



**HAL**  
open science

# L'influence des structures initiales de production et celle des prix sur l'évolution des systèmes agro-alimentaires

Claude Broussolle, Jean-Paul Fouet

► **To cite this version:**

Claude Broussolle, Jean-Paul Fouet. L'influence des structures initiales de production et celle des prix sur l'évolution des systèmes agro-alimentaires. 36 p., 1974. hal-02859412

**HAL Id: hal-02859412**

**<https://hal.inrae.fr/hal-02859412>**

Submitted on 8 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE AGRONOMIQUE

Station d'Economie Rurale de Rennes

INRA - RENNES  
ECONOMIE RURALE  
BIBLIOTHEQUE

L'INFLUENCE DES STRUCTURES INITIALES  
DE PRODUCTION ET CELLE DES PRIX SUR  
L'EVOLUTION DES SYSTEMES AGRO-ALIMENTAIRES  
C. BROUSSOLLE

avec la collaboration technique de J.P. FOUET

- mai 1974 -



## Introduction

Dans une étude consacrée à l'évolution des structures de production dans une coopérative agricole (1), il a été montré que si l'on prend en compte le caractère aléatoire de l'offre et de la demande de viande bovine, la contribution des différentes catégories d'ateliers à la maximisation de la marge globale ne s'apprécie pas uniquement en fonction de la marge moyenne obtenue par animal, ni en fonction de la dimension des ateliers. D'autres éléments interviennent ; en particulier la contribution de chaque catégorie à l'ajustement d'une demande aléatoire à une offre également aléatoire. Dans la recherche d'un tel équilibre, des ateliers d'assez faible dimension, qui n'assurent pas à ceux qui les exploitent un revenu suffisant, jouent un rôle non négligeable. Le modèle utilisé montre que certains d'entre eux sont éliminés plus tardivement que des ateliers procurant à leurs propriétaires un revenu suffisant.

---

(1) C. BROUSSOLLE, *Evolution des structures de production et demande des produits animaux dans une coopérative*. *Annales d'Economie et de Sociologie Rurales*, n° 1, 1973, 45-70.

Bien entendu, il ne saurait être question de préconiser la suppression de ces derniers. L'information fournie par le modèle à leur sujet est, néanmoins intéressante, dans la mesure, où elle permet de fixer, à un moment donné de l'évolution observée, une limite supérieure aux interventions qui ont pour objectif la restructuration des exploitations. L'existence de ce seuil justifie, au plan global, le maintien des ateliers qui n'ont pas été éliminés et dont certains sont de faible dimension.

Le problème qui se pose alors, est de savoir si l'ordre d'élimination des différentes catégories d'ateliers est le même quel que soit le système étudié, ou s'il lui est spécifique. La réponse apportée à cette question n'est pas sans intérêt dans la mesure où elle conditionne l'efficacité de la politique appliquée par la coopérative et, plus généralement, celle définie par les pouvoirs publics pour favoriser telle production ou tel type d'exploitation.

Dans le modèle utilisé, un système est caractérisé par sa structure initiale, les flux qui le traversent, les objectifs de production qui lui sont assignés, et les prix des facteurs de production et des produits. Analyser l'évolution de ce système, revient donc à étudier en fonction du temps, sa sensibilité aux variations des principaux paramètres qui le définissent et voir dans quelle mesure ils conditionnent un type de développement.

\*

\* \*

## I - L'influence des structures initiales de production sur l'évolution des systèmes

D'une manière générale, "un système est un ensemble d'éléments liés par un ensemble de relations de telle sorte que toute modification d'un élément entraîne une modification d'autres éléments" (1). Dans le domaine que nous étudions, un système est défini par l'ensemble des ateliers de production et par la coopérative considérée comme unité de collecte, de transformation, et de vente. Ces ateliers sont liés entre eux, et avec la coopérative, (centre principal de décision) par un ensemble de relations qui mettent en évidence l'interdépendance qui existe entre structure et fonctionnement.

Dans ces conditions, étudier l'évolution d'un système c'est analyser l'évolution de l'ensemble des différentes catégories d'ateliers qui le composent. L'évolution de chaque catégorie étant représentée, dans le temps et en fonction de la demande, par la variation du nombre d'unités de production figurant dans cette catégorie. Parmi les évolutions possibles, on sélectionnera celle qui optimise la fonction économique choisie.

Après avoir rappelé la méthodologie utilisée pour déterminer l'évolution optimale des structures en fonction des besoins qui se manifestent au niveau d'une coopérative, on examinera l'évolution de plusieurs systèmes ayant les mêmes objectifs de production, mais des structures initiales différentes.

### A - Evolution des structures en fonction des flux

Dans la coopérative étudiée au cours de l'exercice 1970-71, 12 765 veaux répartis en 304 lots ont été engraisés dans des ateliers dont la

---

(1) ALBOUY M., *La régulation économique dans l'entreprise*. Dunod. 1972. tome 1.

capacité de production varie de 10 à 256 animaux par bande. Ces ateliers ont été regroupés en treize catégories, (tableau n° 1) en fonction de leurs taux de service respectifs (1). On a vérifié que l'approvisionnement en animaux de chaque catégorie d'ateliers s'effectue suivant une loi de Poisson, et que les durées d'engraissement peuvent être assimilées à des lois exponentielles.

La demande de la coopérative se traduit, à un moment donné, par l'enlèvement des animaux. Cette demande correspond à des besoins qu'elle a exprimés antérieurement sous formes de commandes (2) qui se sont concrétisées par la mise en place, chez les producteurs, des veaux dont l'engraissement lui fournira la viande dont elle a besoin.

La durée moyenne de séjour des animaux dans les ateliers d'une même catégorie est une des caractéristiques de cette catégorie. En fait, il existe une dispersion des temps de présence qui exprime l'hétérogénéité des lots d'animaux, les aptitudes des éleveurs, et la politique commerciale de la coopérative qui, entre certaines limites, avance ou retarde la date d'enlèvement des animaux pour satisfaire la demande qui se manifeste à son niveau.

On peut, d'une manière rigoureuse, exprimer cette situation en disant que la probabilité d'un délai de livraison supérieur à la durée moyenne d'engraissement des animaux, dans la catégorie d'ateliers correspondante, ne doit pas dépasser une valeur que l'on s'est fixée.

---

(1) Le taux de service d'un atelier est égal au rapport de la capacité de cet atelier sur la durée moyenne d'engraissement (vide sanitaire compris) des animaux dans cet atelier. On démontre que si l'on regroupe dans une même catégorie les ateliers dont les taux de service ne diffèrent pas de plus de 30 %, on peut, avec une excellente approximation, les considérer comme identiques et adopter un modèle où tous ces ateliers ont un taux de service moyen qui est la moyenne des taux de service des ateliers ainsi regroupés.

(2) C'est-à-dire de contrats passés avec les agriculteurs.

En utilisant la théorie des phénomènes d'attente, on montre (voir annexe) que cette probabilité est fonction du nombre (S) d'ateliers de la catégorie considérée, du nombre moyen ( $\mu$ ) d'animaux engraisés par unité de temps, et du nombre moyen ( $\lambda$ ) d'animaux livrés à la coopérative.

