Politiques de renouvellement des réseaux d'eau potable

C. Werey

▶ **To cite this version:**

C. Werey. Politiques de renouvellement des réseaux d'eau potable. Sciences de l'environnement. Doctorat Science de la gestion, Université Louis Pasteur Strasbourg, 2000. Français. NNT : . tel-02579333

HAL Id: tel-02579333
https://hal.inrae.fr/tel-02579333

Submitted on 14 May 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ENGEES
ECOLE NATIONALE DU GÉNIE DE L'EAU ET DE L'ENVIRONNEMENT DE STRASBOURG

Cemagref

Politiques de renouvellement des réseaux d'eau potable

Thèse de doctorat en sciences de gestion de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg

Caty WEREY

Département Equipements pour l'eau et l'environnement

Laboratoire Gestion des Services Publics
1 quai Koch, BP 1039 F - 67070 Strasbourg cedex
Tél. 03 88 24 82 40 - Fax 03 88 24 82 84
E-mail : gsp.secret@engees.u-strasbg.fr

Juin 2000

UNIVERSITE LOUIS PASTEUR, STRASBOURG I

FACULTE DE SCIENCES ECONOMIQUES ET DE GESTION

THESE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR EN SCIENCES DE GESTION

présentée et soutenue publiquement par

Caty KRUMB WEREY

le 23 juin 2000

Politiques de renouvellement des réseaux d'eau potable

JURY
Directeur de thèse:
Jacques THEPOT, professeur à L'Université Louis Pasteur, Strasbourg I
Rapporteurs:
Alain BONNAFOUS, professeur à L'Université Lyon II
Florence NAEGELEN, professeur à l'Université de Franche-Comté à Besançon
Patrick ROGER, professeur à L'Université Louis Pasteur, Strasbourg I
Suffragants:
Olivier ALEXANDRE, membre invité, ingénieur divisionnaire des travaux ruraux, directeur de l'UMR *Cemagref*-ENGEES,"Gestion des Services Publics", Strasbourg
Bernard BREMOND, examinateur, directeur de recherche au *Cemagref*, Bordeaux

A Cécile, Pierre et Jacques,
A Bertrand,
A nos parents,

Remerciements

Cette étude a été réalisée au sein du Laboratoire "Gestion des Services Publics", unité mixte de recherche entre l'Ecole Nationale du Génie de l'Eau et de l'Environnement de Strasbourg, ENGEES et l'Institut Français de Recherche pour l'Ingénierie de l'Eau et de l'Environnement, *Cemagref*. La modélisation du veillissement des canalisations a été réalisée en étroite collaboration avec l'unité de recherche "Réseaux et Ouvrages Hydrauliques" du *Cemagref* à Bordeaux.

Je tiens à exprimer mes remerciements à Jacques THEPOT, professeur à l'Université Louis Pasteur , pour avoir accepté de diriger ce travail.

Je remercie Olivier ALEXANDRE, directeur de l'UMR "Gestion des Services Publics" pour son encadrement et sa disponibilité.

Je remercie Bernard BREMOND, directeur de l'UR "Réseaux et Ouvrages Hydrauliques" du *Cemagref* pour ses conseils, ainsi que Yves LEGAT et Patrick EISENBEIS pour leur disponibilité et leur aide.

Je remercie Patrick ROGER, professeur à l'Université Louis Pasteur pour ses conseils au démarrage de ce travail.

Je remercie Thierry LEVIANDIER, Michel WURTZ, Denis GILBERT, Philippe ARNOUX de la Direction de la Recherche de l'ENGEES, pour leurs conseils et leur aide.

Je remercie Florence NAEGELEN, professeur à l'Université de Franche Comté à Besançon, Alain BONNAFOUS, professeur à l'Université Lyon II et Patrick ROGER d'avoir accepté de rapporter ce travail.

Je remercie Yves CONGRETEL, Chef du Service de l'Eau de la Communauté Urbaine de Strasbourg, CUS, de m'avoir autorisé l'accès aux données, ainsi que toutes les personnes de la CUS qui ont contribué au recueil de ces données, au service de l'Eau, au Service de la Voirie, au Service Informatique, à l'Agence de Développement et d'Urbanisme de l'Agglomération Strasbourgeoise.

Je remercie toute l'équipe "Gestion des services Publics" et l'école doctorale "Augustin Cournot" pour le soutien et les conseils.

"On en saura plus demain sur après demain

que ce que l'on en sait aujourd'hui"

Claude HENRY

Résumé

Le renouvellement est considéré comme une décision d'investissement classique. L'économie de l'entreprise (MASSE,1959, LESOURNE, 1965) et la recherche opérationnelle (DETHOOR et GROBPOILLOT, 1968) proposent des outils d'aide à la décision. Le cas du renouvellement des conduites d'eau potable présente des spécificités telles que des durées de vie longues, un parc de canalisations représentant 80% des infrastructures d'un service d'eau, une structuration en réseau physique sur laquelle se greffe un réseau d'acteurs tels que les consommateurs du bien "eau potable", consommateurs captifs du fait de l'existence d'un seul réseau de distribution d'eau, les usagers de la route notamment qui subissent les effets des travaux ou des défaillances sur les conduites et les riverains.

Outre le processus de vieillissement, la diversité des consommateurs, le rôle hydraulique du tronçon, sont autant d'éléments que l'optimisation ici développée veut prendre en compte. Un indice de non satisfaction permet de hiérarchiser les tronçons en fonction de l'impact d'une rupture sur un tronçon sur l'ensemble du fonctionnement du réseau. La programmation dynamique sert de support à l'optimisation de la date d'échéance de renouvellement au niveau du tronçon. L'arbre de décision laisse l'alternative entre le renouvellement et le maintien en place de l'ancienne conduite et introduit comme état aléatoire la survenance d'une prochaine défaillance. Les probabilités sont estimées à partir de fonctions de survie intégrant des données sur la conduite et son environnement et sur les défaillances. Les coûts de maintien en service intègrent des coûts indirects et notamment la perte liée à une coupure d'eau de 2 heures, pour les différents consommateurs.

Le modèle d'optimisation est testé sur un réseau fictif puis sur des données réelles de la Communauté Urbaine de Strasbourg et du Syndicat des Eaux de Charente Maritime.

Ce modèle fait partie d'un programme de recherche devant aboutir à la construction d'un outil d'aide à la décision pour la programmation du renouvellement des réseaux d'eau potable.

Mots clés : renouvellement - investissement - outil d'aide à la décision - fonction de survie - coûts sociaux - programmation dynamique - défaillance - canalisation d'eau potable - usager

Dethoor J.M., Groboillot J.L.,1968, *La vie des équipements*, initiation aux nouveautés de la science, Dunod.

Lesourne J., 1965, *Technique économique et gestion industrielle*, Finance et économie appliquée vol.V, Dunod.

Massé P., 1959, *Le choix des investissements*, Finance et économie appliquée vol. IV, Dunod.

Abstract

Renewal decisions have been considered as real investment decisions for a long time. Industrial Economy and Operational Research provide decision tools therefor. The question of the water network renewal shows some own characteristics as long time life, a fleet of pipes representing 80% of the asset of a water utility, an organisation in a physical network linked with a human network including consummers of the good "water", catched consumers because there is only one water network, roads-users concerned by the effects of works or failures on the pipes and residents.

The optimisation developped takes into account, besides the ageing of the pipe, the consummers specificity, the hydraulic function of the pipe. A non satisfaction index allows a classification of the pipes regarding the effect on the whole distribution network of the failure of a given pipe. Dynamic programing is used to optimise the renewal date at the pipe level. The decision-tree allows the choice between renewing or keeping in place the old pipe and introduces as a hazard event the happening of the next failure. Probabilities are estimated with survival functions taking into account datas on the pipe and its environment and failure datas. Costs for keeping the pipe in place involve social costs and especially the cost of a water delivery cut for the different consummers.

The model is tested on a virtual network and on real datas from Strasbourg and from Charente Maritime.

This work belongs to a research programm which goal is to work out a decision tool for the budgeting of the water network renewal.

Key-words : renewal - investment - decision tool - survival functions - social costs - dynamic programing - failure - water network - consummer - users.

Table des matières

Table des matières

Introduction 1

I Partie 1 : Choix d'investissement et renouvellement des équipements 5

Introduction de la partie 1 6

1 Le service d'alimentation en eau potable 7

1.1 Le service public d'alimentation en eau potable 7

1.2 Les infrastructures et leur fonctionnement 8

1.2.1 Le réseau 8

1.2.2 Le phénomène de vieillissement 10

1.2.3 L'environnement de la conduite 11

1.2.4 Les usagers 12

1.2.5 La défaillance et ses effets 14

1.3 La problématique du renouvellement des réseaux d'eau potable 15

1.4 Conclusion 17

2 Le renouvellement des équipements : un choix d'investissement particulier 19

2.1 Le renouvellement et la notion d'investissement ? 19

2.2 Choix d'investissement 22

2.2.1 Décision, risque et incertitude 22

2.2.2 Décision d'investissement 23

2.3 Théorie du renouvellement 26

2.4 Conclusion 26

3 Les modèles de décision de renouvellement 28

3.1 Modèles classiques de choix de renouvellement 28

3.1.1 Déclassement pur et simple 28

3.1.2 Chaîne de remplacements 30

3.1.2.1 Absence de progrès technique : La chaîne constante illimitée 30

3.1.2.2 Prise en compte du progrès 33

3.1.3 Prise en compte de l'incertitude et du risque 36

3.2 Approche par la fiabilité 37
3.3 Programmation dynamique 41
3.4 Conclusion 44

4 Le renouvellement des réseaux d'eau potable : les modèles existants 45
4.1 Le modèle de référence 45
4.2 La détermination de la loi de vieillissement 49
4.2.1 Loi exponentielle 49
4.2.1.1 Modèle agrégé 49
4.2.1.2 Modèle de régression multiple 49
4.2.2 Modèles probabilistes basés sur les fonctions de survie 50
4.2.2.1 Modèle des risques proportionnels 50
4.2.2.2 Modèle de survie par cohortes 62
4.2.2.3 Processus poissonien non homogène (ROSTUM, 1999, [82]) 62
4.3 L'évaluation des coûts 63
4.4 Les modèles de programmation du renouvellement 71
4.4.1 Modèle de KARAA (1984, [68], 1987, [69]) 71
4.4.2 Modèle de KLEINER, ADAMS et ROGERS (1998-1, [71], 1998-2, [72]) 73
4.4.3 Modèle de HERZ : KANEW ([61], [62], [63], [65]). 74
4.5 Conclusion 75
Conclusion de la partie 1 77

II Partie 2 : Méthodologie d'optimisation des échéances de renouvellement des conduites d'eau potable 79
Introduction de la partie 2 80

5 Prise en compte de l'effet réseau 82
5.1 Indices de fiabilité (BERTIN, 1994, [47]) 82
5.2 Indice de non satisfaction 85
5.2.1 Construction de l'indice 85
5.2.2 Hypothèses 85
5.2.3 Application sur le réseau test 86
5.2.3.1 Effet hydraulique seul : référence 86
5.2.3.2 Prise en compte de l'effet consommateur et de l'effet vieillissement 87
5.2.3.3 Résultats sur le réseau test 90
5.2.4 Etude de sensibilité 92
5.3 Conclusion 93

6 Modèle RENCANA : renouveler ou attendre ? 94
6.1 Arbre de décision : formalisation et hypothèses 94
6.2 Exemple sur 3 périodes 96
6.3 Formalisation de l'arbre de décision 101
6.3.1 Notations 101
6.3.2 Expression des potentiels aux noeuds de décision 102
6.4 Détermination de l'horizon Ω 104
6.4.1 Notion de temps d'arrêt 104
6.4.2 Détermination numérique de Ω 106
6.5 Simulation sur le réseau test 108
6.6 Etude de sensibilité 112
6.6.1 Variation de R_j 113
6.6.2 Variation de m_j 113
6.6.3 Variation de a 114
6.6.4 Variation des probabilités 114
6.7 Conclusion 115

7 Evaluation des paramètres du modèle 117
7.1 Les paramètres de l'arbre de decision 117
7.1.1 La probabilité p_j que le tronçon j soit défaillant 117
7.1.2 Le coût R_j du renouvellement du tronçon j 119
7.1.3 Le coût unitaire r_j de réparation sur le tronçon j 120
7.1.4 Le coûts indirects s_j liés à une défaillance sur le tronçon j . . . 123
7.1.4.1 Incidence sur les consommateurs industriel (BEURET et CLOCHARD, 1992, [48]) 123
7.1.4.2 Autres catégories socio-professionnelles 124
7.1.4.3 Pour les consommateurs domestiques 125
7.1.5 Le taux d'actualisation a 126
7.2 les paramètres de l'indice de non satisfaction 127
7.2.1 La consommation V_i appelée au noeud i 127
7.2.2 La consommation v_{ij} fournie au noeud i quand le tronçon j est défaillant 127
7.2.3 Le coefficient de pondération w_i du noeud de consommation i . 127
7.2.4 La probabilité que le tronçon j soit défaillant p_j 127
7.3 Conclusion 127

8 Application du modèle RENCANA 129
8.1 Données de la Communauté Urbaine de Strasbourg 129
8.1.1 Le service de l'eau 129
8.1.2 Recueil des données 130
8.1.3 Calcul des probabilités 133
8.1.3.1 Evaluation des fonctions de survie 133
8.1.3.2 Evaluation des probabilités 135
8.1.4 Calcul des coûts 135
8.1.4.1 Coût de réparation r_j 135

8.1.4.2 Coûts indirects s_j 136
8.1.4.3 Coût de renouvellement R_j 137
8.1.5 Résultats du calcul d'optimisation 138
8.1.6 Conclusion 143
8.2 Application sur d'autres données 143
8.2.1 Evaluation de la fonction de survie 144
8.2.2 Evaluation des coûts 146
8.2.3 Résultats 146
8.3 Conclusion 149
Conclusion de la partie 2 150

Conclusion générale **152**

Bibliographie **155**

Annexes **163**

Table des tableaux et des figures

Liste des tableaux

tableau 3.1	: lois de vieillissement	39
tableau 5.1	: consommations fournies v_{ij}	87
tableau 5.2	: indices f_j^* référence	87
tableau 5.3	: indices f_j^* - effet consommateur (V_i)	88
tableau 5.4	: indices f_j^* - effet consommateur sensible (w_i)	88
tableau 5.5	: indices f_j^* - effet vieillissement	89
tableau 5.6	: indices f_j^* - effets consommateur (V_i) et vieillissement	89
tableau 5.7	: données sur le réseau test	90
tableau 5.8	: résultats sur le réseau test	90
tableau 5.9	: données après renouvellement de I	91
tableau 5.10	: résultats après renouvellement de I	91
tableau 5.11	: résultats de l'étude de sensibilité de f_j^*	92
tableau 5.12	: résultats avec erreur générale de 10%	93
tableau 6.1	: calcul des coûts à $t = 0$ (1^{er} janvier période1)	98
tableau 6.2	: évaluation du graphe $\Omega = 3$	99
tableau 6.3	: calcul des potentiels aux noeuds	100
tableau 6.4	: données pour le réseau test	108
tableau 6.5	: calcul réseau test - tronçon I	109
tableau 6.6	: calcul réseau test - tronçon II	110
tableau 6.7	: calcul réseau test - tronçon III	110
tableau 6.8	: calcul réseau test - tronçon IV	111
tableau 6.9	: calcul réseau test - tronçon V	111
tableau 6.10	: probabilités défaillances tronçon IV	112
tableau 6.11	: étude de sensibilité - données	112
tableau 6.12	: étude de sensibilité - référence	113
tableau 6.13	: étude de sensibilité - R_j	113
tableau 6.14	: étude de sensibilité - m_j	114
tableau 6.15	: étude de sensibilité - a	114
tableau 6.16	: variation des probabilités	114
tableau 7.1	: quantités et durées standards (GRENIER)	122

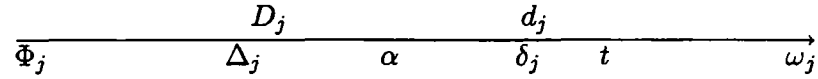
tableau 7.2 : coûts standards main d'oeuvre et engins (GRENIER) 122
tableau 7.3 : coûts standards fournitures (GRENIER) 122
tableau 7.4 : manque à gagner par établissement (Tours) 125
tableau 8.1 : MEINAU - variables survie 134
tableau 8.2 : MEINAU - estimation des paramètres survie 134
tableau 8.3 : CUS - coûts de réparation r_j 135
tableau 8.4 : coûts indirects services 136
tableau 8.5 :Application CUS - coûts indirects tronçon industriel 136
tableau 8.6 : Application CUS - coûts indirects tronçon "résidentiel" 137
tableau 8.7 : CUS - coût de renouvellement R_j 137
tableau 8.8 : Application CUS : données techniques 138
tableau 8.9 : Application CUS - données coûts 139
tableau 8.10 : Application CUS - résultats de l'optimisation 140
tableau 8.11 : Application CUS - détails résultats tronçon 42-43 141
tableau 8.12 :Application CUS - tronçon 42-43, n°2 141
tableau 8.13 : Application CUS - détails résultats tronçon 76-99 142
tableau 8.14 :Application CUS - tronçon 76-99, n°2 142
tableau 8.15 : Application CHARENTE - données tronçons 144
tableau 8.16 : Application CHARENTE - variables 144
tableau 8.17 : CHARENTE - estimation des paramètres survie 145
tableau 8.18 : Application CHARENTE - données coûts 146
tableau 8.19 : Application CHARENTE : résultats de l'optimisation 147
tableau 8.20 : Application CHARENTE - détails résultats tronçon 5 147
tableau 8.21 : Application CHARENTE - détails résultats tronçon 7 148

Liste des figures

figure 1.1 : réseau test 9
figure 3.1 : graphe décision-hasard 42
figure 5.1 : réseau test 86
figure 6.1 : arbre décision-hasard sur une période 95
figure 6.2 : flux des coûts 96
figure 6.3 : Graphe sur 3 périodes 97
figure 6.4 : graphe résultat pour $\Omega = 3$ 99
figure 6.5 : graphe résultat, notre présentation 101
figure 8.1 : MEINAU - répartition défaillances 133

Notations

$B(T)$	: bénéfice actualisé, entre 0 et T
$D(T)$	: dépense actualisée, entre 0 et T
a	: taux d'actualisation
R	: coût de la pose de la conduite, réalisé à l'année 0
$R(t)$	: montant de l'investissement, réalisé à l'instant t
$V(t)$	: coût de revente ou la valeur résiduelle à la date t
$V\ (T_U,t)$	: valeur de revente à la date t d'un équipement construit à la date T_U
$r_e(t)$	: recettes d'exploitation par unité de temps
$m(t)$	: coûts de maintenance sur la conduite par unité de temps à la date t
$m(n)$	: coûts de maintenance sur la conduite sur la période n
$m(T_U,t)$	: coût d'exploitation par unité de temps, à t, d'un équipement construit à T_U
T_N	: date du $N^{ième}$ renouvellement
$S(t)$	: fonction de survie
$\varphi(t)$	: taux d'avarie
$h(t)$	: fonction de risque instantané
Ω	: horizon de calcul
x	: état du système
Γ	: amplitude de la période
$N(t)$	: nombre de défaillances par unité de longueur pour l'année t
t	: temps en années
t_0	: année de départ de l'analyse
t_p	: année en cours
A	: taux de croissance annuel des défaillances
r	: coût d'une réparation
$r_l(t)$	: coût de réparation, par unité de longueur pour l'année t
R_l	: coût de renouvellement par unité de longueur
Φ	: date de pose de la conduite
$C(t)$	: coût total actualisé
L	: longueur de la conduite



réseau modélisé par J tronçons et I noeuds de consommations.

j : tronçon $j \in [1, J]$
i : noeud de consommation, $i \in [1, I]$
p_j : probabilité que le tronçon j soit défaillant
V_i : consommation appelée au noeud i
v_{ij} : consommation fournie au noeud i quand le tronçon j est défaillant
w_i : coefficient de pondération du noeud de consommation i
f_{ij} : indice de consommation au noeud i quand le tronçon j est défaillant
Φ_j : date de pose du tronçon j
Dj : nombre de défaillances survenues sur le tronçon j avant le début de la simulation
Δ_j : date connue de survenance de la $D^{ième}$ défaillance sur le tronçon j
α : année de début de simulation (1^{er} janvier)
θ : année de début d'historique de défaillances
ω_j : date de fin de simulation
Ω_j : horizon de simulation pour le tronçon j, $\Omega_j = \omega_j - \alpha$
t : nombres d'années depuis α ou nombre de périodes de simulation $t \in [1, \Omega_j]$
d_j : nombre de défaillance depuis le début de la simulation (α) sur le tronçon j
δ_{dj} : date d'occurence de la $d^{ième}$ défaillance depuis α sur le tronçon j (1^{er} juillet)
R_j : coût du renouvellement du tronçon j, valeur α
r_j : coût unitaire de réparation sur le tronçon j, valeur α
s_j : coûts indirects liés à une défaillance sur le tronçon , valeur α
m_j : coût du maintien en service du tronçon j, valeur α

Introduction générale

Nous nous appuyons sur un article paru dans la presse, pour poser le cadre de notre problématique :

> *"Un ruisseau dans la ville", tel était le titre d'un article paru le 7 Janvier 2000, dans le journal "Dernières Nouvelles d'Alsace". La veille, une conduite d'eau potable de 400 mm de diamètre s'était rompue, peu avant 4h du matin, laissant s'écouler l'eau sur une artère principale, voisine de la gare de Strasbourg. Premier impact : l'écoulement est tellement important, d'où le terme de ruisseau, que la circulation doit être interrompue puis rétablie progressivement en début de matinée. Deuxième impact : la coupure des vannes d'alimentation de la conduite, au voisinage de la rupture, mais un seul client est resté sans eau durant la matinée suivant la rupture. L'impact est réduit car il s'agit d'une conduite maîtresse et non de distribution stricte. L'heure de l'incident a aussi son influence ; elle a permis aux services tels que l'eau, l'électricité, les pompiers de rétablir en partie la situation avant la pointe de consommation d'eau et de circulation automobile du matin. Troisième impact : la cave d'un particulier, une sortie de parking sous-terrain, un poste de transformation électrique ont été inondés. Quatrième impact dérivant du précédent : des coupures d'électricité, à la gare SNCF et dans les foyers alentour, la majorité des clients sont à nouveau desservis à 4h20, les derniers vers 10h. Les interventions sur la chaussée (pompage et réparation de la conduite) se sont prolongées jusqu'en fin de matinée, d'où, prolongation de l'impact 1 sur le trafic. Cette défaillance a été mise sur le compte du vieillissement ; la conduite a été posée en 1906, et en est à sa quatrième défaillance.*

Nous voilà au coeur du problème qui nous intéresse, à savoir le maintien dans un état de service acceptable d'un réseau d'eau potable où la défaillance d'un élément physique du système perturbe le système et crée des externalités dans un périmètre plus ou moins rapproché de cet élément défectueux. Se posent en arrière plan les questions suivantes de gestion du patrimoine : Combien de temps peut-on encore maintenir

cet élément en place, et à quel coût ? Quand et comment pourra-t-on financer son renouvellement ?

Comme dans tout système réparable, une conduite défaillante est réparée. Le service rendu par la conduite est alors rétabli, mais la conduite est entrée dans une nouvelle étape de son proccessus de vieillissement et tôt ou tard elle nécessitera d'être renouvelée.

Un quart du réseau français est estimé dater d'avant 1940 et l'âge moyen de renouvellement est souvent annoncé à 50 ans ; l'amortissement comptable est proposé sur 30 à 40 ans. De gros besoins d'investissement semblent donc se profiler dans un avenir proche. Pourtant, les pratiques actuellement adoptées sont plutôt de nature curative : une canalisation est remplacée quand elle présente trop de défaillances (par exemple 2 ruptures/km/an) ou quand apparaissent des problèmes de qualité de l'eau, sans véritable justification, ou à l'occasion de travaux de voirie. Il n'y a pas de démarche prévisionnelle. L'évolution de la règlementation, notament la loi sur l'Eau du 4 janvier 1992 et ses décrets d'application, impose de plus de lourds investissements en alimentation en eau potable et en assainissement, qui pèsent sur la facture d'eau. Ces contraintes financières plus fortes obligent les communes à mieux argumenter leurs choix d'investissement. Une méthode de programmation des renouvellements nous paraît nécessaire.

C'est dans cette approche globale que nous nous situons. Nous décomposons le processus de décision de renouvellement d'un réseau d'eau potable en quatre étapes :

La première étape est le diagnostic du réseau qui nécessite la connaissance du réseau, de son environnement et de son passé. Cette étape doit traduire les effets du phénomène de vieillissement dans l'évaluation de l'état physique du réseau (défaillances, corrosion, qualité de l'eau).

La seconde étape doit permettre, en ajoutant à ces données physiques des éléments économiques et sociologiques, de définir les règles de renouvellement optimal d'une conduite, au niveau de la canalisation ou d'un groupe de canalisations homogènes. Elle hiérarchise les tronçons à risques en fonction de différents critères (vieillissement, réactions et attentes des consommateurs, coût relatif d'intervention, stratégie d'aménagement de la ville), et fournit pour chacun le coût de renouvellement, qui par agrégation donne une première estimation de l'enveloppe budgétaire nécessaire. Elle aboutit cependant à un échéancier irrégulier, en raison d'un traitement trop individuel et de l'omission des contraintes budgétaires.

La troisième étape est une démarche de programmation budgétaire. Elle intègre ces contraintes budgétaires et financières et lisse les dépenses et par là même les évolutions budgétaires et la répercussion sur le prix de l'eau.

La quatrième étape s'intéresse à la programmation ou au phasage des travaux . Elle consiste, en fonction des éléments des phases précédentes et d'autres contraintes (travaux de voirie ou sur d'autres réseaux, regroupement géographique des tronçons à renouveler, etc.), à définir les travaux à réaliser pour une année donnée.

Nous nous situerons pour ce travail dans l'étape 2, avec pour objectif de définir une méthode d'optimisation de la date de renouvellement, à l'échelle de la conduite, en incluant au delà de l'approche physique du vieillissement, un raisonnement socio-économique du processus de décision qu'est le renouvellement.

Notre système est un réseau physique, donc composé d'éléments interconnectés. Ces éléments sont enterrés. Les dégradations qui apparaissent au cours du temps ne sont donc pas directement décelables, mais révélées par diverses manifestations : rupture de la conduite avec écoulement en surface, ou coupure de l'alimentation en eau, coloration de l'eau, odeurs... Différents acteurs également interviennent ou sont touchés. D'abord le service de distribution de l'eau, puis les usagers. Nous distinguerons les consommateurs du réseau d'eau potable d'autres acteurs : les riverains, les usagers de la route, les consommateurs d'électricité... C'est donc l'interaction du phénomène avec différents acteurs qui rendra l'incident sur une conduite plus ou moins grave et coûteux,et qui influencera également la prise en compte du risque encouru sur une conduite ou une partie du réseau. Ce qui influencera l'échéance de renouvellement outre l'évolution seule de l'équipement "canalisation d'eau potable" se sont donc les acteurs, le risque, les coûts qui vont guider notre choix .

Cette thèse comprendra 2 parties :

La première permettra de situer dans son contexte la décision de renouvellement d'une conduite d'eau potable et explorera au travers de la littérature, les modèles d'optimisation de la décision de renouvellement mais aussi à un sens plus large de la décision d'investissement. Nous explorerons le domaine des choix d'investissement, celui de la maintenance des matériels, puis nous nous intéresserons aux modèles développés dans le domaine du renouvellement des réseaux d'eau potable pour en étudier les richesses et les faiblesses.

La seconde partie présentera notre modélisation de l'optimisation de la date de renouvellement avec d'une part une vision statique donnant l'état de satisfaction sur le réseau à une date donnée, d'autre part une vision prévisionnelle d'évolution dans le temps de chaque canalisation et du processus de décision. Deux applications, l'une sur un mini réseau test l'autre sur des données réelles de la Communauté urbaine de Starsbourg et du Syndicat des Eaux de Charente Maritime, illustrerons notre démarche.

Cette thèse débouche ainsi sur plusieurs résultats :

- la prise en compte de l'appartenance de chaque canalisation à un réseau à travers un indice de non satisfaction, à partir d'une modélisation hydraulique du comportement du réseau en cas de rupture d'un tronçon.

- la mise au point du modèle RENCANA permettant de définir une politique de renouvellement optimale à l'échelle du tronçon.

- l'élaboration d'une méthode d'intégration des coûts indirects, pour le consommateur, de 2 heures de coupure d'eau.

- l'utilisation des fonctions de survie et du modèle des risques proportionnels avec confirmation du comportement différent d'un tronçon sans défaillances et d'un tronçon déjà dégradé.

Partie 1 : Choix d'investissement et renouvellement des équipements

Introduction de la partie 1

Nous nous intéresserons dans cette partie à présenter la problématique du renouvellement et de la maintenance des équipements et ses liens avec la théorie des choix d'investissement. Puis, nous rechercherons les liens entre les modèles identifiés dans la théorie générale et les modèles spécifiquement développés pour le renouvellement des réseaux d'eau potable. Nous nous attacherons ensuite à analyser ces modèles pour en tirer les bases de notre travail.

Nous commencerons par présenter le contexte auquel s'appliquera notre réflexion, à savoir les réseaux d'eau potable pour bien pouvoir ensuite situer la problématique du renouvellement telle qu'elle nous concerne.

Ainsi, le chapitre 1 s'intéresse-t-il au service d'alimentation en eau potable ; pour présenter d'une part les caractéristiques de cette organisation publique et pour décrire ses infrastructures et plus particulièrement les canalisations. Puis, nous verrons comment leur renouvellement est actuellement mis en oeuvre par les gestionnaires de réseaux.

Le chapitre 2 définit les notions d'investissement et de renouvellement et permettra de voir leurs interactions. Nous y présenterons également les modèles récents de choix d'investissement pur.

Les chapitres 3 et 4 présentent les modèles de renouvellement. Le premier se place dans le sens général de renouvellement des équipements, le deuxième s'intéresse à la littérature spécialisée qui traite du renouvellement des réseaux d'eau potable.

Chapitre 1

Le service d'alimentation en eau potable

Nous avons choisi de commencer par introduire le domaine d'application de notre travail. Nous présenterons d'abord le service d'alimentation en eau potable au travers des spécificités de cette organisation liées au fait qu'il s'agit d'un Service Public à Caractère Industriel et Commercial (SPIC). Puis nous nous intéresserons aux infrastructures et plus particulièrement aux canalisations et à la gestion du renouvellement telle qu'elle est pratiquée actuellement.

1.1 Le service public d'alimentation en eau potable

Le service d'eau potable relève d'un Service Public à Caractère Industriel et Commercial (SPIC), ce qui signifie d'une part qu'il doit respecter les principes d'un service public et d'autre part que sa vocation industrielle et commerciale lui confère des spécificités (BOURDIN, 1998, [49]).

Les principes du service public sont : l'égalité de tous devant le service public, la continuité et l'adaptation du service public, auxquels ont été rajoutés les principes de transparence et de participation.

Le principe d'égalité impose qu'il doit y avoir égalité de traitement entre les usagers d'un service public, c'est à dire égalité d'accès au service, mais aussi égalité en matière de qualité de service (qualité de l'eau, quantité suffisante).

Le principe de continuité implique une permanence dans la qualité et la quantité de l'eau fournie. Chaque usager doit pouvoir disposer d'une quantité d'eau correspondant à ses besoins et d'une qualité correspondant aux normes en vigueur. Ce principe qui suppose une intervention quasi-instantanée des équipes en cas de défaillance (rupture de canalisation, problème electro-mécanique, plainte d'usager) est fortement lié à des

notions d'entretien et de gestion patrimoniale du réseau.

Le principe d'adaptation, aussi appelé principe de mutabilité impose au service public de s'adapter à l'évolution des besoins des usagers et à ces derniers d'accepter les modifications de la consistance des prestations fournies. Le principe fait référence d'une part au progrès technique mais aussi à l'évolution des besoins qui peut entraîner une certaine confusion entre les opérations dites de renouvellement et celles dites d'extension (d'autant plus que ces dernières bénéficient de subventions alors qu'il n'en est rien pour les opérations de renouvellement pur).

Les principes de transparence et de participation sont issus des évolutions récentes de la législation (1992, 1995), ils ont pour objectif de fournir plus d'information aux usagers sur la comptabilité du service et à favoriser les commissions consultatives. Nous noterons une évolution dans la prise en compte de l'avis et de la réaction de l'usager dans la gestion courante du service (TSANGA et WAECHTER, 1998, [87])

Pour ce qui est des spécificités liées au caractère industriel et commercial, les incidences sont surtout importantes au niveau budgétaire et comptable. En effet, les SPIC gèrent un budget propre, annexe à celui de la commune; ce budget doit être équilibré en recettes et en dépenses sans ponction sur le budget communal. Il n'y a pas explicitement de notion de profit comme dans une entreprise privée par contre existe le souci du service rendu qui se traduirait plutôt en terme de profit à caractère social pour le compte de l'usager.

La distribution de l'eau potable peut se définir à la fois par son produit -l'eau potable- et par le type de service rendu -fourniture en continu à domicile-. La nature de monopole découle directement de cette double constatation qui reflète une réalité physique et économique : on parle de monopole naturel. Elle est expliquée également par l'importance des infrastrures à mettre en place qui rend inconcevable l'existence de plusieurs réseaux de distribution sur un même territoire. On pourra noter également que les investissements réalisés ont des durées de vie longues, même si leur estimation est imprécise : on parle d'une durée de vie moyenne de 50 ans pour les conduites, l'amortissement comptable est proposé sur 30 à 40 ans.

1.2 Les infrastructures et leur fonctionnement

1.2.1 Le réseau

L'alimentation en eau potable se fait au travers d'un réseau sous pression qui comprend différents éléments :

- Les ouvrages tels que les réservoirs, les stations de pompages, les stations de traitement de l'eau...

- Les équipements mécaniques, électro-mécaniques, électroniques tels que les robinets vannes, les pompes, les tableaux de commande de télégestion...

- Les conduites sur lesquelles sont réalisés les branchements qui permettent la distribution de l'eau potable à l'abonné.

Un réseau d'eau potable peut également être caractérisé par les différentes fonctions qu'il remplit. On distingue la fonction de production qui comprend le pompage, parfois le stokage de l'eau brute, la fonction d'adduction qui permet de rapprocher l'eau brute ou prétraitée des points de consommation et qui comprend également le stockage et le traitement , enfin, la fonction distribution qui assure le transport de l'eau potable jusqu'au consommateur.

C'est à cette dernière fonction que nous nous intéressons plus particulièrement. Elle est assurée par des réseaux ramifiés ou maillés, équipés de diverses vannes de sectionnement, pour accroître la sécurité et permettre d'éviter ou de limiter les interruptions de service en cas de réparation. L'eau est amenée chez l'utilisateur par des branchements particuliers munis de compteurs. Des branchements spéciaux permettent d'alimenter les bornes incendie.

Prenons comme représentation simplifiée d'un réseau, le mini-réseau suivant ; nous l'appellerons réseau test. Il comprend un réservoir, 5 tronçons (notés I, II, III, IV et V) et 4 noeuds de consommation (notés 1,2,3 et 4). Les consommations sur le tronçon sont regroupées sur les noeuds de consommation.

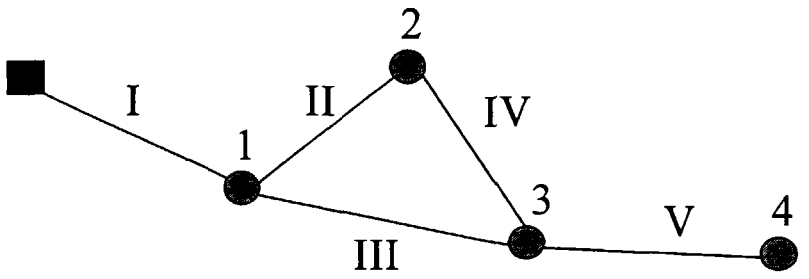


figure 1.1 : Réseau test

Un réseau est dit ramifié si les conduites sont alimentées par une seule conduite amont. Cette disposition est économique mais manque de sécurité et de souplesse, ainsi en cas de rupture d'une branche, tous les consommateurs situés en aval sont privés d'eau (cas des tronçons I et V du réseau test).

Un réseau est dit maillé quand il est constitué de conduites raccordées à chacune de leurs extrémités, notamment aux intersections de voirie. Chaque tronçon bénéficie

d'une alimentation en retour limitant ainsi le nombre de clients privés d'eau en cas d'avarie (cas des tronçons II, III et IV du mini-réseau) (VALIRON, 1994, [88]).

La circulation de l'eau dans les réseaux de canalisations sous pression obéit à des lois qui lient le débit, la pression, le diamètre, la rugosité, la consommation... Pour qu'un réseau fournisse une eau en quantité suffisante, il faut que le débit et la pression soient suffisants. Pour que l'eau soit de qualité satisfaisante, il faut qu'elle réponde aux critères de potabilité mais aussi que sa couleur et son odeur soient celles que l'on attende de "l'eau pure et limpide". Les critères de potabilité sont définis par le législateur, par contre, l'appréciation gustative ou l'observation de problèmes de coloration du linge émanent du consommateur.

Les différents matériaux utilisés pour les canalisations sont la fonte, l'acier, le béton armé, le PVC, le polyéthylène; le plus courant, pour les réseaux anciens, est la fonte.Plusieurs fontes existent, liées à l'évolution de la technologie de production (ARNOUX, 1998, [45]). En effet, un changement technologique notoire est intervenu en 1934. Le procédé de centrifugation sur coquille refroidie a remplacé le procédé de moulage réalisé dans des moules en sable, augmentant ainsi la qualité mécanique des tuyaux. Puis, en 1948, une modification dans la préparation de la fonte a entraîné l'obsolescence de la fonte à graphite lamellaire, dite fonte grise, au profit de la fonte à graphite sphéroïdal, dite fonte ductile; cette dernière présentant une plus grande résistance mécanique. La systémisation des revêtements internes et externes permet également depuis les années soixante une meilleure résistance à la corrosion qu'elle soit externe ou interne. On peut noter également une évolution notoire des spécifications de pose et de la qualification des entreprises qui se traduit par une nette différence entre les réseaux posés en urgence dans les années suivant la seconde guerre mondiale et les conduites posées durant cette dernière décennie.

1.2.2 Le phénomène de vieillissement

Le vieillissement des réseaux se manifeste sous différentes formes :

- Accroissement du nombre de fuites dues aux malfaçons lors de la pose, à l'accroissement du trafic, à la nature du terrain, aux modifications de l'environnement, à la nature de l'eau transportée. Ces fuites peuvent être diffuses quand il y a perte d'eau sans interruption du transit. Ces fuites seront plus franches en cas de rupture, entraînant une importante perte d'eau, une coupure du transit et des dommages plus ou moins importants selon la taille de la conduite et sa localisation.

- Evolution de la tenue mécanique soit du fait de la corrosion, de malfaçons ou de modifications dans la tenue des sols.

- Modification des caractéristiques hydrauliques liée aux dépôts ou aux incrustations qui vont augmenter la rugosité et (ou) diminuer le diamètre.

Le vieillissement a des effets sur la qualité de service (ruptures, baisse de pression) et sur la qualité de l'eau (coloration, odeur).

Selon l'âge de pose, le matériau, les caractéristiques du sous-sol et de la surface, entre autres, les conduites vieilliront différemment. Sur notre réseau test, les tronçons I et V semblent plus fragiles que les autres du point de vue de leur position stratégique, par contre si la maille formée des tronçons II, III et IV est plus détérioré (ex. quartier ancien), le remplacement de ces tronçons s'avèrera peut-être plus urgent.

1.2.3 L'environnement de la conduite

L'environnement de la conduite comprend tous les éléments qui entourent la conduite de façon immédiate ou à plus grande échelle :

- nature du sol, zone géologique ou géotechnique à risque,
- corrosivité du sol,
- nature du remblai (difficile à connaître, souvent fonction de la période de pose et de l'entreprise qui a réalisé les travaux),
- position sous trottoir ou sous chaussée,
- trafic (nature et densité, présence de poids lourds, lignes de bus),
- nature du revêtement (souvent lié au trafic),
- nature de l'eau .

L'environnement de la conduite va avoir un effet sur le vieillissement ; ainsi la nature du sol existant mais également les modalités de mise en oeuvre de la conduite lors de sa pose auront une influence.

L'effet trafic qui semble influent est minimisé au niveau de l'interaction sur le vieillissement de la conduite car bien souvent la chaussée en place est adaptée au trafic et protège donc par là même les réseaux souterrains.Par contre l'effet trafic et surtout la différence de revêtements aura une influence sur les travaux aussi bien de réparation que de renouvellement : dans le cas d'une artère principale, l'intervention sera rapide et la durée d'ouverture du chantier sera courte dans le souci de minimiser la gêne aux usagers, usagers de la route. L'effet sur les coûts sera quant à lui dans le sens de l'augmentation : intervention de nuit, heures supplémentaires, coût de structure et de revêtement de la chaussée plus élevé.

Ainsi, si le tronçon II est une artère importante ou une rue très passante, sa priorité de renouvellement sera plus importante que pour les tronçons III et IV, voire V.

1.2.4 Les usagers

Nous commencerons par définir la notion d'usager. Les documents préparatoires à la normalisation AFNOR des activités de service de l'alimentation en eau potable et en assainissement, nous donnent plusieurs éléments :

- Consommateur : "appellation usuelle de l'usager lorsqu'il est une personne physique et qu'il utilise le service pour un usage non professionnel".

- Usager : "personne physique ou morale qui utilise les services de l'eau et de l'assainissement".

- Usager abonné (ou abonné ou client) : "usager qui a souscrit un abonnement auprès du gestionnaire", souvent appelé abonné.

- Usager non abonné : "usager sans relation contractuelle avec le gestionnaire et desservi par l'intermédiaire d'un usager abonné". Il s'agira des locataires, des copropriétaires dont l'immeuble est géré par un syndic...

La notion de client commence même à être utilisée, notamment par les gestionnaires privés. Elle traduit le souci d'écoute et de prise en compte de l'avis du consommateur, toutefois le client du service d'eau potable garde la caractéristique d'être un usager, voire même d'un usager dit captif, car il n'y a pas de marché et donc il ne peut chercher son eau ailleurs. Les prises d'eau directes dans la nappe, par exemple, sont possibles, mais elles sont soumises à l'autorisation du service gestionnaire et sont règlementées.

Revenons en à la notion de consommateur, que nous avons utilisée au sens général de celui qui consomme de l'eau du réseau de distribution d'eau potable. Diverses typologies existent pour différencier les consommateurs surtout en terme d'eau consommée ou de prévision de consommation :

- les consommateurs domestiques
- les artisans et commerçants
- les consommateurs industriels
- les consommateurs collectifs aussi appelés consommateurs institutionnels ou publics(bâtiments publics, écoles, piscines, fontaines publiques, nettoyage des rues, entretien des parcs et jardins, lutte contre l'incendie)
- les hôtels et campings qui représentent une rubrique importante dans les stations touristiques de part leur volume de consommation et la saisonnalité de cette dernière.
- les consommateurs agricoles qui peuvent représenter une part importante dans les zones rurales (irrigation, élevage).

Cette différenciation intervient également au niveau des abonnements :

- abonnement ordinaire avec une différenciation par diamètre de branchement entre

domestiques et industriels, par contre la différenciation pour les artisans et commerçants n'est pas évidente à ce niveau.

- abonnement temporaire
- abonnement arrosage
- abonnement incendie

Nous emploierons le terme de "consommateur" au sens de "l'usager" de la norme AFNOR, pour l'eau potable. Pour la voirie, nous parlerons "d'usager de la route", dans le sens de celui qui utilise les services de la voirie, (la notion d'abonné n'est ici pas nécessaire). Nous introduirons un troisième appellation, qui est celle du "riverain" qui sera en fait une victime en cas de défaillance, puisqu'il subira des dommages : il est de ce fait à différencier du consommateur qui lui est privé d'eau. Dans certain cas de réseaux maillés la distribution d'eau peut être maintenue tout en déplorant des inondations de caves par exemple.

Le consommateur attend du service public de distribution d'eau potable, la fourniture continue d'une eau en quantité suffisante et en qualité satisfaisante.

Le vieillissement du réseau et les défaillances risquent donc d'entrainer des perturbations et des désagréments. Pour prendre en compte la sensibilité des consommateurs à la coupure d'eau, nous introduirons dans la liste énumérée plus haut (liste orientée sur le volume de consommation et la nature de l'utilisation de l'eau), la notion de consommateur sensible.

En effet, en cas d'interruption de la distribution d'eau potable, certains consommateurs s'avèrent particulièrement sensibles, surtout dans le cas d'une rupture de canalisation, cas où ils ne sont pas prévenus. Pour le consommateur domestique la mise en route de la machine à laver le linge ou la vaisselle peut être différée d'une heure ou deux et le repas être réalisé avec un minimum d'eau ou avec de l'eau en bouteille. Il n'en est pas de même chez certains autres consommateurs ; ainsi les hôpitaux, les dialysés à domicile, les dentistes mais aussi dans le domaine industriel, l'arrêt d'une chaîne de fabrication ; la mise en panne du système de refroidissement de salles informatiques (banques, SNCF...) sont autant d'exemples de consommateurs sensibles. Ainsi, sur notre réseau test, si le noeud 2 est un hôpital, il prendra une autre importance que s'il représente une zone d'habitations. De même, si le consommateur 4 représente un hameau écarté, l'influence d'une coupure sera moins grave que s'il s'agit d'une usine agro-alimentaire.

La défaillance sur le réseau de distribution peut entraîner des conséquences comme nous l'avons vu sur les consommateurs d'eau, dont la spécificité aura un effet sur la rapidité d'intervention en cas de coupure d'eau. Cette défaillance peut également

avoir d'autres conséquences appelées effets indirects que nous verrons plus en détail au paragraphe suivant.

1.2.5 La défaillance et ses effets

Nous nous intéresserons plus particulièrement à l'aspect défaillances sur le réseau. Nous définissons dans notre étude la défaillance comme correspondant à une fuite sur la conduite ou sur le joint qui a nécessité une réparation (ARNOUX, 1998, [45], EISENBEIS, 1994, [57]).

Lorsqu'une fuite importante et subite se produit sur le réseau, les conséquences peuvent être de plusieurs ordres. Il y a d'abord l'effet sur le fonctionnement hydraulique du réseau, la pression chute et peut devenir insuffisante pour desservir certains consommateurs : d'abord les immeubles à plusieurs étages à moins qu'il n'y ait présence d'un surpresseur[1] en pied d'immeuble, ensuite les gros débits, puis éventuellement les autres consommateurs. Peuvent être concernés les consommateurs situés à proximité de la conduite, mais aussi ceux situés sur une conduite desservie par la conduite défaillante ; c'est là que la structure du réseau va intervenir. Si le tronçon concerné est dans un secteur maillé, l'incidence peut être minime (tronçons II, III ou IV de notre réseau test), par contre sur une conduite maîtresse (tronçon I) ou sur une antenne (tronçon V) les conséquences seront plus importantes.

Une fois que la fuite est signalée, le gestionnaire du réseau intervient pour isoler le secteur ou la rue à l'aide des robinets vannes, cette opération permet de couper l'effet de la fuite ; le réseau retrouve un équilibre et la distribution sera améliorée sauf pour les consommateurs desservis exclusivement par le tronçon isolé.

L'étape d'intervention suivante sera la réparation[2] du tronçon défaillant. Le délai d'isolement de la conduite est en général rapide surtout si la fuite est importante. Le délai de réparation peut être variable pour différentes raisons, incident de nuit, le week-end ou en plein jour d'un jour ouvrable, caractéristique des consommateurs concernés : y a t-il des consommateurs sensibles à une coupure d'eau ? s'agit t-il d'un quartier résidentiel ? disponibilité des agents et du matériel pour intervenir. En général, si la fuite nécessite un isolement de conduite, l'intervention est rapide dans un souci

[1] équipement de pompage permettant de maintenir la pression à un niveau suffisant.

[2] Cette opération nécessite une excavation pour accéder à la partie de tuyau endommagé. Bien souvent la réparation se fait à l'aide d'un manchon, qui se pose sur la conduite et qui ne nécessite pas de couper la conduite, assurant ainsi un plus grande sécurité pour la qualité de l'eau, tout en réduisant le coût d'intervention. Dans d'autres cas, le tuyau est coupé de part et d'autre de la partie endommagée et remplacé par un morceau de tuyau neuf fixé à la conduite par deux raccords en bout. Après la réparation de la conduite, il est nécessaire de faire un rinçage, un essai d'étanchéité. Le remblaiement et la réfection de la chaussée terminent le chantier de réparation .

de rétablir la distribution d'eau, par contre la fermeture du chantier peut-être plus longue.

Ceci nous amène à parler de tous les effets indirects qu'entraînent une défaillance et sa réparation. Les incidences indirectes au niveau du gestionnaire sont les pertes d'eau liées aux fuites, la perte ou l'altération de l'image de marque du fait de l'incident et du fait du délai d'intervention. Si la rupture est importante des dégâts sur la voirie ou sur d'autres réseaux peuvent être importants. Les effets indirects pour les consommateurs peuvent être liés à la rupture ou à sa réparation : problèmes de qualité d'eau, dommages (inondations de caves, verglas...) dérangements (perturbation du trafic : bouchon, détours, perte de temps, gêne due au chantier : difficulté d'accès à la porte d'entrée..).

On pourra noter que certains effets existent également dans le cas où une conduite est renouvelée, d'autant plus que dans ce cas là, c'est souvent une rue entière qui est concernée. Pourtant, les effets sont en général moindres car l'intervention est préparée, programmée, si possible à un créneau horaire à effet limité, et, surtout, les consommateurs sont prévenus, leur réaction est en général moins négative dans la mesure où ils peuvent tenir compte de la coupure d'eau dans leur emploi du temps. Pour certains consommateurs cependant le fait de devoir "couper l'eau" que ce soit dû à une fuite, pour une réparation ou pour un renouvellement, est lourd de conséquences et peut nécessiter un cessation momentanée d'activité (ex : dentiste, arrêt d'une chaîne de fabrication nécessitant beaucoup d'eau ce qui entraînera un délai de remise en route...).

1.3 La problématique du renouvellement des réseaux d'eau potable

Sur notre réseau test, nous pouvons nous poser les questions suivantes :

Faut-il renouveler certains tronçons cette année ?
Si oui dans quel ordre de priorité ?
Si non à quelle date faut il renouveler les différents tronçons laissés en service ?
Quels budgets faut-il mobiliser ?

