



**HAL**  
open science

# Modélisation hybride pour la supervision de systèmes mécatroniques : application à la stabilité en pente de machines mobiles

O. Naud

► **To cite this version:**

O. Naud. Modélisation hybride pour la supervision de systèmes mécatroniques : application à la stabilité en pente de machines mobiles. Sciences de l'environnement. Doctorat Systèmes automatiques, INSA Toulouse, 2003. Français. NNT : . tel-02581670

**HAL Id: tel-02581670**

**<https://hal.inrae.fr/tel-02581670>**

Submitted on 14 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

Présentée devant

L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE TOULOUSE

en vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'INSA

spécialité: SYSTEMES AUTOMATIQUES

par

**Olivier Naud**

◇◇◇

**Modélisation hybride pour la supervision de systèmes  
mécatroniques : application à la stabilité en pente de machines  
mobiles**

◇◇◇

soutenue le 7 février 2003 devant le jury

Président	André Titli	Professeur à l'INSA de Toulouse
Rapporteurs	Jean-Marie Flaus Hervé Guéguen	Professeur à l'INP de Grenoble Enseignant-Chercheur à Supélec, Rennes
Examineurs	David Andreu Jean-Michel Roger	Maître de Conférences Université Montpellier II Chercheur au Cemagref, Montpellier
Directeur de thèse	Joseph Aguilar-Martin	Directeur de Recherche au LAAS, Toulouse

## Présentation de thèse de sciences (INSA de Toulouse)

NOM : NAUD

Prénom : Olivier

Modélisation hybride pour la supervision de systèmes mécatroniques : application à la stabilité en pente de machines mobiles ; 171 pages

Thèse de Doctorat, spécialité Systèmes Automatiques, Toulouse, 2003, n° d'ordre 683

**RESUME :** Nous proposons une démarche d'élaboration de modèles hybrides pour la supervision d'équipements mécatroniques. Nous représentons les états qualitatifs pris par ces systèmes sous la forme d'un modèle discret de type automate fini. Nous avons élaboré une méthode de calcul de cet automate à partir d'un modèle essentiellement continu. Cette méthode s'appuie sur notre schéma dit semi-causal, qui représente la structure algébro-différentielle du modèle continu. Ce schéma utilise la sémantique causale du bond-graph qui est basée sur la dualité effort-flux. Il est annoté par des intervalles sur les variables, intervalles auxquels sont attachées des valeurs sémantiques et que nous appelons modalités. On distingue notamment les modalités structurelles, qui correspondent à des conditions limites ou des changements du modèle continu, et les modalités fonctionnelles, qui expriment les connaissances qualitatives d'usage et de surveillance. Pour valider cette approche, nous l'avons appliquée à la modélisation des bogies d'un engin forestier. Le but était de prévenir le retournement de l'engin dans les pentes. Les simulations dynamiques de l'engin forestier complet montrent que le modèle discret obtenu est représentatif de l'évolution du risque d'instabilité.

**MOTS CLES :** Supervision, modélisation hybride, événement, événement qualitatif, automate à états fini, modèle discret, causalité, mécatronique, engin forestier, stabilité dans les pentes.

**JURY :**

André Titli,	Président,	Professeur INSA Toulouse
Jean-Marie Flaus,	Rapporteur,	Professeur INPG Grenoble
Hervé Guéguen,	Rapporteur,	Enseignant-Chercheur Supélec Rennes
<u>Joseph Aguilar-Martin,</u>	Examineur,	Directeur de Recherche LAAS-CNRS Toulouse
David Andreu,	Examineur,	Maître de Conférences Université Montpellier II
Jean-Michel Roger,	Examineur,	Chercheur Cemagref Montpellier

Thèse préparée à l'Unité de Recherche "Technologies et équipements pour les agro-procédés" du Cemagref à Montpellier, et dirigée par Joseph Aguilar-Martin du LAAS-CNRS.

Soutenue à Toulouse (LAAS) le 7 février 2003

Dépôt à la bibliothèque universitaire en 4 exemplaires.

Tournez S.V.P.

**LISTE DES PUBLICATIONS**

- [1] Naud O. and Aguilar-Martin J., "Event-based supervision for mechanical equipment with human interaction or control", in 8th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, Antibes Juan-les-pins, pp. 442-447, 2001.
- [2] Roux P., Naud O., Bonicel J. F., Rombaut M. and Fatou J. M., "CAO en conception d'équipements agricoles : vers le concept de machine virtuelle," Ingénieries - E A T, n°. 19, pp. 67-76, 1999.

*Les références des autres publications, antérieures ou postérieures à la thèse, peuvent être consultées sur le site internet du Cemagref, [www.cemagref.fr](http://www.cemagref.fr)*

**AVIS : cette présente annexe (recto-verso) est destinée à être diffusée aux membres du Conseil Scientifique de l'INSA, qui pourront consulter les rapports des rapporteurs au Service de l'ENSEIGNEMENT.**

---



---

**ABSTRACT**

We present a design approach for supervision-oriented hybrid models of mechatronic devices. We chose to express the qualitative states taken by such systems in the guise of a finite automaton. We proposed a method to build the automaton from an essentially continuous model. This method relies on our so-called half-causal graph which represents the algebraic and differential complexity of the continuous model. This diagram uses the causal semantics of the bond-graph, which is based on the effort-flow duality. It is annotated with intervals on the variables. Semantic values are attached to these intervals, which we call modalities. We distinguish, in particular, structural modalities, which correspond to limit conditions or changes in the continuous model, and functional modalities, which provide the qualitative information on the usage and monitoring. So as to validate this approach, we applied it to the modeling of the bogies of a forest machine. The goal was to prevent the machine from overturning on slopes. Simulations of the whole machine dynamics proved that the discrete model we obtained was very representative of the changes of the instability risk.

---

**TITLE :** Hybrid modeling for supervision of mechatronic systems : application to stability of mobile machinery on slopes



# Remerciements

Cette thèse a été préparée au sein de l'unité de recherche Technologie et Equipements pour les agro-procédés du Cemagref à Montpellier (TEMO)<sup>1</sup>.

Je remercie chaleureusement mon Directeur de thèse, Joseph Aguilar-Martin. Je lui dois beaucoup pour avoir accepté d'encadrer ces travaux dans l'équipe du LAAS<sup>2</sup> "Automatique Symbolique" devenue "Diagnostic Supervision et CONduite qualitatifs" (DISCO). Je salue ici sa curiosité, sa compétence scientifique et son pragmatisme. Je veux également témoigner de sa gentillesse et de son sens de l'humour qui ont rendu nos séances de travail toujours agréables.

Au sein du Cemagref, Jean-Michel Roger a été un tuteur scientifique, attentif à mes progrès et également à mon moral dans les moments difficiles ! Je le remercie bien amicalement.

D'autres collègues du Cemagref ont suivi le progrès de mes travaux, à commencer par ma responsable d'unité, Véronique Bellon-Maurel qui m'a soutenu dans ce travail avec constance. Je veux saluer aussi Bernard Bonicelli<sup>3</sup>, qui m'a permis d'initier ce thème de la supervision de systèmes mécatroniques, ainsi que Gilles Rabatel, animateur de l'équipe de recherche à laquelle j'appartiens. Je remercie aussi amicalement Serge Guillaume pour ses conseils.

Avec mes collègues du Cemagref et mon Directeur de thèse, deux autres chercheurs du LAAS ont participé au comité de suivi de cette thèse. Je remercie vivement Louise Travé-Massuyès et Michel Combacau pour leur aide précieuse tant au cours des réunions que dans des échanges informels.

J'exprime ma sincère reconnaissance à Jean-Marie Flaus, Professeur à l'INPG et Hervé Guéguen, Enseignant-chercheur à Supélec, pour avoir accepté la charge d'être les rapporteurs de ce mémoire et l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Je remercie vivement André Titli, Professeur à l'INSA, pour avoir accepté de faire partie du jury dont il a assuré la présidence. Je remercie également très sincèrement David Andreu, Maître de conférences à l'Université Montpellier II, pour sa participation au jury.

Je remercie beaucoup la société Finlandaise Timberjack pour m'avoir donné les éléments permettant de réaliser un modèle simplifié mais représentatif d'un porteur forestier. C'est ce modèle qui m'a permis de valider mon approche dans une application d'évaluation du risque d'instabilité dans les pentes. *I'm sorry I won't cite all the names of the different people I met in this company. They know I have excellent memory of the time we had together working in a european project. Kiitos<sup>4</sup>.*

*And I wish also to thank people at the "Mechatronik Laboratorium Paderborn". They significantly contributed to my current background in mechatronics.*

---

<sup>1</sup> [www\(.montpellier\).cemagref.fr](http://www(.montpellier).cemagref.fr)

<sup>2</sup> Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes, [www.laas.fr](http://www.laas.fr)

<sup>3</sup> chef de l'ancienne unité GEAF devenue TEMO après sa fusion avec l'ancienne GIQUAL

<sup>4</sup> signifie merci

L'achèvement de cette application doit également beaucoup à Marc Rombaut, ingénieur en mécanique, qui a réalisé ce modèle mécanique de porteur et avec qui j'ai travaillé lors des analyses en statique et par simulations dynamiques. Je le remercie de la qualité de son travail, de sa rigueur et de sa patience.

Différents relecteurs et relectrices, que je remercie, m'ont permis d'améliorer l'orthographe de ce mémoire. Celle qui partage ma vie y figure en première place.

Je réserve le mot de la fin pour mon collègue Philippe Roux, ingénieur en mécanique, "compagnon de route en mécatronique" depuis 6 ans. Il sait ce que je lui dois et je lui témoigne toute mon amitié.

Je remercie enfin l'ensemble de mes collègues montpelliérains pour leurs marques de sympathie que j'ai beaucoup appréciées en cette fin de thèse, et les bons moments passés ensemble.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>5</b>
1.1	Introduction Générale . . . . .	7
	<b>A- Supervision</b>	<b>9</b>
1.2	Fonctions et tâches d'un superviseur . . . . .	9
1.3	Supervision des équipements mécaniques . . . . .	10
	<b>B- Le concept d'évènement</b>	<b>13</b>
1.4	Sens commun du mot évènement . . . . .	13
1.5	Evènements discrets . . . . .	13
1.6	Evènements sur variables continues . . . . .	18
1.7	Evènements dans un modèle hybride . . . . .	21
1.8	Evènements et systèmes à bases de règles . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Modélisation orientée supervision et diagnostic</b>	<b>25</b>
2.1	Classification . . . . .	27
2.2	Equations de comportement quantitatives . . . . .	29
2.3	Raisonnement qualitatif : QSIM . . . . .	29
2.4	Autres modélisations qualitatives . . . . .	33
2.5	Supervision et modélisation hybride . . . . .	34
2.6	Graphes et modèles causes-effets . . . . .	35
2.7	Notre démarche . . . . .	36
<b>3</b>	<b>Le schéma semi-causal dynamique : un outil de synthèse</b>	<b>39</b>
	<b>A- Système : modèles et hypothèses</b>	<b>42</b>
3.1	Modèle du système . . . . .	42
3.2	Modèle d'observation . . . . .	46
	<b>B - Grandeurs énergétiques et causalité</b>	<b>48</b>
3.3	Grandeurs énergétiques . . . . .	48
3.4	Causalité au sens graphe de lien . . . . .	49
3.5	Causalité au sens graphe informationnel causal . . . . .	52
3.6	Définir une représentation de la dynamique continue . . . . .	54
	<b>C - Hiérarchisation en composants</b>	<b>55</b>
3.7	Composants . . . . .	56
3.8	Hiérarchie de variables et de composants . . . . .	60
	<b>D - Graphe de représentation du modèle nominal</b>	<b>61</b>
3.9	Le SsCD : un graphe à variables continues . . . . .	62
3.10	Schéma semi-Causal Nominal . . . . .	66
3.11	Schéma semi-Causal Signé . . . . .	69
3.12	Schéma semi-Causal Annoté . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Passage au modèle de représentation pour la supervision</b>	<b>75</b>

<b>A - Définition de l'automate et des états discrets</b>	<b>77</b>
4.1 Automate à états fini . . . . .	77
4.2 Etats discrets du système . . . . .	78
<b>B - Outils du raisonnement qualitatif et par intervalles</b>	<b>83</b>
4.3 Discrétisation par intervalles et états qualitatifs . . . . .	84
4.4 Raisonnement sur les Intervalles . . . . .	84
<b>C - Calcul de l'automate</b>	<b>87</b>
4.5 Stratégie de l'élaboration du modèle discret . . . . .	88
4.6 Arborescence des états à partir d'un état initial . . . . .	89
4.7 Filtrage des états discrets . . . . .	90
4.8 Evènements à variables liées . . . . .	94
4.9 Principes algorithmes de calcul de l'automate . . . . .	95
<b>D - Application numérique et automate de l'exemple didactique</b>	<b>98</b>
4.10 Paramétrisation du modèle exemple continu . . . . .	98
4.11 Modalités de supervision du système exemple . . . . .	99
4.12 Filtrage applicable aux états discrets de l'exemple . . . . .	100
4.13 Arbre d'exploration des états . . . . .	102
<b>5 Application à la supervision d'un engin mobile forestier : le problème de la stabilité en pente</b>	<b>109</b>
5.1 Introduction à l'application . . . . .	111
<b>A - Description de l'engin et étude statique</b>	<b>111</b>
5.2 Problématique . . . . .	111
5.3 Notations et conventions . . . . .	112
5.4 Critère de stabilité et polygone de sustentation . . . . .	116
<b>B- Prise de virage en pente et SsCD</b>	<b>121</b>
5.5 Modélisation dynamique simplifiée . . . . .	121
<b>C- Calcul et validation de l'automate</b>	<b>126</b>
5.6 Calcul de l'automate . . . . .	127
5.7 Validation de l'automate . . . . .	131
<b>6 Conclusion</b>	<b>135</b>
6.1 Synthèse de nos travaux . . . . .	135
6.2 Propos personnels préliminaires . . . . .	136
6.3 Perspectives théoriques . . . . .	136
6.4 Perspectives méthodologiques . . . . .	137
6.5 Perspectives technologiques . . . . .	138
<b>Bibliographie</b>	<b>139</b>
<b>Index</b>	<b>143</b>
<b>A Schéma semi-Causal Dynamique d'un vérin hydraulique</b>	<b>145</b>
A.1 Equations physiques du composant vérin . . . . .	145
A.2 Décomposition en composants . . . . .	146
A.3 Schéma semi-Causal Dynamique détaillé . . . . .	148
A.4 Couplage parallèle de deux vérins . . . . .	149
<b>B Etude statique et quasi-statique détaillée</b>	<b>153</b>
<b>A- Stabilité statique pour un engin articulé</b>	<b>153</b>
B.1 Polygone de sustentation . . . . .	153

<b>B- Limite de devers</b>	<b>157</b>
B.2 Centres de gravité . . . . .	157
B.3 Limite statique de l'angle de devers . . . . .	158
B.4 Comparaison avec des simulations en conditions quasi-statiques . . . . .	159
<b>C Modèle de pneu</b>	<b>161</b>
C.1 Conventions . . . . .	161
C.2 Forces prises en compte . . . . .	161
C.3 Paramètres utilisés dans les simulations selon terminologie du logiciel . . . . .	162
<b>D Format des fichiers de description des signaux</b>	<b>165</b>



# Chapitre 1

## Introduction

A. – Fait-il jour ou nuit ?

B. – Oh...(*il regarde le ciel*)...jour, si l'on veut. Pas de soleil, bien sûr, sinon vous n'auriez pas demandé. (*un temps.*) Vous suivez mon raisonnement ? (*un temps.*) Etes-vous vif, Billy, êtes-vous resté un peu vif ?

A. – Mais de la clarté ?

B. – Oui. (*il regarde le ciel*) Oui, de la clarté, il n'y a pas d'autre mot. (*un temps.*) Dois-je essayer de vous en donner une idée, de cette clarté ?

*Samuel Beckett*

Fragment de théâtre I

A model is a (small) finite description of an infinitely complex reality, constructed for the purpose of answering particular questions.

*Benjamin Kuipers*

[1]

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction Générale</b>	<b>7</b>
<b>1.2</b>	<b>Fonctions et tâches d'un superviseur</b>	<b>9</b>
<b>1.3</b>	<b>Supervision des équipements mécaniques</b>	<b>10</b>
1.3.1	Evolution des systèmes mécaniques	10
1.3.2	Catégorisation des systèmes considérés et impact pour la supervision	12
<b>1.4</b>	<b>Sens commun du mot évènement</b>	<b>13</b>
<b>1.5</b>	<b>Evènements discrets</b>	<b>13</b>
1.5.1	Automates finis	13
1.5.2	Réseaux de Petri	14
1.5.3	Le Grafcet	15
1.5.4	Réactions dans le Grafcet et conséquences sur l'automate équivalent	15
1.5.5	Nature temporelle des signaux	16
1.5.6	Graphes d'état	16
1.5.7	Remarques et conclusions sur les évènements dans les modèles discrets	17
<b>1.6</b>	<b>Evènements sur variables continues</b>	<b>18</b>
1.6.1	Echantillonnage et discrétisation signal par signal	18
1.6.2	Discrétisation synchronisée	18
1.6.3	Discrétisation basée sur un lexique de formes	19
1.6.4	Autres approches asynchrones	21
1.6.5	Discrétisation des signaux d'un système mécatronique	21
<b>1.7</b>	<b>Evènements dans un modèle hybride</b>	<b>21</b>
<b>1.8</b>	<b>Evènements et systèmes à bases de règles</b>	<b>22</b>

---



## 1.1 Introduction Générale

Nous nous proposons de contribuer ici à la définition de méthodes pour la réalisation de systèmes de supervision dédiés aux systèmes mécatroniques. Il est difficile, sans restreindre à un domaine d'application particulier, de définir la supervision de façon plus précise que ce que suggère l'éthymologie. Nous dirons que la supervision d'une machine vise à en vérifier le bon fonctionnement, à intervenir pour en modifier les réglages ou à en référer à une (des) instance(s) d'un niveau hiérarchique supérieur ou égal, notamment l'opérateur.

Les dispositifs que nous souhaitons superviser sont des systèmes mécatroniques utilisés par des opérateurs, notamment des engins mobiles agricoles ou forestiers. La supervision doit alors être capable de deux formes d'intervention. La première consiste en une action en temps réel sur le système quand la sécurité est en jeu au-delà des capacités de réaction de l'opérateur. Les aspects les plus complexes de la sécurité des engins mobiles ne peuvent en effet être délégués aux automatismes unitaires sans dégrader performance et souplesse d'utilisation. La seconde forme d'intervention est l'émission d'informations à destination de l'opérateur, via l'interface homme-machine, et la réception des ordres que soumet l'opérateur suite à sa prise de décision. Il est souhaitable que le traitement d'informations soit cohérent dans ces deux cas et basé sur des informations communes. Mais ces deux types d'action du superviseur font ressortir des besoins différents.

En effet, nous mettrons en évidence que le premier mode d'intervention nécessite une modélisation hybride continue et discrète des systèmes considérés. Le second mode d'intervention motive l'adoption d'une approche hybride qualitative - numérique. Un système de supervision mettant en oeuvre des modèles *hybrides continus-discrets-qualitatifs*<sup>1</sup> devient adaptable à des tâches multiples qui peuvent être effectuées simultanément : sécurité de l'opérateur, surveillance de l'équipement lui-même, vérification des réglages et de la performance, détermination de la tâche effectuée par l'opérateur et gestion technico-économique. Nous pensons que le concept sur lequel doit peser l'essentiel de l'effort pour réaliser cette modélisation est celui d'évènement<sup>2</sup>. Ceci nous a conduit à choisir la modélisation discrète comme représentation pivot de nos systèmes de supervision, sous la forme d'automates finis et de leurs extensions, notamment les graphes d'état.

La conception solide "3D", maintenant répandue jusque dans les petites entreprises, facilite grandement l'accès à la modélisation cinématique et dynamique des engins mécaniques. Modélisation cinématique et dynamique visent en premier chef à réaliser des "maquettes virtuelles" permettant de valider la conception dans une approche multi-critères. Les méthodes de la mécatronique et de la "conception intégrée" optimisent dans un même temps la conception des contrôleurs. Nous proposons d'aller plus loin dans l'ingénierie simultanée et d'y inclure la conception du superviseur à partir notamment de ces modèles et des spécifications fonctionnelles. Comme bien souvent dans les situations de conception en automatique, il s'agit d'une démarche méthodologique.

Nous montrerons l'intérêt théorique de la modélisation hybride discret-continu pour la définition des symboles des modèles qualitatifs à évènements et validerons cette approche sur une application représentative d'un problème réel.

Le chapitre introductif définit le concept d'évènement dans le cadre de la supervision de systèmes mécaniques.

Le second chapitre est consacré aux méthodes de modélisation pour la supervision.

Le chapitre suivant présente le schéma semi-causal dynamique. Cette représentation systématise, à l'instar des graphes de lien, dans un même temps la modélisation du comportement dynamique du système considéré et de ses composants élémentaires. Notre méthodologie s'appuie sur cette

---

<sup>1</sup>On pourrait considérer qu'un modèle discret à nombre d'états fini est forcément qualitatif, car on peut associer un symbole à chaque état s'il est explicité dans le modèle. Nous considérons que l'analyse qualitative consiste à envisager chaque partie du système par un nombre limité de symboles, compatible avec le dialogue homme-machine. Cette préoccupation d'ordre méthodologique a des répercussions sur le choix des formalismes, comme nous le verrons dans ce mémoire

<sup>2</sup>*évènement* ou *évènement*, les deux orthographes sont permises et employées toutes deux dans ce mémoire

représentation, augmentée d'annotations qui sont représentatives des spécifications fonctionnelles et des objectifs de supervision, pour élaborer un automate fini. Le calcul de cet automate est abordé dans un quatrième chapitre.

Les concepts que nous proposons doivent à terme contribuer à un traitement plus unifié par le superviseur de la gestion des paramètres physiques et des paramètres technico-économiques de production. L'application, support de validation des concepts théoriques, décrite dans ce document est en revanche centrée sur la sécurité et la gestion de la stabilité en pente des engins mobiles. Une étude systématique de ce problème autour d'un engin mobile forestier est présentée dans le cinquième chapitre, et est suivie de l'élaboration d'un modèle discret orienté supervision. Ce modèle fournit la base d'un superviseur qui est validé en simulation. Nous verrons comment les notions qualitatives attachées aux spécifications fonctionnelles de l'équipement se traduisent en spécifications numériques qui fondent le modèle discret.

# A - Problématique de la supervision

Nous avons donné une définition relativement peu précise de ce qu'est la supervision dans l'introduction générale et nous allons mieux cerner cette notion en examinant ce que sont les fonctions et les tâches d'un superviseur. Puis nous analyserons les spécificités de la supervision de systèmes mécaniques telle que nous l'envisageons dans le cadre de cette thèse et des applications que nous adressons.

Dans une deuxième partie, nous commencerons une revue des modèles de représentation des connaissances pour la supervision, en nous centrant sur le concept d'évènement. C'est dans le chapitre suivant que nous mènerons une revue moins spécifique des différentes modélisations proposées dans la littérature.

## 1.2 Fonctions et tâches d'un superviseur

### Fonctions

La première fonction d'un superviseur est de vérifier le bon fonctionnement d'un équipement ou le bon déroulement d'un procédé. Cette fonction est commune aux systèmes de diagnostic de défaillance (fonction dite de détection, [2]), mais elle s'exerce dans un contexte différent. En effet, le diagnostic de défaillance peut s'exercer à un moment où un système n'est pas opérationnel, afin de déterminer la cause de la défaillance et de localiser les composants défectueux. Dans un superviseur, la vérification fait davantage appel à l'anticipation, on cherche à identifier les défauts avant qu'une défaillance intervienne ou qu'elle prenne un caractère de gravité. C'est pourquoi la littérature en supervision met l'accent sur le suivi des déviations des caractéristiques des composants. On remarquera que le diagnostic médical cherche également à identifier les défauts avant l'avènement d'une défaillance quand cela est possible. Nous retiendrons que des points communs forts unissent supervision et diagnostic, ce que suggère Roger dans sa définition générale du diagnostic : "opération qui consiste à retrouver l'état d'un système à partir d'observations faites sur ce système" ([2]). Nous noterons également que cette fonctionnalité ne se limite pas à une évaluation booléenne bon/mauvais.

En effet, la deuxième fonction d'un superviseur consiste à référer du bon ou du mauvais fonctionnement à une instance hiérarchique supérieure. Lorsque le superviseur communique, il doit fournir des éléments permettant une décision, à savoir selon les cas une qualification plus fine de l'état, un contexte, la liste des symptômes motivant l'appel à l'instance de décision.

La troisième fonction, qui remplace dans certaines approches la deuxième, consiste à intervenir sur l'équipement ou le procédé quand le fonctionnement n'est pas satisfaisant. Dans le cas où la décision relève d'une instance hiérarchique supérieure, comme un opérateur, cette fonction consistera à traduire la décision prise en une série d'actions correctives.

### Tâches

De ces fonctions, nous tirons les tâches principales d'un superviseur.

**La première tâche consiste à identifier l'état de fonctionnement courant à partir des informations courantes et de l'état déterminé précédemment.** Cette identification peut être faite à différents niveaux de détails, depuis la réponse booléenne (bon/mauvais), jusqu'à un ensemble de descripteurs pertinents dont les valeurs sont discrètes, représentables par des symboles ou des expressions linguistiques qualitatives. Nous pouvons la décomposer en plusieurs niveaux :

- Mesurer
- Mettre à jour des modèles de représentation liés entre eux

- Simuler pour estimer les mesures manquantes ou dont la fréquence de mesure est inférieure aux fréquences de fonctionnement du composant considéré
- Mettre à jour le modèle discret décrivant l' "état de fonctionnement"
- Comparer l'"état de fonctionnement" déterminé avec les états estimés possibles de l'itération précédente.

La deuxième tâche consiste à estimer le ou les états futurs possibles, sous forme de tendances ou d'une liste d'états. Il s'agit d'une simulation ou d'un envisionnement<sup>3</sup>.

La troisième tâche consiste à communiquer l'état de fonctionnement et les tendances et interpréter les réponses de l'instance hiérarchique. L'ergonomie est ici essentielle. Plus généralement, il s'agit de passer d'une représentation pertinente au niveau du superviseur à une représentation pertinente au niveau du système de décision. La traduction n'est pas nécessairement triviale. La quatrième tâche consiste à agir sur le système. Il s'agit de passer de la représentation discrète de l'état de fonctionnement et de l'état corrigé désiré au calcul des actions et leur mise en oeuvre. Le parcours par niveaux est essentiellement l'inverse de celui donné pour la première tâche.

## Changement de modèle

Nous avons mis en évidence plusieurs caractéristiques que nous requérons d'un superviseur.

Il comporte des outils de simulation adaptés. La précision requise pour chaque simulation dépend des différents modèles utilisant le résultat, elle n'a pas besoin d'être maximale. Le temps disponible pour la simulation est une contrainte, on peut parler de "simulation temps réel".

Le modèle de représentation de l'état de fonctionnement a des valeurs discrètes.

Le changement d'un modèle à l'autre est nécessaire à différents niveaux et pour différentes tâches du superviseur. Nous pourrions envisager ce passage d'un modèle à l'autre comme la synchronisation de modèles de nature différente élaborés à partir de connaissances diverses. Nous avons choisi de privilégier la génération croisée de ces modèles différents à partir d'un ensemble préalablement consolidé de connaissances.

La figure 1.1 montre le contexte de la génération croisée de modèles pour la supervision telle que nous l'envisageons. La figure 1.2 indique la part du travail que nous adressons dans ce mémoire : la génération croisée d'un modèle discret pour la supervision à partir d'un modèle hybride à dominante continue.

Nous reviendrons dans le chapitre 2 sur les différents modèles de représentation utilisés en supervision et les motivations du choix de la stratégie schématisée figure 1.1 pour atteindre les objectifs assignés au superviseur

Dans ces schémas apparaît la notion d'évènement comme élément de synchronisation entre modèles couplés. Nous reviendrons sur cette notion dans la deuxième partie de ce chapitre, après avoir examiné les spécificités de la supervision de systèmes mécaniques et mécatroniques.

## 1.3 Supervision des équipements mécaniques

### 1.3.1 Evolution des systèmes mécaniques

Les équipements mécaniques ont été munis au cours du dernier siècle de plus en plus d'automatismes. L'avènement de l'électronique a permis de réaliser ces automatismes de façon compacte et robuste. La robotique a fait émerger la notion de centre de commande, organe rassemblant les signaux en provenance des boucles locales d'asservissement et assurant deux fonctions principales. La première fonction est la coordination du mouvement du système mécanique. La deuxième fonction est l'interface homme-machine. Au départ ce centre de commande fournissait des réponses "réflexes"

<sup>3</sup>Graphes à états finis qualitatifs décrivant les comportements possibles d'un système à partir d'un état initial ([3])

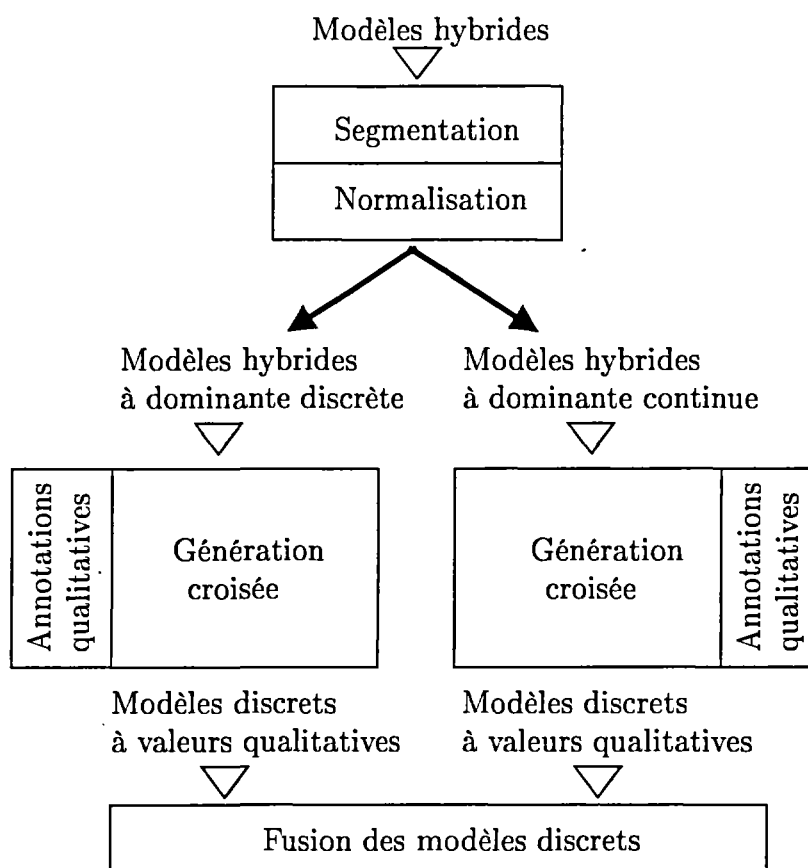


FIG. 1.1 – Génération croisée de modèles pour la supervision

(cablées) aux stimuli. Avec l'informatisation, ces réponses se sont affinées, pour réaliser des fonctions complexes ou simuler une "intelligence" : l'équipement mécanique est devenu "communicant".

Ce raffinement dans l'hybridation mécanique et électronique s'est accompagné de raffinements dans la conception. La recherche de solutions performantes et économes a donné naissance à la "conception intégrée" mécanique et électronique. La logique d'hybridation technologique s'est imposée aux différents niveaux fonctionnels des composants du système mécanique. Le terme "mécatronique" ([4]) recouvre, pour ses usagers, à la fois un état d'esprit - la conception hybride<sup>4</sup> - , et son corollaire physique : le composant hybride (mécanique, hydraulique, pneumatique, électrique, électronique,...). Il sera employé régulièrement dans ce document, malgré une assimilation inégale par la communauté scientifique, qui est peut-être due à cette dualité. La communication, sous forme digitale, a donc gagné tous les étages du système mécanique. Les technologies des réseaux industriels, dits "bus de terrain", se sont imposées depuis dix ans : le premier sujet de préoccupation est maintenant l'interopérabilité des systèmes mécaniques communicants.