Dans ces conditions, si l'on maximise l'espérance mathématique du revenu de l'ensemble des producteurs, on détermine, en fonction d'un flux aléatoire croissant d'animaux, la meilleure structure pour atteindre un objectif de production donné, lorsqu'on envisage la suppression, le maintien, ou le développement de certaines catégories d'ateliers. Les résultats obtenus dans l'étude citée en référence ont été regroupés dans les tableaux 1 et 2 qui donnent les caractéristiques initiales du système I et sa structure à l'optimum. Cette structure optimale est-elle fonction de la répartition initiale des ateliers entre les différentes catégories qui ont été définies ? Pour répondre à cette question, il est nécessaire de comparer les évolutions respectives de plusieurs systèmes.

## B - Les évolutions comparées de plusieurs systèmes de production

Dans une première phase, on se propose de comparer les évolutions respectives de plusieurs systèmes indépendants ayant des structures de production différentes. Ensuite, et afin d'examiner l'intérêt que peuvent présenter certains regroupements, on réunira, catégorie par catégorie, des ateliers appartenant à des ensembles différents. On étudiera l'évolution du groupe ainsi constitué et on comparera la structure optimale de production obtenue à celle qui résulterait des évolutions respectives des systèmes s'ils étaient restés indépendants. Cette analyse conduira à mettre en évidence un effet de structure et un effet de flux.

### 1 - Les évolutions de systèmes indépendants

Pour rendre les comparaisons significatives, les systèmes

étudiés ne diffèrent que par le nombre d'unités de production que l'on trouve dans chaque catégorie d'ateliers. Les autres caractéristiques sont identiques. C'est ainsi que dans chaque système, la production moyenne journalière est, peu différente de 35 veaux de boucherie et l'objectif à atteindre de 55 animaux par jour. Les flux qui alimentent chaque catégorie d'ateliers sont poissonniers, et les durées d'engraissement peuvent être considérées comme obéissant à une loi exponentielle (1). Quel que soit le système, les paramètres de ces distributions de probabilité ont les mêmes valeurs dans les catégories homologues d'ateliers. Dans ces mêmes catégories, les distributions des marges obtenues par animal sont gaussiennes et ont la même moyenne et le même écart type.

Les principales caractéristiques des systèmes étudiés sont regroupées dans le tableau 1.

Tableau 1 - Principales caractéristiques des systèmes de production étudiés

caté- gories d'ate- liers	nombre moyen de places disponibles par atelier	nombre d'ateliers				marge brute	
		système I	système II	système III	système IV	moyenne par animal	écart type
A	10	5	5	5	5	62,25	55,45
B	13	9	7	7	7	66,46	44,19
C	16	13	13	10	15	54,49	41,20
D	21	26	24	20	29	58,21	41,40
E	27	18	15	15	15	59,43	41,39
F	37	15	15	10	20	42,99	50,50
G	48	12	16	13	13	66,57	38,15
H	63	12	14	10	14	67,22	32,86
I	77	10	7	11	11	65,49	46,38
J	112	7	7	7	7	82,30	27,53
K	133	5	5	5	5	72,64	34,00
L	196	3	3	3	3	79,01	42,84
M	256	3	3	3	3	27,97	49,89
total	///	138	134	119	147	/////	/////

(1) *op. cit.* p. 49-50.



La détermination de l'évolution optimale des structures dans les différents systèmes s'effectue pour chacun d'eux en utilisant la relation qui exprime la probabilité d'attente de la coopérative qui a passé des commandes d'animaux auprès des différentes catégories d'ateliers qui constituent le système. Cette première série de calculs donne les solutions techniquement possibles, c'est-à-dire pour chaque catégorie, et dans chaque système, le nombre minimum d'ateliers nécessaires pour atteindre l'objectif de production que l'on s'est fixé (55 animaux en moyenne par jour). En introduisant les marges unitaires et en effectuant toutes les combinaisons possibles des différentes catégories d'ateliers, on obtient, pour chaque système, la structure de production conditionnelle qui maximise l'espérance mathématique de la marge globale.

Le tableau 2 donne l'évolution des structures dans les quatre systèmes. La catégorie d'ateliers I y est encadrée dans les systèmes I, III et IV. En effet, les unités de production de cette catégorie assurent à ceux qui les exploitent un revenu économique minimum que l'on peut considérer (en 1971) comme satisfaisant. Dans ces conditions, il ne serait pas réaliste d'envisager leur suppression. Cela signifie que la restructuration envisagée doit s'arrêter lorsque cette catégorie d'ateliers est mise en cause, alors que si on la poursuivait jusqu'à son terme, on ne conserverait que des ateliers de la catégorie J. Cette attitude conduit à conserver toutes les catégories d'ateliers qui n'ont pas encore été éliminées. Par conséquent, la structure optimale conditionnelle (1) est celle que l'on obtient après suppression des catégories dont l'élimination précède immédiatement celle du groupe dans lequel on trouve la catégorie I. Dans le système II, les ateliers de la catégorie K sortent avant ceux de la catégorie I. Or les premiers assurent un revenu supérieur aux seconds. Par conséquent, la

---

(1) Cette structure optimale est celle que l'on peut obtenir en modifiant le nombre des unités de production dans les différentes catégories d'ateliers observées dans le système. Bien entendu, il est possible d'introduire, dans le modèle, des catégories qui n'existent pas dans le système étudié et dont on veut tester l'intérêt qu'elles présentent.

Tableau 2 - Catégories d'ateliers supprimées dans les différents systèmes et structures optimales de production

Système I

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F	D	D	D	D	D	D	D	D	C	B	B	A
	F	F	F	E	E	E	E	E	D	C	C	B
			M	I	F	F	F	F	E	D	D	C
	A		M	I	G	G	G	F	E	E	D	
	B			M	I	H	H	G	F	F	E	
	C				M	I	I	H	G	G	F	
	E					M	K	I	H	H	G	
	G						M	K	I	I	H	
	H							M	K	K	I	
	I								M	L	K	
	J									M	L	
	K										L	
	L											M

structure optimale du système I →

Système II

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F	D	D	D	D	D	D	D	D	C	B	B	A
	F	F	F	F	F	F	E	E	D	C	C	B
			M	G	G	F	F	F	E	D	D	C
				M	H	G	G	G	F	E	E	D
					M	H	H	H	G	F	F	E
						M	K	K	H	G	G	F
	A				M	I	K	H	H	G		
	B					M	I	K	K	H		
	C						M	I	I	K		
	I							M	L	I		
	J								M	L		
	K											M
	L											

structure optimale du système II →

Tableau 2 (suite)

Systeme III

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
M	I	D	D	D	D	D	D	D	C	B	B	A
A	M	I	F	F	E	G	E	D	C	C	B	
B		M	I	G	F	F	F	E	D	D	C	
C			M	I	G	G	G	F	E	E	D	
D				M	I	I	H	G	F	F	E	
E					M	K	I	H	G	G	F	
F						M	K	I	H	H	G	
G							M	K	I	I	H	
H								M	K	K	I	
I									M	L	K	
J										M	L	
K												M
L												

structure optimale du système III

←

Systeme IV

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F	D	D	D	D	D	D	D	D	C	B	B	A
	F	F	F	F	F	F	E	E	D	C	C	B
				M	I	H	G	F	F	E	D	C
A				M	I	H	G	G	F	E	E	D
B					M	I	H	H	G	F	F	E
C						M	I	I	H	G	G	F
E							M	K	I	H	H	G
G								M	K	I	I	H
H									M	K	K	I
I										M	L	K
J											M	L
K												M
L												