En France, les décisions de renouvellement[3] ou de réhabilitation[4] des canalisations

[3] On appelle renouvellement l'opération qui consiste à remplacer un tuyau par un tuyau neuf de même diamètre ou parfois de diamètre supérieur

[4] On parlera de réhabilitation quand le tuyau existant est maintenu en place et que l'intervention consiste à le consolider, soit par injection de ciment, soit par introduction d'un tuyau de diamètre inférieur..... Ces techniques évitent souvent l'ouverture de la tranchée sur toute la longueur de la canalisation,

d'eau potable sont guidées essentiellement par des critères de qualité de l'eau (plaintes des usagers, anciens branchements en plomb), du dépassement d'une certaine fréquence de rupture, de l'apparition de chutes de pression...

Les décisions de maintenance sont donc d'ordre curatif et la notion de rupture ou de défaillance n'entraîne pas un arrêt définitif de l'élément concerné : la défaillance fera ici l'objet d'une réparation quasi systématique. C'est une opération de maintenance enregistrée comme dépense de fonctionnement dans la section exploitation du budget. La décision de renouvellement étant prise par ailleurs, puisqu'elle relève du budget d'investissement. Bien souvent, en effet, la partie endommagée uniquement est traitée et non le tuyau de 6,30 m (pour la fonte) dans son intégralité.

Les décisions de renouvellement sont donc exclues de la gestion courante du réseau. Les services prévoient parfois un programme de renouvellement tenant compte des critères énoncés plus haut mais la réalisation effective est étroitement liée aux programmes de voirie qui peut être considéré comme un facteur déclenchant. Parfois, en effet, la question du renouvellement n'est envisagée que sur les rues inscrites dans ces programmes d'intervention en surface. La réduction des coûts de réfection de chaussée et l'interdiction d'ouverture de tranchée durant 4 à 5 ans incite les gestionnaires à donner priorité à ces zones. Pourtant la décision de réfection ou d'aménagement de surface n'est pas toujours liée à une dégradation de la chaussée mais peut être le résultat d'une décision d'aménagement de l'espace (ex. aménagement d'une zone piétonne), il n'est pas sûr que les critères de choix de voirie soient représentatifs de ceux des réseaux souterrains.

Cette situation est pourtant bien compréhensible car d'une part on évalue les besoins de renouvellement à partir de valeurs seuils non réellement justifiées (ex. renouveler 1% du réseau par an, renouveler si on atteint 2 ruptures/km/5ans), par faute de méthodologie et d'information suffisante et fiable (plans pas toujours à jour, bases de données ou SIG inexistant ou en cours d'élaboration) ; d'autre part le financement des travaux de renouvellement est une charge lourde pour la collectivité. En effet, aucune subvention n'est octroyée pour des travaux sur des réseaux anciens et la pratique de l'amortissement voire du provisionnement, bien que rendue obligatoire par l'introduction de la nouvelle instruction comptable M49 applicable aux SPIC (services publics à caractère industriel et commercial), n'est pas encore généralisée et ne pourra être mise en place que moyennant une répercussion directe sur le prix de l'eau, le service étant tenu à l'équilibre budgétaire.

On notera une évolution dans les grandes agglomérations vers un souci de gestion et de stockage de l'information dans des banques de données et des Sytèmes d'Information Géographique (SIG) et vers un souci d'une planification justifiée du renouvellement des réseaux.

En Allemagne, à partir de données empiriques fixées par les gestionnaires de réseaux, le taux de renouvellement annuel est de l'ordre de 1 à 1,5% ce qui représente une période de remplacement de 70 à 100 ans. Le "Deutsche Verein des Gas-und Wasserfaches" propose des brochures de recommandations dont le n° 401 notament, paru en 1997, donne des instructions en matière d'aide à la décision pour la réhabilitation et la planification du renouvellement (D.V.G.W,. 1997, [55]) appuyées sur des modèles théoriques. Les objectifs recherchés sont la rentabilité, la qualité du service pour les usagers, la sécurité de l'exploitation, le taux de renouvellement à long terme (KREMER, 1990, [73]).

Au Royaume-Uni, le WRc, Water Research Center a développé en 1986, un manuel intitulé "Water mains Rehabilitation Manual". De plus la privatisation en 1989, introduisant un organisme de contrôle dans l'industrie de l'eau, l'OFWAT, a contribué à imposer de nouvelles obligations aux "water companies" et à faire prendre conscience aux consommateurs d'une obligation de qualité et de fiabilité de l'alimentation en eau potable (TROW, 1994, [86]). Une démarche de planification existe donc basée sur l'état structurel de la conduite (SHARP, 1998, [85]) et sur les plaintes de consommateurs, l'objectif essentiel étant de répondre aux normes qui ont été fixées pour atteindre le niveau requis de qualité de l'eau. Les procédés de rehabilitation sont très développés (JUDET, 1998, [67]). La présence d'un organe de régulation nécessite la justification des travaux et des dépenses de renouvellement.

Aux Etats-Unis, la planification du renouvellement a été envisagée dès les années 1960, soit sous forme curative, soit sous forme préventive. La politique curative s'appuie sur l'observation des conduites subissant régulièrement des défaillances comme en France ou en Allemagne. Les critères d'évaluation tiennent compte des caractéristiques du réseau, de la canalisation, de l'environnement et s'appuient sur des analyses de coûts. Tout ceci à partir de bases de données développées depuis les années soixante.

La politique préventive consiste quant à elle à étudier le comportement du réseau dans le temps à partir des bases de données, puis à partir d'outils d'analyse prédictive, à déterminer l'évolution des canalisations et donc de leurs coûts de maintenance, pour définir celles qui devront être renouvelées en priorité à partir de modèles économiques.

1.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de situer la problématique du renouvellement des réseaux d'eau potable.

Nous avons vu les spécificités de cette organisation liées d'une part au fait qu'il s'agit d'un service public avec des obligations fortes envers les consommateurs et

d'autre part à son caractère industriel et commercial qui impose une gestion rationnelle pour, au travers des recettes perçues auprès des consommateurs couvrir les besoins en termes de fonctionnement et d'investissement.

L'explication du fonctionnement du réseau a permis de montrer le côté dynamique lié au transport de l'eau sur une conduite qui elle reste en place dans un environnement qui lui est spécifique. Cette dynamique provient de l'architecture en réseau mais aussi du fait des consommateurs qui par leur consommation au niveau du volume et du moment de prise influencent le fonctionnement du réseau et donc accepteront plus ou moins bien l'effet d'une défaillance dans la distribution de l'eau.

La présentation des pratiques de renouvellement des réseaux d'eau actuellement en cours montre le manque d'une démarche prévisionnelle solide.

Nous allons voir dans les chapitres suivants, comment, au travers de la littérature, la décision de renouvellement appliquée à divers équipements a été définie et modélisée.

Chapitre 2

Le renouvellement des équipements : un choix d'investissement particulier

Dans ce chapitre nous nous intéressons à la définition de la décision de renouvellement et à la traduction des notion de risque et d'incertitude. Nous nous sommes d'abord intéressés aux liens qui existent entre décision de renouvellement et décision d'investissement pour voir ensuite comment risque et incertitude étaient pris en compte. Enfin nous avons chercher à définir ce que l'on entend par le théorie du renouvellement.

2.1 Le renouvellement et la notion d'investissement ?

Avant de définir ce que nous entendons par renouvellement, il nous faut rappeler ce que l'on entend par investissement . Nous nous intéressons pour cela à quelques définitions :

- pour LESOURNE (1965, [25]) un investissement est "l'acquisition par une entreprise d'un ensemble de biens susceptibles de fournir des services dans des périodes ultérieures", soit sous forme d'acquisition " d'équipements et de machines qui serviront par la suite à la production sans être incorporés aux produits finis, ou, au contraire se traduire par l'achat de matières premières qui sont stockées sur plusieurs périodes et sont ensuites consommées en une seule fois dans un acte de production", ce qui peut se traduire comme "l'échange de recettes futures contre des dépenses présentes".

Il différencie grands et petits investissements, les seconds étant "des investissements tels que la réalisation de l'un ou plusieurs d'entre eux ne modifie absolument pas le

système de prix à l'une quelquonque des époques futures". Ceci permet d'étudier les petits investissements indépendamment les uns des autres. Sont cités comme petits investissements, la construction d'une nouvelle aciérie, l'ouverture d'une nouvelle mine de charbon, qui seront sans incidence sur le prix de l'acier ou du charbon . Les grands investissements se caractérisent par leur importance (programme centrales électriques de EDF) ou leur spécificité (pont, tunnel, nouveau produit).

Pour lui "il n'y a pas lieu de faire une distinction entre le renouvellement qui consiste à acheter des biens durables pour remplacer des biens analogues devenus hors d'usage et l'acquisition de biens durables nouveaux indépendamment de tout remplacement" ; une machine ne sera pas nécessairement remplacée par une machine semblable.

- DEAN ([15]) propose de distinguer : les investissements de renouvellement (liés à l'usure ou à l'obscolescence), les investissements d'expansion (pour faire face à la demande dans les secteurs dynamiques de l'économie), les investissements de modernisation (destinés à faire baisser les coûts) modernisation et renouvellement sont liés, les investissements stratégiques (dont le produit n'est ni direct ni immédiat) et les investissements défensifs (dont l'objectif est de protéger l'entreprise contre des fournitures défectueuses ou des achats à prix excessifs).

Rappelons ce que l'on entend par usure et obsolescence :

L'usure, d'après MASSE (1959, [30]) "se manifeste en matière industrielle soit par la diminution de la productivité physique des équipements, soit par l'abaissement de la qualité de leurs produits, soit par l'accroissement des coûts d'entretien et de réparation nécessaires pour leur maintien en activité, et le plus souvent pour l'ensemble de ces effets".

"L'obsolescence ou désuétude, se produit partout où l'utilité d'un élément de capital diminue plus vite qu'il ne s'altère au sens physique du terme. Elle est le résultat du progrès technique qui fait apparaître sans cesse des machines plus performantes.

- BANCEL et RICHARD (1995, [5]) considèrent que "la notion d'investissement n'est pas la même selon le secteur, la taille et la structure de l'entreprise, la nature et la durée de vie attendue des projets".

Ainsi pour les économistes," l'investissement est essentiellement un flux de capital destiné à modifier le stock existant qui constitue, avec le facteur travail notamment, l'un des principaux facteurs de la fonction de production". Le capital est soumis à l'usure et à l'obscolescence, l'investissement désigne aussi bien les dépenses de renouvellement du capital que celles qui accroissent les capacités de production.

Pour les comptables, c'est le fait que le bien ou le service soit consommé sur plusieurs exercices et qu'il appartienne à l'entreprise qui définit un investissement.

Pour les gestionnaires, "l'investissement (coût pour l'entreprise) génère de nouveaux cash-flows (avantages) et il est nécessaire de hiérarchiser les divers projets possibles à partir d'un bilan global (coûts-avantages), définissant la rentabilité de chaque projet".

Pour l'analyse stratégique, "l'investissement doit améliorer la position concurrentielle de l'entreprise de manière à accroître durablement la valeur de la firme". Ces auteurs distinguent les investissements de croissance et de rationnalisation, selon l'objectif suivi et les investissements matériels et immatériels selon leur nature.

Ces quelques définitions et typologies des investissements rappellent l'importance dans la décision d'investissement des notions de durée, de risque et de rentabilité. La durée puisque la décision et les effets entrainés par celle-ci sont étalés dans le temps, le risque car ce choix est un pari sur l'avenir, la rentabilité; l'effet attendu est un avantage financier ou social.

Nous constatons que certains auteurs différencient le renouvellement d'autres non, lui attribuant les mêmes caractéristiques qu'un investissement pur. Ceci est d'autant plus vrai que le renouvellement se fait pour cause d'obsolescence.

Cette différenciation est parfois moins nette chez des auteurs comme DETHOOR et GROBOILLOT (1968, [16]) qui étudient d'une part les investissements purs ou investissements d'expansion où la durée de vie du matériel étudié est considérée comme très longue par rapport à l'horizon économique envisagé. Puis, ils s'intéressent aux investissements mixtes (renouvellement et expansion), le problème du choix d'un calendrier optimal d'investissement se trouve alors compliqué par le phénomène de renouvellement du matériel ancien. Deux cas sont à envisager : "le matériel subit des avaries très graves qui constituent des événements importants", "le matériel avarié doit alors être remplacé ou envoyé en réparation générale" (aéronautique, électronique) ce cas est traité dans le cadre de la maintenance des équipements. L'autre cas est celui où "le matériel subit des avaries réparables immédiatement et n'entraînant pas de frais qui ne puissent pas être considérés comme des frais d'entretien", le coût de l'avarie est alors négligeable devant le coût de renouvellement cependant le rendement du matériel décroit et le coût d'entretien croît avec l'âge du matériel; le renouvellement s'avère alors nécessaire. Lorsque le vieillissement présente beaucoup de régularité, on peut considérer que l'avenir est parfaitement connu, dans le cas contraire, le veillissement doit être considéré comme un phénomène aléatoire.

La décision de renouvellement ou de remplacement apparait bien comme une décision d'investissement particulière directement liée au critère de durée. On parlera de

durée de vie ou de service de l'équipement pour faire référence aux caractéristiques techniques de l'équipement. On parlera de durée de vie du projet ou de temps de retour quand on s'intéressera aux données financières du projet.

Pour ce qui est du renouvellement des réseaux d'eau potable, il nous paraît important de considérer cette décision comme une véritable décision d'investissement car la dépense de renouvellement est en général bien plus élevée que celle liée à la réparation qui est d'ailleurs gérée comme une opération de fonctionnement. Une canalisation ou un tronçon de canalisation pourra être considéré comme un système réparable qui peut subir plusieurs défaillances durant sa durée de vie, dans la mesure ou les différentes défaillances n'interviendront pas exactement au même endroit sur la conduite. Les défaillances sont la traduction de l'usure. La prise en compte de l'obsolescence pourra se faire en terme de risque d'autant plus que les canalisations ont une durée de vie longue par rapport à d'autres investissements. Notons que les anglo-saxons ont développé ces dernières années une nouvelle discipline focalisée sur la gestion des infrastructures appelée "asset management" (ERA Technology, 1998, [18], 1999, [19]).

2.2 Choix d'investissement

Le lien étroit qui existe entre investissement et renouvellement nous amène à explorer parallèlement aux développements sur la théorie du renouvellement qui datent des années 1950, les développements plus récents en matière de choix d'investissement. Mais d'abord nous ferons un point sur la terminologie de la décision en avenir incertain.

2.2.1 Décision, risque et incertitude

La notion de durée qui est une des caractéristiques fortes de toute décision d'investissement, fait très vite apparaître un problème d'évaluation des événements dans le futur, introduisant des notions telles que le risque et l'incertitude. Voyons plus précisémment ce que l'on entend par ces deux notions :

Certains auteurs les distinguent et parlent de risque lorsque les probabilités d'occurence des événements sont mesurables et d'incertitude lorsque l'on ne peut pas les mesurer (KNIGHT, 1991, [23]).

Pour d'autres "un agent économique est en position de risque ou d'incertitude s'il se trouve confronté à des situations dont les conséquences se traduisent pour lui, par des gains ou des pertes monétaires, soldes assimilés à des variables aléatoires dans un univers monopériodique et à des fonctions aléatoires dans un univers intertemporel" (QUITTARD-PINON, 1993 [33]). Ce qui est justement le cas de toute décision d'investissement.

Ou encore, au sujet des événements futurs à évaluer, pour une approche en avenir incertain, on peut lire : "ces événements peuvent être plus ou moins probables, plus ou moins quantifiables et parfois totalement imprévisibles" (AFTALION, 1974, [1]) ce qui conduit à trois approches différentes :

- les prévisions se fondent sur des extrapolations historiques d'une part et sur l'appréciation que les décideurs font de l'évolution de la conjoncture économique." Les études aboutiront à la définition des valeurs les plus probables des paramètres dans les années à venir". Une étude de sensibilité permettra de déterminer si des variations de ces paramètres par rapport à leur valeur la plus probable peuvent conduire à un changement de décision.

- dans certains cas, on sait probabiliser l'avenir en définissant pour un paramètre incertain une densité de probabilité.

Cette méthode nécessite donc de pouvoir déterminer une probabilité de réalisation de l'événement ou du paramètre étudié. On parlera de densités objectives lorsqu'elles sont déterminées d'après des données historiques, les probabilités subjectives reflètent quant à elles les sentiments et les croyances du décideur quant à la réalisation d'un certain événement. Ce sont ces probabilités subjectives qui sont utilisées dans la théorie de la décision Bayesienne.

- Parfois la définition des probabilités n'est pas possible, citons le cas de l'apparition d'un nouveau produit rendant les produits similaires existants obsolescents.

Nous verrons dans les prochains paragraphes dans quelle mesure nous sommes en situation de risque ou d'incertitude pour le renouvellement des réseaux d'eau potable.

2.2.2 Décision d'investissement

Rappelons d'abord les critères traditionnels de choix d'investissement en matière de calcul économique privé, à partir du classement fait par DETHOOR et GROBOILLOT (1968, [16]) :

"Les critères d'enrichissement sont :

en avenir certain :

- le critère du bénéfice actualisé ou valeur actuelle nette, qui caratérise le montant des recettes pendant l'exploitation,

- le critère du taux de rentabilité maximal qui caractérise le rendement de l'argent investi

- le critère de l'enrichissement en capital qui rapporte le bénéfice actualisé aux dépenses actualisées sur la durée du projet.

en avenir aléatoire :

- le critère de l'espérance du bénéfice actualisé

- le critère du taux de rentabilité attendu calculé à partir de l'espérance du bénéfice actualisé

les critères de risque sont :

en avenir certain (la notion de risque est attribuée à des évènements structurels non probabilisables) :

- le critère du temps de récupération qui caractérise le temps au bout duquel les capitaux engagés dans l'investissement sont récupérés par l'entreprise

- le critère du prix de revient

en avenir aléatoire (la notion de risque est attribuée à des évènements conjoncturels qui sont probabilisables) :

- le risque de ruine (probabilité que le bénéfice actualisé soit inférieur au montant de perte maximal que peut supporter l'entreprise)."

Pour ce qui est du calcul économique public, l'approche est différente. " Les conséquences du projet sont étudiées pour l'ensemble d'une économie et non plus à une échelle qui concerne le seul décideur" (ANGELIER, 1997, [2]). De ce fait les méthodes ne sont pertinentes que pour des projets de grande ampleur.

Dans la mesure où nous étudions le renouvellement des réseaux d'eau au niveau du service qui se limite à une commune ou à un groupement de communes, nous donnerons au service une mission de décideur au sens du calcul économique privé.

Nous retiendrons cependant de l'approche en économie publique une plus grande prise en compte du bien être social. En effet, la notion de surplus social englobe le surplus du consommateur et celui du producteur, ce qui a pour effet non plus de viser un profit maximum mais un équilibre entre les aspirations des différents agents présents dans l'économie.

Nous nous intéressons à présent plus précisément aux choix d'investissement en avenir incertain et aux approches récentes, qui sont du domaine de la théorie de l'information.

D'après BANCEL et RICHARD (1995, [5]), "le critère de la valeur actuelle nette intègre bien l'information disponible sur tout l'horizon du projet à condition que l'investisseur soit en mesure d'appréhender avec précision le montant des cash-flow futurs et la durée de vie du projet (hypothèse d'un environnement relativement stable)". Le problème de ce critère est qu'il dépend très fortement du taux d'actualisation.

Rappelons que le taux d'actualisation "permet de comparer des sommes non disponibles à un même instant et de rechercher l'équivalent de chacune d'elles à une date commune". Ce taux "permet de traduire l'indifférence de l'individu entre un revenu présent et un autre futur qui serait plus grand que le premier et d'un montant suffisant pour compenser la préférence pour l'immédiat". La détermination de ce taux

pose indirectement le problème de la structure optimale du capital et donc du ratio d'endettement de l'entreprise.

Les entreprises préfèrent pour cette raison utiliser le critère du délai de récupération du capital qui leur permet également de prendre en compte de manière implicite la flexibilité (RICHARD, 1982, [34]) dans le sens de connaître le délai à partir duquel l'entreprise est en mesure d'investir à nouveau.

C'est justement autour de cette notion de flexibilité et de celle qui lui est opposée, l'irréversibilité, que d'autres développements ont vu le jour.

Les travaux de ARROW et FISCHER (1974, [3]) et de HENRY (1974, [21]) ont conduit aux modèles de décisions séquentiels en information croissante. Ils permettent de définir des valeurs d'option en faveur des décisions flexibles lorsque trois conditions sont simultanément réunies :

- un ensemble de décisions de flexibilité différente
- une incertitude sur la réalisation des états du monde futurs
- une information croissante sur la réalisation de ces états, ce que HENRY exprime ainsi *"On en saura plus demain sur après-demain que ce que l'on sait aujourd'hui"*.

"Pour l'entreprise, le degré de flexibilité résulte de deux facteurs, l'imperfection des marchés de capitaux et de biens d'équipement d'occasion."(COHENDET et alii, 1989, [10])

BRIZIO (1994, [9]) nous présente deux grandes familles de modèles pour tenir compte de l'irréversibilité dans le calcul d'investissement.

Les premiers s'appuient sur la notion de valeur d'option (ARROW et FISCHER, 1974, [3], HENRY, 1974, [21], BENANKE, 1983, [7], RICHARD, 1982 [34]). La théorie de la valeur d'option, développée dans le cadre de l'économie de l'environnement, trouve ses origines dans le texte de WEISBROD (1964, [38]). La valeur d'option correspond au prix maximal qu'un agent est prêt à payer pour maintenir une option pour la période à venir (l'exemple étudié est la fermeture d'un parc naturel). Pour BERNANKE (1983, [7]) "l'investisseur se prive d'un revenu, en terme de coût d'opportunité, ce qui lui donne le droit de différer l'investissement jusqu'à ce que des informations certaines soient possibles" (COHENDET et alii., 1989, [10]).

Le second type de modèles s'appuient sur la théorie de l'option financière (Mac DONALD et SIEGEL, 1985, [28],1986, PINDICK, 1991, [31], LUND et OKSENDAL, 1991, [27]). L'assimilation de l'investissement à une option nécessite que l'acte d'investir soit irréversible comme l'est l'option, de plus le passage à l'acte d'investir doit pouvoir être reporté autant que nécessaire (J.P. BRIZIO, 1994, [9]). Ainsi R. S. PINDICK (1991, [31]) s'intéresse t'il au report éventuel d'un investissement, l'investissement immédiat

irréversible est assimilé à la perte de l'option de retarder l'investissement. Le fait d'attendre 1 an permettra à l'investisseur de savoir dans quel état de la nature il se trouvera excactement et donc de ne plus seulement raisonner en terme d'espérance à la date 0, mais en terme d'espérance à la date 1 pour les états à venir encore possibles. La valeur du gain réalisé du fait du report d'un an est assimilée à une option d'achat et évaluée par la théorie financière, mais cela nécessite de pouvoir caler les éléments du projet sur un actif financier évalué sur le marché ; ce qui est possible pour la recherche pétrolière ou minière par exemple. La résolution se fait par programmation dynamique.

Toutes ces approches s'appuient sur la notion de bénéfice actualisé ou valeur actuelle nette en avenir certain et de l'espérance du bénéfice actualisé en avenir incertain.

2.3 Théorie du renouvellement

Dans la littérature consacrée à la recherche opérationnelle ce qui est appelé théorie du renouvellement est fortement lié à la notion d'avarie et de défaillance et à la théorie probabiliste :

"On désigne ainsi par théorie du renouvellement l'étude du nombre de renouvellement auxquels donne lieu un matériel qui ne subit aucun renouvellement préventif et qui est renouvelé au moment de l'avarie" (DETHOOR et GROBOILLOT, 1968, [16]).

"La théorie du renouvellement trouve son origine dans l'étude de problèmes probabilistes particuliers liés à la défaillance et au remplacement de composants, tels que les ampoules électriques."(COX, 1962, [11], 1966, [12]). Elle a ensuite évolué vers l'analyse de certains résultats généraux de la théorie probabiliste liés aux sommes de variables aléatoires non négatives indépendantes.

2.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de préciser les notions d'investissement et de renouvellement en explorant la littérature traitant de calcul économique dans l'entreprise avec des évolutions permettant une plus grande intégration de la notion de risque.

Le domaine de la recherche opérationnelle appliquée à la vie des équipement nous a éclairé sur ce qu'on appelle la "théorie du renouvellement", très étroitement liée à la notion de maintenance.

Pour ce qui est du renouvellement des réseaux d'eau potable nous considérons cette décision comme une véritable décision d'investissement. Une canalisation sera

considérée comme un système réparable qui peut subir plusieurs défaillances durant sa durée de vie. Ces défaillances sont la traduction du phénomène d'usure.

Après avoir défini la notion de renouvellement, nous allons présenter, dans les deux prochains chapitres, les modèles appliqués au renouvellement développés d'abord dans un cadre général puis en nous intéressant aux développements appliqués au renouvellement des réseaux d'eau potable.

Chapitre 3

Les modèles de décision de renouvellement

Nous présenterons ici les différentes approches identifiées dans la littérature que nous adapterons à notre problématique du renouvellement des réseaux d'eau potable. Pour nous "l'équipement" sera "la conduite" qui, selon les modèles, pourra être une conduite ou un groupe de conduites à caractéristiques homogènes. Nous présenterons la majorité des modèles avec une même notation.

3.1 Modèles classiques de choix de renouvellement

Les premiers modèles ne tiendront compte que de l'usure de l'équipement, les suivants intègreront l'obsolescence. C'est bien souvent cette dernière qui est facteur de renouvellement alors que c'est le vieillissement physique qui est le plus perceptible. L'obsolescence pourtant est parfois progressive si bien que le déclassement d'un équipement peut se faire progressivement.

Pour le renouvellement des conduites d'eau potable, ce n'est en général pas l'obsolescence qui suscite le renouvellement, mais plutôt le vieillissement bien que souvent les deux facteurs sont liés car les progrès techniques réalisés ont une influence directe sur la résistance mécanique du tuyau. De plus, le fait que les tuyaux soient enterrés rend la constatation du vieillissement plus difficile.

3.1.1 Déclassement pur et simple

Nous nous plaçons dans les hypothèses suivantes : prévision parfaite (avenir certain), économie stationnaire qui implique un taux d'intérêt constant. Nous présentons, en premier lieu, le cas du déclassement pur et simple qui sous-entend la cessation d'ac-

tivité de l'entreprise au moment du déclassement et le placement sur le marché des capitaux de la valeur de déclassement obtenue par la vente de l'équipement : l'équipement n'est pas remplacé (MASSE, 1956, [30], BABUSIAUX, 1990, [4]).

La date de déclassement est déterminée en maximisant l'expression du bénéfice actualisé, entre 0 et T, $B(T)$

Soient :

T	: la date de déclassement
a	: le taux d'actualisation continu de l'entreprise (constant)
R	: le coût de l'investissement, réalisé à l'année 0
$V(t)$	: le coût de revente ou la valeur résiduelle à la date t
$r_e(t)$	: les recettes d'exploitation par unité de temps à la date t
$m(t)$	: les frais d'exploitation par unité de temps à la date t

on écrit :

$$B(T) = -R + \int_0^T [r_e(t) - m(t)]\, e^{-at} dt + V(T)e^{-aT} \tag{3.1}$$

La date optimale de déclassement est celle qui maximise le bénéfice actualisé $B(T)$ par rapport à T, soit :

$$\frac{dB(T)}{dT} = [r_e(T) - m(T)]\, e^{-aT} + \frac{\partial V(T)}{\partial T} e^{-aT} - aV(T)]e^{-aT} = 0 \tag{3.2}$$

ce qui équivaut à

$$r_e(T) = m(T) + aV(T) - \frac{\partial V(T)}{\partial T} \tag{3.3}$$

La date optimale de déclassement de l'équipement est la date à partir de laquelle les recettes pendant une unité de temps compensent juste le coût associé à la poursuite de l'exploitation pendant l'unité de temps ; ce coût est appelé "coût marginal par rapport au temps".

En ce qui nous concerne, un déclassement pur et simple de canalisation, R sera le coût de la fourniture et de la pose de la conduite, $V(T)$ sera considéré comme nul, les recettes $r_e(t)$ liées à une conduite seront difficilement évaluables, il vaudra donc mieux raisonner en termes de dépense $D(T)$, $m(t)$ représentera les coûts de maintenance, c'est à dire de réparation.

Ceci nous amène à minimiser l'expression :

$$D(T) = R + \int_0^T m(t)e^{-at} dt \tag{3.4}$$

$m(t)$ augmente avec t, nous ne pouvons donc pas conclure en raisonnant sur un déclassement pur et simple. Il faut pouvoir tenir compte du "bénéfice" apporté par

la mise en oeuvre d'une nouvelle conduite qui présentera un coût de maintenance par unité de temps moindre que celui de l'ancienne mais nécessitera un nouvel investissement.

3.1.2 Chaîne de remplacements

En réalité un déclassement est généralement suivi de la mise en place d'un équipement neuf, qui lui même sera un jour remplacé et ainsi de suite. C'est là qu'apparaît toute la complexité du problème : en effet la décision de renouvellement du premier équipement conditionnera le choix de l'équipement suivant et donc la date de mise en service d'un troisième équipement du fait du jeu des phénomènes d'usure et d'obsolescence. Deux conventions ont permis la résolution mathématique de la question. La première revient à considérer qu'au bout d'un certain temps, le progrès technique a atteint sa limite. C'est à partir de là qu'a été développée la théorie de la chaîne constante illimitée qui permet la détermination de l'intervalle de temps entre deux remplacements successifs. Une autre convention prévoit une certaine permanence dans le rythme et les effets du progrès, c'est à cette idée que se rattache la méthode du minimum adverse de TERBORGH (1959, [36]).

3.1.2.1 Absence de progrès technique : La chaîne constante illimitée

• Nous nous en tiendrons à une présentation en termes de dépenses :

D_T est la dépense actualisée sur la durée de vie T, c'est donc la dépense correspondant à un cycle $[0,T]$

$$D_T = \int_0^T m(t)e^{-at}dt + R \tag{3.5}$$

Du fait que la chaîne est constante et illimitée, rien ne distingue l'une de l'autre les époques T_1, T_2...des remplacements successifs. Donc en particulier la dépense restant à courir de la chaîne est, à chaque époque une constante D.

On peut écrire :

$$D = D_T + De^{-aT} = D_T + D_Te^{-aT} + De^{-a2T} = \\ D_T + D_Te^{-aT} + D_Te^{-a2T} + De^{-a3T} = ... \tag{3.6}$$

On a alors :

$$D = D_T + e^{-aT}D \tag{3.7}$$

c'est-à-dire

$$D = \frac{1}{1-e^{-aT}} D_T = \frac{1}{1-e^{-aT}} \left[\int_0^T m(t) e^{-at} dt + R \right] \tag{3.8}$$

D représente donc la dépense totale actualisée
La durée de vie optimale T peut se calculer en annulant $\frac{dD}{dT}$
on obtient :

$$aD(T) = m(T) \tag{3.9}$$

Cette équation signifie qu'à l'expiration de la durée optimale T, l'intérêt de la dépense totale actualisée de la chaîne est égal à la dépense instantanée de l'ancien équipement.

comme

$$1 - e^{-aT} = a \int_0^T e^{-at} dt \tag{3.10}$$

on peut écrire en combinant les équations 8 et 9 :

$$aD(T) = a \frac{\int_0^T m(t) e^{-at} dt + R}{a \int_0^T e^{-at} dt} = m(T) \Rightarrow \frac{\int_0^T m(t) e^{-at} dt + R}{\int_0^T e^{-at} dt} = m(T) \tag{3.11}$$

Cette équation signifie qu'à l'expiration de la durée optimale T, la dépense instantanée de l'ancien équipement est égale à la moyenne des dépenses totales de cet équipement, pondérée au prorata des coefficients d'actualisation correspondants. Elle permet également de répondre à la question "remplacer ou ne pas remplacer ?", en effet on décidera de remplacer quand le coût partiel ou dépense instantanée $D(T)$ deviendra égal à la moyenne pondérée des coûts totaux du nouvel équipement.

• Une autre approche consiste à considérer qu'en T d'un déclassement simple, prend naissance une chaîne constante illimitée, on ajoute le bénéfice total actualisé (constant) B de la nouvelle chaine au bénéfice correspondant à un déclassement simple (équation 1) :

$$B(T) = [-R + \int_0^T (r_e(t) - m(t)) e^{-at} dt + V(T) e^{-aT}] + B e^{-aT} \tag{3.12}$$

la date optimale est obtenue en résolvant :

$$\frac{dB(T)}{dT} = [r_e(T) - m(T) - a[V(T) + B] + V'(T)] e^{-aT} = 0 \tag{3.13}$$

Le fait d'introduire l'idée d'un renouvellement aura pour effet d'avancer la date optimale de service déterminée en cas de déclassement simple, cela traduit le fait que l'on prend en compte les avantages attendus de l'équipement nouveau ($B > 0$).

Pour notre problématique, nous pouvons écrire :

$$D(T) = R + \int_0^T m(t)e^{-at}dt + De^{-aT} \tag{3.14}$$

et

$$\frac{dD(T)}{dT} = m(T) - aD = 0 \tag{3.15}$$

soit

$$m(T) = aD \tag{3.16}$$

on retrouve l'équation 3.9.

Si l'on considère qu'en T naît une chaine variable on introduira $B_1(T)$ au lieu de B.

Avant de poursuivre notre présentation des modèles économiques, nous noterons ici que c'est la théorie de la chaîne illimitée qui sert de référence dans les modèles développés jusqu'ici dans le domaine du renouvellement des réseaux d'eau potable.

• Une autre résolution pour déterminer la date optimale est possible en recherchant le minimum de la dépense actualisée d'une suite infinie de renouvellements à l'identique (LEVY-LAMBERT, 1975,[26]). Les auteurs la présentent en temps discret.

Le raisonnement sur les seules dépenses sous entend que l'on considère que les deux projets rendent le même service.

La durée de vie optimale est obtenue en recherchant le minimum de la dépense actualisée d'une suite infinie de renouvellements à l'identique, soit :

D_T : la dépense actualisée d'un projet sur sa durée de vie T

$$D_T = R + \sum_{n=1}^{T} \frac{m(n)}{(1+a)^n} \tag{3.17}$$

$D(T)$: la dépense actualisée d'une suite infinie de renouvellements

$$D(T) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{D_T}{(1+a)^{kT}} = \frac{D_T}{1-(1+a)^{-T}} \tag{3.18}$$

La résolution du problème nécessite un raisonnement marginal, on envisage deux chaînes d'investissements différant de la chaîne optimale uniquement par la date de déclassement du premier investissement, retardé d'un an dans un cas et rapproché d'un an dans l'autre. Ces deux investissements sont considérés comme deux projets incompatibles de durées de vie différentes et donc leur comparaison n'est possible que sur une durée commune qui peut être soit un multiple commun, soit comme ici l'infini.

Si la chaîne initiale est optimale, la dépense actualisée doit augmenter dans les deux cas soit :

$$\underbrace{D_T + \frac{m(T+1)}{(1+a)^{T+1}}}_{D_{T+1}} + \frac{D_T}{(1+a)^{T+1}} + \frac{D_T}{(1+a)^{2T+1}} + ... \geqslant D(T) \tag{3.19}$$

et

$$\underbrace{D_T - \frac{m(T)}{(1+a)^{T}}}_{D_{T-1}} + \frac{D_T}{(1+a)^{T-1}} + \frac{D_T}{(1+a)^{2T-1}} + ... \geqslant D(T) \tag{3.20}$$

avec $D(T)$ donné dans l'équation.3.18 on obtient :

$$m(T) \geqslant aD\,(T) \geqslant m(T+1) \tag{3.21}$$

La résolution est proposée en introduisant la production et en raisonnant sur le prix de revient moyen qui est proportionnel à la dépense totale actualisée D. La date de renouvellement correspondra au moment où le prix de revient moyen actualisé devient égal au coût d'exploitation unitaire.

3.1.2.2 Prise en compte du progrès

3.1.2.2.1 Equation aux trois temps Toujours dans l'idée d'une suite infinie de remplacements, la théorie classique propose la résolution des équations dites "aux trois temps", qui permet de déterminer la date à laquelle le coût actualisé d'une chaîne illimitée de remplacements semblables est minimum. Le raisonnement utilise la notion de coût marginal par rapport au temps et fait intervenir trois inconnues T_{N-1}, T_N et T_{N+1}, 3 dates de déclassement-remplacement successives, d'où l'appellation aux trois temps :

Soient :

a	: le taux d'actualisation continu de l'entreprise
$R(t)$	: le montant de l'investissement, supposé réalisé à l'instant t
$T_1, T_2, ...$	: les dates de déclassement et de renouvellement
$m(T_N, t)$	: le coût d'exploitation par unité de temps, à la date t, d'un équipement construit à T_N
$V(T_N, t)$	: la valeur de revente à la date t d'un équipement construit à la date T_N

Si l'on tient compte du progrès technique, $R(t)$ est généralement une fonction décroissante du temps (en francs constants). Ceci est vrai si le progrès technique permet une production à moindre coût du matériel à renouveler ; par contre si le progrès entraine une modification de technologie du matériel à renouveler, le nouveau coût peut être supérieur au précédent.

$m(T_N, t)$ est généralement une fonction croissante de l'âge du matériel et donc du temps t.

Le coût total actualisé de production à partir de la date 0 associé à une chaîne infinie de déclassements et renouvellements s'écrit :

$$\begin{aligned} D = R(0) + \int_0^{T_1} m(0,t)e^{-at}dt + [R(T_1) - V(0,T_1)]\, e^{-aT} + ... \\ + [R(T_{N-1}) - V(T_{N-2}, T_{N-1})]\, e^{-aT_{N-1}} + \int_{T_{N-1}}^{T_N} m(T_{N-1}, t)e^{-at}dt \\ + [R(T_N) - V(T_{N-1}, T_N)]\, e^{-aT_N} + ... \end{aligned} \quad (3.22)$$

pour déterminer le coût minimal on annule les dérivées partielles de D par rapport à $T_1, T_2, ..., T_N ...$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial T_N} = m(T_{N-1}, T_N)e^{-aT_N} + \left[\frac{dR(T_N)}{dT_N} - \frac{\partial V(T_{N-1}, T_N)}{\partial T_N}\right] e^{-aT_N} \\ - a\,[R(T_N) - V(T_{N-1}, T_N)]\, e^{-aT_N} \\ - m(T_N, T_N)e^{-aT_N} + \int_{T_N}^{T_{N+1}} \frac{\partial m(T_N, t)}{\partial T_N} e^{-at}dt - \frac{\partial V(T_N, T_{N+1})}{\partial T_N} e^{-aT_{N+1}} = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

La date optimale de déclassement est alors la date à laquelle le coût marginal vers le futur est égal au coût marginal vers le passé. Le coût marginal vers le futur est le coût associé à l'anticipation d'une unité de temps de l'investissement $R(T_N)$, les déclassements postérieurs à la date T_N étant supposés réalisés de façon que le nouveau coût total soit minimal. Le coût marginal vers le passé est, quant à lui, le coût associé au retard du déclassement du $N^{ième}$ équipement de une unité de temps.

La résolution de ce système est complexe, en première approche on peut faire une hypothèse simplificatrice, en l'occurence le fait de considérer le renouvellement à l'identique et en revenir au paragraphe précédent.

3.1.2.2.2 Le minimum adverse Nous nous intéresserons maintenant à la méthode de TERBORGH ou méthode M.A.P.I. (Machinery and Allied Products Industry), qui considère le progrès technique avec toutefois une hypothèse de permanence. Cette approche introduit la notion d'infériorité de service d'un équipement ancien, de façon à caractériser le supplément de coût d'exploitation qu'entraine l'exploitation d'un matériel ancien par rapport à un matériel neuf (BABUSIAUX, 1990, [4]). Si les renouvellements sont rapprochés, la somme des infériorités de service sera faible, mais les dépenses d'investissement seront élevées, on aura l'inverse quand les renouvellements sont peu fréquents.

Si T_N est la date de construction d'un équipement donné, son infériorité de service (différence des coûts d'exploitation) à la date t, par rapport à la meilleure machine du moment t, est :

$$m(T_N, t) - m(t, t) \tag{3.24}$$

Si T_{N+1} est la date de déclassement d'un équipement construit à la date T_N, l'annuité constante $\gamma(T_N, T_{N+1})$ est définie par :

$$\int_{T_N}^{T_{N+1}} \gamma(T_N, T_{N+1}) e^{-at} dt = R(T_N) e^{-aT_N} + \int_{T_N}^{T_{N+1}} [m(T_N, t) - m(t, t)]\, e^{-at} dt - V(T_N, T_{N+1}) e^{-aT_{N+1}} \tag{3.25}$$

On peut alors calculer de proche en proche les dates $T_1^*, T_2^*, ...T_N^*, ...$qui minimisent les annuités $\gamma(0, T_1)$, $\gamma(T_1, T_2)$, ..., $\gamma(T_N, T_{N+1})$.

La valeur $\gamma(T_N^*, T_{N+1}^*)$ est appelée minimum adverse du $N^{ième}$ équipement.

Si le minimum adverse est constant pour tous les équipements de la chaîne illimitée considérée, les dates T_N^* qui minimisent les annuités γ sont les dates qui minimisent le coût total actualisé de la chaîne. Ceci représente le théorème de TERBORGH. L'hypothèse introduite consiste à considérer une certaine permanence dans le rythme et les effets du progrès ce qui est un peu moins restrictif que de considérer un renouvellement à l'identique.

Les différentes approches présentées ici permettent donc dans une hypothèse d'avenir certain, de déterminer, d'une part, la durée d'utilisation d'un équipement que l'on

envisage d'aquérir, à partir de l'hypothèse soit de stationnarité des coûts due à l'hypothèse de renouvellement à l'identique, soit en supposant la stationnarité des minima adverses. D'autre part, elles aboutissent à la date de déclassement d'un équipement en cours de service avec les mêmes hypothèses de stationnarité. Ces hypothèses de stationnarité sont en fait minimisées par l'effet de l'actualisation qui réduit les valeurs éloignées.

• Une autre méthode repose sur la minimisation de la charge totale d'une machine neuve utilisée n années en introduisant la charge d'exploitation pendant une année supplémentaire de l'ancien équipement comparé à un équipement neuf et sur l'hypothèse d'un progrès lent et sensiblement constant (LESOURNE, 1965, [25]). Le renouvellement est décidé si les charges d'exploitation pendant un an de l'ancienne machine sont supérieures à la charge totale annuelle correspondant à une machine neuve .

3.1.3 Prise en compte de l'incertitude et du risque

Les raisonnement précédents peuvent être transposés en avenir incertain ; on calculera des espérances de dépenses si l'on sait déterminer des probabilités. L' incertitude peut être introduite au niveau des coûts de fonctionnement et au niveau du coût de renouvellement. Dans ce cas l'incertitude traduira le phénomène d'obsolescence et la difficulté d'évaluer un coût de remplacement dans le futur, ce qui est d'autant plus vrai quand la durée de vie du produit est relativement longue, comme c'est la cas pour une conduite. Si l'incertitude se trouve sur les coûts de fonctionnement cela traduit soit que l'évaluation des coûts est incertaine, comme dans le cas de la mise en route d'un nouveau procédé de fabrication, ou difficile, par exemple en ce qui concerne l'évaluation des coûts indirects liés à une défaillance, soit que l'évolution de ces coûts est difficile à prévoir dans le futur (effet du vieillissement, modification de la demande...). Dans notre cas, la détermination des coûts de réparation et de renouvellement sera possible assez précisément mais en se référant aux pratiques actuelles, l'incertitude proviendra de la traduction du phénomène de vieillissement ou d'usure et de la détermination des coûts indirects.

La traduction du viellissement se fera au travers de la fonction de survie d'un matériel, notion utilisée en fiabilité mais aussi en épidémiologie, basée sur la détermination de probabilités de défaillance. Ce sera l'objet du paragraphe suivant. Nous nous retrouvons dans le cas de probabilités objectives, c'est à dire que l'on peut calculer, et qui, d'après la définition de KNIGHT (paragraphe 2.2.1), permettent de traduire le risque. Ceci nous amènera à raisonner en terme d'espérance de dépenses.

Le passage à un raisonnement dans l'incertain rendra les équations présentées au paragraphe 1, complexes. Nous présenterons dans un 3ème paragraphe une résolution utilisant la programmation dynamique. Nous excluons l'approche Bayésienne (PROCACCIA, 1992, [32]) qui introduit le comportement face au risque du décideur. Dans une première approche nous considérons le décideur neutre au risque.

3.2 Approche par la fiabilité

COX dans son ouvrage consacré à la théorie du renouvellement (1962, [11], 1966, [12]) s'intéresse essentiellement à la théorie en temps continu. Il définit une variable aléatoire non négative t appelée durée de vie, la *durée de vie* étant l'âge du composant (ex. ampoule électrique, soupape...) auquel se produit un événement bien défini appelé *défaillance.*

La variable aléatoire T est supposée posséder une densité de probabilité $f(t)$ nulle pour les valeurs négatives de T, soit :

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0^+} \frac{prob(t < T \leqslant t + \Delta t)}{\Delta t} \; avec \int_0^{+\infty} f(t)dt = 1 \tag{3.26}$$

Les durées de vie T_1,T_2...des différentes conduites seront supposées mutuellement indépendantes.

La probabilité pour qu'une conduite ait eu une défaillance à l'instant t ou avant est donnée par la fonction de répartition $F(t)$, soit :

$$F(t) = prob(T \leqslant t) = \int_0^T f(t)dt \tag{3.27}$$

$F(t)$ est une fonction non décroissante de t avec $F(0) = 0$ et $F(\infty) = 1$ et $f(t) = F'(t)$.

Dans la pratique des études de fiabilité ce n'est pas $F(t)$ qui est utilisée mais sa fonction complémentaire $S(t)$ encore appelée *fonction de survie* :

$$S(t) = prob(T > t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(u)du \tag{3.28}$$

$S(t)$ est une fonction non croissante de t avec $S(0) = 1$ et $S(\infty) = 0$ et $f(t) = -S'(t)$.

$S(t)$ fournit la probabilité pour qu'une conduite n'ait pas eu de défaillance à l'instant t, c'est à dire qu'elle n'a eu aucune défaillance avant la date t.

De même est défini $h(t)$, *le taux d'avarie ou fonction de risque instantané*, c'est à dire la probabilité de défaillance presque immédiate d'un composant dont on connait

l'âge t :

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0^+} \frac{prob(t < T \leqslant t + \Delta t \mid t < T)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0^+} \frac{prob(t < T \leqslant t + \Delta t)}{\Delta t} \frac{1}{prob(t < T)} \tag{3.29}$$

car la réalisation de l'événement "$t < T \leqslant t + \Delta t$" entraine la réalisation de l'événement "$t < T \leqslant t + \Delta t$ et $t < T$"

d'où

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = -\frac{S'(t)}{S(t)} \tag{3.30}$$

Différentes lois sont utilisées pour $f(t)$, les plus utilisées sont la loi de Weibull, car elle simule les phénomènes de vieillissement de façon satisfaisante, la loi exponentielle pour sa simplicité, la loi d'Erlang qui permet de traduire les processus poisonniens, pour lesquels les probabilités d'apparition d'avaries sont indépendantes de l'âge du matériel ($h(t)$ est constant).

Cette approche par les fonctions de survie est un autre élément de référence utilisé dans les modèles développés dans le domaine du renouvellement des réseaux d'eau potable.

DETHOOR et GROBOILLOT (1968, [16]) donnent une classification des lois de durées de vie en fonction de la structure du système et des effets des défaillances.

Ainsi sont différenciées trois structures à côté d'êtres *unicellulaires* composés d'un seul élément :

- Les *systèmes série* qui ne fonctionnent correctement que si tous leurs sous-ensembles fonctionnent correctement : l'être meurt lorsque le premier des U éléments qui le compose meurt.

L'exemple cité est celui d'une pièce métallique qui se corrode, produisant un creux, lorsque le creux devient trou, la pièce est avariée. L'analogie avec les circuits série en électricité permet également de comprendre la réaction du sytème. Les réseaux d'eau rentrent également dans cette catégorie, mais également dans la suivante, comme pour un réseau d'électricité qui peut être mixte.

- Les *systèmes parallèles* sont tels que la défaillance d'un des composants n'entraîne pas la mise en panne du système, cette dernière n'a lieu que si tous les composants sont défaillants. la durée de vie de l'être est définie par la mort du dernier des U éléments qui le composent.

- Les *systèmes relais* sont composés de p éléments soumis successivement aux effets des perturbations, chaque élément prenant le relais du précédent. L'être meurt lorsque les p éléments sont morts.

et deux effets :

- Les *effets cumulatifs* sont tels que chaque pertubation avance le degré d'usure et l'élément meurt lorsque ces effets cumulés dépassent un certain seuil.

- Les *effets indépendants* font que chaque perturbation constitue une tentative autonome de mort de l'élément.

Pour notre conduite, nous sommes dans le cas d'effets cumulatifs.

effets / structure	unicellulaire	série	paralèlle	relais
effets cumulants	loi normale	weibull	valeurs maximales	loi normale
effets indépendants	exponentielle	weibull	valeurs maximales	erlang (gamma)

tableau 3.1 : Lois de vieillissement

Nous verrons dans le chapitre suivant que pour le renouvellement des réseaux d'eau potable, ce sont essentiellement la loi exponentielle, pour sa simplicité, et la loi de Weibull qui ont été utilisées.

A partir des éléments définis ci-dessus, COX (1966, [12]) présente différentes stratégies de remplacement afin de chercher si une stratégie de remplacement systématique avant défaillance est préférable à une stratégie où l'on utilise les composants jusqu'au moment où ils ont une défaillance.

Il impose les conditions suivantes :

- Les composants sont totalement efficaces jusqu'au moment où ils tombent en panne ; après quoi ils sont totalement hors d'usage. Sont exclus les problèmes de remplacement dus à une dégradation progressive au cours du fonctionnement ou d'une augmentation progressive des coûts d'entretien.

- Ne sont pas pris en compte les problèmes de file d'attente provenant du fait que plusieurs composants tombent en panne en même temps et que les possibilités de réparation sont limitées.

- Quand un renouvellement est effectué, ou bien on introduit un composant nouveau totalement neuf ou le composant précédent est réparé de telle sorte que la densité de probabilité de sa future durée de vie est égale à celle du composant neuf.

- La densité de probabilité $f(t)$ de la durée de vie est connue.

