent séparés les uns des autres, l'autre partie occupant partiellement les pores ménagés entre les grains enrobés.

En ce qui concerne la morphologie mathématique et l'application qui en est faite au niveau de l'analyseur de texture, nous renvoyons le lecteur aux documents cités en bibliographie. Cependant, les citations suivantes empruntées à J. SERRA permettront de préciser l'esprit de ce rapport.

"Il s'agit de caractériser les formes, souvent complexes, que l'on peut, par exemple, observer sur une lame mince, à l'aide de critères indépendants des

"propriétés structurales de notre appareil perceptif. Cet appareil, en effet, ne peut fonctionner qu'en s'appropriant son objet, en réorganisant ce qui lui est donné, de manière à le rendre conforme à ses propres structures. Les représentations immédiates que nous fournit la perception sont donc souvent trompeuses. La figure 1 montre des petits cercles implantés au hasard dans le plan selon un schéma de Poisson. L'oeil humain, lui, perçoit des groupes de points agglomérés, séparés par de grandes plages vides. Il devine des centres d'attraction et de répulsion, et tout un réseau complexe de relations mutuelles parfaitement imaginaires.

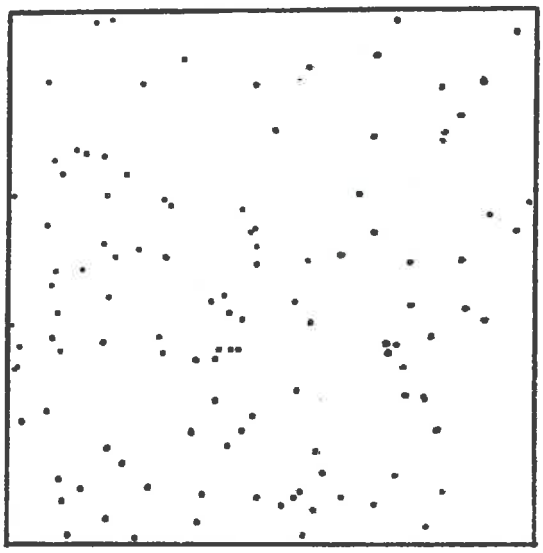


Fig. 1. - Implantation de petits cercles au hasard.

"Pour caractériser de façon objective les formes et les groupements, il nous faut construire des concepts mathématiques qui sachent aller chercher ce qu'il y a d'essentiel dans les structures et qui, de plus, puissent déboucher sur une expérimentation possible. Or, il se trouve que ces deux exigences sont très liées. Si la notion de granulométrie des traversées est la mieux connue et la plus manipulée en pratique, c'est assurément parce qu'il suffit d'une règle graduée pour la mettre en oeuvre.

"Dans cette étude, nous considérons comme techniquement réalisables toutes les observations qu'on peut déduire de mesures effectives sur une ou plusieurs lignes parallèles. Il peut s'agir entre autres :

a) de la mesure d'une longueur traversée (granulométrie) ;

b) de la probabilité que deux points distants de h se trouvent dans le même constituant i, ou que l'origine soit dans le constituant i et l'extrémité dans le constituant j (covariances) ; Etc..."

"Rappelons brièvement en quoi consiste l'analyseur de texture qui a déjà été décrit ailleurs. Il comprend un groupe de capteurs d'information et une partie logique. Selon le prototype, le capteur est un microscope équipé de photomultiplicateurs et simultanément d'une platine mobile à déplacements orthogonaux automatiques, ou un ensemble analogue dans lequel une caméra de télévision remplace les photomultiplicateurs. Si l'objet à étudier n'est pas très petit, la caméra le regarde directement, sans l'intermédiaire du microscope. Enfin, un enregistrement magnétique quelconque, issu par exemple d'une microsonde ou d'un microscope électronique à balayage peut jouer éventuellement le rôle du capteur. Ce capteur envoie un signal $I(t)$ qui est une fonction continue du temps. Pour utiliser la logique située en aval il faut discrétiser doublement $I(t)$:

a - en le situant par rapport à n valeurs (trois en pratique) et pouvoir dire à chaque instant si $I(t)$ est supérieur ou inférieur aux n valeurs $I_i \ldots I_n$

b - en échantillonnant $I(t)$ selon la fréquence de travail v.

Toute cette partie de l'analyseur de textures n'a rien de vraiment original. La véritable inspection morphologique de l'objet commence d'ailleurs ensuite. Les n valeurs en tout ou rien issues des seuils $s_i \ldots s_n$ qui parviennent à la logique aux instants $t_1 \ldots t_i \ldots$ où $t_{i+1} - t_i = \frac{2\pi}{v}$, sont assimilées aux n composantes d'une fonction aléatoire en tout ou rien, vectorielle. Par une logique programmable, on peut alors inclure simultanément divers éléments structurants dans chacune des composantes A_i de A,(A peut représenter un grain, ou plusieurs grains isolés, ou plus généralement encore une forme géométrique quelconque.). Les transformations sont synchrones avec le balayage du capteur, en sorte qu'on peut voir sur un écran de télévision l'image des transformations, simultanément. Il est possible d'effectuer la mesure d'une série de ces transformées quelconques dans un champ choisi à l'avance.

Les éléments structurants programmables sont les segments, et les groupes de points alignés, figures portées sur des droites parallèles, les groupes de deux segments non parallèles, et les rectangles : c'est-à-dire la quasi-totalité des éléments structurants planaires étudiés dans ce texte (expérimentalement on assimile sans encombres les éléments structurants circulaires aux carrés). Il n'est pas nécessaire de dire ici comment la programmation a lieu, l'essentiel est de savoir que cette logique décalque étroitement les principes de la morphologie mathématique, et que, inversement, les éléments structuraux analysés ici en détail sur le plan théorique ont tous fait l'objet d'une expérimentation réelle."

I PRESENTATION DU MATERIEL D'ETUDE ET DES MESURES.

L'étude a porté sur deux échantillons de sol artificiellement reconstitués par mélange d'un sable et d'une pâte argileuse. Le sable, essentiellement formé de grains de quartz érodés, a été calibré par tamisage entre 400 et 430 microns. La phase argileuse est elle-même constituée d'un mélange de trois espèces minéralogiques (smectite, illite et kaolinite) ayant toutes trois une taille inférieure à 2 microns. Après séchage, deux lames minces (3 x 2 cm) ont été réalisées, l'une dans le matériau contenant dix pour cent d'argile, l'autre dans le matériau à vingt pour cent d'argile (pourcentages pondéraux). Leur examen par l'analyseur de texture a posé quelques problèmes. En effet, les deux mélanges étudiés présentent trois phases : le sable (grains), l'argile et les pores. (Il s'agit des pores résultant de l'assemblage des deux constituants et non des pores propres à la phase argileuse, invisibles au grossissement auquel nous avons travaillé).

Il fallait pouvoir différencier les trois phases pour faire les mesures. Sur les lames regardées au microscope en lumière naturelle, on distingue d'une part l'argile et d'autre part le reste, c'est-à-dire les grains et les pores non différentiables. En lumière polarisée, on distingue d'une part les grains de quartz et d'autre part les pores et l'argile non différentiables également. L'analyseur actuel posant quelques problèmes au niveau de la polarisation, j'ai fait huit photos de chaque lame sur lesquelles les trois phases sont bien séparées. Le grossissement de ces photos par rapport aux lames est vingt.

Ces photos sont d'ailleurs une première source d'imprécision. Chaque photo en effet, est la superposition d'une photo en lumière naturelle et d'une deuxième photo en lumière polarisée. D'où des possibilités de décalage au niveau de la superposition. D'autre part, certains grains de quartz n'apparaissent pas en lumière polarisée (grains arrachés lors de la préparation ou sectionnés normalement à l'axe optique). On voit page suivante une photo de la lame 10 % et deux de la lame 20 % (en positif).

Sur ces photos trois séries de mesures ont été faites :

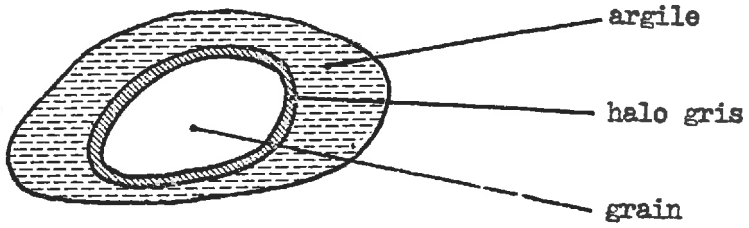
- la première pour vérifier l'isotropie ou l'anisotropie des lames.