structure optimale du système IV

←

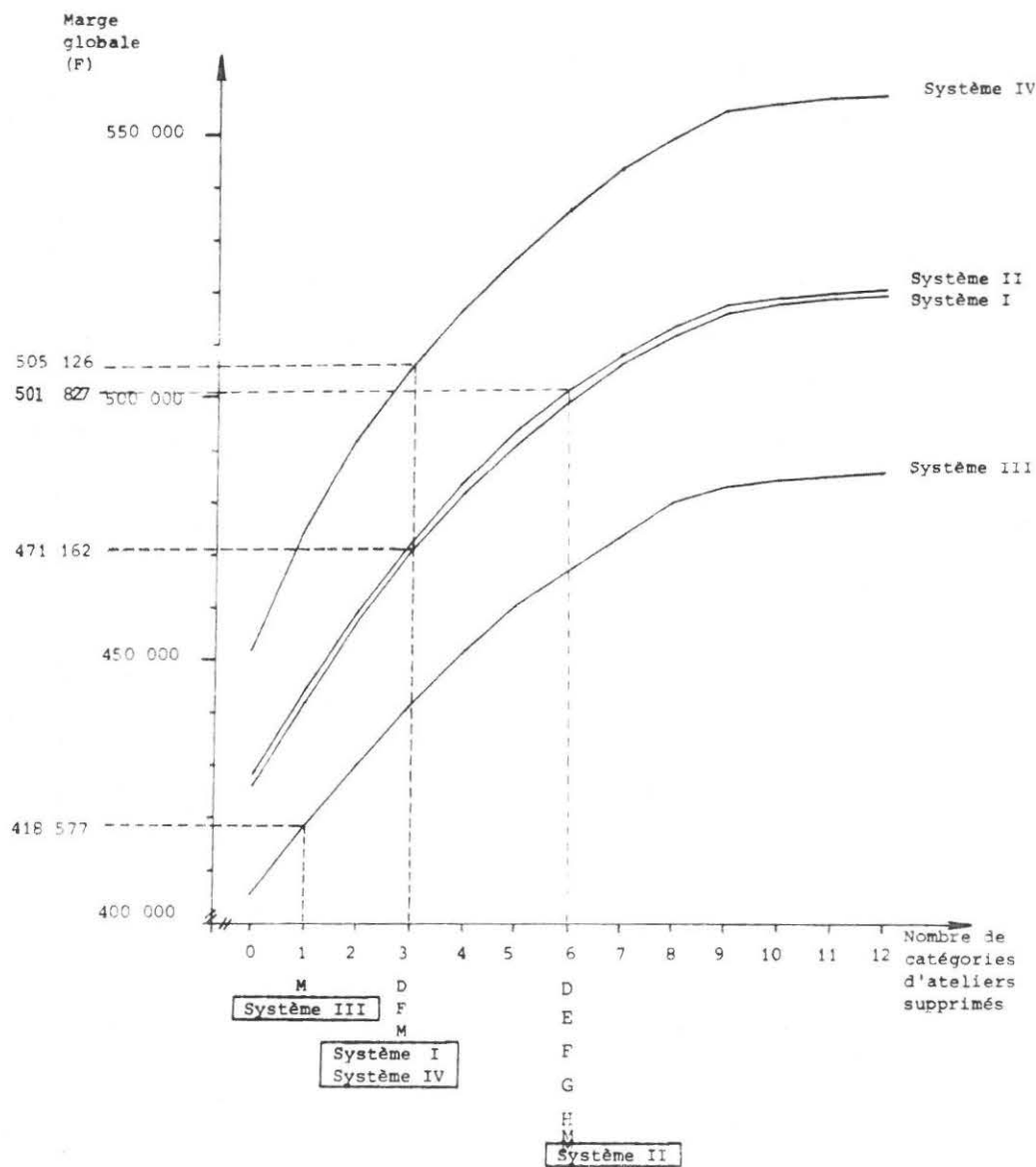
structure optimale conditionnelle de ce système comprend les catégories A, B, C, I, J, K, L.. On observe (tableau 2) que les ateliers I (ou K dans le système II) sont mis en cause plus ou moins tardivement, ce qui se traduit par des structures optimales généralement différentes d'un système à l'autre.

Le tableau 3 donne la répartition du nombre d'ateliers, dans les différentes catégories, lorsque les structures de production sont optimales. Il indique les marges globales qui sont réalisées. On observe que la plus élevée est obtenue dans le système IV, viennent ensuite, dans l'ordre, celles des systèmes II, I et III.

Tableau 3 - Répartition du nombre d'ateliers dans les différentes catégories lorsque les structures de production sont optimales

catégorie d'atelier	structure optimale de production exprimée en nombre d'ateliers par catégorie			
	système I	système II	système III	système IV
A	5	5	5	5
B	9	7	7	7
C	13	13	10	15
D	0	0	20	0
E	18	0	15	15
F	0	0	10	0
G	12	0	13	13
H	12	0	10	14
I	10	7	11	11
J	38	51	30	40
K	5	5	5	5
L	3	3	3	3
M	0	0	0	0
marge globale (en francs)	471 162	501 827	418 577	505 126

Graphique 1 - Evolution de la marge globale en fonction des catégories d'ateliers supprimés dans les différents systèmes



Le graphique 1 permet de suivre l'évolution de la marge globale dans les quatre systèmes étudiés lorsque la production moyenne journalière est de 55 animaux. Il indique la structure optimale conditionnelle de chaque système et donne la marge globale correspondante.

La comparaison des tableaux 1 et 3 met en évidence l'importance des structures initiales sur l'évolution des systèmes et sur les marges globales qu'ils permettent d'obtenir. Dans le troisième système, la structure optimale est obtenue après suppression d'une seule catégorie (M) d'ateliers. A l'optimum, les mêmes catégories (D, F, M) ont été éliminées dans les systèmes I et IV. Les marges globales réalisées sont, toutefois, très différentes. Quant au deuxième système, sa structure optimale implique la suppression de six catégories (D, E, F, G, H, M) d'ateliers. La situation varie donc d'un système à l'autre pour des niveaux de production identiques. C'est ainsi, par exemple, que dans les systèmes I et IV, le maintien des catégories E, G, H se justifie au plan global, ce qui n'est pas le cas dans le système II.

Ces constatations posent le problème d'une politique qui ne tiendrait pas compte de la diversité des structures observées dans des entités distinctes et s'appliquerait d'une manière uniforme à un grand nombre de situations. Une telle politique ne se justifie que si l'agrégation qu'elle implique conduit à des résultats peu différents de ceux que l'on obtient sur des systèmes relativement indépendants les uns des autres.

## 2 - Les évolutions de systèmes agrégés

L'étude des systèmes agrégés constitue le prolongement de celle qui a été consacrée à des systèmes indépendants. Elle doit permettre

d'apprécier l'incidence du regroupement de plusieurs systèmes sur les structures de production. Il s'agit, en effet, de savoir si, par exemple, la fusion de deux coopératives doit conduire à remettre en cause certaines catégories d'ateliers ou, au contraire, justifier leur maintien dans un environnement économique devenu différent.

L'analyse a été effectuée en regroupant, deux par deux, les systèmes dont l'étude vient d'être effectuée. Dans chaque cas, le potentiel initial de production qui est de 70 animaux, en moyenne par jour (35 dans chaque système), doit passer à 110, c'est-à-dire totaliser les productions finales prévues dans chaque système si ceux-ci étaient restés indépendants. Pour pouvoir isoler l'incidence de la structure initiale, les marges obtenues par animal sont identiques dans les mêmes catégories d'ateliers, quel que soit le système. Par ailleurs, dans le nouveau système, le nombre initial d'ateliers par catégorie est la somme du nombre d'ateliers des catégories correspondantes dans les systèmes regroupés.