Deux types de renouvellement sont envisagés :

(i) remplacement de dépannage effectué après défaillance

(ii) remplacement systématique effectué avant défaillance

On suppose que le coût moyen c_s d'un remplacement de dépannage dépasse le coût moyen c_p d'un remplacement systématique. La base de comparaison sera le coût moyen du remplacement par unité de temps.

Différentes stratégies sont ensuite envisagées :

- stratégie A : on effectue uniquement du dépannage.

- stratégie B : on effectue le remplacement systématique aux instants t_b, $2t_b$,..., sans tenir compte de l'âge du composant alors en service. Quand une défaillance se produit, on répare.

- stratégie C : on effectue un entretien systématique si et seulement si l'âge du composant en service atteint t_c. Quand une défaillance se produit avant on effectue le dépannage.

Ces trois stratégies ne prennent en compte que l'effet âge, B et C paraissent plus rationnelles que A du fait que c_s est supposé supérieur à c_p. La stratégie C est préférable à B car elle tient compte de l'âge du composant et donc des dépannages intermédiaires.

- stratégie D : on effectue les remplacements comme pour la stratégie B, soit systématiquement. Par contre en cas de défaillance le système est laissé inactif jusqu'à la date du renouvellement suivant.

D'autres stratégies tiennent compte de l'usure, en prenant un modèle très simple dans lequel sont distingués seulement deux niveaux d'usure 0 et 1, où les probabilités de transition sont constantes. Voyons d'abord la liaison entre défaillance et usure :

Si on suppose que la défaillance dépend d'une propriété physique du composant que l'on appelle usure, on définit le taux d'avarie par usure par :

$$h(z,t) = \lim_{\Delta t \to 0^+} \frac{prob(t < T \leqslant t + \Delta t \mid t < T, Z_t = z)}{\Delta t} \tag{3.31}$$

avec Z_t la valeur de l'usure d'un composant d'âge t. Nous nous limitons donc aux cas où Z_t vaut 0 ou 1 alors $h(0,t) = h_0(t)$ et $h(1,t) = h_1(t)$

- stratégie E :

On effectue un remplacement systématique dès que l'usure est égale à 1. On effectue un dépannage en cas de défaillance. Dans ce cas la durée pendant laquelle on utilise le composant suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda + h_1$ avec

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0^+} \frac{prob(Z_{t+\Delta t} = 1 \mid Z_t = 0, t < T)}{\Delta t} \tag{3.32}$$

et $\lambda(t) = \lambda$, $h_1(t) = h_1$, $h_0(t) = h_0$ constants.

- stratégie F : on inspecte le système à des instants $(t_f, 2t_f, ...)$. On effectue un remplacement systématique si l'usure est égale à 1. On effectue un dépannage en cas de défaillance.

En ce qui nous concerne, une conduite sera réparée en cas de défaillance et renouvelée à une date T, à déterminer. La réparation ne peut pas être assimilée à une remise en état neuf, elle est plutôt assimilée à de l'entretien, à des frais de fonctionnement. Nous sommes dans un cas d'augmentation progressive des coûts d'entretien, cas exclu dans les stratégies simples énoncées ci-dessus. De plus le coût d'un renouvellement sera en général supérieur à celui d'une réparation. La stratégie E cependant pourrait constituer une première approche du problème à condition de déterminer un taux d'usure limite.

3.3 Programmation dynamique

Il s'agit là de présenter une méthode de résolution en avenir incertain qui diffère des résolutions présentées dans le premier paragraphe de ce chapitre et qui utilise les résultats du paragraphe 2

Les méthodes présentées au paragraphe précédent, que DETHOOR et GROBOILLOT (1968, [16]) classent comme méthodes classiques et analytiques utilisent souvent l'approche en temps continu. Mais nous calculons des fonctions ou résolvons des équations le plus souvent numériquement, c'est à dire en discrétisant les variables, d'où l'idée de les discrétiser avant la mise en équations. De plus, lorsque le vieillissement des machines qui compose le parc se fait selon un processus déterministe, le passage d'un état du parc à un autre, entre deux périodes successives, ne dépend que de la décision prise, et par conséquent de la volonté du décideur.

Lorsque l'on raisonne en avenir incertain, la programmation dynamique sur des modèles décisions-hasard, permet de considérer que la phase de transition entre deux états d'un système comprend deux étapes :

une première étape passant de x_1 à x'_1 est l'effet de la décision
une deuxième étape passant de x'_1 à x_2 est due au hasard

L'étape hasard est supposée probabilisable, l'autre hypothèse sous-jacente est que le processus est markovien, c'est à dire que l'état du système (généralement son degré d'usure) résume parfaitement son histoire et que les probabilités des différentes transitions possibles à partir de cet état ne dépendent que de cet état. Le processus est markovien proprement dit si le temps écoulé entre deux passages est constant et il est semi-markovien si le temps est aléatoire.

Ces modèles se prêtent bien aux calculs de renouvellement lorsque l'horizon est fini (le choix de cet horizon Ω est souvent arbitraire mais son importance est diminuée

par le jeu de l'actualisation et l'on procède de façon adaptative, c'est à dire que les résultats du calcul sur $(0, \Omega)$ ne servent que pour la période $(0, \Gamma t)$; $\Gamma t \ll \Omega$ et en Γt on recommence le calcul avec une nouvelle valeur de Ω).(Γ est l'amplitude de la période)

Les lois de transition sont définies par les probabilité $p(\eta)$: probabilité qu'un matériel d'âge η soit avarié dans la période qui vient.

cette probabilité se déduit de la loi de survie :

$$p(\eta) = \frac{S(\eta\Gamma) - S(\eta\Gamma + \Gamma)}{S(\eta\Gamma)} = 1 - \frac{S(\eta\Gamma + \Gamma)}{S(\eta\Gamma)} \tag{3.33}$$

où Γ est l'amplitude de la période et $S(\Gamma)$, la fonction de survie

pour les faibles périodes (Γ petit) :

$S(\eta\Gamma) - S(\eta\Gamma + \Gamma) \approx \Gamma f(\eta)$

$p(\eta) \approx \frac{\Gamma f(\eta\Gamma)}{S(\eta\Gamma)} = \Gamma h(\eta\Gamma)$

$f(\Gamma) = -\frac{dS(\Gamma)}{d\Gamma}$ est la densité de probabilité des intervalles entre avaries,

$h(\Gamma) = -\frac{S'(\Gamma)}{S(\Gamma)}$ est le taux d'avaries

La démarche peut être représentée graphiquement, on représente les dates en abscisses et pour chaque date les états possibles du système en ordonnées. On introduit une date fictive permettant de séparer la phase décision de la phase hasard. On marque les transitions possibles par un arc. On représente les noeuds de décision par des carrés et les noeuds de début de phase hasard par des disques. On obtient ainsi un graphe du type suivant :

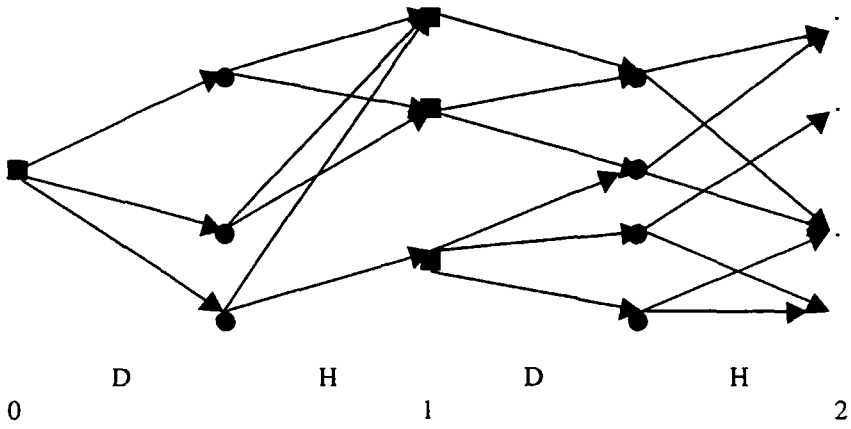


figure 3.1 : graphe décision-hasard

Le principe de calcul est le suivant pour un processus décision-hasard :

Soit x_u un état de décision possible à la date $u = \Gamma t$, $X(x_u)$ est l'ensemble de ses "successeurs" possibles à l'étape suivante, c'est à dire au début de l'étape hasard. Soit x'_u un état de hasard, $Y(x'_u)$ est l'ensemble de ses "successeurs" possibles à l'étape suivante soit à la date $u+1$.

Il faut d'abord évaluer l'ensemble des coûts (coût d'entretien, coût de réparation, coût de renouvellement...) à chaque noeud x, dans le sens 0 vers Ω.

Puis par un calcul en retour ou en induction arrière partant de Ω pour aller à 0, sur chaque noeud correspondant à une décision, on retient la solution optimale, en l'occurrence le minimum des coûts dans le cas du renouvellement, pour un choix d'investissement productif pur, on maximiserait le bénéfice actualisé. On calcule en chaque noeud le potentiel qui correspond à la valeur de la dépense actualisée minimale lorsque le système est dans l'état correspondant au noeud.

On commence par le calcul sur la phase hasard :

si x'_u est seuil d'une phase hasard, le hasard engendrera Y scenarii et donc Y états $x_{u+1} \in Y(x')$, on calculera :

$$pot(x'_u) = \sum_{x_{u+1} \in Y(x'_u)} p(x'_u, x_{u+1})[pot(x_{u+1}) + valeur\ de\ l'arc(x'_u, x_{u+1})] \quad (3.34)$$

$pot(x_{u+1})$ est le potentiel obtenu pour l'état x_{u+1} extrémité de l'arc (x'_u, x_{u+1}) (selon principe donné par l'équation 3.34)

la *valeur de l'arc* (x'_u, x_{u+1}) sera le coût actualisé en 0 de réparation en cas de défaillance

$p(x'_u, x_{u+1})$ est la probabilité de passage de x'_u à x_{u+1}.

Ensuite on passe à la phase décision , la phase décision peut aboutir à X états $x'_u \in X(x)$

si x_u est au seuil d'une phase décision, on passera de x_u à x'_u.

On cherche pour tout x_u l'état x'^*_u tel que

$$pot(x'^*_u) + valeur\ de\ l'arc(x_u, x'^*_u) = \min_{x'_u \in X(x_u)} \{pot(x'_u) + valeur\ de\ l'arc(x_u, x'_u)\} \quad (3.35)$$

x'^*_uconstitue le meilleur successeur de x_u et

$$pot(x_u) = pot(x'^*_u) + valeur\ de\ l'arc\ (x_u, x'^*_u) \quad (3.36)$$

la *valeur de l'arc* (x_u, x'^*_u) sera le coût actualisé de renouvellement si la décision est de renouveler.

Cette méthode est celle qu'utilisent les approches citées au paragraphe du chapitre 2 sous le terme de modèles de décision séquentiels en information croissante. A notre connaissance, elle n'a été appliquée que très récemment au Canada à la problématique du renouvellement des réseaux d'eau potable. C'est à l'aide de cette méthode que nous avons choisi de développer notre modèle, nous en expliquerons les raisons après présentation des modèles existants dans le domaine du renouvellement des réseaux d'eau potable.

3.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de faire une synthèse bibliographique sur la notion de renouvellement abordée sous l'angle économique et sous celui de la recherche opérationnelle.

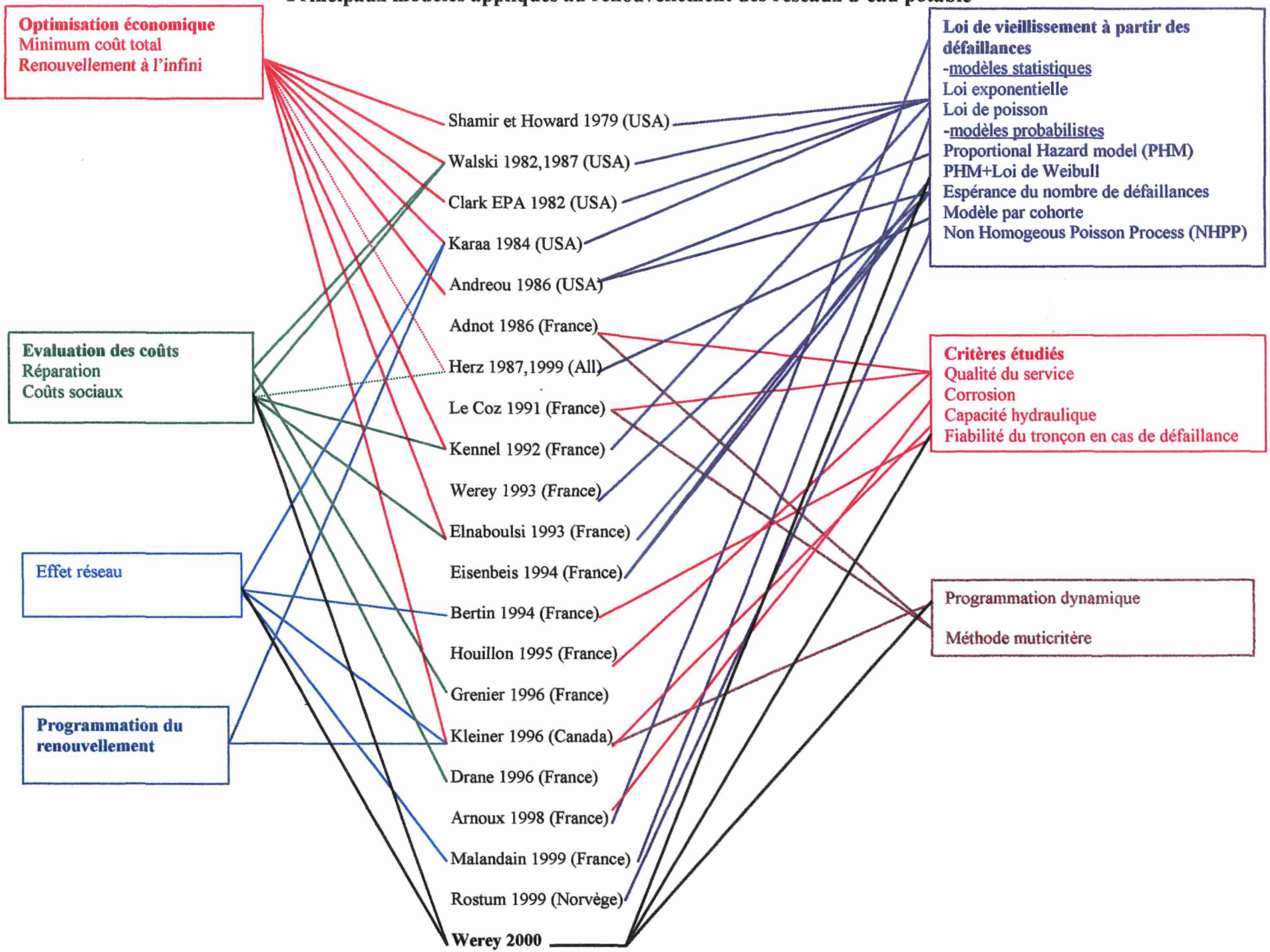
De l'approche économique, nous retiendrons l'intérêt des approches nouvelles en matière de choix d'investissement dans l'incertain, à savoir les modèles de décision en information croissante cités dans le chapitre 2. Ces modèles s'appuient sur de la programmation dynamique, méthodologie que nous avons retrouvée dans notre exploration du domaine de la recherche opérationnelle. Ils permettent de tenir compte du gain d'information fourni au fur et à mesure de l'écoulement du temps à partir d'une approche probabiliste du problème.

La recherche opérationnelle propose justement un moyen de traduire sous forme probabiliste le phénomène de survenance des défaillances au travers de l'analyse de survie.

Dans la problématique du renouvellement des réseaux d'eau potable, nous nous considérons en avenir incertain au sens de DETHOOR et GROBOILLOT (1968, [16]) car le phénomène de vieillissement n'est pas parfaitement connu. Nous nous en tiendrons essentiellement à la traduction de l'effet d'usure.

Avant de rentrer dans le coeur de notre travail, nous présenterons dans le chapitre suivant l'évolution des modèles appliqués au renouvellement des réseaux d'eau potable.

Principaux modèles appliqués au renouvellement des réseaux d'eau potable



Chapitre 4

Le renouvellement des réseaux d'eau potable : les modèles existants

Nous présenterons les modèles développés sur la problématique du renouvellement des réseaux d'eau potable autour des points de référence suivants :

- le modèle d'optimisation économique de reférence, en l'occurence une minimisation de la dépense totale actualisée (USA)
- la détermination de la loi de vieillissement avec notament l'introduction des fonctions de survie (USA, France, Allemagne)
- l'évaluation des coûts (USA, France)
- les modèles de programmation du renouvellement (USA, Canada)
- la prise en compte de l'appartenance du tronçon à un réseau au travers du comportement hydraulique du tronçon (France, Canada)

Le graphique présenté en page de gauche reprend la chronologie des modèles en les situant par rapport aux éléments cités ci-dessus, il donne une vue d'ensemble qui pourra accompagner la lecture de ce chapitre. Les premiers travaux ont été réalisés aux Etats-Unis, certaines de ces approches ont été reprises et adaptées en France et en Norvège notamment en ce qui concerne la loi d'évolution des défaillances et la prise en compte des coûts indirects. D'autres approches sont développées essentiellement en Allemagne, au Canada et en France.

4.1 Le modèle de référence

Nous nous intéressons ici à la première approche qui prend en compte les coûts, réalisée par SHAMIR et HOWARD (1979,[84]) :

L'optimisation économique consiste à déterminer l'année pour laquelle :

le coût total = (coût de réparation + coût de renouvellement) est minimal.

Deux hypothèses sont ensuite envisagées : la première où la nouvelle conduite ne présente pas de défaillances la seconde qui prend en compte l'évolution des défaillances dans la nouvelle conduite avec un taux de défaillance initial inférieur à celui de l'ancienne conduite.

Le raisonnement dans le premier cas revient à un raisonnement sur un seul renouvellement, semblable à un déclassement simple, dans lequel on prend en compte un coût d'investissement à T et non pas au début de la période. Contrairement au cas du déclassement simple, la résolution devient possible par le jeu de l'actualisation sur le coût de renouvellement. Dans le second cas, est introduite la notion de chaîne illimitée de renouvellement à l'identique, mais avec une chaîne variable et non pas constante comme présentée au chapitre précédent.

Hypothèse 1 (non prise en compte des défaillances sur la nouvelle conduite)

L'évolution des coûts de réparation est évaluée à l'aide de la loi d'évolution des défaillances $N(t)$ et du coût r d'une réparation :

Soient :

$N(t)$	: nombre de défaillances par unité de longueur (1000 feet) pour l'année t
t	: temps en années
t_0	: année de départ de l'analyse
A	: taux de croissance annuel des défaillances
r	: coût de réparation d'une défaillance

Le coût de réparation,$r_f(t)$, (exprimé en \$ contants) pour 1000 feet pour l'année t, s'écrit :

$$r_f(t) = rN(t) = rN(t_0)e^{A(t-t_0)} \tag{4.1}$$

$N(t_0)$ a été estimé, sur les données analysées, compris entre 0,10 et 0,25 défaillances/1000 feet/an.

Si t_p est l'année en cours et a le taux d'actualisation, alors la valeur actuelle de ce coût est donné par :

$$\frac{r_f(t)}{(1+a)^{(t-t_p)}} \tag{4.2}$$

T sera l'année de remplacement, la valeur actuelle de l'ensemble des coûts de réparation de la date t_p à la date T, par unité de longueur sera :

$$\sum_{t=t_p}^{T} \frac{r_f(t)}{(1+a)^{(t-t_p)}} = \sum_{t=t_p}^{T} \frac{rN(t_0)e^{A(t-t_0)}}{(1+a)^{(t-t_p)}} \tag{4.3}$$

Le coût de renouvellement pour 1000 feet est donné par R_f (en \$ constants).

La valeur actuelle du renouvellement en T s'écrit alors :

$$\frac{R_f}{(1+a)^{(T-t_p)}} \tag{4.4}$$

Si R_f est supposé constant alors le temps optimal de renouvellement qui minimise le coût total $C(t)$ est donné par :

$$\min_T \left[C(T) = \sum_{t=t_p}^{T} \frac{rN(t_0)e^{A(t-t_0)}}{(1+a)^{(t-t_p)}} + \frac{R_f}{(1+a)^{(T-t_p)}} \right] \tag{4.5}$$

en dérivant, on obtient :

$$T = t_0 + \frac{1}{A} \ln \left[\frac{\ln(1+a)R_f}{N(t_0)r} \right] \tag{4.6}$$

Hypothèse 2 (prise en compte des défaillances sur la nouvelle conduite)

La nouvelle conduite est considérée identique à l'ancienne et son futur historique de défaillance sera le même que celui de la conduite renouvelée (même valeur pour A et $N(t_0)$).

L'ancienne conduite est remplacée à T, les suivantes seront remplacées à T' avec

$$T' = \frac{1}{A} \ln \left[\frac{\ln(1+a)R_f}{N(t_0)r} \right] \tag{4.7}$$

T' représente donc la durée d'un cycle de remplacement.

On exprime les coûts de réparation et de renouvellement en valeur au début du cycle :

Le coût de réparation par cycle, en valeur au début du cycle, est donné par :

$$\sum_{t=1}^{T'} \frac{rN(t_0)e^{At}}{(1+a)^t} \tag{4.8}$$

Le coût de renouvellement, en valeur au début du cycle, vaut :

$$\frac{R_f}{(1+a)^{T'}} \tag{4.9}$$

le coût total par cycle, en valeur au début du cycle, sera :

$$\sum_{t=1}^{T'} \frac{rN(t_0)e^{At}}{(1+a)^t} + \frac{R_f}{(1+a)^{T'}} \tag{4.10}$$

La valeur actuelle de tous les coûts de maintenance de l'année actuelle t_p est donnée par l'expression :

$$\sum_{t=t_p}^{T} \frac{rN(t_0)e^{A(t-t_0)}}{(1+a)^{(t-t_p)}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sum_{t=1}^{T'} \frac{rN(t_0)e^{At}}{(1+a)^t}}{(1+a)^{(T-t_p+nT')}} \tag{4.11}$$

on pose

$$B(T') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+a)^{nT'}} = \frac{1}{(1+a)^{T'}-1} \tag{4.12}$$

l'expression devient

$$\sum_{t=t_p}^{T} \frac{rN(t_0)e^{A(t-t_0)}}{(1+a)^{(t-t_p)}} + \frac{\sum_{t=1}^{T'} \frac{rN(t_0)e^{At}}{(1+a)^t} B(T')}{(1+a)^{(T-t_p)}} \tag{4.13}$$

de la même façon la valeur actualisée des coûts de renouvellement, en tp, s'écrit

$$\frac{R_f}{(1+a)^{(T-t_p)}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_f}{(1+a)^{nT'}} = R_f B(T') + \frac{R_f}{(1+a)^{(T-t_p)}} \tag{4.14}$$

ainsi le coût total devient :

$$\sum_{t=t_p}^{T} \frac{rN(t_0)e^{A(t-t_0)}}{(1+a)^{(t-t_p)}} + \frac{(R_f + \sum_{t=1}^{T'} \frac{rN(t_0)e^{At}}{(1+a)^t} B(T')R_f)}{(1+a)^{(t-t_p)}} \tag{4.15}$$

et la date optimale de renouvellement :

$$T = t_0 + \frac{1}{A} \ln \left[\frac{\ln(1+a)[(R_f + \sum_{t=1}^{T'} \frac{rN(t_0)e^{At}}{(1+a)^t})B(T') + R_f]}{N(t_0)r} \right] \tag{4.16}$$

Dans l'hypothèse 2, la date optimale de remplacement est légèrement avancée, ceci est du au fait que des coûts de réparations sont pris en compte pour la nouvelle conduite.

La simplicité de la loi $N(t)$ permet la résolution du modèle, cependant la détermination du paramètre A nécessite le regroupement des canalisations par classes homogènes pour avoir un échantillon statistique représentatif et ne permet pas la prise en compte des différents facteurs d'environnement et de caractérisation d'une conduite donnée. La grande variabilité du taux de défaillance d'une conduite à l'autre peut également difficilement être traduite dans le seul paramètre A.

Le même type de loi est repris en 1998 par KLEINER, ADAMS et ROGERS (1998-1,[71], 1998-2, [72]) en introduisant l'âge η de la conduite (au temps présent) et en considérant que la nouvelle conduite subit des défaillances :

$$N(t) = N(t_0)e^{A(t+\eta)} \tag{4.17}$$

Le raisonnement est fait au niveau de la conduite. t est défini comme le temps écoulé depuis la date présente. Le renouvellement n'est pas systématique, une solution de réhabilitation est d'abord envisagée. Cette optimisation au niveau de la conduite est complété par un outil de programmation au niveau du réseau qui sera présenté au paragraphe 4.4.2.

Ce modèle est le point de départ des modèles de renouvellement appliqués aux réseaux d'eau potable, il utilise la méthode de la chaîne constante illimitée présentée dans le chapitre prédédent. L'évolution des modèles ne se fera plus sur l'aspect de l'optimisation économique, la méthode présentée ci-dessus reste la seule que nous ayons identifiée, pour déterminer la date optimale de renouvellement ; elle a été déclinée à maintes reprises.

Nous allons maintenant présenter les modifications qui concernent la loi d'évolution des défaillances et l'évaluation des coûts. Nous présenterons ensuite deux modèles qui vont au delà de la détermination de la date optimale de renouvellement pour proposer une méthodologie de programmation du renouvellement.

4.2 La détermination de la loi de vieillissement

4.2.1 Loi exponentielle

4.2.1.1 Modèle agrégé

En 1985, WALSKI ([90]) établit la loi d'évolution des défaillances à partir d'une loi exponentielle dont les paramètres sont fonction du matériau, du diamètre et de la date de pose de la conduite.

Le reproche qui a été fait sur cette méthode est le peu de représentativité des éléments pris en compte pour les termes correctifs par rapport au phénomène de rupture des canalisations.

4.2.1.2 Modèle de régression multiple

En 1982 , l'E.P.A. ("Environmental Protection Agency") développe un modèle utilisant les modèles de régression, tenant compte de nombreux facteurs influençant la canalisation. Deux équations sont établies, l'une donnant la date de première défaillance, la seconde donnant le nombre des défaillances suivantes. Cette approche utilise les données d'un petit service et d'un autre plus grand, puis les résultats sont introduits dans une loi de défaillance identique à celle de SHAMIR et HOWARD.

On peut noter que dans cette approche, on retrouve une loi exponentielle qui lie le nombre de défaillances à la date d'apparition de la première défaillance, la première défaillance semble avoir des caractéristiques particulières. Cette approche montre bien l'influence de l'environnement de la conduite sur la survenance des défaillances, par contre elle ne tient pas compte de la longueur de la conduite, elle traite ensemble les petits et les gros diamètres, les conduites qui ont eu peu de défaillances et celles qui en ont eu plus. Les conduites qui n'ont pas eu de défaillances ne sont pas prises en compte dans cette étude.

4.2.2 Modèles probabilistes basés sur les fonctions de survie

4.2.2.1 Modèle des risques proportionnels

• Le modèle appliqué aux réseaux d'eau potable a été mis au point, en 1982, au MIT (ANDREOU, 1986, [43], ANDREOU, MARKS & CLARK, 1987, [44], MARKS & ANREOU, 1987,[79]). L'étude a été menée avec les données de défaillances et de caractéristiques du réseau de New-Haven, réseau peu dégradé, et avec les données du réseau de Cincinatti, réseau endommagé. L'objectif était d'étudier les stades de dégradation d'un réseau et d'utiliser les données pour expliquer ces différents stades. La première défaillance a été identifiée comme particulière, après sa survenance le temps entre défaillances a tendance à baisser, puis après la 3ème défaillance ce temps entre défaillance reste stable, sans tendance nette d'évolution. Deux stades de dégradations ont été définis, le premier "slow breaking stage", où les défaillances sont peu nombreuses, le second stade "fast breaking stage", où les défaillances sont nombreuses, seul un nombre limité de conduites entre dans ce stade.

Le modèle, pour le premier stade, utilise les modèles de temps de défaillance ("failure-time models"), à savoir les fonctions de survie et les fonctions de risque. L'idée est de déterminer pour chaque conduite, la probabilité de survivre au-delà d'une certaine durée, à partir d'un certain nombre de variables explicatives d'une part, et d'autre part, la fonction de survie qui donnera la probabilité instantanée de défaillance pour une conduite donnée à un instant donné. Pour le second stade, le système est considéré entrer dans un processus poisonnien avec un taux de rupture constant.

STADE 1 "slow breaking stage" :

Nous retrouvons les fonction de survie $S(t)$ et la fonction de risque instantané de défaillance $h(t)$, telles que définies au paragraphe 3.2, avec quelques spécificités ; cette fonction de risque devait permettre de tenir compte :

a) des défaillances passées et de l'historique de défaillances

b) des caractéristiques intrinsèques de chaque conduite, telles que le matériau, la pression, le diamètre.

c) de variables exogènes liées à l'environnement, comme les caractéristiques du sol ou de l'activité humaine sur l'emprise des canalisations.

Le modèle qui a le mieux permis d'intégrer ces éléments est le modèle dit des risques proportionnels ("**proportional hazard model PHM**").

Le risque instantané $h(t,z)$ dépend du temps et de covariables. Le vecteur z donne les variables explicatives, qui peuvent être soit qualitatives, soit quantitatives (constantes ou dépendant du temps). Dans le modèle PHM, $h(t)$ est le produit d'une fonction de risque de base $h_0(t)$ et d'un terme exponentiel résumant l'effet des variables explicatives. Il s'exprime sous la forme suivante :

$$h(t, z_1, z_2, ...z_k) = h_0(t) \exp(\beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + ... + \beta_k z_k) \tag{4.18}$$

où les β_i sont les paramètres de régression inconnus du modèle.

Les covariables agissent multiplicativement sur le risque instantané de défaillance. Les β_i sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance.

$h_0(t)$ dans le modèle préconisé par COX (1972, [13], 1984, [14]) est un modèle semi-paramétrique qui laisse $h_0(t)$ libre, $h_0(t)$ représente donc le processus de vieillissement des canalisations (par ex. la corrosion) de manière indépendante du stress auquel celles-ci sont soumises. $h_0(t)$ peut aussi être calé avec une loi telle qu'une loi exponentielle ou une loi de Weibull.

La durée de survie des conduites pour lesquelles on n'a pas de données de défaillance sont dites censurée à gauche et la durée de survie commence à la date ou les données sont disponibles et la date de pose est introduite en tant que covariable.

Pour le réseau de New-Haven :

$$h_0(t) = 10^{-4}(2 - 0,1t + 0,002t^2) \tag{4.19}$$

avec t = durée de survie = durée depuis la pose s'il n'y a pas eu de défaillance, sinon depuis la dernière défaillance.

STADE 2 "fast breaking stage" :

La probabilité $p(x)$ d'avoir x défaillances durant le temps t est donné par :

$$p(x) = \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} \tag{4.20}$$

λ est le taux annuel de rupture, constant dans ce stade, il est déterminé à l'aide des covariables z_i et de leurs coefficients b_i à déterminer tel que

$$\lambda = \exp(bz) + e \tag{4.21}$$

avec e l'erreur du modèle.

Les hypothèses de ce modèle sont les suivantes :

- taux de rupture constant en fonction du temps,
- des événements de défaillances indépendants pour chaque canalisation,
- les covariables ont un effet multiplicateur
- on suppose que la structure est exponentielle.

Cette méthode est essentiellement justifiée par sa simplicité car deux sources d'erreur peuvent exister :

- L'erreur générée par la loi de poisson elle même qui prend place de façon indépendante. On ne peut pas prédire de façon certaine combien de défaillances vont avoir lieu sur une période donnée, car le temps de défaillance est une variable aléatoire.
- L'erreur générée par le modèle lui-même, c'est à dire e, car on ne possède pas d'informations parfaites.

A partir de ces éléments une loi d'évolution des défaillances est élaborée (ANDREOU, 1986, [43]) : (nous garderons les notations d'origine pour cette partie)

Réseau de New-Haven : slow breaking stage

L'hypothèse est faite d'avoir au plus une défaillance par an, le problème consiste donc à déterminer la probabilité d'avoir "une et une seule défaillance". Cette probabilité dépendra donc du temps et du nombre de défaillances passées. Ceci permet de caractériser les évènements de défaillances à l'aide d'un processus markovien non homogène. Si le nombre de défaillances passées détermine les états, alors la probabilité de transition $p_{ij}^{(m)}(n)$ peut être définie par :

$$p_{ij}^{(m)}(n) = \sum_{k=1}^{r} p_{ik}^{(m-1)}(n) p_{kj}^{(n+m)} \tag{4.22}$$

$p_{ij}^{(m)}(n)$ est la probabilité qu'une conduite soit à l'état j à la date $n+m$ sachant qu'elle était à l'état i à la date n.

C'est en fait la somme sur les r états des probabilités que la conduite passe à l'état k en $(m-1)$ étapes et qu'ensuite elle passe à l'état j à la $m^{ième}$ étape.

La probabilité marginale d'être en j à l'instant n est :

$$q_j(n) = \sum_{i=1}^{r} q_i(0) p_{ij}^{(m)}(0) \tag{4.23}$$

avec $q_i(0)$ les probabilités à $n = 0$

Pour calculer le nombre attendu de défaillances chaque année, les notations suivantes sont introduites :

E_i = nombre attendu de défaillance durant l'année i

$p_{ikl...}$ = probabilité d'avoir i défaillances durant l'année 1, k défaillances l'année 2, l défaillances l'année 3...avec i, k, l valant 0 ou 1

$p_{m/ikl...r}$ = probabilité d'avoir m défaillances durant l'année n sachant qu'il a eu i défaillances durant l'année 1, k défaillances l'année 2, l défaillances l'année 3...avec m,i, k, l valant 0 ou 1

$S(t)$ = fonction de survie à la date t ($S_T(t; z)$). C'est donc la fonction de survie conditionnelle, sachant que il n'y a pas eu de défaillance entre le temps de référence et t

$S_i^j(t)$ = fonction de survie en t, sachant que j défaillances additionnelles ont eu lieu depuis la date de référence et que la $j^{ème}$ défaillance a eu lieu durant l'année i

Si le temps de référence choisi est 0, correspondant généralement à l'année en cours, alors l'expression du nombre attendu de défaillances (espérance mathématique) pour les années futures s'écrit :

$$E_1 = p_1 \tag{4.24}$$

$$E_2 = p_{1/0}p_0 + p_{1/1}p_1 \tag{4.25}$$

$$E_3 = p_{1/00}p_{00} + p_{1/10}p_{10} + p_{1/11}p_{11} + p_{1/01}p_{01} \tag{4.26}$$

$$E_4 = p_{1/000}p_{000} + p_{1/100}p_{100} + p_{1/010}p_{010} + p_{1/001}p_{001} + p_{1/011}p_{011} + p_{1/101}p_{101} + p_{1/110}p_{110} \tag{4.27}$$

en considérant que la probabilité d'avoir 4 défaillances durant 4 années consécutives est négligeable du fait que la canalisation est dans le "slow breaking stage" et que l'ensemble du système est dans un bon état ($p_{111} \simeq 0$).

Si l'on introduit les fonctions de survie dans les équations ci-dessus, l'on obtient :

$$p_1 = 1 - \frac{S(t+1)}{S(t)} \tag{4.28}$$

$$p_0 = \frac{S(t+1)}{S(t)} \tag{4.29}$$

$$p_{1/0} = \frac{S(t+1) - S(t+2)}{S(t+1)} \tag{4.30}$$

$$p_{1/1} = 1 - \frac{S_1^1(1)}{S(0)} = 1 - S_1^1(1) \tag{4.31}$$

$$p_{1/00} = \frac{S(t+2) - S(t+3)}{S(t+2)} \tag{4.32}$$

$$p_{00} = \frac{S(t+2)}{S(t)} \tag{4.33}$$

$$p_{1/10} = 1 - S_2^1(1) \tag{4.34}$$

$$p_{1/11} = 1 - S_2^2(1) \tag{4.35}$$

et ainsi de suite,ce qui permet d'écrire

$$E_1 = 1 - \frac{S(t+1)}{S(t)} \tag{4.36}$$

$$E_2 = \left[\frac{S(t+1) - S(t+2)}{S(t+1)}\right] \frac{S(t+1)}{S(t)} + \left[1 - \frac{S_1^1(1)}{S(0)} = 1 - S_1^1(1)\right] \left[1 - \frac{S(t+1)}{S(t)}\right]$$

$$= 1 - \left[\frac{S(t+2) + S_1^1(1)\,S(t) - S_1^1(1)\,S(t+1)}{S(t)}\right] \tag{4.37}$$

$$E_3 = 1 - \frac{1}{S(t)}[[S(t+3) + S(t)\left[S_2^2(1) - S_2^2(1)S_1^1(1) + S_1^1(2)\right]] \tag{4.38}$$

$$-\frac{1}{S(t)}[S(t+1)\left[S_2^2(1) - S_2^1(1) + S_1^1(2) - S_2^2(1)S_1^1(1)\right] - S(t+2)S_2^1(1)] \tag{4.39}$$

$$E_4 = \ldots \tag{4.40}$$

En calculant E_1, E_2, E_3, E_4, l'on peut déterminer un taux d'accroissement moyen g du nombre attendu de défaillances sur chaque tronçon du réseau.

L'équation suivante est ensuite établie :

$$E_t = E_0(1+g)^t \tag{4.41}$$

avec :

E_t : le nombre attendu de défaillances durant l'année t

E_0 : le nombre attendu de défaillances durant l'année 0

g : taux moyen d'accroissement des défaillances

Ce modèle considère que, pour des canalisations en "slow breaking stage", le taux d'accroissement des défaillances reste constant sur un horizon à court terme (5-10 ans). Cependant ce taux sera variable d'une conduite à une autre en fonction de l'historique de maintenance et des caractéristiques environnementales de la canalisation.

Considérons :

r : coût de réparation d'une défaillance

R : coût de remplacement du tronçon

et les variables définies ci-dessus,

alors la valeur actuelle des coûts espérés ou attendus $C(t)$, si le renouvellement à lieu durant l'année t, est donné par :

$$C(t) = E_0 \cdot r \cdot \sum_{t=0}^{n} \left(\frac{1+g}{1+a}\right)^t + \frac{R}{(1+a)^t} \tag{4.42}$$

si on dérive l'équation par rapport à t, on obtient la date optimale t^* :

$$t^* = \frac{\ln\left[\frac{R}{rE_0}\ln(1+a)\right]}{\ln(1+g)} \tag{4.43}$$

Dans cette approche, la date optimale de renouvellement est obtenue en se basant sur les coûts de réparation ou de renouvellement, aucun critère de fiabilité ni de l'effet réseau n'est pris en compte, si ce n'est dans g. Pour New-Haven $t^*= 28$ ans

Cincinnati :

slow breaking stage

Comme pour le réseau de New-Haven, l'on commence par calculer E_1, E_2, E_3, E_4, puis est déterminée la probabilité p_{f_t} d'entrer dans le fast breaking stage durant l'année t.

avec :

E_t : nombre attendu de défaillances durant l'année t
si la canalisation est dans le "slow-breaking stage"

b_{f_t} taux de défaillances annuel si la conduite entre dans le "fast-breaking stage"

b_{f_t} peut être estimé de deux façons : soit en prenant le taux de défaillance auquel la conduite a été considérée dans le "fast-breaking stage" (0,5 pour Cincinnati), soit en utilisant un modèle de régression,

le nombre de défaillances attendues pour l'année t est donné par :

$$E_{b_t} = p_{f_t} b_{f_t} + (1 - p_{f_t}) E_t \tag{4.44}$$

Si les conduites étudiées restent dans le "slow-breaking stage", la date optimale de renouvellement est déterminée comme pour le réseau de New-Haven.

Fast-breaking stage

Une fois que la conduite est passée dans ce stade le taux de défaillance ne présente plus vraiment de tendance à la hausse ou à la baisse, d'où l'approximation de le considérer comme constant. Cette hypothèse permet de considérer le processus comme poissonien, le nombre attendu de ruptures chaque année est alors égal au taux annuel de défaillance qui sera aussi l'espérance du nombre annuel de défaillances.

La condition de renouvellement est donnée par la relation simplifiée :

$$R < \frac{E_0 r}{a} \tag{4.45}$$

avec :

E_0 : espérance du nombre annuel de défaillances
ou le taux annuel estimé de défaillances A

Une évolution du modèle a été suggérée au travers de la méthode de "bundling", c'est à dire de faire des paquets de canalisations par zone dans un souci d'économie d'échelle.

Cette approche s'interroge au niveau de la conduite, du passage d'un stade de défaillance à un autre, le raisonnement économique est réalisé à partir d'un taux d'accroissement sur l'ensemble des défaillances, qui occulte la définition préalable des probabilités de passage.

• En 1992, EISENBEIS (1994, [57]) s'est intéressé aux modèles d'évaluation des défaillances développés aux Etats-Unis et les a appliqués sur plusieurs réseaux français, les 2 premiers sont urbains, les derniers sont ruraux, ces réseaux essentiellement réalisés en fonte :

A noter que "un tronçon est défini de manière homogène vis-à-vis de certains facteurs caractérisant les canalisations, à savoir le diamètre, la date de pose, le matériau, le type de sol et son environnement immédiat", "une défaillance correspond à une fuite au niveau de la canalisation entraînant une réparation soit du joint, soit du tuyau même".

Sur l'ensemble de ces tronçons, près de 8 tronçons sur 10 n'ont pas eu de casses entre l'année de pose et l'année de fin d'observation, leur prise en compte est intéressante, ces tronçons sont dits censurés à droite. Si un tronçon a subi plusieurs défaillances, ce tronçon est tranformé en plusieurs individus, ainsi un tronçon ayant subi 2 défaillances deviendra 3 individus (n°1 de la pose à la première défaillance, n°2 de la première à la deuxième défaillance, n°3 de la deuxième défaillance à la fin de période d'observation).

L'évaluation de la fonction de risque a été étudiée en utilisant le modèle des risques proportionnels comme l'a fait ANDREOU en utilisant d'abord le modèle de COX pour déterminer les variables significatives.

L'étude du modèle de COX a montré que les facteurs les plus influents dans les casses de conduites, sont le nombre de défaillances déjà subies par l'individu, sa longueur, son diamètre et dans une moindre mesure, le sol et sa corrosivité, le facteur croisé trafic-chaussée, le passage fonte grise-fonte ductile. Les courbes de risque sont différentes par leur forme et leur niveau de risque selon les défaillances. La première défaillance voit son risque augmenter avec le temps, tandis que pour les suivantes le risque est plus fort et semble moins dépendant du temps.

L'étude du temps moyen entre défaillances a permis de classer les défaillances en trois groupes :

- groupe 1 : $1^{ère}$ défaillance
- groupe 2 : 2 à $4^{ème}$ défaillance
- groupe 3 : $5^{ème}$ défaillance et plus

La première défaillance apparaît en moyenne 14 à 16 ans après la date de pose, elle est considérée comme un phénomène de vieillissement car sa courbe de risque augmente avec le temps. De la $2^{ème}$ à la $4^{ème}$, l'écart diminue de 6 à 4 ans, pour les défaillances suivantes, cet écart reste constant autour de 3 à 4 ans.

Le modèle de COX est un modèle semi-paramétrique qui a l'avantage d'établir un minimum de contraintes dans l'estimation des paramètres, mais ne permet pas de faire des prévisions sur une durée supérieure à la durée d'observation des défaillances, d'où l'élaboration d'un modèle paramétrique utilisant la loi de Weibull, largement utilisée

par ailleurs dans les études de fiabilité (DETHOOR et GROBOILLOT, 1968, [16]). Cette loi permet de préciser la détermination de $h_0(t)$, fonction de risque de base de la fonction de risque $h(t)$ qui prend la forme suivante :

$$h(t) = \lambda p(\lambda t)^{p-1} \exp\left[\sum_i \beta_i Z_i\right] \tag{4.46}$$

avec :

λ et p : paramètres de la fonction

Lorsque l'on est dans le groupe 3, $p \simeq 1$, ce qui veut dire que l'on passe dans un modèle exponentiel, ce qui rejoint également les hypothèses d'ANDREOU.

Il est à noter que les modèles PHM ont également été appliqués aux réseaux d'eau potable en Australie (SCOTT, 1995, [83]) et en Norvège (LEI et SAEGRO, 1997, [76])

A partir de ces éléments la construction d'une loi de vieillissement a été envisagée (WEREY, 1993, [92], EISENBEIS, 1994, [57]) pour permettre l'évaluation du veillissement et par la suite des coûts de réparations au niveau de la conduite, en tenant compte de l'environnement et des caractéristiques de la conduite et de l'historique des défaillances. Cette loi devait compte tenir des résultats obtenus par le modèle probabiliste et donc améliorer la loi de vieillisement jusqu'ici utilisée dans l'optimisation économique.

La loi est construite à partir de l'espérance mathématique $E(N(t))$ du nombre de défaillances N au temps t.

Soit

$$E(N(t)) = \sum_{d=0}^{\infty} d \cdot P(N(t) = d) \tag{4.47}$$

où $P(N(t) = d)$ est la probabilité pour que d défaillances aient eu lieu au temps t
ainsi $P(N(t) = 1)$ est la probabilité d'avoir eu 1 défaillance à la date t
Ainsi :

"avoir une et une seule défaillance entre 0 et t"

=

" ne pas avoir de $1^{ère}$ défaillance 0 et t_1" $\approx$ $S_1(t_1)$

et

"avoir une $1^{ère}$ défaillance en t_1" $\approx$ $h_1(t_1)$

et

" ne pas avoir de $2^{ème}$ défaillance entre t_1 et t" $\approx$ $S_2(t - t_1)$

avec :

t_1 : la date d'occurrence de la $1^{ère}$ défaillance, t_1 varie entre 0 et t

S_1 : fonction de survie de la $1^{ère}$ défaillance
(probabilité de non défaillance pour la $1^{ère}$ défaillance)

S_2 : fonction de survie de la $2^{ème}$ défaillance

h_1 : fonction de risque de la $1^{ère}$ défaillance

d'où :

$$P(N(t)=1) = \int_0^t S_1(t_1).h_1(t_1).S_2(t-t_1)dt_1 = \int_0^t f_1(t_1).S_2(t-t_1)dt_1 \qquad (4.48)$$

avec :

f_1 : fonction de densité de l'apparition de la $1^{ère}$ défaillance

de même la probabilité d'avoir eu d défaillances jusqu'en t s'écrit :

$$P(N(t)=d) = \int_0^t f_1(t_1) \int_{t_1}^t f_2(t_2-t_1)... \int_{t_{d-2}}^t f_{d-1}(t_{d-1}-t_{d-2}) \int_{t_{d-1}}^t f_d(t_d-t_{d-1})S_{d+1}(t-t_k)dt_d dt_{d-1}...dt_2 dt_1 \qquad (4.49)$$

ainsi l'espérance s'écrit :

$$E(N(t)) = \sum_{d=0}^{\infty} d \cdot \left[\begin{array}{c} \int_0^t f_1(t_1) \int_{t_1}^t f_2(t_2-t_1)... \int_{t_{d-2}}^t f_{d-1}(t_{d-1}-t_{d-2}) \\ \int_{t_{d-1}}^t f_d(t_d-t_{d-1})S_{d+1}(t-t_d)dt_d dt_{d-1}...dt_2 dt_1 \end{array} \right] \qquad (4.50)$$

avec le modèle de Cox (pas de temps discret) :

$$E(N(t)) = \sum_{d=0}^{\infty} d \cdot \left[\begin{array}{c} \sum_{t_1=0}^t f_1(t_1) \sum_{t_2=t_1}^t f_2(t_2-t_1)... \sum_{t_{d-1}=t_{d-2}}^t f_{d-1}(t_{d-1}-t_{d-2}) \\ \sum_{t_d=t_{d-1}}^t f_d(t_d-t_{d-1})S_{d+1}(t-t_d) \end{array} \right] \qquad (4.51)$$

le modèle a été appliqué sur des données avec le modèle de Weibull pour la $1^{ère}$, puis pour les 2 à $4^{ème}$ et ensuite le modèle exponentiel pour traduire l'entrée dans le processus poissonien à partir de la $5^{ème}$ défaillance, on a donc 3 groupes de défaillances

d'où les notation f^*_1, f^*_2, λ^*_3, où λ est le paramètre de la loi de Poisson :

$$\begin{aligned}
E(N(t)) &= \int_0^t f_1^*(t_1)S_2^*(t-t_1)dt_1 + 2\int_0^t\int_{t_1}^t f_1^*(t_1)f_2^*(t_2-t_1)S_2^*(t-t_2)dt_2dt_1 \\
&+3\int_0^t\int_{t_1}^t\int_{t_2}^t f^*{}_1(t_1)f_2^*(t_2-t_1)f_2^*(t_3-t_2)S_2^*(t-t_3)dt_3dt_2dt_1 \\
&+4\int_0^t\int_{t_1}^t\int_{t_2}^t\int_{t_3}^t f_1^*(t_1)f_2^*(t_2-t_1)f_2^*(t_3-t_2)f_2^*(t_4-t_3)S_2^*(t-t_4)dt_4dt_3dt_2dt_1 \\
&+\int_0^t\int_{t_1}^t\int_{t_2}^t\int_{t_3}^t f_1^*(t_1)f_2^*(t_2-t_1)f_2^*(t_3-t_2)f_2^*(t_4-t_3) \\
&[4\left(1-\exp\left(-\lambda_3^*t+\lambda_3^*t_4\right)\right)+\lambda_3^*(t-t_4)]\,dt_4dt_3dt_2dt_1 \qquad (4.52)
\end{aligned}$$

Cette formule est valable pour une conduite posée à la date 0.

Si maintenant on étudie une conduite ancienne pour laquelle on connait une partie de son passé, à savoir le nombre de défaillances D et leurs dates d'apparition jusqu'à un temps α. L'espérance aura l'expression donnée dans l'équation 4.53 pour tenir compte de la date de la dernière défaillance Δ_D ainsi que de la durée depuis cette dernière défaillance.