Les systèmes mécatroniques augmentent donc en complexité, par croissance interne ou externe. En interne, la réalisation de tâches sans cesse plus évoluées favorise l'augmentation du nombre d'articulations et l'usage de cinétiques complexes. D'autre part, la communication rend dépendant ou partiellement dépendant entre eux des ensembles mécaniques : c'est la croissance externe. Ce contexte technologique fait émerger le besoin d'une supervision ayant des capacités communicantes supérieures ou au moins comparables à celles du système supervisé.

<sup>4</sup>à ne pas confondre avec la notion d'automatisme de "systèmes hybrides" que nous avons déjà abordé

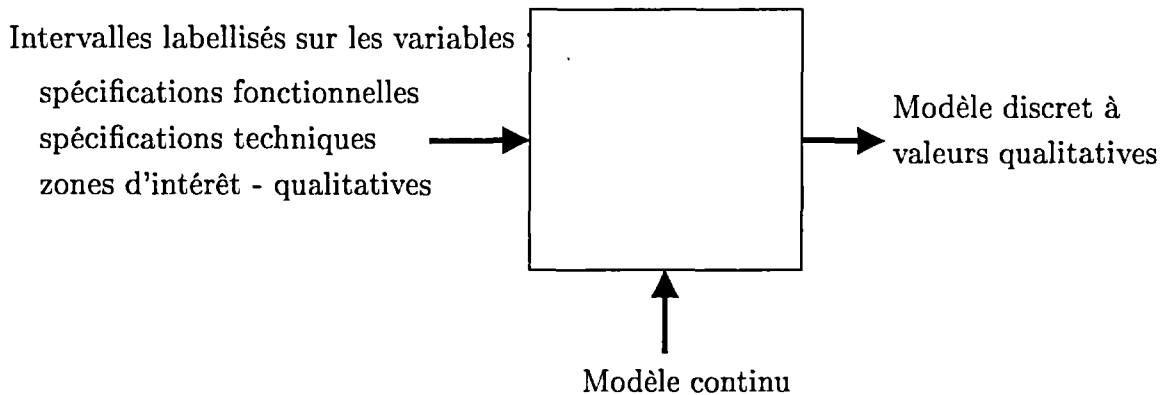


FIG. 1.2 – Génération croisée à partir d'un modèle à dominante continue

### 1.3.2 Catégorisation des systèmes considérés et impact pour la supervision

La supervision, simple ou sophistiquée, est aujourd'hui une réalité opérationnelle dans des processus industriels comme la chimie du pétrole ou l'énergie nucléaire. Nous schématiserons volontairement la situation en indiquant que la supervision de processus industriels signifie des milliers de variables et une aide à la décision aux superviseurs humains qui restent maîtres de la stratégie globale de conduite du processus et de son interruption éventuelle. Dans les cas de systèmes mécaniques qui nous intéressent aujourd'hui, le superviseur de premier niveau devrait gérer de quelques dizaines à quelques centaines de variables. Compte-tenu des temps de réponse qui sont souvent courts, le superviseur électronique doit pouvoir prendre des décisions de façon "autonome" et en "temps réel" dont il référera ensuite a posteriori si nécessaire à l'opérateur humain. Le cahier des charges du système mécanique devrait comporter un volet relatif à la supervision si le système mécanique est vendu avec un tel dispositif. En ce sens, la spécification du superviseur doit être intelligible à un ingénieur généraliste. Nous nous intéressons pour nos applications essentiellement à des machines mobiles.

Nous demandons à un système de supervision d'être capable de communiquer efficacement, notamment avec l'opérateur humain. Cela suppose une certaine capacité d'abstraction.

Les systèmes à base de règles fournissent un cadre séduisant, et souvent employé, pour intégrer de façon évolutive des connaissances explicites au superviseur. L'établissement des règles pour les systèmes mécaniques nécessite des précautions, et cette nécessité est d'autant plus évidente qu'une importante connaissance sur le système est disponible au préalable. L'intelligibilité des règles réside dans celles de leurs prémisses, une certaine homogénéité conceptuelle de ces prémisses est une première exigence. La question de la vérification des règles se pose également, car le nombre peut en être élevé lorsque tout un système de supervision repose sur ce formalisme; la cohérence du système de règles doit être vérifiée ou évaluée. Nous avons enfin une autre préoccupation importante, qui est d'ordre méthodologique, et qui concerne la génération des règles. Cette question est : comment assurer que la base de règles permet d'atteindre les objectifs de la supervision ? L'ensemble des situations correspondant au fonctionnement de l'équipement doit être pris en compte, et pour chaque situation, la valeur de chaque critère visé par la supervision doit pouvoir être déterminée. Nos travaux cherchent à apporter quelques éléments de réponse à cette préoccupation.

Dans notre introduction générale, nous avons évoqué les connaissances disponibles à la conception d'un équipement : spécifications fonctionnelles, modèles géométriques, cinématiques, dynamiques. Comment assurer la cohérence de ces connaissances avec une base de règles, ou mieux, déduire une grande partie des règles de cette connaissance ?

Lorsqu'on analyse le fonctionnement d'un équipement mécanique mobile au cours du temps, on constate l'existence d'instantanés particuliers : action de l'opérateur, arrivée d'un message transmis par un réseau, changements de configuration mécanique (butées, demi-tour,...). La notion d'évènement

apparaît donc comme un concept central.

Nous allons donc examiner cette notion, et nous reviendrons ensuite de façon critique sur l'adéquation d'un système uniquement basé sur des règles avec nos besoins.

## B - Le concept d'évènement

### 1.4 Sens commun du mot évènement

Donnons trois définitions du terme évènement :

**Larousse 3 vol. 1966** Tout ce qui se produit, arrive ou apparaît, et qui se remarque ou peut être remarqué.

**Petit Larousse illustré 1996** 1. Ce qui se produit, arrive ou apparaît ; fait circonstance. 2. Fait important, marquant. 3. Stat. Eventualité qui se réalise dans un univers donné.

**Encyclopedia Universalis (Sociologie)** L'évènement, c'est ce qui "advient" à une certaine date et dans un lieu déterminé. Cette signification, à première vue, à l'air claire. Elle garde cependant une certaine ambiguïté. D'un côté, l'évènement se distingue de l'accident ; l'accident est ce qui arrive aussi, mais d'une manière contingente ou fortuite, ce qui aurait pu ne pas se produire : tandis que l'évènement peut être parfois prédit à l'avance, attendu comme un effet nécessaire à partir d'un certain enchaînement des causes ou de conditions préalables. D'un autre côté, l'évènement ne se confond pas avec le "fait" ; même si l'évènement, en effet, se situe dans une régularité temporelle et où la prédiction prend sa place, le "fait" historique a un sens plus large que l' "évènement" ; le fait est bien "ce qui advient" aussi, ce qui prend place dans un certain temps et dans certains lieux ; mais il n'est pas une donnée de l'expérience, il est construction de l'esprit du savant, construction qui finalement tue l'évènement, dans ce qu'il a d'unique, d'inattendu, de singulier, pour en faire l'expression superficielle de régularités, donc de répétitions, plus profondes.

La première définition met en évidence le rôle de la perception, et les suivantes suggèrent la notion de modèle comme consubstantielle à celle d'évènement. Nous aborderons donc différents modèles de représentation proposés dans la littérature. Nous noterons que la sociologie distingue également le "fait" comme construction *a posteriori*, modèle établi à partir d'un ou plusieurs évènements. La "fouille de données" ou *data mining* sont des méthodes de modélisation *a posteriori* à partir d'un grand nombre d'évènements.

Les statistiques d'une part et les graphes d'autre part sont des exemples de modélisation discrète, et nous aborderons automates et réseaux de Petri ci-après. En conservant la singularité de l'évènement, nous verrons que l'on peut élargir la notion à des modélisations non purement discrètes. Nous allons examiner la notion d'évènement dans le cadre de modélisations discrètes, continues et hybrides continu-discret.

### 1.5 Evènements discrets

#### 1.5.1 Automates finis

Un automate fini consiste en un graphe orienté reliant des états en nombre fini (représentation graphique usuelle : cercle) par des transitions (arcs orientés ou flèches). Dans le cadre de l'analyse lexicale, on attache aux transitions des étiquettes choisies dans un alphabet ou ensemble de symboles<sup>5</sup>. Ces étiquettes identifient des *évènements*, comme l'occurrence d'un symbole dans une file de symboles. Un évènement de "mise à jour" du signal d'entrée (occurrence d'un symbole) ne

<sup>5</sup>Si l'automate est déterministe, à chaque couple (état de départ, symbole) correspond un état d'arrivée.

correspond pas nécessairement à une transition "interne" significative, c'est-à-dire à un changement d'état<sup>6</sup>. La définition formelle d'un automate fini est donnée à la section 4.1. Nous examinons dans les sections suivantes ce qu'est un évènement dans des formalismes plus sophistiqués, comme les réseaux de Petri et les Grafctet.

### 1.5.2 Réseaux de Petri

Citons la définition d'un réseau de Petri formulée dans [5] qui contient celle d'un évènement :

"Un réseau de Petri est un graphe composé de deux types de noeuds, des places et des transitions. Les places sont représentées par des cercles, les transitions par des barres. Des arcs orientés relient les places aux transitions. Un réseau de Petri marqué contient un nombre entier (positif ou nul) de marques, ou jetons, répartis à travers les places. Cette répartition décrit l'état discret du modèle. Les jetons se déplacent dans le réseau de Petri en respectant les règles d'évolution suivantes. Une transition est sensibilisée si chacune de ses places d'entrée (places amont) contient au moins un jeton (dans le cas le plus simple des réseaux pour lesquels aucun poids n'est attaché aux arcs). Lorsqu'elle est sensibilisée, une transition peut être franchie (tirée). Le tir d'une transition correspond à retirer un jeton de chaque place amont à la transition, et à ajouter un jeton à chaque place aval (place de sortie). Le franchissement d'une transition correspond à l'occurrence d'un évènement".

Ce qui vient d'être décrit est un "évènement interne" qui correspond à un calcul. Il fait suite à la modification d'une entrée si le réseau n'est pas autonome<sup>7</sup>. Dans le cas d'un réseau dit "interprété", muni de conditions (entrées) et d'actions (sorties) sur les transitions, la modification d'une entrée va provoquer une "cascade" de tirs de transition, évalués successivement, jusqu'à un nouvel état stable<sup>8</sup>.

Si tous les tirs de transition sont supposés infiniment rapides, l'ensemble des évènements de calcul se produit "successivement" mais à la même date. Un évènement externe de changement des entrées aura une répercussion immédiate sur les sorties. On observera que la "synchronicité" des sorties résulte de cette hypothèse d'instantanéité des transitions. Le réseau de Petri se prête en fait naturellement aux extensions temporisées<sup>9</sup>. Dans ce cas, suite à un évènement externe, les sorties ne sont pas synchronisées. Plusieurs évènements externes peuvent survenir avant que le réseau ait atteint un nouvel état "stable". Le "tir de transition" est plus conforme alors à la notion physique intuitive d'évènement. En effet, la synchronicité de date éventuelle d'évènements dépend du paramétrage du modèle. Il reste cependant encore une précaution à prendre dans l'interprétation événementielle du tir de transition. La synchronicité de date n'implique pas la simultanéité (calculatoire) des changements d'états, qui se succèdent. Par exemple, en cas de franchissement d'une disjonction "ou" ou les conditions logiques de transition sont remplies pour deux branches, une seule sera choisie, de façon non déterministe. C'est une différence avec le Grafctet, formalisme que nous présentons ci-après.

Si l'on considère tous les états intermédiaires entre deux états stables, on peut considérer qu'un évènement dans un réseau de Petri est comme, dans le cas d'un automate fini, une transition entre deux états. Par rapport à un automate fini, c'est le "codage" des états qui change : il est défini à

<sup>6</sup>Prenons pour exemple un automate de vérification de fermeture de parenthèse simple : l'évènement "parenthèse ouvrante" est significatif (changement d'état), l'occurrence de tout autre symbole que des parenthèses renvoie au même état intermédiaire, un évènement "parenthèse fermante" est significatif (état de succès) tout comme un deuxième évènement "parenthèse ouvrante" (état d'échec).

<sup>7</sup>Un réseau autonome ne comporte pas d'entrée ni de sorties, c'est un modèle d'analyse, d'expression de contraintes de ressources et de précédences

<sup>8</sup>Un état stable, pour un réseau de Petri non temporisé, est un état tel que les jetons ne changent pas de place en l'absence de modification des entrées

<sup>9</sup>On distingue les durées sur les places, réseaux dits p-temporisés, et les durées sur les transitions, réseaux dits t-temporisés. Voir par exemple [5]



une étape d'évolution donnée par le nombre de jetons à chaque place. Chaque état possible n'est pas explicitement formulé à la modélisation, mais il est possible d'opérer des vérifications, notamment par le calcul d'un automate fini équivalent, au détriment de la compacité de représentation<sup>10</sup>. Cette équivalence formelle ne signifie pour autant pas une correspondance triviale entre évènements d'automates et de réseaux de Petri dans un contexte applicatif donné.

### 1.5.3 Le Grafcet

Face aux processus réels modélisés, la question de la simultanéité et de la synchronicité peut se poser de façon précise. C'est ce que suggère Guéguen dans ses travaux sur les Grafcet<sup>11</sup> ([7]), où il classe les formalismes de spécification en trois catégories : formalismes à temps continu, formalismes de systèmes réactifs, et formalismes à temps pseudo-continu. Le formalisme des automates finis est dit de type réactif, c'est-à-dire que l'on modélise le comportement du système à des instants spécifiques d'évolution. Le Grafcet fait partie des formalismes à temps continu ([7]), comme un certain nombre d'extensions interprétées des réseaux de Petri.

Le Grafcet est né en 1977 d'un groupe de travail français. Il s'agit d'un outil graphique de spécification de comportement séquentiel, notamment à destination des Automates Programmables Industriels (API<sup>12</sup>). Places et jetons d'un réseau de Petri sont remplacés par un ensemble d'étapes, figurées par un carré simple. Ce carré est doublé pour les étapes actives à l'état initial. L'état, appelé "situation", d'un Grafcet est défini par l'état, booléen, de chaque étape. En effet, une spécificité du Grafcet est la définition des entrées et des transitions. Les entrées, à valeurs booléennes, varient continûment<sup>13</sup>. Les transitions entre étapes sont autorisées en fonction d'expressions logiques sur les entrées et sur des variables logiques supplémentaires qui sont les fronts montants et descendants des variables en entrées. On appelle évènement d'entrée d'un Grafcet le changement de valeur de ce vecteur d'entrées booléennes. Comme dans un automate fini, les évènements d'entrées sont répercutés instantanément en changement de valeurs des sorties (qui sont attachées à certaines étapes). Lors d'un évènement d'entrée, une série de transitions peuvent être successivement validées. C'est ce qu'on appelle "chaîne causale de réactions unitaires" et qui est expliqué sur un exemple ci-dessous.

### 1.5.4 Réactions dans le Grafcet et conséquences sur l'automate équivalent

La figure 1.3 est un exemple donné dans ([7]) qui illustre une "réaction" qui se produit ou non suivant la valeur initiale d'une entrée .

Si l'entrée  $b$  vaut 1 au départ, on qualifiera le passage (2) de l'étape 21 à 22 du Grafcet de "réaction" à l'évènement (1). Remarquons que nous pouvons supposer l'entrée  $a$  à 0 à l'étape 20 du grafcet si cette étape a été atteinte de façon "stable", c'est-à-dire qu'elle reste active en l'absence de changement sur les entrées. Dans le cas contraire, la transition (1) du grafcet serait également fugitive, et l'état courant *dans l'automate* serait, au départ de l'analyse, soit (21), soit (22), suivant la valeur de l'entrée  $b$ .

L'expression des évènements dans l'automate correspondant est un peu complexe et mérite quelques commentaires. Dans le grafcet,  $a$  et  $b$  sont des entrées et les états ne sont pas explicites. Dans les expressions  $\langle a, b/a', b' \rangle$  portées sur l'automate équivalent,  $a$  et  $b$  désignent la valeur des entrées avant la transition (soit "-" si quelconque) et  $a'$  et  $b'$  les nouvelles valeurs après le changement provoquant la transition. Les états représentés dans cet automate décrivent la connaissance que nous pouvons en avoir à partir de l'extrait du Grafcet. L'expression de  $\alpha_1$  signifie un front montant

<sup>10</sup>Il existe des techniques de vérification ne nécessitant pas ce passage à la représentation par automate.

<sup>11</sup>L'acronyme signifie GRAPhe Fonctionnel de Commande Etape Transition ([6]).

<sup>12</sup>en anglais *Programmable Logic Controllers (PLCs)* ou *programmable controllers*

<sup>13</sup>Du moins dans leur expression théorique. Lors de l'implémentation dans les automates programmables, la cadence d'échantillonnage générale des signaux s'applique.

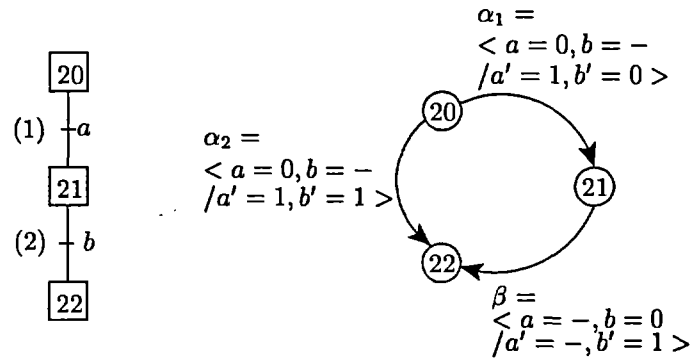


FIG. 1.3 – Passage du grafacet (à gauche) à l'automate (à droite)

sur le signal logique d'entrée  $a \wedge (-b)$ , celle de  $\alpha_2$ , un front montant sur  $a \wedge b$ , et celle de  $\beta$ , un front montant sur  $b$ . Nous remarquerons que le signal d'entrée  $a$  n'intervient pas véritablement dans l'expression de  $\beta$ . La "mémoire" du passage à 1 de  $a$  lors de la transition de l'automate est incluse dans l'état discret (21) de l'automate. Mais cette "mémoire" ne doit pas être confondue avec une entrée : le  $a' = 1$  du passage de (20) à (21) ne conditionne pas l'évolution de l'entrée  $a$  qui peut être quelconque (soit  $a = -/a' = -$ ) lors de la transition de (21) à (22). C'est ce que souligne la formulation dans [7]. Si la transition (1) est suivie d'une "réaction" de passage de (2), les actions associées à l'étape 21 du Grafacet ne seront pas lancées. Comme le montre le schéma sous forme d'automate, il n'y a alors qu'un changement d'état.

Les événements sont mieux explicités dans un automate fini, parce que les états eux-mêmes le sont. Ainsi, les symboles de transition  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , et  $\beta$  de la figure 1.3 sont bien définis, mais le nombre des états de l'automate qui correspondent à la totalité du grafacet et entre lesquels sont utilisés ces symboles, est *a priori* nettement plus important.

Rappelons par ailleurs que le Grafacet contient des mécanismes explicites de parallélisme (disjonctions ET, synchronisation des évolutions parallèles par jonctions ET).

### 1.5.5 Nature temporelle des signaux

Dans ses travaux sur la modélisation hybride ([5]), Champagnat distingue 4 types de modèles : modèles continus, modèles discrétisés, modèles discrets et modèles à événements discrets. Pour la simulation de modèles hybrides, Thévenon ([6]) adopte une classification analogue appliquée aux signaux et illustrée figure 1.4.

Sont figurés en (a) un signal continu, en (b) un signal "impulsionnel", en (c) un signal "discret", et en (d) un signal "événementiel". Le type de signal "discret" est celui d'une entrée pour un Grafacet théorique, ramené à une expression booléenne. Suivant les cas, les entrées d'un automate fini seront de type "événementiel" ou "discret".

### 1.5.6 Graphes d'état

Les graphes d'état (*statecharts*), proposés par Harel en 1987 ([7], [8]), sont une extension des automates finis par plusieurs mécanismes. Chaque transition peut être munie d'une condition de franchissement et d'une action, et le symbole d'évènement déclencheur de transition est facultatif, ce qui peut résulter en une transition non déterministe. Ces automates finis étendus peuvent être "concurrents", c'est-à-dire évoluer en parallèle. Chaque état peut être hiérarchiquement décomposé en un graphe d'état, ce qui peut être comparé à un appel de procédure en programmation

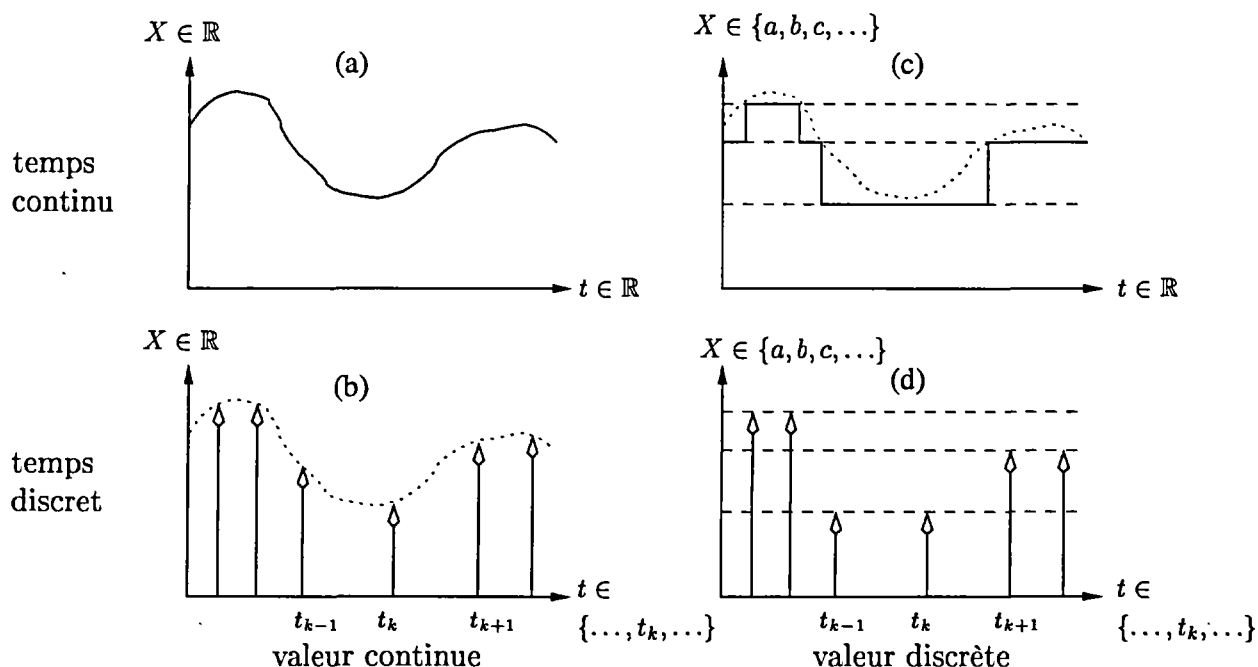


FIG. 1.4 – Les quatre types de signaux définis par Thévenon

impérative. Enfin, les "sous-graphes" d'état peuvent échanger des messages ou information par divers mécanismes. Selon les implémentations et les dialectes des graphes d'état, les comportements peuvent différer, notamment en ce qui concerne le synchronisme des graphes concurrents ([7], [8]). Un graphe d'état comporte des événements explicites, similaires à ceux des automates basiques, et des événements implicites découlant du partage de variables. Nous limiterons dans ce mémoire l'élaboration du graphe d'état à la composition d'automates élémentaires.

### 1.5.7 Remarques et conclusions sur les événements dans les modèles discrets

Nous avons indiqué que le partage de variables induit des événements implicites dans un graphe d'état. Dans d'autres formalismes, cette synchronisation peut être rendue explicite. Ainsi, dans les systèmes à tableau noir rencontrés dans le domaine de l'intelligence artificielle, un événement [9] est un signal généré par une source de connaissance et destiné aux autres sources de connaissance lorsqu'elle vient à modifier le contenu du tableau noir.

Dans les principes de modélisation que nous venons de voir, le temps n'est en général pas représenté explicitement. Dans les approches discrètes, on recherche souvent un synchronisme, qu'il soit une horloge globale ou qu'il consiste en une hypothèse de réaction instantanée, afin de faciliter l'analyse des modèles.

Dans les systèmes discrets, un événement est un "tirage", qu'il soit de nature statistique ou le franchissement d'une transition. La supervision d'un système discret peut être vue comme la simulation d'un modèle de référence<sup>14</sup>, à partir d'un ou plusieurs états initiaux plausibles, simulation comparée à des observations. Ce modèle n'est pas toujours facile à établir. Le recueil d'expertise peut être nécessaire<sup>15</sup>. Le recueil d'expertise doit notamment permettre d'établir la structure du

<sup>14</sup>La méthode proposée dans [10] (ou voir [11]) pour les systèmes manufacturiers flexibles est plus sophistiquée : un bloc de référence modélise les contraintes discrètes temps-ressources du process à l'exception du contrôle lui-même qui a son bloc séparé : ainsi le plan de fabrication peut évoluer sans que cela affecte les capacités de diagnostic du bon déroulement des activités. Le concept de modèle de référence a été adapté dans un cadre de modélisation hybride (voir [12] citée dans [11])

modèle, à partir à la fois de l'ordre des événements, et des règles de comportement portant sur états et événements.

Nous avons examiné différentes modélisations discrètes et la représentation qu'elles proposent de ce qu'est un événement. Lorsque que l'expertise s'exerce sur des processus et signaux continus, sous forme de règles applicables à des événements, la question du passage des variables continues à des événements discrets se pose.

## 1.6 Evènements sur variables continues

Nous explorons ici les manières de définir un événement pour des signaux continus. Nous verrons que le modélisateur peut adopter une approche "synchronisée" ou "asynchrone".

### 1.6.1 Echantillonnage et discrétisation signal par signal

La discrétisation la plus usuelle d'un signal continu consiste en un échantillonnage selon un pas de temps constant. Chaque échantillon, à valeur réelle, pourrait alors être considéré comme un événement. Cependant, assimiler un tel échantillon d'un signal continu à un événement ne respecte pas la notion essentielle de singularité du concept d'évènement. Nous utiliserons l'appellation 'continu-échantillonné' pour l'échantillonnage à pas de temps constant qui constitue souvent une étape imposée par la technologie dans les systèmes de traitement de l'information.

Un événement doit pouvoir être manipulé par des traitements logiques portant sur des ensembles  $Q^n$  dont le cardinal est  $Card(Q)^n$  ou  $n$  est le nombre d'évènements dans un motif (pattern) d'évènements recherché et  $Q$  est l'ensemble des événements ou symboles représentant ces événements.

Il faut donc à tout le moins optimiser le nombre de ces symboles et selon les cas l'échantillonnage temporel.

### Plages de valeurs significatives

La définition de plages significatives pour les valeurs, sous forme d'intervalles est une technique couramment employée en raisonnement qualitatif ([3], [14], [15], [16]). Remarquons que la théorie des ensembles flous permet de raffiner ce procédé en formulant également imprécision et incertitude. La définition d'intervalles pour les valeurs est une discrétisation du signal sous la forme d'un "signal discret" selon la terminologie de Thévenon (fonction d'un temps continu vers un ensemble symbolique). Un événement dans ce cadre est l'occurrence d'un changement de valeur discrète. L' "horloge" définie par ces occurrences d'évènements exhibe des "tics" en nombre limité mais avec une résolution temporelle théorique infinie, ou égale à celle du signal continu échantillonné initial.

### 1.6.2 Discrétisation synchronisée

Une autre manière d'optimiser le passage du domaine continu-échantillonné au domaine discret (ou symbolique) consiste à réaliser des classifications. La méthode précédente est basée sur l'analyse d'un signal isolé. On considère ici l'ensemble des  $m$  signaux, dont l'amplitude a été normalisée, à un instant  $k$  d'échantillonnage donné. On affecte de façon supervisée ou non une classe à ce vecteur  $v(k)$ . En apprentissage non supervisé, on peut fixer le coût de traitement discret en déterminant à l'avance le nombre de classes ou un nombre de classes maximum. Le classificateur Lambda relève d'une telle approche ([17]).

<sup>15</sup>Voir dans [13], par exemple, les méthodologies mises en oeuvre pour le recueil d'expertise auprès d'opérateurs et de responsables de fabrication, en situation, dans l'industrie agro-alimentaire.

Le classificateur n'utilise pas l'information temporelle, on se retrouve dans une situation analogue à celle des automates finis (AF) : le temps est implicite. La fréquence d'échantillonnage doit cependant être fixée en respectant la bande de fréquence utile de chaque signal continu. Nous qualifierons cette approche de "discrétisation synchronisée de signaux continus".

Pour introduire une richesse de description dynamique plus importante tout en évitant une "fréquence d'évènement" trop élevée, Joseph Aguilar-Martin et le LEA-SICA ont introduit un système de supervision qualitatif basé sur une fenêtre temporelle glissante. Une fenêtre comprend  $l$  échantillons vectoriels à  $m$  composantes pris sur une base temporelle  $\tau$ , comme représenté figure 1.5. Des caractéristiques telles que moyennes et tendances, ou plus spécifiques à un problème donné, sont extraites et c'est le vecteur de ces caractéristiques, qui est soumis au classificateur Lambda. Cette approche classificatoire est bien adaptée à la supervision de procédés, particulièrement dans le cas où une expertise peut être apportée par les opérateurs de supervision intervenant à partir des signaux affichés sur leurs écrans de contrôle.

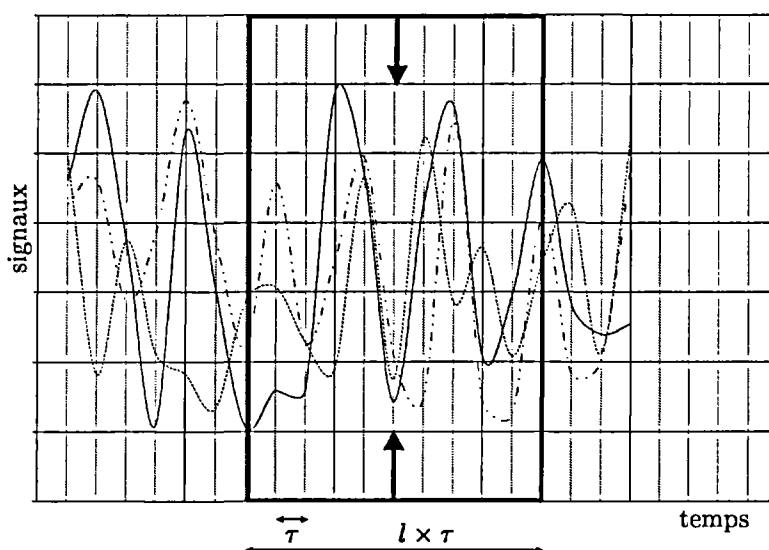


FIG. 1.5 – Fenêtre temporelle glissante

L'étape de perception, qui consiste à passer du continu-échantillonné au discret par classification, est une étape cruciale ; elle est adaptée en fonction de l'application. Le dictionnaire des symboles est réalisé "sur mesure", c'est l'avantage de cette méthode. Lorsque les signaux d'un ensemble mécanique présentent des dynamiques très différentes, avec un grand nombre de signaux, cette approche à fenêtre glissante semble par contre difficile à mettre en oeuvre. Elle a également l'inconvénient, dans sa forme actuelle, de ne pas utiliser la structure topologique et fonctionnelle que présente un système mécanique.