Dans ce qui suit, les systèmes suivants ont été regroupés : I et II, I et III, II et III, II et IV. En appliquant à chacun des systèmes ainsi constitué, la méthodologie utilisée précédemment, on obtient l'évolution de ce système. Le tableau 5 donne la structure optimale conditionnelle du système V, c'est-à-dire la structure que l'on obtient avant que ne "sorte" la catégorie (I) d'ateliers qui assure un revenu minimum suffisant à ceux qui les exploitent.

On constate que le système V procure une marge globale (969 250,75 F) inférieure à celle (972 989 F) que donne la somme des systèmes I et II lorsqu'ils sont à l'optimum.

La structure optimale de V est obtenue lorsque sont supprimées les catégories D, F, G et M. Celle qui résulte de la réunion, à l'optimum, des systèmes I et II implique la suppression des catégories D, F et M.

Le niveau moyen de production étant le même dans les deux cas, certaines catégories sont représentées par un plus grand nombre d'ateliers dans le système V.

Tableau 5 - Structures optimales conditionnelles des systèmes I, II et V

catégories d'ateliers	structure optimale		structure I et II	structure optimale système V
	système I	système II		
A	5	5	10	10
B	9	7	16	16
C	13	13	26	26
D	0	0	0	0
E	18	0	18	33
F	0	0	0	0
G	12	0	12	0
H	12	0	12	26
I	10	7	17	17
J	38	51	89	94
K	5	5	10	10
L	3	3	6	6
M	0	0	0	0
marge globale	471 162,00	501 827,00	972 989,00	969 250,75



Tableau 6 - Structures optimales conditionnelles des systèmes II, IV et VI

catégories d'ateliers	structure optimale		structure II + IV	structure optimale système VI
	système II	système IV		
A	5	5	10	10
B	7	7	14	14
C	13	15	28	28
D	0	0	0	53
E	0	15	15	30
F	0	0	0	0
G	0	13	13	28
H	0	14	14	28
I	7	11	18	28
J	51	40	91	61
K	5	5	10	10
L	3	3	6	6
M	0	0	0	6
marge globale	501 827,00	505 126,00	1 006 953,00	948 918,38

Le regroupement des systèmes II et IV donne des résultats analogues. A l'optimum, le système qui résulte de cette union fournit une marge globale moins élevée que celle que l'on obtient en ajoutant les marges respectives de II et de IV lorsque ces deux systèmes sont chacun à l'optimum. Ainsi, dans les deux cas que nous venons d'examiner, la fusion des systèmes ne présente pas d'intérêt pour l'ensemble des agriculteurs, car elle se traduit par une diminution de la marge globale. On peut toutefois remarquer

que le système VI qui résulte de la fusion des systèmes II et IV permet de conserver des catégories d'ateliers (D et M) qui sont éliminées dans II et IV lorsque ceux-ci sont à l'optimum. C'est le phénomène inverse que l'on observe dans le système V ; quatre catégories d'ateliers n'y figurent plus contre trois dans les systèmes I et II.

Ces résultats ne sont pas généralisables. Les mêmes opérations effectuées, respectivement, sur les systèmes I et III, II et III, montrent (voir tableaux 7 et 8), qu'à l'optimum, c'est le système qui résulte du regroupement qui assure la marge globale la plus élevée. Il convient de remarquer que dans les deux cas, la solution la plus intéressante est celle qui implique la suppression d'un plus grand nombre de catégories d'ateliers.

Les résultats très variables de ces différents groupements s'expliquent, semble-t-il par l'existence de deux effets qui n'agissent pas nécessairement dans le même sens.

Tableau 7 - Structures optimales conditionnelles des systèmes I, III et VII

catégories d'ateliers	structure optimale		structure I + III	structure optimale système VII
	système I	système III		
A	5	5	10	10
B	9	7	16	16
C	13	10	23	23
D	0	20	20	0
E	18	15	33	33
F	0	10	10	0
G	12	13	25	25
H	12	10	22	22
I	10	11	21	21
J	38	30	68	69
K	5	5	10	10
L	3	3	6	6
M	0	0	0	0
marge globale	471 162,00	418 577,44	889 739,40	924 334,81

Tableau 8 - Structures optimales conditionnelles des systèmes II, III et VIII

catégories d'ateliers	structure optimale		structure II + III	structure optimale système VIII
	système II	système III		
A	5	5	10	10
B	7	7	14	14
C	13	10	23	23
D	0	20	20	0
E	0	15	15	30
F	0	10	10	0
G	0	13	13	0
H	0	10	10	24
I	7	11	18	18
J	51	30	81	78
K	5	5	10	10
L	3	3	6	6
M	0	0	0	0
marge globale	501 827,00	418 577,44	920 404,44	944 446,44

### C - L'effet de structure et l'effet de flux

Bien que vouloir dissocier deux aspects étroitement liés d'un même phénomène relève d'un certain arbitraire, il semble que l'on puisse mettre en évidence, d'une part, un effet lié au caractère aléatoire des flux d'animaux qui traversent les ateliers et, d'autre part, un effet associé à la structure de chaque système, c'est-à-dire, à la dimension et au nombre des unités de production qui le composent.

L'effet de flux peut être mis en évidence à partir des relations qui expriment que la probabilité d'une attente supérieure à la durée moyenne d'engraissement des animaux, dans une catégorie donnée d'ateliers, ne doit pas dépasser la valeur que l'on s'est fixée. Ces relations (1) donnent pour chaque catégorie le nombre minimum d'ateliers nécessaires pour atteindre l'objectif de production fixé. En faisant varier le nombre d'ateliers d'une catégorie donnée, on détermine le taux moyen de production journalière ainsi que le nombre moyen d'animaux présents dans les ateliers de cette catégorie. Le tableau 9 donne ces renseignements pour les ateliers de la catégorie I.

---

(1) voir annexe.

Tableau 9 - Evolution de quelques paramètres des ateliers de la catégorie I

nombre d'ateliers de la catégorie I	taux moyen de pro- duction journalière ( $\lambda$ )	nombre moyen d'animaux présents
2	0,407	45
3	0,842	92
4	1,411	154
5	1,917	210
6	2,513	275
7	3,145	344
8	3,742	409
9	4,367	478
10	5,013	548
11	5,673	621
12	6,340	694
13	7,000	766
14	7,653	837
15	8,313	910
16	8,980	983
17	9,654	1 056
⋮	⋮	⋮

A la lecture de ce tableau, on observe, par exemple, que la production moyenne de 7 ateliers est de 3,145 animaux par jour ; celle de 10 ateliers est de 5,013 animaux. Si l'on ajoute la production de ces deux groupes, on obtient, par conséquent, 8,158 veaux. Si, maintenant, on considère la production d'un ensemble constitué de 17 ateliers, on constate

qu'elle est de 9,654 animaux, c'est-à-dire supérieure à la somme des productions précédentes. Si l'on apprécie cette situation en fonction du nombre d'animaux présents, on voit que dans les (7 + 10) ateliers il y a  $344 + 548 = 892$  animaux, alors que dans l'ensemble constitué par 17 ateliers, il y en a 1 056, soit une différence de 164. En d'autres termes, et compte tenu du caractère aléatoire des flux observés, la production de (7 + 10) ateliers pourrait être assurée, sans difficultés, par un ensemble unique composé de 15 unités de production (voir tableau 9).

Inversement, le fractionnement d'un ensemble d'ateliers en plusieurs sous-ensembles, se traduit par une moins bonne utilisation des capacités de production disponibles, c'est-à-dire par un taux d'occupation plus faible pour un niveau global de production identique.