On aura 5 cas, pour l'expression de $E(N(t))$ de l'équation 4.52 :

Si la conduite n'a subi aucune défaillance avant α, $D=0$:

$$\begin{aligned}
E(N(t)) &= \int_\alpha^t \frac{f_1^*(t_1)}{S_1^*(\alpha)}S_2^*(t-t_1)dt_1 + 2\int_\alpha^t\int_{t_1}^t \frac{f_1^*(t_1)}{S_1^*(\alpha)}f_2^*(t_2-t_1)S_2^*(t-t_2)dt_2dt_1 \\
&+3\int_\alpha^t\int_{t_1}^t\int_{t_2}^t \frac{f_1^*(t_1)}{S_1^*(\alpha)}f_2^*(t_2-t_1)f_2^*(t_3-t_2)S_2^*(t-t_3)dt_3dt_2dt_1 \\
&+4\int_\alpha^t\int_{t_1}^t\int_{t_2}^t\int_{t_3}^t \frac{f_1^*(t_1)}{S_1^*(\alpha)}f_2^*(t_2-t_1)f_2^*(t_3-t_2)f_2^*(t_4-t_3)S_2^*(t-t_4)dt_4dt_3dt_2dt_1 \\
&+\int_\alpha^t\int_{t_1}^t\int_{t_2}^t\int_{t_3}^t \frac{f_1^*(t_1)}{S_1^*(\alpha)}f_2^*(t_2-t_1)f_2^*(t_3-t_2)f_2^*(t_4-t_3)[4(1-\exp(-\lambda_3^*t+\lambda_3^*t_4))+\lambda_3^*(t-t_4)]dt_4dt_3dt_2dt_1 \qquad (4.53)
\end{aligned}$$

Si la conduite a subi une défaillance à Δ_1, avant α :

$$\begin{aligned}
E(N(t)) &= \sum_{d=1}^{3} dP(N(t)=d) \\
&+\int_\alpha^t\int_{t_2}^t\int_{t_3}^t \frac{f_2^*(t_2-\Delta_1)}{S_2^*(\alpha-\Delta_1)}f_2^*(t_3-t_2)f_2^*(t_4-t_3)\left[4\left(1-\exp\left(-\lambda_3^*t+\lambda_3^*t_4\right)\right)+\lambda_3^*(t-t_4)\right]dt_4dt_3dt_2
\end{aligned} \qquad (4.54)$$

Si la conduite a subi deux défaillances à Δ_1, et à Δ_2 avant α :

$$E(N(t)) = \sum_{d=1}^{2} dP(N(t)=d) + \int_{\alpha}^{t}\int_{t_3}^{t} \frac{f_2^*(t_3-\Delta_2)}{S_2^*(\alpha-\Delta_2)} f_2^*(t_4-t_3)\left[4\left(1-\exp\left(-\lambda_3^* t+\lambda_3^* t_4\right)\right)+\lambda_3^*(t-t_4)\right] dt_4 dt_3 \tag{4.55}$$

Si la conduite a subi trois défaillances à Δ_1, à Δ_2 et à $\Delta_3$avant α :

$$E(N(t)) = P(N(t)=1) + \int_{\alpha}^{t} \frac{f_2^*(t_4-\Delta_3)}{S_2^*(\alpha-\Delta_3)}\left[4\left(1-\exp\left(-\lambda_3^* t+\lambda_3^* t_4\right)\right)+\lambda_3^*(t-t_4)\right] dt_4 \tag{4.56}$$

Si la conduite a subi quatre défaillances à Δ_1, à Δ_2 ,à Δ_3 et à $\Delta_4$avant α :

$$E(N(t)) = \lambda_3^*(t-\alpha) \tag{4.57}$$

Grâce à la loi de Weibull, l'extrapolation est possible, la loi exponentielle permet la simplification des expressions, à noter que dans cette approche, on comptabilise les défaillances "attendues" sur la conduite mais on ne sait pas quant elle sont censées avoir lieu, car on utilise la probabilité d'avoir d défaillances à la date t et donc les dates t_d varient sur un intervalle dépendant de t_{d-1}.

EISENBEIS (1994) s'est intéressé à faire une comparaison entre défaillances prévues et défaillances réelles sur une durée de 10 ans, c'est le modèle stratifié avec prise en compte d'un facteur vieillissement qui permet d'exclure des casses ayant lieu en début de vie de conduite communément appelées "casses juvéniles", qui donne les meilleurs résultats.

La comparaison du calcul de E(N(t)) avec le modèle de Cox et l'extrapolation avec la loi de Weibull+Poisson donne des courbes relativement proches sur la partie commune (C. WEREY, 1993, [92]).

En considérant, comme c'est le cas dans les autres approches économiques, que le coût unitaire de réparation r reste le même (en francs constants) d'une défaillance à l'autre, l'espérance coût total de réparation $E(r(t))$ peut s'écrire (en temps discret) :

$$\begin{aligned} E(r(t)) &= \sum_{t_1=\alpha}^{t} \frac{1}{(1+a)^{t_1-\alpha}} \frac{f_1(t_1)}{S_1(t_1)} S_2(t-t_1) \\ &+ \sum_{t_1=\alpha}^{t}\sum_{t_2=t_1}^{t} \left[\frac{1}{(1+a)^{t_1-\alpha}}+\frac{1}{(1+a)^{t_2-\alpha}}\right] \frac{f_1(t_1)}{S_1(t_1)} f_2(t_2-t_1) S_3(t-t_2) + \ldots \\ &+ \sum_{t_1=\alpha}^{t}\sum_{t_2=t_1}^{t}\cdots\sum_{t_d=t_{d-1}}^{t} r\left[\sum_{k=1}^{t} \frac{1}{(1+a)^{t_k-\alpha}}\right] f_1(t_1) f_2(t_2-t_1) f_3(t_3-t_2)\ldots f_d(t_d-t_{d-1}) S_{d+1}(t-t_ \end{aligned} \tag{4.58}$$

Cette expression a été utilisée pour faire une optimisation économique (chaîne illimitée) sur neuf rues de Strasbourg (ELNABOULSI, 1993,[59]). Il minimise l'expression suivante : ($\alpha = 0$)

$$\min \left[E(r(t)) + \frac{R}{(1+a)^t} \right] \tag{4.59}$$

Les résultats de cette étude ont mis en évidence l'influence des coûts sociaux liés à une rupture, à l'échelle de la rue. La différenciation des activités socio-professionnelles s'est montrée déterminante. La prise en compte des coûts sociaux augmente la valeur de r et fait avancer la date de renouvellement.

Les travaux sur les modèles PHM ont été poursuivis en vue d'aboutir à la prévision des défaillances sur des réseaux à faible historique (BULTEZ, 1997, [50], PALLOIS, 1998, [81]) et pour évaluer les défaillances à venir sur un réseau pour lequel le calage des paramètres a été réalisé avec des données à l'échelle du tronçon. Après avoir déterminé les paramètres significatifs pour la loi de survie, une simulation utilisant la méthode de Monte Carlo est mise en place.

L'horizon de prévision est fixé à t_h, exemple 31/12 /97 pour données disponibles jusqu'au 31/12/96 = t_0, soit une prévision sur 1 an, ce qui a d'ailleurs permis de comparer aux défaillances réelles de 1997.

$t = 0$ est la date de pose si la canalisation a été renouvelée au cours de l'historique d'observation, la date de début des observations si la pose est antérieure au début de l'observation et qu'il n'y a pas eu de défaillances $n = 0$, la date de la casse précédente si n>0.

Θ est le délai de casse

Sur $[t_0, +\infty[$ la fonction de survie conditionnelle est notée $S_0(t)$:

$$S_0(t) = \Pr\{\Theta > t | \Theta > t_0\} = \frac{S(t)}{S(t_0)} \tag{4.60}$$

soit la probabilité pour que le délai jusqu'à la prochaine défaillance Θ soit $> t$ sous la condition $\Theta > t_0$

avec

$$S(t) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{\mu}{\sigma} \right) t^{\frac{1}{\sigma}} \right] \quad avec\ \mu = \sum_j x_{ij}\beta_j \tag{4.61}$$

où les paramètres β_j et le paramètre d'échelle σ, caractéristiques de la loi de weibull et du modèle des risques proportionnels ont été évalués à partir des données.

La simulation pour la prévision consiste à choisir de façon aléatoire des valeurs de survie u. Ces valeurs de u sont prises sur $[0, S(t_0)]$ la première fois puis sur $[0, 1]$ les

suivantes. Afin d'avoir une estimation correcte du nombre de casses prévues, il convient de "balayer" au maximum ces intervalles lorsque l'on choisit u. C'est pourquoi la simulation sera répétée 1000 fois sur chaque individu. On fait ensuite pour chaque conduite la moyenne de ces simulations, ce qui fournit le nombre moyen des défaillances prévues. Cette procédure classe les tronçons par ordre décroissant du nombre de défaillances et permet donc de repérer les tronçons à risque dans un découpage en quartiles de risque par exemple. Le résultat numérique obtenu sur un an doit être considéré comme un ordre de grandeur du fait de la variabilité du nombre de casses d'une année sur l'autre ; néanmoins le résultat obtenu est satisfaisant.

Cette approche donne donc une moyenne des défaillances attendues au niveau du réseau mais sans identification au niveau du tronçon. La phase préliminaire qui permet de déterminer les paramètres significatifs repose sur un découpage du réseau en tronçons homogènes qui pour l'étude statistique sont encore découpés en individus fonction de la durée de survie (temps entre deux défaillances).

L'espérance du nombre de défaillances a donc été abordée de trois manières :

-détermination au niveau du tronçon de l'espérance de défaillances pour une année donnée

-détermination pour un tronçon donné de l'espérance du nombre de défaillances jusqu'à l'année t

-détermination au niveau du réseau de l'espérance de défaillances pour une année donnée.

4.2.2.2 Modèle de survie par cohortes

Cette méthode est empruntée au domaine des études démographiques où la cohorte représente une classe d'âge. Pour le domaine des réseaux d'eau potable, la cohorte représente un goupe de canalisations homogène (ex. fonte grise moulée, emplacement favorable) (HERZ, 1987, [61], 1993, [62], 1996-1, [63], 1996-2, [64], 1999,[65]). Elle s'appuie sur une fonction de survie mais dans le sens strict du terme, c'est à dire que $S(t)$ représente la probabilité de ne pas mourir, c'est à dire de ne pas être renouvelée. Nous présenterons cette méthode comme une méthode de programmation dans le paragraphe 4.4.3.

4.2.2.3 Processus poissonien non homogène (ROSTUM, 1999, [82])

La modélisation de défaillances sur un réseau d'eau potable par un processus de poisson non homogène ("**Non-Homogeneous Poisson Process**" (**NHPP**)) permet

de traduire une stratégie de réparation minimale, ce qui signifie que la fréquence des défaillances, après réparation, est la même que celle avant la défaillance. Mais l'état de la conduite n'est pas ramené à un "good as new state".

ROSTUM s'intéresse au taux de défaillances (rate of occurence of failures : ROCOF) avec :

$$ROCOF \equiv \frac{d(E(N(t))}{dt} \tag{4.62}$$

$E(N(t))$ est l'espérance du nombre de défaillances jusqu'à t, donc dans le sens de l'approche EISENBEIS, WEREY en 1993.

L'utilisation du modèle NHPP permet d'obtenir ROCOF sous forme analytique, alors que les résultats du modèle PHM nécessitent le passage en temps discret du à la stratification par nombre de défaillances.

Ainsi avec le modèle NHPP, le nombre attendu de défaillances durant l'intervalle $[x, y]$:

$$E(N(y) - N(x)) = \int_x^y \lambda(u, \beta, z)du = \lambda(y^\zeta - x^\zeta)\exp(\beta z) \tag{4.63}$$

car

$$\lambda(t, \beta, z) = \lambda_0(t)\exp(\beta z) \tag{4.64}$$

avec

$$\lambda_0(t) = \lambda\zeta t^{\zeta-1} \tag{4.65}$$

pour $\zeta = 1$, $\lambda(t, \beta, z)$ se réduit à une loi exponentielle correspondant à un processus de Poisson homogène.

Un système réparable est considéré s'améliorer si $0 < \zeta < 1$ et à se détériorer si $\zeta > 1$, dans ce cas $\lambda(t)$ a la même expression que la fonction de risque $h(t)$ du modèle PHM pour la première défaillances.

β et z sont respectivement les paramètres de régression et les covariables du modèles qui sont semblables à ceux introduit dans le modèle PHM.

Des applications comparées des modèles NHPP et PHM (EISENBEIS, ROSTUM, LEGAT, 1999, [58]) montrent que le modèle PHM est plus pessimiste que le modèle NHPP et donc prévoit une nombre de défaillances plus élevé.

4.3 L'évaluation des coûts

WALSKI et PELLICIA (1982, [89]) reprennent la méthode d'optimisation et la loi de vieillissement utilisées par SHAMIR et HOWARD en mettant l'accent sur la détermination du coût de réparation

Ainsi :

$$Coût\ réparation = main\ d'oeuvre + équipement + manchon + repavage + frais\ généraux \tag{4.66}$$

avec :

coût de la main d'oeuvre = coût d'une équipe de 3 hommes et d'un engin en \$/h

durée d'intervention = 6,5diamètre^{0,285}

coût pour l'équipement (compresseur, compacteur..), indépendant du diamètre

coût du manchon, fonction de sa longueur, de son épaisseur, du diamètre de la conduite

coût du repavage, au m^2, sur une longueur de 3,60m, avec des largeurs de tranchées fonction du diamètre de la conduite

frais généraux = 20% du coût de réparation pour frais de contrôle et imprévus.

La prise en compte de coûts externes est suggérée. Ils permettraient d'intégrer leffet de l'interruption de service, de la gêne causée par l'ouverture de tranchée, de la perte en eau, des conséquences du verglas, de la perte de pression pour la sécurité incendie, de la possible contamination de l'eau pendant la rupture, du risque d'affaissement dans la zone de rupture... Ces coûts ne sont pas évalués de façon individuelle, leur incidence est traduite par un coefficient multiplicatif appliqué au coût de réparation.

Cette approche est intéressante pour la décomposition du coût de réparation. Une analyse de données a été réalisée en 1985 pour déterminer des coûts de renouvellement, de réhabilitation, de réparation, de fuites, de protection contre la corrosion...(WALSKI, 1985, [90]).

WALSKI (1987, [91]) introduit à côté des coûts de remplacement et de réparation, des coûts liés aux pertes d'eau, des coûts de détection et de réparation des fuites, des coûts de remplacement des robinets-vannes.

(nous utilisons les notations propres pour cette partie)

soit :

R_l : coût de remplacement par unité de longueur (\$ per foot)

L : longueur de la conduite étudiée (mile)

$$5,280 L R_l \exp(-at) = coût\ de\ remplacement\ (\$) \tag{4.67}$$

m : coût d'une casse (coût de réparation + coûts indirects) (\$)

A : taux d'accroissement annuel des défaillances par an (%/an)

§ :

A_o : taux de rupture de l'année 0 (défaillance/an/mile)

$$mLA_o \exp(At) = \textit{coût annuel des casses } (\$/an) \tag{4.68}$$

C_w : coût de la perte en eau ($/million gallon)
Φ_0 : taux de fuite de l'année 0 (million gallon/an/mile)
Φ : taux d'accroissement annuel des fuites (%/an)

$$C_w L\Phi_0 \exp \Phi t = \textit{coût annuel des fuites } (\$/an) \tag{4.69}$$

C_d : coût de détection et de réparation des fuites par u.de longueur ($/mile)

$$C_d L = \textit{coût annuel de détection et de réparation de fuites } (\$/an) \tag{4.70}$$

C_v : coût de remplacement d'un robinet-vanne sur conduite existante ($)
V_0 : taux de défaillance des robinets-vannes durant l'année 0
(robinets-vannes cassées/an/mile)
v : taux d'acroissement annuel des casses de robinets-vannes (%/an)

$$C_v L V_0 \exp(vt) = \textit{coût annuel "broken or lost valves" } (\$/an) \tag{4.71}$$

a : taux d'actualisation

L'expression du coût total auquel il parvient est la suivante :

$$\begin{aligned} C(T) &= 5,280LR_l \exp(-at) + \int_0^T \{(mLA_o)\exp((A-a)t) + (C_w L\Phi_0)\exp[(\Phi - a)t] \\ &\quad + C_d L \exp(-at) + C_v L V_0 \exp[(v-a)t]\} dt \end{aligned} \tag{4.72}$$

Ce coût annuel représente essentiellement le temps nécessaire pour isoler une partie du réseau en vue d'une réparation et la perte sur de plus grandes surfaces quand le service doit être interrompu pour cause de travaux de maintenance. Ces coûts étant difficilement estimables, ils sont remplacés par le coût de remplacement des robinets-vannes cassés sur les canalisations existantes.

La date de remplacement optimale est obtenue en minimisant l'équation ci-dessus,.on obtient :

$$T = \left(\frac{1}{A}\right) \ln\left[\frac{5,280aR_l - C_d}{mA_0 + C_w\Phi_0 + C_v V_0}\right] \tag{4.73}$$

L'auteur précise qu'il conviendrait également de tenir compte d'un $4^{ème}$ facteur supplémentaire : la perte de capacité hydraulique liée à la réduction du diamètre interne de la canalisation et à l'augmentation de la rugosité du fait de dépots appelés tuberculations. WALSKI donne également pour chaque paramètre les éléments qu'il faudrait prendre en compte :

- Coût de remplacement R : l'évaluer à partir d'un historique de coûts de renouvellement sur le secteur, inclure les coûts d'étude, de surveillance des travaux, d'inspection, de remise en service, d'évacuation de la conduite remplacée...

- Coût d'une rupture m : prendre en compte le coût de la rupture incluant la réparation, les dommages à partir de plaintes passées d'usagers, les interférences sur d'autres services, les perturbations dans le trafic. Si le coût de réparation et les coûts de dommages peuvent être estimés, l'auteur reconnait que les autres sont plus difficiles à appréhender. Nous assimilons ce coût à un coût de maintenance lié à la conduite, tel que déjà utilisé précédemment.

- Taux de rupture actuel A_0 : à déterminer à partir de l'analyse d'historiques de défaillances.

- Taux de croissance annuel des défaillances A : à définir à partir d'études statistiques $(0,02 < A < 0.06)$

- Valeur de l'eau économisée C_w grâce à une gestion préventive des fuites. Cette valeur ne sera pas évaluée avec le tarif facturé aux consommateurs mais en tenant compte seulement des coûts de production et de traitement.

- Taux de fuites Φ_0 : à déterminer à partir d'une étude diagnostic ou d'audits sur le réseau.

- Taux d'accroissement des fuites Φ : à partir d'audits annuels ou à rapprocher de la valeur de b.

- Coût de détection et de réparation des fuites C_d : utiliser un coût moyen par fuite.

- Coût d'une vanne C_v : prendre un coût de remplacement et non seulement le coût de la pose d'une vanne sur une conduite neuve. Ce coût est fortement dépendant du diamètre de la conduite.

- Taux actuel de défaillance de vannes V_0 : le nombre de vannes à remplacer annuellement donnera une valeur indicative mais sous-estimée.

- Taux d'accroissement des défaillances de vannes v : utiliser des historiques de défaillances de vannes

- taux d'actualisation a : est assimilé à un taux d'intérêt.

Cette approche a été appliquée sur une partie du réseau de New-York. Elle met en évidence l'existence de coûts hors des coûts stricts de renouvellement et de réparation qu'il faudrait prendre en compte, mais dont l'estimation n'est pas facile.

En 1992 et 1993 KENNEL et ELNABOULSI s'intéressent à la pertinence de la prise en compte de coûts indirects à côté des coûts de réparation proprement dit (KENNEL, 1992, [70], ELNABOULSI, 1993, [59])

Un inventaire des coûts indirects a d'abord été réalisé. Les coûts indirects qui ont été identifiés peuvent être regroupés en cinq catégories :

1. *les conséquenses des fuites sur les usagers* :

- effets sur les usagers des voiries (verglas, affaisssements, accidents...)

- effets sur les autres services (dégats matériels dus aux pertes d'eau sur les transports en commun ou les entrepôts industriels, biens publics, interruptions des services, retards)

- effets sur les riverains (inondations de caves, destruction de biens, sécurité des personnes)

-effets au niveau du distributeur (perte image de marque, pertes d'exploitation, coûts relatifs aux solutions de secours)

2. *le dérangement de la vie des usagers :*

- désorganisation de la circulation, difficulté d'accès aux maisons, aux commerces du fait de l'ouverture d'une tranchée

- atteinte à la santé publique : les personnes dialysées ou en milieu hospitalier peuvent être gênés par un manque d'eau

- gêne de circulation qui peut entrainer un perte de temps lors de livraison de marchandise, mais aussi sur le trajet domicile-travail. Il s'agira plutôt d'une perte d'utilité.

- désordre dans la vie courante (hygiène, alimentation)

3. *sécurité incendie :*

En cas d'incendie il est de la responsabilité du Maire d'assurer l'approvisionnement en eau pour la lutte contre l'incendie. Lorsque cette dernière est assurée par le réseau, la survenance simultanée d'une fuite est bien-sûr lourde de conséquences.

4. *perturbation de l'activité économique*

- coûts des mesures de prévention et de sécurité

- dommages aux entreprises (arrêt de travail, dégât sur le stock, perte d'exploitation, charge d'entretien, gestion du personnel)

- coût pour la collectivité locale (piscine, camping)

- coût pour le secteur agricole (retard d'arrosage, solution de secours pour l'alimentation des animaux)

- coût supporté par les compagnies d'assurances

- coût du secteur industriel

5. *le problème de contamination,*

- risques pour la santé publique

- engagement de responsabilité civile du distributeur.

Le vieillissement des réseaux peut parfois provoquer des pénétrations de substances ou la coloration de l'eau.

A partir de cette typologie, KENNEL et ELNABOULSI on réalisé des applications des modèles de détermination de date optimale des renouvellement sur le réseau de la Comunauté Urbaine de Strasbourg (CUS) en intégrant certains coûts sociaux.

KENNEL a découpé le réseau en quatre secteurs pour déterminer des coûts moyens par secteur, en exploitant les factures de renouvellement (travaux réalisés par des entreprises), les récépissés de matériaux et les rapports journaliers pour déterminer le coût de réparation (travaux réalisés par le personnel du service de l'eau). Les données exploitées sont celles d'une année : 1991.

L'évaluation des coûts indirects a été réalisée en exploitant et en extrapolant sur 2 heures, les résultats de l'étude réalisée par HETZEL et TENIERE BUCHOT du Cabinet CANDIZ (1988, [53]) sur l'évaluation des conséquences économiques de l'incendie de l'usine PROTEX à Auzouer (8 juin 1988) qui entraîna l'arrêt de la distribution d'eau potable à Tours pendant 110 heures, pour l'évaluation de la perte économique des commerces, artisans et prestataires de service à partir du nombre moyen d'établissements par secteur. L'exploitation de dossiers d'assurance a permis d'estimer le dérangement à la population, les fuites ont été estimées par le coût du débit d'un poteau d'icendie ($60m^3/h$) pendant 2 heures. Ces coûts ont été introduits dans une approche du type SHAMIR et HOWARD avec une détermination du taux de croissance A calé sur les données de la Communauté Urbaine de Bordeaux, valeurs voisines de celles obtenues par SHAMIR et HOWARD sur le réseau de Calgary. Sur cette approche à une échelle globale, la prise en compte des coûts indirects n'est pas significative.

ELNABOULSI a appliqué une approche similaire sur 9 rues du centre ville de Strasbourg. Les coûts de renouvellement et de réparation sont repris de l'étude de KENNEL, la loi de vieillissement est celle présentée au paragraphe précédent, les coûts indirects ont été évalués de la façon suivante :

- le dérangement de l'activité économique (application du calcul réalisé à Tours sur 2h), la consultation du fichier SIRENE de L'INSEE a permis de déterminer par rue le nombre d'établissements dans chaque type d'activité donc la perte d'exploitaion correspondante. La perte d'activité industrielle n'a pas été abordée.

-les fuites ont été localisées grâce à une étude diagnostic en cours en 1993 sur la CUS.

-le coût de perte d'eau suite à une rupture estimé ici par 2h de débit d'un poteau incendie.

-le dérangement de la population : résultats de KENNEL

Cette approche détaillée qui permet notament de prendre en compte la différenciation au niveau de l'activité économique montre une forte influence des coûts indirects, la date de renouvellement est avancée de 10 ans avec une simulation sur 30 ans.

Ces résultats ont conduit à une recherche bibliograhique sur l'évaluation des coûts indirects qui a mené DRANE (1997, [56]) à explorer les domaines du bruit, de l'électricité, des travaux publics, des biens environnementaux. Certaines approches sont intéressantes :

- mesure de consommation par usage : une étude réalisée dans le cadre du programme SAVE du Commisariat Général pour l'Energie consiste à exploiter l'enregistrement en continu des consommations électriques d'une trentaine de types d'appareils domestiques. Certains de ces appareils étant consommateurs d'eau, cette étude pourrait fournir des éléments sur les pratiques d'usage de l'eau domestique.

- valorisation financière de la gêne occasionnée par une coupure d'électricité : le préjudice lié à la perte de chauffage est estimé par le coût d'une nuit d'hôtel. (Electricité De France, 1994, [17]))

- notion d'activité humaine indexée par défaut sur un salaire moyen qui nécessite de connaître les activités horaires des différents membres d'un même foyer domestique, cette connaissance peut être remplacée par le temps passé à faire bouillir de l'eau. Cette durée peut être recherchée par enquête directe ou approchée par des évalutions indirectes telle que l'évaluation du coût d'opportunité du temps passé à faire bouillir de l'eau suite à un incident de contamination bactériologique sur un réseau d'eau (HARRINGTON et KRUPNICK)

(nous utilisons les notations propres pour cette partie)

$$C_i = W_i(\frac{T}{4}) \tag{4.74}$$

avec :

C_i : Coût d'opportunité du temps passé à faire bouillir l'eau

W_i : Salaire horaire moyen

T : Temps nécessaire pour bouillir 2 litres d'eau ($\simeq$ 4 minutes = 0,067 h)

$1/4$: coefficient pondérateur

Le coefficient de $1/4$ signifie qu'un quart du temps nécessaire à l'action de bouillir l'eau est réellement perdu.

Une autre approche des dépenses supportées par le consommateurs dans un cas de contamination de l'eau (LAUGLAND, MUSSER et al., 1993, [74]) évalue :

- le coût de l'électrité dans le cas où le ménage fait bouillir l'eau :

$$C_i = [P_e\,(q/2)\,K]\,D \tag{4.75}$$

avec :

C_i coût mensuel en énergie associé à l'action de bouillir l'eau
P_e prix de l'énergie électrique en kilowatt-heure
q nombre journalier de litres que le consommateur fait bouillir
K nombre de kWh nécessaire pour bouillir 2 litres d'eau ($\simeq 0,35$ kWh)
D nombre de jours par mois (en moyenne 30,42 j)

- le coût associé à l'action d'acheter l'eau ailleurs :

$$H_i = (P_a m)\, RM \tag{4.76}$$

avec :
H_i coût mensuel associé à l'action d'aller chercher l'eau ailleurs
P_a coût moyen de fonctionnement d'une auto ($\simeq 0,079\$/mile$)
m nombre de miles par voyage pour aller chercher l'eau
R nombre de voyages par semaine, ratio estimé à 1,62
M nombre de semaines par mois ($\simeq 4,33$)

-les incidences sur les consommateurs industriels peuvent être prise en compte au travers d'une typologie par activité (code NAP) et l'exploitation de ratios R_1 et R_2 fournis par " la centrale des bilans" de la Banque de France, pour déterminer le coût d'un arrêt de sa production, cet arrêt pouvant notament être provoqué par une interruption de l'alimentation en eau (BEURET et CLOCHARD, 1992, [48]).

$$P = R_1 R_2 N \frac{D}{220} \tag{4.77}$$

avec :
P : perte d'exploitation
R_1 : résultat d'exploitation annuel/ chiffre d'affaire annuel HT
R_2 : chiffre d'affaire annuel/effectif
N : effectif de l'entreprise
D : durée en jours de t'interruption en eau

Cette méthode a été utilisée pour déterminer la perte d'expolitation de l'usine de composants électroniques SGS Thomson de Tours suite à l'incendie de l'usine PROTEX en 1988.

L'utilisation de cette méthode nécessite de savoir dans quelle mesure la production d'une industrie donnée est effectivement sensible à une coupure d'eau.

- Dans le domaine des travaux publics une étude américaine (BEROSCH, 1992, [46]) s'intéresse au surcoût pour la circulation d'un chantier de pose de canalisation d'une centaine de mètres linéaires, réalisé sur une voie suburbaine (10 m de largeur 1 voie pour chaque sens). Ce coût est fonction de la largeur de la voie et du trafic quotidien.

4.4 Les modèles de programmation du renouvellement

Nous avons identifié 2 modèles qui utilisent la méthode de Shamir et Howard pour déterminer la date optimale de renouvellement puis qui proposent une programmation pluri annuelle du renouvellement. La première approche introduit des contraintes budgétaires et utilise la programmation linéaire. La seconde prend en compte la réduction de la capacité hydraulique et introduit la possibilité soit de réhabiliter soit de renouveler la conduite ; elle s'appuie sur la programmation dynamique. Nous présenterons également ici le modèle de survie par cohortes KANEW.

4.4.1 Modèle de KARAA (1984, [68], 1987, [69])

La mise en place de cette méthode nécessite de décomposer le réseau en classes de canalisations ayant même coût d'entretien et même date optimale de renouvellement.

On considère donc comme connue la date optimale de renouvellement d'une classe de canalisations.

La méthode permet de répartir les travaux de renouvellement sur plusieurs années en minimisant le coût d'opportunité, c'est à dire l'incidence financière liée au fait de différer le renouvellement d'une année. Ne sont considérés que des renouvellements retardés et non avancés. Le fait de différer est conditionné par le budget annuel défini d'avance et les différents coûts qui sont appliqués à chaque classe de canalisation.

Le problème est résolu par programmation linéaire.

On détermine le coût unitaire d'une défaillance $m = r + s$

avec :

r : les coûts de réparation

s : les coûts sociaux

Le nombre de défaillances $N(t)$ durant l'année t est défini par une loi exponentielle (SHAMIR et HOWARD 1979).

Soit $N(t) = N(t_0)e^{A(t-t_0)}$. Ainsi le coût d'intervention annuel est donné par : $mN(t)$.

Sont également déterminés des coûts additionnels d'exploitation (additionnal operational cost) qui traduisent le fait que la détérioration du revêtement intérieur des canalisation du à la corrosion, entraine des surcoûts d'énergie essentiellement au niveau des pompages du fait des pertes de charges supplémentaires.Ces coûts sont repris d'une étude réalisée par MCBEAN en 1983 ([77]).

Le raisonnement se fait sur le coût d'opportunité de différer le renouvellement du début à la fin de l'année.

Deux applications numériques ont été réalisées par KARAA, l'une avec des budgets insuffisants l'autre avec des budgets excédentaires. Dans le premier cas, la résolution

est rendue possible en supprimant la contrainte budgétaire sur la dernière année. Dans l'autre cas, l'excédent est transféré d'une année sur l'autre. Dans l'un et l'autre cas est fixée le budget de départ et une évolution constante (10% et 15%).

Ce modèle s'appuie sur une évolution constante des budgets et sur la seule possibiliteé de reporter les renouvellements, d'autres sénarios sont envisagables :

- Un augmentation régulière, pour créer un capital en vue de pouvoir réaliser les renouvellements au moment optimum. Cela permettrait au gestionnaire de répondre aux besoins de renouvellement tout en préservant le prix de l'eau, qui aura subi une évolution régulière mais légère, en vue de mettre en place le financement. Le coût des emprunts serait allégé par la mise en place de cet autofinancement. Dans une phase ultérieure l'augmentation des budgets pourrait être réduite en fonction des besoins.

- Réalisations des renouvellements avec un écart de 1 à 2 ans, avant ou après la date optimum de renouvellement, avec une augmentation des budgets et donc du prix de l'eau, plus brutale, mais avec des renouvellements réalisés de façon optimale. Dans ce cas, le coût du capital serait plus important car l'augmentation du prix de l'eau risquerait d'être insuffisante pour couvrir les frais. L'augmentation des budgets serait plus irrégulière.

Revenons en à la prise en compte des coûts sociaux. KARAA les considèrent de deux origines : d'une part les coûts liés à la rupture (interruption de service) s, d'autre part d'autres coûts supplémentaires s' liés à l'interruption du trafic, dommages aux immeubles et autres réseaux. L'évaluation est faite avec une valeur élevée et une valeur faible.

Une évaluation simplifiée de s peut être obtenue en calculant la quantité d'eau qui n'a pas été fournie au consommateur pendant l'interruption. Mais la durée d'interruption et le type de consommateur nécessiterait d'augmenter la valeur retenue.

Une autre approche est suggérée, notamment pour les conduites de gros diamètre pour lesquelles la fréquence de rupture est plus faible mais l'impact en cas de ruture plus important. Si la conduite devait être remplacée lorsque $N(t)$ (nombre attendu de défaillances durant l'année t) atteind la valeur N^* et en introduisant un coût additionnel d'énergie dû à l'utilisation de la conduite endommagée $\Delta C_e(t)$, alors la condition de renouvellement peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\frac{(r+s)\,N^* + \Delta C_e(t)}{1+\frac{a}{2}} \geqslant R\frac{a}{1+a} \tag{4.78}$$

Ce qui signifie que la valeur actuelle du coût du capital lié à l'alternative de renouvellement doit rester inférieur aux coûts de maintenance et coûts d'exploitation additionels de l'année t (ces coûts sont imputés en milieu d'année t). Si ce n'est pas le cas il faut renouveler durant l'année $t+1$.

4.4.2 Modèle de KLEINER, ADAMS et ROGERS (1998-1, [71], 1998-2, [72])

Ces travaux proposent une approche de prévision à long terme des échéances de renouvellement ou de réhabilitation. Chaque conduite peut être renouvelée à l'identique ou renouvelée avec un diamètre supérieur ou rehabilitée par chemisage intérieur de la conduite (relining). La décision de réaliser une opération de renouvellement ou de réhabilitation ne tient pas seulement compte, au travers des coûts de réparation et de renouvellement ou de réhabilitation, de l'état actuel de la canalisation et du réseau mais aussi d'opération de renouvellement futures. En effet le raisonnement est fait en considérant des renouvellements identiques à l'infini ; si une conduite est réhabilitée, l'hypothèse est faite qu'elle sera ensuite renouvelée. L'étude s'intéresse à la fois à l'état structurel de la canalisation et à sa capacité hydraulique ; c'est cette dernière qui permet de déterminer une date limite de renouvellement quand la pression desservie en un point de consommation devient inférieure à une valeur limite déterminée en fonction des caractéristiques du réseau et des consommateurs. Quand la capacité hydraulique seule est déficiente, c'est souvent la décision de réhabilitation qui va primer. L'évolution de l'état structurel intervient au travers d'une loi de vieillissement voisine de celle proposée par SHAMIR et HOWARD (1979, [84]), déjà présentée plus haut.

L'optimisation des coûts est réalisée au niveau de chaque conduite pour déterminer le MCRT (minimum cost replacement timing) de chaque conduite, de façon analytique.

L'étude de la capacité hydraulique permet de définir le TMP (time of minimal pressure) au niveau du réseau, c'est à dire la date butoir pour faire la prochaine opération de réhabilitation ou de renouvellement.

L'approche à l'échelle du réseau repose sur la minimisation des coûts totaux avec pour objectif d'ajouter des projets de réhabilitation ou renouvellement jusqu'à ce que tous les tronçons soient renouvelés tout en gardant le coût total au minimum. Cette étape est réalisée par programmation dynamique à partir des éléments suivants :

- un niveau est défini par le nombre de conduites déjà réhabilitées ou renouvelées (niveau 0=0 conduite ont été renouvelées, niveau1= 1 conduite a été renouvelée).

- un état représente une séquence unique de conduites réhabilitées à un niveau donné.

Trois alternatives peuvent exister :

- si $MCRT_i$>TMP et $MCRT_i$>date du projet précédent, si l'opération est réalisée à $MCRT_i$ les coûts seront minimums, si l'opération est retardée il n'y aura plus optimisation sur les coûts mais racourcissement du délai par rapport au TMP et donc décalage des valeurs des TMP futurs ce qui aura également une incidence sur les choix futurs. Les deux objectifs ne peuvent pas être satisfaits simultanément.

- si $MCRT_i$ <date du projet précédent, on choisira de réaliser la nouvelle opération à une date comprise entre celle prévue pour le projet précédent et le TMP

Cette approche prend en compte l'effet réseau et l'importance du comportement hydraulique d'un tronçon par rapport au réseau, selon sa position.

4.4.3 Modèle de HERZ : KANEW ([61], [62], [63], [65]).

Ce modèle s'appuie sur une fonction de survie mais dans le sens strict du terme, c'est à dire que $S(t)$ représente la probabilité de ne pas mourir, c'est à dire de ne pas être renouvelée. Les dates prises en compte sont des dates de renouvellement et non des dates de défaillance.

Cette fonction de survie $S(t)$; la densité de probabilité de durée de vie est donnée par la relation :

$$f(t) = 0 \qquad pour\ t < t_0$$

$$f(t) = \frac{(c+1)be^{b(t-t_0)}}{(c+e^{b(t-t_0)})^2} \qquad pour\ t \geqslant t_0 \tag{4.79}$$

t_0 est le temps de résistance, il indique l'âge atteint par toutes les conduites d'un type spécifié sans aucun renouvellement.

t est l'âge des conduites

c et b sont des facteurs qui vont déterminer la forme de la courbe,

c est le facteur de vieillissement quand c=0, il n'y a pas de vieillissement si c est grand, le processus de dégradation commence lentement,

b est le facteur de défaillance, plus b est grand, plus le processus de dégradation se déroule rapidement.

ainsi

$$S(t) = 1 - \int_0^t f(u)du = 1 \qquad pour\ t < t_0 \tag{4.80}$$

$$S(t) = \frac{c+1}{c+e^{b(t-t_0)}} \qquad pour\ t \geqslant t_0 \tag{4.81}$$

et $h(t)$ le taux de mortalité

$$h(t) = 0 \qquad pour\ t < t_0$$

$$h(t) = \frac{be^{b(t-t_0)}}{c + e^{b(t-t_0)}} \qquad pour\ t \geqslant t_0 \qquad (4.82)$$

à noter que $h(t)$ n'augmente pas exponentiellement avec l'âge, mais tend asymptotiquement vers une valeur limite qui est le facteur b du type de conduite spécifié.

quand $t > \infty$ la valeur moyenne de durée de vie donnée par E(t) ne tend pas vers 0 mais reste à une valeur constante de $1/b$ années, la canalisation vieillit mais ne se dégrade plus.

La prévision nécessite que c, b et la durée de vie moyenne soient donnés de façon empirique par dire d'experts, bien souvent formulé sous la forme d'une valeur optimiste et d'une valeur pessimiste. Trois cas sont envisagés : 100% des conduites d'un type ont survécu, 50% et 10%. L'estimation se fait en quatre étapes : mise en avant des connaissances empiriques, utilisation de l'information stockée sur banques de données, utilisation d'ajustements statistiques, correction des estimations par un apprentissage dynamique.

HERZ rejette l'optimisation économique basée sur la comparaison du coût marginal et du coût moyen incluant la réparation, car les coûts de réparation augmentent avec l'âge et que la prédiction des défaillances en fonction de l'âge est encore incertaine, de plus le coût de renouvellement varie avec les conditions locales, si bien qu'il est difficile de donner une durée de vie pour un type de conduite. Seule une fourchette de valeurs pourra être avancée.

Ces restrictions sont en partie justifiées et permettent de mettre en doute l'optimisation à partir du coût total, utilisée comme modèle de référence. Par contre, elles ne suffisent pas pour remettre en cause l'approche économique. L'incertitude peut être intégrée dans le modèle, l'évolution des coûts de réparation est traduite au travers de la loi d'évolution des défaillances qui lorsqu'elle utilise des historiques de défaillances, permet une détermination qui peut paraître plus sûre qu'une donnée empirique mais bien sûr plus difficile et plus longue à réaliser. On retiendra la question posée de la difficulté de l'évaluation des coûts.

4.5 Conclusion

Nous avons dans ce chapitre fait le point sur l'essentiel des modèles traitant du renouvellement des réseaux d'eau potable.

Le graphique, en tête de chapitre, permet d'avoir une vue d'ensemble sur les modèles que nous avons explorés et sur d'autres approches que nous nous contentons de

citer : approches multicritères (ADNOT, 1986, [41], LE COZ, 1991, [75]), approche par la qualité de service (HOUILLON, 1995 [66]), modélisation de la corrosion et comparaison aux modèles statistiques (ARNOUX, 1998, [45]), approche conceptuelle (MALANDAIN, 1999, [78]), fiabilité (BERTIN, 1994, [47]). Nous avons développé essentiellement les modèles traitant de l'optimisation de la date optimale du renouvellement à l'échelle du tronçon.

Nous notons l'intérêt des fonctions de survie utilisant le modèle des risques proportionnels (PHM) qui permet de prendre en compte les données environnementales et l'historique de la conduite.

Beaucoup d'études s'intéressent à des groupes de canalisations homogènes, certaines raisonnent au niveau de la conduite en utilisant comme seuls paramètres un taux de défaillance et l'âge de la conduite. Ce taux de défaillance est difficilement déterminable au niveau de la canalisation, il nécessite souvent de recourir à l'agrégation de données sur plusieurs canalisations. L'utilisation des données de survie a été amorcée pour déterminer une espérance de coûts mais en perdant l'information de la date d'occurence de la défaillance précédente, ce qui outre la prise en compte des caractéristiques physiques et environnementales et le nombre des défaillances précédentes caractérise la richesse du modèle des risques proportionnels.

Les études sur les coûts montrent la complexité et l'importance des coûts indirects liés à une coupure d'eau.

Enfin, certains modèles insistent sur le fait qu'une conduite d'eau n'appartient pas seulement à "un parc d'équipements" similaires mais qu'elle est liée aux autres conduites du fait de la structure en réseau.

4.6 Conclusion de la partie 1

Cette première partie nous a permis de situer la problématique du renouvellement des équipements et de voir comment se pose et comment est approchée cette question pour le renouvellement des réseaux d'eau potable.

La structure en réseau, la longue durée de vie des conduites, la notion de service public qui fait passer l'utilité du consommateur avant la notion de profit sont les caractéristiques primordiales du contexte qui nous intéresse.

Nous considérons la décision de renouvellement comme une véritable décision d'investissement même si nous nous en tiendrons à considérer un renouvellement à l'identique, sans prise en compte du phénomène d'obsolescence sur les données futures. Nous nous placerons dans la démarche : vaut-il mieux renouveler de suite ou peut-on attendre ? et dans l'affirmative : combien de temps peut-on se permettre d'attendre ?

Nous retiendrons pour notre approche l'échelle de la conduite, dans un souci de précision d'information, dans le but de bien identifier les paramètres influents avant d'envisager une agrégation par groupes de conduites ; étape ultérieure nécessaire pour l'utilisation de modèles sur des services.

Sur cette conduite nous voulons tenir compte des éléments suivants :

- *les caractéristiques physiques de la conduite*
- *la position stratégigue de la conduite dans la structure hydraulique du réseau*
- *l'évolution des défaillances sur les canalisations*
- *l'environnement de la conduite*
- *la spécificité des consommateurs*

Nous ne tiendrons pas compte, dans notre étude, des problèmes de qualité d'eau, de dégradation lente par la corrosion, seuls seront pris en compte ses effets aux travers des défaillances qui seront le moyen de modéliser le vieillissement.

La plupart des modèles de renouvellement s'intéressent essentiellement au vieillissement, il nous paraît important de tenir compte également de *la position stratégigue de la conduite par rapport à la structure hydraulique du réseau* et de *la spécificité des consommateurs desservis par la conduite.* Ces différents éléments auront une incidence sur les coûts rattachés à chaque tronçon : un tronçon important au niveau stratégique nécessitera une intervention rapide, par contre dans une zone maillée l'intervention pourra attendre le lendemain en cas de rupture la nuit et coûtera moins cher en terme d'intervention donc de réparation, mais entraînera peut-être plus de frais annexes, appelés coûts sociaux ou coûts indirects (perte d'eau, inondation de caves...). La caractéristique des consommateurs influera de même sur le coût aussi bien de réparation que sur les coûts indirects, selon la sensibilité de ce consommateur à une interruption de la distribution d'eau. Le coût du renouvellement sera quant à lui programmé et

donc les coûts d'intervention et les effets indirects peuvent être réduits.

Pour ce qui est du vieillissement, il influencera l'évolution du processus ; nous choisissons d'en tenir compte dans un raisonnement probabiliste, au travers du modèle des risques proportionnels (PHM), modèle le plus abouti au début de notre travail. Ce modèle permet la prise en compte *des caractéristiques physiques de la conduite, de l'évolution des défaillances sur les canalisations, l'environnement de la conduite.* A noter que les caractéristiques et l'environnement de la conduite auront également des incidences sur la détermination des coûts.

Au niveaux des coûts, nous nous intéresserons à la prise en compte des coûts sociaux en cherchant à les lier aux données environnementales et à la spécificité des consommateurs notamment. Nous nous focaliserons sur les coûts sociaux liés à l'interruption de distribution d'eau.

Pour l'optimisation économique, nous considérons une approche par l'espérance mathématique du nombre de défaillances sur une durée donnée comme réductrice au niveau de l'information de la survenance des défaillances envisagées. Ceci nous amène à nous tourner vers la programmation dynamique et donc d'envisager une évolution en temps discret permettant de positionner la date d'occurence des défaillances. Cette approche permet également d'exploiter le gain d'information apporté par le temps et de ne pas raisonner seulement en fonction d'une espérance de coût de réparation sur un horizon donné comparé à un coût de renouvellement à la date 0 de prise de décision.

Nous maintiendrons l'hypothèse d'un renouvellement à l'identique et raisonnerons sur l'opportunité de différer le renouvellement.

Pour la prise en compte de la position stratégique de la conduite par rapport à la fonction hydraulique du tronçon dans le réseau nous nous intéresserons plus précisément à l'incidence d'une rupture d'un tronçon donné sur le fonctionnement hydraulique du réseau.

Partie 2 : Méthodologie d'optimisation des échéances de renouvellement des conduites d'eau potable

Introduction de la partie 2

Dans cette partie, nous présentons notre méthode pour la prévision du renouvellement sur un réseau divisé en tronçons de canalisation j et en noeuds de consommation i.

Voyons d'abord ce que nous entendons par tronçon et par noeud.

Nous considérons que les tronçons sont homogènes en ce qui concerne leurs caractéristiques physiques (matériau, diamètre, date de pose...) et environnementales (traffic, position sous-chaussée ou sous trottoir, sol corrosif ou non...) ce qui donnera une homogénéité au niveau vieillissement (EISENBEIS 1994, ARNOUX 1998), mais également qu'ils présentent une homogénéité au niveau du fonctionnement hydraulique en vue de modéliser le fonctionnement hydraulique du réseau.

La définition du tronçon demandera également une homogénéité au niveau du vieillissement, pour tenir compte de l'état de détérioration et de son évolution dans le futur. Enfin, un tronçon permettra de relier deux noeuds de consommation.

Qu'en est-il de la définition des noeuds : elle sera évidemment conditionnée par la définition des tronçons, mais aussi par la spécificité des consommateurs. Ainsi, un ensemble de consommateurs domestiques pourra t-il être regroupé. Par contre, la présence d'un consommateur sensible tel que défini plus haut devra être individualisée et prise en compte. Ce dernier point apportera des modifications dans la détermination des tronçons telle qu'elle est abordée dans les approches techniques.

Nous raisonnerons sur le coût de renouvellement R (sans coûts sociaux) et sur le coût de maintien en service m qui sera composé du coût de réparation proprement dit r et des coûts sociaux s. Dans notre souci d'homogénéiser les notations dans la première partie de ce mémoire, nous avions utilisé m pour les coûts de maintenance. Nous assimilons donc en quelque sorte les coûts de maintien en service à des coûts de maintenance bien que dans notre cas il ne s'agit que de maintenance curative et non préventive comme on l'entend en général.

Cette partie est décomposée en 4 chapitres :

Le chapitre 5 propose un indice de non satisfaction à un instant donné pour chaque tronçon relativement au restant du réseau, en cas de défaillance sur ce tronçon.

Le chapitre 6 présente le modèle de prévision avec son arbre de décision.

Dans ces deux chapitres sera réalisée une application avec des valeurs fictives sur le réseau-test introduit au chapitre 1.

Dans le chapitre 7, nous nous intéresserons à préciser la détermination des différents paramètres.

Nous terminerons, dans le chapitre 8, par une application sur les données du quartier de la Meinau de Strasbourg et sur des données du Syndicat des Eaux de Charente

Maritime.

Chapitre 5

Prise en compte de l'effet réseau

Dans ce chapitre nous alons revenir sur une étude portant sur des indices de fiabilité (BERTIN, 1994, [47], elle servira de base pour *la construction d'un indice de non satisfaction* f_j^*, pour chaque tronçon j, qui nous permettra de caractériser la position stratégique du tronçon par rapport au fonctionnement hydraulique du réseau. Nous appliquerons cet indice sur le réseau-test et nous réaliserons une étude de sensibilité de f_j^* par rapport aux différents paramètres nécessaires à sa construction.

5.1 Indices de fiabilité (BERTIN, 1994, [47])

BERTIN s'intéresse à la fiabilité de la distribution d'eau potable, en étudiant le système de distribution constitué par le réseau, les consommateurs et les événements "casses d'une conduite". La mesure de fiabilité traduira la capacité du système de distribution à satisfaire la demande quand des casses surviennent sur les conduites.

(nous utilisons les notations propres pour cette partie)

Un ensemble de consommateurs souhaite recevoir une demande constituée par un débit donné (consommation appelée *da* et une charge hydraulique donnée dite de "service" (charge notée *hs*).

Le couple (da, hs) constitue la charge attendue que cet ensemble de consommateurs souhaite recevoir, si $d \leqslant da$ et $h \leqslant hs$ certains noeuds de consommation peuvent ne plus être desservis.

(da, hs) constitue la demande attendue et sera notée V

(d, h) est la demande obtenue, notée v

V_i sera la consommation attendue au noeud i , au jour de pointe et à l'heure de pointe

v_{ij} sera la consommation obtenue au noeud i quand le tronçon j est défaillant

Soit un réseau :

I : nombre de noeuds de consommation
J : nombre de conduites
e_0 : état du système pour lequel toutes les conduites sont en état de fonctionnement
e_j : état du système pour lequel seule la conduite j est défaillante, $j \in [0, a]$
p_j : probabilité que la conduite j soit défaillante
p_{e_j} : probabilité que le système soit dans l'état e_j
avec :

$$p_{e_j} = p_j \prod_{k=1}^{a}(1 - p_{k \neq j}) \; pour \; j > 0, \quad et \quad p_{e_0} = \prod_{k=1}^{a}(1 - p_k) \tag{5.1}$$

$$\sum_{j=0}^{J} p_{e_j} = 1$$

Si les probabilités sont indépendantes du temps et les taux de défaillances et de réparation constants, on peut écrire :

$$p_j = \frac{MTTF_j}{MTTF_j + MTTR_j} \tag{5.2}$$

avec :
$MTTF_j$: durée moyenne de bon fonctionnement de la conduite j
$MTTR_j$: durée moyenne de réparation de la conduite j

L'hypothèse est faite qu'une casse ne peut survenir qu'après la fin de la réparation de la casse de conduite précédente du fait que la probabilité qu'une conduite soit non défaillante est très proche de 1.