- la deuxième pour essayer de différencier ces deux lames en calculant les traversées et surfaces moyennes "vues d'un point" pour chaque phase. (mesures d'étoiles).

- la troisième pour l'ajustement d'un modèle théorique (mesures de covariances).

Ces mesures se font sur des images seuillées par l'analyseur. Les grains sont seuillés en blanc, l'argile en noir et les pores en gris. (teintes complémentaires des positifs présentés).

Là apparaissent encore deux sources d'imprécision au niveau du seuillage. Premièrement sur l'écran, le fait d'estimer que l'image est seuillée est tout à fait subjectif, d'où une imprécision difficile à chiffrer. Deuxièmement, il y a cette fois au niveau du signal électrique "l'effet de halo" dû au fait qu'il y a trois niveaux de seuils. En effet, à chaque fois que l'argile (noir) et les grains (blancs) se touchent, le signal électrique passe par une transition grise.



Examinons maintenant chaque série de mesures.

Pour chaque mesure on ne garde pour chaque lame que la moyenne des mesures pour les huit photos et si possible la variance.

II PROBLEME DE L'ISOTROPIE DES LAMES.

1/ Critère d'isotropie.

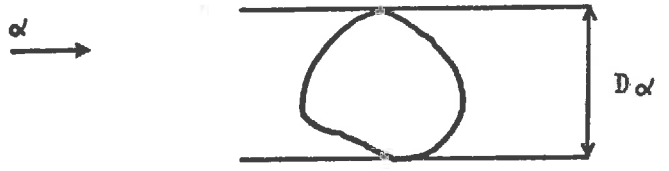
L'analyseur permet de calculer le nombre d'entrées dans une phase simultanément dans trois directions (0°, 120°, 240°). En effet l'analyseur a deux registres mémoires qui correspondent, à un instant donné, à deux séries de points correspondant à deux lignes de balayage sur l'écran, décalées. En utilisant ces deux registres, on peut calculer le nombre d'entrées dans trois directions.

On prendra comme critère d'isotropie le suivant : on considère une lame isotrope si, statistiquement (au niveau des moyennes des huit photos) le nombre d'entrées peut être considéré comme identique dans les trois directions, pour chacune des phases.

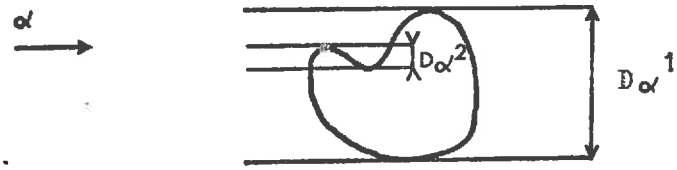
Il ne s'agit là que d'une approche rudimentaire du problème.

Il y a en gros trois paramètres qui caractérisent l'isotropie :

- le nombre d'intercepts d'une phase par les droites de la trame ou nombre d'entrées dans une phase. C'est le critère choisi ici. Ce nombre multiplié par la distance interligne est égal à la variation diamétrale. La variation diamétrale est pour un grain convexe le "contour apparent".



D_α variation diamétrale dans la direction α



$$D_\alpha = D_\alpha^1 + D_\alpha^2$$

- l'étoile à une dimension qui mesure la traversée moyenne d'une phase.
- la covariance dans le cas de paquets de particules mais qui n'est pas du tout adapté au cas présent.

Il aurait donc été possible de prendre un autre critère d'isotropie, et également de reconsidérer l'isotropie à l'échelle de chaque photo. Mais on s'est limité ici à l'isotropie globale de la lame.

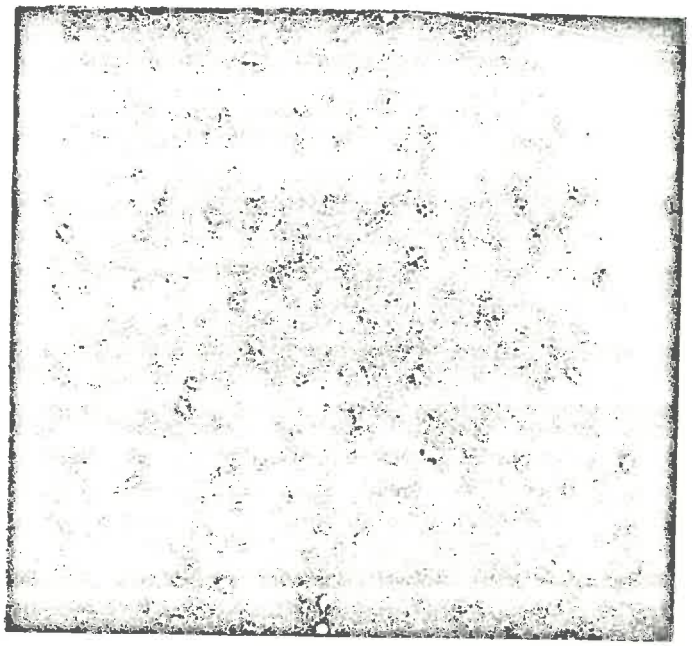
D'un point de vue tout à fait subjectif, les photos représentant ces deux lames en entier semblent globalement isotropes à l'oeil. (voir photos page suivante).

2/ Résultats des mesures de nombres d'intercepts.

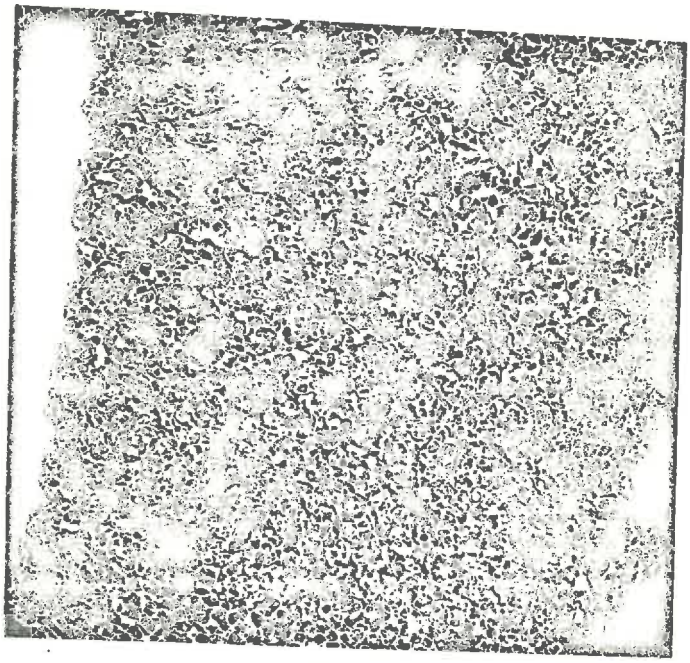
Dans ces deux tableaux sont portés les nombres d'intercept par unité de surface pour les directions, = 0°, = 120°, et = 240°.

a) lame 10 %.

Directions		= 0°	= 120°	= 240°	Moyenne
Grains	moyenne	0,0303	0,0320	0,0322	0,0315
	variance	0,0015	0,0021	0,0009	
Pores	moyenne	0,0535	0,0630	0,0653	0,0606
	variance	0,0082	0,0062	0,0066	
Argile	moyenne	0,0529	0,0568	0,0570	0,0556
	variance	0,0024	0,0030	0,0020	



lame 10 %



lame 20 %

Vue d'ensemble des lames minces photographiées en lumière naturelle
(en blanc la phase argileuse)

b) lame 20 %.

Directions		= 0°	= 120°	= 240°	Moyenne
Grains	moyenne	0,0211	0,0260	0,0249	0,0240
	variance	0,0018	0,0021	0,0023	
Pores	moyenne	0,0318	0,0435	0,0433	0,0395
	variance	0,0060	0,0092	0,0101	
Argile	moyenne	0,0379	0,0489	0,0475	0,0448
	variance	0,0031	0,0040	0,0029	

La lame 10 % peut de toute évidence être considérée comme isotrope, les écarts entre les valeurs moyennes et les valeurs dans les trois directions étant très faibles.