Le modèle utilisé met donc bien en évidence un effet de flux qui est positif lorsqu'il y a regroupement de plusieurs ensembles, et négatif dans le cas contraire.

L'effet de structure, quant à lui, exprime l'influence de la structure initiale du système sur son évolution future. Un système comparé à d'autres, a une structure défavorable, dans la mesure où, plus que les autres, il possède des catégories d'ateliers dont la contribution à la maximisation de la marge globale est faible. La contribution d'une catégorie est fonction de ses caractéristiques propres : nombre et dimension des ateliers qui la composent, durée d'engraissement des animaux, marge unitaire, etc..., mais aussi des caractéristiques des autres catégories qui lui sont concurrentes dans le système étudié. Elle dépend, également, des caractéristiques de la demande qui se manifeste au niveau de ce système. On conçoit dans ces conditions, que la structure d'un système résultant de la fusion de plusieurs autres, puisse, dans certains cas, être moins favorable à l'intérêt des producteurs que les évolutions respectives des systèmes composants. Les exemples relatifs à la fusion des systèmes I et II, puis

II et IV (voir tableaux 5 et 6), mettent ce fait en évidence et montrent, dans ces deux cas, l'effet négatif des structures qui annule l'effet de flux toujours favorable aux regroupements. D'autres exemples (voir tableaux 7 et 8) illustrent le phénomène inverse : la structure qui résulte du regroupement de plusieurs systèmes est plus favorable aux agriculteurs concernés. A un effet de flux positif s'ajoute un effet de structure qui l'est également.

## II - L'incidence des prix sur l'évolution des systèmes

Après avoir étudié, en fonction des flux d'animaux, l'influence des structures initiales de production sur l'évolution des systèmes, nous analyserons, dans cette deuxième partie, l'incidence des prix sur les structures et les niveaux de production. L'incidence sur les structures sera étudiée en paramétrant les prix qui figurent dans la fonction d'évaluation. L'incidence sur les niveaux de production sera analysée, d'une part, en fonction des flux monétaires associés aux processus de production et, d'autre part, en fonction des structures "traversées" par ces flux.

### A - L'incidence des prix sur les structures de production

Une coopérative est une organisation où, à côté d'un centre principal de décision, subsistent des centres plus ou moins autonomes : les agriculteurs adhérents à cette coopérative se sont groupés pour trouver à leurs problèmes une solution meilleure que celle qu'ils obtiendraient en agissant isolément. Cette attitude suppose qu'ils se sont mis d'accord, au préalable, sur le partage des avantages qu'ils tirent de cette coopération. Si cette condition est réalisée, il semble que l'on puisse admettre

L'existence d'une fonction économique globale. Comme les agriculteurs apprécient l'efficacité de leur coopération au travers des gains monétaires qu'elle leur permet d'obtenir, la fonction économique choisie comme structure d'évaluation est celle qui maximise l'espérance mathématique du revenu global (1). De cette façon, l'évaluation du système étudié porte sur l'ensemble des éléments qui le constituent. Dans ces conditions, pour apprécier l'incidence des prix sur les structures de production, il suffit de paramétrer ceux qui figurent dans la fonction d'objectif et d'en observer les conséquences.

L'analyse statistique des marges obtenues dans chacune des catégories d'ateliers qui constituent les systèmes étudiés, a montré que leurs distributions étaient gaussiennes. Pour tenir compte du caractère aléatoire de ces marges, on a été amené à réaliser des échantillons artificiels des lois de Gauss (2). Les valeurs ainsi obtenues (tableau 10), ont été utilisées pour déterminer les structures optimales conditionnelles des différents systèmes. Ce sont ces valeurs que nous paramétrons.

Tableau 10 - Echantillon artificiel de marges brutes par animal et par catégorie d'ateliers

catégories d'ateliers	marge brute (en francs par animal)
A	57,57
B	58,26
C	56,06
D	50,20
E	59,51
F	45,53
G	64,06
H	67,17
I	64,87
J	84,11
K	69,32
L	77,92
M	29,26

(1) *op. cité*, p. 54-55

(2) *op. cité*, p. 56 et annexe n° 2.



Une étude exhaustive de l'incidence des prix sur les différents systèmes que l'on peut observer est évidemment impossible. Les systèmes I et II (voir tableaux 1 et 2) que nous avons retenus pour illustrer l'analyse permettent néanmoins de se faire une idée de la diversité des situations que l'on peut rencontrer. Leurs évolutions optimales conditionnelles ont été examinées lorsque l'on passe d'une production moyenne journalière de 35 à 55 animaux et que l'on fait varier les marges entre des limites qui correspondent aux valeurs figurant dans le tableau 10, augmentées ou diminuées de 20,00 francs. Ceci conduit à examiner, dans chaque système, l'incidence de 24 marges différentes (1) et à comparer les résultats obtenus à ceux que donne le tableau 2. A la suite de ces calculs, les observations suivantes peuvent être faites :

- dans le premier système, une modification de plus ou moins 20,00 francs des marges obtenues par animal dans les catégories d'ateliers A, B, C, J, L n'a pas d'incidence sur la structure optimale. Autrement dit, les catégories D, F, M qui étaient, initialement, en-deçà du seuil I de restructuration se retrouvent dans la même situation. Dans ce même système, les variations de prix portant sur les autres catégories modifient la structure optimale (2). Une baisse des prix élimine les catégories E, G, H et K ; une hausse fait passer les catégories F et M parmi celles qui sont à conserver. Enfin, l'augmentation de la marge dans les ateliers de la catégorie B se traduit par le passage des unités de production de la catégorie M au-delà du seuil de restructuration. Dans certains cas, par conséquent, des augmentations de marges favorables aux ateliers d'une catégorie donnée peuvent avoir des effets indirects et rendre souhaitable le maintien d'ateliers dont l'intérêt, pour l'ensemble du système, ne se justifiait pas antérieurement.

---

(1) La marge par animal n'est pas modifiée dans la catégorie I du premier système et dans la catégorie K du second. En effet, ces catégories constituent, respectivement, le seuil où s'arrête la restructuration dans ces deux systèmes. C'est donc par rapport à elles que l'on observe d'éventuelles modifications.

(2) La structure est modifiée lorsqu'elle diffère, au moins par une catégorie d'ateliers, de celle qui avait été obtenue avec la première série de marges.

Dans le deuxième système, l'influence des prix est plus discriminante. A l'exception d'une hausse dans les unités de la catégorie I et d'une baisse dans ceux de la catégorie E, toutes les modifications ont une incidence sur la structure optimale.

D'une manière générale, il apparaît nettement que l'incidence des prix sur l'évolution d'un système est fonction des structures initiales de production de ce système. Par contre, cette incidence ne dépend pas des objectifs de production qu'il s'est fixé. En effet, l'analyse effectuée dans des systèmes ayant initialement le même niveau de production mais des objectifs différents, montre que, dans le cadre de chacun d'eux et quelque soit cet objectif, ce sont les mêmes catégories d'ateliers qui sont éliminées, les mêmes qui sont conservées. Bien entendu, le nombre d'ateliers de la catégorie qui se développe est fonction de l'objectif à atteindre.