### 1.6.3 Discrétisation basée sur un lexique de formes

Ayrolles ([18]) a proposé, à la suite de travaux de Cheung et Stéphanopoulos, une méthode de description de signal, avec un nombre limité de primitives, répondant à ce problème de signaux à dynamiques multiples. Cette description s'applique signal par signal après échantillonnage à pas de temps constant. Elle vise à une analyse multi-échelles, sans fixer *a priori* la hiérarchie de ces échelles. La notion de granularité temporelle retenue est un coefficient sans dimension s'appliquant à une intervalle de temps  $[t_i, t_j]$ , ratio de sa durée sur la durée totale d'observation (domaine  $[t_1, t_n]$ ).

$$G(\delta_{ij}) = \frac{t_j - t_i}{t_n - t_0}$$

avec  $\delta_{ij} = [t_i, t_j[ \quad j > i$

L'état qualitatif d'une variable X à la date  $t_i \in \{1, \dots, n\}$  est défini par le triplet :





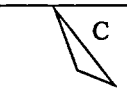


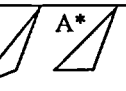
$$S(X, t_i) = \langle x_i, \text{dir}(x_i), \text{ddir}(x_i) \rangle$$

avec  $\text{dir}(x_i) \in \{\text{inc}, \text{std}, \text{dec}, ?\}$ <sup>16</sup> tendance qualitative  
 avec  $\text{ddir}(x_i) \in \{\text{inc}, \text{std}, \text{dec}, ?\}$  courbure qualitative

Dans l'hypothèse de la continuité des dérivées des signaux, Ayrolles appelle "points temporels remarquables" (*dtp* pour *distinguished time-points*) les points singuliers que sont les extrema locaux et les points d'inflexion. Un *dtp*  $t_i$  est tel que :

1.  $\text{dir}(x_{i-1}) \neq \text{dir}(x_i)$  et  $\text{dir}(x_{i-1}) \neq \text{std}$  et  $\text{dir}(x_i) \neq \text{std}$  (extremum) ou
2.  $\text{ddir}(x_{i-1}) \neq \text{ddir}(x_{i+1})$  et  $\text{ddir}(x_{i-1}) \neq \text{std}$  et  $\text{ddir}(x_{i+1}) \neq \text{std}$  (point d'inflexion)

On appelle "épisode" un intervalle de temps  $[t_i, t_j[$  tel que  $\forall k$  tel que  $k \geq i$  et  $k < j$ ,  $\text{dir}(x_k)$  et  $\text{ddir}(x_k)$  ne changent pas. On obtient ainsi huit types d'épisodes, de forme triangulaire et représentés table 1.1. Deux épisodes sont donc séparés par un point singulier. Dit autrement, l'épisode est l'intervalle de temps séparant deux événements ([19]<sup>17</sup>). A chaque étape d'abstraction temporelle, les épisodes sont agrégés en des épisodes trapézoïdaux suivant des règles basées sur la géométrie.

$\text{dir}(x_{i+1}) \rightarrow$ $\text{ddir}(x_{i+1}) \downarrow$	dec	std	inc
dec	 		
inc			 

TAB. 1.1 – Symboles de forme de Ayrolles

### Évènement et abstraction par fusion des épisodes trapézoïdaux

Si nous appelons évènement les *dtp*, nous observerons de moins en moins d'évènements en fonction du niveau d'abstraction. Le raisonnement sur les courbes étant purement géométrique, il n'y a pas de hiérarchie d'importance entre les évènements suivant le niveau d'abstraction.

### Les épisodes : une approche asynchrone

La méthodologie d'Ayrolles a été notamment appliquée à des problèmes agronomiques, comme outil d'aide à l'analyse de mesures et au choix des fréquences d'échantillonnage pertinentes.

Il existe d'autres exemples de jeux de symboles de forme, compatibles ou non avec une analyse temporelle multi-échelle. Celui d'Agrawal, moins sophistiqué, est basé sur la magnitude des dérivées numériques du signal continu échantillonné ([20]). Colomer et Meléndez ont élaboré un lexique de 13 symboles d'épisode. La dérivée seconde (filtrée) est prise en compte ainsi que les dérivées premières

<sup>16</sup>La littérature du raisonnement qualitatif emploie volontiers l'algèbre des signes et utilise généralement la liste de symboles  $\{+, 0, -, ?\}$  ([3])

<sup>17</sup>Le terme épisode n'est pas employé uniquement dans les méthodes à lexique de formes. Dans cette référence concernant les procédés, les données associés à l'évènement "initial" et l'évènement "final" de l'épisode sont de diverses natures

en début et en fin d'épisode. Les auteurs établissent un bref récapitulatif de ce type de représentation et de leur méthodes dans [21].

Si la période d'échantillonnage est faible devant la durée moyenne d'un épisode, on peut qualifier ces méthodes à épisodes d'asynchrones.

#### 1.6.4 Autres approches asynchrones

Le principe d'abstraction du signal continu à partir d'une fenêtre temporelle glissante peut s'appliquer signal par signal. C'est une approche retenue par le LEA-SICA<sup>18</sup> dans sa démarche de conception assistée par ordinateur de systèmes de supervision dans un cadre logiciel de conception de systèmes de contrôle<sup>19</sup>. On distingue 3 niveaux ([22] ou [23]). Le niveau le plus abstrait repose sur un système expert à base de règles traitant des faits. Un niveau intermédiaire permet le calcul qualitatif<sup>20</sup> de variables symboliques qui seront intégrées à la base de faits. Le niveau dit d'abstraction est celui qui nous intéresse ici. Il est basé sur un ensemble d'outils déterminant des caractéristiques diverses du signal considéré observé dans une fenêtre temporelle similaire à celle de la figure 1.5. Ces caractéristiques comptent notamment : tendance qualitative, degré d'oscillation, dépassement de niveau d'alarme,...

#### 1.6.5 Discrétisation des signaux d'un système mécatronique

Nous avons examiné plusieurs approches de définition d'évènements sur des signaux continus. Bien sûr, formellement, il s'agit d'une abstraction et d'un passage au discret<sup>21</sup>. La méthode que nous mettrons en oeuvre pour cela consiste en un partitionnement des variables par intervalles. Cependant, les caractéristiques de tendances apportent une richesse utile à la description abstraite discrète, comme nous l'avons vu avec les épisodes. Pour obtenir cette information de tendance sur  $X$ , il nous faudra donc disposer d'un signal dérivé  $\dot{X}$ . L'approche synchronisée à fenêtre temporelle glissante permet de tenir compte de l'influence mutuelle des signaux, même si elle est mal connue *a priori*, en utilisant des méthodes de classification. En revanche, dans le cas des modèles continus mécatroniques, nous disposons d'une information importante sur la structure des contraintes entre variables, qui permet d'éviter cette étape de classification. Nous verrons au chapitre 2 et surtout au chapitre 4 comment cette connaissance, dont nous donnons une représentation au chapitre 3, participe à la limitation du cardinal de l'ensemble des symboles utilisés.

Nous allons maintenant brièvement examiner comment évènements discrets et évènements issus du domaine continu sont combinés dans les modélisations hybrides.

## 1.7 Evènements dans un modèle hybride

Dans ses travaux en simulation hybride, Thevenon classe les évènements en deux catégories ([6]) :

**Evènement de temps** Ils ont lieu lorsque  $t$  atteint une certaine date, connue à l'avance. C'est par exemple le cas à la fin d'une opération dont la durée est spécifiée. L'anticipation ou la détection de cet évènement se fait à partir du modèle discret.

<sup>18</sup>Laboratoire Européen Associé - Systèmes Intelligents et Contrôle Avancé

<sup>19</sup>CACSD : *Computer Aided Control System Design* ; et pour la supervision CASSD : *Computer Aided Supervisory System Design*

<sup>20</sup>Le langage de représentation est nommé *ALCMEN : Automaticians Language for Causal Modelling for Expert Knowledge*

<sup>21</sup>La littérature citée par Lunze dans [24] au sujet de ce passage au discret concerne d'une part les modèles discrets classiques, automates et réseaux de Petri, et d'autre part la modélisation qualitative. Dans cet article, Lunze prend le point de vue temps discret et pose la question de l'unicité du comportement discret à partir d'un état discret initial, selon la partition opérée sur l'espace d'état continu

**Événement d'état** Ils ont lieu lorsque la trajectoire du vecteur des variables du modèle continu courant traverse une hypersurface donnée. La détection de ce franchissement doit être faite lors de l'intégration numérique du modèle continu, et elle entraîne une modification de l'état du modèle discret.

Champagnat adopte une distinction analogue dans ses travaux sur les réseaux prédicats-transitions-différentiels ([5]). Ces modèles hybrides sont structurés autour de réseaux de Petri colorés, où les jetons ont pour attributs des variables continues et où des fonctions différentielles algébriques sont affectées aux places.

Thevenon définit l'état hybride d'un bloc de simulation ([25]) comme l'union d'un état discret, d'un état continu, d'un ensemble de signaux d'événements actifs, et d'un temps étendu  $t_h = (t, n)$  où  $t$  représente la date de l'évolution continue et  $n$  index l'évolution de l'état discret.

Nous noterons que les événements définis plus haut correspondent, temporellement, au changement de l'état discret, qu'il résulte du modèle discret ou d'un franchissement de seuil (ou d'hypersurface) dans le modèle continu. La spécificité du modèle hybride réside dans cet événement d'état continu dont l'expression est moins sophistiquée que ce que nous avons vu plus haut avec les approches continues qualitatives.

Benazera ([26]) propose, aux fins de diagnostic, un modèle hybride basé sur un système de transitions ([27]). Un système de transitions est, à l'instar des graphes d'état, un modèle composé d'automates finis imbriqués et concurrents. Ces automates sont ici temporisés. Benazera assimile l'ensemble des observations continu-échantillonnées des capteurs et les commandes à des événements, "propagés" aux trois couches du modèle hybride : le niveau continu, le niveau des configurations et le niveau discret. Les transitions sont partagées entre transitions nominales, les commandes, et des transitions de faute qui résultent de la violation de contraintes discrètes ou de contraintes sur les variables continues. Ces dernières contraintes sont des enveloppes sur les magnitudes des variables et mises à jour dynamiquement.

## 1.8 Événements et systèmes à bases de règles

Nous avons argumenté à la section 1.3 que la supervision du couple (équipement mécanique, opérateur) doit offrir les fonctionnalités d'un système à base de règles. Nous avons examiné différentes formalisations du concept d'événement. Un événement relève soit d'un modèle discret, soit de l'interface entre un modèle continu et un modèle discret. Ce modèle discret, ou les états de ce modèle discret, peuvent être implicites.

Nous adressons des applications où la sécurité de l'opérateur est en jeu. Notre exigence sur un système à base de règles est qu'il réponde de façon complète aux spécifications de détection du superviseur. Les états discrets atteignables par le système supervisé doivent donc pouvoir être explicités, soit à la conception du modèle, soit de façon automatisée. C'est pourquoi, **dans la stratégie de supervision que nous envisageons, la fonctionnalité "règles" devrait être mise en oeuvre par des correspondances entre états de modèles discrets à différents niveaux d'abstraction.** La fiabilité des détections repose en premier lieu sur celle du passage des modèles continus aux modèles discrets et qui est l'objet de cette thèse (figure 1.2).

### Définition de l'évènement

Nous retiendrons comme définition de référence :

Un évènement est un changement d'état dans un modèle discret, ou la partie discrète d'un modèle hybride. L'évènement est explicite lorsque l'état précédant l'évènement et l'état succédant à l'évènement sont eux-mêmes explicites.



### Passage du continu au discret

Le cadre et les objectifs de nos travaux sont déjà en bonne partie posés. Les chapitres 3 et 4 décrivent notre méthode de passage du continu au discret répondant aux objectifs de supervision. Le premier expose traite de la représentation des connaissances disponibles initialement, le second du calcul d'un automate fini qui est un modèle support de la supervision. Pour éclairer ce choix de méthode, notre chapitre 2 passe en revue les modèles de représentation pour la supervision applicables dans un cadre mécatronique.



## Chapitre 2

# Modélisation orientée supervision et diagnostic

Historiquement parlant, l'application du concept de causalité à la règle de cause à effet est relativement récente. Dans les philosophies anciennes, le terme cause avait une signification bien plus générale qu'il n'a aujourd'hui. Se référant à Aristote, la scolastique par exemple parlait de quatre formes de "causes". On y trouve la *causa formalis*, qu'aujourd'hui on appellerait la structure ou le contenu conceptuel d'une chose ; la *causa materialis*, c'est-à-dire la matière dont est faite une chose ; la *causa finalis* qui est le but d'une chose et enfin la *causa efficiens*. Seule la cause *efficiens* correspond à peu près à ce que nous désignons aujourd'hui par terme de cause.

*Werner Heisenberg*

La nature dans la physique contemporaine,  
1964, cité dans [28]

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Classification</b>	<b>27</b>
2.1.1	Classification experte dite par "apprentissage supervisé"	27
2.1.2	Classification non supervisée	28
2.1.3	Fouille de données sur des séquences d'alarmes	28
<b>2.2</b>	<b>Equations de comportement quantitatives</b>	<b>29</b>
<b>2.3</b>	<b>Raisonnement qualitatif : QSIM</b>	<b>29</b>
2.3.1	Généralités	29
2.3.2	Les "valeurs repère"	30
2.3.3	Contraintes qualitatives de QSIM	30
2.3.4	Simulation	32
<b>2.4</b>	<b>Autres modélisations qualitatives</b>	<b>33</b>
2.4.1	Envision	33
2.4.2	Théorie du processus qualitatif	33
2.4.3	Ordonnancement de calcul et causalité	33
<b>2.5</b>	<b>Supervision et modélisation hybride</b>	<b>34</b>
<b>2.6</b>	<b>Graphes et modèles causes-effets</b>	<b>35</b>
2.6.1	Précisions terminologiques	35
2.6.2	Arbres de défaillance	36
2.6.3	représentation de l'incertitude	36
2.6.4	Représentation du temps	36
<b>2.7</b>	<b>Notre démarche</b>	<b>36</b>

---

Nous avons présenté notre problème dans l'introduction et abordé la notion d'évènement suivant différents formalismes dans le domaine discret, continu et hybride. Nous avons exprimé le besoin en supervision d'une fonctionnalité "règles" sur des évènements, et suggéré que cette fonctionnalité soit fournie par des liens entre états de modèles discrets à différents niveaux d'abstraction. Nous allons revenir ici sur différentes méthodes d'analyse et d'abstraction employées notamment pour le diagnostic et la supervision.

Cet exposé bibliographique est loin d'être exhaustif, et ne saurait se suffire à lui-même tant la littérature sur ces sujets est importante et emploie des moyens variés. Il ouvre plus largement le domaine scientifique exploitable pour les applications de supervision, notamment dans les méthodes de l'intelligence artificielle.

Nous commencerons par examiner les techniques de la classification, puis les équations différentielles quantitatives ou qualitatives, ainsi que la modélisation hybride qualitative. Nous donnerons également un aperçu des méthodes à base de graphes.

## 2.1 Classification

### 2.1.1 Classification experte dite par "apprentissage supervisé"

Les spécialistes du diagnostic distinguent les méthodes de diagnostic "interne" et de diagnostic "externe" ([28]). Les méthodes internes supposent une "connaissance profonde" du système diagnostiqué ou supervisé. Ladite connaissance prend la forme de modèles algébriques différentiels plus ou moins détaillés, permettant à partir de la connaissance des entrées et des sorties du processus d'estimer un vecteur d'état ou d'identifier des paramètres. Ce sont des méthodes relevant de l'automatique continue. La classification supervisée appartient aux méthodes dites externes de reconnaissance des formes. Notons que les systèmes experts relèvent suivant les cas du diagnostic interne ou externe.

Une terminologie plus rigoureuse rangerait ces méthodes sous l'appellation discrimination (en anglais *discrimination* ou *classification*), méthodes pour lesquelles on peut donner un nombre de classes et des étiquettes (noms) à ces classes. La classification "véritable" (en anglais *clustering*) consiste à déterminer des regroupements entre individus sans connaître à l'avance le nombre de classes.

Les méthodes de discrimination reposent sur trois étapes :

1. La sélection ou le calcul, pour une donnée  $\vec{x}$  (ou *objet*), de caractéristiques (ou *attributs*) à pouvoir discriminant
2. La détermination de labels de classes, le nombre de classes est fixé par un expert
3. L'apprentissage, ici supervisé. Les données disponibles, dont le nombre doit être conséquent, sont présentées au classifieur et à l'expert. En comparant le label fourni par le classifieur et le label fourni par l'expert, le classifieur est modifié. Au cours de cette phase, le classifieur "apprend" les contours des classes.

Le choix de caractéristiques, d'un nombre de classes est en général fait après une analyse exploratoire de données, les statistiques sont un outil essentiel. Dans le cas de systèmes mécatroniques, les méthodes de filtrage et de traitement du signal sont nécessaires à l'élaboration des caractéristiques.

Les "réseaux de neurones" (méthodes connexionnistes) sont un outil populaire pour réaliser des applications de classification supervisée.

La classification peut s'appliquer sur des données "statiques", et moyennant quelques précautions et limitations, à des signaux dynamiques. En effet, l'ordre de présentation des données a une influence sur la convergence des formes des classes.

La classification supervisée permet d'imiter le raisonnement abstrait, qualitatif, d'un expert. Art Brons ([29]) en a fait une démonstration éloquentes en appliquant ces méthodes à l'évaluation qualitative automatisée et visuelle des fleurs.

Karchenasse ([30]) a développé une méthode de diagnostic basée sur une classification de type *k*-plus-proches-voisins hiérarchisée. Le choix des caractéristiques des objets à classer suivant le niveau d'abstraction est fait en utilisant une expertise sur le système diagnostiqué, en l'occurrence un sécateur électrique. La hiérarchisation permet de limiter la taille de la population à tester pour un diagnostic à réaliser donné. Si la discrimination peut être faite à un niveau abstrait, les niveaux détaillés (classes filles de la classe abstraite choisie) sont utilisés pour affiner le diagnostic. Cette méthode permet d'associer expertise et expérience et a été comparée avec une approche plus résolument experte.

### 2.1.2 Classification non supervisée

La méthode de classification Lambda<sup>1</sup>, créée par Joseph Aguilar-Martin et développée notamment par Julio Waissman ([17]), s'apparente aux méthodes connexionnistes mais trouve sa base dans la logique floue. Une spécificité de cette méthode est qu'elle permet de choisir le mode d'apprentissage, supervisé ou non. Lambda dispose en effet d'une classe dite "non-informative", et procède à l'apprentissage de façon séquentielle : chaque objet à classer est comparé aux classes déjà existantes au moment du classement. Lorsqu'un objet est affecté à la classe "non-informative", il servira plus tard de prototype à une nouvelle classe. Le nombre de classes n'est donc pas nécessairement (selon les options du programme) déterminé à l'avance. Ce traitement séquentiel a la conséquence suivante : l'allure des classes dépend de l'ordre de présentation. La problématique est similaire à celle des méthodes connexionnistes : on peut tenter de tirer parti de cette caractéristique pour rendre le système évolutif en fonction de l'évolution des données, ou opérer par réapprentissage successifs pour obtenir une stabilisation de la forme des classes.

### 2.1.3 Fouille de données sur des séquences d'alarmes

La fouille de données (*data mining*) sur des séquences d'évènements ou d'alarmes est une recherche active, notamment dans le secteur des télécommunications ou pour la distribution de l'énergie électrique. La fouille de données est un processus itératif, "hors ligne", ayant pour but de fournir des règles opérationnelles, utilisables "en ligne" par exemple dans la supervision d'alarmes. Un événement consiste dans ce type d'application en un enregistrement à une date donnée d'informations quantitatives et qualitatives.

Klemettinen ([31]), par exemple, a proposé un système de découverte de règles dans lequel on distingue les règles d'association et les règles d'épisode. La définition non formelle de ces règles est la suivante :

**Règle d'association** Si une alarme a certaines propriétés, alors elle aura également certaines autres propriétés.

**Règle d'épisode** Si une certaine combinaison d'alarmes se produit dans une période de temps donnée, alors l'occurrence d'une autre combinaison d'alarmes interviendra dans une certaine période de temps.

Sans se réclamer de la fouille de données, Cordier ([32]) a proposé une méthode de reconnaissance de "chroniques". Une chronique est une séquence typique d'évènements, selon un motif temporel donné. Pour générer la base chroniques, on peut faire appel à des experts, ce qui est délicat ou réaliser une base de chroniques à partir d'un modèle. En l'occurrence, ce modèle est réalisé dans le formalisme des automates à états finis.

<sup>1</sup> *Learning Algorithm for Multivariate Data Analysis*, déjà citée à la section 1.6.2

## 2.2 Equations de comportement quantitatives

Comme nous l'avons dit plus haut, les méthodes "internes" de diagnostic mettent en oeuvre une "connaissance profonde" du système sous forme de modèles algébriques différentiels, qui doivent être validés expérimentalement ([28]).

Zwingelstein distingue trois catégories de modélisation physique pour le diagnostic : la "méthode du modèle", les méthodes de diagnostic par identification de paramètres, et les méthodes de diagnostic par modélisation des signatures.

La "méthode du modèle" compare les sorties d'un modèle "représentatif" (que nous appellerons modèle de référence) et celles du processus réel, les mêmes consignes étant injectées en entrées. Les écarts significatifs sont alors des symptômes d'anomalies. Cette méthode est qualifiée d'"externe" par Zwingelstein car elle n'exploite que les sorties. En mettant en oeuvre de façon itérative, des modèles de plus en plus fins, il est possible de "localiser" l'anomalie. Les méthodes par "signatures"<sup>2</sup> relèvent également du diagnostic "externe".

Les méthodes d'identification de paramètres sont en revanche "internes", car ce sont les paramètres internes eux-mêmes qui sont suivis et dont la déviation par rapport aux valeurs de référence est seuillée. La "localisation" de la défaillance peut alors être déduite en regroupant les paramètres par "composant". [28] consacre un chapitre détaillé à ces techniques.

Cette identification de paramètres suppose un modèle à paramètres localisés<sup>3</sup>, par opposition aux modèles à paramètres distribués. Dans la modélisation des équipements mécatroniques, la modélisation distribuée concerne essentiellement les écoulements fluides et ne sera nécessaire en supervision que dans des cas particuliers.

La réalisation et l'analyse d'un modèle quantitatif équationnel peut être facilitée par l'emploi de la méthode des graphes de lien, dont les principes sont décrits au chapitre 3.

## 2.3 Raisonnement qualitatif : QSIM

Kuipers sépare la problématique de raisonnement à base de modèles en deux sujets principaux, la construction du modèle d'une part, et la simulation ou l'analyse du modèle d'autre part ([1]). La méthode QSIM adresse ces deux questions. La question de la modélisation est abordée par des équations différentielles qualitatives (EDQ<sup>4</sup>). Un algorithme QSIM de simulation des EDQ est proposé. Selon l'auteur, le "raisonnement qualitatif... fournit un niveau de description situé entre les graphes à états discrets et le monde continu : le changement continu est décrit symboliquement, mais d'une façon qui obéit aux contraintes de la continuité".

### 2.3.1 Généralités

Kuipers fournit dans son livre quelques définitions que nous allons traduire ici.

**Surveillance** A partir d'un modèle donné du système et un comportement prévu par ce modèle, suivre un flux d'observations en le consolidant avec le comportement qualitatif pour obtenir une prédiction quantitativement bornée. Identifier les divergences par les contradictions entre les observations et la prédiction. Quand plusieurs modèles ou comportements sont proposés, les suivre en parallèle.

<sup>2</sup>Les fréquences caractéristiques de défauts, en analyse vibratoire des machines tournantes, sont un exemple typique de "signature". Dans le cas de systèmes multi-variables, des techniques de classification doivent être mises en oeuvre, voir section 2.1

<sup>3</sup>*lumped parameter et lumped model* pour modèle agrégé

<sup>4</sup>*QDE : Qualitative Differential Equations*

**Diagnostic** A partir d'un ou de plusieurs modèle donnés d'un organe défectueux, proposés par un processus comme l'analyse de dépendance à partir des divergences, consolider chaque comportement qualitatif prédit par chaque modèle avec les observations disponibles et réfuter ceux qui sont incompatibles. Calculer des probabilités ou autre évaluation de vraisemblance pour ordonner les prédictions restantes. Analyser les prédictions pour sélectionner la meilleure observation à effectuer pour discriminer les modèles.

**Explication** A partir d'un ensemble d'observations du monde, trouver un ou plusieurs modèles compatibles avec les observations. (Voir Surveillance et Diagnostic). Extraire les caractéristiques pertinentes de ces modèles et les communiquer à l'utilisateur.

D'autres distinctions faites par le même auteur entre différents types de données sont également utiles à la compréhension du raisonnement qualitatif.

**Données nominales** Ces données peuvent seulement être comparées pour déterminer l'inégalité ou l'égalité.

**Données ordinales** Ces données permettent de déterminer un ordre ou une égalité. Le raisonnement qualitatif est principalement basé sur l'utilisation de ce type de données.

**Données intervallaires** Ces données peuvent être soustraites pour déterminer la différence entre deux valeurs.

**Données de proportion** Ces données peuvent être ajoutées, soustraites, multipliées ou divisées.

### 2.3.2 Les "valeurs repère"

Enfin, Kuipers distingue entre les "valeurs repère" (*Landmarks*, que nous appellerons aussi valeurs remarquables) et les valeurs "floues" ("*fuzzy values*"). Il regrette que des applications de raisonnement qualitatif ne respectent pas cette distinction. Traduisons ci-dessous la description que l'auteur donne de la première notion.

**Landmark** Les "valeurs repère" sont les "points d'assemblage naturels" qui séparent des ensembles continus de valeurs en régions qualitativement distinctes. Une "valeur repère" est un nom symbolique pour un nombre réel particulier, dont la valeur numérique peut être connue ou non. Il sert de frontière précise pour une région qualitative. Les propriétés qualitatives d'une valeur dans l'ensemble (continu) dépendent en premier lieu de ses relations ordinales avec les "valeurs repère".

Nous noterons qu'il est possible de rajouter, au fur et à mesure d'une simulation des comportements possibles, des "valeurs repère" à celles initialement définies lors de la modélisation. La "valeur repère" particulière "Zero" est utilisée, ainsi que l'algèbre des signes (voir pour une introduction [3]). L'ensemble ordonné des valeurs remarquables pour une variable est appelé un "espace des quantités". La modélisation qualitative de type QSIM commence par l'identification de variables, de valeurs remarquables pour ces variables, et de contraintes qualitatives entre les variables. Elle est aussi synthétiquement présentée dans [3].

### 2.3.3 Contraintes qualitatives de QSIM

Les contraintes qualitatives sont catégorisables.

**contraintes arithmétiques** sommes, soustractions, produits

- contrainte somme sur  $x, y, z \forall t, \quad x(t) + y(t) = z(t)$
- inversion de signe  $\forall t, \quad -x(t) = y(t)$
- contrainte somme nulle  $\forall t, \quad a(t) + b(t) + \dots + z(t) = 0$
- $\forall t, \quad x(t).y(t) = z(t)$



**contraintes différentielles**  $\forall t, \dot{x}(t) = y(t)$

**contraintes fonctionnelles** (fonctions continument différentiables)

**contraintes strictement monotones**  $M^+(x, y)$  signifie  $\exists f$  telle que  $\forall t, y(t) = f(x(t))$  et  $f$  est croissante.  $M^-(x, y)$  a une significations similaire, pour une fonction  $f$  décroissante. Cette fonction est généralisée au cas  $f = f(x_1, \dots, x_n)$ , le signe applicable à  $f/x_i$  n'étant pas le même pour tout  $i$ .

**contraintes monotones avec saturation**  $S_{(a,b)(c,d)}^+(x, y)$  signifie  $\exists f$  telle que ( $f'$  désignant la dérivée de  $f$ ) :

$$\begin{aligned} b &= f(a) \text{ et pour } x(t) \leq a, y(t) = f(x(t)) = b \\ d &= f(c) \text{ et pour } x(t) \geq c, y(t) = f(x(t)) = d \\ f'(a) &= 0, \quad f'(c) = 0, \quad \forall x, a < x < c, y(t) = f(x(t)) \quad f'(x) > 0 \end{aligned}$$

Cette courbe est en forme de "S".  $S_{(a,b)(c,d)}^-(x, y)$  désigne une contrainte similaire avec  $f$  strictement décroissante entre  $a$  et  $c$ .

**contraintes monotones par morceaux**  $U_{(a,b)}^+(x, y)$  signifie  $\exists f$  telle que  $\forall t, y(t) = f(x(t))$ , avec pour  $x < a, f'(x) < 0, f'(a) = 0, f(a) = b$ , et pour  $x > a, f'(x) > 0$ . Cette courbe est en forme de "U" avec un minimum en  $(a, b)$ .  $U_{(a,b)}^-(x, y)$  est un "U" inversé et  $(a, b)$  est son maximum.

**tendances : contraintes unaires de monotonie ou de constance** Elles sont exprimées au moyen de la fonction signe à valeurs dans  $S = \{+, 0, -\}$ .

- constance  $\forall t, \dot{x}(t) = 0$  (noté *std* pour *steady*)
- décroissance  $\forall t, \dot{x}(t) < 0$  (noté *dec* pour *decreasing*)
- croissance  $\forall t, \dot{x}(t) > 0$  (noté *inc* pour *increasing*)

L'ensemble de ces contraintes forme un système d'EDQ (Kuipers dit "une" EDQ). Une partie de la résolution est faite, à un instant donné, par propagation de contraintes. Pour les contraintes de monotonie, il s'agit de propagation de signes (0 compris). Dans l'extension Q2 (*Qualitative+Quantitative*) de QSIM, certaines "valeurs repère" peuvent être remplacés par des intervalles. La propagation de contraintes utilise alors l'arithmétique des intervalles (se reporter pour cette arithmétique à la section 4.4.1). La propagation de contraintes vise à déterminer les valeurs qualitatives de toutes les variables, ou quand cela n'est pas possible, un ensemble contenant exhaustivement les solutions possibles<sup>5</sup>. La valeur qualitative d'une variable est définie ci-dessous. Le principe de l'algorithme de résolution de contraintes<sup>6</sup> utilisé dans QSIM, *Cfilter*, est expliqué en détail dans [1]. Le graphe adopté pour formaliser les contraintes a pour noeuds les contraintes et les variables pour arêtes. L'élimination d'états non compatibles avec les contraintes est appelé **filtrage** et cette terminologie sera reprise au chapitre 4.

## Etats dans QSIM

Pour déterminer, en simulation dynamique, l'évolution entre deux instants, on distingue deux types de transitions et d'états. Les P-successeurs qui sont les états sur une période  $[t_j, t_{j+1}]$  de l'état au temps  $t_j$ , et les I-successeurs qui font suite à un état sur cette période à l'état au temps  $t_{j+1}$ .

**Définition ([1])** La valeur qualitative d'une fonction  $f(t) : [a, b] \rightarrow \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ , notée  $QV(f, t)$ , selon l'espace ordonné des quantités  $l_1 < \dots < l_j < \dots < l_k$  est le couple  $\langle qmag, qdir \rangle$  où :

$$qmag = \begin{cases} l_j & \text{si } f(t) = l_j \\ (l_j, l_{j+1}) & \text{si } f(t) \in ]l_j, l_{j+1}[ \end{cases}$$

<sup>5</sup>Il peut comprendre des fausses (*spurious*) solutions, problème que soulève Kuipers lui-même

<sup>6</sup>CSP : *Constraint Satisfaction Problem*

L'état, pour une variable  $x$ , à un instant donné  $t_j$ , est défini par le couple  $\langle qmag, qdir \rangle$  où  $qmag$  défini ci-dessous prend ses valeurs dans l'espace des quantités de  $x$  et  $qdir$ , la tendance, prend ses valeurs dans  $\{std, inc, dec, ?\}$ . Le signe ? permet d'exprimer l'absence d'information sur la tendance, il est d'ailleurs classiquement rajouté à l'ensemble  $S$  de l'algèbre des signes :  $S' = S \cup \{?\}$ .  $qmag$  peut être autre chose qu'un singleton, nous le verrons ci-après.

