

Équations différentielles linéaires

Céline Casenave

► **To cite this version:**

Céline Casenave. Équations différentielles linéaires. École d'ingénieur. France. 2008, 11p. hal-03330000

HAL Id: hal-03330000

<https://hal.inrae.fr/hal-03330000>

Submitted on 31 Aug 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉQUATIONS DU PREMIER ORDRE

Exercice 1

Trouver l'ensemble des solutions réelles des **équations différentielles du premier ordre** suivantes et préciser les intervalles sur lesquels sont définies ces solutions. Donner ensuite la solution particulière telle que $y(t_0) = y_0$ pour les valeurs de t_0 et de y_0 précisées entre parenthèses.

1. $y'(t) - 4y(t) = 12t + 1$ ($t_0 = 0, y_0 = 0$)

2. $y'(t) + 2y(t) = 2te^{-2t}$ ($t_0 = 0, y_0 = 2$)

3. $ty'(t) = 2y(t) + t^3$ ($t_0 = 1, y_0 = 3$)

ÉQUATIONS DU SECOND ORDRE

Exercice 2

Trouver l'ensemble des solutions réelles des **équations différentielles du second ordre** suivantes et préciser les intervalles sur lesquels sont définies ces solutions. Donner ensuite la solution particulière telle que $y(t_0) = y_0, y'(t_1) = y_1$ pour les valeurs de t_0, t_1, y_0 et y_1 précisées entre parenthèses.

1. $y''(t) + 2y'(t) + 2y(t) = e^{-t}(t + 2)$ ($t_0 = 0, t_1 = 0, y_0 = 3, y_1 = -2$)

2. $y''(t) + 2y'(t) - 3y(t) = 6$ ($t_0 = 0, t_1 = 0, y_0 = 1, y_1 = 0$)

3. $y''(t) + y(t) = \tan^2(t), t \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

Remarque : pour la question 3 on admettra que les primitives de $t \mapsto \frac{\sin^2(t)}{\cos(t)}$ et de $t \mapsto -\frac{\sin^3(t)}{\cos^2(t)}$ sont données par :

$$t \mapsto -\sin(t) + \ln(\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{t}{2})) + \text{cte} \text{ et } t \mapsto -\cos(t) - \frac{1}{\cos(t)} + \text{cte}.$$

SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS

Exercice 3

Trouver l'ensemble des solutions réelles du système différentielle d'ordre 2 :

$$\begin{aligned} y_1'(t) &= y_2(t) \\ y_2'(t) &= y_1(t). \end{aligned}$$