#### B - L'évolution des flux monétaires et leur incidence sur les niveaux de production

Le terme de flux monétaires regroupe les transactions où interviennent la monnaie et le crédit. Dans ce qui suit, et faute d'informations suffisantes, nous excluerons les opérations financières portant sur les emprunts réalisés. On ne retiendra, par conséquent, que les flux monétaires qui sont la contre-partie d'opérations réelles (1) ; opérations portant sur les biens et services, et dont l'objectif est la réalisation d'un produit. Pratiquement, les flux monétaires pris en compte représentent les principales dépenses courantes effectuées par les agriculteurs pour engraisser leurs animaux. Ce sont : le prix d'achat des veaux de huit jours, celui des aliments

---

(1) à l'exclusion de celles qui portent sur les investissements.

du bétail, les frais d'assurances, les frais vétérinaires, les dépenses d'eau et d'électricité et, enfin, l'intérêt du capital engagé.

D'une période d'engraissement à une autre, la capacité de financement d'un agriculteur peut varier en fonction des résultats obtenus antérieurement, ainsi que des emprunts qu'il a réalisés. De la même façon, ses dépenses d'exploitations peuvent se caractériser par une amplitude et un échelonnement dans le temps différents de ceux précédemment observés. Une augmentation des dépenses peut résulter soit d'une hausse des prix des facteurs de production, soit d'une augmentation du nombre d'animaux engraisés par suite de l'existence d'une trésorerie et d'une capacité de production suffisantes.

Le graphique 2 permet de suivre l'évolution hebdomadaire des charges d'exploitation au cours de la période qui va de juillet 1970 à juin 1972. Le caractère irrégulier de ces dépenses, agrégées au niveau du système, s'explique par le flux aléatoire des achats d'animaux (1), l'irrégularité des durées d'engraissement, la variation des prix des biens et des services, celle des quantités d'aliments achetés, etc...

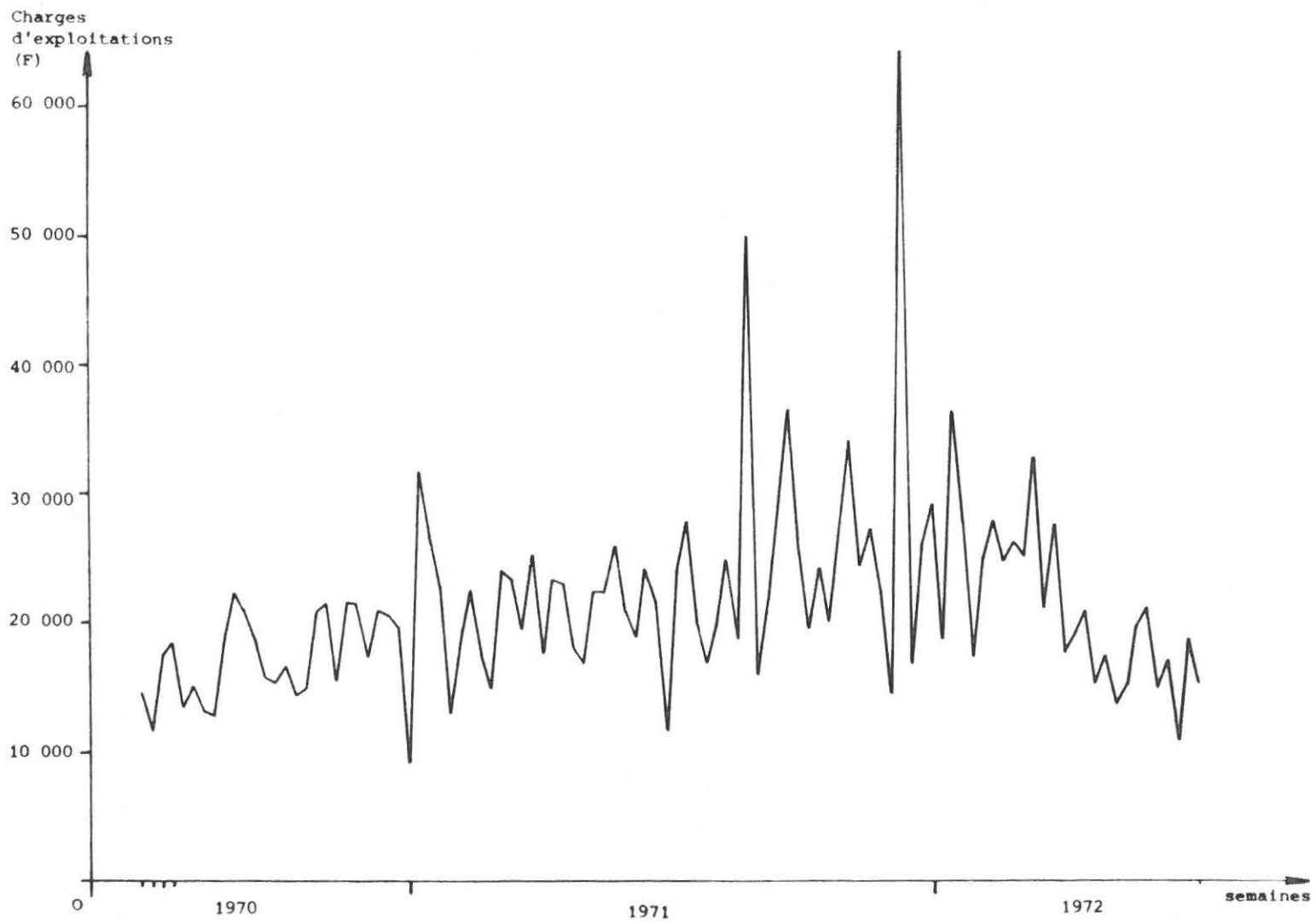
La description, en termes de probabilité, de ces dépenses irrégulières, s'effectue en mesurant les intervalles de temps entre dépenses successives. On en déduit la fonction de répartition des intervalles ; ce qui donne la probabilité que deux dépenses successives soient séparées par un temps supérieur à  $t$  (2). La fonction de répartition observée est

---

(1) *op. cité*, p. 49

(2) Autrement dit qu'il ne se produise pas d'autres dépenses pendant l'intervalle de temps  $t$ .

Graphique 2 - Evolution hebdomadaire des charges d'exploitations



la fonction d'Erlang  $k$  (ou  $\gamma_n$ ) (1).

La fonction de répartition complémentaire des dépenses effectuées par les agriculteurs au cours de la période 1970-1971 est une distribution d'Erlang pour laquelle la valeur du paramètre  $k$  est très voisine de 1. Compte tenu des limites de précision des données, nous avons admis que la fonction était exponentielle ( $k = 1$ ) (2).

Le flux monétaire observé représente l'échelonnement, dans le temps, des dépenses courantes d'exploitation de l'ensemble des agriculteurs se livrant à la production de veaux de boucherie. Ce flux ne continuera à "s'écouler", autrement dit, les agriculteurs ne continueront à effectuer leurs achats que dans la mesure où leur capacité de financement sera suffisante. On peut assimiler cette opération à un "service" que rend cette capacité de financement au flux des achats effectués par chaque producteur (3). Les capitaux utilisés devant rester à la disposition de l'éleveur pendant un temps qui correspond à la durée de l'immobilisation de la valeur acquise avec ses capitaux : c'est-à-dire à la durée d'engraissement des animaux.

---

(1) Elle constitue une famille de distribution des temps d'arrivées (ou de service) qui couvre toute l'étendue entre la distribution exponentielle ( $k = 1$ , arrivées aléatoires indépendantes) et le cas des arrivées à intervalle constant ( $k \rightarrow \infty$ ). Elle couvre par conséquent, la majorité des distributions rencontrées en pratique, lorsque le rapport

$$\frac{(\text{écart type})^2}{\text{moyenne}} \text{ qui est égal à } \frac{1}{k} \text{ (k entier positif) est inférieur à 1.}$$

Lorsque la distribution est exponentielle, ce rapport est égal à 1. Il est supérieur à 1 lorsque la distribution est hyperexponentielle.