La lame 20 % a des mesures plus dispersées. On se contentera de faire un test sur les mesures des pores 20 % qui sont les plus dispersées pour voir comment on peut interpréter statistiquement ces mesures.

3/ Test statistique.

Il faut d'abord faire une hypothèse sur les répartitions. On admettra que les trois populations,0°, 120°, 240° sont gaussiennes. Il aurait été possible de vérifier sur les distributions de points que l'hypothèse n'est pas absurde mais on s'est contenté ici de calculer les moyennes et les variances.

Cette hypothèse étant faite, on a donc à tester l'égalité des moyennes et l'égalité des variances.

a) égalité des variances.

On testera l'égalité des variances à l'aide du test de BARTLETT. Ce test repose sur la quantité :

$$u = (N - k) \text{ Log } \frac{n \sum \sigma_i^{*2}}{N - k} - \sum (n - 1) \text{ Log } \sigma_i^{*2}$$

avec $N = kn$

$\sigma_i^{*2} = \frac{n}{n-1} s_i^2$, s_i étant l'écart type de l'échantillon i.

Dans le cas où on a k populations gaussiennes avec des échantillons de taille n . Le test de BARTLETT repose sur le fait que, dans l'hypothèse de l'égalité des variances des k populations, u est une réalisation d'un aléa χ^2 à k - 1 degrés de liberté.

Ici $k = 3$ $n = 8$

$u = 4,72$

Au risque 5 % la table donne 5,99

Au risque 95 % 0,1

$0,1 < 4,72 < 5,99$

Donc on ne rejette pas l'hypothèse d'égalité des variances.

b) <u>égalité des moyennes</u>.

Le test découle du fait que la quantité $F = \frac{\sum n (Mi - M)^2 / k - 1}{\sum n s_i^2 / k (n - 1)}$

est la réalisation d'un aléa de Snedecor à k - 1 et k (n-1) degrés de liberté.

Ici $F = 4,23$

Au risque 5 % la table donne 3,47

au risque 1 % 5,78.

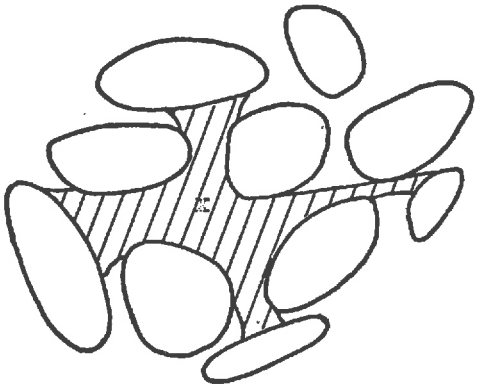
Donc au risque 1 % on ne rejette pas l'hypothèse. Il faut remarquer qu'on ne tient pas compte de la variance due à l'analyseur lui-même et que donc ces résultats sont plutôt pessimistes.

On admettra donc l'isotropie des deux lames.

III MESURES D'ETOILES - TRAVERSEES MOYENNES - SURFACES MOYENNES "VUES D'UN POINT".

1/ Principe de l'étoile.

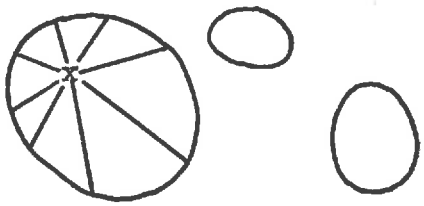
Considérons la figure suivante à deux phases qu'on appellera les "grains" et les "pores".



A tout point x des pores on associe l'ensemble des points des pores qu'il voit directement, c'est à dire l'ensemble des points y tels que le segment (x, y) soit contenu dans les pores. La figure obtenue a la forme d'une étoile.

On peut donc ainsi calculer "l'étoile à une dimension" c'est-à-dire la longueur moyenne "vue d'un point" d'une phase, l'étoile à 2 dimensions, surface moyenne et l'étoile à 3 dimensions ou volume moyen - "vus d'un point".

On remarquera que lorsqu'on se place dans une phase formée de "grains" convexes, la surface et le volume moyens "vus d'un point" sont égaux aux surface et volume moyens habituels.



du point x on voit tout le grain

Ces traversées, surfaces et volumes moyens sont calculés en mesure c'est-à-dire tiennent compte du poids de chaque mesure. Chaque classe de traversées par exemple est pondérée par sa longueur.

Le but de ces mesures est de trouver un critère qui différencie les deux

lames, qui caractérise l'évolution de la structure lorsque la proportion d'argile augmente. Ces trois étoiles sont accessibles à partir de mesures purement linéaires. La variance de l'étoile à une dimension est également accessible à partir de mesures purement linéaires.

Par contre les variances des étoiles à 2 et 3 dimensions nécessitent des éléments structurants bidimensionnels et donc des manipulations plus compliquées.

On n'a calculé ici que les étoiles à 1 et 2 dimensions et la variance de l'étoile à 1 dimension, pour les phases suivantes :

- grains,
- argile,
- complémentaire de l'argile,
- pores,
- complémentaires des pores.

On aurait pu calculer également l'étoile à 3 dimensions. Il aurait fallu faire l'hypothèse d'isotropie dans l'espace pour qu'elle ait un sens.

2/ Calcul des étoiles.

On considère la fonction k_x telle que :

$k_x(y) = 1$ si y est vu de x (c'est-à-dire si le segment x, y est contenu dans la phase)

$k_x(y) = 0$ si y n'est pas vu de x

D'autre part on appelle $P(\ell)$ la probabilité pour qu'un segment de longueur ℓ soit inclus dans une phase donnée. Dans tous les calculs qui suivent, on admet que le plan est isotrope c'est-à-dire que les $P(\ell)$ ont même valeur dans toutes les directions.

a) calcul de l'étoile à une dimension.

$Z_1(x) = \int_R k_x(y)\,dy$ représente la mesure de l'ensemble des points vus

de x dans une direction, c'est-à-dire d'une traversée. On cherche donc l'espérance de cette variable lorsque x décrit tous les points de la phase.

$$E(Z_1) = E\left[\int_R kx(y)\,dy\right] = \int_R E(kx(y)\,dy$$

$$= \int_R \frac{P(y-x)}{P(0)}\,dy$$

$$\boxed{E(Z_1) = \frac{2}{P(0)} \int_0^\infty P(\ell)\,d\ell}$$

b) variance de l'étoile à une dimension.

$$E(Z_1^2) = E\left[\int_R \int_R kx(y)\,kx(y')\,dy\,dy'\right]$$

$$= \frac{1}{P(0)} \int_R \int_R P(y-x, y'-x)\,dy\,dy'$$

Il faut distinguer dans l'intégration deux cas : y et y' sont du même côté de x , ou de part et d'autre.

$$E(Z_1^2) = \frac{4}{P(0)} \int_0^\infty \int_0^\infty P(\sup l, l')\,dl\,dl' + \frac{2}{P(0)} \int_0^\infty \int_0^\infty P(l+l')\,dl\,dl'$$

on pose $l' = kl$ dans la première intégrale

$l'' = l + l'$ dans la deuxième

$$E(Z_1^2) = \frac{4}{P(0)} \int_0^1 \int_0^\infty P(l)\,l\,dl\,dk + \frac{2}{P(0)} \int_0^\infty dl \int_1^\infty P(l'')\,dl''$$

$$= \frac{4}{P(0)} \int_0^\infty l\,P(l)\,dl + \frac{2}{P(0)} \int_0^\infty l P(l)\,dl$$

$$\boxed{E(Z_1^2) = \frac{6}{P(0)} \int_0^\infty l\,P(l)\,dl}$$

$$E(Z_1^2) - [E(Z_1)]^2 = \frac{6}{P(0)} \int_0^\infty l\,P(l)\,dl - \left[\frac{2}{P(0)} \int_0^\infty P(l)\,dl\right]^2$$

c) calcul de l'étoile à 2 dimensions.