Quatre indices sont définis :

- Fiabilité relative f_{ij} d'un tronçon j par rapport à un noeud i qui traduit l'impact de la casse du tronçon j sur la demande du noeud i :

$$f_{ji} = \frac{v_{ji}}{V_i} \tag{5.3}$$

avec :
v_{ji} : consommation du noeud i pour l'état e_j

- Fiabilité relative ft_j d'un tronçon j par rapport à l'ensemble des noeuds, qui montre l'impact global d'une casse sur le tronçon j sur l'ensemble des noeuds, c'est

une moyenne pondérée qui doit permettre de différencier les consommateurs par leur consommation attendue et par le type du consommateur au travers du poids w_i :

$$ft_j = \frac{\sum_{i=1}^{I} w_i V_i f_{ji}}{\sum_{i=1}^{I} w_i V_i} = \frac{\sum_{i=1}^{I} w_i v_{ji}}{\sum_{i=1}^{I} w_i V_i} = \sum_{i=1}^{I} W_i f_{ji} \tag{5.4}$$

avec :

$$W_i = \frac{w_i V_i}{\sum_{i=1}^{I} w_i V_i}$$

- Fiabilité relative f_{ni} de l'ensemble des tronçons par rapport à un noeud i, qui permet d'évaluer l'impact global des casses des tronçons sur ce noeud i, la pondération se fera ici par les probabilités de casses :

$$f_{ni} = \frac{\sum_{j=0}^{J} p_{e_j} f_{ji}}{\sum_{j=0}^{J} p_{e_j}} = \sum_{j=0}^{J} p_{e_j} f_{ji} \tag{5.5}$$

- Fiabilité globale F, sur l'ensemble du réseau étudié :

$$F = \sum_{i=1}^{I} W_i f_{ni} = \sum_{j=0}^{J} p_{e_j} ft_j \tag{5.6}$$

La détermination de f_{ji} se fait à partir d'une modélisation du fonctionnement hydraulique, à partir du modèle ZOMAYET (Cemagref, 1996, [51]), qui a pour objectif la résolution du problème d'équilibrage hydraulique d'un réseau maillé d'alimentation en eau potable en régime permanent. BERTIN affine le modèle pour déterminer la demande d'un noeud en fonction de la charge et non pas en fixant la consommation à priori, ce qui permet de mieux évaluer les conséquences d'une défaillance sur le réseau. La détermination des v_{ji} est réalisée en faisant une simulation du fonctionnement hydraulique du réseau en supprimant le tronçon j.

Dans son application, BERTIN considère les probabilités de défaillance constantes avec le temps, correspondant à une durée moyenne de réparation de 10h pour une durée moyenne de fonctionnement de 9990h, c'est à dire une panne par an de durée égale à 9h. Pour la différenciation des consommateurs il fait intervenir la différence de consommation attendue, laissant $W_i = 1$. La différenciation alors prise en compte distingue les gros consommateurs et les petits consommateurs, ce qui peut-être suffisant pour différencier les consommateurs domestiques des consommateurs industriels mais qui ne permettra pas de différencier un dentiste par exemple d'un consommateur domestique.

5.2 Indice de non satisfaction

5.2.1 Construction de l'indice

A partir des indices de fiabilité cités au paragraphe précédent, nous proposons maintenant, pour chaque tronçon j, l'indice f_j^*, indice de non satisfaction du tronçon j, :

$$\begin{aligned} f_j^* &= p_j \cdot \prod_{k \neq j} (1 - p_k) \cdot \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{I} w_i \cdot v_{ij}}{\sum_{i=1}^{I} w_i \cdot V_i} \right) \\ &= p_j \cdot \prod_{k \neq j} (1 - p_k) \cdot \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{I} w_i \cdot V_i \cdot f_{ij}}{\sum_{i=1}^{I} w_i \cdot V_i} \right) \end{aligned} \tag{5.7}$$

L'indice f_j^* est un indice croisé qui permet de traduire la non satisfaction au niveau du consommateur de la consommation fournie quand un tronçon est défaillant, relativement à la consommation demandée par ce même consommateur. Il tient compte du vieillissement du tronçon, de sa position stratégique, de la présence de consommateurs sensibles. Si le tronçon est dans un mauvais état et (ou) s'il a une importance notable dans le fonctionnement et (ou) s'il dessert des consommateurs sensibles, sa valeur sera élevée. Cet indice traduit le niveau de non satisfaction d'un tronçon donné par rapport à l'ensemble du réseau, considéré au niveau physique et au niveau fonctionnement. Il fait intervenir les probabilités d'occurence d'une défaillance sur le tronçon j, et sur le tronçon j seul. La satisfaction est traduite par le rapport de la consommation fournie à chaque noeud i quand le tronçon j est défaillant sur la consommation appellée ou demandée au noeud i. Ces consommations sont pondérées par l'indice w_i qui permettra de traduire la sensibilité des consommateurs à la coupure d'eau. La détermination de v_{ij} nécessite une modélisation hydraulique du réseau.

Contrairement à l'approche de BERTIN, les probabilités évoluent avec le temps, bien que l'indice donne une image ponctuelle à une date donnée. De plus nous introduisons une pondération au travers des w_i, maintenus à la valeur 1 par BERTIN, ce qui signifiait une différenciation des consommateurs seulement par la valeur de la consommation appelée.

5.2.2 Hypothèses

- Un seul tronçon sera défaillant à la fois; la probabilité de simultanéité de deux défaillances est faible. Cela revient à considérer que "la casse d'une conduite ne peut survenir qu'après la réparation de la casse de la conduite pécédente".

- Lorsque le tronçon est défaillant, il est considéré comme coupé, la simulation hydraulique supprime le tronçon en question, il y a interruption du transit de l'eau dans le tronçon.

5.2.3 Application sur le réseau test

Nous reprenons le mini réseau introduit dans le chapitre 1

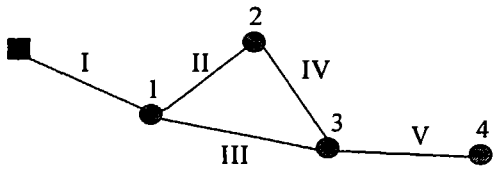


figure 5.1 : réseau test

La répartition des débits, en service normal, sur les tronçons II et III est supposée telle que 1/3 du débit aille vers le noeud 2 et 2/3 vers le noeud 3, ce qui correspond à un diamètre plus gros pour le tronçon III que pour le tronçon II. Le noeud 2 sera alimenté par le tronçon II uniquement , le noeud 3 par II et par III..

5.2.3.1 Effet hydraulique seul : référence

Nous avons réalisé une première application en considérant tous les consommateurs identiques ($V_i = 5\ m^3/h$ et $w_i = 1$) et tous les tronçons au même stade de vieillissement ($p_j = 0,2$).

V_1, V_2, V_3, V_4 sont les consommations appelées en chaque noeud et donc normalement satisfaites par le réseau en fonctionnement normal.

Les consommations fournies v_{ij} seront les suivantes :

Si le tronçon I est défaillant aucun noeud ne dera desservi.

Si le tronçon II est défaillant, le noeud 1 est desservi normalement d'où $v_{1II} = V_1$. De la même façon $v_{1III} = V_1$. et $v_{1IV} = V_1$.

Pour les autres consommations nous avons, pour une première approche, estimé l'effet des ruptures sans utiliser de simulation hydraulique. Ainsi ; quand le tronçon II est défaillant, nous supposons que $v_{2II} = \frac{1}{3}V_2$ qui sera fourni par le tronçon IV, que $v_{3II} = \frac{2}{3}V_3$ et $v_{4II} = \frac{2}{3}V_4$.

Quand le tronçon III est défaillant, nous disons que $v_{2III} = \frac{2}{3}V_2$, $v_{3III} = \frac{1}{3}V_3$ à partir des tronçons II puis IV, $v_{4III} = \frac{1}{3}V_4$.

Lorsque le tronçon IV est défaillant, $v_{2IV} = \frac{2}{3}V_2$, $v_{3IV} = \frac{2}{3}V_3$, $v_{4IV} = \frac{2}{3}V_4$.

Pour ces trois tronçons, il y a compensation de la perte par l'existence de la maille. Nous avons exagéré l'impact, car l'on pourrait imaginer que les canalisations non défectueuses de la maille permettent de maintenir une alimentation normale.

Lorsque le tronçon V est défaillant l'effet est différent sur le noeud 4, qui ne reçoit plus rien alors que les autres noeuds sont satisfaits.

L'ensemble de ces résultats est regroupé dans le tableau suivant :

v_{ij}	n° tronçon				
n° noeud	I	II	III	IV	V
1	0	V_1	V_1	V_1	V_1
2	0	$v_{2II} < V_2$ $v_{2II} = \frac{1}{3}V_2$	$v_{2III} < V_2$ $v_{2III} = \frac{2}{3}V_2$	$v_{2IV} < V_2$ $v_{2IV} = \frac{2}{3}V_2$	V_2
3	0	$v_{3II} < V_3$ $v_{3II} = \frac{2}{3}V_3$	$v_{3III} < V_3$ $v_{3III} = \frac{1}{3}V_3$	$v_{3IV} < V_3$ $v_{3IV} = \frac{2}{3}V_3$	V_3
4	0	$v_{4II} < V_2$ $v_{4II} = \frac{2}{3}V_4$	$v_{4III} < V_2$ $v_{4III} = \frac{1}{3}V_4$	$v_{4IV} < V_2$ $v_{4IV} = \frac{2}{3}V_4$	0

tableau 5.1 : consommations fournies v_{ij}

Le calcul de f_j^* à partir de ces éléments abouti aux résultats présentés dans le tableau suivant :

n° tronçon j	f_j^* référence	risque référence
I	0,08192	1
II	0,02731	3
III	0,03413	2
IV	0,02048	4
V	0,02048	4

tableau 5.2 : indices f_j^* référence

Nous avons affecté un ordre de risque qui met le tronçon I en première position, du fait qu'il a la plus grande valeur de f_j^*.Le rôle hydraulique primordial du tronçon I est bien souligné ainsi que l'effet de la maille. Par contre, le fait que V soit un tronçon en antenne n'est pas perceptible.

Nous appelerons ces valeurs, les valeurs référence dans le sens où elles n'intègrent que l'effet hydraulique, les autres caractéristiques (vieillissement, consommateur) étant semblables.

Nous allons maintenant conjuguer les différents effets avec l'effet hydraulique.

5.2.3.2 Prise en compte de l'effet consommateur et de l'effet vieillissement

- cas n°1 - effet consommateur (consommation appelée V_i)

Nous supposons successivement qu'un des noeuds est un consommateur industriel ($V_i = 20\ m^3/h$) et que les autres sont des consommateurs domestiques par exemple ($V_i = 5\ m^3/h$) en maintenant $w_i = 1$.

	paramètre différencié V_i=20 m^3/h							
	V_1		V_2		V_3		V_4	
n° tronçon j	f_j^*	risque	f_j^*	risque	f_j^*	risque	f_j^*	risque
I	0,81920	1	0,08192	1	0,08192	1	0,08192	1
II	0,01560	3	0,03901	2	0,02731	3	0,02731	4
III	0,01950	2	0,03121	3	0,04291	2	0,04291	3
IV	0,01170	4	0,02341	4	0,5341	4	0,02341	5
V	0,01170	4	0,01170	5	0,01170	5	0,04681	2

tableau 5.3 : indices f_j^* - effet consommateur (V_i)

Le fait d'avoir un consommateur plus important au noeud 1 augmente la valeur de f_I^* et diminue les autres indices. La desserte du noeud 1 par le tronçon I est bien soulignée. Lorsque le noeud 2 devient un point de consommation important, c'est le tronçon II qui devient plus fragile et, apparaît une différenciation entre le tronçon IV et le tronçon V.Quand le noeud 3 devient prépondérant, ce sont les tronçons III et IV qui sont fragilisés Efin si l'industriel est au noeud 4, alors le tronçon V passe en deuxième position sur l'échelle des risques, juste derrière le tronçon I.

Sauf dans le cas $V_1 = 20$, f_I^* reste égal à la valeur référence, les autres indices augmentent quand ils sont près du consommateur important ou s'ils font partie du circuit qui alimente le point en question.

- *cas n°2 - effet consommateur sensible*

Nous introduisons ici, toujours successivement sur chaque noeud, des valeurs différentes pour w_i. Avec $w_i = 2$ pour un consommateur sensible et $w_i = 1$ pour les autres :

	paramètre différencié $w_i = 2$							
	w_1		w_2		w_3		w_4	
n° tronçon j	f_j^*	risque	f_j^*	risque	f_j^*	risque	f_j^*	risque
I	0,81920	1	0,81920	1	0,81920	1	0,81920	1
II	0,02185	3	0,03277	2	0,02731	3	0,02731	4
III	0,02731	2	0,03277	3	0,03823	2	0,03823	2
IV	0,01638	4	0,02185	4	0,02185	4	0,02185	5
V	0,01638	4	0,01638	5	0,01638	5	0,03277	3

tableau 5.4 : indices f_j^* - effet consommateur sensible (w_i)

Les variations vont dans le même sens que dans le cas n°1, avec des valeurs plus faibles pour les indices des tronçon I à V (comme précédemment f_j^* n'est affecté que

lorsque le noeud 1 est concerné), l'effet est donc moins pénalisant dans l'ensemble. Dans certain cas, il l'est cependant : quand $w_1 = 2$, f^*_{II} à f^*_V sont plus mauvais que dans le cas n°1. Le tronçon V seul semble particulièrement plus affecté sauf dans le cas où $w_4 = 2$.

- cas n°3 - effet vieillissement

Nous avons fixé p_j à 0,6 pour le tronçon endommagé contre 0,2 pour les autres.

	paramètre différencié $p_j = 0{,}6$									
	p_I		p_{II}		p_{III}		p_{IV}		p_V	
n° j	f^*_j	risque	f^*_j	risque	f^*_j	risque	f^*_j	risque	f^*_j	risqu
I	0,24576	1	0,04096	2	0,04096	2	0,04096	2	0,04096	2
II	0,01365	3	0,08192	1	0,01365	3	0,01365	4	0,01365	4
III	0,01707	2	0,01707	3	0,10240	1	0,01707	2	0,01707	3
IV	0,01024	4	0,01024	4	0,01024	4	0,06144	1	0,1024	5
V	0,01024	4	0,01024	4	0,01024	4	0,01024	5	0,06144	1

tableau 5.5 : indices f^*_j - effet vieillissement (p_j)

Lorsque l'on affecte une variation sur les probabilités de défaillance, les indices réagissent fortement et le tronçon qui a la probabilité élevée devient systématiquement celui au risque le plus élevé. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'on intervient ici sur un paramètre directement affecté à un tronçon et par la valeur retenue pour les probabilités.

- cas n°4 - conjugaison de l'effet vieillissement et de l'effet "gros consommateur"

Nous nous sommes interessés à quelques cas de conjonction de l'effet vieillissement et de l'effet "gros consommateur".

	2 paramètres différenciés							
	V_4 et p_{II}		V_3 et p_V		V_2 et p_{III}		V_2 et p_V	
n° tronçon j	f^*_j	risque	f^*_j	risque	f^*_j	risque	f^*_j	risque
I	0,04096	2	0,04096	1	0,04096	2	0,04096	1
II	0,08192	1	0,01365	4	0,01950	3	0,01950	3
III	0,02146	4	0,02146	3	0,09362	1	0,01560	4
IV	0,01170	5	0,01170	5	0,01170	4	0,01170	5
V	0,02341	3	0,03511	2	0,00585	5	0,03511	2

tableau 5.6 : indices f^*_j - effet consommateur (V_i) et vieillissement (p_j)

Quand $V_4 = 20$ et $p_{II} = 0,6$ c'est bien-sûr le tronçon II qui est le plus affecté, cependant la vulnérabilité du tronçon V apparaît également.

Pour $V_3 = 20$ et $p_V = 0,6$, comme pour $V_2 = 20$ et $p_V = 0,6$, l'effet vieillissement est réduit au profit du consommateur important.

Pour $V_2 = 20$ et $p_{III} = 0,6$ c'est à nouveau l'effet vieillissement qui est prioritaire.

5.2.3.3 Résultats sur le réseau test

Nous poursuivons par un exemple sur le réseau test.

Imaginons que les points de consommations 1 et 2 soient des consommateurs domestiques en habitat horizontal, le point 3 des consommateurs domestiques en habitat vertical. Ces trois points de consommation sont jugés peu sensibles à une coupure d'eau. Par contre le point 4, qui est un industriel, a besoin d'un fort débit et est sensible à la coupure d'eau.

Pour ce qui est des tronçons, les tronçons II et III présentent un état de dégradation plus avancé.

Ces élements sont traduits dans le tableau suivant :

n° noeud i	V_i	w_i
1	5	1
2	20	1
3	5	1
4	20	2

n° tronçon j	p_j
I	0,2
II	0,6
III	0,4
IV	0,2
V	0,2

tableau 5.7 : données sur le réseau test

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant.

n° tronçon j	f_j^* référence	risque référence
I	0,03072	3
II	0,07461	1
III	0,04291	2
IV	0,00951	5
V	0,01755	4

tableau 5.8 : résultats sur le réseau test

C'est le tronçon II qui est jugé le plus critique, du fait de son état de dégradation et de la présence d'un consommateur important en 2.

Puis vient le tronçon III, cela s'explique par son état de vieillissement et son rôle au niveau hydraulique, rôle d'autant plus important du fait de la présence d'un consommateur prioritaire en 4, c'est cependant surtout l'effet vieillissement qui apparaît dans la valeur obtenue.

On retrouve seulement en position 3 le tronçon I, qui est dans un état satisfaisant et sans consommateur important immédiat ; le rôle hydraulique est ici au second plan.

Puis vient le tronçon V, ceci est lié aux caractéristiques du consommateur 4.

Enfin le tronçon III est jugé le meilleur, cela traduit son bon état, la non présence immédiate d'un gros consommateur et l'effet de la maille.

Cette application sur le réseau test indique donc le tronçon II comme étant celui au risque le plus élevé. Supposons alors que l'on décide de renouveler ce tronçon.

En partant de l'hypothèse que le nouveau tronçon ne présentera pas de défaillances sur les premières années, nous posons $pII = 0$. Nous allons alors partir du tableau de données suivant :

n° noeud i	V_i	w_i
1	5	1
2	20	1
3	5	1
4	20	2

n° tronçon j	p_j
I	0,2
II	**0**
III	0,4
IV	0,2
V	0,2

tableau 5.9 : données après renouvellement de I

qui conduit aux résultats suivants :

n° tronçon j	f_j^* référence	risque référence
I	0,07680	2
II	**0**	**5**
III	0,10728	1
IV	0,02377	4
V	0,04389	3

tableau 5.10 : résultats après renouvellement de I

L'ordre de classement pour les tronçons laissés en place reste le même et le tronçon II passe en dernière position.

Cet indice de non satisfaction semble donc bien prendre en compte les effets suivants :

- structure hydraulique

- différenciation des consommateurs par le débit ou par la sensibilité à la rupture

- vieillissement du tronçon,

et ceci dans une approche à l'échelle du réseau, pour donner une image à une date donnée.

L'effet vieillissement semble exacerbé, il est vrai que les valeurs de probabilité utilisées sont particulièrement élevées.

5.2.4 Etude de sensibilité

Pour apprécier l'influence et le risque représenté par chaque paramètre, nous avons effectué une étude de sensibilté, en augmentant de 10%, le paramètre étudié.

Les résultats obtenus en % de varation de f_j^* sont présentés dans le tableau suivant :

	augmentation	**de la demande**	V_i	**de 10 %**
n° tronçon j	V_1	V_2	V_3	V_4
I	0	0	0	0
II	2,44	-2,44	4 E-14	0
III	2,44	0,49	-1,46	-1,46
IV	2,44	-0,81	-0,81	-0,81
V	2,44	-2,44	2,44	-7,32
	augmentation	**du poids**	w_i	**de 10 %**
n° tronçon j	w_1	w_2	w_3	w_4
I	0	0	0	0
II	2,44	-2,44	4 E-14	0
III	2,44	0,49	-1,46	-1,46
IV	2,44	-0,81	-0,81	-0,81
V	2,44	-2,44	2,44	7,32

	augmentation	**de la probabilité**	p_j	**de 10 %**	
n° tronçon j	p_I	p_{II}	p_{III}	p_{IV}	p_V
I	-10	2,50	2,50	2,50	2,50
II	2,50	-10	2,50	2,50	2,50
III	2,50	2,50	-10	2,50	2,50
IV	2,50	2,50	2,50	-10	2,50
V	2,50	2,500	2,50	2,50	-10

tableau 5.11 : résultats de l'étude de sensibilité de f_j^*

Ces résultats dépendent des valeurs sur lesquelles nous avons travaillé et également de la relation liant les v_{ij} et les V_j, nous obtenons des résultats identiques pour V_j et pour w_i. Ils confirment les remarques formulées précédemment, à savoir que f_j^* est très sensible à la valeur de la probabilité sur le tronçon j en question car une variation de p_j a une influence directe sur f_j^*. La sensibilité aux valeurs des autres probabilités est plus faible : 2,5 qui pourrait être $\frac{10}{(nbre\ de\ troncons \neq j)}$. Seule la variation sur les probabilités modifie l'ordre de risque établi par la référence qui ne traduit que l'effet de la structure hydraulique.

Si l'on considère que toutes les valeurs d'un même paramètre sont entachées de la même erreur, alors la sensibilité est moins forte.

	augmentation	**de 10%**	
n° tronçon j	**de tous les V_i**	**de tous les w_i**	**de tous les p_j**
I	0	0	0,59
II	0	0	0,59
III	4 E-14	4 E-14	0,59
IV	4 E-14	0	0,59
V	0	0	0,59

tableau 5.12 : résultats avec erreur générale de 10%

5.3 Conclusion

L'indice de non fiabilité que nous proposons permet donc d'identifier les tronçons dégradés avec la prise en compte de l'effet défaillance sur les différents consommateurs et le comportement hydraulique du réseau en cas de défaillance.

Cet indice permet de situer le rôle du tronçon au sein du réseau. Il donne une image ponctuelle.

L'indice f_j^* peut servir à classer les tronçons en fonction de leur risque et, l'on pourrait imaginer de n'étudier l'évolution dans le temps sur l'arbre de décision que des tronçons à haut risque, mais peut-on être sûr de ne pas écarter un tronçon qui serait identifié comme "à renouveler rapidement" par l'arbre de décision. Une meilleure approche serait d'introduire f_j^* dans l'évaluation des coûts.

Chapitre 6

Modèle RENCANA : renouveler ou attendre ?

Nous proposons d'appliquer la programmation dynamique à notre problème. Nous commencerons par construire l'arbre de décision correspondant à notre processus de décision. Nous appliquerons, ensuite, notre raisonnement sur un exemple sur 3 périodes avant de proposer une expression générale de calcul. Nous nous interrogerons ensuite sur la détermination de l'horizon d'étude Ω, puis nous réaliserons une étude de sensibilité. Nous terminerons par une application sur le réseau test et confronterons nos résultats avec ceux obtenus dans le chapitre précédent. Nous appellerons ce modèle RENCANA.

6.1 Arbre de décision : formalisation et hypothèses

L'arbre de décision sera mis en oeuvre sur chaque tronçon j du réseau. Nous nous plaçons dans une approche de programmation dynamique. Notre programme sera considéré en avenir aléatoire avec horizon limité (KAUFMANN, 1965, [22]) de la forme : DECISION - HASARD (DH).

A chaque date t, intervient une décision qui est soit le renouvellement (**décision = R**), soit le maintien en place de la canalisation (**décision=NR**) et donc la réparation en cas de défaillance. L'événement aléatoire qui intervient sur la phase hasard sera donc soit *défaillance* sur j, soit *non défaillance* sur j ; c'est ce qui traduira le caractère incertain de notre phénomène.

Soit sur une période :

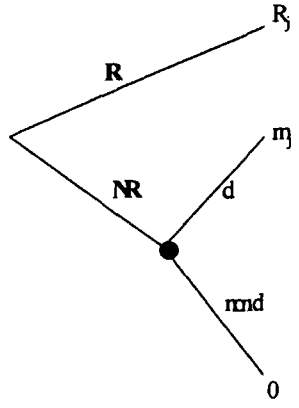


figure 6.1 : arbre décision-hasard sur une période

Le pas de temps retenu est l'année, nous supposons que chaque conduite ne pourra avoir qu'une seule défaillance par année. Nous envisagerons l'éventualité d'une défaillance sur chaque période, indépendamment de l'occurrence ou non d'une défaillance sur la période précédente. Ceci sera traduit dans la probabilité de passage d'un noeud à un autre.

Nous envisageons la modélisation sur un horizon limité Ω ; Ω sera un temps d'arrêt dont nous verrons la détermination plus loin.

Un seul renouvellement est envisagé sur l'horizon, à une date inconnue à priori mais qui sera au plus tard Ω (plus précisemment au début de la période $\Omega + 1$), puisque nous terminons notre arbre sur la phase décision pour la date Ω^+, décision qui sera obligatoirement le renouvellement, s'il n'a pas eu lieu plus tôt. A l'échéance Ω, la dépense prévue est celle liée au renouvellement, le modèle permet d'opter pour un renouvellement avant Ω en fonction de l'information acquise à chaque noeud, liée à l'événement aléatoire *défaillance.* Lors du calcul en induction arrière, nous nous demandons, à chaque noeud de décision, s'il vaut mieux renouveler de suite ou attendre et risquer de subir la prochaine défaillance, voire les suivantes jusqu'à l'horizon Ω.

En cas de renouvellement, nous considérons, que sur l'horizon d'étude Ω, la nouvelle conduite ne subira pas de défaillances ; le seul coût enregistré sera celui du renouvellement Rj (valeur en début de simulation).

En cas de non renouvellement, par contre, une défaillance peut survenir et occasionner une remise en état de coût unitaire $m_j = r_j + s_j$, avec r_j le coût de réparation proprement dit (valeur en début de simulation) et s_j les coûts sociaux ou coûts indirects liés à la défaillance (valeur en début de simulation).

Nous considérons que toutes les défaillances sur une même conduite, entraîneront le même coût m_j.

Le renouvellement tel qu'il est envisagé est un renouvellement à l'identique de la conduite en dehors de toute technique de réhabilitation qui introduirait des variantes au niveau technique mais aussi au niveau coût et veillissement après intervention, et en dehors de toute remise en cause du dimensionnement de la conduite.

Le flux des coûts pourrait être le suivant :

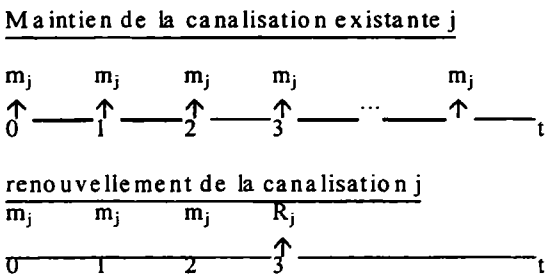


figure 6.2 : flux des coûts

La survenance des défaillances est un événement aléatoire traduit dans la probabilité d'occurrence de cette défaillance sur l'intervalle entre deux états, soit un an. La date d'occurence peut varier sur la durée de l'intervalle pour la détermination de la probabilité. Par contre, dans la valuation de l'arbre de décision les défaillances et donc les coûts de maintien en service m_j sont considérés en milieu de période et le renouvellement est appliqué en début de période.

Notre approche s'appuie sur des données sur la conduite et ses défaillances ; sont supposés connus : la date de pose de la conduite, le nombre de défaillances déjà subies, la date de la dernière défaillance.

Voyons d'abord notre raisonnement sur un exemple à 3 périodes.

6.2 Exemple sur 3 périodes

Nous partons du graphe présenté sur la page suivante, pour prendre une représentation analogue à celle de DETHOOR et GROBOILLOT (1968, [16])

Sur les noeuds, les ■ et les lettres majuscules représentent les décisions, les • et les lettres minuscules, les états aléatoires.

En t=0 au 1er Janvier nous avons un noeud de décision, au 1er Juillet la représentation de l'événement aléatoire sur la décision NR qui va générer deux noeuds de décision à t=1 (1er Janvier), quatre noeuds de décision à t=2 (1er Janvier), 8 noeuds de décision à t=3 (1er Janvier), nous fixons ces 8 noeuds de décision à la décision R.

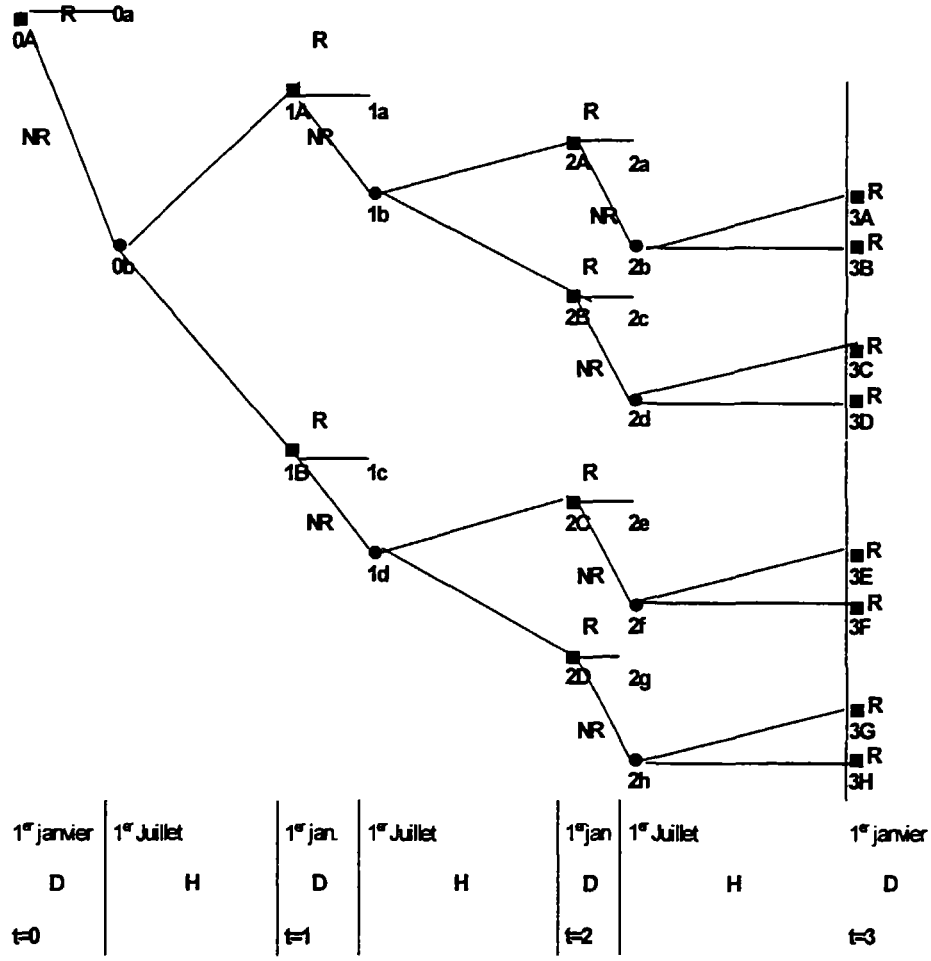


figure 6.3 : Graphe sur 3 périodes

Nous avons retenu les valeurs numériques suivantes :

coût de renouvellement R_j $= 300\ kF$
coût de maintien en service m_j $= 35\ kF$
taux d'actualisation a $= 0,03$

Pour les probabilités, nous nous sommes fixé la règle suivante :

- lorqu'il y a eu défaillance sur la période précédente, la valeur de la probabilité augmente de 0,1

- lorqu'il y a pas eu défaillance sur la période précédente, la valeur de la probabilité augmente de 0,05

nous considérons donc que plus une conduite aura eu de défaillances plus elle vieillira vite.

Il faut noter que nous avons fixé une telle règle avec des valeurs de probabilité fortes et un taux d'actualisation faible pour obtenir des évolutions rapides des coûts,

pour pouvoir faire des applications numériques sur une durée de simulation courte.

Lorsque la canalisation ne subit pas de défaillance (branche "down") la probabilité est le complémentaire à 1 de la probabilité sur la branche "up".

Nous évaluons dans le tableau suivant tous les coûts à la date $t = 0$ (1^{er} janvier périodel)

période	1	2	3	4
renouvellement R_j	300	$\frac{300}{1,05}$ $= 285,71$ kF	$\frac{300}{(1,05)^2}$ $= 272,11$ kF	$\frac{300}{(1,05)^3}$ $= 259,15$ kF
défaillance m_j	$35\sqrt{\frac{1}{1,05}}$ $= 34,16$ kF	$35\frac{1}{1,05}\sqrt{\frac{1}{1,05}}$ $= 32,53$ kF	$35\frac{1}{(1,05)^2}\sqrt{\frac{1}{1,05}}$ $= 30,98$ kF	

tableau 6.1 : calcul des coûts à $t = 0$ (1^{er} janvier périodel)

Le tableau 6.2, sur la page suivante, présente l'évaluation de l'arbre, c'est à dire, le calcul des coûts correspondant à chaque arc de l'arbre, en prenant en compte aussi bien les noeuds de décision que les noeuds de hasard. Nous y avons ajouté les probabilités de passage sur les arcs telles que données ci dessous.

		0,50
	0,40	0,45
0,30		
	0,35	0,45
		0,40

	DECISION	HASARD	
arc	coût	coût	probabilité
2b-3A	259,15 kF	30,98 kF	0,5
2b-3B	259,15 kF	0	1-0,5
2d-3C	259,15 kF	30,98 kF	0,45
2d-3D	259,15 kF	0	1-0,45
2f-3E	259,15 kF	30,98 kF	0,45
2f-3F	259,15 kF	0	1-0,45
2h-3G	259,15 kF	30,98 kF	0,40
2h-3H	259,15 kF	0	1-0,40
2A-2a	272,11 kF		
2A-2b	0		
2B-2c	272,11 kF		
2B-2d	0		
2C-2e	272,11 kF		
2C-2f	0		
2D-2g	272,11 kF		
2D-2h	0		
1b-2A		32,53 kF	0,40
1b-2B		0	1-0,40
1d-2C		32,53 kF	0,35
1d-2D		0	1-0,35
1A-1a	285,71 kF		
1A-1b	0		
1B-1c	285,71 kF		
1B-1d	0		
0b-1A		34,16 kF	0,30
0b-1B		0	1-0,30
0A-0a	300 kF		
0A-0b	0		

tableau 6.2 : évaluation du graphe $\Omega = 3$

Nous calculons ensuite les potentiels aux différents noeuds en allant de $t = 3$ à $t = 0$.

calcul des potentiels au 1/7 période 3		
noeuds		
2b	0,50.30,98 + 259,15 =	274,64
2d	0,45.30,98 + 259,15 =	273,09
2f	0,45.30,98 + 259,15 =	273,09
2h	0,40.30,98 + 259,15 =	271,54

calcul des décisions au 1/1 période 3			
nœuds			décision
2A	min(272,*11*;274,64) =	*272,11*	*R(2a)*
2B	min(272,*11*;273,09) =	*272,11*	*R(2b)*
2C	min(272,*11*;273,09) =	*272,11*	*R(2e)*
2D	min(272,*11*;271,54) =	271,54	NR(2h)

calcul des potentiels au 1/7 période 2		
nœuds		
1b	0,40.(32,53+ *272,11)* + (1-0,40).*272,11* =	285,12
1d	0,35.(32,53+ *272,11)* + (1-0,35). 271,54 =	283,13

calcul des décisions au 1/1 période 2			
nœuds			décision
1A	min(285,71;285,12) =	285,12	NR(1b)
1B	min(285,71;283,13) =	283,13	NR(1d)

calcul des potentiels au 1/7 période 1		
nœud		
0b	0,30.(34,16+ 285,12) + (1-0,30). 283,16 =	293,97

calcul des décisions au 1/1 période 1			
nœud			décision
0A	min(300;293,97) =	293,97	NR(0b)

tableau 6.3 : calcul des potentiels aux noeuds

Ces résultats permettent de tracer le graphe résultat suivant, qui nous apprend que en $t = 0$ et en $t = 1$, on n'a pas besoin de renouveler et on peut attendre. A $t = 2$, il faut renouveler sauf dans le cas où l'on n'a pas encore eu de défaillance (noeud 2h), alors on peut attendre $t = 3$, date ultimatum que nous nous étions fixée.

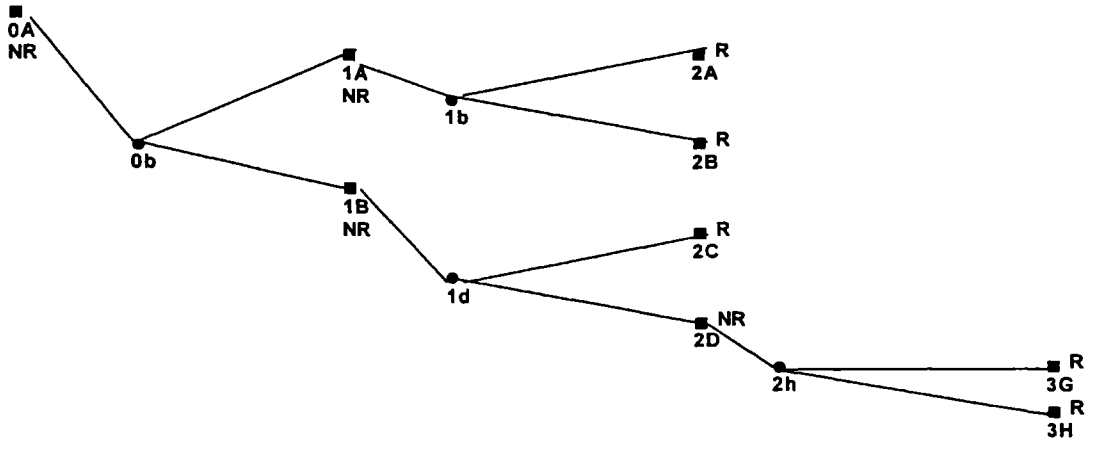


figure 6.4 : graphe résultat pour $\Omega = 3$

Pour une plus grande lisibilité, nous préférons présenter nos résultats de la façon suivante :

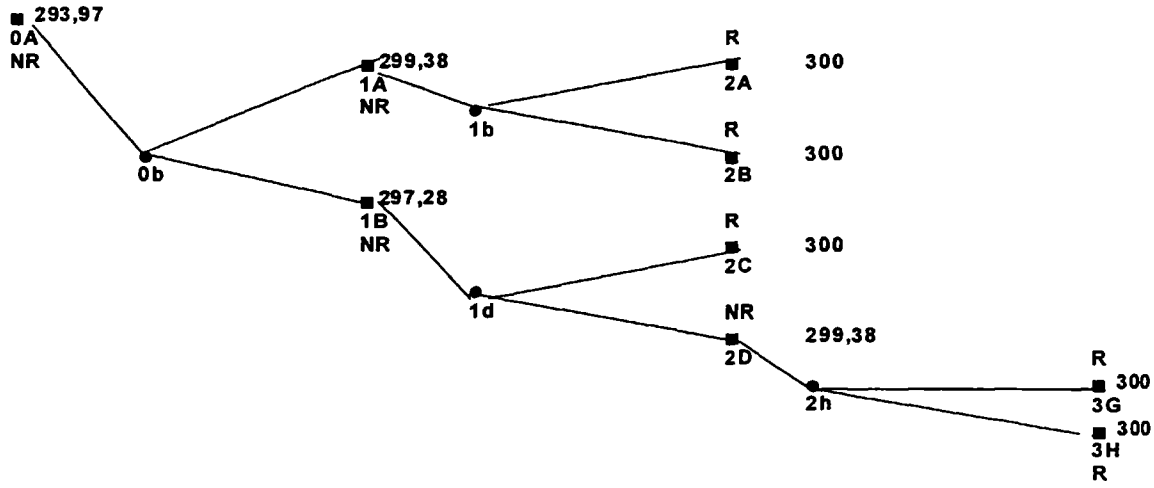


figure 6.5 : graphe résultat, notre présentation

Au lieu d'actualiser le calcul des potentiels au 1^{er} Janvier de la période 1, nous actualisons au 1^{er} Janvier de la période que nous calculons ; ce qui permet de voir apparaître la valeur de R_j ici de valeur 300kF, au noeud où la décision préconisée est le renouvellement. Dans le tableau 6.3, nous avions eu recours à l'écriture en italique pour pointer les noeuds préconisant le renouvellement.

6.3 Formalisation de l'arbre de décision

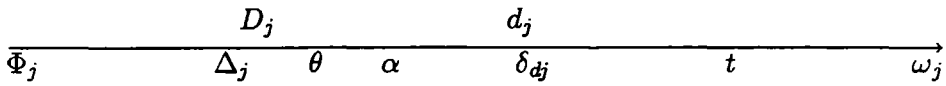
Nous allons maintenant présenter les notations et la formulation générale des calculs de potentiels, nous regrouperons le calcul de l'arc décision et de l'arc hasard pour une période ,et, comme annoncé ci-dessus nous l'actualiserons au 1er janvier de la période pour laquelle nous effectuons le calcul.

6.3.1 Notations

Nous utiliserons les notations suivantes pour un tonçon j donné :

Φ_j : date de pose du tronçon j
Dj : nombre de défaillances survenues sur le tronçon j avant le début de la simulation
Δ_j : date connue de survenance de la $D^{ième}$ défaillance sur le tronçon j
α : année de début de simulation (1^{er} janvier)
θ : année de début d'historique de défaillances
ω_j : date de fin de simulation
Ω_j : horizon de simulation pour le tronçon j, $\Omega_j = \omega_j - \alpha$
t : nombres d'années depuis α ou nombre de périodes de simulation $t \in [1, \Omega_j]$
d_j : nombre de défaillance depuis le début de la simulation (α) sur le tronçon j
δ_{dj} : date d'occurence de la $d^{ième}$ défaillance depuis α sur le tronçon j (1^{er} juillet)
R_j : coût du renouvellement du tronçon j, valeur α
r_j : coût unitaire de réparation sur le tronçon j, valeur α
s_j : coûts indirects liés à une défaillance sur le tronçon , valeur α
m_j : coût du maintien en service du tronçon j, valeur α
a : taux d'actualisation

Nous avons représenté sur l'échelle du temps, au dessus les notations représentant les défaillances et en dessous celles définissant le temps.



6.3.2 Expression des potentiels aux noeuds de décision

Nous définissons :

- $x_j(\alpha + t, D_j + d_j, \mu_j)$ avec $\mu_j = \Delta_j$ pour $d_j = 0$ sinon $\mu_j = \delta_{dj}$: état du tronçon j à la date $\alpha + t$ (1^{er} janvier), ce tronçon a eu $D_j + d_j$ défaillances et la dernière a eu lieu à la date δ_{dj}. Si d_j=0 alors la date de la dernière défaillance n'est autre que Δ_j pour définir l'état au noeud de hasard

- $p_j(t, D_j + d_j + 1, \mu_j)$: probabilité que sur le tronçon j, la $(Dj + dj + 1)^{ième}$ défaillance survienne sur la période t, sachant que la $(D_j + d_j)^{ième}$ défaillance est survenue à la date μ_j,

C'est la probabilité de passage de l'état $x_j(\alpha + t - 1, D_j + d_j, \mu_j)$ à l'état $x_j(\alpha + t, D_j + d_j + 1, \delta_{(d+1)j} = \alpha + t - 1/2)$: c'est la probabilité liée à l'événement aléatoire *défaillance.*

Sur la branche *non défaillance*, la probabilité de passage de l'état $x_j(\alpha + t - 1, D_j + d_j, \mu_j)$ à l'état $x_j(\alpha + t, D_j + d_j, \mu_j)$ aura pour expression $[1 - p_j(t, D_j + d_j + 1, \mu_j)]$.

Ces probabilités sont la traduction de la phase hasard •.

- $u(t-1)$: décision prise à la date $t-1$, début de la période t (1^{er} janvier de l'année t), $u(t)$ définit une "politique de commande" $u(t) \in \{R, nonR\}$ phase Décision ■.

Le modèle détermine en chaque noeud ■, en début de la période t donc à la date $t-1$, le coût $C_j^*[x_j(\alpha+t, D_j+d_j, \mu_j)]$ de la meilleure politique appliquée à l'état $x_j(\alpha+t-1, D_j+d_j, \mu_j)$. C'est à dire que $C_j^*[x_j(\alpha+t, D_j+d_j, \mu_j)]$ sera le minimum entre R_j, qui correspond à un renouvellement immédiat, et l'espérance des coûts optimaux sur la portion d'arbre allant du noeud de décision étudié à $\alpha+t-1$ jusqu'à la fin de l'arbre, donc jusquà t=Ω. Cette espérance de coûts intègre le risque de défaillance sur la période suivante et les potentiels obtenus aux 2 noeuds de décision suivants, calculé pour la date $\alpha+t$.

Nous obtenons l'expression suivante :

$$C_j^*[x_j(\alpha+t-1, D_j+d_j, \delta_{dj})] = \min[R_j; p_j(t, D_j+d_j+1, \delta_{dj}) \frac{m_j}{\sqrt{(1+a}} \quad (6.1)$$
$$+p_j(t, D_j+d_j+1, \delta_{dj}) \frac{1}{1+a} C_j^*[x_j(\alpha+t, D_j+d_j+1, \delta_{(d+1)j} = \alpha+t-\frac{1}{2})]$$
$$+(1-p_j(t, D_j+d_j+1, \delta_{dj})) \frac{1}{1+a} C_j^*[x_j(\alpha+t, D_j+d_j, \delta_{dj})]]$$

Notons que pour $t=\Omega$, les $C_j^*[\alpha+\Omega, x_j(D_j+d_j+1, \delta_{(\delta+1)j}]$ et les $C_j^*[x_j(\alpha+\Omega, D_j+d_j, \delta_j]$ ont tous pour valeur R_j

d'où l'expression de $C_j^*[x_j(\alpha+\Omega-1, D_j+d_j, \delta_{dj})]$

$$C_j^*[x_j(\alpha+\Omega-1, D_j+d_j, \delta_{dj})] = \min[R_j; p_j(\Omega, D_j+d_j+1, \delta_{dj}) \frac{m_j}{\sqrt{(1+a)}} \quad (6.2)$$
$$+p_j(\Omega, D_j+d_j+1, \delta_{dj}) \frac{1}{(1+a)} R_j + (1-p_j(\Omega, D_j+d_j+1, \delta_{dj})) \frac{1}{(1+a)} R_j]$$
$$= \min[R_j; p_j(\Omega, D_j+d_j+1, \delta_{dj}) \frac{m_j}{\sqrt{(1+a)}} + \frac{R_j}{(1+a)}]$$

Nous nous intéresserons plus particulièrement à $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$, résultat sur l'ensemble de l'arbre, à la date α, début de la simulation :

$$C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)] = \min[R_j; p_j(1, D_j+1, \Delta_j) \frac{m_j}{\sqrt{(1+a)}} \quad (6.3)$$
$$+p_j(1, D_j+1, \Delta_j) \frac{1}{1+a} C_j^*[x_j(\alpha+1, D_j+1, \alpha+\frac{1}{2})]$$
$$+(1-p_j(1, D_j+1, \Delta_j)) \frac{1}{1+a} C_j^*[x_j(\alpha+1, D_j, \Delta_j)]]$$

Si $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)] = R_j$ cela voudra dire qu'il faut renouveler le tronçon tout de suite, sinon, on peut attendre.

Si l'un des $C_j^*[x_j(\alpha + t, D_j + d_j, \delta_{dj})] = R_j$, la décision de renouvellement sera optimale à la date $\alpha+t$, dans le cas où à la date réelle $\alpha+t$, le tronçon aura effectivement atteint l'état $x_j(\alpha + t, D_j + d_j, \mu_j)$: c'est le principe de l'information croissante.

Nous donnons en annexe n°1, le détail des expressions de $C_j^*[x_j(\alpha + t - 1, D_j + d_j, \delta_{dj})]$ pour 3 périodes. Les résultats numériques sont présentés dans le paragraphe suivant :

Le calcul des $C_j^*[x_j(\alpha + t - 1, D_j + d_j, \delta_{dj})]$ a été automatisé dans une macrofonction visual basic sur excel 97 (voir annexe n°2).

Nous avons donc ici abandonné une approche de la loi d'évolution des défaillances au travers de l'espérance mathématique seule (WEREY, 1994, [92], ANDREOU, 1986, [43]) qui allait déjà vers une prise en compte plus précise des spécificités de chaque tronçon et de l'information donnée par l'historique que les approches du type SHAMIR et HOWARD (1979, [84]).

Notre approche utilise la modélisation probabiliste de l'évolution des défaillances, qui permettra d'introduire la prise en compte des caractéristiques physiques, de l'environnement et de l'historique des défaillances puis nous mettons l'accent sur le gain d'information généré par la programmation dynamique qui évite de figer l'estimation à la date 0.

6.4 Détermination de l'horizon Ω

6.4.1 Notion de temps d'arrêt

L'horizon de simulation Ω peut être envisagé de deux façons, soit l'on se fixe une durée relativement longue et l'on considère que l'actualisation va "écraser" les valeurs lointaines (comme nous l'avons présenté au paragraphe 1.3.2 section programmation dynamique). Dans ce cas l'évaluation, sera effectivement valable sur une durée bien inférieure à celle fixée arbitrairement comme durée de simulation Ω.

D'autre part, l'on peut considérer Ω comme un temps d'arrêt ; c'est l'approche que nous allons développer à présent.

En fait l'ensemble du modèle s'inscrit dans la méthodologie des choix séquentiels et LEONARD (1973, [24]) dit " the case where the decision to be made at each step consists of a choice between at most two courses of action is usually called an optimal stopping problem". Dans notre cas, à chaque noeud, c'est à dire à chaque état, nous nous posons la question : " vaut il mieux arrêter, c'est à dire renouveler, ou continuer, c'est à dire accepter l'évolution prévue sur l'arbre qui a pour effet d'une part de retarder

le renouvellement, et d'autre part de risquer de nouvelles défaillances ?".La décision sera fonction du minimun de coûts engendré par l'une ou l'autre solution.