L'état sur une période  $[t_j, t_{j+1}]$  est également défini par un couple  $\langle qmag, qdir \rangle$  ou  $qmag$  est systématiquement un couple de valeurs remarquables adjacentes. Dans le cas particulier où  $qdir = std$ ,  $qmag$  est une valeur remarquable unique  $l_j$ .

### 2.3.4 Simulation

Cette simulation comprend deux problématiques. La première consiste à retrouver l'ensemble des états initiaux possibles, à partir d'une information incomplète sur l'état initial et un système d'EDQ. La seconde consiste pour un état et un système d'EDQ donné à trouver les états successeurs.

Une table dans ([3] ou [1]) donne les combinaisons état-successeurs, selon une variable donnée, pour chaque type d'état (valeur remarquable ou intervalle entre valeurs remarquables, tendance)<sup>7</sup>.

QSIM construit un arbre de l'ensemble des comportements possibles à partir du ou des états initiaux. Comme l'objectif est de prédire l'ensemble des comportements possibles, l'arbre est créé par croissance en largeur. Dans des cas de surveillance, priorité peut par exemple être donnée à la croissance en profondeur. Il est important de noter que la simulation est terminée lorsque l'arbre est entièrement exploré, ce qui peut ne jamais arriver.

**Création dynamique de "valeurs repère"** Si nous considérons les transitions

$\langle ]l_j, l_{j+1}[ , inc \rangle \Rightarrow \langle ]l_j, l_{j+1}[ , std \rangle$  ou  $\langle ]l_j, l_{j+1}[ , dec \rangle \Rightarrow \langle ]l_j, l_{j+1}[ , std \rangle$ , nous pouvons en déduire d'une part que l'intervalle  $]l_j, l_{j+1}[$  représente une valeur  $l^*$  qui y est incluse et d'autre part que cette valeur  $l^*$  est importante car c'est un minimum local. Le simulateur QSIM crée des valeurs repère dans de telles circonstances, ainsi que pour représenter la valeur initiale d'une variable, ou la valeur d'une variable lors d'un changement de région opératoire.

Précisons cette notion de région opératoire. Les régions sont en fait définies dans l'approche de Kuipers par les transitions de région elles-mêmes. La définition de la fonction de transition (tirée de [1]) est donnée ci-dessous.  $S(t)$  désigne l'état et  $R$  la région.

**Fonction de transition**  $S(t) \in R \mapsto S'(t) \in R'$   $S'(t)$  est défini par :

- Le système QDE pour la nouvelle région  $R'$
- Les variables de  $S(t)$  dont la magnitude doit être héritée par des variables de  $S'(t)$
- Les variables de  $S(t)$  dont la tendance doit être héritée par des variables de  $S'(t)$
- Les variables de  $S'(t)$  dont les valeurs qualitatives doivent être fournies explicitement.

Le changement de région opératoire correspond à deux choses selon Kuipers. La première interprétation correspond à un "changement de point de vue" sur la manière de décrire un mécanisme dont l'état reste le même lorsque la transition a lieu. La transition peut également correspondre, c'est la deuxième interprétation, à un "changement discontinu" (rebond idéalisé, fermeture d'interrupteur, ...).

Nous verrons aux chapitres 3 et 4 qu'un certain nombre des problèmes abordés par QSIM pour la simulation qualitative correspondent à notre problématique de supervision. Nous avons basé notre analyse sur une modélisation intermédiaire différente, mais nous nous servons des outils théoriques du raisonnement qualitatif en général, et de QSIM en particulier.

C'est pourquoi nous concluerons cet exposé des principes de QSIM par le problème de la représentation des transitions entre états. Kuipers expose dans son ouvrage les avantages et inconvénient de la représentation des états successifs sous forme d'arbre, qui est utilisée préférentiellement dans

<sup>7</sup>Qualitative Successor Table

QSIM, ou sous forme de graphe de transition (appelé alors *envisonnement*<sup>8</sup> - *envisonnement*, voir section 2.4.1). L'inconvénient attribué à l'envisonnement est que l'énumération de tous les états est nécessaire avant de faire une simulation, ce qui, en général, empêche la création de nouvelles "valeurs repère" au cours de la simulation. Son avantage réside dans une représentation finie (même si elle peut être de taille importante) de trajectoires infinies de comportement. Notre approche de la supervision autorise le partitionnement *a priori*, et nous avons choisi une représentation discrète par graphe de transition.

## 2.4 Autres modélisations qualitatives

### 2.4.1 Envision

De Kleer et Brown ont introduit la notion de *confluences* ([3]) qui sont les contraintes d'évolution des variables. Une variable dans le programme *Envision* appartient à l'espace des quantités  $S = \{-, 0, +\}$ . Les confluences peuvent être considérées comme décrivant des tendances d'évolution autour d'un équilibre. La simulation d'un ensemble de confluences à partir d'un état initial est exprimé sous forme d'un graphe d'états, c'est-à-dire un "*envisonnement*". L'algèbre des signes est employé (voir [3] et section 4.7.2).

Les approches QSIM et Envision ont fait l'objet de rapprochements. Ainsi, il a été dérivé de l'algorithme QSIM une méthode réalisant un envisonnement à partir d'une description de type EDQ, comme nous l'avons mentionné à la section 2.3 ([3],[1]).

L'envisonnement "atteignable" d'un EDQ est l'ensemble des états accessibles à partir d'un état initial ou d'un jeu d'états initiaux. On appelle envisonnement "total" l'ensemble exhaustif des états possibles ([1]).

De Kleer et Brown ont également proposé une modélisation en termes de composants et de connexions ([3]).

### 2.4.2 Théorie du processus qualitatif

Un principe de la théorie de Forbus (*QPT : Qualitative Process Theory*) est que les processus<sup>9</sup> sont au coeur de la compréhension humaine du monde physique ([33]). Citons comme exemple de processus, l'écoulement, le mouvement, la compression, l'ébullition,...

Un processus est défini par cinq éléments ([33] et [3]) :

- Individus (objets)
- Préconditions
- Conditions sur les valeurs
- Relations
- Influences

Quand tous les individus mentionnés pour un processus existent, que les préconditions (logiques) sont remplies et que les conditions sur les valeurs sont satisfaites, alors les relations et les influences sont valides.

### 2.4.3 Ordonnancement de calcul et causalité

La causalité joue un rôle important dans les méthodes de l'intelligence artificielle. Elle modélise alors le sens opératoire d'un calcul symbolique ou d'une inférence logique. L'expertise est très souvent représentée sous formes de règles causes-effets. La réalisation de systèmes de décision portant sur des données physiques et s'inspirant du raisonnement expert humain motive la recherche de méthodes

<sup>8</sup>L'algorithme QSIM est adaptable à cette représentation

<sup>9</sup>ou les phénomènes mais le terme anglais employé est *process*

permettant d'extraire une causalité de modèles physiques de type équationnel. Ainsi distingue-t-on dans [3] les méthodes à causalité explicite des autres.

On trouvera dans [34] un exemple d'extraction de graphe causal à partir d'un graphe de liens. Ce graphe causal décrit une causalité d'évolution des variables, avec un sens d'évolution. Nous examinerons au chapitre 3 la façon dont est établie la causalité dans un graphe de liens. Nous verrons que dans un graphe de liens la causalité ne représente pas uniquement un sens opératoire, car elle s'appuie en premier lieu sur la dualité effort-flux : une partie d'un système ne peut imposer à la fois effort et flux. Lorsqu'un graphe causal, la causalité étant prise comme orientation de calcul et de raisonnement, est obtenu de cette façon et que la configuration du système change (soit par exemple une fermeture ou ouverture de vanne, une butée idéalisée), alors la causalité du graphe de liens doit être révisée, ainsi que le graphe causal. Des travaux sur la simulation de systèmes hybrides comme [6] ou la représentation de systèmes dynamiques ([35]) posent le problème de la permanence de cette causalité de calcul au cours de l'évolution du système.

Quand une modélisation dynamique est réalisée en analysant des déviations par rapport à un régime stationnaire, la controverse est présente quant à la manière d'établir une causalité ayant un sens physique. L'importance de celle ayant opposé De Kleer et Iwasaki tient beaucoup au caractère inhabituellement pugnace des propos. On recommandera la consultation de ces références ([36], [37], [38]) dans une version augmentée d'une préface, ou la synthèse faite dans [39]. Iwasaki souligne l'importance du choix des variables exogènes, et nous pouvons mettre ce choix en relation ce choix avec celui des sources dans un graphe de liens (se reporter au chapitre 3).

Travé-Massuyès a développé un moteur de simulation appelé Ca-En (pour *causal engine*, [3]). Ce moteur réalise un compromis entre modélisation causale et modélisation non causale en distinguant deux niveaux. Le premier décrit les influences entre variables et est orienté. Le second comporte des contraintes non orientées dites globales. Ce moteur a été, par exemple, mis en oeuvre sur un système de diagnostic de turbine à gaz ([40]).

## 2.5 Supervision et modélisation hybride

Lunze *et al* ([41]) remarque à propos du contrôle de niveau superviseur (*supervisory control*) de systèmes à variables continues que la modélisation abstraite de ceux-ci sous la forme d'un modèle à événements discrets comporte des limitations pour la supervision. Notamment le comportement temporel dans modèles comme les automates ou les réseaux de Petri ne comporte pas un temps absolu. C'est pourquoi le modèle discret doit être combiné avec une information quantitative. Il propose donc une modélisation hybride. Le niveau plus abstrait des états qualitatifs consiste en un réseau de Petri. A chaque place est associé un état qualitatif et un modèle quantitatif "local" permettant d'obtenir une information temporelle précise. En termes de séquence d'évènements, le réseau de Petri est chargé de décrire les évènements susceptibles d'arriver et les équations différentielles de donner une prédiction de la date de leur apparition. Le contrôle consiste alors en un parcours de graphe pour trouver les chemins les plus courts menant à l'état souhaité. Il est suivi d'un filtrage des solutions erronées<sup>10</sup> grâce au modèle quantitatif, et des solutions ne garantissant pas avec certitude l'accès à l'état souhaité. Nous avons décrit différentes manières de définir un évènement au chapitre 1. Lunze distingue deux modélisations discrètes obtenues par partitionnement des variables d'un modèle continu. Le premier type est la modélisation par quantification en temps discret<sup>11</sup>, qui correspond à une discrétisation par intervalles des valeurs d'un signal continu-échantillonné<sup>12</sup>. Le deuxième type est la modélisation par quantification en évènements discrets, ou les instants consi-

<sup>10</sup>spurious solutions

<sup>11</sup>discrete-time quantised system

<sup>12</sup>ou à un signal "évènementiel" à pas de temps constant selon la terminologie de Thévenon donnée à la section 1.5.5

dérés sont ceux du passage d'un état dans la partition à un autre<sup>13</sup>. Lunze *et al* examine dans [24] sous quelles conditions de partitionnement, restrictives, le comportement discret à partir d'un état initial est "déterministe"<sup>14</sup>. Il souligne également que la littérature sur la modélisation par événements discrets de systèmes à variables continues se divise en deux branches principales, les systèmes hybrides et la modélisation qualitative, mais comporte des thèmes de recherche similaires.

Dans un autre article (safeprocess2000) Lunze et Schröder proposent un exemple de diagnostic d'un système hybride simple<sup>15</sup>. Ce diagnostic est fondé sur formalisation d'entrées-sorties similaire à celle des "chroniques". La question du diagnostic est de savoir, pour une séquence d'entrées et de sorties, quels états de défaillance ou de non-défaillance du système sont compatibles. On peut considérer qu'il s'agit d'un principe de diagnostic à base de modèles de référence, vu sous forme continue à la section 2.2 et vu ici sous une forme discrète. Le principe en est simple : pour chaque mode discret lié à une commande ou à un défaut, un automate est généré à partir d'un partitionnement sur les variables continues. Ensuite, et dans l'exemple à partir uniquement des sorties, on recherche l'automate compatible, sans connaître l'état initial. Plus généralement, le problème de diagnostic est formulé comme la recherche de l'état initial à partir d'une séquences d'entrées-sorties, c'est-à-dire un problème d'observation d'état.

## 2.6 Graphes et modèles causes-effets

### 2.6.1 Précisions terminologiques

La déduction est un processus qui à partir de connaissances considérées comme acquises, consiste à en tirer d'autres qui en sont les conséquences<sup>16</sup>. En supervision ou en diagnostic, on observe en général ces conséquences et il s'agit de remonter aux "causes", lesdites causes étant une manière de décrire l'état du système. On veut donc faire le "contraire" de la déduction, et cette opération porte deux noms différents, l'induction et l'abduction, qui ont des sens différents suivant les auteurs. Nous allons en reproduire plusieurs.

#### Abduction

**Formulation 1** "L'abduction vise à construire des hypothèses aptes à vérifier des faits" ou "L'abduction consiste à inférer des causes à partir des effets"[2]

**Formulation 2** "La capacité à deviner l'hypothèse qu'il faut soumettre à l'expérience, laissant de côté, sans les examiner, la vaste majorité des hypothèses possibles" ([42])

**Formulation 3** Définition formelle dans [9] : suit le schéma d'inférence  $\frac{\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)) \quad Q(a)}{P(a)}$

#### Induction

1. "L'induction consiste à inférer une règle générale à partir d'un exemple" [2] Elle se formalise mathématiquement par l'inférence ([9])  $\frac{P(a) \quad Q(a)}{\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))}$  On remarquera que l'ordre ou la qualité des énoncés  $P(a)$  et  $Q(a)$  a une importance sur l'hypothèse générée.

Nous retiendrons que ces deux notions concernent la génération d'hypothèses. Elles sont parfois toutes les deux réunies sous le vocable induction. On recherche souvent en diagnostic à "inverser" un schéma causal, c'est à dire à proposer des hypothèses de causes de fautes. L'approche par arbre de défaillance est une démarche inductive, présentée plus loin.

<sup>13</sup>soit un signal "discret" selon la terminologie de Thévenon

<sup>14</sup>c'est-à-dire unique pour un état discret initial donné. Ce déterminisme de de comportement ne doit pas être confondu avec le déterminisme d'un automate fini, qui dépend de l'étiquetage des transitions

<sup>15</sup>à base de réservoirs et de valves (ou tuyau potentiellement bouché)

<sup>16</sup>Définition inspirée du "Que sais-je ?" : Le Raisonnement

Zwengelstein ([28]) distingue le diagnostic par modélisation fonctionnelle et matérielle, basée sur une logique cause-effets et probabiliste, et le diagnostic par modélisation physique (notamment de systèmes continus).

### 2.6.2 Arbres de défaillance

Une forme particulière de modélisation de relations cause-effet est l'arbre de défaillance, utilisé en diagnostic. Le sommet d'un tel arbre est une défaillance, et les noeuds enfants sont des symptômes, provoquant eux-mêmes d'autres symptômes. Sa mise en oeuvre relève d'une démarche inductive ([28]). Un inconvénient pratique de cette méthode dans l'ensemble du processus de conception d'une installation ou d'un équipement est qu'elle nécessite une modélisation spécifique. Pour permettre une certaine réutilisabilité des modèles d'un processus à l'autre, Kavčič et Juričič ([43]) proposent la réalisation de "mini-arbres de défaillance" correspondant à des composants physiques. L'arbre de défaillance global est alors réalisé par assemblage, ce qui est un concept de CAO<sup>17</sup> de modèle de diagnostic.

Notons qu'à l'inverse, l'AMDE(C)<sup>18</sup> est une technique déductive ([28]). Elle construit les effets des défaillances des composants.

### 2.6.3 représentation de l'incertitude

Lunze et Schiller ([44]) proposent, pour le diagnostic d'une centrale énergétique, une méthode de diagnostic de défaillance basée sur une modélisation des probabilités conditionnelles de symptômes et un graphe causal liant ces symptômes. Ce dernier est utilisé pour la partition du modèle probabiliste en sous-modèles, ce qui permet de décomposer la tâche du diagnostic

### 2.6.4 Représentation du temps

Nous signalerons une méthode particulière de représentation de la succession temporelle d'évènements et d'actions. Elle porte le nom de "chronique" (*chronicle*) et a été élaborée par Ghallab ([45]) sur la base de la constatation suivante. La supervision de systèmes dynamiques complexes nécessite de raisonner sur des "scénarios" consistant en des ensembles d'évènements temporellement liés. Le planning élaboré par un système de planification peut également être représenté comme un "scénario prédit", ensemble d'évènements temporellement liés dans un contexte donné. Une "chronique" est un tel scénario. La logique proposée comprend deux types de prédicats, à savoir des "évènements", qui sont des changements de valeur d'un attribut donné à une date donnée, et des "maintiens" qui représentent la conservation d'une valeur sur un intervalle de temps.

Nous avons évoqué au chapitre 1 les nombreuses extensions temporisées des modélisations discrètes. Palshikar ([46]) a proposé une notation temporelle floue pour le diagnostic, basée sur la logique propositionnelle temporelle.

## 2.7 Notre démarche

Nous avons choisi la représentation discrète de type automate à états fini car elle permet une complexité incrémentale tout en rendant claire au modélisateur la taille de l'espace de raisonnement. Nous trouvons dans QSIM des outils mathématiques qui nous permettront, à partir d'une représentation d'état basée sur des intervalles, d'obtenir un modèle discret représentant l'information qualitative utile à la supervision. Notre démarche est d'utiliser au maximum les informations

<sup>17</sup> Conception Assistée par Ordinateur

<sup>18</sup> Analyse des modes de défaillance, de leurs effets (et de leur criticité)

disponibles pour développer les modèles de représentation pour la supervision plutôt que de développer des modèles entièrement spécifiques, comme c'est le cas avec QSIM. C'est pourquoi nous utiliserons les modèles dynamiques quantitatifs, que nous représenterons sous forme de graphe. Le chapitre 3 développera la méthode de réalisation de ce graphe, ainsi que les principes d'annotation qui lui adjoignent des informations de structure et des informations qualitatives. Le chapitre suivant présentera les méthodes de calcul du modèle discret de représentation.





## Chapitre 3

# Le schéma semi-causal dynamique : un outil de synthèse

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Modèle du système</b>	<b>42</b>
3.1.1	Modèle physique standard	42
3.1.2	Modèle standard de l'exemple didactique	44
3.1.3	Modèle physique nominal	45
3.1.4	Modèle nominal de l'exemple didactique	46
<b>3.2</b>	<b>Modèle d'observation</b>	<b>46</b>
3.2.1	Définitions	46
3.2.2	Cas de l'observation directe	46
3.2.3	Cas de l'observabilité en temps échantillonné	47
3.2.4	Modèle d'observation de l'exemple didactique	47
<b>3.3</b>	<b>Grandeurs énergétiques</b>	<b>48</b>
3.3.1	Définitions	48
3.3.2	Sources énergétiques	48
3.3.3	Variables énergétiques et variables d'état	48
<b>3.4</b>	<b>Causalité au sens graphe de lien</b>	<b>49</b>
3.4.1	Causalité des sources	50
3.4.2	Causalité des éléments de stockage	50
3.4.3	Causalité des éléments non stockants	51
<b>3.5</b>	<b>Causalité au sens graphe informationnel causal</b>	<b>52</b>
3.5.1	Brève description du graphe informationnel causal	52
3.5.2	Définition formelle du graphe GIC	53
3.5.3	Commentaires	53
<b>3.6</b>	<b>Définir une représentation de la dynamique continue</b>	<b>54</b>
3.6.1	Cadre de référence	54
3.6.2	Causalité logique et causalité énergétique	54
3.6.3	Nos choix	55
<b>3.7</b>	<b>Composants</b>	<b>56</b>
3.7.1	Définition générale	56
3.7.2	Composants énergétiques	57
3.7.3	Composants énergétiques élémentaires	57
3.7.4	Composant de couplage énergétique	57
3.7.5	Exemple : composants énergétiques	58
3.7.6	Composants informationnels commutables	59
3.7.7	Composant informationnel orienté	60
<b>3.8</b>	<b>Hierarchie de variables et de composants</b>	<b>60</b>
3.8.1	Principe du regroupement hiérarchique	60
3.8.2	Hierarchie de composants et hiérarchie objet	60
3.8.3	Exemple : vue hiérarchique en composants	61
<b>3.9</b>	<b>Le SsCD : un graphe à variables continues</b>	<b>62</b>
3.9.1	Introduction au SsCD	62
3.9.2	Définition formelle du SsCD	64
3.9.3	Spécificités du SsCD	65
<b>3.10</b>	<b>Schéma semi-Causal Nominal</b>	<b>66</b>
3.10.1	Définition	66
3.10.2	Etablir le schéma semi-causal nominal	66
3.10.3	Exemple : schéma semi-causal préliminaire	67
3.10.4	Exemple : schéma semi-causal réduit	68
3.10.5	Exemple en rajoutant une source d'effort	68

<b>3.11 Schéma semi-Causal Signé</b> . . . . .	<b>69</b>
3.11.1 Signe d'influence . . . . .	69
3.11.2 Exemple : monotonie et signe d'influence . . . . .	70
<b>3.12 Schéma semi-Causal Annoté</b> . . . . .	<b>71</b>
3.12.1 Modalités et intervalles qualificatifs . . . . .	71
3.12.2 Types des annotations . . . . .	72
3.12.3 Exemple : schéma semi-causal annoté . . . . .	73

---

Nous allons dans ce chapitre et le suivant décrire notre méthode de passage d'un modèle physique "standard" à un modèle discret ou hybride de représentation d'état pour la supervision. Nous commencerons par définir les caractéristiques de ce modèle "standard" et les hypothèses que nous devrons prendre, puis les notions de composant et de hiérarchie de composant. Nous établirons ensuite un graphe causal "nominal". Nous verrons comment ce graphe, que nous appellerons Schéma semi-Causal Dynamique, peut être annoté en fonction des spécifications du système et du superviseur à réaliser.

C'est dans le chapitre suivant que sera abordé le modèle discret. La méthodologie que nous proposons consiste en somme à établir de façon systématique un "graphe à variables" qui sera traduit en un graphe d'état.

Les chapitres ultérieurs montreront l'application de cette méthodologie à un cas réaliste, en allant jusqu'à la réalisation en simulation du superviseur. Dans le présent chapitre, nous utiliserons un exemple didactique, simple de par sa structure, mais qui pose déjà un certain nombre de problèmes que nous rencontrerons dans des modèles d'équipements réels plus complexes. La définition de chaque notion sera ainsi illustrée sur notre exemple.

Ce que nous appelons modèle "standard" correspond aux modèles classiquement utilisés pour la simulation dynamique de systèmes mécatroniques à diverses fins : vérification comportementale, efforts mis en jeu, mise au point de contrôleurs. Nous avons détaillé cette approche de prototypage virtuel dans [47].

## A - Système : modèles et hypothèses

Nous allons présenter ici notations, formalisme et hypothèses des modèles. Nous distinguerons deux modèles, le modèle du système à superviser et ce modèle complété des modèles de mesure et de reconstruction d'état que nous appellerons alors modèle d'observation. Nous déduirons de ce dernier, et de la vue topologique hiérarchique (hiérarchie des composants), un "modèle de supervision" dans les parties qui suivront.

### 3.1 Modèle du système

On appelle dans la littérature en automatique "mode" un changement de configuration du système tel que l'ouverture ou la fermeture d'un interrupteur (d'une vanne, d'une soupape de sécurité,...), un changement discontinu de la valeur de gain d'un amplificateur, etc. La présence de plusieurs modes dans un modèle par ailleurs essentiellement continu rend ce modèle hybride.

#### 3.1.1 Modèle physique standard

**Définition :**

Nous appellerons modèle physique "standard" (figure 3.1) d'un système mécatronique un modèle d'état  $X_s$  à  $p_s$  entrées (vecteur  $U_s$ ), que nous appellerons actions, et  $m_s$  sorties (vecteur  $Y_s$ ) que nous appellerons grandeurs mesurées. Il existe une fonction  $f$  telle que :

$$Y_s = f(X_s, U_s)$$

$f$  ne comprend pas dans le cas général de propriétés de continuité ou de dérivabilité. Il n'y a pas dans le cas général de fonction de calcul de l'évolution de l'état en fonction de l'état courant et des entrées. Il existe en revanche un vecteur des modes  $X_{mo}$ , sous-vecteur de  $X_s$  tel qu'il existe une fonction  $g$  définie par :

$$X_{mo} = g(X_s, U_s)$$

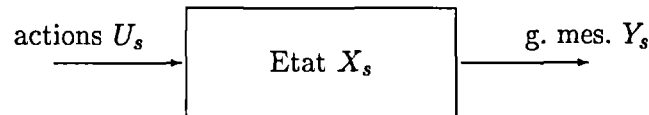


FIG. 3.1 – Modèle standard

### Phénomènes pris en compte

Le modèle comprend une partie continue linéaire ou non, ainsi que des saturations (exemples : butées en position, intensité de courant maximale...). Il peut également avoir plusieurs modes, mais nous supposons que tous ces modes peuvent être déterminés à partir des actions  $U_s$  et de l'état courant du système. Nous n'avons pas fait d'hypothèse sur la représentation mathématique de l'évolution de l'état  $X_s$ , et cet aspect sera évoqué section 3.9.

Un tel modèle "standard" ne comporte donc pas d'information explicite relative aux défaillances possibles du système physique. Il est implémentable dans différents outils de simulation classiques et que les ingénieurs ont souvent à leur disposition. Il peut ne pas être entièrement décrit par des équations continues et nécessiter une description de type logique ou ensembliste (un programme informatique réalise alors, par exemple, cette description).

### Remarques sur les modifications de structure :

Notre méthode de construction de modèle discret pour la supervision est bâtie sur l'annotation d'un graphe ("schéma semi-causal") établi à partir de ce modèle physique standard. Ces annotations caractérisent le domaine de validité des liaisons physiques ainsi que des plages de fonctionnement labellisées. La sémantique, ou la signification si l'on préfère, de ces labels, doit être compréhensible à un expert de l'équipement considéré. Précisons que nous incluons dans cette expertise, en premier lieu, la connaissance des modalités de l'utilisation de l'équipement.

Une liaison physique peut être inactivée suite à une action (exemple : un interrupteur) ou suite à une défaillance (exemple : rupture d'un fil conducteur). Nous appellerons en effet défaillance l'inactivation d'une liaison physique qui n'est pas commandée par une action. La possibilité de défaillance n'est pas explicitée dans le modèle standard mais elle peut y être implicite si le modèle est suffisamment détaillé. Si, par exemple, un modèle standard identifie par une contrainte que la tension fournie par l'alimentation est égale à la tension d'excitation d'une ampoule, la possibilité de disparition de cette contrainte par rupture d'un conducteur est implicite, et peut être explicitée par une annotation sur cette contrainte ("contrainte physiquement réalisée au moyen de deux conducteurs qui peuvent chacun être rompus").

Par contre, une nouvelle liaison non commandée ne peut être rajoutée dans le graphe par annotation. Si le superviseur devait prendre en compte des phénomènes comme une intrusion physique sur le système, ces perturbations devraient figurer au modèle standard sans que l'on puisse pour autant identifier une action observable de  $U_s$  responsable de cette perturbation. La seule manière de procéder est alors d'introduire des actions non observables ayant un caractère stochastique. Nous ne traiterons pas de telles perturbations dans ce mémoire.

### Remarque sur la notion d'état pour le modèle standard :

La définition formelle de l'état  $X_s$  d'un tel système est délicate. Nous préférons ne pas fournir une telle définition, car elle ne serait pas utile ici. En effet, le modèle standard n'est pas utilisé directement dans notre méthode : nous dérivons de celui-ci un ou plusieurs modèles "nominaux"

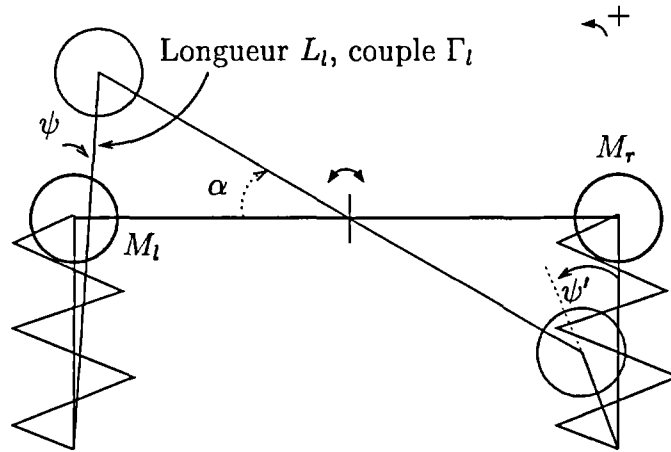


FIG. 3.2 – Barre pivotante avec élastiques de rappel

dérivés du modèle standard et qui sont continus (ils ne comportent pas de changement de mode et sont décrits à la section 3.1.3). Le modèle nominal sert de support à l'établissement d'un schéma semi-causal qui est ensuite annoté. Une partie de ces annotations "réinjecte" dans le schéma les phénomènes de saturation et de changement de mode identifiés dans le modèle standard.

Lorsque cela n'est pas précisé dans la suite de ce mémoire, nous supposons que l'état initial du système supervisé ne comporte aucune défaillance.

#### Eléments logiciels du système supervisé :

Le logiciel peut être inclus dans le modèle standard, d'après la définition que nous en avons donné. Cependant, un modèle physique nominal continu devra être généré pour chaque mode, ce qui pourrait résulter en un très grand nombre de modèles nominaux. La méthode que nous allons décrire ci-après s'applique donc en pratique de façon différente suivant la complexité des composants logiciels. Si ceux-ci sont de très faible complexité, il est possible de générer l'ensemble des modèles nominaux, de dérouler la méthode sur cet ensemble de modèles, puis de fusionner les différents modèles discrets obtenus. Dans le cas contraire, les composants logiciels devraient être séparés du modèle "standard" lors de la génération du modèle nominal puis réintroduits au niveau discret suivant les nécessités de la supervision. Nous traitons, dans le processus d'élaboration du schéma semi-causal dynamique, des systèmes hybrides à "dominante continue".

### 3.1.2 Modèle standard de l'exemple didactique

La figure 3.2 présente notre exemple illustratif : la barre pivotante à deux élastiques. Cet exemple simple présente des similarités de structure causale avec un bogie<sup>1</sup> de porteur forestier muni de ses roues (voir chapitre 5). Sa géométrie rend le problème global non-linéaire même si le comportement autour de la position médiane est linéarisable sans importante perte de précision.

Nous notons  $M_l$  et  $M_r$  les masses respectivement à gauche et à droite,  $h_0$  la distance du pivot au plan d'attache des élastiques, et  $l_0$  la demi-longueur de la barre (soit la distance du pivot à l'une des masses disposées symétriquement par rapport au pivot).

Nous supposons que  $M = M_l = M_r$  et l'inertie de la barre s'exprime par  $J = 2.M.l_0^2$ .

Nous notons  $k_l$ ,  $k_r$ ,  $L_{l0}$ ,  $L_{r0}$  respectivement la raideur de l'élastique à gauche et à droite et leurs longueurs libres à gauche et à droite.