On cherche cette fois l'espérance de la variable $Z_2(x) = \int_{R^2} kx\,(y)\,dy$

$$E(Z_2) = \int_0^{2\pi} d1 \int_0^{\infty} 1 \frac{P(1)}{P(0)}\, d1$$

$$\boxed{E(Z_2) = \frac{2\pi}{P(0)} \int_0^{\infty} 1\, P(1)\, d1}$$

3/ Résultats des mesures.

Etoile		$E(Z_1)$ en microns (traversée moyenne)	$E(Z_2)$ en mm^2 (surface moyenne)	$\sigma^2(Z_1)$ en mm^2 (variance)
Grains	10 %	283	0,097	0,012
	20 %	293	0,102	0,011
Argile	10 %	151	0,036	0,012
	20 %	318	0,162	0,053
Complémentaire de l'argile (B+Ga)	10 %	503	0,187	0,049
	20 %	340	0,169	0,045
Pores	10 %	231	0,090	0,033
	20 %	202	0,065	0,021
Complémentaire des pores (A+G)	10 %	787	0,920	0,254
	20%	1 234	0,250	0,614

4/ Interprétation des résultats.

a) grains.

On constate heureusement que les résultats sont les mêmes pour les deux lames 10 % et 20 %, les grains ayant été calibrés de la même façon 400-430 microns, les deux lames provenant du même échantillon. La traversée moyenne est 288 microns.

b) argile.

On constate cette fois une grande différence entre les deux lames. La tra-

versée moyenne de la lame 20 % est deux fois plus grande que celle de la lame 10 %. La surface moyenne est 4,5 fois plus grande, la variance 4,5 fois plus grande également. Cette différence entre les surfaces moyennes s'explique peut être par les paquets d'argile intertextique de la lame 20 % mais ce n'est qu'une hypothèse.

c) pores.

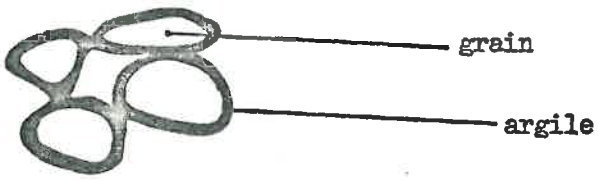
Il y a peu de différence entre les deux lames. Il semble donc que les pores ne soient pas très différents morphologiquement dans les deux lames.

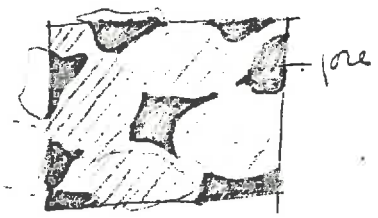
d) complémentaire de l'argile.

Ce critère n'est pas très intéressant. Cela semble normal dans la mesure où l'on admet un enrobage des grains par l'argile. En effet, le complémentaire de l'argile, c'est-à-dire les grains et les pores, sont deux phases presque disjointes dont les traversées sont donc presque indépendantes.

e) complémentaire des pores.

On trouve là une différence significative entre les deux lames, ce qui s'explique physiquement. En effet, dans la lame 10 % on a en général le schéma d'enrobage suivant, c'est-à-dire que la répartition de la phase argileuse semble "commandée" par les grains.





Au contraire, dans la lame 20 % on observe des rubans formés de grains et d'argile où l'argile semble cette fois un "fluide" qui entraine les grains. (voir photos)





5/ Conclusion.

Ces mesures d'étoiles ont surtout un but qualitatif et descriptif. On re-

cherchait des critères permettant de faire la différence entre les deux lames. On a donc fait les mesures d'étoiles de toutes les phases et réunions de phases susceptibles de donner des résultats. On constate que seuls l'argile et la réunion de l'argile et des grains donnent des différences significatives entre les deux lames.

On constate d'autre part qu'il n'y a pas de différence entre les pores du point de vue traversée et surface moyennes "vues d'un point".

IV MESURES DE COVARIANCES - AJUSTEMENT D'UN SCHEMA BOOLEEN.

1/ Principe de la covariance - Propriétés.

L'analyse de la covariance regroupe l'étude des propriétés d'un ensemble accessibles par un élément structurant formé de deux points.

Ici, nous avons trois phases en présence. La covariance Cij (h) est la probabilité pour que les points x et $x + h$ appartiennent respectivement aux phases i et j.

Lorsque i égale j, les covariances sont dites directes :

$$Cii\ (h) = P\left\{ x \in i\ ,\ x + h \in i \right\}$$

lorsque $i \neq j$, les covariances sont dites rectangles :

$$Cij\ (h) = P\left\{ x \in i,\ x + h \in j \right\}$$

On fera l'hypothèse que Cij (h) = Cji (h) c'est-à-dire que les constituants i et j ne sont pas placés de façon systématiquement dissymétrique l'un par rapport à l'autre (exemple : oolithe à noyau de quartz excentrique).

Ici il semble raisonnable de faire l'hypothèse Cij = Cji dans le cas de ces lames minces.

Pour trois phases on a dans ce cas six covariances, 3 directes et 3 rectangles, qui sont reliées entre elles par les relations suivantes où les trois phases grains, argile, pores sont respectivement désignées par G, A, P.

$$C_{GG} + C_{GA} + C_{GP} = P_G \qquad \text{teneur en grains}$$

$$C_{AA} + C_{GA} + C_{AP} = P_A \qquad \text{teneur en argile}$$

$$C_{PP} + C_{AP} + C_{GP} = P_P \qquad \text{teneur en pores}$$

Il suffit donc compte tenu de ces trois équations de connaitre trois covariances indépendantes pour les connaitre toutes. On a mesuré les trois covariances rectangles C_{GA} , C_{AP} , C_{GP}.

La covariance est un outil morphologique pour débrouiller les structures entremêlées. Dans le cas où plusieurs phases s'entremêlent la covariance mesure le degré de dépendance de ces phases prises deux à deux, dans leur arrangement global.

2/ Interprétation de ces covariances - Nécessité d'un modèle théorique.

Ces covariances ne peuvent pas être interprétées directement. Il faut construire un modèle théorique dont on calcule les covariances et confronter alors les covariances expérimentales aux covariances théoriques, pour interpréter les différences ou ressemblances entre les courbes.

On a donc construit un modèle tenant compte des hypothèses concernant la structure de ces lames minces, à savoir :

- l'enrobage des grains par l'argile, responsable de l'écartement des grains.
- la participation d'une fraction seulement de la phase argileuse à cet enrobage (argile chlamydomorphe), la fraction complémentaire (argile intertextique) remplissant en partie les espaces ménagés entre grains enrobés.

Principe du modèle théorique.

Ce modèle est l'extension d'un schéma booléen classique à deux phases, à un schéma à trois phases. L'idée qui préside à la construction des schémas booléens consiste à meubler l'espace à l'aide de grains implantés au hasard, indépendemment les uns des autres, possédant les mêmes caractéristiques aléatoires, et à prendre la réunion ensembliste de tous les grains obtenus. Donc on implante dans l'espace des points que l'on appellera des germes, selon un schéma poissonien de densité θ constante. C'est à dire que dans un volume élémentaire dv on a la probabilité $1 - \theta dv$ de ne pas avoir de point et θdv d'avoir un point.

En chaque germe on implante une sphère de rayon R_1 constant. Ces sphères schématisent les grains. Dans un deuxième temps, on implante en ces mêmes germes une couronne sphérique d'épaisseur $R_2 - R_1$ qui entoure la sphère de rayon R_1 et schématise les couronnes d'argile autour des grains.

Il faut noter que dans cette démarche les intersections des sphères R_1 ne sont pas exclues alors que dans la réalité les grains ne peuvent pas s'interpé-

nétrer. Cependant on verra que cette approximation n'a pas introduit dès l'abord de distorsion rendant absurde le modèle.

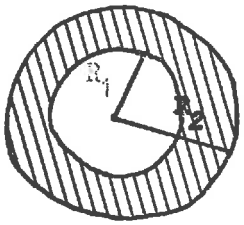
D'autre part, dans le modèle lorsque les grains et l'argile se superposent on donnera priorité aux grains :



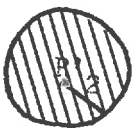
On verra dans le paragraphe IV 4/ qu'on a d'abord essayé ce modèle. Et l'on s'est aperçu qu'il ne s'ajustait pas aux covariances expérimentales, et qu'il fallait rajouter de l'argile intertextique. On a donc rajouté une deuxième implantation poissonienne de germes de paramètre θ' constant, en ces germes on implante des sphères d'argile de rayon R'_2 constant.