Cette notion de temps d'arrêt, nous avons voulu l'utiliser pour déterminer la durée nécessaire à la simulation, c'est à dire la date Ω.

La résolution de l'arbre permet en fonction de l'état atteint à chaque instant de prendre la décision optimale en fonction de ce qui resterait à subir. Le résultat en α, année de début de simulation, nous indique s'il faut renouveler de suite ou, si l'on peut attendre et en fonction de l'évolution sur l'année à venir, prendre la décision alors optimale.

Nous allons comparer la valeur de $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$, qui est le résultat de notre optimisation en α à l'espérance des coûts de maintien en service sur la même durée avec un renouvellement à Ω, approche qui permettrait de dire que en moyenne il vaut mieux renouveler en α qu'en Ω. Nous noterons $C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$, cette fonction.

Nous définissons Ω de notre modèle tel que

$\Omega = t_{\max}$: temps d'arrêt tel que $C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j, t_{\max})] > C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j, t_{\max})]$.

$C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j, t_{\max})]$ représentant l'espérance des coûts de réparation sur la durée $[0, ..., t_{\max}]$ plus le coût du renouvellement en $t_{\max}$, soit l'espérance des coûts en α pour un renouvellement en $\alpha + t_{\max}$

$C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j, t_{\max})]$ étant le résultat de notre optimisation en α, pour une évaluation sur $(\Omega = t_{\max} - \alpha)$ périodes (équation 6.3).

$C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j, t_{\max})]$ sera le résultat du calcul sur l'ensemble de l'arbre :

$$C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)] = p_j\,(1, D_j + 1, \Delta_j)\,\frac{m_j}{\sqrt{(1+a}} \tag{6.4}$$
$$+p_j\,(1, D_j + 1, \Delta_j)\,\frac{1}{1+a} C_j[x_j(\alpha + 1, D_j + 1, \alpha + \frac{1}{2})]$$
$$+(1 - p_j\,(1, D_j + 1, \Delta_j))\,\frac{1}{1+a} C_j[x_j(\alpha + 1, D_j, \Delta_j)]$$

Avec les $C_j[x_j(\alpha + t_{\max}, D_j + d_j + 1, \delta_{(d+1)j}]etlesC_j[x_j(\alpha + t_{\max}, D_j + d_j, \delta_{dj}]$ tous de valeur R_j.

$C_j[x_j(\alpha+t-1, D_j+d_j, \delta_{dj})]$: représente l'espérance des coûts de maintien en service entre le noeud (x_j, t) et le reste de l'arbre jusqu'à $t = t_{\max}$

Nous reprenons ici notre exemple numérique sur 3 périodes pour voir la pertinence de cette détermination de Ω.

6.4.2 Détermination numérique de Ω

Nous nous sommes fixé le tableau suivant des probabilités des branches montantes, c'est à dire des branches sur lesquelles on prévoit une défaillance :

		0,50
	0,40	0,45
0,30		
	0,35	0,45
		0,40

avec $R_j = 300$ kF, $m_j = 35$ kF, $a = 0{,}05$

nous n'avons pas fait d'hypothèses particulières sur α, D_j, Δ_j.

Nous faisons varier l'intervalle des valeurs de t de $t_{\max}$ =1 à $t_{\max}$ =la valeur qui permet d'avoir un arbre stable.

Pour chaque cas, nous calculons $C_j^*[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j)]$, résultat du modèle d'optimisation, et $C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j)]$ l'espérance des coûts en α si l'on attend jusqu'à $t_{\max}$ pour renouveler (espérance mathématique de l'ensempble de l'arbre, sans optimisation en cours d'arbre).

Nous obtenons les arbres résultats suivants :

- $t \in [1]$:

Nous obtenons : $C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 1)] = 0,3 \cdot \frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{300}{1,05} = 295,961$

le modèle nous donne pour $C_j^*[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 1)]$:

295,961

$C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 1)] = C_j^*[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 1)]$

- $t \in [1, 2]$

Nous obtenons :

$C_j[x_j(\alpha_j + 1, D_j + 1, \alpha_j + \frac{1}{2})] = 0,40 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 300\right) + (1 - 0,40) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 300$
$= 299,377$

$C_j[x_j(\alpha_j + 1, D_j, \Delta_j)] = 0,35 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 300\right) + (1 - 0,35) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 300$
$= 297,669$

d'où

$C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 2)] = 0,30 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 299,377\right)$
$+(1 - 0,30) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 297,669 = 294,229$

le modèle nous donne :

		299,377
294,229		
		297,669

$C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 2)] = C_j^*[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 2)]$

- $t \in [1, 2, 3]$

Nous obtenons :

$C_j[x_j(\alpha_j + 2, D_j + 2, \alpha_j + 1 + \frac{1}{2})] = 0,50 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 300\right) + (1 - 0,50) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 300$
$= 302,792$

$C_j[x_j(\alpha_j + 2, D_j + 1_j, \alpha_j + \frac{1}{2})] = 0,45 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 300\right) + (1 - 0,45) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 300$
$= 301,085$

$C_j[x_j(\alpha_j + 2, D_j + 1, \alpha_j + 1 + \frac{1}{2})] = 0,45 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 300\right)$
$+(1 - 0,45) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 300 = 301,085$

$C_j[x_j(\alpha_j + 2, D_j, \Delta_j)] = 0,40 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 300\right) + (1 - 0,40) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 300$
$= 299,377$

$C_j[x_j(\alpha_j + 1, D_j + 1, \alpha_j + \frac{1}{2})] = 0,40 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 302,792\right)$
$+(1 - 0,40) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 301,085 = 301,061$

$C_j[x_j(\alpha_j + 1, D_j, \Delta_j)] = 0,35 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 301,085\right) + (1 - 0,35) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 299,377$
$= 297,645$

d'où

$C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 3)] = 0,30 \cdot \left(\frac{35}{\sqrt{1,05}} + \frac{1}{1,05} \cdot 301,061\right)$
$+(1 - 0,30) \cdot \frac{1}{1,05} \cdot 297,645 = 294,694$

le modèle nous donne :

		300
	299,377	300
293,972		
	297,283	300
		299,377

$C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 3)] = 294,694 \geqslant C_j^*[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 3)] = 293,972$

On vérifie que pour $t \in [1, 2, 3, 4]$, le calcul de l'arbre reste le même

$C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 4)] = 297,251$

et nous obtenons :

			300
		300	300
	299,677		300
		300	300
293,972			
		300	300
	297,283		300
		299,377	300
			300

Nous constatons que $C_j^*[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 3)] = C_j^*[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max} = 4)] = 293,972$ et qu'à partir de $t_{\max} = 3$, $C_j[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max})] > C_j^*[x_j(\alpha_j, D_j, \Delta_j, t_{\max})]$. Nous considèrerons que l'on peut arrêter la simulation à $t_{\max} = 3$ et donc $\Omega = 3$.

6.5 Simulation sur le réseau test

Nous reprenons une configuration voisine de celle utilisée au paragraphe 5.2.3.2, à savoir noeuds 1 et 3 consommateurs domestiques en habitat horizontal (faible débit + peu sensibles) et noeud 2 en habitat vertical, (gros débit + peu sensible). Le noeud 4 est un industriel (gros débit + sensible). Les tronçons II et III sont plus dégradés que les autres.

L'effet veillissement est traduit dans les probabilités.

L'effet consommateur est pris en compte dans les coûts de maintien en service $m_{II} > m_{IV}$ pour tenir compte du gros consommateur en 2, la présence d'un industriel est traduite dans une valeur de m_V élevée.

L'effet hydraulique est introduit dans les coûts de maintien en service et les coûts de renouvellement sur les tronçons I et III, on peut également imaginer que ces coûts soient importants du fait que ces tronçons soient situés sur des voies de circulation importante.

Le tableau suivant reprend les valeurs numérique que nous nous sommes fixées :

TRONCON	I	II	III	IV	V
coût de renouvellement R_j	500	200	350	200	200
coût de maintien en service m_j	100	50	50	30	70
taux d'actualisation a	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
probabilité de défaillance période 1	0,20	0,50	0,30	0,20	0,20

tableau 6.4 : données pour le réseau test

Nous obtenons les résultats présentés dans les tableaux suivants. Pour chaque tronçon, nous avons un tableau qui reprend les données, et un tableau qui donne le résultat du calcul de $C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$, appelé E(couts) et l'arbre des $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$. Nous avons fait le calcul pour 2 valeurs successives de Ω, pour vérifier la règle fixée au paragraphe précédent. Pour les probabilités, nous gardons le même principe que dans l'exemple à 3 périodes, +0,1 s'il y a eu défaillance, +0,05 sinon.

données

Coût de renouvellement R	500,00
Coût de maintien en service m	100,00
Taux d'actualisation a	0,05
Probabilité de défaillances période 1	0,20

nombre de périodes	3				
					500,00
				500,00	500,00
			495,71		
	E(couts) =	504,19		500,00	500,00
					500,00

nombre de périodes	4					
						500,00
					500,00	500,00
				500,00		
	E(couts) =	516,43				500,00
					500,00	500,00
			495,71			
					500,00	500,00
				500,00		500,00
					500,00	500,00
						500,00

tableau 6.5 : calcul réseau test - tronçon I

Nous avons $\Omega_I = 3$, la valeur de $C_I^*[x_I(\alpha, D_I, \Delta_I)]$ reste inchangée pour un calcul sur 3 ou 4 périodes. Cette valeur est inférieure au coût de renouvellement R_I, on n'a pas besoin de renouveler à $t = 0$. Par contre il faudra renouveler à $t = 1$ car tous les potentiels sont égaux à R_I.

données

Coût de renouvellement R	200,00
Coût de maintien en service m	50,00
Taux d'actualisation a	0,05
Probabilité de défaillances période 1	0,50

nombre de périodes	2			200,00
	E(couts) =	232,52	200,00	
				200,00

nombre de périodes	3				200,00
				200,00	200,00
			200,00		
	E(couts) =	252,82		200,00	200,00
					200,00

tableau 6.6 : calcul réseau test - tronçon II

Ici $\Omega_{II} = 2$ et il faut renouveler à $t = 0$.

données

Coût de renouvellement R	350,00
Coût de maintien en service m	50,00
Taux d'actualisation a	0,05
Probabilité de défaillances période 1	0,30

nombre de périodes	3				350,00
				350,00	350,00
			347,97		
	E(couts) =	353,118731		350,00	350,00
					350,00

nombre de périodes	4					350,00
					350,00	350,00
	E(couts) =	360,00		350,00		350,00
					350,00	350,00
			347,97			
					350,00	350,00
				350,00		350,00
					350,00	350,00
						350,00

tableau 6.7 : calcul réseau test - tronçon III

Là $\Omega_{III} = 3$ et il ne faut pas renouveler à $t = 0$ mais à $t = 1$.

données

Coût de renouvellement R	200,00
Coût de maintien en service m	30,00
Taux d'actualisation a	0,05
Probabilité de défaillances période 1	0,20

nombre de périodes	3			200,00
			199,26	200,00
		194,11		
	E(couts) = 194,45		197,27	200,00
				199,26

nombre de périodes	4				200,00
				200,00	200,00
	E(couts) = 196,06		199,26		200,00
				200,00	200,00
		194,11			
				200,00	200,00
			197,27		200,00
				199,26	200,00
					200,00

tableau 6.8 : calcul réseau test - tronçon IV

Nous avons $\Omega_{IV} = 3$. On peut attendre jusqu'à $t = 2$ pour renouveler voire $t = 3$, s'il n'y a pas eu de défaillance.

données

Coût de renouvellement R	200,00
Coût de maintien en service m	70,00
Taux d'actualisation a	0,05
Probabilité de défaillances période 1	0,20

nombre de périodes	3			
		200,00	200,00	200,00
			200,00	200,00
	E(couts) = 223,36			200,00
				200,00

tableau 6.9 : calcul réseau test - tronçon V

A nouveau $\Omega_V = 2$ et il faut renouveler à $t = 0$.

Les résultats de ces calculs nous donnent les informations suivantes :

- Il faudrait renouveler les tronçons II et V : ce sont l'effet consommateur du noeud 4 et l'effet combiné noeud 3 = cosommateur important et tronçon II dégradé qui sont surtout traduits ici.

- Pour les tronçons I et III, ont peut attendre une année pour renouveler. Pour le tronçon IV, on peut attendre encore deux ans voire trois si aucune défaillance n'intervient.

Ces résultats permettent également de faire une estimation des budgets de renouvellement

Revenons plus en détail sur les valeurs du tronçon IV :

Les probabilités des branches "up" sont données ci-dessous :

		0,40
	0,30	
0,20		0,45
	0,35	0,45
		0,40

tableau 6.10 : probabilités défaillances tronçon IV

Les résultats du calcul de l'arbre de décision sont donnés dans le tableau 6.8 :

Pour le bugdet (espérance) de renouvellement de l'année 3, où 3 états préconisent le renouvellement, nous calculons : $[0,2 \cdot 1 + (1 - 0.2) \cdot 0,25] \cdot 200 = 80$

pour l'année 4, où seul l'état 4 à t=2 persiste, nous calculons : $[(1 - 0,2) \cdot (1 - 0,25)] \cdot 200 = 120$.

6.6 Etude de sensibilité

L'étude de sensibilité a été réalisée à partir de l'exemple traité en 6.2 :

données	
Coût de renouvellement R	300,00
Coût de maintien en service m	35,00
Taux d'actualisation a	0,05
Probabilités de défaillances période 1	0,30

arbre des probabilités			
0,30	0,40	0,50	0,60
	0,35	0,45	0,55
		0,45	0,55
		0,40	0,50
			0,55
			0,50
			0,50
			0,45

tableau 6.11 : étude de sensibilité - données

Il donne les résultats suivants, après calcul de l'arbre :

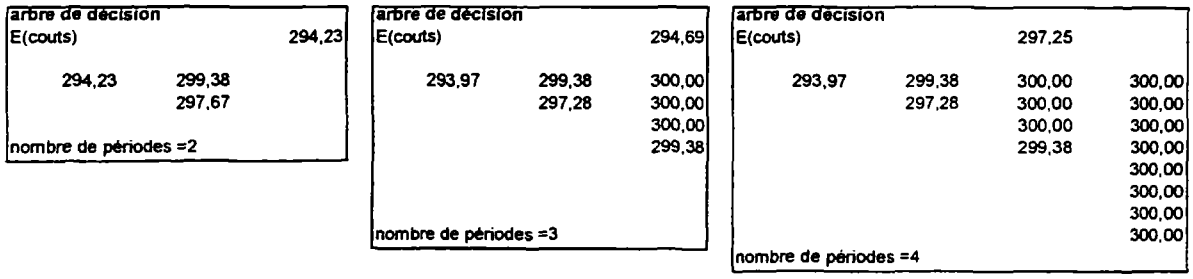


tableau 6.12 : étude de sensibilité - référence

Les résultats ne sont pas présentés sous forme d'arbre : on retrouve les colonnes correspondant à l'arbre. Les $C_j^*[x_j(\alpha + t, D_j + d_j, \delta_{dj})]$ sont présentés dans l'ordre où ils apparaissent sur l'arbre, mais écrits directement les uns sous les autres.

Nous avons fait varier tous les paramètres de 10% pour voir l'effet sur $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$ et sur Ω également ($\Omega = 3$, sur le calcul ci-dessus).

6.6.1 Variation de R_j

Nous passons de 300 KF à 330 KF et nous obtenons les résultats suivants :

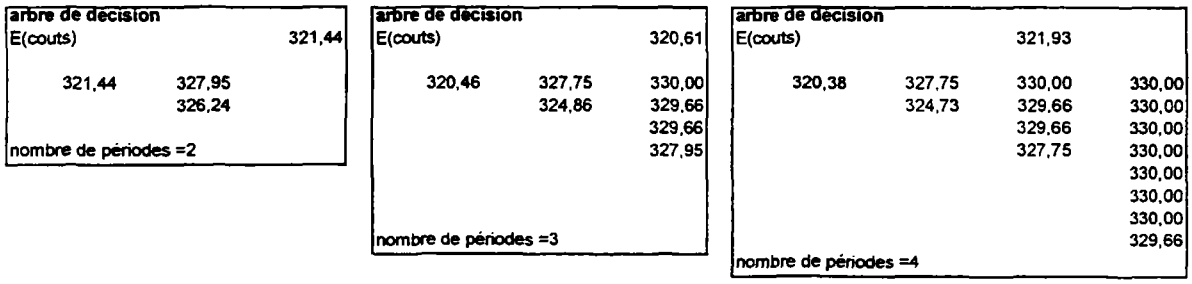


tableau 6.13 : étude de sensibilité - R_j

Une variation de 10% de R_j, entraîne une variation de 8,98% de $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$; Ω reste inchangé. Le coût de renouvellement est donc un paramètre auquel le modèle est sensible.

6.6.2 Variation de m_j

Nous passons de 35 KF à 38,5 KF, pour obtenir :

arbre de décision		
E(couts)		296,44
296,23	300,00	
	298,86	
nombre de périodes =2		

arbre de décision		
E(couts)		298,25
296,23	300,00	300,00
	298,86	300,00
		300,00
		300,00
nombre de périodes =3		

tableau 6.14 : étude de sensibilité - m_j

La variation sur $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$ est de 0,76% : peu de sensibilité à ce paramètre.

6.6.3 Variation de a

Nous passons de 0,05 à 0,055, pour obtenir :

arbre de décision		
E(couts)		291,55
291,55	297,99	
	296,29	
nombre de périodes =2		

arbre de décision		
E(couts)		290,76
290,61	297,82	300,00
	294,95	299,69
		299,69
		297,99
nombre de périodes =3		

arbre de décision			
E(couts)		292,09	
290,54	297,82	300,00	300,00
	294,84	299,69	300,00
		299,69	300,00
		297,82	300,00
			300,00
			300,00
			300,00
			299,69
nombre de périodes =4			

tableau 6.15 : étude de sensibilité - a

$C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$ varie de -1,17%, ce qui est également faible.Ω passe à 4.

6.6.4 Variation des probabilités

Nous avons fait varier toutes les valeurs de probabilité de 10%, ce qui donne pour résultats :

arbre des probabilités		
0,33	0,43	0,53
	0,38	0,48
		0,48
		0,43

arbre de décision		
E(couts)		296,28
296,15	300,00	
	298,69	
nombre de périodes =2		

arbre de décision		
E(couts)		297,77
296,15	300,00	300,00
	298,69	300,00
		300,00
		300,00
nombre de périodes =3		

tableau 6.16 : variation des probabilités

La variation sur $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$ est de 0.74%, donc peu sensible, $\Omega = 3$.

Cette étude de sensibilité nous apporte les éléments suivants : le modèle est relativement sensible à R_j, mais peu aux autres paramètres.

6.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre, la construction et le calcul de l'arbre de décision RENCANA, qui tient compte de l'évolution probable des défaillances dans le temps, des coûts de maintien en service et des coûts de renouvellement. Il permet de savoir, pour chaque tronçon, quelle est la date optimale de renouvellement en fonction de l'état atteint à une date donnée, c'est à dire en tenant compte de l'information croissante du fait de l'écoulement du temps et donc de la connaissance certaine de l'événement qui avait été modélisé de façon aléatoire.

Nous allons à partir de là, nous intéresser à introduire la spécificité des consommateurs, la position stratégique et l'environnement du tronçon, dans les coûts de maintien en service et de renouvellement, les données de défaillances, d'environnement et les caractéristiques du tronçons dans l'évaluation des probabilités.

Revenons en aux applications numériques faites sur le réseau test, dans ce chapitre et dans le précédent. Bien que nous ayons cherché à traduire des caractéristiques identiques pour les tronçons et les noeuds dans les deux applications, les données de base ne sont pas identiques, nous avons choisi des valeurs qui nous ont semblé représentatives.

Nous avons obtenu les résultats suivants : pour f_j^*, le classement en ordre décroissant de risque II - III - I - V - IV. Par l'arbre de décision : renouvellement immédiat pour II et V, renouvellement différé d'un an pour I et III, de 2 voire 3 ans pour IV. La différence de classement peut provenir du choix arbitraire des données. Au-delà de cette réserve, l'interprétation que l'on peut en faire est la suivante : pour le tronçon II à haut risque, le renouvellement est nécessaire immédiatement, pour le tronçon III, on peut attendre de même que pour le tronçon I. Par contre, le tronçon V est apparu plus mauvais au travers de l'évaluation de l'arbre de décision et doit être immédiatement renouvelé. Le tronçon IV dans les deux cas est le "moins mauvais". L'incorporation des données de f_j^* dans l'arbre de décision semblerait être une bonne option pour tenir compte notamment de l'effet hydraulique. Le calcul de l'arbre de décision pour chaque tronçon apporte au delà de l'information sur le niveau d'urgence du renouvellement, une information sur la prévision des dépenses de renouvellement dans le temps.

Les études de sensibilité montrent une grande sensibilité de f_j^* à la valeur de la probabilité p_j , réduite cependant si l'on considère que sur l'ensemble de l'échantillon

toutes les probabilités peuvent avoir la même dérive.

Pour l'arbre de décision, c'est par rapport au coût de renouvellement R_j que le modèle est le plus sensible. Notons que la sensibilité par rapport au taux d'actualisation est faible alors que celui-ci pose facilement problème dans un calcul classique de choix d'investissement tel que la valeur actuelle nette.

On pourra noter également que la volonté de prendre en compte la spécificité des consommateurs aura une incidence sur le découpage des tronçons.

Chapitre 7

Evaluation des paramètres du modèle

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'évaluation des paramètres utilisés dans les deux chapitres précédents.

Dans la présentation de l'indice de non satisfaction et de l'arbre de décision du modèle RENCANA, nous nous en sommes tenus à une estimation des paramètres; nous allons à présent nous préoccuper de l'évaluation de chacun d'eux. Pour cela, nous nous référerons à la bibliographie évoquée au chapitre 4, mais nous nous interrogerons également sur la faisabilité de la méthode proposée, au vue des données qu'elle peut nécessiter notamment. Nous nous préoccuperons d'abord des paramètres nécessaires au calcul de l'arbre de décision, puis nous nous intéresserons à ceux nécessaires pour l'indice de non-satisfaction. L'ensemble de cette réflexion, nous permettra de faire une simulation sur des données réelles au chapitre suivant.

7.1 Les paramètres de l'arbre de decision

7.1.1 La probabilité p_j que le tronçon j soit défaillant

Rappelons que $p_j(t, D_j + d_j + 1, \mu_j)$ est la probabilité que sur le tronçon j, la $(Dj + dj + 1)^{ième}$ défaillance survienne sur la période t, sachant que la $(D_j + d_j)^{ième}$ défaillance est survenue à la date μ_j, avec $\mu_j = \Delta_j$ pour $d_j = 0$ et $\mu_j = \delta_{dj}$ sinon.

C'est la probabilité de passage de l'état $x_j(\alpha + t, D_j + d_j, \mu_j)$ à l'état $x_j(\alpha + t + 1, D_j + d_j + 1, \delta_{(d+1)j} = \alpha + t + 1 - 1/2)$: c'est la probabilité liée à l'événement aléatoire *défaillance.*

Sur la branche *non défaillance*, le passage de l'état $x_j(\alpha + t, D_j + d_j, \mu_j)$ à l'état $x_j(\alpha + t + 1, D_j + d_j, \mu_j)$, est donné par la probabilité de passage suivante : $[1 -$

$p_j(t, D_j + d_j + 1, \mu_j)]$

Pour évaluer cette probabilité nous avons choisi d'utiliser les fonctions de survie telles qu'elles ont été présentées dans le chapitre 3 (COX, 1962, [11], 1966, [12], DETHOOR et GROBOILLOT, 1968, [16]) et développées dans le domaine de l'eau potable tel que étudiées au chapitre 4 (ANDREOU, 1986, [43], 1987 [44], EISENBEIS, 1994 [57], PALLOIS, 1998 [81]). Nous utiliserons le modèle des risques proportionnels qui permet de prendre en compte les caractéristiques physiques du tronçon (diamètre, matériau, longueur, date de pose...), les données sur l'environnement de la conduite (corrosivité du sol, position sous trottoir ou sous chaussée, pression, trafic...), les données sur les défaillances (nombre de défaillances, date des différentes défaillances).

L'expression des probabilités sera la suivante, en reprenant les expressions du paragraphe 3.3 :

- quand $d_j = 0$:

$$p_j(t, D_j + 1, \Delta_j) = 1 - \frac{s_{1j}\left[\alpha + (t * 365) - \Delta_j\right]}{s_{1j}[\alpha + (t-1) * 365 - \Delta_j]} \tag{7.1}$$

$s_{1j}\left[\alpha + (t * 365) - \Delta_j\right]$: fonction de survie, c'est la probabilité que la $(D_j + 1)^{ième}$ défaillance n'ait pas lieu entre Δ_j et $\alpha + (t * 365)$, c'est à dire entre la date de la défaillance D_j et la fin de la période t

$s_{1j}[\alpha + (t-1) * 365 - \Delta_j]$: fonction de survie, c'est la probabilité que la $(D_j + 1)^{ième}$ défaillance n'ait pas lieu entre Δ_j et $\alpha + (t-1) * 365$, c'est à dire entre la date de la défaillance D_j et le début de la période t

- quand $d_j \neq 0$:

$$p_j(t, D_j + d_j + 1, \delta_j) = 1 - \frac{s_{(d+1)j}\left[(t * 365) - \delta_{dj}\right]}{s_{(d+1)j}[(t-1) * 365 - \delta_{dj}]} \tag{7.2}$$

$s_{(d+1)j}\left[(t * 365) - \delta_{dj}\right]$: fonction de survie, c'est la probabilité que la $(D_j + d_j + 1)^{ième}$ défaillance n'ait pas lieu entre δ_{dj} et $(t * 365)$, c'est à dire entre la date de la défaillance d_j et la fin de la période t

$s_{(d+1)j}[(t-1) * 365 - \delta_{dj}]$: fonction de survie, c'est la probabilité que la $(D_j + d_j + 1)^{ième}$ défaillance n'ait pas lieu entre δ_{dj} et $(t-1) * 365$, c'est à dire entre la date de la défaillance d_j et le début de la période t

Le calcul des fonctions de survie par la méthode des risques proportionnels est donné dans les expressions suivantes :

$$s_{(d+1)j}(t, \delta_{dj}) = \exp\left[-(\lambda \cdot (t - \delta_{dj}))^p \exp(\sum_{k=1}^{m} \beta_k \cdot z_k)\right] \tag{7.3}$$

z_k sont les covariables ; à noter que certaines seront traitées de façon numérique, c'est à dire en introduisant une valeur qui peut être fonction du tronçon (ex. la longueur, l'épaisseur...) ou du tronçon et du temps (ex. date de la dernière défaillance...) ; d'autres sont traitées de façon binaire (ex. pour différencier trois types de fonte A,B,C, si z_A=1 et z_B=0 : la conduite est en fonte de type A, de même si z_B=1 et z_A=0 : la fonte est de type B, pour traduire qu'il s'agit de fonte de type C, on écrira : z_A=0 et z_B=0).

Quand $D_j = 0$, c'est à dire que le tronçon j n'a pas eu de défaillances sur la période d'observation, alors $\Delta_j = \theta$, date de début d'observation des défaillances. Quand $D_j = 0$ et $\Phi_j > \theta$, c'est à dire que le tronçon a été renouvelé durant la période d'observation et que j est donc le nouveau tronçon, alors $\Delta_j = \Phi_j$, date de pose.

L'évaluation des paramètres de la loi de Weibull p et λ, et l'estimation des paramètres β_k liés aux covariables par la méthode du maximum de vraisemblance sont nécessaires pour appliquer ces formules

$p = \frac{1}{\sigma}$ avec σ paramètre d'échelle de la loi de Weibull (σ = paramètre d'échelle)

$\lambda = \exp(-\frac{\beta_0^*}{\sigma})$ (β_0^* = ordonnée à l'origine)

$\beta_k = -\frac{\beta_k^*}{\sigma}$ paramètres estimés (β_k^* paramètres mesurant l'influence des covariables sur la durée de vie)

Ces paramètres tiennent donc compte des caractéristiques physiques du tronçon, de l'environnement de la conduite. La structure hydraulique peut être prise en compte ici, si la pression intervient comme covariable.

Cette approche nécessite l'existence ou la construction d'une base de données renfermant les caractéristiques du tronçon et de son environnement. Elle s'appuie également sur un historique de défaillances permettant de déterminer le nombre de défaillances passées et leur date de survenance et dans la mesure du possible la date de pose.

L'ensemble du calcul a été automatisé en visual basic pour $\Omega \leq 9$ ans (voir annexe n° 4), la taille de l'arbre a ensuite nécessité le passage sur un autre langage de programmation, en l'occurence le langage C, que nous avons exploité pour $\Omega = 20$ ans.

7.1.2 Le coût R_j du renouvellement du tronçon j

Le coût de renouvellement sera fonction des caractéristiques physiques du tronçon (diamètre, matériau, longueur, profondeur...), de l'environnement de la conduite (nature du revêtement, trafic...). Son évaluation peut être faite à partir des coûts de travaux similaires, du borderau des prix unitaires, des différents marchés de travaux

en cours, voire d'une analyse de données sur une base de données existante dans l'idée de préciser la détermination et d'identifier les variables significatives.

La prise en compte du trafic pourra être un facteur de majoration, dans la mesure ou cette composante peut induire des coûts indirects de gêne aux automobilistes (retards dûs aux déviations, à l'engorgement au niveau de la zone de travaux) et qu'une rue à fort trafic nécessitera une chaussée renforcée.

Le coût de renouvellement est donc lié aux caractéristiques physiques du tronçon et à l'environnement de la conduite.

Ce coût devra également tenir compte des coûts de branchements ; en effet lors d'opérations de renouvellement, la pratique est bien souvent de remplacer également les branchements. Ces coûts pourront être déterminés en fonction du diamètre, qui caractérise également en partie le consommateur. La localisation des consommateurs sur le tronçon et le diamètre de leur branchement permettront la prise en compte de ces coûts.

Bien que le coût de renouvellement ne semble pas trop difficile à déterminer, il conviendra d'y être attentif du fait de la sensibilité du calcul des coûts de l'arbre de décision.

Dans cette étude nous ne considérons que le coût direct de renouvellement, avec une hypothèse de renouvellement à l'identique sans augmentation de diamètre ni introduction de progrès technique.

7.1.3 Le coût unitaire r_j de réparation sur le tronçon j

Ce coût ne tient compte que des données techniques de la réparation. Comme pour le coût de renouvellement il sera fonction des caractéristiques physiques du tronçon et de l'environnement.

Mais il faut également évaluer le degré d'urgence dans lequel une défaillance sera réparée. Ainsi, s'il s'agit d'un tronçon ayant un rôle stratégique au niveau hydraulique (tronçon I de notre réseau test), sa réparation sera rapide car la défaillance pourra avoir des conséquences sur de nombreux consommateurs et du fait du diamètre important, par exemple, entraîner des dégats sur la chaussée ou affouiller le sol ; de plus une importante perte d'eau peut être à craindre. Outre le rôle hydraulique, la position sur une voirie principale aura les mêmes effets. Un autre générateur d'urgence, pourra être la présence d'un consommateur important ou (et) sensible à la coupure d'eau.

La raison d'urgence pourra faire que l'intervention se fera de nuit et non le lendemein matin, ou le week-end avec des surcoûts liés essentiellemnt aux heures supplémentaires de main d'oeuvre. On peut noter d'ores et déjà qu'une intervention qui sera différée aux heures légales de travail verra son coût de réparation diminuer mais

entraînera peut-être une hausse sensible de coûts indirects notamment en matière de dégats d'inondation et de perte d'eau.

Nous reprendrons ici deux approches de l'étude bibliographique :

- l'une donnant une expression pour le calcul du coût de réparation (WALSKI et PELLICIA, 1982, [89]) :

$$Coût\ réparation = main\ d\text{'}oeuvre + équipement + manchon + repavage + frais\ généraux \tag{7.4}$$

avec :

coût de la main d'oeuvre = coût d'une équipe de 3 hommes et d'un engin en $/h

durée d'intervention = 6,5diamètre^{0,285}

coût pour l'équipement (compresseur, compacteur..), indépendant du diamètre

coût du manchon, fonction de sa longueur, de son épaisseur, du diamètre de la conduite

coût du repavage, au m2, sur une longueur de 3,60m, avec des largeurs de tranchées fonction du diamètre de la conduite

frais généraux = 20% du coût de réparation pour frais de contrôle et imprévus.

- l'autre déterminant des coûts standards (GRENIER, 1996, [60]) à partir d'une base de données sur les réparations du Service de l'Eau de la Communauté Urbaine de Strasbourg. Nous nous intéresserons autant à l'aspect données que résultats de cette étude. En effet, le fichier de la base de données CUS donne les informations suivantes :

- numéro d'ordre de travail
- dates d'ouverture et de fermeture de l'ordre de travail
- nombre d'heures de fonctionnement (heures d'encadrement)
- nombre d'heures opérateurs (main d'oeuvre ouvrière)
- nombre d'heures d'utilisation machine par type de machine (compresseur, motopompe, pelleteuse et camion)

GRENIER a complété ces informations par :

- les données sur les pièces détachées à partir de bons de sortie matière rattachés à chaque ordre de service
- la localisation (nom de la rue, type de rue)

A partir de là, a été effectué le calcul de la durée d'intervention, une classification des pièces en 18 groupes, une codification des rues en 3 classes pour voir s'il existe un lien entre le trafic sur le lieu de l'intervention et les autres paramètres (nombre d'heures machines, opérateurs), classification utilisée par le service de l'eau :

- note 1 : rues à fort trafic avec gêne importante
- note 2 : rues où la gêne existe
- note 3 : gêne limitée

De l'échantillon ont été extraits des interventions "standards" constituées des interventions faisant appel à la fois à du remblai et à un manchon (pièce qui permet de rassembler les deux parties de la conduite après enlèvement de la partie défectueuse). Les standards obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

	durée ouverture	main d'oeuvre	compresseur	motopompe	pelleteuse	camion	remblai	manch
moyenne	1 à 5 jours	42 h	1,8 h	2,4 h	3,7 h	5,5 h	8,5 t	1
minimum	1 à 5 jours	27 h	0,8 h	1,6 h	2,5 h	2,9 h	4,4 t	1
maximum	1 à 5 jours	57 h	2,8h	3,2 h	4,9 h	8,1 h	12,6 t	1

tableau 7.1 : quantités et durées standards (GRENIER)

L'application des formules de taux horaires pour la main d'oeuvre est la suivante

$$taux\ mo = \frac{masse\ salariale + frais\ d'habillement + frais\ divers}{coef\ d'absence \cdot nombre\ d'heures\ payées} \tag{7.5}$$

pour les véhicules et les machines :

$$taux\ v = \frac{amort. + carburant\ an. + \frac{entretien\ cumulé + réparations\ cumulées + équipements\ cumulés}{age\ du\ véhicule}}{nombre\ d'heures\ d'utilisation}$$

Elles conduisent aux résultats suivants :

	main d'oeuvre	fourgon	compresseur	motopompe	pelleteuse	camion
standard en heures	42 h	14 h14 h	1,8 h	2,4 h	3,7 h	5,5 h
taux horaire	95 F/h	34 F/h	388 F/h	15 F/h	346 F/h	170 F/h
total (F_{1996})	3 990 F	476 F	461 F	27 F	1 165 F	898 F

tableau 7.2 : coûts standards main d'oeuvre et engins (GRENIER)

pour les matériaux les éléments sont les suivants :

	remblai	manchon
standard	8,5 t	1
prix unitaire	67 F/t	684 F/u
total (F_{1996})	570 F	684 F

tableau 7.3 : coûts standards fournitures (GRENIER)

Une détermination du coût de réparation, plus fine que le coût standard, pourrait être donnée par une analyse de données telles que celles cités ci-dessus en introduisant des facteurs tels que la position sous chaussée ou sous trottoir, des données sur les consommateurs....Ces données sont à chercher dans les différents services du gestionnaire (service technique, service abonnés, service voirie éventuellement).

7.1.4 Le coûts indirects s_j liés à une défaillance sur le tronçon j

Nous souhaitons nous focaliser plus précisemment sur la perte de l'activité économique, et sur les surcoûts au niveau du consommateur domestique, engendrés par une coupure d'eau que nous nous fixerons à 2heures. En particulier, nous nous intéresserons à la perte pour une activité industrielle, piste non explorée par ELNABOULSI (1993, [59]) et KENNEL (1992, [70]), mais également pour les commerces et services tels que médecins et dentistes, et pour les consommateurs domestiques.

Nous ne raisonnerons pas uniquement à partir d'un nombre d'établissements identifié par rue dans chaque catégorie socio-professionelle à partir du fichier SIRENE de l'INSEE, mais à partir de la localisation précise des abonnés sur chaque tronçon et de leurs caractéristiques propres.

Nous retiendrons pour l'évaluation de ces coûts, les approches suivantes :

7.1.4.1 Incidence sur les consommateurs industriel (BEURET et CLOCHARD, 1992, [48])

Nous calculons la perte d'exploitation liée à un arrêt de production de 2 heures. (nou utilisons les notations propres dans cette partie) :

$$P = R_1 R_2 N \frac{D}{220} \tag{7.6}$$

avec :

- P : perte d'exploitation
- R_1 : résultat d'exploitation annuel/ chiffre d'affaire annuel HT (ratio B de F)
- R_2 : chiffre d'affaire annuel/effectif (ratio B de F)
- N : effectif de l'entreprise
- D : durée en jours d'interruption de la distribution d'eau

Cette approche utilise une typologie par activité (code APE), disponible sur le fichier SIRENE de l'INSEE et l'exploitation de ratios fournis par "la Centrale des Bilans" de la Banque de France, résultats d'analyses sectorielles par activité.

Lorsque nous nous sommes interessé plus précisément à cette évaluation, nous avons été confronté à deux problèmes :

- d'une part le fichier SIRENE version 98, ne donne plus un effectif exact de l'entreprise mais des fourchettes (0, 1-2 , 3-5, 6-9, 10-19, 20- 49, 50-99 salariés) ce qui rajoutera de l'imprécision au résultat.

- d'autre part nous n'avons pas réussi à identifier les ratios R_1 et R_2, sous cette forme, parmis les ratios de la Centrale des Bilans de la Banque de France (1988, [6]). Nous avons retenu les 3 ratios suivants :

- R7 : le coefficient de capital :

$$R7 = \frac{Capital\ d'exploitation\ moyen}{Valeur\ ajoutée\ CDB} \tag{7.7}$$

Le coefficient de capital mesure l'importance des investissements en immobilisations d'exploitation et en fonds de roulement nécessaires pour réaliser une unité de valeur ajoutée.

La notion de $Valeur\ ajoutée\ CDB$ est exprimée au coût des facteurs de production (travail et capital).

- R9 : le ratio de rendement apparent de la main d'oeuvre :

$$R9 = \frac{Valeur\ ajoutée\ CDB}{Effectif\ moyen}\ (KF) \tag{7.8}$$

Ce ratio est avec le ratio de rendement apparent de l'équipement un moyen d'estimer l'efficacité du processus productif.

-R20 : le ratio de rentabilité brute du capital :

$$R20 = \frac{Excédent\ brut\ d'exploitation}{Capital\ d'exploitation\ moyen}(\%) \tag{7.9}$$

Ce ratio permet d'apprécier l'efficacité de l'entreprise dans la mise en oeuvre de son capital d'exploitation.

La formule de perte d'exploitation pour 2 heures serait alors de la forme :

$$P = R7 \cdot R9 \cdot R20 \cdot N\frac{2/24}{220}\ (KF) \tag{7.10}$$

Les ratios R7, R9, R20 sont accessibles sur minitel : 3617 LABDF.

7.1.4.2 Autres catégories socio-professionnelles

Le fichier SIRENE donne l'information de toutes les activités professionnelles avec plus ou moins de précisions, notamment pour les professions du domaine médical (les dentistes doivent être identifiés par ailleurs, annuaire téléphonique par exemple). Par contre, les ratios de la Banque de France ne concernent que les activités industrielles.

Pour les autres activités, nous nous baserons sur les résultats de HETZEL et TENIERE BUCHOT du Cabinet CANDIZ [53] sur l'évaluation des conséquences économiques de l'incendie de l'usine PROTEX à Auzouer (8 juin 1988) qui entraîna l'arrêt de la distribution d'eau potable à Tours pendant 110 heures. Cette évaluation de la perte économique des commerces, artisans et prestataires de service a été réalisée à partir du nombre moyen d'établissements par secteur :

	Manque à gagner par établissement
Hôtels - restaurants	988 F
Bars-Discothèques	1 000 F
Salons de coiffure	7 000 F
Poissonneries	6 000 F
Autres commerces alimentaires	12 272 F
Dentistes	14 000 F
Laboratoires et cliniques	274 340 F

tableau 7.4 : Manque à gagner par établissement (TOURS, [53])

Nous ramènerons ces coûts à 2h de jour ouvré.

7.1.4.3 Pour les consommateurs domestiques

Nous pouvons utiliser une approche voisine de celle de EDF, à savoir l'estimation à une nuit à l'hôtel de l'effet indirect d'une coupure de chauffage. Pour une coupure d'eau, on peut imaginer que la mise en route du lave-vaisselle et du lave-linge peut attendre la fin de la coupure. Par contre si la coupure intervient durant les heures de repas ou de préparation des repas, les conséquences peuvent être plus perceptibles. Une estimation haute pourrait être le coût d'un repas au restaurant.

Une estimation basse pourrait être le coût de quelques bouteilles d'eau minérale voire comme le proposent LAUGLAND, MUSSER et al., 1993, [74]), le coût associé à l'action d'acheter l'eau ailleurs :

(nous utilisons les notations propres dans cette partie)

$$H_i = (P_a m)\, RM \tag{7.11}$$

avec :

H_i : coût mensuel associé à l'action d'aller chercher l'eau ailleurs
P_a : coût moyen de fonctionnement d'une automobile ($\simeq 0,079\$/mile$)
m : nombre de miles par voyage pour aller chercher l'eau
R : nombre de voyages par semaine, ratio estimé à 1,62
M : nombre de semaines par mois ($\simeq 4,33$).

Tous les autres coûts indirects pourraient être évaluées plus ou moins précisément comme le montrent les éléments de bibliographie présentés au chapitre 4.

7.1.5 Le taux d'actualisation a

L'évaluation du taux d'actualisation dans le contexte particulier des services publics à caractère industriel ou commercial se retrouve à la croisée des notions d'utilité du consommateurs et de coût d'opportunité des fonds publics, du fait du caractère public du service, et de notions de rentabilité liées à l'obligation d'équilibre budgétaire pour la collectivité ou de rentabilité à proprement dit quant il s'agit d'un gestionnaire privé.

Ce souci de non rentabilité fera que le taux d'actualisation pour un investisseur public sera inférieur à celui d'un investisseur privé. La dernière évaluation du Commissariat au Plan date de 1996 et fixait le taux d'actualisation à 8% pour un projet public de l'Etat ; le taux correspondant pour le secteur privé pourrait être au minimum de 12% pour un taux d'intérêt de 4% (BONNAFOUS, 1999, [8]).

Dans notre cas, nous sommes au niveau local : la compensation d'un projet par rapport à un autre, comme au niveau de l'Etat est difficilement envisageable. De plus, la durée de vie des canalisations d'eau potable nécessite des réflexions à long terme soulevant la problématique de la solidarité intergénérationnelle que l'on retrouve dans les choix d'investissements liés à l'environnement, qui vont jusqu'à préconiser un taux nul pour éviter l'écrasement des valeurs lointaines (TERREAUX, 1990, [37]).

Pour l'instant aucune méthode d'évaluation n'est adaptée à la spécificité des services publics locaux, comme l'ont montré des études bibliographiques récentes (HENIN, 1997, [20], SIDIBE, 1998, [35]).

La faible sensibilité du modèle au taux d'actualisation permettra un évaluation grossière ; nous retiendrons la valeur de 5%, inférieure à la référence de 8% pour tenir compte de l'effet du long terme. Une augmentation de cette valeur a pour effet de rallonger les échéances de renouvellement.

7.2 les paramètres de l'indice de non satisfaction

7.2.1 La consommation V_i appelée au noeud i

Cette consommation peut être celle utilisée par BERTIN (1994, [47]), à savoir la consommation de pointe au jour et à l'heure de pointe. C'est donc une valeur maximale par définition. On peut également imaginer utiliser des valeurs moyennes de consommation telles que celles que peut fournir le service abonné du gestionnaire.

7.2.2 La consommation v_{ij} fournie au noeud i quand le tronçon j est défaillant

Nous ne reviendrons pas sur le détail de ce calcul qui fait l'objet du mémoire de BERTIN et dont l'intégration dans le logiciel ZOMAYET (Cemagref,1996[51]) est envisagée.

7.2.3 Le coefficient de pondération w_i du noeud de consommation i

Ce coefficient doit permettre de traduire la spécificité des différents des consommateurs ; on peut imaginer lui attribuer une valeur supérieure à 1, comme nous l'avons fait dans notre application sur le réseau test, pour donner plus de poids aux consommateurs sensibles. La question est de savoir de combien il faut effectivement l'augmenter. L'évaluation des coûts indirects pourrait donner une idée des poids relatifs. C'est un point qui reste à explorer et qui montre la liaison qui existe entre l'indice de non satisfaction f_j^* et l'évaluation de l'arbre de décision.

7.2.4 La probabilité que le tronçon j soit défaillant p_j

La probabilité p_j pourra être la première probabilité de l'arbre de décision : $p_j(\alpha + 1, D_j + 1, \Delta_j)$; soit la probabilité d'avoir une nouvelle défaillance dans l'année 1, sur un tronçon qui a déjà eu D_j défaillances et dont la date de la dernière est connue et donnée par Δ_j. Cette probabilité donne une image à la date α début de simulation.

7.3 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les éléments pour l'évaluation des différents paramètres, en présentant les méthodes qui nous semblent les plus intéressantes et en nous focalisant sur la perte et le surcoût, pour les consommateurs, du fait d'une coupure d'eau due à la rupture et à sa réparation. Nous avons donné des éléments succints pour le calcul des paramètres de f_j^* ; ces calculs nécessitant une modélisation hydraulique et une réflexion plus aboutie sur la détermination des coefficients de pondération w_i.

Dans le chapitre suivant nous nous intéresserons à l'application de notre méthodologie sur des données réelles, sur l'arbre de décision seul.

Dores et déjà nous entrevoyons des différences au niveau de la localisation, du support et de la qualité des données nécessaires. Nous veillerons dans notre application sur des données réelles à faire ressortir la disponibilté de l'information recherchée.

Chapitre 8

Application du modèle RENCANA

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'application de l'arbre de décision : modèle RENCANA sur des données réelles. Nous commencerons par des données de la Communauté Urbaine de Strasbourg (CUS) sur lesquelles nous évaluerons les paramètres et nous appliquerons le modèle. Puis nous procèderons à l'application du modèle sur des données du Service des Eaux de Charente Maritime.

8.1 Données de la Communauté Urbaine de Strasbourg

Nous commencerons par une présentation du Service de l'Eau de la Communauté Urbaine de Strasbourg (CUS), puis nous nous intéresserons au recueil des données, enfin nous présenterons et commenterons les résultats.

8.1.1 Le service de l'eau

La communauté Urbaine de Strasbourg a été créée par la loi 1069 du 31 décembre 1966 ; elle a la responsabilité du Service Municipal des Eaux qui existe depuis la création du réseau en 1878. Le réseau de distribution d'eau potable dessert la ville de Strasbourg et 11 communes limitrophes sur les 27 communes que comprend la CUS.

Le réseau a été créé à partir de 1878 et s'étend sur près de 1 000 km aujourd'hui ; il est constitué presque exclusivement de conduites en fonte. Le réseau alimente 44 378 abonnés soit 377 9976 habitants (données 1998 - CUS, 1999, [54]). La CUS est divisée en 15 zones, totalisant 3 168 rues.

Le service de l'eau comprend 200 personnes et était organisé (jusqu'en 1998, période de collecte des données) en trois sections :

- Section production - études et réalisations des grands projets (27 pers.)
- Section distribution - ateliers - magasin (129 pers.)
- Section gestion administrative (27 pers.), c'est ici que se fait notamment la gestion des abonnés et la facturation.

Le service informatique pour la gestion de la base de données abonnés est situé au centre administratif, place de l'Etoile. Les équipes d'intervention sont installées, à côté du parc d'engins et du magasin de fournitures aux ateliers municipaux, rue de la plaine des bouchers.

Le service de l'eau est géré en régie, avec un budget annexe au budget de la CUS pour l'eau et un autre pour l'assainissement, pour des raisons d'organisation du service (les deux services sont séparés, mais une réorganisation est en cours, visant à les regrouper) et de différence d'assujettissement à la TVA. La plupart des travaux neufs et donc aussi des travaux de renouvellement sont réalisés par des entreprises de travaux publics extérieures suite à passation de marchés annuels ou de marchés spécifiques. Les interventions de réparation et d'entretien sont réalisées en interne par le personnel du service. Le service de la voirie intervient pour les travaux de réfection définitive de chaussée avec une facturation au service de l'eau.

En 1998, il y a eu 139 ruptures sur canalisations soit un taux de rupture de 0,139 rupt/km/an, à noter que SHAMIR et HOWARD avaient utilisé dans leur modèle une valeur moyenne de 0,10 pouvant varier de 0,01 à 0,20.

8.1.2 Recueil des données

Nous avons appliqué notre modèle sur le quartier de la Meinau :

1 411 abonnés et 17 029 habitants en 1998,

45 171 ml de conduites dont 5 217 ml de conduites maîtresses (diamètre 300 à1000) et 39 954 ml de conduites de distribution (diamètre de 80 à 250).

Le choix de ce quartier découle essentiellement de sa variété au niveau des consommateurs. En effet il comprend un zone industrielle avec des activités de production, de distribution ou de service et une zone résidentielle avec des maisons individuelles, des immeubles, des commerces et des services de proximité.

Les données nécessaires à notre modèle sont d'origines diverses :

- Les données techniques sur la conduite, son environnement, son historique de défaillance relèvent des services techniques de l'eau mais aussi de la voirie ou du SIRAC (système informatisé de régulation automatique du trafic) pour les données sur la chaussée, le trafic. Nous avons bénéficié des travaux de ARNOUX (1999, [45]) qui a enregistré sur base Access la presque totalité du réseau de la CUS avec les donnéees

suivantes : nom de rue, diamètre, matériau, épaisseur, année de pose, historique de défaillance.