(2) Pour des valeurs de  $k$  différentes de 1, on simule le processus en utilisant un système régulateur des "arrivées" à  $k$  stations exponentielles, chacune de fréquence  $k\lambda$ . Le système régulateur accueille une nouvelle arrivée dès que l'unité précédente l'a quitté.

(3) Il ne s'agit donc pas du "service" que rend l'agriculteur à ses fournisseurs en payant les factures qui lui sont adressées.

L'importance des capitaux circulants disponibles peut varier d'une période d'élevage à une autre. Cette variation est fonction, en particulier, des bénéfices ou des pertes réalisés au cours de la période précédente, ainsi que des emprunts éventuels effectués par les agriculteurs. On conçoit que si, initialement, l'ensemble des sommes dont dispose un agriculteur pour le fonctionnement courant de son atelier, lui permet d'élever tous les animaux que celui-ci peut contenir, il peut y avoir, ultérieurement, un décalage entre ses ressources et ses besoins. Cette situation le conduira, soit à sous-utiliser sa capacité de production si ses capitaux circulants sont insuffisants, soit à procéder à des investissements, s'il en a la possibilité, dans le cas contraire.

Ainsi présentée, l'opération qui consiste à faire passer un flux de dépenses dans une capacité de financement, peut être étudiée en utilisant la théorie des phénomènes d'attente. On peut, en effet, exprimer la situation en disant que, dans une catégorie donnée d'ateliers, la probabilité de la durée d'immobilisation des capitaux circulants ne doit pas (1) dépasser la durée moyenne d'engraissement des animaux dans cette catégorie. Cette probabilité est fonction du nombre ( $S$ ) d'ateliers de la catégorie considérée, de la valeur moyenne ( $\lambda$ ) des achats effectués par unité de temps, et du taux de service ( $\mu$ ) du capital circulant (2). Compte-tenu de tous ces éléments, il est possible de retrouver par catégorie d'ateliers la répartition du flux aléatoire des dépenses connaissant la capacité de financement des différentes unités de production (3).

---

(1) A un seuil de signification donné.

(2) Le taux de service est mesuré par le rapport entre le capital circulant et sa durée d'immobilisation, c'est-à-dire la durée d'engraissement des animaux vide sanitaire compris. Les ateliers dont les taux de service ne diffèrent pas de plus de 30 % sont classés dans la même catégorie. Le taux de service moyen d'une catégorie d'ateliers est la moyenne des taux de service des ateliers ainsi regroupés.

(3) Le financement des dépenses d'exploitation est assuré, pour l'essentiel, par des capitaux propres. Leur variation, d'une période à l'autre, est fonction des résultats obtenus à l'issue de l'engraissement du lot précédent.

L'étude a été réalisée pour les systèmes I et II. Les caractéristiques essentielles de ces systèmes (1), ainsi que les résultats obtenus, figurent dans le tableau 11.

Tableau 11 - Répartition moyenne journalière des dépenses effectuées dans les différentes catégories d'ateliers des systèmes I et II

catégories d'ateliers	nombre d'ateliers		capacité de finan- cement par atelier (F)	dépense moyenne journa- lière par catégorie d'ateliers (F)	
	système I	système II		système I	système II
A	5	5	7 931	167	167
B	9	7	10 558	497	358
C	13	13	13 609	1 082	1 082
D	26	24	17 259	3 101	2 832
E	18	15	22 030	2 630	2 117
F	15	15	29 422	2 777	2 777
G	12	16	38 382	2 809	3 979
H	12	14	51 477	3 577	4 318
I	10	7	63 405	3 810	2 391
J	7	7	91 438	3 208	3 208
K	5	5	109 219	2 654	2 654
L	3	3	144 327	1 458	1 458
M	3	3	210 498	2 050	2 050

(1) Voir aussi le tableau 1.

(2) Pour faciliter les comparaisons ; les capacités de financement des systèmes I et II sont les mêmes par ateliers dans les catégories homologues.

A partir de cette première série de résultats (1), on peut analyser l'influence d'une variation des prix des facteurs de production sur le nombre d'animaux engraisés. On conçoit, en effet, que si, par exemple, les prix augmentent, les agriculteurs dont les capitaux disponibles n'auront pas varié devront, soit emprunter, soit s'ils ne le peuvent pas ou ne le désirent pas, réduire leur production et la ramener à un niveau compatible avec les ressources dont ils disposent. Dans ce cas, la réduction de la production peut être calculée de la façon suivante. Dans une première phase, on détermine, dans le cadre du modèle, les besoins en capitaux, qu'implique l'augmentation des charges, pour produire le même nombre d'animaux. Pour cela, on calcul la probabilité d'une durée d'immobilisation des capitaux circulants supérieure à la durée d'engraissement (2) en fonction du nombre d'ateliers, du taux de service du capital et de la nouvelle valeur moyenne ( $\lambda$ ) des achats effectués par unité de temps. Ensuite, on détermine le niveau des charges compatibles avec les possibilités effectives de financement des producteurs. De ces deux séries d'opérations on déduit le nombre d'animaux qui n'ont pu être engraisés faute de ressources suffisantes et, par conséquent, l'élasticité, à court terme, de l'offre par rapport aux prix des facteurs de production.

Dans l'hypothèse d'une hausse des charges de 10 %, l'élasticité négative est de 1,19 dans le premier système et de 0,94 dans le second.

\*  
\* \* \*

---

(1) La recherche d'une structure optimale conditionnelle de production à partir de l'analyse des flux monétaires et des capacités de financement a donné les mêmes résultats que ceux qui ont été obtenus à partir de l'analyse des flux d'animaux et de la dimension des ateliers.

(2) A un seuil de signification donné.



## Conclusion

Les évolutions comparées de plusieurs systèmes agro-alimentaires ont mis en évidence le rôle essentiel que jouent les structures initiales de production. L'élimination, le maintien ou le développement des différentes catégories d'ateliers qui les constituent est fonction de ce paramètre qui conditionne, également, l'intérêt que présente, pour les agriculteurs concernés, le regroupement de certains d'entre eux.

L'influence des prix sur l'évolution des structures ne peut s'apprécier, valablement, que dans le cadre d'un système donné. Une même variation de prix peut n'avoir aucune incidence sur la structure optimale conditionnelle d'un système et être très discriminante dans un autre.

La prise en compte de l'intensité et de l'échelonnement des dépenses d'exploitation, ainsi que celle de la capacité de financement des producteurs, confirme cette analyse et permet de mesurer, d'un système à l'autre, les écarts qui existent entre les sensibilités de l'offre par rapport aux prix des facteurs de production. Dans chaque système cette sensibilité s'apprécie en fonction d'une situation financière qui reflète les résultats obtenus au cours de la précédente période d'élevage.

D'une manière générale, l'étude montre l'importance du rôle de certaines catégories d'ateliers de petite dimension dans l'ajustement de l'offre à la demande. Ces ateliers permettent aux systèmes agro-alimentaires de s'adapter aux variations des flux qui les traversent ; que ceux-ci soient réels ou qu'ils soient la contre-partie monétaire de biens ou de services. C'est, en effet, l'hétérogénéité des unités de production qui confère à chaque système la souplesse dont il a besoin pour réagir correctement aux

modifications de l'environnement. Ces constatations conduisent à préconiser une politique d'aides en faveur de ces catégories d'ateliers. Indépendamment de toutes autres considérations, cette proposition se justifie économiquement par le rôle contre-aléatoire qu'elles jouent et dont bénéficie l'ensemble du système.