Le modèle définitif est donc le suivant : on implante dans l'espace des germes avec une répartition poissonienne de paramètre $(\theta + \theta')$. En ces germes on implante :

- <u>avec la probabilité</u> $\frac{\theta}{\theta + \theta'}$ le grain primaire formé d'une sphère de rayon R_1 , le grain, entourée d'une couronne d'argile d'épaisseur $R_2 - R_1$.



- <u>avec la probabilité</u> $\frac{\theta'}{\theta + \theta'}$ le grain primaire formé d'une sphère d'argile de rayon R'_2 .



Ce modèle va permettre de calculer facilement trois covariances :

a) <u>la covariance C_{GG}</u> :

En effet les grains seuls et la phase complémentaire forment un schéma booléen

classique à 2 phases.

- germes : paramètre $\theta + \theta'$
- grain primaire :
  - avec la probabilité $\frac{\theta}{\theta + \theta'}$: sphère de rayon R_1
  - avec la probabilité $\frac{\theta'}{\theta + \theta'}$: sphère de rayon nul.



b) la covariance C_{PP}.

Lorsque l'on prend pour "grains" les réunions argile-grain, on a un deuxième schéma booléen classique.

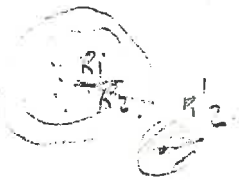
- germes : paramètre $\theta + \theta'$
- grain primaire :
  - avec la probabilité $\frac{\theta}{\theta + \theta'}$: sphère de rayon R_2
  - avec la probabilité $\frac{\theta'}{\theta + \theta'}$: sphère de rayon R'_2



c) la covariance $C_{G,GUA}$.

Il faudra cette fois utiliser les trois phases :

- germes : paramètre $\theta + \theta'$
- grain primaire :
  - avec la probabilité $\frac{\theta}{\theta + \theta'}$: sphère de rayon R_1, couronne d'épaisseur $R_2 - R_1$.
  - avec la probabilité $\frac{\theta'}{\theta + \theta'}$: sphère rayon R'_2.



3/ Calcul des covariances théoriques.

a) calcul de la covariance C_{GG}.

On va rechercher la probabilité Q (B) pour que B (ensemble de points) soit

dans les pores. En prenant pour B le cas particulier où B est formé de deux points, on retombera sur la covariance.

On a donc une répartition poissonienne de points dans l'espace de paramètre $\theta + \theta'$ et un grain primaire (ici la sphère de rayon R_1 nul) noté X'_1.

La réunion de ces grains sera notée X_1, $X_1 = \bigcup X'_1$.

On appellera $\chi(B - x)$ la probabilité pour que l'ensemble B ne rencontre pas le grain primaire germé du point x, sachant que $\chi(B) = P\left\{B \cap X'_1 = \emptyset\right\}$

Calculons dQ, influence du volume élémentaire dv centre en x sur Q.

$$dQ = 1 - (\theta + \theta')\, dv + (\theta + \theta')\, dv\ \chi(B - x)$$

en effet $1 - (\theta + \theta')\, dv$ est la probabilité pour qu'il n'y ait pas de germe en dv et $(\theta + \theta')\, dv\ \chi(B - x)$ la probabilité pour qu'il y ait un germe mais que le grain germé ne rencontre pas B.

Tous les évènements étant indépendants :

$$Q = \prod_{dv} \left(1 - (\theta + \theta')\, dv + (\theta + \theta')\, dv\ \chi(B - x)\right)$$

$$= \prod_{dv} \left[e^{(\theta + \theta')\, dv\ (1 - \chi(B - x))}\right]$$

$$= e^{-\int (\theta + \theta')\, dv\ (1 - \chi(B - x))}$$

or $\int (1 - \chi(B - x))\, dv$ est l'espérance mathématique de la variable $1_{X'_1 \oplus \overset{\vee}{B}}$

$$E\left[1_{X'_1 \oplus \overset{\vee}{B}}\right] = E\left[\text{Mes } X'_1 \oplus \overset{\vee}{B}\right]$$

donc
$$\boxed{Q(B) = e^{-(\theta + \theta')\, E\ \text{Mes}\ (X'_1 \oplus \overset{\vee}{B})}}$$

<u>si B est réduit à 1 point</u> on obtient la porosité

$$Q(o) = e^{-(\theta + \theta')\ \text{Mes}\ X'_1}.$$

si B est l'ensemble de 2 points (0 , h) on obtient la covariance

$$\text{Mes}\ (X'_1 \oplus \overset{\vee}{B}) = \text{Mes}\ X'_1 \cup X'_1 h$$

$X'_1 h$ étant le translaté de X'_1 dans la translation h

$$\text{Mes}\ X'_1 \cup X'_1 h = 2\ \text{Mes}\ X'_1 - \text{Mes}\ X'_1 \cap X'_1 h$$

$$= 2K(0) - K(h)$$

où $K(h) = \text{Mes}\ (X'_1 \cap X'_1 h)$ et s'appelle le covariogramme géométrique de X'_1.

C'est la mesure de l'intersection d'une figure et de sa translatée.

Donc :

$$C_{PUA,PUA} = P_{PUA}^2\ e^{(\theta + \theta') K_G (h)}$$

ou P_{PUA} est la teneur en "pores" c'est à dire ici du complémentaire des grains.
On en déduit la covariance des grains :

$$C_{GG} = 2P_G - 1 + q_G^2\ e^{(\theta + \theta') K_{R_1} (h)}$$

avec P_G teneur en grains

et $q_G = 1 - P_G$.

- si $ah < 2R_1$

$$K_{R_1}(h) = \frac{\theta}{\theta + \theta'} \left[\frac{4}{3} \pi R_1^3 - \pi R_1^2 ah + \frac{\pi}{12} a^3 h^3 \right] + \frac{\theta}{\theta + \theta'} \times 0$$

- si $ah \geqslant 2R_1$

$$K_{R_1}(h) = 0.$$

a est le pas des mesures des covariances.
Les mesures de covariances ont été faites avec a = 12 microns.
a est l'écart entre deux points de mesure sur l'écran.

En résumé :

- si $ah < 2R_1$

$$C_{GG} = 2P_G - 1 + q_G^2 \; e^{\left(4/3 \; \theta \pi R_1^3 - \theta \pi R_1^2 \, ah + \frac{\theta \pi}{12} \, a^3 h^3 \right)}$$

- si $ah \geqslant 2R_1$

$$C_{GG} = 2P_G - 1 + q_G^2$$

b) calcul de la covariance C_{PP}.

Le raisonnement est exactement le même, seul le grain primaire a changé.

$$C_{PP} = q_{GUA}^2 \; e^{\theta \, K_{R_2}(h) + \theta' \, K_{R'_2}(h)}$$

avec : q_{GUA} = teneur en pores.

$$K_{R_2}(h) = 4/3 \pi R_2^3 - \pi R_2^2 \, ah + \frac{\pi}{12} \, a^3 h^3 \quad \text{si} \quad ah < 2R_2$$

$$K_{R_2}(h) = 0 \quad \text{si} \quad ah \geqslant 2R_2$$

$$K_{R'_2}(h) = 4/3 \pi R'^3_2 - \pi R'^2_2 \, ah + \frac{\pi}{12} \, a^3 h^3 \quad \text{si} \quad ah < 2R'_2$$

$$K_{R'_2}(h) = 0 \quad \text{si} \quad ah \geqslant 2R'_2$$

c) calcul de la covariance $C_{G,GUA}$.

On utilise cette fois les trois phases du schéma. On va chercher par analogie avec le schéma à deux phases la probabilité suivante :

on appelle B le couple de deux ensembles

B_1 et B_2 : $B = \left\{ B_1 , B_2 \right\}$ - On va chercher la probabilité pour que B_1 ne rencontre pas les grains notés X_1 et B_2 ne rencontre pas la réunion argile - grains notée X_2.

X'_1 et X'_2 représentent toujours les grains primaires.