La position dans la rue, le diamètre, l'année de pose sont tirés de microfiches de plans au 1/200ème, sur lesquels figurent le fond de plan cadastral (rue, bâtiments) et la position de la conduite, parfois le branchement pour les immeubles.

La CUS a enregistré les dates de pose dès l'origine du réseau et 70% du réseau est renseigné.

Le matériau et l'épaisseur ont été identifiés en fonction de la date de pose.

Le découpage en tronçons a été réalisé à partir de plans des zones CUS désignés sous le terme de plans "robinets- vannes", car utilisés par les fontainiers lors des interventions. Ces plans représentent les conduites avec indication du diamètre et du nom de la rue. L'échelle de ces plans varie du 1/2 000 au 1/5 000. ARNOUX a défini un tronçon comme une portion continue de réseau, homogène pour les paramètres année de pose, diamètre, calibre de rue et découpage hydraulique. Pour les 106 rues de la Meinau, il obtient 138 tronçons.

Les données de défaillances ont été enregistrées du 1/1/1983 au 31/12/1997. Elles sont accessibles au service de l'eau sur des fiches jusqu'en 1992 et sur tableur depuis 1993. Notre simulation débutera donc au 1/1/1998.

L'accès à ces données sera bientôt facilitée par l'enregistrement sur système d'information géographique (SIG) du réseau de distribution d'eau. Ce travail est en cours d'achèvement et permettra la consultation sur écran du tronçon dessiné sur le fond cadastral avec les informations de date de pose et diamètre, et le positionnement des défaillances avec une fenêtre donnant la date et la réparation effectuée. Des plans peuvent être imprimés en couleur.

Nous avons complété les données enregistrées par ARNOUX par deux paramètres. D'abord nous avons cherché la position sous chaussée ou sous trottoir à partir des plans issus des micros fiches. Puis nous avons cherché à identifier le trafic sur le tronçon, en croisant des données de comptage du SIRAC, précises mais peu nombreuses et les critères utilisés par le service de la voirie qui tendrait à relier trafic et nature de chaussée en prêtant une attention particulière aux rues utilisées par les lignes de bus ainsi que les critères du service de l'eau liés à la difficulté d'intervention. Nous utilisons la classification de 1 à 3 avec 1 pour la chaussée la plus sollicitée.

-Les coûts de réparation nécessitent la connaissance des durées d'intervention et d'utilisation des machines, des pièces utilisées et des coûts unitaires des différentes prestations. Ces coûts sont enregistrés sur Access depuis 1993. Les données antérieures nécessitent la consultation des bordereaux de main d'oeuvre, de machines et de fournitures stockés aux ateliers municipaux. Nous utiliserons les résultats de GRENIER

(1996, [60]) déterminés pour une intervention standard. Nous avons cherché à compléter les données de GRENIER par les coûts de réfection définitive facturés par le service de la voirie au service de l'eau. Bien que le lien soit possible grâce à un numéro de travail commun, le fait que la réfection définitive n'intervienne souvent que suite à différentes interventions sur des réseaux n'a pas permis de chiffrer un coût moyen à rattacher à une intervention.

Une analyse de données serait nécessaire pour relier les coûts aux données d'environnement et de consommation.

Les coûts de renouvellement, quant à eux, peuvent être évalués à partir des marchés annuels de prestation ou de mémoires de travaux, après détermination d'une typologie fonction de la voirie et du diamètre de la conduite... Ces données sont disponibles au service travaux. Nous nous baserons sur les résultats de KENNEL (1992, [70]). Nous y ajoutons le coût de renouvellement des branchements.

- Les données de consommation recueillies au service abonnés, via le service informatique, sur 5 années (1993 à 1998), nous ont permis de différencier les consommateurs domestiques, maisons individuelles et immeubles, par la quantité consommée et le nom de l'abonné, et les autres consommateurs (industriels, artisans, commerces, écoles...). Pour chaque abonné, nous avons l'adresse de comptage, la consommation semestrielle et l'adresse de l'abonné. L'adresse du point de comptage permet de localiser le consommateur sur la conduite à partir de plans au 1/200 stockés sur microfiches. L'échelle de ces plans, nécessite soit de les consulter directement sur microfiches, soit de gérer la masse de papier : pourtant leur précision est nécessaire pour relier le consommateur au tronçon. La mise en place du SIG rendra cette recherche plus facile, cependant le positionnement des abonnés sur la conduite n'est pas prévu pour l'instant. Le lien entre l'adresse du point de comptage via le fichier abonné et la conduite via le plan avec la conduite et les n° d'immeubles restera à faire.

Il faut veiller à bien localiser les branchements en considérant l'adresse du point de comptage et nom de l'abonné.

- Les informations sur l'activité professionnelle des consommateurs est tirée du fichier SIRENE réalisé par l'INSEE. Nous disposons de la raison sociale de l'adresse, qui est parfois différente du point de comptage et de l'abonné (immeuble situé sur un angle de rues). Il est nécessaire de bien positionner l'industriel par exemple sur la conduite qui l'alimente (voir remarque plus haut). Les autres informations sont l'effectif et le code d'activité code NAP ou code NAF. Les données du fichier SIRENE sont consultables à l'INSEE et commercialisées notamment par la Chambre de Commerce et d'Industrie (CCI).

- Les données financières pour l'évaluation du coût de perte d'activité industrielle ont été cherchées sur minitel 3617 labdf, données sectorielles. Les activités industrielles sont renseignées avec différents ratios comme indiqué au chapitre 7, identifiables grâce au code NAP.

Nous avons fait l'inventaire des données à recueillir. Voyons à présent le calcul des probabilités.

8.1.3 Calcul des probabilités

Nous appliquons ici la méthodologie exposée au paragraphe 7.1.

8.1.3.1 Evaluation des fonctions de survie

Le calcul des fonctions de survie a été réalisé sur l'ensemble du quartier de la Meinau, soit sur 245 tronçons, dont 64 ont subi des défaillance sur la période du 1/1/1983 au 31/12/1997.

La répartition du nombre de défaillances est la suivante :

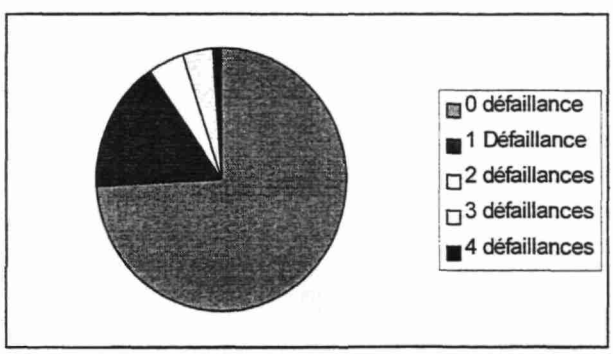


figure 8.1 : MEINAU - répartition défaillances

Il s'agit uniquement de fonte, les diamètres sont essentiellement de 100, 150 et 200, les années de pose s'étalent de 1904 à 1997.

Les variables utilisées et leur codification sont décrites dans le tableau suivant :

Variables	codage
LNAGE	ln (âge=$\delta_{dj} - \Phi_j$) en année
LNDIAM	ln (diamètre) en mm
LNLONG	ln (longueur L_j) en ml
LNEPAIS	ln (épaisseur e_j) en mm
CHAUSSEE	1 : sous chaussée, 0 : sous trottoir
GLM	1 : GLM, 0 : sinon
GLC	1 : GLC, 0 : sinon
GLCR	1 : GLCR, 0 : sinon
TRAF1	1 : trafic1 0 : sinon
TRAF2	1 : trafic2 0 : sinon
LNNBDEF	ln (nbdef=$\Delta_j + \delta_j$)

tableau 8.1 : MEINAU - variables survie

Les variables LNDIAM, CHAUSSEE, TRAF1 et TRAF2 se sont avérées non significatives. Sur le restant des variables, nous obtenons l'estimation suivante :

MEINAU

Lifereg Procedure

Variable	DF	Estimate	Std Err	ChiSquare	Pr>Chi	Label/Value
INTERCPT	1	-0.7473928	2.364777	0.099889	0.7520	Intercept
LNAGE	1	3.87891768	0.55542	48.77287	0.0001	Log(âge à def.prec. +1)
LNEPAIS	1	4.92731923	1.329563	13.7342	0.0002	Log(Epaisseur)
LNLONG	1	-0.4716208	0.135156	12.17634	0.0005	Log(Longueur)
GLM	1	-15.726669	2.406812	42.69618	0.0001	GLM
GLC	1	-12.203105	2.063492	34.97319	0.0001	GLC
GLCR	1	-11.210458	1.981079	32.02161	0.0001	GLCR
LNNBDEF	1	-0.3764772	0.171819	4.801028	0.0284	Log(nbdef à def.prec. +1)
SCALE	1	0.7965764	0.065931			Extreme value scale parameter

tableau 8.2 : MEINAU - estimation des paramètres survie

L'expression de la fonction de survie sera la suivante :

- pour $d_j = 0$

$$s_{1j}(t, \Delta_j) =$$

$$\exp\left[-(\lambda(\alpha + t * 365 - \Delta_j)^p \exp\left[\begin{array}{l} \beta_{LNAGE} \cdot LN(\Delta_j + \delta_{dj} - \Phi_j + 1) + \beta_{LNEPAIS} \cdot LN(e_j) \\ +\beta_{LNLONG} \cdot LN(L_j) + \beta_{GLM} \cdot GLM \\ +\beta_{GLC} \cdot GLC + \beta_{GLCR} \cdot GLCR \\ +\beta_{LNNBDEF} \cdot LN(D_j + d_j + 1) \end{array}\right.\right.$$

$(\alpha + t * 365 - \Delta_j)$ représente la durée, exprimée en jour entre la fin de la période sur laquelle on calcule la fonction de survie et la date de la dernière défaillance.

$\alpha = 1/1/1998$

- pour $d_j > 0$

$$s_{(d+1)j}(t, \Delta_j + \delta_{dj}) = \exp\left[-(\lambda((t-\delta_{dj})*365)^p \exp\left[\begin{array}{l}\beta_{LNAGE} \cdot LN(\Delta_j + \delta_{dj} - \Phi_j + 1) + \beta_{LNEPAIS} \cdot LN(e_j) \\ +\beta_{LNLONG} \cdot LN(L_j) + \beta_{GLM} \cdot GLM \\ +\beta_{GLC} \cdot GLC + \beta_{GLCR} \cdot GLCR \\ +\beta_{LNNBDEF} \cdot LN(D_j + d_j + 1)\end{array}\right]\right] \quad (8.2$$

8.1.3.2 Evaluation des probabilités

A partir de là nous appliquons la formule de calcul des probabilités de passage, établies au chapitre précedent :

- quand $d_j = 0$

$$p_j(t, D_j + 1, \Delta_j) = 1 - \frac{s_{1j}[\alpha + (t*365) - \Delta_j]}{s_{1j}[\alpha + (t-1)*365 - \Delta_j]}$$

- quand $d_j \neq 0$:

$$p_j(t, D_j + d_j + 1, \delta_j) = 1 - \frac{s_{(d+1)j}[(t*365) - \delta_{dj}]}{s_{(d+1)j}[(t-1)*365 - \delta_{dj}]}$$

A noter que certains paramètres de la fonction de survie sont fonction du tronçon uniquement et que d'autres évoluent en fonction du temps. Le détail des résultats de calcul des probabilités sera présenté et discuté plus loin.

8.1.4 Calcul des coûts

Voyons à présent comment nous avons évalué les différents coûts.

8.1.4.1 Coût de réparation r_j

Comme annoncé ci-dessus nous utilisons les résultats de GRENIER (1996) que nous avons évalué en Francs 1998. Nous avons retenu les valeurs minimale et maximale correspondant à une intervention standard. Nous obtenons les résultats suivants :

Coûts de	réparation	(GRENIER,[60])
	mini	maxi
Francs 1995	8 270 F	11 207 F
Francs 1998	8 700 F	12 250 F

tableau 8.3 : CUS - coûts de réparation r_j

8.1.4.2 Coûts indirects s_j

- Pour les commerces et les services, nous avons retenus les résultats de l'étude du cabinet Candiz à Tours (TENIERE et BOUCHOT, 1988, [53]), en considérant que sur les 110 heures sur lesquelles l'estimation a été faite sur Tours, il y avait 36 heures ouvrables ($110h/24h = 4,5j$ *et* $4,5j \cdot 8h = 36h$). Comme nous voulons évaluer l'effet d'une coupure de la distribution d'eau d'une durée de 2 heures nous appliquons un coefficient de 2/36 sur les données de Tours.

Perte d'activité économique (TERNIERE et BOUCHOT, [53])				
	coiffeur	dentiste	alimentation	laboratoire
Francs 1988	389 F	778 F	681 F	15 241 F
Francs 1998	496 F	986 F	863 F	19 315 F

tableau 8.4 : Coûts indirects commerces et services

- Pour les industriels, nous croisons les données du fichier abonné, du fichier SIRENE, du plan et de la Banque de France pour déterminer le coût indirect lié à 2 heures d'arrêt de production.

- Pour les consommateurs domestiques, nous avons estimé le nombre de foyers à partir des consommations au points de comptage. En considérant en moyenne trois personnes par foyer, nous avons attribué un coût indirect de 150 F par foyer.

Nous présentons ci-dessous deux exemples de calcul des différents coûts, l'un dans une rue industrielle, l'autre dans une rue à caractère résidentiel.

conso annuelle moyenne	nbre logements	professionnels	sensibilité	perte prof (1)	perte foyer(2) 3pers*50F	(1)+(2)=s	cout reparation r	coût de maintien en service	coût de renouvellement
628		0 fab. non tissé(175E)	*	6 973,00 F	0,00 F	6 973,00 F		m	R
9,6		0 commerce de gros			0,00 F	0,00 F			
121,2		0			0,00 F	0,00 F			
104,8		0 mécanique gale (285D)	*	230,00 F	0,00 F	230,00 F			
126,8		0 fab. elts. couv.(452J)	*		0,00 F	0,00 F			
441		0 commerce de gros			0,00 F	0,00 F			
66,8		0 commerce de gros			0,00 F	0,00 F			
286,2		0 commerce de gros			0,00 F	0,00 F			
3137,4		0 traiteur (555D)	*	12 244,00 F	0,00 F	12 244,00 F			
96,2		0 commerce de gros			0,00 F	0,00 F			
271,2		0 fab, méca trans (291J)			0,00 F	0,00 F			
70,4		0			0,00 F	0,00 F			
1432,4		0 fab, méca trans (291J)	*	22 039,00 F	0,00 F	22 039,00 F			
345		0 commerce de gros			0,00 F	0,00 F	12 250,00 F		
						41 486,00 F	tronçon 51-38	53 736,00 F	615 000,00 F

tableau 8.5 : Application CUS - coûts indirects tronçon "industriel"

TRONCON 77-76

conso annuelle moyenne	nbre logements	professionnels	sensibilité	perte prof (1)	perte foyer(2) 3pers*50F	(1)+(2)=s	cout reparation r	coût de maintien en service	coût de renouvellemen
853	3	1 Dentiste		986,00 F	450,00 F	1 436,00 F		m	R
355,2	1				150,00 F	150,00 F			
215,6	1				150,00 F	150,00 F			
294,2	1				150,00 F	150,00 F			
349,2	1				150,00 F	150,00 F			
55,4	1				150,00 F	150,00 F			
172,4	1				150,00 F	150,00 F			
145,8	1				150,00 F	150,00 F			
132	1				150,00 F	150,00 F			
10031,8	38	2 Dentistes		1 972,00 F	5 700,00 F	7 672,00 F			
106,8	1				150,00 F	150,00 F			
108,8	1				150,00 F	150,00 F			
151,4	1				150,00 F	150,00 F			
161,6	1	1 Dentiste		986,00 F	150,00 F	1 136,00 F			
98,4	1				150,00 F	150,00 F			
136,6	1				150,00 F	150,00 F			
798,2	4				600,00 F	600,00 F			
173,2	1				150,00 F	150,00 F			
73,4	1				150,00 F	150,00 F			
2143,2	9				1 350,00 F	1 350,00 F			
11831	50				7 500,00 F	7 500,00 F			
380,8	1				150,00 F	150,00 F			
258	1				150,00 F	150,00 F			
194,8	1				150,00 F	150,00 F	8 700,00 F		
						22 394,00 F	tronçon 77-76	31 094,00 F	639 000,00

tableau 8.6 : Application CUS - coûts indirects tronçon "résidentiel"

8.1.4.3 Coût de renouvellement R_j

Pour les coûts de renouvellement nous utilisons les valeurs mini et maxi de KENNEL (1992, [70]) et nous y ajoutons le coût des branchements. Le nombre et la taille des branchements ont été déterminés à partir des plans et du fichier abonné. Soient les éléments suivants :

coût de	renouvellement/ml	(KENNEL, [70])
Francs 1991	648 F	1 008 F
Francs 1998	750 F	1 150 F
coût de	branchement	(CUS)
	DN<100	DN>100
Francs 1998	15 000 F	30 000 F

tableau 8.7 : CUS - coût de renouvellement R_j

8.1.5 Résultats du calcul d'optimisation

Nous avons appliqué le calcul d'optimisation sur 6 rues, soit 14 tronçons, du quartier de la Meinau.

Les caractéristiques techniques et physiques de ces tronçons sont les suivantes :

Tronçon j	Nbdef δ_j	Date def $\Delta_{\delta j}$	Année pose Φ_j	DN	épaisseur	longueur	matériau	Ch/Trot	str/traf
75.102	0		1993	150	6,3	220	GSr	T	1
75.103	0		1964	150	8	132	GLCr	T	1
77.78	2	1-juil-85	1904	100	9,6	312	GLM	T	2
76.77	0		1934	100	9,6	100	GLM	T	2
74.76	1	8-févr-89	1960	100	7,2	308	GLCr	T	3
69.70	0		1944	200	8,8	340	GLC	T	2
34.71	2	1-oct-93	1917	100	9,6	112	GLM	T	2
71.72	0		1930	100	9,6	32	GLM	T	2
34.70a	0		1917	200	11,9	360	GLM	T	2
96.99	2	21-déc-91	1930	100	9,6	100	GLM	C	3
76.99a	4	14-janv-92	1930	100	9,6	404	GLM	C	3
48.38	0		1965	150	8	520	GLCr	T	2
39-42	0		1922	150	9,6	460	GLM	T	2
42-43	0		1913	150	9.6	252	GLM	T	2

tableau 8.8 : Application CUS : données techniques

Pour les données de matériau, il faut lire :

GLM = fonte à graphite lamellaire moulée,

GLC = fonte à graphite lamellaire centrifugée,

GLCr = fonte à graphite lamellaire centrifugée et revêtue,

GS = fonte à graphite sphéroïdal,

GSr = fonte à graphite sphéroïdal revêtue.

Les 3 premiers sont de la fonte grise, les suivants de la fonte ductile.

Nous avons 5 tronçons qui ont déjà subi des casses, et les autres non. Les dates de pose s'étalent de 1904 à 1993.

Le calcul de coûts sont regroupés dans le tableau suivant :

Tronçon j	s domest.	s service	s indust	Coûts sociaux s_j	Coût reparat r_j	Coût maintien m_j	longueur	nb branch	Coût renouv R_j
75.102	7,35kF			7,35kF	12,50kF	**19,85kF**	220,00	4	**343,00kF**
75.103	0,15kF	12,24kF		12,39kF	12,50kF	**24,89kF**	132,00	2	**196,80kF**
77.78	18,45kF	3,94kF		22,39kF	8,70kF	**31,09kF**	312,00	24	**639,00kF**
76.77	0,30kF			0,30kF	8,70kF	**9,00kF**	100,00	2	**105,00kF**
74.76	23,75kF	1,36kF		25,11kF	12,25kF	**37,36kF**	308,00	11	**471,00kF**
69.70	6,90kF	20,18kF		27,08kF	12,25kF	**39,33kF**	340,00	44	**675,00kF**
34.71	3,15kF			3,15kF	8,70kF	**11,85kF**	112,00	5	**174,00kF**
71.72	4,80kF	1,48kF		6,28kF	8,70kF	**14,98kF**	100,00	10	**240,00kF**
34.70a	29,50kF			29,50kF	12,25kF	**41,75kF**	360,00	28	**849,00kF**
96.99	1,95kF			1,95kF	8,70kF	**10,65kF**	312,00	3	**279,00kF**
76.99a	8,05kF			8,05kF	8,70kF	**16,75kF**	404,00	15	**543,00kF**
48.38			41,49kF	41,49kF	12,25kF	**53,74kF**	520,00	14	**615,00kF**
39-42			54,78kF	54,78kF	12,25kF	**67,03kF**	460,00	10	**525,00kF**
42-43			474,65kF	474,65kF	12,25kF	**486,90kF**	252,00	5	**279,00kF**

tableau 8.9 : Application CUS - données coûts

Les trois derniers tronçons sont dans la zone industrielle, les autres ont un caractère résidentiel. Notons qu'en général, les coûts de maintien en service sont très inférieurs au coût de renouvellement des tronçons dont la longueur varie de 32 à 404 ml.

Les probabilités utilisent les paramètres tels qu'ils ont été estimés au paragraphe précédent, donc en tenant compte du processus de vieillissement sur l'ensemble du quartier.

Nous avons réalisé un simulation sur 9 ans sur une macro visual basic, puis sur 20 ans sur un programme en C.

Nous obtenons les résultats suivants pour $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$, résultat de l'optimisation et $C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$, espérance des coûts totaux, qui nous permet de savoir si l'horizon Ω est atteint (a=5%) :

Tronçon j	R_j	$C_j^*(\alpha, D_j, \Delta_j)$	$C_j(\alpha, D_j, \Delta_j)$	$C_j^*(\alpha, D_j, \Delta_j)$	$C_j(\alpha, D_j, \Delta_j)$	Décision
		9 ans		20 ans		
75.102	343,00kF	240,42kF	240,42kF	148,72kF	*149,60kF*	NR
75.103	196,80kF	149,06kF	149,06kF	99,66kF	99,66kF	NR
77.78	639,00kF	426,85kF	426,85kF	263,92kF	263,92kF	NR
76.77	105,00kF	77,14kF	77,14kF	52,53kF	52,53kF	NR
74.76	471,00kF	332,31kF	332,31kF	216,02kF	216,02kF	NR
69.70	675,00kF	444,26kF	444,26kF	269,16kF	269,16kF	NR
34.71	174,00kF	116,12kF	116,12kF	72,40kF	72,40kF	NR
71.72	240,00kF	162,87kF	162,87kF	102,35kF	102,35kF	NR
34.70a	849,00kF	557,88kF	557,88kF	337,36kF	337,36kF	NR
96.99	279,00kF	188,04kF	188,04kF	117,64kF	117,64kF	NR
76.99a	543,00kF	376,02kF	376,02kF	243,65kF	243,65kF	NR
48.38	615,00kF	459,92kF	459,92kF	309,67kF	309,67kF	NR
39-42	525,00kF	407,00kF	407,00kF	295,25kF	295,25kF	NR
42-43	279,00kF	**279,00kF**	*430,28kF*	**279,00kF**	*646,58kF*	**R**

tableau 8.10 : Application CUS - résultats de l'optimisation

Ces résultats amènent les commentaires suivants : un seul tronçon est à renouveler tout de suite, ceci est lié aux coûts indirects sur ce tronçon. Pour les autres, l'on peut attendre.

Nous noterons toutefois en regardant le calcul sur 9 ans que $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)] = C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$, sauf pour le dernier tronçon, ce qui signifie que l'horizon Ω sur lequel le modèle est stable n'est pas atteint. Ceci nous a poussé à envisager une modélisation sur 20 ans qui a nécessité de réécrire les procédures de calcul sur un autre logiciel que excel.

Regardons à présent les résultats sur 20 ans : nous avons toujours $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)] = C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$, sauf pour le premier tronçon, ce qui voudrait dire que 20 ans est une durée trop courte. Cela peut néanmoins nous permettre de dire que l'on peut attendre 10 ans pour renouveler, car aucun $C_j^*[x_j(\alpha, d_j, \delta_{dj})]$ n'est égal à R_j sur les arbres résultats pour 20 ans.

Voyons de plus près les résultats sur 2 tronçons : le tronçon 42-43 car il présente un coût social important lié à la présence d'un gros industriel, et le tronçon 76-99 car le tronçon a déjà subi 4 défaillances.

Voyons d'abord le tronçon 42-43 :

tronçon 42-43		0 défaillance(s)		R= 279 kF		m= 487,15 kF
Probabilités				Optimisation (9ans)		
			0,028211			279
		0,026062	0,031228		278,1	279
	0,022802		0,024669	276,22		277,43
		0,027331	0,030301		278,66	279
0,082217			0,024669	279		277,43
		0,215567	0,025854		274,96	277,95
	0,083487		0,020411	279		273,32
		0,084698	0,085857		279	279
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]	t=0	t=1	t=2 t=3

tableau 8.11 : Application CUS - détails résultats tronçon 42-43

Ce tableau présente les résultats sur les 4 premières périodes de la simulation sur 9 ans.Nous pouvons noter que les probabilités sur le bas de l'arbre sont plus élevées que sur le haut de l'arbre. Ces probabilités correspondent au cas où le tronçon n'a pas encore subi de défaillance depuis le début de la simulation, ce qui tendrait à dire que les probabilités évoluent plus vite quand le délai croît depuis la dernière défaillance que lorsque le nombre de défaillances augmente. On a plus de chance d'avoir une nouvelle défaillance quand on n'en a pas eu depuis longtemps. Un examen plus fin des probabilités a montré que lorsque le nombre de défaillances augmente, la probabilité augmente puis diminue (vers 6, 7 ans) : ceci est dû à la variation opposée de $\beta logage.logage$ et de $\beta \log nbdef.nbdef$. Les deux remarques précédentes permettent d'expliquer pourquoi les noeuds préconisant le renouvellement sont sur le bas de l'arbre plutôt que sur le haut, comme nous l'avions envisagé dans le chapitre 6. Ces résultats tendent à montrer que la durée écoulée depuis l'occurence de la défaillance précédente a plus d'influence que le nombre des défaillances.

Modifions la valeur de m_j de façon à avoir un renouvellemnt plus tardif :

42-43	R=279 kF	m= 200 kF	
Optimisation (9ans)			
			246,37
		239,62	246,26
	230,39		241,73
		237,18	243,48
			241,73
277,21		232,76	239,94
	278,15		236,11
		278,79	279,00
t=0	t=1	t=2	t=3

tableau 8.12 :Application CUS - tronçon 42-43, n°2

Nous avons réduit m_{42-43} à 200KF, ce qui entraîne que l'on peut attendre pour renouveler. Par contre à t=3, il faut envisager de renouveler si l'on a pas encore eu de

défaillances, ce qui peut surprendre. Ceci est lié au fort déséquilibre entre les probabilités du haut et du bas de l'arbre. Une des raisons de ce résultat pourrait être que l'échantillon qui a servi au calage des fonctions de survie est un échantillon de tronçons en bon état ; une autre raison pourrait être que d'autres facteurs explicatifs devraient être pris en compte dans l'évaluation de la fonction de survie.

Notons que dans ce cas $C_j[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)] = 282{,}66$ KF, donc $\Omega \leqslant 9$.

Voyons à présent les résultat sur le tronçon 76-99 :

tronçon 76-99		4 défaillance(s)		R= 543 kF			m= 16,75 kF
Probabilités				Optimisation (9ans)			
			0,138732				419,49
		0,139501	0,165149			402,37	420,19
	0,138141		0,130829		385,92		418,78
		0,164729	0,181156			402,9	420,51
0,293567			0,130829	376,02			418,78
		0,130369	0,154494			401,45	419,36
	0,302698		0,122223		391,39		417,99
		0,310872	0,318269			407,64	424,81
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]	t=0	t=1	t=2	t=3

tableau 8.13 : Application CUS - détails résultats tronçon 76-99

L'effet vieillissement est perceptible dans le fait que les probabilités sont plus élevées que dans l'exemple précédent. Nous retrouvons le même déséquilibre entre les probabilités du haut et du bas de l'arbre : c'est une propriété que l'on retrouve sur tous les 14 tronçons étudiés, ainsi que le fait que la probabilité baisse au bout d'un moment quand on augmente le nombre de défaillances.

Pour ce tronçon, on n'a pas besoin de renouveler, d'après la simulation précédente.

Voyons, ce qui se passe si nous augmentons m_{76-99} à 125 KF :

76-99	R=543 kF		m= 125 kF
Optimisation (9ans			
			511,90
		508,55	516,79
	504,49		506,57
		512,43	519,00
541,46			506,57
		501,92	510,88
	541,92		500,71
		542,54	543,00
t=0	t=1	t=2	t=3

tableau 8.14 :Application CUS - tronçon 76-99, n°2

Nous obtenons une configuration semblable à celle du tronçon 42-43, bien que nous soyons en présence d'un tronçon plus endommagé.

L'ensemble des tableaux résultats pour les probabilités et les $C_j^*[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j)]$ pour les autres 12 tronçons étudiés figurent en annexe n°4. Nous avons reproduit les résultats sur les 4 premières périodes de la simulation sur 9 ans.

8.1.6 Conclusion

Cette première application sur des données réelles nous a permis d'abord de faire une évaluation des coûts sociaux liés à 2 heures de coupure d'eau en terme d'activité économique notamment, à partir de la prise en compte de la spécificité des consommateurs. Ensuite nous avons évalué les probabilités pour traduire le phénomène de vieillissement ; nous avons obtenu une configuration différente de celle imaginée dans notre développement théorique du chapitre 6 où nous avions imaginé que plus une conduite cassait plus elle avait de chance de recasser rapidement, mettant ainsi les probabilité les plus fortes sur le haut de l'arbre avec de plus une évolution plus rapide que celle du bas de l'arbre.

La configuration obtenue pour les probabilités a bien-sûr une conséquence directe sur les résultats d'optimisation.

Cette différence entre la simulation sur les données réelles et notre idée de la problématique, qui voudrait que les décisions de renouvellement apparaissent préférentiellement sur le haut de l'arbre nous a amené à explorer un autre jeu de données.

8.2 Application sur d'autres données

Nous avons appliqué notre modèle sur 9 tronçons provenant d'une étude sur le Service des Eaux de Charente-Maritime. Ils sont tous en fonte grise. Les données utilisées vont du 1/1/1988 à 31/12/1996, ce qui permettra de caler une simulation avec $\alpha = 1/1/1997$.

Les caractérisitiques des tronçons sont données dans le tableau suivant :

Tronçon j	Nbdef δ_i	Date def $\Delta_{\delta i}$	Année pose Φ_j	DN	Longueur L	traf	acid	hum
3	5	22/11/1996	1927	125	2500	1	0,5	1
4	3	25/07/1996	1931	40	300	0	0	0
5	10	28/08/1992	1927	60	2000	1	0,5	1
7	0		1963	300	2100	1	0	0
8	0		1927	100	370	0	0,5	1
9	0		1961	60	2600	0	0	0
11	0		1963	300	3600	0	0	0
12	1	20/2/1991	1950	100	1350	0	0	0
13	0		1931	175	400	0	0	1

tableau 8.15 : Application CHARENTE - données tronçons

8.2.1 Evaluation de la fonction de survie

Les variables représentatives sont les suivantes :

Variables	codage
LNAGE	ln (âge=$\delta_{dj} - \Phi_j$)
LNDIAM	ln (diamètre)
LNLONG	ln (longueur)
TRAF	1 : trafic>3 000, 0 : trafic<3 000 véhicules/jours
ACID	1 :sol acide, 0 : sol non acide
HUM	1 : sol humide, 0 : sol non humide
ROC	1 : sol rocailleux, 0 : sol non rocailleux

tableau 8.16 : Application CHARENTE - variables

L'estimation des paramètres des variables significatives a donné les résultats présentés dans le tableau suivant. Une stratification a été réalisée selon que les conduites avaient ou non eu des défaillances :

Première strate

Fonte grise - Fonction de survie - Nb déf. =0

Lifereg Procedure

Variable	DF	Estimate	Std Err	ChiSquare	Pr>Chi	Label/Value
INTERCPT	1	4.91857659	1.240183	15.72923	0.0001	Intercept
LNAGE	1	0.46522598	0.221468	4.412721	0.0357	Log(âge à def.prec. +1)
LNDIAM	1	0.52016437	0.183611	8.02575	0.0046	Log(Diamètre)
TRAF	1	-0.7759324	0.234975	10.90449	0.0010	Trafic fort
ACID	1	-0.7536266	0.181792	17.18545	0.0001	Sol acide
SCALE	1	0.70818568	0.064887			Extreme value scale parameter

Deuxième strate

Fonte grise - Fonction de survie - Nb déf. >0

Lifereg Procedure

Variable	DF	Estimate	Std Err	ChiSquare	Pr>Chi	Label/Value
INTERCPT	1	7.58899067	3.068851	6.115282	0.0134	Intercept
LNLONG	1	-0.5329485	0.207511	6.596084	0.0102	Log(Longueur)
LNDIAM	1	1.38455155	0.59599	5.39685	0.0202	Log(Diamètre)
ACID	1	-1.8729106	0.804081	5.425439	0.0198	Sol acide
HUM	1	-2.2513928	0.573208	15.42688	0.0001	Sol humide
ROC	1	-2.9321018	0.970941	9.119528	0.0025	Sol rocheux
SCALE	1	1.73892682	0.161036			Extreme value scale parameter

tableau 8.17 : CHARENTE - estimation des paramètres survie

Nous utilisons donc deux fonctions de survie différentes :

- Nombre de défaillances réelles $D_j = 0$

  - si $d_j = 0$ (d_j est le nombre de défaillance générées par la modélisation)

$$s_{1j}(t,\theta) = \exp\left[-(\lambda(\alpha + t*365 - \theta)^p \exp\left[\begin{array}{c}\beta_{LNAGE}\cdot LN(\theta-\Phi_j)+\beta_{LNDIAM}\cdot LN(DN)\\ +\beta_{TRAF}\cdot traf+\beta_{ACID}\cdot acid\end{array}\right]\right] \tag{8.3}$$

$\alpha = 1/1/1997$

$\theta = 1/1/1988$ qui intervient comme la date de la défaillance précédente.

  - si $d_j > 0$

$$s_{(d+1)j}(t,\delta_{dj}) = \exp\left[-(\lambda((t-\delta_{dj})*365)^p \exp\left[\begin{array}{c}\beta_{LNAGE}\cdot LN(\theta-\Phi_j)+\beta_{LNDIAM}\cdot LN(DN)\\ +\beta_{TRAF}\cdot traf+\beta_{ACID}\cdot acid\end{array}\right]\right] \tag{8.4}$$

- Nombre de défaillances réelles $D_j > 0$

  - si $d_j = 0$

$$s_{1j}(t,\theta) = \exp\left[-(\lambda(\alpha + t*365 - \Delta_j)^p \exp\left[\begin{array}{c}\beta_{LNLONG}\cdot LN(L)+\beta_{LNDIAM}\cdot LN(DN)\\ +\beta_{ACID}\cdot acid+\beta_{HUM}\cdot hum+\beta_{ROC}\cdot roc\end{array}\right]\right] \tag{8.5}$$

- si $d_j > 0$

$$s_{(d+1)j}(t, \Delta_j + \delta_{dj}) = \exp\left[-(\lambda((t-\delta_{dj})*365)^p \exp\left[\begin{array}{l}\beta_{LNLONG}\cdot LN(L) + \beta_{LNDIAM}\cdot LN(DN \\ +\beta_{ACID}\cdot acid + \beta_{HUM}\cdot hum + \beta_{ROC}\cdot r\end{array}\right.\right. \quad (8.6)$$

8.2.2 Evaluation des coûts

Nous nous sommes fixés une hypothèse haute et une hypothèse basse en utilisant les données de la CUS :

n° tronçon	DN	Longueur L	coût maintien m		coût ren R	
			bas	haut	bas	haut
3	125	2500,00	68,70KF	412,25KF	2 250,00KF	4 750,00KF
4	40	300,00	68,70KF	412,25KF	270,00KF	420,00KF
5	60	2000,00	68,70KF	412,25KF	1 800,00KF	2 375,00KF
7	300	2100,00	68,70KF	412,25KF	1 890,00KF	2 490,00KF
8	100	370,00	68,70KF	412,25KF	333,00KF	500,50KF
9	60	2600,00	68,70KF	412,25KF	2 340,00KF	3 065,00KF
11	300	3600,00	68,70KF	412,25KF	3 240,00KF	4 215,00KF
12	100	1350,00	68,70KF	412,25KF	1 215,00KF	1 627,50KF
13	175	400,00	68,70KF	412,25KF	360,00KF	535,00KF

	hypothèse basse	hypothèse haute
coûtRen/ml	0,75KF	1,15KF
branchemen	15,00KF	
nb br/100ml	1	5
coût rep r	8,70KF	12,25KF
coûts s	60,00KF	400,00KF

tableau 8.18 : Application CHARENTE - données coûts

8.2.3 Résultats

Nous obtenons les résultats suivants pour une simulation sur 9 ans :

Tronçon j	R_j	$C_j^*(\alpha,D_j,\Delta i)$	$C_j(\alpha,D_j,\Delta i)$	Décision	R_j	$C_j^*(\alpha,D_j,\Delta i)$	$C_j(\alpha,D_j,\Delta i)$	Décision
	Hypothèse basse				hypothèse haute			
3	2 250,00KF	1 561,79KF	1 561,79KF	NR	4 750,00KF	3 730,88KF	3 730,88KF	NR
4	270,00KF	**270,00KF**	*291,46KF*	R	420,00KF	420,00KF		R
5	1 800,00KF	1303,79KF	1303,79KF	NR	2 375,00KF	2 275,49KF	*2 392,58KF*	NR
7	1 890,00KF	1 220,00KF	1 220,00KF	NR	2 490,00KF	1 619,81KF	1 619,81KF	NR
8	333,00KF	216,43KF	216,43KF	NR	500,50KF	333,29KF	333,29KF	NR
9	2 340,00KF	1 510,93KF	1 510,93KF	NR	3 065,00KF	1 991,02KF	1 991,02KF	NR
11	3 240,00KF	2 089,36 KF	2 089,36 KF	NR	4 215,00KF	2 721,99KF	2 721,99KF	NR
12	1 215,00KF	793,46KF	793,46KF	NR	1 627,50KF	1 110,72KF	1 110,72KF	NR
13	360,00KF	232,79 KF	232,79 KF	NR	535,00KF	349,29KF	349,29KF	NR

tableau 8.19 : Application CHARENTE : résultats de l'optimisation

Un seul tronçon doit être renouvelé tout de suite. Notons que les coûts de renouvellement sont élevés du fait de la longueur des tronçons et de l'estimation très grossière des coûts.

Nous nous intéressons plus précisément aux résultats du tronçon 5 en hypothèse haute et au tronçon 7 hypothèse basse, pour prendre un exemple dans chaque strate.

L'ensemble des résultats sur les 4 premières périodes de la simulation sur 9 ans (probabilité +optimisation), pour tous les tronçons en hypothèse basse, sont présentés en annexe n°5.

Voyons les résultats sur le tronçon 5, de la strate avec défaillances :

tronçon 5h		10 défaillance(s)		R= 2 375,00kF		m= 412,50	
Probabilités				**Optimisation (9ans)**			
			0,424799				**2375,0**
		0,424799	0,331822			**2375,00**	**2375,0**
	0,424799		0,424799		**2375,00**		**2375,0**
		0,331822	0,286918			2373,80	2340,92
0,240866			0,424799	2275,49			**2375,0**
		0,424799	0,331822			**2375,00**	**2375,0**
	0,224569		0,424799		2259,68		**2375,0**
		0,211606	0,200946			2249,57	2245,13
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]	t=0	t=1	t=2	t=3

tableau 8.20 : Application CHARENTE - détails résultats tronçon 5

L'optimisation nous apprend, qu'à t=0, on peut attendre pour renouveler, par contre, à partir de t=1, dans le cas où il y a eu défaillance, il faut renouveler. Nous

nous trouvons là dans une situation qui correspond mieux à l'évolution de l'arbre telle que nous l'avions pressentie.

Lorsque l'on regarde les probabilités, on remarque qu'en cas de défaillance les probabilités deviennent constantes; ceci est lié au fait que la fonction de survie ne dépend pas du nombre de défaillances et que lorsque les défaillances se succèdent d'une année sur l'autre, la durée $(t - \delta_{dj}) * 365$ reste constante à $1,5 * 365$ jours. Lorsque le délai s'allonge, la probabilité baisse : elle est plus sensible au nombre de défaillances qu'au délai entre les défaillances. Ceci tendrait à faire penser que cette conduite est déjà dans un stade avancé de vieillissement : en effet elle a 10 défaillances. Les autres tronçons de la strate avec défaillances présentent la même structure de probabilités. Notons également que les probabilités du bas de l'arbre sont inférieures à celles du haut de l'arbre, ce qui confirme l'idée de l'importance du nombre de défaillances. Notons que ni l'âge, ni le nombre de défaillances ne sont des paramètres significatifs.

Nous nous intéressons maintenant au tronçon 7 qui n'a pas encore eu de défaillances.

tronçon	7	0 défaillance(s)		R= 1 890,00 kF			m= 68,70
Probabilités				**Optimisation (9ans)**			
			0,001354				1411,12
		0,001378	0,001849			1344,13	1411,24
	0,001405		0,001354		1280,34		1411,12
		0,001883	0,002223			1344,26	1411,34
0,004354			0,001354	1220,76			1411,12
		0,001378	0,01849			1344,13	1411,24
	0,004537		0,001354		1281,51		1411,12
		0,00471	0,004875			1345,26	1412,1
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]	t=0	t=1	t=2	t=3

tableau 8.21 : Application CHARENTE - détails résultats tronçon 7

Nous retrouvons ici une configuration de probabilités voisine de celle observée sur l'application CUS. Les probabilités du haut de l'arbre sont plus faibles que celles du bas de l'arbre, mais les probabilités du haut de l'arbre décroissent, immédiatement à t=2 et non pas au bout de quelques périodes comme sur l'application CUS. Ceci nous pousse à penser que dans le calcul des probabilités sur les données de Strasbourg, les deux évolutions enregistrées pour les données de la Charente se superposent et comme 3/4 de l'échantillon n'a pas encore eu de défaillances; c'est la configuration sans défaillances qui l'emporte.

Notons que sur cette strate, le nombre de défaillance n'est pas un paramètre significatif comme sur l'autre strate, par contre *logage* intervient.

8.3 Conclusion

Nous avons dans ce chapitre, appliqué notre modèle RENCANA sur des données réelles. Nous avons d'abord montré comment nous avons rassemblé toutes les informations nécessaires. Puis la préparation des paramètres pour le modèle nous a amené à nous focaliser sur deux points : le calcul des coûts et le calcul des probabilités.

Concernant l'évaluation des coûts nous notons une grande différence entre les coûts de maintien en service et le coût de renouvellement : ceci est lié à la longueur des tronçons. De plus nous n'avons intégré qu'un seul coût indirect, celui qui traduit l'effet d'une coupure d'eau de 2 heures. L'optimisation montre cependant que si le coût de maintien en service est élevé, le renouvellement peut être proposé même sur un tronçon peu défaillant. La prise en compte des coûts indirects nous semble nécessaire. Le calcul détaillé auquel nous nous sommes livré permet de juger de la sensibilité d'un tronçon par rapport à la satisfaction des consommateurs. Nous retrouvons ici l'idée d'un lien possible avec l'indice de non satisfaction défini au chapitre 5.

En ce qui concerne les probabilités et donc la traduction du vieillissement, les résultats sur la CUS et sur la CHARENTE nous amènent à penser que la stratification permettant de séparer les tronçons ayant eu des défaillances et ceux n'en ayant pas eu, est nécessaire. La strate avec défaillances sur les données CHARENTE semble répondre à ce que nous attendions de l'évolution du modèle dans le temps : renouvellement quand les défaillances s'accumulent. La strate sans défaillance met l'accent sur le risque liée à l'écoulement du temps, d'avoir une défaillance, ce qui explique la réaction du bas de l'arbre : renouvellement sans défaillance vu que le risque de défaillances répétées est beaucoup plus faible.

Les simulations réalisées sur 9 et 20 ans montrent que sur ces intervalles de temps le modèle n'est souvent pas stabilisé et donc Ω n'est pas atteint. Cependant, on pourra considérer que la simulation sur 20 ans donne des informations crédibles pour 10 ans.

Conclusion de la partie 2

Dans cette partie, nous avons proposé notre approche de l'optimisation du renouvellement d'un réseau d'eau potable.

Nous nous étions fixé pour objectif de définir une méthode d'optimisation de la date de renouvellement, à l'échelle de la conduite, en incluant au delà de l'approche physique du vieillissement, un raisonnement socio-économique du processus de décision qu'est le renouvellement.

Et plus précisément en tenant compte des éléments suivants :

- *les caractéristiques physiques de la conduite*
- *la position stratégigue de la conduite dans la structure hydraulique du réseau*
- *l'évolution des défaillances sur les canalisations*
- *l'environnement de la conduite*
- *la spécificité des consommateurs*

Nous avons d'abord proposé un indice de non-satisfaction qui permet d'avoir à une date donnée, l'impact d'une casse sur un tronçon sur l'ensemble des noeuds de consommation, en tenant compte de l'effet vieillissement et de la spécificité des consommateurs. Cet indice intègre le fait que le tronçon que nous étudions appartient à un système qu'est le réseau d'alimentation en eau potable. Nous avons présenté cet indice sur le plan théorique en l'appliquant sur le réseau test. Cet indice peut être utilisé pour hiérarchiser les tronçons, afin d'identifier les plus mauvais pour n'appliquer le modèle d'optimisation que sur ces derniers. Une autre utilisation serait de faire le lien avec les coûts de renouvellement, de réparation et les coûts indirects utilisés dans le modèle d'optimisation. Ces coûts étant influencés par les éléments pris en compte dans l'indice de non satisfaction. Cet indice s'est avéré sensible à la probabilité d'occurence d'une défaillance sur le tronçon.

Ensuite nous avons proposé un modèle d'optimisation de la date de renouvellement, utilisant la programmation dynanique : RENCANA. Nous nous sommes placés dans l'approche : faut il renouveler de suite ou peut on attendre ? et dans ce cas quand faudra t-il renouveler. L'utilisation d'un modèle exploitant l'information croissante évite de raisonner sur une estimation moyenne figée en début de simulation, et permet de tenir compte des cas effectivement encore possibles lorsque l'on a atteint un état donné. Ce modèle est sensible au coût de renouvellement.

Pour estimer les données du modèle nous nous sommes intéressés à l'évaluation des coûts et des probabilités de passage. Puis ce modèle a été appliqué sur le réseau test et sur des données réelles de la Communauté Urbaine de Strasbourg et du Syndicat des Eaux de Charente Maritime.

Pour les coûts de renouvellement et de réparation, nous avons utilisé des résultats

standarts ou des valeurs moyennes. Pour les coûts indirects, nous nous sommes intéressés essentiellement au coût entraîné par une coupure dans la distribution de l'eau. Nous avons différencié les consommateurs domestiques, les consommateurs industriels, les petits commerces et les services. Ces consommateurs ont étés identifiés sur chaque tronçon de l'application sur la CUS.

Pour le calcul des probabilités nous avons utilisé les fonctions de survie et le modèle des risques proportionnels permettant l'introduction de données sur la conduite et son environnement et d'historiques de défaillances.

L'application a été réalisée sur 14 tronçons du quartier de la Meinau de Strasbourg et avec une évaluation de coût succinte, sur 9 tronçons de Charente Maritime.

Les tronçons ayant subi des défaillances et ceux n'en ayant pas encore eu réagissent différemment lors de la modélisation de l'arbre de décision. Les premiers présentent un arbre de décision avec des décisions de renouvellement liés à l'accumulation de défaillances. Les seconds mettent en avant, le risque d'avoir la première défaillance.

La prise en compte des coûts indirects augmente sensiblement le coût de maintien en service et traduit la spécificité des différents consommateurs.

Conclusion générale

Ce travail avait pour objectif de définir une méthode d'optimisation de la date de renouvellement des réseaux d'eau potable, à l'échelle de la conduite, en intégrant au delà de l'approche physique du vieillissement, une composante socio-économique dans le processus de décision de renouvellement.

Dans la première partie de cette thèse, nous avons étudié le processus de décision d'investissement, puis plus spécifiquement celui de décision de renouvellement. Les approches classiques s'appuient sur l'hypothèse d'un renouvellement à l'identique et à l'infini, appuyées sur des lois de vieillissement plus ou moins élaborées. Le caractère incertain a été introduit dans le calcul des fonctions de survie des équipements au travers d'un raisonnement probabiliste. **Cette approche ouvre deux pistes d'utilisation, l'une axée sur l'espérance mathématique des coûts, l'autre sur les modèles à information croissante utilisant la programmation dynamique. C'est dans cette dernière optique que nous nous sommes situés.** Dans le domaine des modèles développés en matière de renouvellement des réseaux d'eau potable, l'étude de la bibliographie présentée en fin de la partie 1 montre que les optimisations économiques sont souvent réalisées à un niveau agrégé et non au niveau de la conduite ; elles s'appuient sur une minimisation du coût total (réparation+renouvellement+parfois coûts indirects) à partir d'une loi simple pour traduire le vieillissement ou en intrégrant les fonctions de survie pour déterminer une espérance mathématique. **Ces fonctions de survie intègrent des données sur les conduites et leur environnement et des données issues des historiques de défaillances.**

La deuxième partie de cette thèse présente une méthode d'optimisation de l'échéance de renouvellement des réseaux d'eau potable, à l'échelle du tronçon, en tenant compte des éléments suivants :

- *les caractéristiques physiques de la conduite*
- *la position stratégigue de la conduite dans la structure hydraulique du réseau*

- *l'évolution des défaillances sur les canalisations*
- *l'environnement de la conduite*
- *la spécificité des consommateurs*

Nous nous nous sommes d'abord placés à **l'échelle du réseau** pour proposer un indice de non-satisfaction qui permet d'avoir à une date donnée, l'impact d'une casse sur un tronçon sur l'ensemble des noeuds de consommation, en tenant compte de l'effet vieillissement et de la spécificité des consommateurs.

Ensuite nous avons proposé un modèle d'optimisation de la date de renouvellement, utilisant la programmation dynanique, **à l'échelle du tronçon** : RENCANA. "Faut il renouveler de suite ou peut on attendre?, et dans ce cas quand faudra- t-il renouveler?" telles sont les questions auxquelles RENCANA apporte une réponse. L'utilisation d'un modèle exploitant l'information croissante évite de raisonner sur une estimation moyenne figée en début de simulation, et permet de tenir compte des cas effectivement encore possibles lorsque l'on a atteint un état donné.