<sup>1</sup>bogie ou boggie, les deux orthographes sont permises et employées indifféremment dans ce mémoire

Les équations du modèle standard de ce système sont données ci-après :

$$J.\ddot{\alpha} = \Gamma_l + \Gamma_r \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} L_l &= (h_0 - l_0.\sin(\alpha))/\cos(\psi) \\ \text{avec } \tan(\psi) &= -l_0(1 - \cos(\alpha))/(h_0 - l_0.\sin(\alpha)) \\ &-\pi/2 < \psi \leq 0 \quad \text{et} \quad \alpha < \arcsin(h_0/l_0) \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} L_r &= (h_0 + l_0.\sin(\alpha))/\cos(\psi') \\ \text{avec } \tan(\psi') &= l_0(1 - \cos(\alpha))/(h_0 + l_0.\sin(\alpha)) \\ &0 \leq \psi' < \pi/2 \quad \text{et} \quad \alpha > -\arcsin(h_0/l_0) \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$F_l = k_l(L_l - L_{l0}) \quad \text{si} \quad L_l \geq L_{l0} \quad F_l = 0 \quad \text{sinon} \quad (3.4)$$

$F_l$  : module de  $\vec{F}_l$

$$F_r = k_r(L_r - L_{r0}) \quad \text{si} \quad L_r \geq L_{r0} \quad F_r = 0 \quad \text{sinon} \quad (3.5)$$

$F_r$  : module de  $\vec{F}_r$

$$\Gamma_l = F_l.l_0.\cos(\alpha - \psi) \quad (3.6)$$

$$\Gamma_r = -F_r.l_0.\cos(\alpha - \psi') \quad (3.7)$$

### 3.1.3 Modèle physique nominal

Nous définirons comme modèle physique "nominal"  $X_n$  ( $n_n$  composantes) à  $p_n$  entrées (vecteur  $U_n$ ), et  $m_n$  sorties (vecteur  $Y_n$ ) que nous appellerons grandeurs mesurées. Ce modèle "nominal" ne comporte aucun changement de mode, ni aucune saturation. Il peut être entièrement décrit par un jeu d'équations différentielles et d'équations de contraintes (non différentielles). Il peut également être décrit par un classique Graphe de Liens (Bond-Graph, [48]) ou par un "Graphe Informationnel Causal" ([35] GIC). Sauf à considérer, pour le modèle standard, les entrées  $U_s$  incluses dans  $Y_s$ , en général  $Y_n = Y_s$ . Nous avons  $p_n \leq p_s$ . Ce type de modèle est *a fortiori* implémentable dans les outils de simulation visés à la section 3.1.1, ainsi que, pour ce qui concerne la mécanique, dans les différents outils de simulation mécanique de la dynamique multi-corps. Il est aisé à obtenir à partir du modèle "standard" pour un mode donné, en restreignant les grandeurs d'état continues à des valeurs ne provoquant pas de saturation. Notons que la notion de perte de contact (interaction pneumatique-sol par exemple) n'est pas prise en compte dans ce modèle nominal.

Nous pouvons alors reformuler le schéma bloc de la figure 3.1 de la façon indiquée figure 3.3.

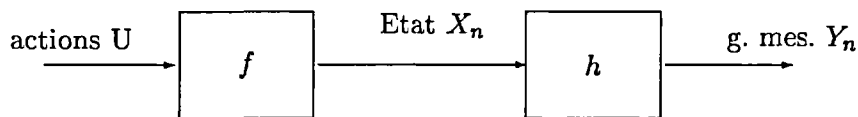


FIG. 3.3 – Modèle nominal

Le vecteur d'état  $X_n$  peut alors être défini de telle sorte qu'il existe une fonction  $f$  réalisant :

$$\dot{X}_n = f(X_n, U_n) \quad (3.8)$$

Nous formulerons une hypothèse extrêmement importante pour la suite : nous supposerons que le domaine considéré est tel pour le vecteur d'état que **toutes les équations différentielles et toutes les contraintes sont monotones par rapport à chacune de leurs variables**. Ceci

nous permettra de signer les arcs du schéma semi-causal. Nous verrons l'intérêt de cette hypothèse lors de génération de l'automate fini, au chapitre 4.

Dans le reste de ce chapitre, nous considérerons que le modèle standard ne présente qu'un mode, et que le modèle nominal est unique. La généralisation à des modèles multi-modes tels que nous l'envisageons pose le problème de la fusion de modèles discrets.

### 3.1.4 Modèle nominal de l'exemple didactique

Il nous suffit pour passer au modèle nominal de modifier les équations 3.4 et 3.5 pour obtenir 3.9 et 3.10

$$\text{module de } \vec{F}_l \text{ pour } L_l \geq L_{l0} \quad F_l = k_l(L_l - L_{l0}) \quad (3.9)$$

$$\text{module de } \vec{F}_r \text{ pour } L_r \geq L_{r0} \quad F_r = k_r(L_r - L_{r0}) \quad (3.10)$$

Les variables d'état de ce modèle nominal sont évidemment  $\alpha$  et  $\dot{\alpha}$  car  $\ddot{\alpha}$  s'exprime en fonction de  $\alpha$  uniquement, si l'on élimine  $L_l$ ,  $L_r$ ,  $\Gamma_l$ ,  $\Gamma_r$ ,  $F_l$ ,  $F_r$  dans 3.1, 3.2, 3.3, 3.9, 3.10, 3.6 et 3.7. Le modèle peut d'ailleurs s'écrire autour de  $\alpha = 0$  :

$$\ddot{\alpha} = k_l.l_0(h_0 - l_0\alpha - L_{l0}) - k_r.l_0(h_0 + l_0\alpha - L_{r0}) \quad (3.11)$$

soit plus simplement :

$$\ddot{\alpha} = -(k_l + k_r)l_0^2.\alpha + l_0(k_l.h_0 - k_r.h_0 - k_l.L_{l0} + k_r.L_{r0}) \quad (3.12)$$

## 3.2 Modèle d'observation

### 3.2.1 Définitions

**Modèle d'observation :** Nous appellerons modèle d'observation un modèle nominal complété du modèle de mesure. Ce modèle de mesure comprend une éventuelle reconstruction de variables d'état, voir section 3.2.3.

**Observabilité en temps échantillonné :** Supposons que l'expression de l'évolution du vecteur d'état (équation 3.8) puisse être reformulée :

$$X_n(t) = f(X_n(t-1), U_n(t)) \quad (3.13)$$

Nous prendrons alors comme **définition de l'observabilité en temps échantillonné** : il existe un nombre fini d'observations  $k$  tel que l'on puisse déduire l'état  $X_n(t)$  à partir de  $U_n(t), \dots, U_n(t-k)$  et  $Y_n(t), \dots, Y_n(t-k)$

### 3.2.2 Cas de l'observation directe

Toutes les grandeurs d'état du modèle physique nominal sont accessibles à la mesure et l'on dispose de capteurs parfaits qui permettent de réaliser les mesures pour chaque valeur jugée utile d'une grandeur. Nous pourrions alors considérer que  $Y_n = X_n$ , même si dans l'automatisme de supervision lui-même, la mesure continue d'une grandeur peut être remplacée par une ou des mesures de seuil. Nous appellerons dans tout le document "mesure discrète" de telles mesures de seuil. Des capteurs comme les thermostats ou les détecteurs de proximité réalisent des mesures discrètes, avec des nuances que nous expliciterons par la suite.



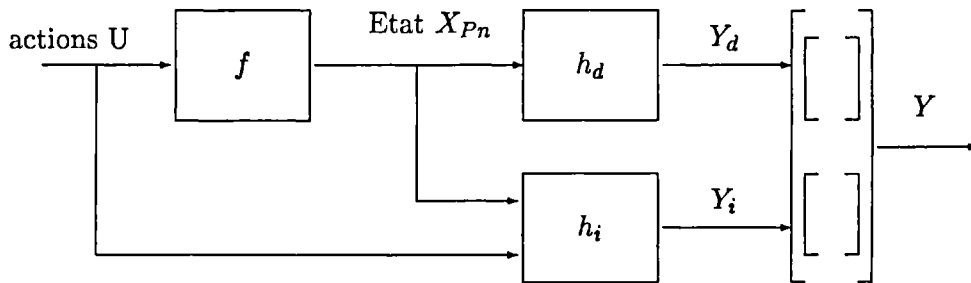


FIG. 3.4 – Modèle d'observation

### 3.2.3 Cas de l'observabilité en temps échantillonné

Nous supposons que toutes les grandeurs d'état ne sont pas accessibles à la mesure :  $Y_n \neq X_n$  et  $m_n < n_n$ . Nous émettons alors l'hypothèse que le système est observable (observable pour toute valeur initiale  $X_n(t_0)$  de  $X_n$ ). Cette hypothèse n'est pas suffisante dans le cas non-linéaire, car elle ne garantit pas de pouvoir déterminer l'état du système dans un laps de temps fixé. Il existe des définitions dans le cas continu non-linéaire qui sont plus opérationnelles, comme celle de [49]. Cependant, dans la pratique, nous pouvons supposer que toute mesure dynamique de grandeur continue est faite de façon échantillonnée, à une cadence régulière définie par la période  $T_k$ . Nous supposons donc que le système est "observable en temps échantillonné" comme défini plus haut.

Le modèle d'observation répond alors au schéma de la figure 3.4.

Nous distinguons le bloc d'observation directe  $h_d$  qui permet d'obtenir instantanément l'information sur  $m_d$  variables d'état de  $X_n$ , de  $h_i$  qui permet de reconstruire l'information sur les autres  $m_i$  variables d'état de  $X_n$ . On a  $m_d + m_i \geq n_n$  d'après notre hypothèse d'observabilité. Nous conserverons ce distinguo  $h_d$  et  $h_i$  dans ce qui suit, dès lors que nous évoquerons les défaillances possibles de capteur. Si nous utilisons la notation  $\tilde{h}$  pour le modèle de mesure, cela signifie que nous nous trouvons dans le cas idéal visé à la section 3.2.2 ou que l'on peut supposer l'ensemble des capteurs parfaitement fonctionnels.

### 3.2.4 Modèle d'observation de l'exemple didactique

#### cas de l'observation directe

Les grandeurs d'état du modèle sont  $\dot{\alpha}$  et  $\alpha$  et sont accessibles à la mesure.

$$Y_n = X_n = \begin{pmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \end{pmatrix}$$

Ces grandeurs ne sont pas forcément effectivement mesurées par des capteurs continus, notamment en ce qui concerne la position. Des détecteurs optiques ou électromagnétiques peuvent suffire : nous considérerons notre critère d'observation directe satisfait dès lors que l'on peut placer autant de détecteurs que l'on veut et à tous les endroits nécessaires.

#### cas de l'observabilité indirecte

Différentes possibilités d'instrumentation existent. Il est par exemple possible de mesurer la tension des élastiques (en longueur ou en force). Une hypothèse plus réaliste serait la mesure de l'angle en continu-échantillonné. Nous aurions alors  $Y_d(t_k) = \alpha(t_k)$ ,  $h_d$  étant un échantillonneur bloqueur. La vitesse  $\dot{\alpha}$  serait observée, par exemple, suivant le schéma :

$$Y_i(t_k) = \alpha(t_k) - \alpha(t_{k-1})$$

## B - Grandeurs énergétiques et causalité

### 3.3 Grandeurs énergétiques

#### 3.3.1 Définitions

Les variables généralisées effort et flux seront appelées *variables de puissance* ([48]). Elles servent de base au formalisme des Graphes de Lien (ou "graphe de liaison", en anglais *Bond-Graph*). Cette méthode de représentation a été imaginée à la fin des années cinquante par Paynter ([39], [48]), puis formalisée par Karnopp et Rosenberg. Elle est décrite et illustrée par ces derniers et Margolis dans [48]. Un lien entre sous-systèmes dans ce formalisme représente un transfert de puissance, qui est le produit d'un effort (généralisé) par un flux (généralisé). Le tableau 3.1 rappelle ce que désignent ces grandeurs dans les domaines de la mécanique. Soulignons cependant que les graphes de lien et la variante "pseudo-graphe de lien" sont également applicables à d'autres domaines comme la thermodynamique, les systèmes à paramètres distribués...

Nous reprendrons des graphes de lien la terminologie moment (généralisé) et déplacement (généralisé) pour désigner respectivement les intégrales temporelles des efforts et des flux. Le tableau 3.2 résume la terminologie pour le cas des systèmes mécaniques en translation.

**Précision sur le terme impulsion du tableau 3.2 :** En théorie des chocs, on désigne par impulsion élémentaire le terme  $\vec{F}.dt$  et impulsion intégrée  $\int \vec{F}.dt$ , l'intégrale sur un intervalle de temps fini. Si cette dernière intégrale est finie, on l'appelle percussion.

#### 3.3.2 Sources énergétiques

Nous appellerons, selon la terminologie des graphes de lien, source d'effort respectivement de flux, un sous-système délivrant un effort, respectivement un flux, constant et ne dépendant pas du flux, respectivement de l'effort fourni. Un générateur de tension idéal est une source d'effort, une pompe hydraulique volumétrique idéale est une source de flux. Ces sources représentent en effet une abstraction idéalisée, car elles délivrent potentiellement une puissance illimitée.

#### 3.3.3 Variables énergétiques et variables d'état

Les grandeurs énergétiques, moment (relatif à l'énergie cinétique), déplacement (relatif à l'énergie potentielle) définies plus haut forment un ensemble de variables d'état exhaustif pour un modèle de système physique, si celui-ci peut être réalisé au moyen d'un graphe de liens classique ([48]<sup>2</sup>).

<sup>2</sup>Cette exhaustivité n'est garantie que si tous les éléments capacitifs et inertiels peuvent recevoir une causalité intégrale, voir la note 4 et la discussion en section 3.9

Domaine	Effort, $e(t)$	Flux, $f(t)$
Mécanique : translation	Force $F$	Vitesse $v$
Mécanique : rotation	Couple $\Gamma$	Vitesse $\omega$
Hydraulique de puissance	Pression $P$	Débit $Q$
Electricité	Tension $u$	Intensité $i$

TAB. 3.1 – Efforts et flux généralisés

Variable généralisée	Mécanique : translation	Unités
Effort $e$	Force $F$	$N$ (ewtons)
Flux $f$	Vitesse $v$	$m.s^{-1}$
Moment $p$	Impulsion $I$	$N.s$
Déplacement $q$	Déplacement $x$	$m$
Puissance $\mathcal{P}$	$F.v$	$W$ (atts) = $N.m.s^{-1}$
Energie $\mathcal{E}$	$\int F.dx, \int v.dI$	$J$ (oules) = $N.m$

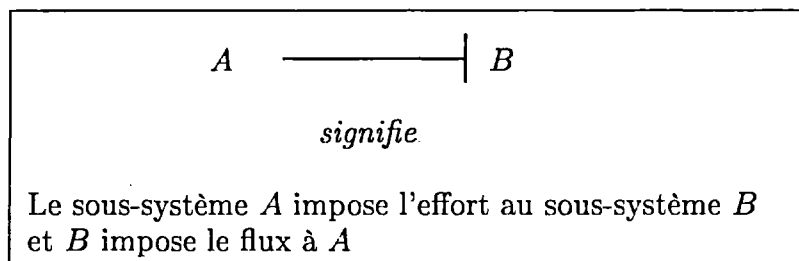
TAB. 3.2 – Terminologie des grandeurs énergétiques

Ce modèle peut alors être qualifié de nominal<sup>3 4</sup> au sens donné à la section 3.1.3. La modélisation classique des systèmes mécaniques élémentaires fait souvent intervenir comme variables d'état vitesses et déplacements, en se fondant directement sur les équations différentielles. En effet, vitesses et moments sont liés dans ces systèmes par des relations algébriques. Les créateurs des graphes de lien ([48]) préconisent néanmoins le choix systématique des moments et des déplacements, lors de la mise en place des équations d'état à partir des graphes de lien, avant d'opérer des transformations vers des grandeurs plus commodes. Un raisonnement similaire peut être fait entre déplacements et efforts.

Dans les développements qui suivront, nous choisirons de prendre nos variables d'état pour les systèmes à transfert d'énergie, sous la forme d'effort, de flux, de déplacement, et si nécessaire de moments. Il est important de noter que pour notre objectif *in fine* de supervision, cet ensemble de variables d'état n'a pas besoin d'être minimal. Nous verrons comment sont liés le choix de variables d'état éventuellement redondantes aux objectifs de supervision et aux possibilités de mesure. Le support méthodologique de ce choix sera un graphe causal dont nous allons expliquer les fondements ci-après.

### 3.4 Causalité au sens graphe de lien

L'assignation du sens de causalité est l'une des étapes de l'"augmentation" du graphe de lien ([48]), les autres étapes étant la labellisation des liens et l'affectation du sens de transfert de puissance, c'est-à-dire des signes. La causalité du transfert de puissance entre deux systèmes  $A$  et  $B$  est définie selon la figure 3.5.

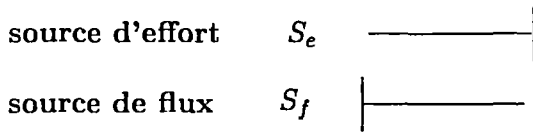
FIG. 3.5 – Causalité dans les graphes de lien (*bond-graph*)

<sup>3</sup>Un modèle à graphe de liens au sens strict est un modèle nominal mais tout modèle nominal n'est pas modélisable par un graphe de liens. La modélisation d'un vérin hydraulique est donnée en annexe : les chambres hydrauliques déformables sont modélisables en graphes de lien au prix d'une hypothèse de volume nominal ou d'une extension des graphes de lien, à savoir des liens d'information.

<sup>4</sup>La mise sous la forme canonique  $\dot{X}_n = f(X_n, U_n)$  et  $Y_n = g(X_n, U_n)$  peut nécessiter une résolution symbolique ou l'ajout de dérivées à l'espace d'état

### 3.4.1 Causalité des sources

D'après cette définition, nous aurons toujours :



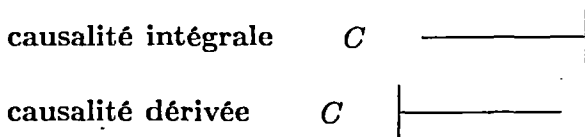
### 3.4.2 Causalité des éléments de stockage

#### Causalité des capacités

Une capacité au sens graphe de lien est un mécanisme analogue à une capacité électrique, réalisant ( $e$  : effort,  $f$  : flux) :

$$f = C \cdot \dot{e} \text{ c'est-à-dire } e = \frac{1}{C} \int f$$

Le graphe de lien autorise pour un élément capacitif les 2 causalités :



La causalité intégrale est "préférée" et permet l'analyse des variables d'état indépendantes, mais la causalité dérivée peut être nécessaire pour mettre en évidence dans un graphe de lien le couplage en effort commun de deux capacités ([48]).

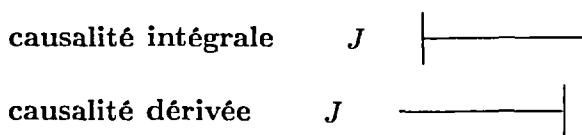
Une capacité est un élément de stockage d'énergie, transformant une énergie cinétique en une énergie potentielle. Les ressorts mécaniques, les chambres de compression en hydraulique de puissance, sont des capacités au sens graphe de lien.

#### Causalité des inerties

Une inertie au sens graphe de lien est un mécanisme analogue à une inductance électrique, réalisant, pour une inertie  $J$  (=inductance  $L$ ) :

$$e = J \cdot \dot{f} \text{ c'est-à-dire } f = \frac{1}{J} \int e$$

Le graphe de lien autorise pour un élément inertiel les 2 causalités :



La causalité intégrale est encore "préférée", et de façon duale au cas de la capacité, la causalité dérivée peut être nécessaire pour mettre en évidence dans un graphe de lien le couplage en flux commun de deux inerties.

Une inertie est un élément de "stockage" d'énergie, transformant une énergie potentielle en une énergie cinétique. Notons qu'il existe une inertie généralisée applicable à l'hydraulique, liée à l'inertie mécanique du filet fluide.

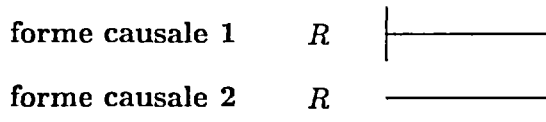
### 3.4.3 Causalité des éléments non stockants

#### Causalité des résistances

Une résistance au sens graphe de lien est un mécanisme analogue à une résistance électrique, réalisant, pour une résistance  $R$  :

$$e = R.f \text{ c'est-à-dire } f = \frac{1}{R}e$$

Le graphe de lien autorise pour un élément résistif les 2 causalités :



Il n'y a pas de causalité "préférée" pour une résistance, car il n'y a pas ici de relation de dérivation ou d'intégration. L'assignation de la causalité dans un graphe de lien pour les éléments résistifs se fait en fonction des causalités déjà assignées pour les sources et les éléments de stockage (capacitifs ou inertiels).

#### Causalité des transformateurs et gyrateurs

Un transformateur est, au sens graphe de lien, une généralisation du terme usuel en électricité aux autres domaines d'échange d'énergie. Il est défini, pour deux couples effort-flux  $(e_1, f_1)$  et  $(e_2, f_2)$  par :

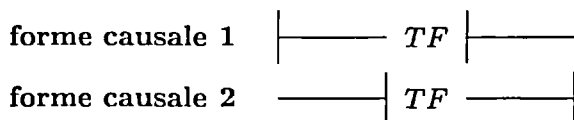
$$\begin{aligned} e_2 &= m.e_1 \\ f_1 &= m.f_2 \end{aligned}$$

Le gyrateur est quant à lui défini, pour deux couples effort-flux  $(e_1, f_1)$  et  $(e_2, f_2)$  par :

$$\begin{aligned} e_2 &= r.f_1 \\ e_1 &= r.f_2 \end{aligned}$$

Dans les deux cas, nous avons bien entendu conservation de la puissance, soit  $e_1.f_1 = e_2.f_2$ . On désigne par  $m$  ( $r$  dans le cas du gyrateur) un coefficient de modulation qui n'est pas nécessairement constant. Dans le domaine mécanique, les bras de levier ou les systèmes à engrenage sont des transformateurs. Cet élément et le gyrateur permettent également de passer d'un domaine énergétique à l'autre. Un moteur électrique peut être modélisé essentiellement par un gyrateur. Un vérin hydraulique comporte au moins un transformateur. Le cas du passage de la translation à la rotation en mécanique est le cas le plus fréquemment rencontré de modulation variable dans les graphes de lien. La modulation varie alors en effet selon l'angle (déplacement associé au flux de rotation).

Le graphe de lien autorise pour un transformateur, et de façon analogue pour un gyrateur, les 2 causalités :



Il n'y a pas de causalité "préférée" pour ces éléments, car il n'y a pas ici de relation de dérivation ou d'intégration. L'assignation de cette causalité se fait en fonction des causalités déjà assignées pour les sources et les éléments de stockage. Il faut par contre souligner, conformément à la définition donnée plus haut, que pour un transformateur, si, par exemple, le "côté 1 impose l'effort", alors le "côté 2 impose le flux".

## 3.5 Causalité au sens graphe informationnel causal

### 3.5.1 Brève description du graphe informationnel causal

Le Graphe Informationnel Causal (GIC, [35]) proposé par Hautier et Faucher reprend la terminologie des graphes de lien en ce qui concerne les variables énergétiques, mais diffère en ce qui concerne la causalité.

La causalité dérivée est proscrite dans un GIC. On distingue des relations "causales" et des relations "rigides" entre les variables énergétiques de flux et d'effort.

**Définitions** Une relation GIC est dite **causale** si la valeur de la grandeur énergétique influencée se déduit de la valeur courante *et* des valeurs passées de la grandeur influente. Une relation GIC est dite **rigide** si la (les) grandeur(s) "influencée(s)", ou plus exactement calculée(s), se déduit *instantanément* de la (des) grandeur(s) fournie(s) comme entrée(s) du calcul.

Les relations causales élémentaires entre un flux et un effort correspondent aux capacités et aux inerties d'un graphe de lien : une relation effort vers flux est relative à une inertie, une relation flux vers effort est relative à une capacité.

Les relations rigides élémentaires entre un flux et un effort sont des résistances au sens graphe de lien. Les relations rigides couplées entre une paire (effort, flux) et une autre paire (effort, flux) sont appelées processeurs quadripolaires modulateurs ou gyrateurs. Ces processeurs correspondent respectivement aux transformateurs et aux gyrateurs d'un graphe de lien. Comme dans un graphe de lien, la dualité des causalités doit être respectée : si un "côté" d'un transformateur impose le flux, l'autre doit imposer l'effort.

Signalons que les sommets d'un GIC ne sont pas, comme dans un graphe de lien, des éléments  $I$ ,  $C$ ,  $R$  et des jonctions flux (jonctions 1) et efforts (jonctions 0), mais les noms des variables énergétiques elles-mêmes.

La figure 3.6 donne un aperçu du mode de représentation graphique du GIC. On remarquera que, si l'on distingue entre relations causales, à orientation imposée, et relations rigides, sans orientation privilégiée, une direction correspondant à un ordonnancement de calcul intégral<sup>5</sup> est systématiquement portée sur le graphe, entre chaque processeur, rigide ou causal. C'est le cas dans tous les exemples donnés dans [35], mais le concept de causalité computationnelle (voir section 3.6.2) n'y est pas explicité.

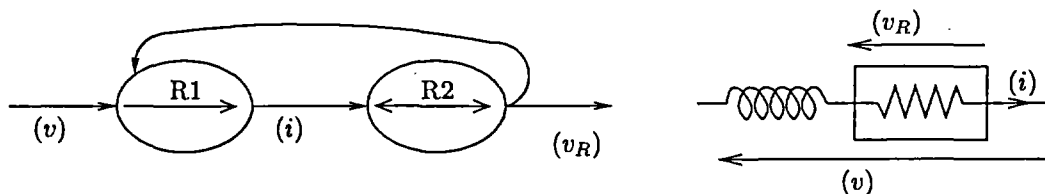


FIG. 3.6 – Aperçu de la représentation d'un Graphe Informationnel Causal (GIC)

Chaque processeur est labellisé, et à ce label correspond une équation (différentielle pour une relation causale, algébrique pour une relation rigide). Le Graphe Informationnel Causal a été conçu pour faciliter l'élaboration d'un schéma de commande. L'exemple de processus, moteur électrique et charge, donné dans [35], correspond, d'un point de vue calcul, à un système d'équations différentielles ordinaires (EDO<sup>6</sup>).

<sup>5</sup>La causalité dérivée est proscrite dans un GIC

<sup>6</sup>En anglais, *ODE*

### 3.5.2 Définition formelle du graphe GIC

Nous avons décrit les principes du GIC à la section 3.5.1. D'après les définitions de Hautier & Faucher [35], nous proposons un énoncé formel d'un GIC  $\mathcal{G}$  :

$$\mathcal{G} = \{Pc, Pr, C, O, V\}$$

$$\begin{aligned} Pc & \text{ processeurs dipoles élémentaires causaux} \\ Pr & \text{ processeurs dipoles élémentaires rigides} \\ C & \text{ processeurs de couplages quadripolaires :} \\ O & \text{ opérateurs de combinaison d'influences} \\ E & \text{ variables d'effort} \\ F & \text{ variables de flux} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$Pc = \{Rc_i, i \in [1..n], \forall i Rc_i \in (E \times F) \cup (F \times E)\} \quad (3.15)$$

$$Pr = \{Rr_i, i \in [1..m], \forall i Rr_i \in (E \times F) \cup (F \times E)\} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} C & = \{C_i = \{(a_i, b_i), (a'_i, b'_i)\}, i \in [1..p], \\ & \quad ((a_i, b_i) \in E \times E \text{ et } (a'_i, b'_i) \in (F \times F) \text{ et } a_i \cdot b'_i = a'_i \cdot b_i) \\ & \quad \text{ou } ((a_i, b_i) \in E \times F \text{ et } (a'_i, b'_i) \in (F \times E) \text{ et } a_i \cdot a'_i = b_i \cdot b'_i)\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} O & = \{I_i, i \in [1..q], I_i = \{S_i, o_i\}, S_i \subset E \text{ ou } S_i \subset F \text{ et } \exists x_i \in S_i \text{ tq } x_i = o_i(S_i - \{x_i\})\} \\ & \quad o_i \text{ est l'opérateur somme ou multiplication} \end{aligned} \quad (3.18)$$

### 3.5.3 Commentaires

Les processeurs de couplage quadripolaires se divisent en deux catégories, les transformateurs et les gyrateurs, qui sont analogues à ceux d'un graphe de liens. Dans un transformateur  $\{(e_1, f_1), (e_2, f_2)\}$  où les  $e_i$  sont les efforts, et les  $f_i$ , les flux, on a les relations  $e_2 = m e_1$  et  $f_1 = m f_2$ .  $m$  peut être constant au cours du temps ou non si le transformateur est modulé. Dans un gyrateur, nous aurons  $e_2 = m f_1$  et  $e_1 = m f_2$ .

*Si le seul opérateur permis pour la combinaison d'influences est l'opérateur somme, on a un graphe équivalent à un graphe de lien restreint, dont les causalités seraient toutes spécifiées mais sans causalité dérivée.*

Les boucles algébriques ne sont pas interdites par cette définition. Une boucle est un chemin du graphe tel qu'un noeud (une variable) est rencontré deux fois. Une boucle algébrique est une boucle telle qu'aucune relation causale n'est incluse dans le chemin. L'absence ou la présence de boucles algébriques dans un GIC équivaut à passer d'un système d'EDO à un système dit "algébro-différentiel semi-explicite". Nous discuterons de ce problème plus loin. Il est possible dans un grand nombre de cas pratiques de ramener la résolution à celle d'un système d'EDO par une résolution symbolique.

Dans cette formalisation, nous interprétons le GIC comme un graphe orienté par la causalité computationnelle, mais établissant un distinguo entre relations causales (au sens énergétique) et relations rigides a-causales.

Si nous souhaitions interpréter le GIC comme un graphe partiellement orienté, sans mention de causalité computationnelle, nous remplacerions les équations 3.16 et 3.17 par :

$$Pr = \{R_i = \{a_i, b_i\}, i \in [1..m], \forall i (a_i, b_i) \in (E \times F) \cup (F \times E)\} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} C & = \{C_i = (\{(a_i, b_i), (a'_i, b'_i)\}, \{(b_i, a_i), (b'_i, a'_i)\}), i \in [1..p], \\ & \quad ((a_i, b_i) \in E \times E \text{ et } (a'_i, b'_i) \in (F \times F) \text{ et } a_i \cdot b'_i = a'_i \cdot b_i) \\ & \quad \text{ou } ((a_i, b_i) \in E \times F \text{ et } (a'_i, b'_i) \in (F \times E) \text{ et } a_i \cdot a'_i = b_i \cdot b'_i)\} \end{aligned} \quad (3.20)$$

## 3.6 Définir une représentation de la dynamique continue

### 3.6.1 Cadre de référence

Le présent mémoire ne propose pas à la communauté scientifique un formalisme de plus pour réaliser un graphe d'information dynamique et causale. Nous pensons en effet que les graphes de liens, munis d'éventuels liens d'information, et les graphes de liens à mots (*word bond-graph*) fournissent un cadre formel de référence, largement accepté. Ils sont utilisables pour appliquer notre méthodologie, avec leurs variantes à graphes de liens commutés, aux conditions suivantes :

- L'affectation d'une causalité aux éléments résistifs, transformateurs et gyrateurs, est facultative lors de la définition du modèle de représentation. Elle doit être considérée comme permutable en fonction de la stratégie de calcul si le modèle a été défini pour la simulation.
- Si le modèle présente des causalités dérivées, il doit être le plus possible adapté ou simplifié pour ne présenter que des causalités intégrales. Cette adaptation suppose en général, soit de considérer des résistances de couplage, soit de réunir des éléments capacitifs ou inertiels. L'ajout de résistances de couplage doit correspondre à une connaissance physique du système, car il augmente la complexité du modèle discret dérivé du modèle continu. C'est pourquoi dans certains cas, notamment des structures cinématiques induisant des couplages inertiels statiques partiels<sup>7</sup>, des causalités dérivées peuvent subsister.
- Pour atteindre cet objectif de causalité intégrale, les entrées du modèle nominal correspondant au graphe de liens doivent être des efforts généralisés ou des flux généralisés selon la nature du premier élément inertiel ou capacitif rencontré.
- Notons que certains modèles continus non-linéaires nécessitent l'ajout de liens d'information - c'est-à-dire sans transfert d'énergie - au graphe de liens.