Toujours par analogie on appellera :

$$\chi\left[B_1, -x\ ;\ B_2, -x\right] = P\left\{ B_1, -x \cap X'_1 = \emptyset\ ;\ B_2, -x \cap X'_2 = \emptyset \right\}$$

Comme précédemment :

$$dQ = 1 - (\theta + \theta')dv + (\theta + \theta')dv\,\chi\left[B_1, -x\ ;\ B_2, -x\right]$$

$$Q\ (B_1, B_2) = e^{-(\theta+\theta') \int \left[1 - \chi (B_1, -x\ ;\ B_2, -x)\ dv\right]}$$

posons par analogie

$$1_{X'} \oplus B = 0 \quad \text{si} \quad B_1, x\, CX'^{c}_1 \quad \text{et} \quad B_2, x\, CX'^{c}_2$$

$$= 1 \quad \text{si non .}$$

$$\text{alors} \quad Q\ (B) = e^{-(\theta+\theta')\, E\left[\text{Mes } X' \oplus B\right]}$$

<u>cas particulier</u> : on obtient la covariance lorsque B_1 est réduit au point 0 et B_2 au point h.

On déduit du tableau suivant :

	X'_2	X'^{c}_2
X'_1	Mes 1	Mes 3
X'^{c}_1	Mes 2	Mes 4

que $\text{Mes}\ (X' \oplus B) = \text{Mes 1} + \text{Mes 2} + \text{Mes 3}$

or $\text{Mes 1} + \text{Mes 2} = \text{Mes } X'_2$

$\text{Mes 1} + \text{Mes 3} = \text{Mes } X'_1$

$\text{Mes 1} = \text{Mes}\ (X'_1 \cap X'_2 h)$

donc $E\left[\text{Mes } X' \oplus B\right] = E\left[\text{Mes } X'_2\right] + E\left[\text{Mes } X'_1\right] - E\left[(\text{Mes } X'_1 \cap X'_2\ h\right]$

$$d'où\ Q(B) = e^{-(\theta + \theta')\, E\,Mes\, X'_1} \; e^{-(\theta + \theta')\, E\,Mes\, X'_2} \; e^{(\theta + \theta')\, E\,Mes\,(X'_1 \cap X'_2\, h)}$$

ici $e^{-(\theta + \theta')\, E\, Mes\, X'_1}$ = 1 - teneur en grains

$e^{-(\theta + \theta')\, E\, Mes\, X'_2}$ = teneur en pores

$$E\left[Mes\ X'_1 \cap X'_2 h\right] = \frac{\theta}{\theta + \theta'}\ E\left[Mes\ X''_1 \cap X''_2 h\right] + \frac{\theta'}{\theta + \theta'} \times 0$$

ou X''_1 et X''_2 représentent le grain primaire avec la probabilité $\frac{\theta}{\theta + \theta'}$

On voit donc qu'ici <u>on ne tient plus compte de l'argile intertextique</u>.

Finalement :

$$C_{G,GUA}(h) = (1 - P_G)\, P_P\, e^{\theta\, K_{R_1, R_2}(h)}$$

ou K (h) est le covariogramme géométrique de deux sphères concentriques de rayons R_1 et R_2 dont voici les formules :

- si $h < R_2 - R_1$

$$K_{R_1, R_2}(h) = K_{R_1}(0)$$

- si $R_2 - R_1 \leqslant h \leqslant \sqrt{R_2^2 - R_1^2}$

$$K_{R_1, R_2}(h) = K_{R_1}(0) - \frac{1}{2} K_{R_1}\left[\frac{R_2^2 - R_1^2 - a^2h^2}{ah}\right] + \frac{1}{2} K_{R_2}\left[\frac{R_2^2 - R_1^2 + a^2h^2}{ah}\right]$$

- si $\sqrt{R_2^2 - R_1^2} < h < R_1 + R_2$

$$K_{R_1, R_2}(h) = \frac{1}{2} K_{R_1}\left[\frac{R_2^2 - R_1^2 - a^2h^2}{ah}\right] + \frac{1}{2} K_{R_2}\left[\frac{R_2^2 - R_1^2 + a^2h^2}{ah}\right]$$

- si $h \geqslant R_1 + R_2$

$$K_{R_1, R_2}(h) = 0$$

4/ Ajustement des covariances - Evaluation des paramètres - Interprétation.

a) principe de l'ajustement.

Deux courbes seront d'autant mieux ajustées que la somme des carrés des écarts entre les deux courbes sera plus faible. Mais on ne calculera pas ces sommes. On se contentera d'un ajustement visuel et qualitatif.

Les courbes seront traçées sur papier logarithmique en ne portant évidemment que le terme exponentiel et son coefficient multiplicatif.

Ajuster les courbes consiste à évaluer les cinq paramètres qui définissent les courbes théoriques : θ, R_1, R_2, θ', R'_2.

On va donc dans un premier temps évaluer ces paramètres puis tracer les courbes théoriques et dans un deuxième temps comparer les courbes théoriques et expérimentales

b) évaluation des paramètres.

- évaluations de θ et R_1.

Elle se fait sur la covariance des grains uniquement. On rappelle que

$$C_{GG}(h) = 1 - 2q_G + q_G^2 \, e^{\theta K_{R_1}(h)}$$

La covariance directe au pas 0 est égale à la teneur de la phase considérée.

On a donc $q_G = e^{-\theta K_{R_1}(0)}$

c'est à dire $\frac{4}{3}\pi R_1^3 \theta = \text{Log} \frac{1}{q_G}$ $\quad q_G = 1 - p_G$

Les deux courbes théorique et expérimentale ont donc ainsi même valeur à l'origine.

Pour avoir une deuxième équation, on ajuste les deux courbes par leurs tangentes à l'origine qu'on égalise, ce qui revient d'ailleurs physiquement à égaler les périmètres théorique et expérimental des grains.

$$C_{GG}'(0) = -q_G \; \theta \pi R_1^2 \, a$$

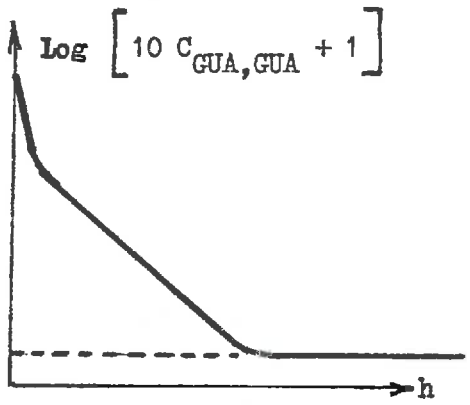
On a donc un système de deux équations qui donne θ et R_1.

- évaluation de θ', R_2, R'_2.

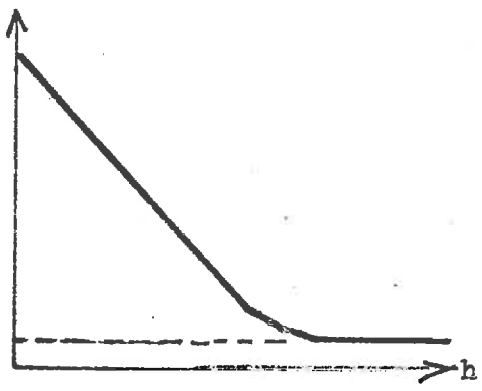
On évalue ces trois paramètres sur la covariance C_{PP}.

On avait d'abord essayé d'ajuster un modèle uniquement d'enrobage des grains sans argile intertextique, en évaluant R_2 par l'égalisation des teneurs comme précédemment.

On obtenait alors la courbe théorique suivante (voir également les courbes réelles)



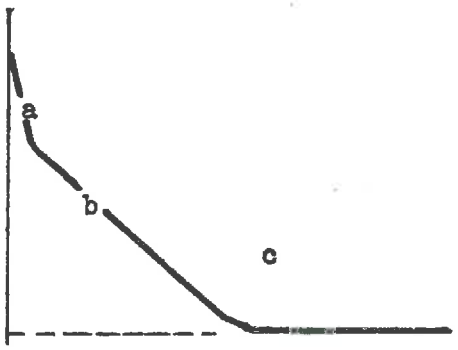
courbe expérimentale



courbe théorique

On en a déduit que la pente beaucoup plus forte de la courbe expérimentale à l'origine et le fait qu'on puisse distinguer trois domaines dans cette courbe sont dûs à un phénomène physique que ce modèle ne reflète pas et qui peut être justement l'existence de l'argile intertextique.