Les paramètres de RENCANA nécessitent l'évaluation des coûts et des probabilités de passage. Ce modèle a été appliqué sur un réseau test et sur des données réelles de la Communauté Urbaine de Strasbourg et du Syndicat des Eaux de Charente Maritime.

Les applications confirment l'influence des coûts indirects dans l'optimisation et montrent que les probabilités évoluent différemment sur les tronçons ayant déjà subi des défaillances que sur les tronçons qui n'ont pas connu de défaillances. Cette différence entraîne également des spécificités au niveau de l'arbre de décision.

Outre le fait de prévoir s'il faut renouveler de tout de suite ou non, et d'indiquer, pour le tronçon, les dates optimales de renouvellement dans le futur, en fonction de l'état de défaillance et du temps écoulé depuis la dernière défaillance, le modèle permet de déterminer les espérances de coûts de renouvellement pour les années futures.

Les perspectives que nous voyons pour la poursuite et l'amélioration de ce travail, pourraient être les suivantes :

- Le modèle devrait être validé sur d'autres échantillons et notamment sur des réseaux très dégradés.

- Cette approche devrait être confrontée avec des approches globales faisant le lien entre l'élément et le système.

- L'estimation des coûts directs nécessiterait de réaliser une analyse de données pour déterminer les variables représentatives pour chaque coût.

- La prise en compte des coûts indirects devrait être réalisée à un niveau plus complet en prenant en compte l'effet sur le trafic, les pertes d'eau...

- Ces évaluations de coûts devraient permettre de définir une typologie des consommateurs en fonction de leur sensibilité à la coupure d'eau ou à des problèmes de qualité de l'eau...

- L'appartenance du tronçon à un réseau devrait être intégrée directement dans l'optimisation en introduisant l'indice de non satisfaction dans les coûts indirects et donc en faisant une simulation hydraulique du fonctionnement du réseau en cas de défaillance d'un des tronçons.

- La détermination explicite de l'horizon Ω et son introduction dans l'outil de simulation donnerait plus de robustesse au modèle.

Enfin la mise au point d'une méthodologie de programmation budgétaire et de programmation des travaux à réaliser sera l'étape ultime du modèle d'aide à la décision du renouvellement des réseaux d'eau potable, auquel ce travail avait pour objet de contribuer.

Bibliographie

[1] Aftalion F., Dubois B., Malkin J., 1974, *Théorie financière de l'entreprise*, PUF

[2] Angelier J.-P., 1997, *Calcul économique et financier,* Presses Universitaires de Grenoble.

[3] Arrow K. J.,Fischer A.C., 1974, *Environmental preservetion, uncertainty and irreversibility*, Quaterly Journal of Economics, 98,pp.85-106.

[4] Babusiaux D., 1990, *Décision d'investissement et calcul économique dans l'entreprise*, économie et satistiques avancées, Economica, Technip.

[5] Bancel F., Richard A.,1995, *Les choix d'investissement, Méthodes traditionnelles, flexibilité et analyse stratégique*, Gestion, Economica.

[6] Banque de France, 1988, *Les ratios de la centrale de bilans de la Banque de France,* Note d'information n°79,décembre 1988, 20p.

[7] Bernanke B.S., 1983, *Irreversibility, uncertainty, and cyclal investment*, Quaterly Journal of Economics, vol. 98,pp. 85-106.

[8] Bonnafous A., 1999, *Infrastructures publiques et financement privé : le paradoxe de la rentabilité financière*, Revue d'économie financière, n°51, Février 1999, pp.157-166.

[9] Brizio J.P., 1994, *Décision d'investissement et irréversibilité*, Revue Française de Gestion, pp. 15-29.

[10] Cohendet P., Llerrena P. et alii, 1989, *Flexibilité, information et décision*, Economica.

[11] Cox D. R., 1962, *Renewal theory*, Methuen & Co., Ltd, London...

[12] Cox D. R., traduit par Larrieu J., 1966, *Théorie du renouvellement*, Dunod.

[13] Cox D.R., 1972, *Regression models and life-tables, Journal of the royal statistical society,* 34,„pp.187-220.

[14] Cox D. R., Oakes D., 1984, *Analysis of survival data,* Chapmann and Hall, N.Y..

[15] Dean J., *Capital budgeting*, Columbia University Press.

[16] Dethoor J.M., Groboillot J.L.,1968, *La vie des équipements*, initiation aux nouveautés de la science, Dunod.

[17] Electricité De France - Direction de l'Economie de la Prospective et de la Stratégie, 1994, *Le coût explicite de la défaillance*, Faits Marquants, pp. 37-42.

[18] ERA Technology, 1998, *Engineering Asset Mangement*, Conference 1998, London, 14-15 October 1998, proceedings.

[19] ERA Technology, 1999, *Engineering Asset Mangement*, Conference 1999, London, 6-7 October 1999, proceedings.

[20] Henin P.Y., 1997, *Note problématique et bibliographique sur le taux d'actualisation,* CEPREMAP.

[21] Henry C., 1974, *Investment decisions under uncertainty : the irreversible effect*, American Economic Review, 64,pp. 1006-1012.

[22] Kaufmann A. et Cruon R., 1965, *La programmation dynamique*, Ciro-Dunod.

[23] Knight F.H., 1991, *Risk, uncertainty and profit*, Augustus, M.Kelley, New York.

[24] Leonardz B., 1973, *To stop or not to stop,* Almqvist and Wiksell.

[25] Lesourne J., 1965, *Technique économique et gestion industrielle*, Finance et économie appliquée vol.V, Dunod.

[26] Levy-Lambert H., Dupuy J.P., 1975, *Les choix économiques dans l'entreprise et dans l'administration - tome 1 - principes de base* , Finance et economie appliquée vol.43, Dunod.

[27] Lund D., Oksendal B., 1991, *Stochastic Models and Option Values - Application to resources, environment and investment problem.* contribution to economic analysis 200, North-Holland.

[28] Mc Donald R. L., Siegel D. R.,1985, *Investment and the valuation of firms when there is the option to shut down*, International Economics Review, vol. 26, pp. 331-49.

[29] Mc Donald R. L., Siegel D. R.,1986, *The value of waiting to invest*, Quaterly Journal of Economics,pp. 707-727.

[30] Massé P., 1959, *Le choix des investissements*, Finance et économie appliquée vol. IV, Dunod.

[31] Pindick R. S., 1991, *Irreversibility, uncertainty and investment*, Journal of Economic Litterature, vol. 29, pp. 1110-1148.

[32] Procaccia H., Piepszownik L., 1992, *Fiabilité des équipements et théorie de la statistique fréquentielle et bayésienne*, collection de la direction des études et recherches d'Electricité De France, Eyrolles.

[33] Quittard-Pinon F., 1993, *Marchés des capitaux et théorie financière*, Economica.

[34] Richard A., 1982, *Eléments de synthèse entre valeur actuelle nette et délai de récupération, l"effet d'irréversibilité"*, Revue d'Economie politique, vol. 72, pp.1-15.

[35] Sidibe K., 1998, *Evaluation du taux d'actualisation : étude bibliographique et essai de transposabilité au secteur public local,* mémoire de DEA "Economie des organisations", Université de Franche-Comté, besançon, laboratoire GSP.

[36] Terborgh, 1959, *Dynamic equipment policy*, McGraw-Hill Book Company.

[37] Terreaux J.P., 1990, *Principes de gestion des investissements en forêt,* Thèse en économie. Université de Toulouse I.

[38] Weisbrod, 1964, *Collective-consumption services of individual compsumption goods*, Quaterly Journal of Economics,pp. 471-477.

[41] Adnot M., 1991, *Etude pour la mise au point d'une méthodologie de programmation des renouvellements des réseaux d'adduction d'eau,* mémoire de DEA "sciences de la décision et micro-économie", ENS Cachan, Université Paris XII - Val de Marne, 91p.

[42] Alexandre O., Werey C., Elnaboulsi J., 1994, *Optimisation des échéances de renouvellement,* Colloque sur le renouvellement des réseaux d'eau potable, AGHTM, Pollutec Lyon, pp.88-102.

[43] Andreou S.A., 1986, *Predictive models for pipe failures and their implications on maintenance planning strategies for deteriorating water distribution systems*, PhD thesis, Department of civil engineering, Massachussets Institute of Technology, Cambridge MA, 191p.

[44] Andreou S.A., Marks D.H., Clark R.M., 1987, *A new methodology for modelling break failure patterns in deteriorating water distribution systems : A- Theroy, B-Applications*, Advanced Water Resources, 10(march 1987), pp.2-20.

[45] Arnoux P., 1998, *Modélisation du vieillissement d'un réseau d'eau poyable en fonte et application aux stratégies de renouvellement*, Thèse "sciences de l'eau" . Université Louis Pasteur, Strasbourg 1, ENGEES, 138 p.

[46] Berosch, 1992, *Un coût social à prendre en compte*, CSTB Magazine, n°60, Dec. 92, pp.9-15.

[47] Bertin S., 1994, *Indices de fiabilité d'un système de distribution d'eau potable,* mémoire de DEA " Mécanique et Ingénierie" filière "Sciences de l'eau", Université Louis Pasteur, Strasbourg 1,ENGEES, 79 p.

[48] Beuret et Clochard, 1992, *Etude de sûreté A.E.P. en région parisienne*, Techniques Sciences et Méthodes (TSM), n°11, Nov.92, pp. 565-569.

[49] Bourdin J., 1998, *Les finances des services publics de l'eau et de l'assainissement*, Economica, 160p.

[50] Bultez G., 1997, *Etude statistique du vieillissementdes réseaux d'eau sous pression. services à court historique de maintenance*, Mémoire d'ingénieur ENGEES, 92p.

[51] Cemagref, 1996, *PORTEAU pour windows, environnement graphique pour OPOINTE et ZOMAYET,logiciels de simulation de réseaux d'eau sous pression*, Unité Ouvrages etRéseaux Hydrauliques, Cemagref, Groupement de Bordeaux, 123 p.Oct. 96

[52] Clark R.M., Stafford C.L., Goodrich J.A., 1982, *Water distribution systems : a spatial and cost evaluation*, Journal of the water Resources Planning and Management, ASCE, vol.108, N°WR3, oct.82, pp.243-256.

[53] Commission d'évaluation des conséquences de l'incendie de l'usine PROTEX, 1988, *Rapport de la Commission d'évaluation des conséquences de l'incendie de l'usine PROTEX à Auzouer en touraine le 08 juin 1988 (Pollution de la Brenne, de la Cisse et de la Loire)*, 59p.

[54] Communauté Urbaine de Strasbourg, 1999, *Compte-rendu annuel d'activité - Diection de l'environnement - Service de l'Eau* 1998, 72p.

[55] Deutscher Verein des Gas-und Wasserfaches, 1997, *Entscheidungshilfen für die rehabilitation von wasserrohrnetzen*, technische mitteilung, hinweis W 401, DVGW regelwerk, 47 p.

[56] Drane X., 1997, *Evaluation des coûts sociaux liés à une interruption de l'alimentation en eau potable*, rapport d'étude laboratoire GSP 74p.

[57] Eisenbeis P., 1994, *Modélisation statistique de la prévision des défaillances sur les conduites d'eau potable*, Thèse "génie de l'environnement" . Université Louis Pasteur, Strasbourg 1, ENGEES, 156p.+annexes.

[58] Eisenbeis P., Rostum J., Le Gat Y, 1999,.*Statistical models for assessing the technical state of water networks - some european experiences*, Proceedings AWWA, Chicago, Illinois, June 20-24 1999.

[59] Elnaboulsi J., 1993, *Le renouvellement des réseaux d'eau potable : approche économique d'optimisation, modèle des risques proportionnels*, mémoire DESS "économie industrielle et décentralisation, Besançon, laboratoire GSP, 171p.+annexes.

[60] Grenier R., 1996, *Approche des coûts par les activités dans un service public de distribution d'eau potable - application aux travaux d'entretien du réseau,* Mémoire d'Ingénieur, ENGEES, laboratoire GSP, 99p.

[61] Herz R. K., 1987, *Alterung und erneuerung von infrastrukturnetze,* Jahrbuch fûr Regionalwissenschaft, Jg. 8, pp. 67-105.

[62] Herz R. K., 1994, *Prévision du taux de renouvellement dans différents réseaux d'eau potable,*Colloque sur le renouvellement des réseaux d'eau potable, AGHTM, Pollutec Lyon, pp. 60-73.

[63] Herz R. K., 1996, *Ageing processes and rehabilitation needs of drinking water distribution works,* JWaterSRT, Aqua, vol.45, N°5, pp.221-231.

[64] Herz R. K., 1996, *Erneuerungbedarfprognose fûr alternde Wasserrohrnetze,* bbr Wasser und Rohrbau, 12/96, 47. Jg., pp.25-32.

[65] Herz R. K., 1999,*Erneuerungsbedarf kommunaler Wasserrohrnetze in den östlichen Bundesländer,* Wasser Abwasser, gwf, 140/99, N°13, pp.54-60.

[66] Houillon D., 1995, *Caractérisation de la qualité du service des réseaux anciens d'eau potable en vue de leur renouvellement,* Thèse "génie de l'environnement" . Université Louis Pasteur, Strasbourg 1, ENGEES, 126p.+annexes.

[67] Judet A., 1998, *Méthode structurée de réhabilitation des réseaux : étude de pré-rénovation,* Colloque sur les réseaux anciens et la qualité de l'eau, AGHTM, Pollutec Lyon, pp. 117-127.

[68] Karaa F. A., 1984, *A decision support model for the investment planning of the reconstruction and rehabilitatin of mature water distribution systems*, PhD thesis, Department of civil engineering, Massachussets Institute of Technology, Cambridge MA, 250p.

[69] Karaa F. A., 1987, *Budgeting of water distribution improvement projects*, Journal of Water Resources Planning and Management, vol.113,N°3,may 1987, pp. 379-391.

[70] Kennel S., 1992, *Optimisation du renouvellement des réseau d'eau potable, Approche méthodologique,* mémoire DESS "économie industrielle et décentralisation, Besançon, laboratoire GSP,79p.

[71] Kleiner Y., Adams J.B., Rogers J. S., 1998, *Long-term planning methodology for water distribution system rehabilitation,* Water resources research, vol. 34, n°8,august 1998, pp. 2039-2051.

[72] Kleiner Y., Adams J.B.,Rogers J. S., 1998, *Selection and scheduling of rehabilitation alternatives for water distribution systems*, Water resources research, vol. 34, n°8,august 1998, pp. 2053-2061.

[73] Kremer M., 1990, *Vieillissement des canalisations. Exemples de politiques de renouvellement en france et en R.F.A., synthèse bibliographique*, mémoire de DEA "sciences et techniques de l'eau" ENITRTS/ULP Strasbourg, laboratoire GSP, 130 p.

[74] Laughland A.S., Musser L.M., Musser W.M., Shortle J.S., 1993, *The opportunity cost of time and averting expenditures for safe drinking water,*Water resources bulletin, american water Resources Association, vol. 29, n°2, mars/avril 1993, pp. 291-299.

[75] Le Coz C., 1991, *Aide à la décision en incertitude complexe- Utilisation du modèle "E.S.I.C" pour l'évaluation économique d'un projet de sécurité sur un réseau de distribution d'eau potable,* mémoire de DEA "sciences de la décision et micro-économie", ENS Cachan, Université Paris XII - Val de Marne, ENGREF, 84p.

[76] Lei j. & Saegro S., 1997, *Statistical approach for describing lifetimes of water mains - case Trondheim municipality*, 10^{th} European Junior Scientist Workshop, Trondheim, Norway, pp.112-123.

[77] Mac bean E. A., Al-Nassri S., Clarke D., 1983, Some probabilistic elements of field testing in water distribution systems, Proceedings Institution of civil Engineers, Part 2, vol. 75, N°8596,pp.143-157.

[78] Malandain J., 1999, *Modélisation de l'état de santé des réseaux de distribution d'eau pour l'organisation de la maintenance. etude du patrimoine de l'agglomération de Lyon,* Thèse "Génie Urbain" INSA de Lyon, 150p.

[79] Marks DH, Andreou SA et al., 1987, *Statistical models for water mains failures*, Water Engineering research laboratory, USEPA, september 1987, 108p.

[80] O'Day D.K. et al., 1989, *Water main evaluation for rehabilitation/replacement,* Guidance manual of AWWA research Foundation, march 1989, 189p.

[81] Pallois F., 1998, *Le vieillissement des canalisations d'eau potable : Prévision statistique des défaillances sur un réseau à faible historique de maintenance. pistes pour l'évaluation de l'état des conduites,* Mémoire d'ingénieur ENGEES, 82p.

[82] Rostum J., 1999, *Predictive service-life models used for water network management,* Proceedings 14^{th} European Young Scientist Workshop, Dresden, 8-12 september 1999, proceedings pp.95-105.

[83] Scott R., 1995, *Reticulation water mains - Performance evaluation using survival analysis*, rapport for CE505 Investigation project, Swinburne university of technology, Australia, 37p.

[84] Shamir U., Howard C., 1979, *An analytic approach to scheduling pipe replacement*, Journal AWWA, 71(1979), pp. 248-258.

[85] Sharp B., Edwards B., Dean A. & alii, 1998, *A knowledge base environment to support water mains rehabilitation decision making*, Conference on engineering asset management, ERA technology, London, pp.2.3.1-2.3.11.

[86] Trow S., Lowdon A., King K., Allen R, 1994, *Rhéabilitation des canalisations d'eau potable au Royaume Uni : recherche et mise en oeuvre,* Colloque sur le renouvellement des réseaux d'eau potable, AGHTM, Pollutec Lyon, pp. 189-201.

[87] Tsanga M., Waechter V., 1998, *Nouvelles approches et nouveaux enjeux autour de la gestion des services publics d'alimentation en eau potable,* Aménagement et nature, n°130, L'eau : nouveaux usages, nouveaux partages, Sept.98, pp.57-69.

[88] Valiron, 1994, *Mémento du gestionnaire de l'alimentation en eau et de l'assainissement*, tome 1, Lavoisier, tec&doc, 435p.

[89] Walski T.M., Pellicia A., 1982, *Economic analysis of water main breaks,* Journal AWWA, 74(1982), pp.140-147.

[90] Walski T.M., 1985, *Cost of water distribution system infrastucture rehabilitation, repair and replacement*, WES Technical Report, EL-85_5, US Army Corps of Engineers, 110p.

[91] Walski T.M., 1987, *Replacement rules for water mains*, Journal AWWA, 79(1987), pp.33-37.

[92] Werey C., 1994, *Programmation du renouvellement des réseaux d'eau potable - Optimisation de la date de renouvellement. Décision de renouvellement et risque,* Mémoire DEA "Sciences de Gestion", ULP Strasbourg, laboratoire GSP, 112p.

[93] Werey C., 1997, *Ageing water mains : evaluating the optimal date of renewal*, 10th European Junior Scientist Workshop, Island of Trauta (Norvège), 24-28 may 1997,proceedings pp.76-83.

[94] Werey C., 1999, *Optimisation of the water mains renewal date*, 13th European Junior Scientist Workshop, Rathen (Allemagne), 8-12 September 1999, proceedings pp.167-174.

[95] Werey C., 1999, *Water pipes maintenance : repairing or renewing ?*, ERA Technology conference " Engineering asset management", London (R.U.), 6- October 1999, 11p.

[96] Werey C., 2000, *Ageing water mains : evaluating the optimal date of renewal,*" 1^{st} Infrastructure conference, AWWA, Baltimore (U.S.A.), 12-15 March 2000

Annexes

Annexe1

Formalisation sur 3 périodes ($\Omega = 3$)

A titre d'exemple, nous donnons ici la formulation pour 3 périodes:

- $t = 3^+$

$$C_j^* \left[x_j(\alpha+3, D_j+3, \alpha+2+\tfrac{1}{2})\right] = C_j^* \left[x_j(\alpha+3, D_j+2, \alpha+1+\tfrac{1}{2})\right]$$

$$= C_j^* \left[x_j(\alpha+3, D_j+2, \alpha+2+\tfrac{1}{2})\right] = C_j^* \left[x_j(\alpha+3, D_j+1, \alpha+\tfrac{1}{2}\right]$$

$$= C_j^* \left[x_j(\alpha+3, D_j+2, \alpha+2+\tfrac{1}{2})\right] = C_j^* \left[x_j(\alpha+3, D_j+2, \alpha+1+\tfrac{1}{2}\right]$$

$$= C_j^* \left[x_j(\alpha+3, D_j+1, \alpha+2+\tfrac{1}{2})\right] = C_j^* \left[x_j(\alpha+3, D_j, \Delta_j\right] = R_j$$

- $t = 3$

$$C_j^*[x_j(\alpha+2, D_j+2, \alpha_j+1+\frac{1}{2})] = \min\left[R_j; p_j(3, D_j+3, \alpha+1+\frac{1}{2})\frac{m_j}{\sqrt{(1+a)}} + \frac{R_j}{(1+a)}\right]$$

$$C_j^*[x_j(\alpha+2, D_j+1_j, \alpha+\frac{1}{2})] = \min\left[R_j; p_j(3, D_j+2, \alpha+\frac{1}{2})\frac{m_j}{\sqrt{(1+a)}} + \frac{R_j}{(1+a)}\right]$$

$$C_j^*[x_j(\alpha+2, D_j+1, \alpha+1+\frac{1}{2})] = \min\left[R_j; p_j(3, D_j+2, \alpha+1+\frac{1}{2})\frac{m_j}{\sqrt{(1+a)}} + \frac{R_j}{(1+a)}\right]$$

$$C_j^*[x_j(\alpha+2, D_j, \Delta_j)] = \min\left[R_j; p_j(3, D_j+1, \Delta_j)\frac{m_j}{\sqrt{(1+a)}} + \frac{R_j}{(1+a)}\right]$$

- $t = 2$

$$C_j^* \left[x_j(\alpha+1, D_j+1, \alpha+\tfrac{1}{2})\right] = \min\left[R_j; p_j(2, D_j+2, \alpha+\tfrac{1}{2})\frac{m_j}{\sqrt{(1+a)}}\right.$$

$$+ p_j(2, D_j + 2, \alpha + \tfrac{1}{2}) \tfrac{1}{(1+a)} C_j^* \left[x_j(\alpha + 2, D_j + 2, \alpha + 1 + \tfrac{1}{2} \right]$$

$$+ (1 - p_j(2, D_j + 2, \alpha + \tfrac{1}{2})) \tfrac{1}{(1+a)} C_j^* \left[x_j(\alpha + 2, D_j + 1, \alpha + \tfrac{1}{2}) \right] \Bigg]$$

$$C_j^* \left[x_j(\alpha + 1, D_j, \Delta_j) \right] = \min \Bigg[R_j; p_j(2, D_j + 1, \Delta_j) \tfrac{m_j}{\sqrt{(1+a)}}$$

$$+ p_j(2, D_j + 1, \Delta_j) \tfrac{1}{(1+a)} C_j^* \left[x_j(\alpha + 2, D_j + 1, \alpha + 1 + \tfrac{1}{2} \right]$$

$$+ (1 - p_j(2, D_j + 1, \Delta_j)) \tfrac{1}{(1+a)} C_j^* \left[x_j(\alpha + 2, D_j, \Delta_j) \right] \Bigg]$$

- $t = 1$

$$C_j^* \left[x_j(\alpha, D_j, \Delta_j) \right] = \min \Bigg[R_j; p_j(1, D_j + 1, \Delta_j) \tfrac{m_j}{\sqrt{(1+a)}}$$

$$+ p_j(1, D_j + 1, \Delta_j) \tfrac{1}{(1+a)} C_j^* \left[x_j(\alpha + 1, D_j + 1, \alpha + \tfrac{1}{2} \right]$$

$$+ (1 - p_j(1, D_j + 1, \Delta_j)) \tfrac{1}{(1+a)} C_j^* \left[x_j(\alpha + 1, D_j, \Delta_j) \right] \Bigg]$$

Annexe 2

```
' renb Macro
' MODELE OPTION RENOUVELLEMENT
' avec proba (modèle des risques proportionnels)
' Macro enregistrée par C. WEREY - THESE


'****************************************
'fonction minimum de deux nombres
'****************************************
Function min(x, y)
    If x < y Then
        min = x
    Else
        min = y
    End If
End Function
Sub renb()
Dim coutr(600, 600) As Variant, coutopt(600, 600) As Variant, p(600, 600) As Variant
Sheets("odonnées").Select
'************************************
'Lecture des variables
'************************************
'coutren=coût de renouvellement
'coutrep=coût de réparation
'tauxa=taux d'actualisation
'nbper=nombre de périodes
'n=entier naturel
'p(l,c)=proba de défaillances
'ctl=ligne
'ctc=colonne
'************************************
'lecture des données
'************************************
Range("B3").Select
typeres = ActiveCell 'type de réseau
Range("B6").Select
coutren = ActiveCell 'coût de renouvellement
Range("B7").Select
coutrep = ActiveCell 'coût de réparation
Range("B9").Select
tauxa = ActiveCell 'taux d'actualisation
Range("B11").Select
nbper = ActiveCell 'nombre de périodes
Range("B14").Select
'****************************************
'lecture des proba de défaillances
'calculées par la macro PROBA
'************************************
ctl = 0
Range("B18").Select
p(1, 1) = ActiveCell 'proba p(1,1)
For ctc = 2 To nbper 'boucle sur les colonnes
    Cells(18, ctc + 1).Select
    p(1, ctc) = ActiveCell
    For ctl = 2 To (2 ^ (ctc - 1)) 'boucle sur les lignes
        Cells(18 + ctl - 1, ctc + 1).Select
        p(ctl, ctc) = ActiveCell
    Next
Next
'************************************
'nettoyage page résultats: arbre résultat
'************************************
Sheets("oresulta").Select
Range("d2").ClearContents 'arbre résultat
Range("e2").ClearContents
Range("e3").ClearContents
For ctl = 2 To 5
    Cells(ctl, 6).ClearContents
Next
For ctc = 7 To 15
    For ctl = 1 To 1050
        Cells(ctl, ctc).ClearContents
```

```
    Next ctl
Next ctc

'*****************************************
'calcul de l'option à T-1
'et stockage des coutopt(l;nbper) dans ORESULTA
'*****************************************
For ctl = 1 To (2 ^ (nbper - 1)) 'boucle sur lignes
    coutopt(ctl, nbper) = min(p(ctl, nbper) * coutrep / (1 + tauxa) ^ 0.5 + (coutren / (1 +
uxa)), coutren)
    Sheets("oresulta").Select
    Cells(1 + ctl, 7 + nbper) = coutopt(ctl, nbper)
Next
'*****************************************
'calcul du reste de l'arbre d'option
'et stockage des coutopt(l;c) dans ORESULTA
'*****************************************
For ctc = nbper - 1 To 1 Step -1 'boucle sur colonnes
    For ctl = 1 To (2 ^ (ctc - 1)) 'boucle sur les lignes
        coutopt(ctl, ctc) = min(p(ctl, ctc) * (coutrep / (1 + tauxa) ^ 0.5 + coutopt(2 * ctl
 1, ctc + 1) / (1 + tauxa)) + (1 - p(ctl, ctc)) * coutopt(2 * ctl, ctc + 1) / (1 + tauxa), c
tren)
        Sheets("oresulta").Select
        Cells(1 + ctl, 7 + ctc) = coutopt(ctl, ctc)
    Next
Next
'*****************************************
'calcul de l'espérance des couts de réparation
'sur l'ensemble de l'arbre
'*****************************************
For ctl = 1 To (2 ^ (nbper - 1)) 'boucle sur lignes
    coutr(ctl, nbper) = p(ctl, nbper) * coutrep / (1 + tauxa) ^ 0.5 + (coutren / (1 + tauxa)
Next
For ctc = nbper - 1 To 1 Step -1 'boucle sur colonnes
    For ctl = 1 To (2 ^ (ctc - 1)) 'boucle sur les lignes
        coutr(ctl, ctc) = p(ctl, ctc) * (coutrep / (1 + tauxa) ^ 0.5 + coutr(2 * ctl - 1, ct
+ 1) / (1 + tauxa)) + (1 - p(ctl, ctc)) * coutr(2 * ctl, ctc + 1) / (1 + tauxa)
    Next
Next
Range("b4") = coutr(1, 1)
End Sub
```

Annexe 3

```
'
' PROBA Macro
' calcul des probabiltés pour l'arbre de décision
' Macro enregistrée  par C.WEREY - THESE -
'**********************************************
Sub proba()
Dim p(600, 600) As Variant, nbDef As Variant, tD As Variant, apose As Variant, ep As Variant,
llong As Variant, GLM As Variant, GLC As Variant, GLCR As Variant, s1 As Variant, h1 As Varian
t, s2 As Variant, s11 As Variant, pp As Variant, qq As Variant, gg As Variant, nbddef1 As Vari
ant, nbddef(600, 600) As Variant, tdd(600, 600) As Variant, j As Variant
's10(600,600,600) As variant, h10(600,600,6000) As variant, s20(600, 600, 600) As variant
ctc = 1
ctl = 1
'************************************************************
'lecture des variables "fonction de survie" résultats SAS
'************************************************************
'sigma=scale
'Bo=intercept
'Blogage
'Blogllong
'Blogep
'BGLM
'BGLC
'BGLC
'Blognbdef= B nombre défaillance (+1 sur lignes impaires)
sigma = 0.7965764
Bo = -0.7473928
B°logage = 3.87891768
Blogage = -B°logage / sigma
B°logllong = -0.4716208
Blogllong = -B°logllong / sigma
B°logep = 4.92731923
Blogep = -B°logep / sigma
B°GLM = -15.726669
BGLM = -B°GLM / sigma
B°GLC = -12.203105
BGLC = -B°GLC / sigma
B°GLCR = -11.210458
BGLCR = -B°GLCR / sigma
b°lognbdef = -0.3764772
blognbdef = -b°lognbdef / sigma
'*********************************************
'Lecture des variables dans le fichier meiprobd
'*********************************************
'nbDef=nombre de défaillances avant début simulation
'tD=date de la défaillance D
'apose=année de pose
'ep=épaisseur du tuyau sur le tronçon en mm
'llong=longueur du tronçon en m
'GLM=1 si tronçon en GML, sinon=0
'GLC=1 si tronçon en GLC, sinon=0
'GLCR=1 si tronçon en GLCR, sinon=0
'ctl=ligne
'ctc=colonne
'N=nombre de tronçons
'*****************************************************
'lecture des données dans meiprobd pour le tronçon ctl-1
'*****************************************************
Workbooks("meiprobd1.xls").Activate
n = 1
'For ctl = 2 To n + 1 'boucle sur ligne cad sur tronçon
 ctl = 14

 Cells(ctl, 2).Select
 nbDef = ActiveCell 'nbdef tronçon
 Cells(ctl, 3).Select
 tD = ActiveCell 'date dernière def tronçon
 Cells(ctl, 4).Select
 apose = ActiveCell ' année pose tronçon
 Cells(ctl, 6).Select
 ep = ActiveCell 'épaisseur tronçon
 Cells(ctl, 7).Select
```

Module1 - 2

```
 llong = ActiveCell 'longueur tronçon
 Cells(ctl, 9).Select
 If ActiveCell = "GLM" Then GLM = 1 Else GLM = 0 'fonte GLM
 If ActiveCell = "GLC" Then GLC = 1 Else GLC = 0 'fonte GLC
 If ActiveCell = "GLCr" Then GLCR = 1 Else GLCR = 0 'fonte GLCr
 '************************************************
 'lecture des variables pour le calcul des proba pour le tronçon ctl-1
 '************************************************
 'ddeb= 1/1 de l'année de début de simulation
 'dobs=date de début d'observation (historique défaillance)
 'nbper=nombre de périodes
 'p(l,c))=proba de défaillance
 'td(l,c)= date de la defaillance survenue sur (l,c)
 'nbdef=nombre de défaillances depuis debut simulation
 'td=date de la défaillance d
 't=periode en cours
 'ctl=ligne
 'ctc=colonne
 ddeb = "1 / 1 / 1998"
 nbper = 10
 dobs = "1/1/1983"
 If nbDef = 0 Then tD = dobs
 If nbDef = 0 And apose > Year(dobs) Then tD = "1 / 1 /" & apose
 nbDef = nbDef + 1 ' à cause du cas ln(0) quand nbdef=0
 'pour ln(age), année(td)-apose on prendra également ln(age+1)
  '************************************************
 'calcul des proba (d=0)pour le tronçon ctl-1 et stockage dans renb/données
 '************************************************
  Workbooks("proba").Activate
          Sheets("nbdef").Select
          Range("a1:i260").ClearContents
         Sheets("tdd").Select
          Range("a1:i260").ClearContents

  For ctc = 1 To nbper 'boucle sur les colonnes
        age = Year(tD) - apose
       s1 = Exp(-(Exp(-Bo) * (CDate(ddeb) + 366 * ctc - CDate(tD))) ^ (1 / sigma) * Exp(Bloc
e * Log(age + 1) + Blogllong * Log(llong) + Blogep * Log(ep) + BGLM * GLM + BGLC * GLC + BGl
 * GLCR + blognbdef * Log(nbDef)))
       s11 = Exp(-((Exp(-Bo) * (CDate(ddeb) + 366 * (ctc - 1) - CDate(tD))) ^ (1 / sigma)) *
xp(Blogage * Log(age + 1) + Blogllong * Log(llong) + Blogep * Log(ep) + BGLM * GLM + BGLC *
C + BGLCR * GLCR + blognbdef * Log(nbDef)))
       p((2 ^ (ctc - 1)), ctc) = 1 - s1 / s11
        'tdd((2 ^ (ctc - 1)), ctc) = (ctc - 1 - 0.5) * 366
        Workbooks("proba").Activate
        Sheets("nbdef").Select
        Cells((2 ^ (ctc - 1)), ctc) = 1
        Workbooks("renb.xls").Activate
        Sheets("odonnées").Select
        Cells(17 + 2 ^ (ctc - 1), ctc + 1) = p((2 ^ (ctc - 1)), ctc)
  Next
 '************************************************
 'calcul des proba sur la première ligne pour le tronçon ctl-1 et stockage dans renb/données
 '************************************************
    For ctc = 2 To nbper 'boucle sur les colonnes
        nbddef1 = ctc - 1
        age = (ctc - 2) + Year(ddeb) - apose
        s2 = Exp(-((Exp(-Bo) * ((1 + 1 / 2) * 366)) ^ (1 / sigma)) * Exp(Blogage * Log(age +
) + Blogllong * Log(llong) + Blogep * Log(ep) + BGLM * GLM + BGLC * GLC + BGLCR * GLCR + blo
bdef * Log(nbddef1 + nbDef)))
        s22 = Exp(-((Exp(-Bo) * 366 / 2) ^ (1 / sigma)) * Exp(Blogage * Log(age + 1) + Blogl
ng * Log(llong) + Blogep * Log(ep) + BGLM * GLM + BGLC * GLC + BGLCR * GLCR + blognbdef * Lo
nbddef1 + nbDef)))
        p(1, ctc) = 1 - s2 / s22
        tdd(1, ctc) = (ctc - 0.5) * 366
        Workbooks("proba").Activate
        Sheets("nbdef").Select
        Cells(1, ctc) = nbddef1 + 1
        Sheets("tdd").Select
        Cells(1, 1) = 0
        Cells(1, 2) = 366 / 2
          Cells(1, ctc + 1) = tdd(1, ctc)
        Workbooks("renb.xls").Activate
```

```
Module1 - 3

        Sheets("odonnées").Select
        Cells(18, ctc + 1) = p(1, ctc)
  Next

 '*****************************************************
 ' calcul des proba (d<>0) pour le tronçon ctl-1
 ' et stokage dans renb/odonnées
 '*****************************************************
 Workbooks("proba").Activate
 ctc = 0
 ctl = 0
 For ctc = 3 To nbper 'boucle sur les colonnes
        For n = 1 To ((2 ^ (ctc - 2)) - 1) 'boucle sur les lignes
            ctl = 2 * n
              Workbooks("proba").Activate
              Sheets("nbdef").Select
              Cells(n, ctc - 1).Select
              nbddef(n, ctc - 1) = ActiveCell
              nbddef(ctl, ctc) = nbddef(n, ctc - 1)
              Workbooks("proba").Activate
              Sheets("nbdef").Select
              Cells(ctl, ctc) = nbddef(ctl, ctc)
              Sheets("tdd").Select
              Cells(n, ctc - 1).Select
               tdd(n, ctc - 1) = ActiveCell
               tdd(ctl, ctc) = tdd(n, ctc - 1)
              Cells(ctl, ctc) = tdd(ctl, ctc)
              age = (tdd(ctl, ctc) - 366 / 2) / 366 + Year(ddeb) - apose
              sp = Exp(-((Exp(-Bo) * (366 * ctc - tdd(ctl, ctc))) ^ (1 / sigma)) * Exp(Blogage
 * Log(age + 1) + Blogllong * Log(llong) + Blogep * Log(ep) + BGLM * GLM + BGLC * GLC + BGLCR
* GLCR + blognbdef * Log(nbddef(ctl, ctc) - 1 + nbDef)))
              spp = Exp(-((Exp(-Bo) * ((366 * (ctc - 1)) - tdd(ctl, ctc))) ^ (1 / sigma)) * Ex
p(Blogage * Log(age + 1) + Blogllong * Log(llong) + Blogep * Log(ep) + BGLM * GLM + BGLC * GLC
 + BGLCR * GLCR + blognbdef * Log(nbddef(ctl, ctc) - 1 + nbDef)))
              p(ctl, ctc) = 1 - sp / spp
              Workbooks("renb.xls").Activate
              Sheets("odonnées").Select
              Cells(17 + ctl, ctc + 1) = p(ctl, ctc)
            ctl = 2 * n + 1
               Workbooks("proba").Activate
               Sheets("nbdef").Select
               Cells(n + 1, ctc - 1).Select
               nbddef(n + 1, ctc - 1) = ActiveCell
               nbddef(ctl, ctc) = nbddef(n + 1, ctc - 1) + 1
               Workbooks("proba").Activate
               Sheets("nbdef").Select
               Cells(ctl, ctc) = nbddef(ctl, ctc)
               Sheets("tdd").Select
               tdd(ctl, ctc) = (ctc - 1 - 0.5) * 366
               Cells(ctl, ctc) = tdd(ctl, ctc)
               age = (tdd(ctl, ctc) - 366 / 2) / 366 + Year(ddeb) - apose
               'age = (tdd(ctl, ctc) + CDate(ddeb) - CDate(apose)) / 366 + 1
               si = Exp(-((Exp(-Bo) * ((ctc - (ctc - 1 - 0.5)) * 366)) ^ (1 / sigma)) * Exp(Bl
ogage * Log(age + 1) + Blogllong * Log(llong) + Blogep * Log(ep) + BGLM * GLM + BGLC * GLC + B
GLCR * GLCR + blognbdef * Log(nbddef(ctl, ctc) - 1 + nbDef)))
               sii = Exp(-((Exp(-Bo) * ((ctc - 1 - (ctc - 1 - 0.5)) * 366)) ^ (1 / sigma)) * E
xp(Blogage * Log(age + 1) + Blogllong * Log(llong) + Blogep * Log(ep) + BGLM * GLM + BGLC * GL
C + BGLCR * GLCR + blognbdef * Log(nbddef(ctl, ctc) - 1 + nbDef)))
               p(ctl, ctc) = 1 - si / sii
              Workbooks("renb.xls").Activate
              Sheets("odonnées").Select
              Cells(17 + ctl, ctc + 1) = p(ctl, ctc)
        Next
     Next
 Workbooks("meiprobd1.xls").Activate
 'Next
 End Sub
```

Annexe 4

MEINAU - RESULTATS

tronçon 75-102	0 défaillance(s)	R= 343 kF	m= 19,85 kF

Probabilités			
			0,000112
		0,000188	0,000225
	0,000328		0,000098
		0,000394	0,000438
0,89643			0,000098
		0,000155	0,00186
	0,90621		0,000081
		0,914139	0,920734
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			255,967
		243,794	255,98
	232,22		255,965
		243,82	256,00
240,42			255,965
		243,789	255,975
	251,46		255,963
		263,06	275,25
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 75-103	0 défaillance(s)	R= 196,80 kF	m= 24,89kF

Probabilités			
			0,014032
		0,013997	0,016792
	0,013259		0,012259
		0,015909	0,017649
0,257623			0,012259
		0,01157	0,013884
	0,261181		0,010132
		0,264566	0,267795
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			149,23
		142,64	149,413
	136,21		148,94
		142,68	149,416
149,06			148,94
		142,17	148,98
	154,71		148,58
		160,59	166,66
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 77-78	2 défaillance(s)	R= 639 kF	m= 31,09kF

Probabilités			
			0,0241284
		0,023346	0,027981
	0,022122		0,022209
		0,026517	0,029401
0,074665			0,022209
		0,021034	0,025216
	0,076025		0,020009
		0,077329	0,078561
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			481,93
		459,88	482,14
	438,74		481,52
		459,97	482,14
426,85			481,52
		459,33	481,63
	446,38		481,07
		466,85	488,29
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 76-77	0 défaillance(s)	R= 105 kF	m= 9kF

Probabilités			
			0,060542
		0,056968	0,068042
	0,050826		0,053054
		0,060746	0,067219
0,239488			0,053054
		0,047272	0,056519
	0,242839		0,044009
		0,246027	0,249069
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			81,93
		78,55	81,96
	75,11		82,52
		78,38	81,74
77,14			81,52
		77,94	81,39
	79,95		81,01
		82,92	86,03
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 74-76	1 défaillance(s)	R= 471 kF	m= 36,37kF

Probabilités			
			0,029734
		0,030171	0,036136
	0,029796		0,026798
		0,035689	0,039547
0,147888			0,026798
		0,026386	0,031615
	0,151457		0,023432
		0,154766	0,157851
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			358,9
		343,5	359,54
	328,64		358,19
		343,95	359,84
332,31			358,19
		342,46	358,58
	345,8		357,38
		359,94	374,7
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 69-70	0 défaillance(s)	R= 675 kF	m= 39,33kF

Probabilités			
			0,005801
		0,00552	0,066279
	0,004976		0,005065
		0,005976	0,066331
0,033821			0,005065
		0,004559	0,005475
	0,034357		0,004184
		0,034869	0,035359
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			505,27
		481,46	505,31
	458,68		505,07
		481,41	505,24
444,26			505,07
		481,16	505,04
	465,34		504,83
		487,44	510,61
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 34-71	2 défaillance(s)	R= 174 kF	m= 11,85kF

Probabilités			
			0,026538
		0,025819	0,030938
	0,0244662		0,024374
		0,029555	0,032763
0,043453			0,024374
		0,023265	0,027885
	0,045583		0,021962
		0,047447	0,049113
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			131,97
		126,08	132,07
	120,41		131,79
		126,13	132,08
116,12			131,79
		125,85	131,85
	121,44		131,31
		127,02	132,86
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 71-72	0 défaillance(s)	R= 240kF	m= 14,98kF

Probabilités			
			0,023699
		0,022183	0,026591
	0,019669		0,020718
		0,023594	0,026151
0,091409			0,020718
		0,018351	0,022005
	0,092813		0,017136
		0,094152	0,095433
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			181,49
		173,21	181,52
	165,13		181,21
		173,08	181,37
162,87			181,21
		172,76	181,12
	170,07		180,85
		177,59	185,46
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 34-70a	0 défaillance(s)	R= 849kF	m= 41,75kF

Probabilités			
			0,011673
		0,010806	0,012968
	0,009471		0,010969
		0,011367	0,012613
0,036541			0,01969
		0,008929	0,010718
	0,037119		0,008428
		0,037671	0,038201
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			636,88
		606,99	636,88
	578,28		636,46
		606,79	636,65
557,88			636,46
		606,38	636,31
	584,43		635,96
		612,28	641,49
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 96-99	2 défaillance(s)	R= 279kF	m= 10,65kF

Probabilités			
			0,055439
		0,054254	0,065142
	0,052681		0,050981
		0,062949	0,069648
0,121407			0,050981
		0,049204	0,058817
	0,125623		0,045997
		0,129422	0,132887
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			212,08
		202,72	212,27
	193,72		211,78
		202,93	212,32
188,04			211,78
		202,32	211,91
	196,45		211,45
		205,27	214,52
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 46-99a	4 défaillance(s)	R= 543kF	m= 16,75kF

Probabilités			
			0,138732
		0,139501	0,165149
	0,138141		0,130829
		0,164729	0,181156
0,293567			0,130829
		0,130369	0,154494
	0,302698		0,122223
		0,310872	0,318269
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			419,49
		402,37	420,19
	385,92		418,78
		402,9	420,51
376,02			418,78
		401,45	419,36
	391,39		417,99
		407,64	424,81
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 48-38	0 défaillance(s)	R= 615kF	m= 53,74kF

Probabilités			
			0,035709
		0,035752	0,042796
	0,034023		0,031242
		0,040734	0,045126
0,577317			0,031242
		0,029611	0,035468
	0,583147		0,025864
		0,588864	0,593844
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			471,66
		451,89	472,55
	432,34		470,15
		452,09	472,55
459,92			470,15
		449,51	470,36
	476,78		468,29
		495,09	514,81
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 42_43	0 défaillance(s)	R= 279kF	m= 487,15kF

Probabilités			
			0,028211
		0,026062	0,031228
	0,022802		0,024669
		0,027331	0,030301
0,082217			0,024669
		0,215567	0,025854
	0,083487		0,020411
		0,084698	0,085857
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			279
		278,1	279
	276,22		277,43
		278,66	279
279			277,43
		274,96	277,95
	279		273,32
		279	279
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 39-42	0 défaillance(s)	R= 525kF	m= 67,28kF

Probabilités			
			0,066773
		0,062165	0,074211
	0,054863		0,058538
		0,065542	0,72507
0,211053			0,058538
		0,051629	0,061677
	0,214064		0,048582
		0,216931	0,219667
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			421,25
		405,19	421,16
	387,93		417,88
		403,45	419,19
407,01			417,88
		400,21	416,59
	419,46		413,73
		432,61	446,37
t=0	t=1	t=2	t=3

Annexe 5

CHARENTE - RESULTATS

tronçon 3	5 défaillance(s)	R= 2 250,00 kF	m= 68,70 kF

Probabilités

			0,281154
		0,281154	0,213899
	0,281154		0,281154
		0,213899	0,18278
0,363548			0,281154
		0,281154	0,213899
	0,232735		0,281154
		0,192955	0,170084
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)

			1757,53
		1686,68	1748,75
	1619,04		1757,53
		1677,67	1743,49
1561,79			1757,53
		1686,68	1748,75
	1612,77		1757,53
		1674,09	1741,04
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 4	3 défaillance(s)	R= 270,00kF	m= 68,70 kF

Probabilités

			0,308310
		0,308310	0,235663
	0,308310		0,308310
		0,235663	0,201798
0,318539			0,308310
		0,308310	0,235663
	0,238554		0,308310
		0,203444	0,181731
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)

			270,00
		270,00	**270,00**
	270,00		**270,00**
		269,38	265,57
270,00			**270,00**
		270,00	**270,00**
	269,38		**270,00**
		264,82	262,15
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 5	10 défaillance(s)	R= 1 800 kF	m= 68,70 kF

Probabilités

			0,424799
		0,424799	0,331822
	0,424799		0,424799
		0,331822	0,286918
0,240866			0,424799
		0,424799	0,331822
	0,224569		0,424799
		0,211606	0,200946
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)

			1471,28
		1423,33	1459,65
	1377,53		1471,28
		1411,46	1452,42
1303,79			1471,28
		1423,33	1459,65
	1343,94		1471,28
		1387,22	1433,74
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 7	0 défaillance(s)	R= 1 890,00 kF	m= 68,70 kF

Probabilités

			0,001354
		0,001378	0,001849
	0,001405		0,001354
		0,001883	0,002223
0,004354			0,001354
		0,001378	0,01849
	0,004537		0,001354
		0,00471	0,004875
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)

			1411,12
		1344,13	1411,24
	1280,34		1411,12
		1344,26	1411,34
1220,76			1411,12
		1344,13	1411,24
	1281,51		1411,12
		1345,26	1412,19
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 8	0 défaillance(s)	R= 333 kF	m= 68,70 kF

Probabilités			
			0,001105
		0,001115	0,001496
	0,001126		0,001105
		0,001509	0,001787
0,003139			0,001105
		0,001115	0,001496
	0,003272		0,001105
		0,003397	0,003516
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			249,12
		237,42	249,21
	226,28		249,12
		237,52	249,29
216,43			249,12
		237,42	249,21
	227,03		249,12
		238,16	249,83
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 9	0 défaillance(s)	R= 2 340 kF	m= 68,70 kF

Probabilités			
			0,001426
		0,001451	0,001946
	0,001476		0,001426
		0,001981	0,002343
0,004521			0,001426
		0,001451	0,001946
	0,004711		0,001426
		0,004891	0,005162
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			1746,96
		1663,95	1747,08
	1584,98		1746,96
		1664,12	1747,19
1510,93			1746,96
		1663,95	1747,08
	1586,17		1746,96
		1665,15	1748,06
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 11	0 défaillance(s)	R= 3 240 kF	m= 68,70 kF

Probabilités			
			0,000453
		0,000461	0,000619
	0,000469		0,000453
		0,000631	0,000746
0,001458			0,000453
		0,000461	0,000619
	0,001519		0,000453
		0,001577	0,001632
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			2417,83
		2302,92	2418,04
	2193,33		2417,83
		2302,97	2418,07
2069,36			2417,83
		2302,92	2418,04
	2193,73		2417,83
		2303,31	2418,36
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon 12	1 défaillance(s)	R= 1 215,00kF	m= 68,70 kF

Probabilités			
			0,050857
		0,050857	0,037339
	0,050857		0,050857
		0,037339	0,031411
0,022887			0,050857
		0,050857	0,037339
	0,021519		0,050857
		0,020394	0,019445
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			918,94
		876,95	917,12
	836,90		918,94
		875,07	916,09
793,46			918,94
		876,95	917,12
	831,40		918,94
		871,33	913,35
t=0	t=1	t=2	t=3

tronçon	13	0 défaillance(s)	R= 360,00kF	m= 68,70 kF

Probabilités			
			0,000447
		0,000451	0,000605
	0,000456		0,000447
		0,000611	0,000723
0,001279			0,000447
		0,000451	0,000605
	0,00133		0,000447
		0,001383	0,001432
[0,1]	[1,2]	[2,3]	[3,4]

Optimisation (9ans)			
			268,89
		256,15	268,93
	244,02		268,89
		256,19	268,96
232,79			268,89
		256,15	268,93
	244,34		268,89
		256,46	269,18
t=0	t=1	t=2	t=3