---

ANNEXE - Les équations d'état du système

La probabilité d'une attente supérieure à la durée moyenne d'engraissement dans une catégorie donnée d'ateliers s'écrit :

$$p(>t) = e^{-S\mu t (1-\psi/S)} p(>0) \quad (1)$$

avec 
$$p(>0) = \frac{S}{S! (1-\psi/S)} p(0) \quad (2)$$

et 
$$p(0) = \frac{1}{\frac{S}{S! (1-\psi/S)} + \sum_{n=0}^{S-1} \frac{\psi^n}{n!}} \quad (3)$$

La première relation exprime la probabilité d'une attente supérieure à une certaine valeur  $t$ , la seconde la probabilité qu'il y ait attente et la troisième la probabilité qu'il n'y ait pas d'animaux dans le système (1).

$S$  est le nombre d'ateliers de la classe  $i$  ( $i = A, B, C, \dots, M$ ).

$\mu$  est le nombre moyen d'animaux engraisés par unité de temps dans un atelier de la classe  $i$ .  $\mu = \frac{N}{d}$ ,  $N$  étant la capacité d'un atelier de la catégorie  $i$  et  $d$  la durée de présence (vide sanitaire compris) des animaux dans cette catégorie d'ateliers.

$\psi$  est l'intensité du trafic, c'est-à-dire le rapport  $\lambda/\mu$ .

$\lambda$  est le nombre moyen d'animaux livrés à la coopérative, c'est-à-dire le nombre moyen d'animaux préalablement commandés et mis en place dans les ateliers.

(1) Les relations (1) et (2) peuvent encore s'écrire :

$$(1') \quad p(>t) = e^{-(S-C)t} p(>0)$$

$$(2') \quad p(>0) = \frac{c^S}{\frac{(S-C)(S-1)!}{S-1} \frac{c^n}{\sum_{n=0}^{S-1} \frac{c^n}{n!}} + \frac{c^S}{(S-C)(S-1)!}}$$

dans lesquelles  $C$  est la densité des arrivées,  $C = S\eta$ ,  $\eta$  étant le taux d'occupation des ateliers de la catégorie  $i$  et  $S$  le nombre d'ateliers de cette catégorie. Dans ces deux relations, l'unité de temps est la durée moyenne de présence des animaux dans les ateliers.

Les relations (1), (2) et (3) sont obtenues à partir des équations différentielles qui constituent le modèle mathématique d'un phénomène d'attente comprenant plusieurs ateliers dans chacune des treize catégories retenues.

Lorsque les arrivées des animaux sont poissonniennes et les durées d'engraissement exponentielles ou assimilables à une loi exponentielle, ce qui est le cas (1), les équations différentielles s'établissent sans difficulté, sachant que, pour chaque catégorie d'ateliers, la matrice des probabilités de transition est la suivante :

Matrice des probabilités de transition

	état à l'instant $(t + dt)$							
	n=0	n=1	n=2	n=3	...	n=S-1	n=S	n=S+1 ...
n=0	$1-\lambda dt$	$\lambda dt$	0	0	...	0	0	0
n=1	$\mu dt$	$1 - (\lambda + \mu) dt$	$dt$	0	...	0	0	0
n=2	0	$2\mu dt$	$1 - (\lambda + 2\mu) dt$	$\lambda dt$	...	0	0	0
⋮	...	...	...	...	...	...	...	...
n=S-1	0	0	0	0	...	$1 - [\lambda + \frac{(S-1)}{S} \mu] dt$	$\lambda dt$	0
n=S	0	0	0	0	...	$S\mu dt$	$1 - (\lambda + S\mu) dt$	$\lambda dt$
n=S+1	0	0	0	0	...	0	$S\mu dt$	$1 - (\lambda + S\mu) dt$
⋮	...	...	...	...	...	...	...	...

(1) La distribution des durées d'engraissement est une loi K d'Erlang mais comme la probabilité d'attente des veaux de huit jours mis en place dans les ateliers est pratiquement nulle, les probabilités qu'il y ait un nombre donné d'animaux dans le système sont indépendantes de la valeur du coefficient k de cette distribution. Nous pouvons donc prendre  $k = 1$  qui correspond à un service exponentiel.

Si l'on appelle  $[T]$  cette matrice et si l'on pose :

$$[p(t)] = [p_0(t) \ p_1(t) \ \dots \ p_n(t) \ \dots]$$

Les équations d'état du système constitué par une catégorie d'ateliers seront données par l'égalité :

$$[p(t + dt)] = [p(t)][T]$$

ce qui donne :

$$\frac{d}{dt} p_0(t) = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t) \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} p_n(t) = \lambda p_{n-1}(t) - (\lambda + n\mu)p_n(t) + (n+1)\mu p_{n+1}(t) \quad (5)$$

$$1 \leq n < S$$

$$\frac{d}{dt} p_n(t) = \lambda p_{n-1}(t) - (\lambda + S\mu)p_n(t) + S\mu p_{n+1}(t) \quad (6)$$

$$n \geq S$$

En régime permanent :

$$p_n(t) = p_n$$

et les équations précédentes s'écrivent :

$$\lambda p_0 - \mu p_1 = 0$$

$$(\lambda + n\mu)p_n - \lambda p_{n-1} - (n+1)\mu p_{n+1} = 0 \quad 1 \leq n < S$$

$$(\lambda + S\mu)p_n - \lambda p_{n-1} - S\mu p_{n+1} = 0 \quad n \geq S$$

Les équations (4), (5) et (6) ne sont qu'un cas particulier d'équations plus

générales qui définissent ce que l'on nomme un "processus de naissance et de mort" :

$$\frac{d}{dt} p_0(t) = -\lambda_0 p_0(t) + \mu_1 p_1(t)$$

$$\frac{d}{dt} p_n(t) = \lambda_{n-1} p_{n-1}(t) - (\lambda_n + \mu_n) p_n(t) + \mu_{n+1}(t) \quad n > 0$$

où  $\lambda_n$  et  $\mu_n$  sont des fonctions de  $n$ .

---

### Références bibliographiques

- BROUSSOLLE C., HOVELAQUE R. - 1970. L'organisation d'un atelier industriel de production porcine en avenir aléatoire. Recherches d'Econ. et Sociol. Rurales n° 3, 41-75.
- BROUSSOLLE C. - 1971. L'adaptation des structures de production aux exigences des industriels. Economie Rurale n° 90, 61-67.
- BROUSSOLLE C. - 1971. L'offre des produits animaux dans des ensembles agro-industriels. Coll. INRA de la Station d'Eco. Ru. de Rennes, oct. 1971, 89 p.
- BROUSSOLLE C. - 1973. Evolution des structures de production et demande des produits animaux dans une coopérative. Annales d'Eco. et Sociol. Rurales n° 1, 45-70.
- COX D.R., MILLER H.D. - 1965. The theory of Stochastic Processes Chapman and Hall.
- CRUON R., KAUFMANN A. - 1961. Les phénomènes d'attente, Dunod.
- KHINTCHINE A. Ja - 1969. Déserte d'un grand nombre d'usagers (théorie mathématique des services de masse), Dunod.
- KOLM S.C. - 1971. Le service des masses, Dunod.
- LE GALL P. - 1962. Les systèmes avec ou sans attente et les processus stochastiques, Dunod.

+

+ +