D'où l'idée de schématiser cet argile supplémentaire par une implantation de boules d'argile uniquement. La courbe théorique obtenue avec ce modèle ressemble alors à la courbe expérimentale en ce sens qu'elle présente trois parties différentes a, b et c.



a : à l'origine une pente très forte dûe à l'argile supplémentaire, dont l'influence ne se fait sentir qu'aux premiers pas de la courbe.

b : puis une pente plus faible dûe cette fois aux grains enrobés d'argile.

c : enfin le palier.

Revenons donc maintenant au modèle complet et à l'évaluation des paramètres R_2, θ' et R'_2.

On obtient une première équation en égalant les valeurs des deux courbes à l'origine comme précédemment.

$$\text{Log} \frac{1}{q_{GUA}} = 4/3 \ \theta\pi R_2^3 + 4/3 \ \pi \theta' R'^3_2$$

On en obtient une deuxième en égalant comme précédemment les tangentes à l'origine.

$$\frac{C'_{PP}(0)}{q_{GUA}} = \theta \pi R_2^2 + \theta' \pi R'^2_2$$

Enfin on en obtient une troisième en faisant passer la courbe théorique et la courbe expérimentale par un même point, ce point x étant pris dans la partie b de la courbe, assez loin de telle sorte que l'influence de l'argile intertextique ne se fasse plus sentir.

On a donc

$$\text{Log}\left[C_{PP}(x) - 2q_{GUA}\right] = 4/3 \ \theta\pi \ (R_1 + r_2)^3 + \pi (R_1 + r_2)^2 \ ax + \frac{\pi}{12} a^3x^3$$

$$r_2 = R_2 - R_1.$$

Comme $\frac{r_2}{R_1} < 1$ on négligera les termes en r_2^3 en vérifiant a posteriori que cette approximation n'est pas absurde.

On a donc trois équations dont on tire θ' , R'_2 et R_2.

On a vu que les covariances avaient comme valeurs à l'origine les teneurs des phases c'est à dire les rapports de la surface d'une phase sur la surface totale. Les P(1) à l'origine donnent également les teneurs. Les teneurs obtenues par les deux séries de mesures covariances et étoiles sont dans le tableau suivant :

Teneurs		Lame 10 %	Lame 20 %
grains	covariances	0,40	0,31
	étoiles	0,39	0,31
pores	covariances	0,33	0,21
	étoiles	0,35	0,24
argile	covariances	0,27	0,47
	étoiles	0,26	0,41

Résultats des évaluations des paramètres.

	Lame 10 %	Lame 20 %
R_1 (en μ)	122	151
R_2 "	149	210
$r_2 = R_2 - R_1$	27	59
θ	66,97	25,77
R'_2 "	13	39
α	20 981	2 209

Les rayons des grains des deux lames sont différents mais c'est dû à l'im-

précision de l'estimation de la pente à l'origine.

La différence entre les deux θ reflète la teneur plus faible en grains de la lame 20 % . Quant à l'argile intertextique, elle est répartie en petite quantité mais en plus de points dans la lame 10 % et au contraire en plus grande quantité mais en beaucoup moins de points dans la lame 20 % . En fait il faut tenir compte de l'imprécision des rayons et donc des autres paramètres et ne pas tirer de conclusions hâtives quant à l'interprétation de ces paramètres.

Après avoir évalué les paramètres, on a donc tracé les courbes. On va maintenant les comparer.

5/ Confrontation des courbes.

a) lame 10 %.

- grains.

Les deux courbes s'ajustent très bien. On aurait pu craindre le contraire. En effet, l'hypothèse d'un schéma booléen pour les grains suppose la superposition des grains, qui ne se produit jamais dans la réalité.



En fait les grains des lames minces, ou tout au moins leurs sections, ont des formes très diverses. On peut donc penser que ces superpositions ne sont pas vraiment gênantes et rendent peut-être compte, au niveau des sections, de la diversité des formes.

- pores.

Le modèle définitif reproduit bien les trois domaines de la courbe expérimentale. Les deux courbes sont à peu près ajustées compte tenu de la précision des mesures.

- grains - grains U argile.

Les deux courbes ne sont pas du tout ajustées pendant les 10 premiers pas puis sont bien ajustées ensuite.

Cette différence à l'origine peut s'expliquer de deux façons. Tout d'abord la courbe théorique est constante pendant les 3 premiers pas. La courbe expérimentale ne peut pas l'être de toutes façons à cause de l'effet de halo.

D'autre part et surtout on a vu que la covariance grains, grains U argile du modèle théorique ne tient plus compte de l'argile intertextique. Donc le modèle n'est pas bien adapté pour calculer cette covariance. On peut donc seulement constater que le modèle sans argile intertextique ne s'ajuste pas.

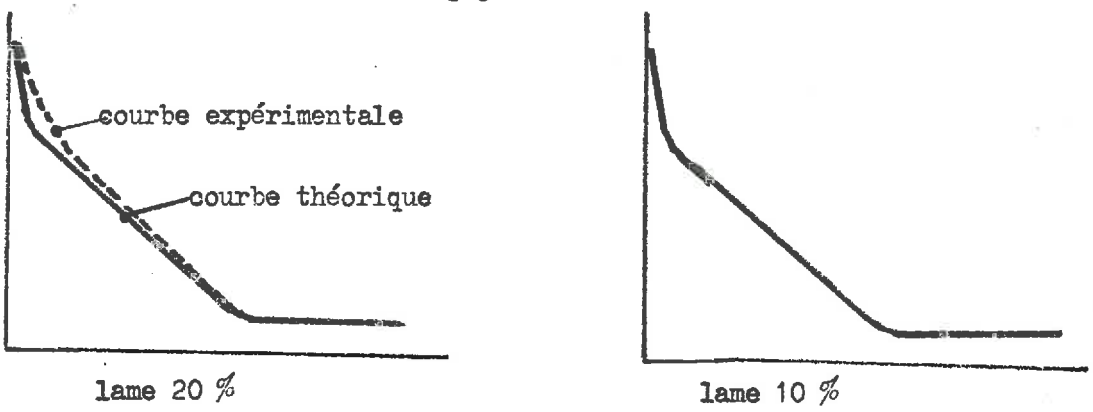
b) lame 20 %.

- grains.

Là aussi les deux courbes s'ajustent parfaitement. Donc comme pour la lame 10 %, on constate que l'hypothèse d'un schéma booléen pour les grains n'est pas absurde.

- pores.

On constate que les courbes s'ajustent moins bien que pour la lame 10 %. La courbe expérimentale ne présente pas comme celle de la lame 10 % trois domaines assez distincts. Elle est beaucoup plus "continue".



lame 20 %

lame 10 %

La courbe théorique présente évidemment les trois domaines.

Il semblerait donc qu'il y ait une différence moins marquée entre l'argile d'enrobage et l'argile intertextique dans la lame 20 %, qu'on puisse moins faire une séparation entre ces deux sortes d'argile.

- grains - grains U argile.