Nous utilisons cependant nos propres notations dans la suite de ce mémoire. Celles-ci ont à l'origine été mises au point pour leur simplicité didactique, facilitant le dialogue entre modélisateurs, dans la préparation de modèles de simulation multi-domaines. Du GIC, nous avons principalement retenu la distinction entre relations causales et relations rigides. La problématique de la nécessité d'une causalité computationnelle se pose néanmoins différemment dans le cas d'une simulation dynamique et dans le cas qui nous occupe ici du passage à un modèle discret. Nous allons tout d'abord définir la distinction que nous faisons entre causalité énergétique et causalité computationnelle, puis nous exposerons les motivations de nos choix de représentation qui sont liées au calcul de l'automate.

### 3.6.2 Causalité logique et causalité énergétique

**Causalité logique** Nous appellerons causalité logique la causalité comme lien d'une cause à un effet, la cause précédant l'effet dans l'inférence logique. Cette causalité correspond à un ordre de calcul, et nous pourrions également l'appeler causalité computationnelle.

Nous avons étudié dans [50] les liens entre la causalité logique, appliquée à des événements de type franchissement de seuil, et la causalité énergétique.

**Causalité énergétique** Nous appellerons causalité énergétique la causalité au sens graphe de lien, mais à l'exclusion des causalités de calcul induites sur les éléments résistifs, les transformateurs et les gyrateurs par la classique procédure séquentielle d'assignation des causalités<sup>8</sup>. Cette causalité correspond à deux effets distincts dans le modèle à équations différentielles et le schéma causal dynamique. Le premier effet est mathématiquement une intégration (ou éventuellement une dérivation), soit physiquement la prise en compte d'une dynamique. Il correspond aux arcs causaux du

<sup>7</sup>La terminologie *couplage inertiel statique* est tirée de [48]. Nous distinguons le cas du couplage inertiel statique total, où les deux inerties couplées peuvent être regroupées en une seule, du couplage partiel.

<sup>8</sup>SCAP : *Sequential Causality Assignment Procedure*



GIC et de notre schéma. Le deuxième effet concerne les sources d'effort et de flux, et par extension les externalités énergétiques (variables exogènes). Ce deuxième effet est une causalité computationnelle, de calcul, mais dans un rapport non ambigu à la physique. Ainsi, la pression dans un réservoir hydraulique ouvert à l'air libre est-elle la pression atmosphérique.

Nous établirons un distinguo entre une externalité à un système, comme la pression atmosphérique et une variable interface à un sous-système. Cette première externalité impose une causalité énergétique. Une variable interface au sous-système considéré, n'impose pas, par elle-même, de causalité énergétique. Il est classique néanmoins d'assimiler temporairement une variable interface à une source énergétique dans un but de vérification locale d'ordonnement du calcul.

**Deux autres concepts liés à la causalité computationnelle :** Dans un travail sur l'inversion de modèle basée sur les graphes de lien, Ngwompo et Gawthrop ([51]) remarquent qu'un graphe de lien *a-causal* (sans aucune barre d'augmentation causale) est une représentation physique du système indépendante des problèmes computationnels, mais qu'un certain nombre de ces problèmes intéressent le modélisateur lui-même. Gawthrop a proposé des éléments spéciaux "**bicausaux**" respectant la dualité effort-flux. Ainsi, par exemple, un élément "source d'effort/capteur de flux" peut être vu causalement comme une source d'effort, ou à l'inverse comme un capteur de flux.

Borutzky, reprenant un concept de Kron, a proposé l'introduction de **variable de séparation** (*tearing variable*) dans les graphes de lien ([52]). L'idée est de partitionner le système de contraintes algèbro-différentielles en systèmes plus petits, ce qui facilite leur résolution, symbolique si possible, ou numérique.

### 3.6.3 Nos choix

Notre calcul d'un modèle discret de type automate fini pour la supervision est basé sur la propagation d'intervalles sur un graphe de contraintes. L'identification des relations causales liées à une intégration ou une dérivation est plus importante pour cette propagation que la causalité computationnelle. Cette dernière correspond à l'ordonnement des calculs dans une simulation dynamique. Notre méthode de calcul d'automate présente beaucoup de similarités avec QSIM (voir section 2.3), méthode qualifiée de type "à causalité implicite" dans [3]. Nous verrons que la définition formelle la plus large de notre schéma autorise l'éventuelle absence de toute indication relative à l'ordonnement du calcul.

Néanmoins, la causalité computationnelle joue un rôle utile dans l'élaboration de notre méthodologie. Elle permet d'évaluer la complexité de la résolution algèbro-différentielle, et de mettre en évidence certaines éventuelles lacunes de modélisation. Le modélisateur peut être amené à simplifier ou au contraire détailler son modèle, ce qui a une répercussion directe sur la complexité du modèle discret calculé ensuite. Nous examinerons ces points plus en détail à la section 3.9 et au chapitre 4.

Nous avons appelé notre représentation "**Schéma semi-Causal Dynamique (SsCD)**". En effet, seule la mention des relations causales énergétiques (voir 3.6.2) liées à une intégration ou une dérivation est obligatoire. La causalité purement computationnelle peut être indiquée, facultativement, sur les contraintes algébriques qui sont des extensions des "relations rigides" du GIC.

L'analyse causale correspond, pour notre problématique de passage au modèle discret pour la supervision, à deux objectifs :

- Identifier les phénomènes liés à la dynamique du système que l'on veut superviser.
- Limiter la complexité de la résolution algèbro-différentielle. Cette complexité a une influence sur la propagation de contraintes mise en oeuvre pour le calcul du modèle discret.

La section 3.9 définira cette représentation. Comme dans un GIC, la représentation sous forme de graphe ne se substitue pas aux équations qui doivent être explicites. Nous allons auparavant décrire notre formalisation des composants, qui servent à identifier et grouper les sommets du SsCD.

## C - Hiérarchisation en composants

La description en composants est une étape de la modélisation. Elle a pour but de systématiser la détermination des sommets du schéma semi-causal. Elle permet également d'identifier les variables accessibles à la mesure.

### 3.7 Composants

#### 3.7.1 Définition générale

Nous définirons les composants, comme un ensemble de variables liées par des contraintes. Notons que ces contraintes sont "instantanées", c'est-à-dire qu'elles ne font pas intervenir explicitement une variable et sa dérivée. Les équations différentielles s'expriment alors en considérant les intégrales ou les dérivées des grandeurs considérées comme des variables internes supplémentaires<sup>9</sup>.

$$\bar{C} \models C \quad \text{avec} \quad \bar{C} = \{\nu_e, \nu_i, \mathcal{F}\} \quad (3.21)$$

où on lit  $\bar{C} \models C$  " $\bar{C}$  modélise  $C$ ",  
et les termes de  $\bar{C}$  désignent :

- $\nu_e$  : variables "externes" accessibles à la mesure
- $\nu_i$  : variables "internes"
- $\mathcal{F}$  : contraintes numériques et/ou logiques

$\bar{C}$  sera nommé "modèle instance" du composant  $C$ .

$\bar{C}$  est défini de telle façon que pour toutes variables de  $\nu_e$  et  $\nu_i$ , il existe au moins une occurrence de cette variable dans au moins une des contraintes de  $\mathcal{F}$ .

Le composant n'est pas défini dans le cas général de façon univoque par un modèle instance :

$$\begin{aligned} \bar{C} = \bar{C}' &\Rightarrow C = C' \\ &\text{mais} \\ C = C' &\not\Rightarrow \bar{C} = \bar{C}' \end{aligned}$$

Si nous admettons que toute "instance" d'un composant représente les mêmes phénomènes dynamiques, alors un composant est déjà une abstraction de l'objet physique ou logique étudié, c'est une "classe de modèles". Cette abstraction rejoint les notions qualitatives de "granularité" ou de "finesse de description" utilisées par certains auteurs.

Cependant, afin de simplifier l'exposé, nous écrirons "composant" pour "modèle instance de composant" lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté.

Le lecteur aura remarqué que la notion de variable externe remplace le distinguo plus classique dans les approches "portes de signal" <sup>10</sup>d'entrées et de sorties. Cette approche est cohérente avec le fait de ne pas imposer la causalité et le sens de calcul lorsque cela n'est pas nécessaire. Nous avons déjà mis en évidence cette problématique à propos des variables énergétiques (section 3.3), et nous la précisons lors de l'élaboration du SsCD.

<sup>9</sup>Dans un modèle qualitatif de type Qsim, les équations différentielles sont également représentées, sauf contraintes unaires de croissance/décroissance  $\forall t$ , par des contraintes dites différentielles, ce qui nécessite ces variables internes supplémentaires ([3] ou dans l'ouvrage du créateur de Qsim [1])

<sup>10</sup>terminologie utilisée par des auteurs comme Michel Lebrun, par opposition aux approches à "portes de puissance" comme les graphes de lien

### 3.7.2 Composants énergétiques

Un composant  $\bar{C} \models C$  est dit énergétique si :

- toutes ses variables externes sont des efforts et des flux généralisés au sens graphe de lien (voir section 3.3), ainsi que des déplacements s'ils sont associés à ces flux ;
- ses variables internes "principales" sont des efforts, des flux, des moments (si nécessaire) et déplacements au sens graphe de lien ;
- les dérivées de variables d'effort ou de flux (externes ou internes) qui sont nécessaires à l'expression des contraintes  $\mathcal{F}$  forment l'ensemble exhaustif de ses variables internes "intermédiaires" ;
- toute variable (interne) de moment observable par la connaissance d'un flux sera remplacée par ce flux
- toute variable, interne ou externe, de flux, donne lieu à la définition d'une variable interne de déplacement correspondante si elle n'a pas été définie en variable externe<sup>11</sup>

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait qu'une vanne (un interrupteur,...) n'est pas un composant énergétique suivant cette définition. Une résistance (une restriction,...) ou une source d'effort (batterie, pompe centrifuge) sont des composants énergétiques. Nous définissons plus loin le composant de "couplage énergétique". Nous avons volontairement restreint la notion de composant énergétique. Ainsi, un générateur de tension variable muni d'un calculateur ne sera pas un composant énergétique au sens strict. Le modélisateur peut en fait incorporer des liaisons informationnelles, mais il devra les traiter de façon spécifique dans l'annotation du schéma semi-causal.

### 3.7.3 Composants énergétiques élémentaires

Un composant énergétique  $\bar{C} \models C$  est dit élémentaire s'il ne comporte qu'une variable externe de flux, une variable externe d'effort, et une troisième variable éventuelle, interne principale ou externe. Des variables internes intermédiaires peuvent être présentes.

Selon cette définition, les éléments Inertie, Capacité et Résistance d'un graphe de lien sont des composants énergétiques élémentaires.

D'après la définition générale, la troisième variable est nécessairement un déplacement. Cette variable n'apparaît pas *a priori* comme toujours nécessaire pour une résistance, notamment si on considère le domaine électrique. Dans le domaine mécanique qui nous occupe principalement, l'éventuelle suppression de cette variable se fera à une étape ultérieure, lors de la simplification du schéma semi-causal annoté. D'autre part, en mécanique, les résistances sont des frottements et constitueront rarement des composants autonomes dans la modélisation.

### 3.7.4 Composant de couplage énergétique

Un composant est dit de couplage énergétique s'il ne comporte pas de variables internes qui soient des flux ou des déplacements ni des efforts ou des moments.

Un couplage énergétique "passif" ne comporte aucune variable interne et a pour seules variables externes des efforts, flux, déplacements, moments. C'est un composant énergétique ne présentant aucune relation d'intégration-dérivation. Des mécanismes comme les diviseur de débit, les transformateurs à modulation constante ou à modulation par le déplacement, les gyrateurs (même restriction sur la modulation) sont des composants de couplage énergétique passif. La mise en série de sources d'effort ou la mise en parallèle de sources de flux est également un couplage passif.

Une résistance, composant énergétique élémentaire, peut également être considérée comme un composant de couplage énergétique.

<sup>11</sup>Cette définition est imposée même si le déplacement n'est pas une "variable d'état" dans le cadre d'un modèle entrées-sorties. Si nous prenons le cas d'un objet assimilé à une inertie pure, seule la vitesse (ou la quantité de mouvement  $M.\dot{x} = \int M.\ddot{x} = \int F.dt =$ , soit le moment) est incluse dans le vecteur d'état si l'entrée est un effort dans le sous-système "inertie". Néanmoins, la position de l'objet pourra importer dans le cadre des interactions de cet objet avec le reste du système

En revanche, si le composant de couplage énergétique comporte dans ses variables externes des variables de commande (à l'exception, donc, de déplacements), il est dit "semi-actif". Comme les composants de couplage passifs, les composants de couplage semi-actifs n'introduisent pas d'énergie dans le système.

Les interrupteurs électriques sont des composants de couplage semi-actif. Les électro-vannes sont assimilables à des composants de couplage semi-actif si la puissance électrique de commande est négligée.

Tout composant énergétique dont les contraintes  $\mathcal{F}$  sont équivalentes à un ensemble d'équations différentielles linéaires peut être modélisé par un graphe de liens. Il peut donc être modélisé par un ensemble de composants énergétiques élémentaires.

L'annexe A présente la modélisation d'un vérin hydraulique. On y verra que la modélisation par graphe de lien d'une chambre de compression déformable comme une capacité nécessite que cette déformation soit de faible ampleur par rapport au volume "nominal" (terminologie employée dans [48]) de la chambre. Pour réaliser un graphe de lien sans cette hypothèse, il convient d'utiliser des liens dits d'information (de tels liens sont mis en oeuvre par exemple dans [2]).

Ce vérin peut être modélisé par plusieurs composants énergétiques, mais qui ne sont pas tous élémentaires.

Dans le formalisme des graphes de lien, l'expression éventuelle des non-linéarités respecte la structure de variables liées aux éléments. Des équations différentielles non-linéaires liant flux et effort peuvent être affectées aux capacités, résistances et inductances. La modulation variable des transformateurs et générateur permet d'introduire des non-linéarités comme celles du couplage de mouvements rotatifs et en translation. Néanmoins, certains couplages, comme dans le cas du vérin, nécessitent des liens d'information.

Le schéma de description de la dynamique que nous employons offre une souplesse de modélisation équivalente à celle d'un graphe de liens étendu par cette méthode des liens (continus) d'information, comme nous le verrons aux sections 3.9 et 3.10.

### 3.7.5 Exemple : composants énergétiques

Dans notre exemple de la barre oscillante, nous pouvons distinguer 3 composants énergétiques élémentaires (2 élastiques et une barre pivotante) et des composants de couplage énergétique.

**Elastique** (à gauche, et à droite) Capacité avec saturation

flux, variable externe vitesse d'élongation  $\dot{L}_{\{l,r\}}$

effort, variable externe force de rappel  $\bar{F}_{\{l,r\}}$  ((algébrique mais  $\geq 0$ )

déplacement, variable externe longueur  $L_{\{l,r\}}$ . En effet la liaison flux-effort (par exemple à gauche) est caractérisée par :  $\bar{F}_l = \int k_l \dot{L}$  pour  $\int k_l \dot{L} \geq 0$  et  $\bar{F}_l = 0$  sinon. Ceci est autrement formulé  $\bar{F}_l = k_l(L_l - L_{l0})$ , pour  $L_l \geq L_{l0}$  et 0 sinon.

**Barre pivotante** Inertie de rotation

flux, variable externe vitesse de rotation  $\dot{\alpha}$

effort, variable externe couple  $\Gamma$

moment, variable interne impulsion  $I(t) = I(0) + \int_0^t \Gamma$ . Cette impulsion est remplacée par le flux  $\dot{\alpha}$ . En effet la liaison flux-effort est caractérisée par  $J.(\dot{\alpha}(t) - \dot{\alpha}(t=0)) = \int_0^t \Gamma$  où l'inertie  $J$  est un paramètre connu.

déplacement, variable interne angle  $\alpha$ . Cette variable résulte de l'application de la règle : "pour tout flux, un déplacement".

**Couplage translation-rotation** (à gauche, et à droite) Transformateur modulé par angle

**2 flux, variables externes** vitesse de rotation  $\dot{\alpha}$  et vitesse d'élongation  $\dot{L}_{\{l,r\}}$

**2 efforts, variables externes** couple  $\Gamma_{\{l,r\}}$  et force  $\bar{F}_{\{l,r\}}$

**Couplage somme des couples** Couplage somme d'efforts

**3 efforts, variables externes** couples  $\Gamma, \Gamma_l, \Gamma_r$  tels que  $\Gamma = \Gamma_l + \Gamma_r$

### 3.7.6 Composants informationnels commutables

Un composant  $\bar{C} \models C$  est dit informationnel commutable si ses variables externes se décomposent en 2 catégories, variables de signaux et variables de configuration. Les  $n$  variables de signaux sont, soit des entrées, soit des sorties, à un instant donné  $t$ , et les variables de configuration comportent  $n$  entrées et  $n$  sorties :

$$\begin{aligned}
 \nu_e &= \nu_{ei}(t) \cup \nu_{eo}(t) \cup \nu_{efi} \cup \nu_{efo} \\
 \nu_{ei}(t) \cap \nu_{eo}(t) &= \emptyset \\
 n &= \text{Card}(\nu_{ei}(t) \cup \nu_{eo}(t)) = \text{Card}(\nu_{efi}) = \text{Card}(\nu_{efo}) \\
 \nu_{ei}(t) \cup \nu_{eo}(t) &= \{\eta_i \mid i \in [1..n]\} \\
 \nu_{efi}(t) &= \{\delta_i(t), i \in [1..n], \delta_i(t) = 1 \text{ si } \eta_i \in \nu_{ei}(t) \delta_i(t) = 0 \text{ si } \eta_i \in \nu_{eo}(t)\} \\
 \nu_{efo}(t) &= \{\beta_i(t), i \in [1..n], \beta_i(t) = 1 \text{ si } \eta_i \in \nu_{eo}(t) \beta_i(t) = 0 \text{ si } \eta_i \in \nu_{ei}(t)\}
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

- $\nu_{ei}(t)$  désigne l'ensemble des "variables externes entrées" du composant à l'instant  $t$  ;
- $\nu_{eo}(t)$  désigne l'ensemble des "variables externes sorties" ou "variables externes calculées" du composant à l'instant  $t$  ;
- $\nu_{efi}(t)$  désigne l'ensemble des entrées booléennes configurant les variables externes en entrées et en sorties
- $\nu_{efo}(t)$  désigne l'ensemble des sorties booléennes indiquant les variables externes calculées disponibles en sorties

Requête :  $\mathcal{R}(t) = \{\nu_{efi}(t), \nu_{ei}(t)\}$  est une requête

Requête admise :  $\mathcal{R}(t)$  est admise par le composant, à l'instant  $t$ , si  $\sum_{i=1}^n \delta_i + \beta_i = n$ .

Il existe au moins un "modèle instance" informationnel commutable pour tout composant, physique ou logiciel, y compris un composant énergétique. Nous abordons, par cette définition, l'aspect logiciel de la modélisation de composants énergétiques. Nous suggérons notamment que la résolution de la causalité computationnelle peut intervenir à différents moments d'une simulation. Les logiciels de simulation actuellement les plus utilisés par les ingénieurs mécatroniciens supposent une résolution de la causalité computationnelle complète dès la phase de modélisation. Par le système des requêtes, classiquement rencontré dans les logiciels de base de données, nous avons exprimé formellement la possibilité d'une "décentralisation" de cette résolution. Lorsque la requête est admise par un composant, cela signifie que la causalité computationnelle suggérée par le moteur de simulation est compatible avec le modèle de ce composant. Si la requête est refusée, le moteur de simulation devra tester une autre possibilité.

Pour la simulation, cette formalisation du composant suggère ce que Thevenon appelle une approche "séquentielle" au lieu d'une "simulation globale" ([6]). Thevenon, qui a choisi pour ses travaux en simulation hybride une approche globale, est plus précis dans la "publication" au niveau du composant de la causalité (ici liée à la calculabilité<sup>12</sup>) des connexions. Il distingue des entrées, des sorties, et des liens a-causaux.

La programmation objet facilite la souplesse de mise en oeuvre logicielle des composants, c'est pourquoi nous l'avons mis en oeuvre dans la plupart des outils logiciels réalisés dans le cadre de cette recherche. Nous détaillerons plus avant les avantages des objets logiciels dans la section 3.8.

<sup>12</sup>et aux choix du créateur des composants

### 3.7.7 Composant informationnel orienté

Un composant informationnel orienté est un composant dont toutes les variables externes sont soit des entrées, soit des sorties, une entrée restant une entrée pour tout  $t$ . Dans des logiciels de simulation comme le très diffusé Simulink, tous les composants énergétiques doivent être représentés par des composants informationnels orientés. La réalisation de connexions a-causales (au sens Thévenon) nécessite alors des artifices techniques non robustes et perturbant les mécanismes de vérification des "boucles algébriques".

Nous avons traité brièvement dans ces sections 3.7.7 et 3.7.6 de la causalité de calcul lors du passage du modèle de représentation par composants au modèle de simulation. Nous verrons dans le chapitre 4 que la causalité énergétique définie en section 3.6.2, et nos hypothèses de monotonie, déterminent les possibilités de filtrage lors du passage au modèle discret. La causalité computationnelle joue un rôle dans la sélection des algorithmes de propagation.

## 3.8 Hiérarchie de variables et de composants

### 3.8.1 Principe du regroupement hiérarchique

Les composants tels que nous les avons définis peuvent être élaborés par la connexion de composants plus petits. Nous proposons de regrouper les composants liés par une boucle d'asservissement. Cette approche permet de vérifier la cohérence du schéma semi-causal élaboré pour le sous-système, puis de continuer le regroupement en regroupant les schémas causaux.

### 3.8.2 Hiérarchie de composants et hiérarchie objet

La programmation objet comporte plusieurs mécanismes hiérarchiques. Le premier se retrouve aussi en programmation impérative, il s'agit d'une **hiérarchie d'inclusion**. Une donnée structurée contient d'autres données, elles-mêmes structurées. L'inclusion permet une puissance d'expression supérieure dans les langages objets, car elle est associée à d'autres mécanismes que sont l'héritage et le polymorphisme.

**La notion d'héritage** permet la spécialisation. L'objet enfant reçoit en héritage la plupart des données et des comportements de son (ou ses) parent. Il peut comporter des données et des comportements spécifiques, et modifier certains comportements (procédures) hérités de son parent. Cette notion offre de nombreuses possibilités pour la modélisation et la simulation. Ainsi, dans un travail sur la modélisation hybride et orientée objet de systèmes hydraulique, Ferreira ([53]) propose l'exemple d'une valve. La valve parente est soit ouverte, soit fermée. La valve enfant, plus détaillée, distingue la phase d'ouverture partielle de l'ouverture totale.

**Le polymorphisme** permet le traitement homogène d'objets spécialisés ayant un parent commun. Imaginons un ensemble de vannes aux caractéristiques dynamiques spécifiques. Il est possible d'appeler pour chaque objet une "méthode générique" d'ouverture, sans que la procédure et l'objet appelant aient à connaître de ces caractéristiques spécifiques.

**Plusieurs logiciels de modélisation** utilisent cette notion d'objet. La motivation la plus courante et la plus commune tient à la qualité du logiciel de simulation réalisable et à la réutilisabilité des modules et des composants de simulation. Nous allons en citer quelques-uns, sans souci d'exhaustivité. Le logiciel CAMeL-View ([54]), écrit dans le langage objet Smalltalk, utilise une base orientée-objet pour la gestion des composants d'un modèle et de la librairie de composants. CAMeL-View permet la vérification automatique de l'ordonnancement des calculs et l'agencement

en équations différentielles ordinaires (EDO, voir section 3.9.3). Le logiciel YAHMST<sup>13</sup> ([6], [25]), écrit en Java, comporte un langage de description de composants, YASMA. Ainsi les composants hybrides modélisés sont ils spécifiés sous forme déclarative et hiérarchisée. La partie continue autorise les équations différentielles algébriques d'index 1 au plus (voir section 3.9.3). Modelica est un autre langage de modélisation hybride orienté objet, accompagné d'un éditeur graphique ([55]).

**Notre utilisation des concepts objet :** pour ce qui concerne la structure en composants proprement dite, elle se limite, dans ce mémoire, à la représentation des inclusions et des compositions. Nous avons également développé une bibliothèques de classes permettant la description de signaux variés. Ces classes de signaux sont spécialisables et exploitent le polymorphisme. Elles incorporent un mécanisme d'enregistrement dynamique des classes de signaux qui permet l'extension de la bibliothèque de signaux sans recompilation des classes de base. Ces principes, utilisés pour les signaux, peuvent également être appliqués aux composants, qui sont des groupes de signaux.

**La modélisation objet liée à une représentation hybride** offre une souplesse d'expression importante. Le réordonnancement automatique des calculs d'une part et l'élaboration d'algorithmes de résolution d'équations différentielles algébriques sont des voies de recherche pour une utilisation facilitée de cette souplesse d'expression lors de la phase de simulation proprement dite. Pour ce premier thème, on pourra notamment se reporter aux travaux de Travé-Massuyès et Pons, sur l'extension aux systèmes hybrides de l'ordonnancement causal, au sens calcul, d'Iwasaki et Simon ([39]). On trouvera une approche du second thème dans [6] (Thevenon).

### 3.8.3 Exemple : vue hiérarchique en composants

Nous avons défini 3 composants énergétiques à part entière, à savoir 2 élastiques et une barre sur pivot, et 3 composants de couplage énergétique passif.

L'ensemble de ces composants réalise un asservissement, c'est pourquoi ils seront placés dans le même groupe (à la même profondeur et la même branche de l'arbre décrivant la hiérarchie des composants). Un groupe est lui-même un composant pour les niveaux hiérarchiques supérieurs. Dans la figure 3.7, les composants de couplage ont été représentés, ce que nous ne ferons pas dans les exemples plus complexes pour ne pas alourdir cette représentation hiérarchique.

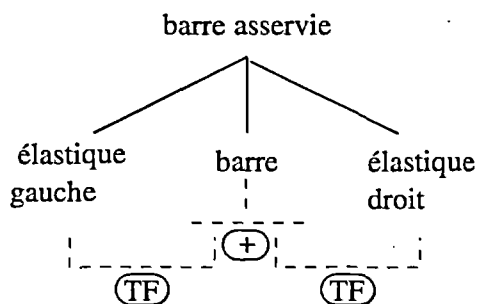


FIG. 3.7 – Hiérarchie

<sup>13</sup> Yet Another Hybrid Modelling and Simulation Tool

# D - Graphe de représentation du modèle nominal

## 3.9 Le SsCD : un graphe à variables continues

Nous allons tout d'abord définir les bases de nos notations. Comme pour le GIC, les sommets du graphe sont des variables ou signaux, ce qui facilite l'annotation.

### 3.9.1 Introduction au SsCD

#### Relations rigides

Une relation rigide entre deux grandeurs énergétiques généralisées définit un arc non orienté entre deux sommets labellisés du nom de ces grandeurs. Les variables peuvent être des efforts, des flux, mais aussi des déplacements et moments, ce qui étend la définition proposée par le GIC. Une relation rigide est représentée comme indiqué figure 3.8.



FIG. 3.8 – arc rigide

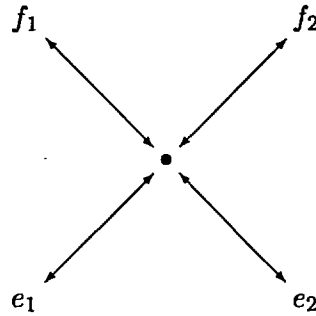


FIG. 3.9 – relation rigide n-arcs

Une relation rigide entre  $n$  grandeurs énergétiques est représentée par un sommet particulier, labellisé de façon facultative, que nous appellerons "lieu de contrainte", et  $n$  arcs non orientés du lieu de contrainte à chaque grandeur (figure 3.9). Ce type de relation pourra également être appelé "contrainte" dans le présent mémoire. Au lieu de contrainte peut être attaché un ensemble de symboles définissant l'ordonnancement de calcul pour tout ou partie des grandeurs énergétiques. L'ordonnancement de calcul sera abordé à la section 3.9

#### Relations causales

Une relation causale entre deux grandeurs énergétiques généralisées (effort, flux, mais aussi déplacement et moment, ce qui étend également la définition proposée par le GIC) définit un arc orienté entre deux sommets labellisés du nom de ces grandeurs, et représenté comme indiqué figure 3.10. La relation liée à un arc causal met toujours en jeu soit une intégration, soit une dérivation. A la différence du GIC et comme dans les graphes de lien, nous admettons la présence de relations causales dérivées, mais les relations causales intégrales sont strictement préférées. La présence de causalités dérivées impose des traitements spécifiques, qui ne seront pas analysés dans ce mémoire. Les relations causales sont dans tous les cas liées à des éléments de stockage d'énergie (voir sections 3.4.2 et 3.5.1). On peut facultativement faire figurer le signe  $\int$  sur l'arc d'une relation intégrale pour bien marquer qu'il s'agit d'un arc causal lié à la dynamique du système. Sur chaque arc de relation dérivée doit figurer la mention  $d/dt$ .





FIG. 3.10 – relation causale intégrale et relation causale dérivée

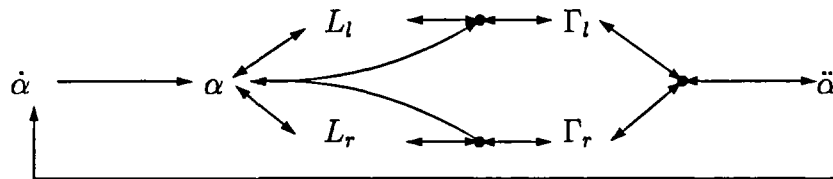


FIG. 3.11 – Exemple de schéma semi-causal dynamique (barre oscillante)

### Sources énergétiques et variables énergétiques interfaces

Une source énergétique dans un SsCD est analogue à une source de flux ou une source d'effort dans un graphe de liens. C'est une "source de causalité". Le nom de chaque "variable" ou constante identifiée comme source de flux ou d'effort doit être suivi du signe " : ". La force gravitationnelle peut ainsi être vue comme une source d'effort. Dans un sous-modèle, on peut identifier des variables externes qui ne sont pas des sources énergétiques. Elles peuvent être, suivant l'utilisation du système, des entrées ou des sorties. Ainsi, on peut assimiler les débits entrants d'un vérin à des sources de flux lors de l'élaboration initiale du modèle, mais ces flux "proviennent" d'une autre partie du circuit. Les débits sont donc des variables interfaces, qui ne sont pas des "sources causales". Ceci se vérifie aisément en considérant qu'un vérin peut être utilisé comme une pompe volumétrique. On pourra, lorsqu'il y a ambiguïté, indiquer ce caractère de variable interface par le signe " := ":

F : ou E :	F:=: ou E:=:
source énergétique	interface énergétique

TAB. 3.3 – sources énergétiques et variables interfaces

### schémas semi-causaux dynamiques pour notre exemple

Un schéma semi-causal correspondant à un modèle n'est pas unique, même en l'absence d'aucune causalité dérivée. Une des raisons à cela est que nous n'avons pas fixé de règles quant à l'exhaustivité des sommets du graphe vis-à-vis des variables présentes dans les équations du modèle<sup>14</sup>. Le schéma donné figure 3.11 est ainsi acceptable pour le modèle nominal de notre barre oscillante.

<sup>14</sup>Nous fixerons de telles règles pour l'élaboration du schéma semi-causal nominal, en nous appuyant sur des modèles de composant ayant des caractéristiques précises. Les principes méthodologiques que nous proposons visent à réduire le nombre d'interprétations possibles.