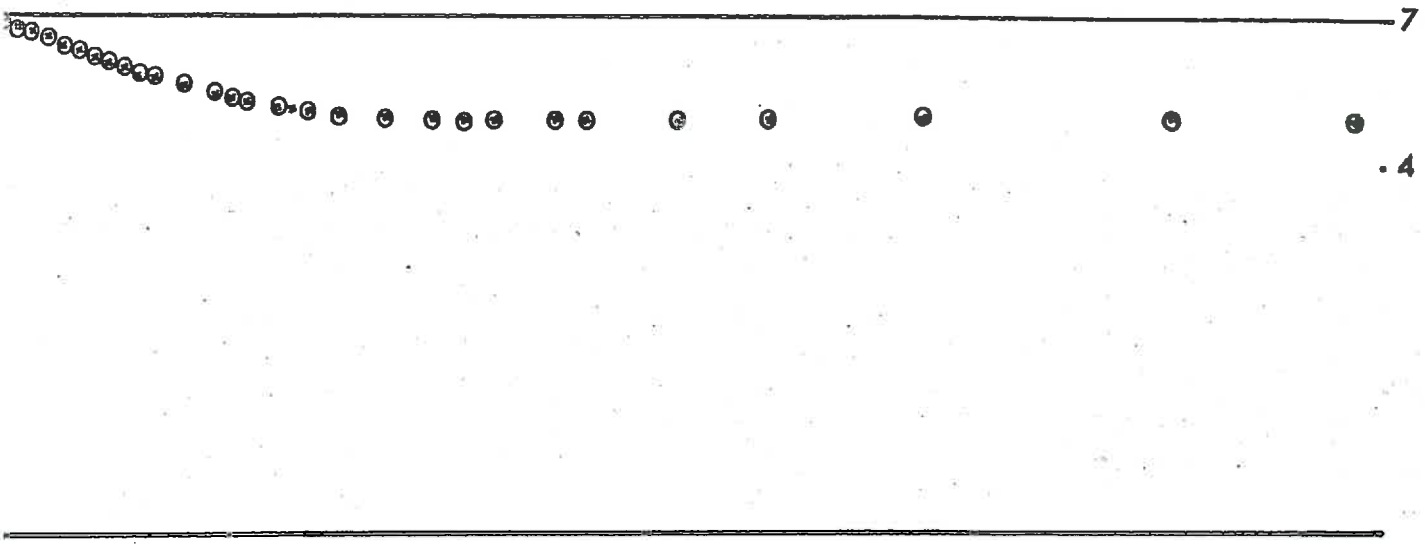
Ici les courbes ne sont plus du tout ajustées sauf au niveau du palier.

LAME 20 %

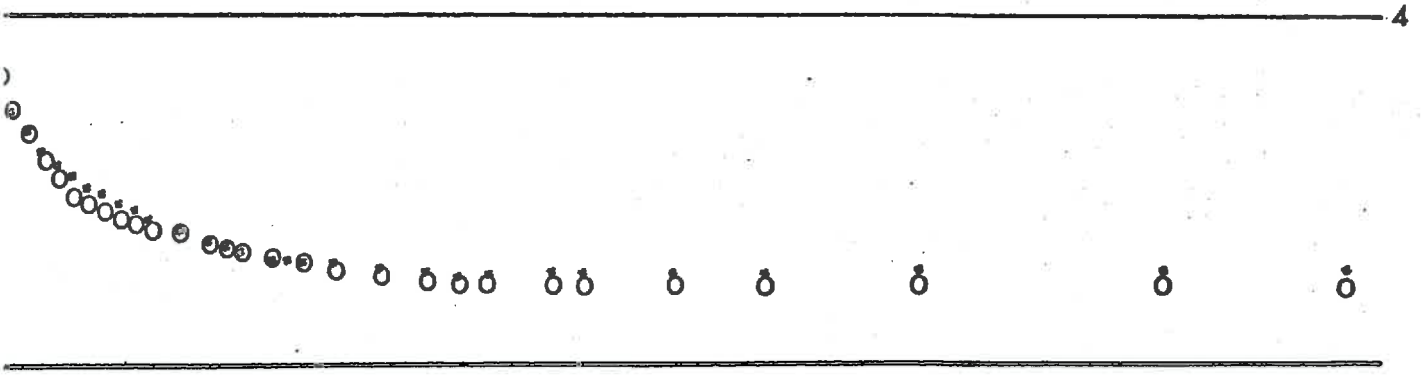
• valeurs mesurées

o valeurs calculées

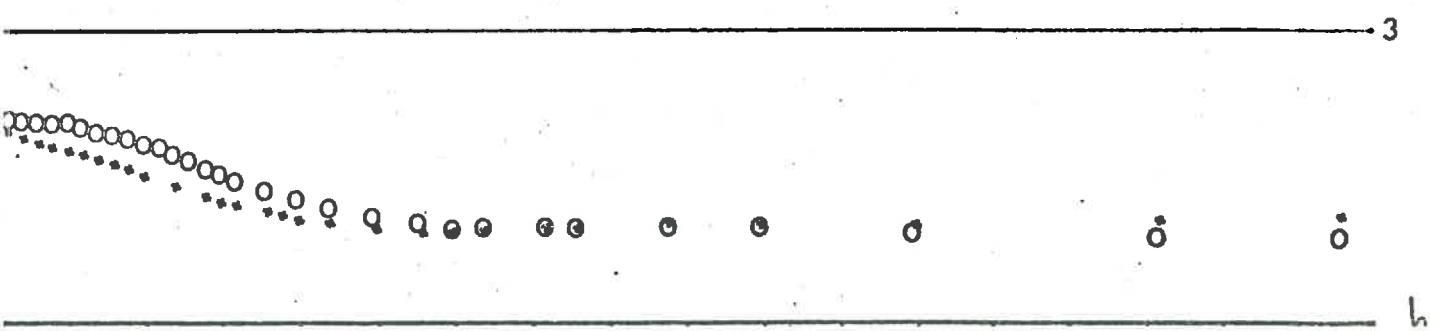
Log 10 [$C_{G,G} + 2 q_G - 1$]



Log [10 $C_{GUA,GUA} + 1$]



Log 10 [$C_{G,GUA} + q_G + q_{GUA} - 1$]



Il semblerait donc que l'argile intertextique ait ici plus d'importance que dans la lame 10 % (la proportion d'argile intertextique est sans doute plus grande) et que le modèle en son absence n'ait plus grande signification physique.

6/ Conclusion.

Ce modèle est donc une première approche du phénomène physique.

Il montre que le schéma booléen s'ajuste très bien pour les grains.

Pour la lame 10 %, il confirmerait l'hypothèse des deux sortes d'argile. Pour la lame 20 %, il est normal qu'il s'ajuste moins bien puisqu'il ne tient pas compte du changement de structure intervenu. Mais il confirme justement ce changement de structure.

CONCLUSION DE L'ETUDE.

Nous avons essayé d'étudier la structure de ces lames, l'arrangement des trois phases entre elles et en particulier de caractériser la différence de structure entre les deux lames.

- Les mesures d'isotropie ont montré que l'on pouvait les considérer comme isotropes, mais que la lame 20 % est à la limite d'acceptation de cette hypothèse.

- Les mesures d'étoiles ont mis en évidence deux critères de différenciation : l'argile et la réunion argile-grains.

- Enfin les mesures de covariances ont montré la possibilité de l'ajustement d'un modèle théorique, les limites du modèle théorique choisi et donc de l'hypothèse d'enrobage des grains par l'argile.

CONCLUSIONS GENERALES SUR LE STAGE, par l'équipe de SCIENCE DU SOL.

Il faut tout d'abord rappeler que ce travail se situe par rapport à un certain objectif, défini par le groupe de travail INRA "morphologie-organisations-assemblages physiques" : savoir décrire et caractériser de façon coordonnée le sol à différents niveaux d'organisation - de l'assemblage des cristaux jusqu'à l'organisation des sols au niveau d'une séquence ou d'un bassin versant - en des termes permettant d'utiliser ces connaissances pour l'explication et la prévision de l'évolution et du fonctionnement actuel des terrains.

Parmi les recherches méthodologiques et les mises au point technique qu'un tel objectif nécessite, l'obtention et le traitement des images sont apparus essentiels. C'est pourquoi "une étude de faisabilité" a été entreprise. L'objet étudié n'a pas une vocation d'exemple universel. Choisi pour des raisons pratiques, il a été plutôt l'occasion d'un dialogue avec les tenant de l'analyseur de texture. Après cette première expérience, deux remarques nous paraissent devoir être faites :

- Si les résultats obtenus sont limités, cette première étape démontre cependant qu'une collaboration est possible avec le Centre de Morphologie Mathématique. La poursuite d'investigation de cette méthode est donc envisageable après concertation des chercheurs intéressés du Département de Science du Sol (par exemple au niveau des relations morphologie-comportement et au niveau de la cartographie).

- Par ailleurs, il apparait maintenant évident que c'est bien la formation d'un chercheur qu'il faut envisager, si l'éventualité d'un programme développant la description du milieu est précisée.

B I B L I O G R A P H I E

HAAS, A. - MATHERON, G. - SERRA, J.

Morphologie mathématique et granulométries en place.

SERRA, J. (1969).

Introduction à la morphologie mathématique.