### 3.9.2 Définition formelle du SsCD

Le Schéma semi-Causal Dynamique, dont les principes ont été décrits section 3.9.1, est un graphe  $\mathcal{G}$  partiellement orienté défini formellement de la façon suivante.

$$\mathcal{G} = \{S, S', R, \mathcal{L}_C, \mathcal{L}_D, \mathcal{L}_R\}$$

$S$  sommets efforts, flux, déplacements, moments  
 $S'$  sommets dérivées d'efforts et de flux  
 $R$  sommets d'étiquetage de contraintes rigides  
 $\mathcal{L}_C$  relations causales bipolaires intégrales  
 $\mathcal{L}_D$  relations causales bipolaires dérivées  
 $\mathcal{L}_R$  segments de relations rigides  
 $Comp \leftrightarrow \mathcal{L}_R$  Information computationnelle sur les segments de relations rigides

(3.23)

$$S = E \cup F \cup D \cup M$$

$E$  variables d'effort  
 $F$  variables de flux  
 $D$  variables de déplacement  
 $M$  variables de moments

(3.24)

$$E^* \subset E \text{ et } E^= \subset E \text{ sources d'effort, interfaces d'effort}$$

$$F^* \subset F \text{ et } F^= \subset F \text{ sources de flux, interfaces de flux}$$
(3.25)

$$S' = E' \cup F'$$

$E'$  variables dérivées d'effort  
 $F'$  variables dérivées de flux

(3.26)

$$\forall x \in D, \dot{x} \in F$$
(3.27)

$$\forall x \in M, \dot{x} \in E$$
(3.28)

$$\mathcal{L}_C = \{R_i, i \in [1, n], \forall i R_i \in (E \times F) \cup (F \times E)$$

ou  $R_i \in (E' \times E) \cup (F' \times F) \cup (E \times M) \cup (F \times D)\}$

$$\mathcal{L}_R = \{R_i = \{a_i, b_i\}, i \in [1, m], a_i \in R \text{ et } b_i \in S \cup S'\}$$

$$\exists f_c : \mathcal{L}_R \leftrightarrow Comp \quad \forall i \in [1, m], f_c(R_i) = C_i$$

$$C_i \in \{':=' , '=:', '?', ':\neq':\}$$
(3.29)

Le signe  $:=$  affecté au segment  $R_i = \{a_i, b_i\}$  avec  $b_i \in S \cup S'$  signifie  $b_i$  est calculé à partir des autres membres de la contrainte dont  $R_i$  est un arc.

Le signe  $=:$  affecté au segment  $R_i = \{a_i, b_i\}$  avec  $b_i \in S \cup S'$  signifie que les autres membres de la contrainte dont  $R_i$  est un arc sont déduits de  $b_i$ .

Le signe  $?$  affecté au segment  $R_i = \{a_i, b_i\}$  avec  $b_i \in S \cup S'$  signifie qu'il n'y a pas de connaissance sur la façon de calculer  $b_i$ .

Le signe  $:\neq:$  affecté au segment  $R_i = \{a_i, b_i\}$  avec  $b_i \in S \cup S'$  signifie que  $b_i$  ne peut être déterminé à partir d'un calcul symbolique sur la contrainte  $a_i$ .

Une contrainte  $A \in R$  est dite résolue si  $\forall i$  tel que  $R_i \in \mathcal{L}_R$  et  $R_i = \{A, b_i\}$ ,  $f_c(R_i) \neq '?'$  et  $f_c(R_i) \neq ':\neq:'$ .

### 3.9.3 Spécificités du SsCD

**Des relations causales étendues :** Nous introduisons plus de possibilités dans la définition des relations causales que ce que propose le GIC. La relation causale énergétique est ainsi orientée par le sens d'intégration, et si nécessaire par le sens de dérivation. On peut définir des relations causales autres que flux-effort et effort-flux. La représentation change, mais elle adresse les mêmes phénomènes physiques.

Prenons l'exemple d'une capacité. Nous avons pour principe de faire figurer un déplacement pour chaque flux. Ainsi, nous pouvons remplacer la relation causale flux-effort de la capacité par la mise en cascade d'une relation causale d'intégration flux-déplacement et d'une relation rigide déplacement-effort.

Dans un SsCD, les capacités peuvent toujours être identifiées, soit par une relation causale unique flux-effort, soit par une telle cascade. Les inerties seront identifiées par une relation causale unique effort-flux, ou par la mise en cascade d'une relation rigide effort-dérivée de flux et d'une relation causale dérivée de flux-flux. Si la modélisation ne peut être faite autrement, nous pouvons de façon analogue identifier des inerties ou des capacités en causalité dérivée.

**Sources d'effort et de flux et causalité** Une source d'effort ou de flux oriente la causalité dans un graphe de liens (voir section 3.4). Dans un schéma semi-causal dynamique, les sources d'effort et de flux doivent être identifiées et la dualité effort-flux respectée. Lors de l'élaboration de schémas causaux partiels, les externalités de flux ou d'effort ne sont pas nécessairement des sources, mais la dualité doit aussi être respectée : un même système ne peut imposer pour une même relation énergétique à la fois un flux et un effort.

**Modélisation des non-linéarités** Aucune restriction n'est posée sur les relations rigides

**Equivalence structurelle de représentation avec un système d'équations différentielles**

On peut distinguer trois types d'équations différentielles ([6]) :

- Equations Différentielles Ordinaires (EDO, *ODE : Ordinary Differential Equations*) :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= F(x(t), t) \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}$$

- Equations Algébriques Différentielles (EAD, *DAE : Differential Algebraic Equations*<sup>15</sup>)

$$\begin{aligned}0 &= F(\dot{x}(t), x(t), y(t), t) \\ 0 &= G(x(t), y(t), t) \\ x(t_0) &= x_0 \\ \dot{x}(t_0) &= \dot{x}_0\end{aligned}$$

- Equations Algébriques Différentielles semi-explicites<sup>16</sup>

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= F(x(t), y(t), t) \\ 0 &= G(x(t), y(t), t) \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}$$

Lorsque notre schéma SsCD ne comporte aucune relation causale dérivée, et que toutes les contraintes sont résolues, il représente un système d'EDO. Lorsque le schéma SsCD comporte des relations causales intégrales et des relations causales dérivées, il représente un système d'EAD. Ce

<sup>15</sup>appelées dans [48] *Implicit Differential Systems*

<sup>16</sup>appelées dans [48] *Implicit Algebraic Systems*

cas peut se présenter à propos des systèmes mécaniques si un modèle obtenu à partir des équations de Lagrange n'a pu être reformulé. Les chaînes cinématiques fermées posent des problèmes de ce type. Un cas de complexité intermédiaire est le système d'EAD semi-explicite, qui se présente en cas de contraintes non résolues. Les autres conditions pour un système d'EAD semi-explicite sont les suivantes : tous les arcs de relation rigides ayant un sommet dans  $S'$  doivent pouvoir recevoir une information computationnelle ' $:=$ ', et toutes les relations causales sont intégrales.

Nous ne traitons pas ici le problème de la simulation, mais nous verrons que la connaissance du "statut computationnel" du SsCD a des répercussions sur le calcul de l'automate.

**Schéma semi-causal dynamique et matrices d'incidences** Notre schéma semi-causal dynamique présente des similarités de représentation avec les représentations graphiques classiques des matrices d'incidence utilisées par les méthodes de diagnostic basées sur la redondance analytique, et plus généralement en analyse symbolique des équations continues.

Les éléments d'une matrice d'incidence  $[a_{i,j}]$  prennent deux valeurs, 0 ou 1 ([6]). Nous aurons  $a_{i,j} = 1$  si l'inconnue  $v_j$  apparaît dans l'équation  $e_i$  (équations en lignes, variables en colonnes) ;  $a_{i,j}$  prend sinon la valeur 0.

Dans le cadre du diagnostic de défaillances, Krysander ([56]) appelle modèle structurel une telle matrice d'incidence. On y distingue trois types de colonnes : les variables mesurées, les variables "inconnues" (notamment les variables d'état non mesurées), et les variables de fautes. Une matrice d'incidence ne comportant que des 0 et des 1 ne représente pas d'orientation dans les arcs du graphe correspondant, dont les sommets sont les variables et les étiquettes qui désignent les équations. Ploix ([57]) énonce une relation d'observation entre chaque variable physique mesurée et la mesure, et distingue une colonne de fautes, une colonne de variables physiques et une colonne de mesures. L'autre spécificité de son approche réside dans les valeurs de  $a_{i,j}$  : elles prennent les valeurs 0, ' $P$ ' (variable présente),  $I$  (*input* entrée) et  $O$  (*output* sortie). Ce choix d'entrées et sorties reflète ici une **causalité de calcul choisie a priori**. Cette approche permet de contraindre l'analyse symbolique qui mène à la génération des tests de consistance.

La différence entre le schéma semi-causal dynamique non annoté et un graphe d'analyse structurale pour l'isolation de fautes (*FDI : Fault Detection and Isolation*) tient au systématisme du choix des sommets, et à la notion de causalité retenue. Dans notre problématique, la notion de causalité temporelle (liée aux intégrations et dérivation) prime sur la causalité computationnelle, que nous n'imposons pas *a priori* pour les variables non exogènes. La calculabilité n'est cependant pas sans importance pour la méthode de filtrage des états lors du passage au modèle discret (chapitre 4). Dans notre schéma, les relations causales d'intégration sont bipolaires.

## 3.10 Schéma semi-Causal Nominal

### 3.10.1 Définition

Nous appellerons schéma semi-causal nominal un schéma semi-causal dynamique (SsCD) établi à partir du seul modèle nominal défini en section 3.1.3 et de la hiérarchie en composants définie sections 3.7 et 3.8. Le schéma semi-causal nominal doit faire figurer pour chaque flux considéré le déplacement correspondant, ceci pour chaque composant énergétique. Les variables énergétiques externes des composants de couplage énergétique constituent des doublons par rapport aux composants énergétiques qu'ils couplent et ne figurent pas au schéma semi-causal nominal.

### 3.10.2 Etablir le schéma semi-causal nominal

Si nous disposons au préalable d'un modèle nominal, et d'une hiérarchie en composants, nous établirons le schéma de la façon suivante, en supposant que l'ensemble  $\mathcal{L}_{\mathcal{D}}$  des relations causales

dérivées est vide :

- Définir comme ensemble des sommets du graphe l'ensemble des variables des composants.
- Compléter les équations du modèle nominal pour que toutes les variables correspondant aux sommets du graphe y soient explicitées.
- Eliminer, autant que possible, les équations du modèle nominal contenant des dérivées des variables, en les remplaçant par des équations algébriques intégrées. Par exemple, l'équation d'une capacité  $\dot{F} = k.\dot{x}$  sera remplacée par  $F = k(x - x_0)$ , si  $x_0$  est connu<sup>17</sup>
- S'il subsiste des dérivées qui ne sont pas liées par une relation bipolaire avec une autre variable dans les équations, créer des variables pour représenter ces dérivées.
- Créer le schéma semi-causal en représentant les équations du modèle par des relations rigides et des relations causales selon les notations préconisées à la section 3.6.1.

Si nous ne disposons pas au préalable du modèle nominal, mais d'une hiérarchie en composants, nous procéderons selon des principes similaires à la dérivation d'équations à partir des graphes de lien, eux-même dérivés de graphes de lien à mots.

- Définir les équations reliant les variables pour chaque composant.
- Etablir un mini schéma semi-causal pour chaque composant.
- Etablir un schéma semi-causal préliminaire par connexion des différents schémas.
- Eliminer les éventuelles redondances dans les relations causales ou rigides, en s'aidant des équations.
- Vérifier que ce schéma ne comporte pas de contradiction. Une manière de vérifier le schéma est de résoudre la causalité computationnelle en orientant les arcs des relations rigides pour respecter l'orientation définie par les relations causales affectant les sommets des relations rigides<sup>18</sup>.

### 3.10.3 Exemple : schéma semi-causal préliminaire

Avant de réaliser le schéma semi-causal comme nous l'avons défini, il nous faut déterminer l'ensemble de ses sommets.

Le modèle nominal nous a permis de définir un ensemble  $S$  de 2 variables d'état,  $\alpha$  et  $\dot{\alpha}$ . Le modèle en composants nous a permis d'identifier (voir section 3.7.5) :

- 3 variables de flux (ensemble  $F$ )  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{L}_l$ ,  $\dot{L}_r$
- 5 variables d'effort (ensemble  $E$ )  $\Gamma$ ,  $\Gamma_l$ ,  $\Gamma_r$ ,  $F_l$ ,  $F_r$
- 3 variables de déplacement (ensemble  $D$ )  $L_l$ ,  $L_r$ ,  $\alpha$

Nous pouvons facultativement y ajouter la variable d'accélération angulaire, identifiée dans le modèle nominal, soit  $S' = F' = \{\ddot{\alpha}\}$ . L'ensemble  $I$  des sommets du schéma semi-causal peut s'écrire  $I = S \cup S' \cup E \cup F \cup D$ . Cependant, il convient de remarquer que si  $\dot{L}_l$  s'exprime en fonction de  $\alpha$  et  $\dot{\alpha}$  (équation 3.30),  $L_l$  s'exprime directement en fonction de  $\alpha$ . Nous verrons plus loin que nous pouvons définir un graphe causal réduit ne comportant pas  $\dot{L}_l$ , dès lors que l'hypothèse de non-frottement au niveau de l'élastique est valide.

$$\dot{L}_l = l_0 \cdot \cos(\psi) \cdot \dot{\alpha} \quad (3.30)$$

avec  $\tan(\psi) = -l_0(1 - \cos(\alpha)) / (h_0 - l_0 \cdot \sin(\alpha))$

La figure 3.12 montre le schéma semi-causal obtenu pour notre exemple, et qui représente les équations 3.1, 3.2, 3.3, 3.9, 3.10, 3.6, 3.7 du modèle nominal, ainsi que l'équation 3.30 et l'équation analogue pour le côté droit.

<sup>17</sup>Même si  $x_0$  est connu avec une incertitude modélisable par un intervalle, cette information permettra une meilleure réduction de l'automate.

<sup>18</sup>Si cette vérification n'est pas faite *a priori* par le modélisateur, elle peut être faite automatiquement. En effet, le composant informationnel commutable que nous avons défini permet d'implémenter les composants énergétiques dans un logiciel. Après avoir défini le couplage des composants énergétiques, un logiciel vérificateur peut en déduire les requêtes nécessaires à une simulation et les tester sur les composants.

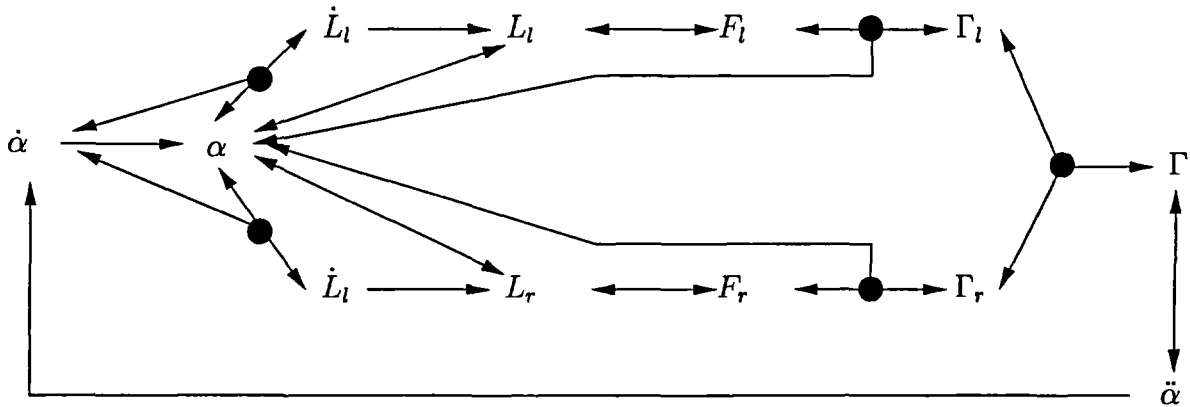


FIG. 3.12 – Barre pivotante : schéma semi-causal préliminaire

### 3.10.4 Exemple : schéma semi-causal réduit

Si nous ne disposons pas de moyen de mesure de  $\dot{L}$ , que nous négligeons les frottements visqueux qui lie partiellement  $F$  à  $\dot{L}$ , alors nous pouvons supprimer ce sommet du graphe causal, à droite comme à gauche. En effet, le chemin causal  $(\dot{\alpha}, \alpha, L)$  contient la même information que le chemin  $(\dot{\alpha}, \alpha, \dot{L}, L)$ . L'information de vitesse d'élongation  $\dot{L}$  n'a de sens que tant que l'élastique est intact. Or, si l'élastique est intact, le couplage translation-rotation est nécessairement assuré, et l'information de flux donnée par  $\dot{\alpha}$  est suffisante.

Nous pourrions par un raisonnement analogue envisager de supprimer les sommets  $L$  du schéma, et par conséquent les sommets  $F$ . Cependant, les caractéristiques de l'élastique s'expriment en fonction de sa longueur : longueur propre et longueur d'extension maximale. Le schéma semi-causal annoté comportera donc des informations attachées à ce sommet.

Le schéma semi-causal ainsi réduit pour notre exemple est donné figure 3.13.

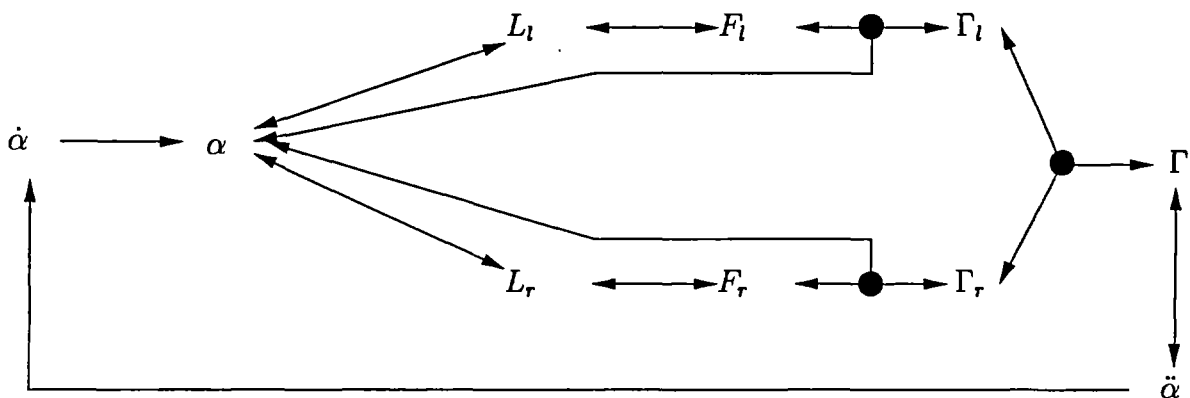


FIG. 3.13 – Barre pivotante : schéma semi-causal nominal (réduit)

### 3.10.5 Exemple en rajoutant une source d'effort

La gravité n'a pas été prise en compte dans notre modèle nominal. Nous pouvons munir notre modèle didactique de deux sources d'effort, de valeurs en force  $M.g$  ( $M = M_l = M_r$ ). Le passage aux couples implique des relations géométriques différentes de celles modélisées pour les couples liés à la traction des élastiques.

Le modèle est modifié en remplaçant l'équation 3.1 par les équations suivantes :

$$J.\ddot{\alpha} = \Gamma_l + \Gamma_r + \Gamma_{gl} + \Gamma_{gr} \tag{3.31}$$

$$\Gamma_{gl} = M.g.l_0.\cos(\alpha) \tag{3.32}$$

$$\Gamma_{gr} = -M.g.l_0.\cos(\alpha) \tag{3.33}$$

Les équations 3.32 3.33 ne sont pas monotones par rapport à  $\alpha$  pour  $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$ . Il nous faudrait donc décomposer chacune en deux relations pour respecter l'hypothèse de monotonie. Cette décomposition basée sur le signe de  $\alpha$  implique des "saturations" (voir sections 3.1.1 et 3.1.3). Il y a donc conflit de méthodes pour réaliser un modèle physique nominal respectant l'hypothèse de monotonie. Ce problème peut être résolu à l'annotation du schéma semi-causal.

Le schéma semi-causal obtenu est donné figure 3.14.

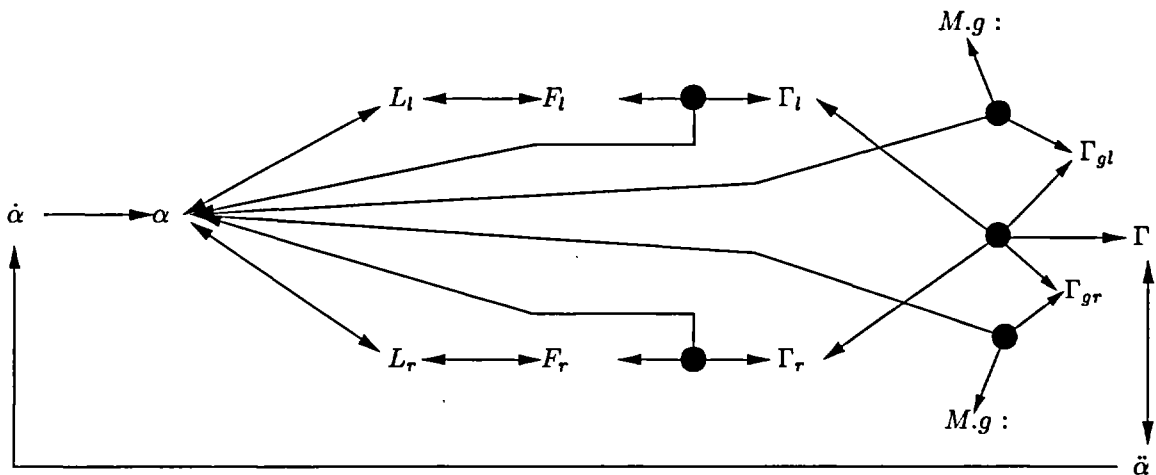


FIG. 3.14 – Barre pivotante sous gravité : schéma semi-causal avec arcs non monotones

### 3.11 Schéma semi-Causal Signé

#### 3.11.1 Signe d'influence

Nous avons fait l'hypothèse à la section 3.1.3 de monotonie d'une variable d'état par rapport à une autre dans le modèle nominal. Lorsque pour un arc du schéma semi-causal (relation causale ou relation rigide), le signe d'influence de la variable sommet initial sur la variable sommet final est constant, cette indication peut être portée sur l'arc.

Le signe d'influence a la signification suivante :

- Pour une relation causale, un signe d'influence positif indique que lorsque le sommet initial a une valeur positive, la valeur du sommet final croît. Si le sommet initial est la dérivée directe du sommet final, le signe d'influence positif est toujours avéré.
- Pour une relation rigide, la notation diffère suivant que la relation rigide est figurée par un arc unique ou plusieurs, elle est donnée figure 3.15. Dans le cas d'une relation mono-arc, un signe positif indique que si la première variable croît, l'autre également. Dans le cas d'une relation multi-arcs représentant une contrainte  $F(A, B, C, D, \dots) = 0$ , alors un signe positif sur l'arc de sommet  $A$  indique que si toutes les autres variables ( $B, C, D, \dots$ ) restaient constantes, alors une augmentation de  $A$  causerait une violation de la contrainte telle que  $F(A, B, C, D, \dots) > 0$ .

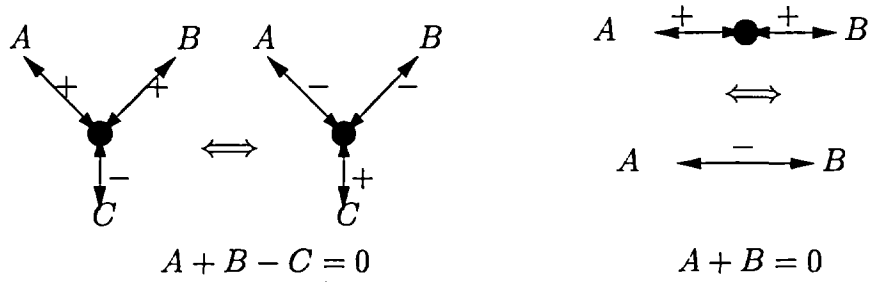


FIG. 3.15 – schéma semi-causal dynamique : signes

3.11.2 Exemple : monotonie et signe d’influence

La fonction  $f_l$ , telle que  $L_l = f_l(\alpha)$  (équation 3.2) est monotone décroissante à la condition :

$$\alpha > -\arctan(h_0/l_0) \tag{3.34}$$

A droite, la fonction  $f_r$  est croissante à la condition :

$$\alpha < \arctan(h_0/l_0) \tag{3.35}$$

Nous supposons pour la simplicité de l'exemple que deux butées mécaniques placées un peu au-dessus des points d'attache des élastiques limitent l'angle dans ces limites. Le signe d'influence de  $L_l$  sur  $F_l$  (équation 3.4) est positif, de même que pour  $L_r$  et  $F_r$  (équation 3.5). Pour le calcul des signes d'influence correspondant aux équations des couples (3.6 et 3.7), nous procédons comme si  $F_l$  et  $F_r$  étaient indépendants de  $\alpha$ . La figure 3.16 ajoute les signes d'influence à notre schéma semi-causal.

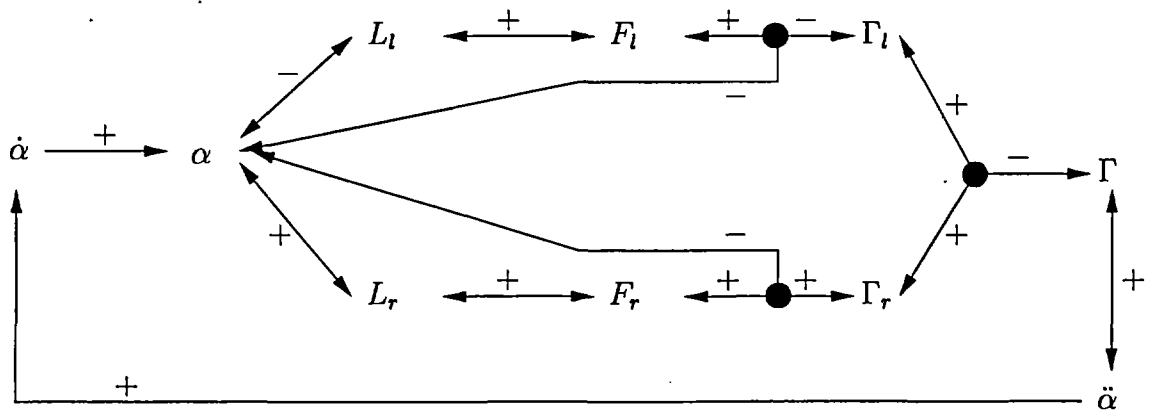


FIG. 3.16 – Barre pivotante : schéma semi-causal signé

Remarque : recalcul des signes d’influence en cas de réduction

Imaginons que nous puissions réduire le schéma semi-causal en ôtant les sommets  $L_l, F_l, L_r, F_r$ . Il nous faudrait retrouver les signes d'influence des nouveaux arcs  $\alpha \leftrightarrow \Gamma_l$  et  $\alpha \leftrightarrow \Gamma_r$ . L'algèbre des signes fournit un cadre théorique pour cela, mais le calcul peut déboucher sur une indétermination du signe (usuellement codée "?", voir [3] pour une introduction à l'algèbre des signes). Ici, le chemin  $\alpha - L_l - F_l - \Gamma_l$  suggère une influence négative et le chemin  $\alpha - \Gamma_l$  suggère une influence également négative : nous pouvons donc conclure à une influence négative de  $\alpha$  sur  $\Gamma_l$ .

Dans d'autres situations, la vérification de la monotonie et le calcul du signe pourront nous amener à un calcul analytique ou numérique à partir des équations. Nous soulignons que le schéma



*semi-causal signé n'a pas vocation à se substituer aux équations, même s'il apporte déjà une information sur le comportement du système. C'est un outil d'aide à l'analyse.*

## 3.12 Schéma semi-Causal Annoté

### 3.12.1 Modalités et intervalles qualificatifs

#### Modalité :

Une modalité sur une variable est un intervalle de valeurs nommé (ou désigné par un symbole). Dans le cas d'une variable discrète, la modalité désigne un ensemble ordonné de valeurs au lieu d'un intervalle.

#### Modalités induites : intervalles qualificatifs

On définit en général plusieurs modalités pour une variable. L'intersection des intervalles de deux modalités fait apparaître des modalités induites. Les intervalles, définis par la borne supérieure d'une modalité explicite, et la borne inférieure d'une autre modalité explicite ou la borne supérieure de l'ensemble de définition de la variable, sont des modalités implicites. Nous regrouperons toutes ces modalités, explicites ou implicites, sous le terme **intervalle qualificatif**<sup>19</sup>.

L'ensemble des intervalles qualificatifs sur une variable est un ensemble ordonné d'intervalles, dont l'intersection deux à deux est nulle et dont l'union est égale à l'ensemble de définition de la variable. Chaque intervalle qualificatif est nommé, par le modélisateur ou de façon automatique à partir des noms des modalités considérées explicitement par le modélisateur. Ainsi, un intervalle qualificatif est une modalité.

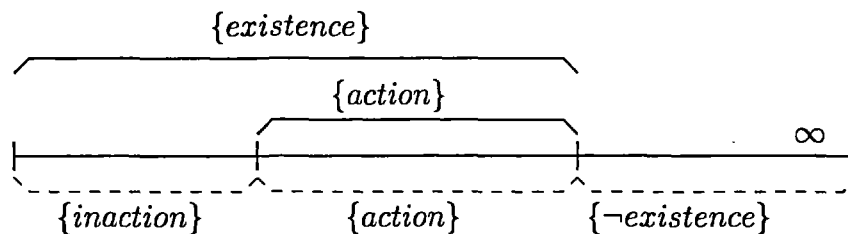


FIG. 3.17 – Modalités et intervalles qualificatifs

La figure 3.17 illustre ce principe. En traits pleins sont indiquées les modalités définies par le modélisateur. Les intervalles qualificatifs ordonnés et contigus sont dessinés en pointillés. Ici,  $\{existence\} - \{action\}$  n'est pas l'ensemble vide et peut être nommé  $\{inaction\}$ .

Deux intervalles qualificatifs ( $I$  et  $J$ ) sont dits contigus si la borne supérieure de l'un (par exemple  $I$ ) est la borne inférieure de l'autre (soit  $J$ ). On notera  $I \prec J$  dans cet exemple.

#### Imprécision et incertitude :

Les bornes d'un intervalle qualificatif peuvent être imprécises ou ne pas être connues avec certitude. Dans ce cas, nous accepterons qu'il puisse y avoir recouvrement partiel des intervalles qualifi-

<sup>19</sup>Nous aurions pu plus simplement choisir l'appellation "intervalle modal", mais cette terminologie est employée dans ce qui s'appelle *modal interval analysis*. Cette analyse par intervalle modal étend les classiques intervalles sur  $\mathbb{R}$ . Elle "identifie les intervalles par l'ensemble des prédicats qui sont satisfaits par les réels" - citation traduite de [58]. Basée sur les quantificateurs universel ( $\forall$ ) et existentiel ( $\exists$ ), cette approche formelle vise à améliorer la précision de l'arithmétique des intervalles "naïve".

catifs. Ce sera le cas notamment si les bornes de ces intervalles sont des nombres flous. Nous verrons au chapitre 4 l'impact qu'aurait cet éventuel recouvrement dans une extension de notre méthode de génération de l'automate fini. Cependant, cela ne change rien à la définition des types d'annotation.

### 3.12.2 Types des annotations

Nous annotons le schéma semi-causal nominal suivant deux familles de renseignements. La première famille renseigne le modèle sur le comportement dans les limites du fonctionnement normal. La deuxième famille d'annotations porte sur les modalités de fonctionnement que peut exprimer un expert. Ces annotations sont essentiellement des modalités affectées suivant les cas à une variable ou à une variable et un arc du schéma. Des symboles permettant d'identifier le type d'annotation accompagnant ces modalités. Les noms des modalités sont mis entre accolades. Les annotations que nous utilisons sont détaillées ci-après :

**Rupture de liaison rigide** Les liaisons rigides représentent des contraintes. Une modification du système, qu'elle soit commandée ou qu'elle résulte d'une défaillance, peut briser cette contrainte, ici de façon irréversible. L'annotation est affectée à la liaison, et est caractérisée par des modalités sur une partie des variables participant à la contrainte. Exemples : rupture de liaison mécanique ou électrique, court-circuit, fuite, ... La figure 3.18 donne sa représentation. Le double trait indique la liaison rigide qui est brisée. Cette liaison rigide lie la variable A pour sa modalité {existence} (ou autre nom) à la variable B. La barre du dessous indique quelle modalité de A correspond à la rupture de la liaison ({-existence} ou {existence}), et donne la valeur que prend B en l'absence de la liaison, si celle-ci est définie.

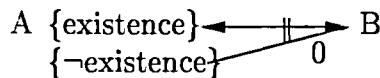


FIG. 3.18 – Annotation : rupture de liaison rigide

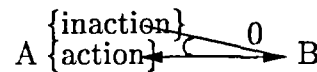


FIG. 3.19 – Annotation : suspension de liaison rigide par saturation

**Suspension de liaison rigide** Il s'agit, à la différence de la rupture de liaison rigide, d'une modification réversible du système. L'annotation est affectée à la liaison, et caractérisée par une ou des modalités. Exemples : fermeture/ouverture de vanne, d'interrupteur, saturation de la force d'un ressort en compression seule pour une longueur donnée... La figure 3.19 donne la représentation pour une saturation. La flèche courbe indique la liaison rigide qui est suspendue. La barre du dessus indique quelle modalité de A correspond à la suspension de la liaison (par exemple {-action} ou {inaction}), et donne la valeur que prend B en l'absence de la liaison, si celle-ci est définie. Lorsque la suspension résulte d'une commande, celle-ci est indiquée.

**Saturation de dynamique** Elle est affectée à une relation causale, et caractérise la variable du sommet final de l'arc. Exemples : butées mécaniques, pression d'un clapet de sécurité atteinte. La figure 3.20 en donne la représentation. Les [| et |] devant la modalité de la variable finale indiquent que les limites de cette modalité sont une saturation. Le V (ou) succédant au signe d'influence + indique que l'influence strictement positive est remplacée par une influence nulle (intégrale bloquée) lorsque les valeurs de saturation de la variable intégrée sont atteintes.

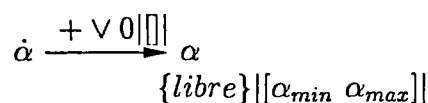


FIG. 3.20 – Annotation : saturation de dynamique

**Zone fonctionnelle** Elle caractérise une variable et non pas un arc du schéma. Elle est définie par un intervalle (à valeurs connues ou imprécises). Exemples : plage souhaitée de fonctionnement, gamme de valeurs normale d'une variable lors d'une tâche donnée (pression d'un vérin de grue au levage,...),... Elle est simplement indiquée par une modalité entre accolades.

**Zero (0), positif (+), négatif (-), inconnu (?)** Elle est affectée à une relation causale intégrale, et caractérise la variable du sommet initial de l'arc. L'annotation "Zero" exige une connaissance assez précise de la dynamique du système pour avoir un intérêt. En effet, lorsque la variable sommet initial respecte la modalité "Zero" à une date d'observation donnée, alors la variable sommet final doit conserver la même modalité à la date d'observation suivante. Lorsque la modalité "+" est rencontrée, alors il est admis, pour un arc causal intégral de signe "+", que l'intervalle qualificatif de la variable sommet final ne peut varier que pour un intervalle qualificatif supérieur ou rester identique. Lorsque la modalité "-" est rencontrée, toujours pour un arc causal intégral de signe "+", alors la variable sommet final ne peut varier que vers un intervalle qualificatif inférieur ou rester identique.

3.12.3 Exemple : schéma semi-causal annoté

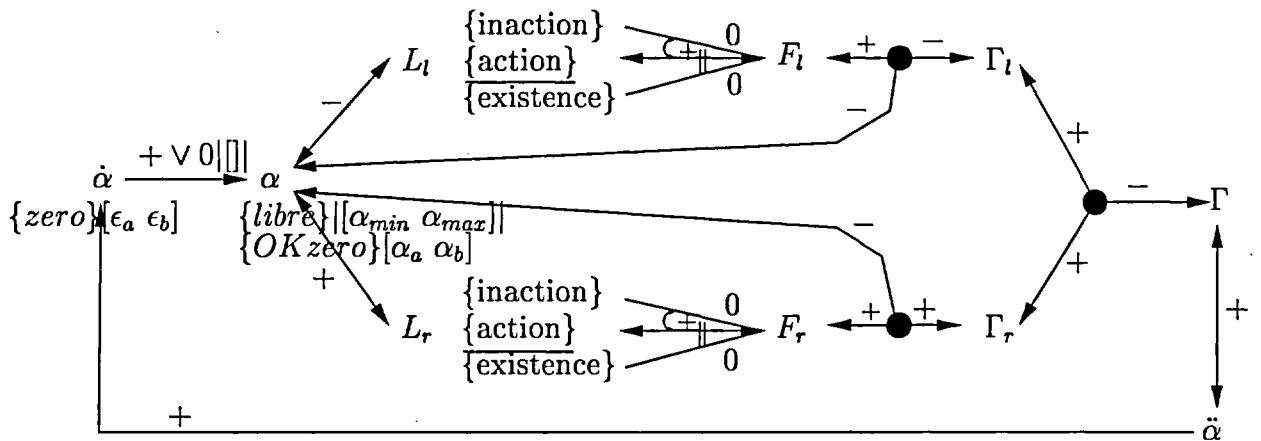


FIG. 3.21 – Barre pivotante : schéma semi-causal annoté

La figure 3.21 présente le schéma semi-causal annoté pour notre exemple didactique.



## Chapitre 4

# Passage au modèle de représentation pour la supervision

## Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Automate à états fini</b>	<b>77</b>
<b>4.2</b>	<b>Etats discrets du système</b>	<b>78</b>
4.2.1	Modalité vectorielle	78
4.2.2	Commutation et modalités	78
4.2.3	Les différentes sortes de modalités	79
4.2.4	Les différentes sortes de commutations	80
4.2.5	Etat discret	81
4.2.6	Déterminer la modalité du système	81
4.2.7	Exemple	83
<b>4.3</b>	<b>Discrétisation par intervalles et états qualitatifs</b>	<b>84</b>
<b>4.4</b>	<b>Raisonnement sur les Intervalles</b>	<b>84</b>
4.4.1	Arithmétique des Intervalles	85
4.4.2	Propagation des intervalles	85
4.4.3	Variables, paramètres et intervalles	87
<b>4.5</b>	<b>Stratégie de l'élaboration du modèle discret</b>	<b>88</b>
<b>4.6</b>	<b>Arborescence des états à partir d'un état initial</b>	<b>89</b>
<b>4.7</b>	<b>Filtrage des états discrets</b>	<b>90</b>
4.7.1	Règles issues des relations rigides	90
4.7.2	Règles issues des relations causales	92
4.7.3	Exemples d'application du filtrage sur relation causale	94
<b>4.8</b>	<b>Evènements à variables liées</b>	<b>94</b>
<b>4.9</b>	<b>Principes algorithmes de calcul de l'automate</b>	<b>95</b>
4.9.1	Arborescence d'exploration	96
4.9.2	Optimisation du filtrage	96
4.9.3	Autres éléments de comparaison avec QSIM	97
<b>4.10</b>	<b>Paramétrisation du modèle exemple continu</b>	<b>98</b>
<b>4.11</b>	<b>Modalités de supervision du système exemple</b>	<b>99</b>
<b>4.12</b>	<b>Filtrage applicable aux états discrets de l'exemple</b>	<b>100</b>
4.12.1	Relations rigides longueurs-angle	100
4.12.2	Relations causales accélération-vitesse-position	101
<b>4.13</b>	<b>Arbre d'exploration des états</b>	<b>102</b>
4.13.1	Exploration avec application complète des règles sur liaisons causales	102
4.13.2	Exploration sans application de la "règle du Zéro"	104
4.13.3	Exploration sans application des règles sur liaisons causales	105

---

Nous allons dans ce chapitre décrire notre méthode de passage d'un modèle physique représenté par un Schéma semi-Causal Dynamique annoté (décrit au chapitre précédent) à un modèle discret ou hybride de représentation d'état pour la supervision. Nous élaborerons et justifierons les algorithmes de calcul du modèle discret.

La communauté de recherche en raisonnement qualitatif a proposé différentes méthodes de passage de modèles physiques à des modèles pour le raisonnement qualitatif, ainsi que des méthodes de simulation. Nous montrerons les similitudes et les complémentarités de nos travaux, notamment à partir des concepts de *QSIM* et de *Envision* décrits dans l'ouvrage de synthèse du groupe de recherche "Modélisation Qualitative et Décision" ([3], maintes fois cité dans ce mémoire).

Notons que l'on n'aborde pas ici la conception du système de supervision complet, car ce système comprend, outre le modèle discret de représentation, un générateur de transitions qui "anime" ce modèle, ainsi que des algorithmes d'analyse. Nous donnerons dans le chapitre 5 une illustration par un indicateur de danger basé sur une "distance" entre états. Le modèle de représentation peut être considéré comme une spécification technique détaillée du superviseur.

Nous utiliserons de nouveau l'exemple didactique du chapitre précédent.

## A - Définition de l'automate et des états discrets

### 4.1 Automate à états fini

Ces automates sont aussi appelés Machines à états finies. Nous allons tout d'abord en donner une définition, et nous expliquerons à la section 4.2 comment nous définissons les états discrets de cet automate à partir des variables et configurations du système considéré.

#### Définition formelle

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

avec  $Q$  ensemble fini d'états

$\Sigma$  un ensemble fini de symboles, soit un alphabet, qui sont les signaux d'entrée

$\delta : Q \times \Sigma \mapsto Q$  une table de transition, complète si automate déterministe

$q_0 \in Q$  est l'état initial

$F \subset Q$  ensemble des états finaux ou d'"acceptation"

#### Commentaires

**Déterminisme** Dans le cas d'un automate non déterministe, plusieurs états d'arrivée sont possibles pour un état de départ et un même signal d'entrée. Dans le cas d'un automate déterministe,  $\delta$  est une fonction.

**Reconnaissance de motif** Dans ce qui suit, nous appellerons indifféremment mot ou motif un ensemble de caractères ou de symboles. Cette équivalence formelle entre langage et modèle de comportement par séquence d'états ou d'évènements est consacrée par la littérature (voir par exemple : [59])

Pour chaque automate fini, il existe un ensemble de mots reconnus. On dira qu'un mot est reconnu si, à partir de l'état initial, en présentant, successivement et dans l'ordre, en entrée de l'automate les caractères du mot, un état final de l'automate est atteint.

**Entrée et Sortie** L'entrée est une suite de symboles dans  $\Sigma$ . La réponse booléenne  $q \in F / q \notin F$  constitue la sortie de la machine.

## Automates, horloges et évènements

Le "rythme" auquel on présente en entrée de l'automate les symboles constitue implicitement une horloge, dont les "tics" ne sont pas nécessairement réguliers. Nous reprendrons les définitions de Scholz dans ses travaux sur les graphes d'état ([8]) à propos de la synchronicité<sup>1</sup>. Nous distinguerons ainsi :

**synchronicité d'horloge** Si, 2 automates, ou des composants, franchissent toujours simultanément les transitions d'un état à un autre, nous dirons que leurs horloges sont synchrones. On peut alors définir une horloge "globale"

**synchronicité entrée/sortie** Si la sortie d'un automate ou d'un système évolue en même temps que l'entrée, on dira qu'entrée et sortie sont synchrones, ou que la "réaction" du système est instantanée. Un automate à états fini tel que défini plus haut est un système réactif instantané.

Nous appellerons évènement la transition d'un état à un autre. Dans le cadre des automates finis, l'évènement est donc à la fois un stimulus "externe" et une transition "interne".

## 4.2 Etats discrets du système

Nous avons défini au chapitre 3 différentes annotations du schéma semi-causal dynamique. Ces annotations sont basées sur ce que nous appelons des modalités ou intervalles qualificatifs, dont nous donnerons une typologie. Nous avons vu que certaines de ces annotations impliquaient des changements de la "configuration continue" du système, comme la rupture d'une liaison rigide. Nous définirons une autre notion, la commutation, pour représenter ces changements. Nous serons ensuite à même de définir les états discrets du système.

### 4.2.1 Modalité vectorielle

Pour une variable  $X$  prenant à l'instant  $t$  la valeur  $X(t)$  dans l'intervalle qualificatif  $\{mode\}$  défini sur  $R$  par  $[a, b]$  (la notion de modalité et d'intervalle qualificatif a été définie au chapitre précédent), nous utiliserons le symbole  $\vdash$  selon cette définition :

$$X(t) \in [a, b] \iff X(t) \vdash \{mode\}$$

Pour un système ou sous-système décrit par un vecteur de variables  $X$  et un vecteur de modalités  $M$  :

$$X(t) \vdash M \iff \forall i, X_i(t) \vdash \{M_i\}$$

avec  $X(t) = \begin{pmatrix} \vdots \\ X_i(t) \\ \vdots \end{pmatrix}$  et  $M = \begin{pmatrix} \vdots \\ \{M_i\} \\ \vdots \end{pmatrix}$

### 4.2.2 Commutation et modalités

L'état *du schéma semi-causal dynamique annoté* (SsCDA), que nous noterons  $C$ , correspond au schéma semi-causal non annoté que l'on peut établir à partir de la situation courante. Il est appelé **commutation**.

Ainsi l'état "nominal" correspond au schéma semi-causal dynamique nominal, avec toutes ses liaisons rigides. Lorsqu'une liaison rigide n'est plus valide ou est suspendue, nous obtenons un nouveau schéma sans cette liaison, c'est-à-dire une nouvelle commutation. La saturation dynamique

<sup>1</sup>Nous avons également évoqué ces notions de synchronicité au chapitre 1, section 1.5



constitue également une commutation. L'ensemble des commutations, c'est-à-dire des configurations prévisibles du système, peut être calculé à partir du schéma annoté.

La commutation  $C$  ne peut pas être déduite de la modalité  $M$  dans tous les cas. Aussi  $M$  ne suffit pas à décrire l'état discret du système. Nous allons définir à la section 4.2.3 les différents types de modalités puis section 4.2.4 les différents types de commutations.

Un des motifs de cette distinction entre modalité et commutation tient à l'irréversibilité de la rupture de liaison rigide. En effet, supposons que l'entrée par une variable dans un intervalle qualificatif donné crée une rupture de liaison rigide. Lorsque la variable quitte éventuellement cet intervalle qualificatif, la liaison rigide ne se rétablit pas.

L'attention du modélisateur doit être attirée par le fait que l'importance de ce problème de rupture de la liaison rigide dépend de l'instrumentation du système. Dans notre exemple de la barre pivotante à élastiques, il n'est pas aisé de mesurer directement la longueur de l'élastique lui-même et il est plus facile de mesurer la distance entre les deux points d'attache. Si l'élastique rompt, la mesure est toujours disponible et l'intervalle qualificatif peut prendre toutes les valeurs définies. Cependant, il n'y a plus de lien entre cette distance et le couple exercé sur la barre.

### 4.2.3 Les différentes sortes de modalités

Nous distinguons trois grandes familles de modalités.

La première famille est constituée des **modalités structurelles**. Celles-ci servent à décrire les domaines de variation des variables, les limitations de mouvements ou des grandeurs énergétiques. Dans notre cas de la barre à élastique, l'angle est limité par des butées de chaque côté. La définition des limites de déformation des élastiques est également une modalité structurelle. Le domaine de pression d'un ensemble pompe volumétrique et limiteur de pression supposé parfait est aussi de ce type.

Si l'on se reporte à la section 3.12, les modalités structurelles correspondent aux annotations "suspension de liaison rigide", "saturation de dynamique", et "rupture de liaison rigide". Des commutations correspondent à ces modalités structurelles et nous les définirons plus loin. Une modalité structurelle est liée à une variable et à un arc de relation causale ou rigide dans le SsCD.

La deuxième famille est constituée des **modalités fonctionnelles**. Les **modalités fonctionnelles de surveillance** correspondent aux zones que l'on veut identifier dans le processus de supervision. Par exemple, si une position médiane est une position de fonctionnement souhaitée pour la barre à élastique, un intervalle autour de la position médiane est une modalité fonctionnelle de surveillance. Une modalité fonctionnelle de surveillance peut correspondre à une alarme qui n'est pas liée à une limite structurelle. Par exemple, un intervalle sur le taux d'émission de tel polluant est une modalité fonctionnelle pour une cheminée d'usine.

Il est également possible de rajouter de la connaissance sans qu'elle corresponde directement à une "zone à surveiller". Nous définirons ainsi des **modalités fonctionnelles d'usage**, qui correspondent à une connaissance sur le processus dans lequel un équipement mécatronique est inclus. La gamme usuelle de vitesses employée pour tel type de manoeuvre, qui permet par exemple d'estimer une durée, est une modalité fonctionnelle d'usage. Suivant le cahier des charges de la supervision, une vitesse "normale" en marche arrière sur une voiture pourra être une modalité de surveillance ou une modalité d'usage.

Les modalités fonctionnelles correspondent aux annotations "zones fonctionnelles" décrites section 3.12. Elles sont liées à une variable, mais pas à un arc du SsCD.

Enfin, l'exploitation de la monotonie des relations causales nous a amené à annoter certaines variables sommets dérivées. Pour exploiter une éventuelle mesure en tenant compte des erreurs du capteur et du traitement associé, nous définissons quatre **modalités de signes**, correspondant aux annotations décrites à la section 3.12 : Zéro(0), Positif(+), Négatif(-), Inconnu(?). Elles sont liées à une variable et à un arc du SsCD.

#### 4.2.4 Les différentes sortes de commutations

Nous distinguons différents types de commutations, qui correspondent aux modalités structurales.

Comme nous l'avons dit plus haut, les modalités structurales correspondent aux annotations "suspension de liaison rigide", "rupture de liaison rigide", et "saturation de dynamique". Ces annotations sont affectées à une variable, c'est la modalité, et à une relation, rigide ou causale, c'est la commutation.

La commutation de rupture de liaison rigide est une **commutation irréversible**. Les autres types de commutations sont réversibles.

On peut établir une bijection entre l'ensemble des commutations de type suspension rigide et les modalités correspondantes. Ces commutations n'augmentent donc pas le nombre d'états discrets. On dira qu'elles sont des **commutations implicites**. Il n'est pas obligatoire dans une mise en oeuvre informatique d'ajouter les commutations implicites au codage de l'état discret.

Les autres commutations posent des difficultés de formalisation plus importantes. Nous représenterons les situations de saturation par des intervalles qualificatifs spécifiques, ce qui permettra de rendre ces commutations implicites. Le cas de la rupture de liaison rigide doit être traité en examinant le schéma de transition commutation - changement de modalité - commutation de la figure 4.1.

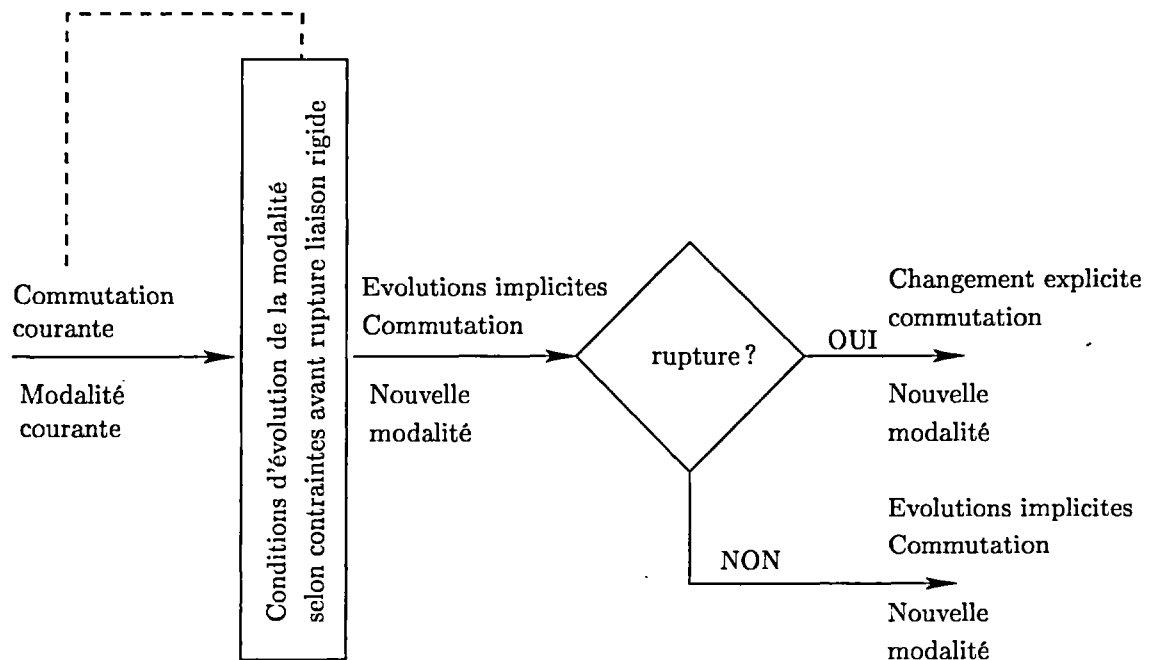


FIG. 4.1 – Changement d'état avec commutation

Comme nous l'avons fait remarquer en section 4.2.2, la signification de la valeur de la modalité correspondant à une commutation irréversible dépend de l'instrumentation du système. La figure 4.1 met en évidence la nécessité de coder les commutations irréversibles de façon explicite par rapport aux modalités structurales dans la définition de l'état discret.

#### Cas des commutations commandées

Nous n'avons pas détaillé dans notre SsCD la représentation de commandes modélisables par des liens d'information sans transfert d'énergie, tel un interrupteur. Nous appellerons ces changements structurels non liés à des variables énergétiques et inclus dans le modèle physique standard (voir

section 3.1, "modes") des "commutations commandées". Deux alternatives s'offrent au modélisateur dans notre approche. La première est d'insérer ces commandes comme commutations explicites sans modalités correspondantes sur les variables énergétiques. La deuxième est d'insérer des variables continues d'information et de les munir de modalités structurelles. Dans ce cas, les commandes seront des commutations implicites liées aux variables continues d'information.

Lorsque cela n'est pas précisé dans la suite de ce chapitre, et pour rendre l'exposé algorithmique plus simple, **nous supposons que le modèle standard et le SsCD ne contiennent pas de commutations commandées**. Les seules commutations explicites sont alors également irréversibles : ce sont les ruptures de liaison rigide.

#### 4.2.5 Etat discret

**Définition :** Nous appellerons **état discret du système** le couple  $(M, C)$ .  $M$  est la valeur du vecteur de modalités pour le vecteur  $X$  comprenant toutes les variables du système prises en compte dans le Schéma semi-Causal Dynamique Annoté.  $C$  est la modalité du système.  $C$  sera appelé **commutation**<sup>2</sup>, et désigne l'état du schéma lui-même, c'est-à-dire l'état de tous les arcs du SsCDA ayant des annotations structurelles.

**Etat discret réduit :** Nous appellerons **état discret réduit** le couple  $(M, C_E)$  ou  $C_E$  est l'ensemble des commutations explicites. Il représente l'état de tous les arcs du SsCDA ayant des annotations de rupture de liaison rigide ou de commutation commandée.  $C_I = C - C_E$  est l'ensemble des commutations implicites.

#### 4.2.6 Déterminer la modalité du système

##### Cas des partitions multiples sur une variable

Les modalités sont affectées à un sommet et également suivant les cas à un arc du schéma. On peut donc obtenir plusieurs partitions en intervalles qualificatifs pour une même variable. Notre calcul de la modalité  $M$  du système nécessite une partition unique par variable, que nous obtiendrons par intersection des intervalles qualificatifs des partitions de départ. Nous avons vu qu'il existe différents types de modalités, et nous allons voir quels types d'intervalles qualificatifs en résultent.

##### Calcul des intervalles qualificatifs sur une variable

Le calcul de la partition unique fait intervenir l'intersection deux à deux d'intervalles. Etant donnés deux intervalles  $A$  et  $B$ , nous distinguerons quatre situations :

- situation (1)  $A \subset B$
- situation (2)  $B \subset A$
- situation (3)  $A \cap B \neq \text{vide}$  et  $A \cap B \neq A$  et  $A \cap B \neq B$
- situation (4)  $A \cap B = \text{vide}$

Nous découperons la situation (3) en deux cas (a) et (b), le cas (a) indiquant que la borne inférieure de  $A$  est inférieure à la borne inférieure de  $B$ . Nous prendrons les mêmes conventions pour la situation 4.

**Type des intervalles qualificatifs** Lors de la partition en intervalles qualificatifs par une modalité de type *LabelType* nommée *NomModalite*, chaque intervalle prend le type *LabelType* avec un nom déduit de *NomModalite*. Par exemple, une modalité de type fonctionnelle crée une

<sup>2</sup>Dans la littérature sur les systèmes hybrides, on utilise souvent le mot "mode" pour désigner cette commutation, mais nous préférons éviter les ambiguïtés avec les modalités.

partition en trois intervalles qualificatifs de type fonctionnel. Si plusieurs modalités de type différents s'appliquent à une même variable, nous obtiendrons nécessairement des intervalles qualificatifs multi-typés. Ainsi, l'intersection d'un intervalle qualificatif fonctionnel avec un intervalle qualificatif de signe donne un intervalle multi-typé. Nous prendrons pour abréviation des types Fonctionnel, Structurel et Signe les lettres F, T et S.

Lors du passage d'un intervalle T à un autre intervalle T dont le nom structurel est différent, il y a commutation. Comme la partition pour chaque modalité est complète, on passe toujours d'un intervalle T à un autre intervalle T, ou d'un intervalle multi-typé à un autre intervalle multi-typé.

Nous résumons le processus de calcul et de nommage des intervalles qualificatifs dans le tableau 4.1, pour deux modalités  $M_A$  et  $M_B$  sur une variable  $X$ .

Modalité	Type	Nom $\lambda$	Intervalle 1	Intervalle 2	Intervalle 3
$M_A = [A_m \ A_M]$	$\chi_A$	$\lambda_A$	$[X_{min} \ A_m[$ $\lambda = \lambda'_A$	$[A_m \ A_M]$ $\lambda = \lambda_A$	$]A_M \ X_{max}]$ $\lambda = \lambda''_A$
$M_B = [B_m \ B_M]$	$\chi_B$	$\lambda_B$	$[X_{min} \ B_m[$ $\lambda = \lambda'_B$	$[B_m \ B_M]$ $\lambda = \lambda_B$	$]B_M \ X_{max}]$ $\lambda = \lambda''_B$

situation	Int 1 ( $\chi_A \chi_B$ )	Int 2 ( $\chi_A \chi_B$ )	Int 3 ( $\chi_A \chi_B$ )	Int 4 ( $\chi_A \chi_B$ )	Int 5 ( $\chi_A \chi_B$ )
(1)	$[X_{min} \ B_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda'_B$	$[B_m \ A_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda_B$	$[A_m \ A_M]$ $\lambda = \lambda_A \lambda_B$	$]A_M \ B_M]$ $\lambda = \lambda''_A \lambda_B$	$]B_M \ X_{max}]$ $\lambda = \lambda''_A \lambda''_B$
(2)	$[X_{min} \ A_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda'_B$	$[A_m \ B_m[$ $\lambda = \lambda_A \lambda'_B$	$[B_m \ B_M]$ $\lambda = \lambda_A \lambda_B$	$]B_M \ A_M]$ $\lambda = \lambda_A \lambda''_B$	$]A_M \ X_{max}]$ $\lambda = \lambda''_A \lambda''_B$
(3a)	$[X_{min} \ A_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda'_B$	$[A_m \ B_m[$ $\lambda = \lambda_A \lambda'_B$	$[B_m \ A_M]$ $\lambda = \lambda_A \lambda_B$	$]A_M \ B_M]$ $\lambda = \lambda''_A \lambda_B$	$]B_M \ X_{max}]$ $\lambda = \lambda''_A \lambda''_B$
(3b)	$[X_{min} \ B_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda'_B$	$[B_m \ A_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda_B$	$[A_m \ B_M]$ $\lambda = \lambda_A \lambda_B$	$]B_M \ A_M]$ $\lambda = \lambda_A \lambda''_B$	$]A_M \ X_{max}]$ $\lambda = \lambda''_A \lambda''_B$
(4a)	$[X_{min} \ A_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda'_B$	$[A_m \ A_M]$ $\lambda = \lambda_A \lambda'_B$	$]A_M \ B_m[$ $\lambda = \lambda''_A \lambda'_B$	$[B_m \ B_M]$ $\lambda = \lambda'_A \lambda_B$	$]B_M \ X_{max}]$ $\lambda = \lambda''_A \lambda''_B$
(4b)	$[X_{min} \ B_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda'_B$	$[B_m \ B_M]$ $\lambda = \lambda'_A \lambda_B$	$]B_M \ A_m[$ $\lambda = \lambda'_A \lambda''_B$	$[A_m \ A_M]$ $\lambda = \lambda_A \lambda''_B$	$]A_M \ X_{max}]$ $\lambda = \lambda''_A \lambda''_B$

TAB. 4.1 – Calcul et nommage des intervalles qualificatifs

### Cas des saturations

Nous avons défini à la section 3.12 une annotation "saturation de dynamique" représentée, pour une variable  $X$ , par une modalité  $M$  notée  $[[X_{min} \ X_{max}]]$ . Nous supposons que  $X_{min}$  et  $X_{max}$  sont des constantes. Dans ce cas,  $X_{min}$  et  $X_{max}$  encadrent l'espace de variation de  $X$ . La modalité structurelle de saturation  $M$  définit 3 intervalles qualificatifs. Nous assimilerons en effet  $I_1 = ([X_{min}], X \rightarrow X_{min})$  et  $I_3 = ([X_{max}], X \rightarrow X_{max})$  à des intervalles. Si  $X = X_{min}$ ,  $X$  s'éloignant de  $X_{min}$ , ou  $X = X_{max}$ ,  $X$  s'éloignant de  $X_{max}$ , ou  $X_{min} < X < X_{max}$  alors  $X \in I_2$ . Nous noterons  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  de la façon suivante :

$$I_1 = [[X_{min}]$$

$$I_2 = [[X_{min} \ X_{max}]$$

$$I_3 = [X_{max}]$$

$I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  forment une partition complète pour  $X$ .

En nous inspirant de l'analyse par intervalle modal ([58], et en étendant le nombre de prédicats possibles, nous pourrions définir formellement les "intervalles demi-point"  $I_1$  et  $I_3$ , ainsi que  $I_2$ . Ceci sortant du cadre de ce mémoire, nous nous contenterons, et le lecteur indulgent avec nous, de la formulation intuitive donnée plus haut.

## Produit cartésien, combinatoire modale brute

Le produit cartésien de l'ensemble des intervalles qualificatifs pour chaque variable définit un ensemble  $P_{Ce}$  tel que toutes les modalités effectivement prises par le système, dans une commutation explicite donnée  $Ce$ , appartiennent à  $P_{Ce}$ . Certains éléments de  $P_{Ce}$  ne peuvent être rencontrés en comportement réel, car ils ne respectent pas les contraintes mises en évidence dans le SsCDA. Nous obtiendrons par filtrage un ensemble  $E$  de modalités plausibles du système. Nous appellerons le cardinal de  $P_{Ce}$  la "combinatoire modale brute" de notre modèle, pour la commutation  $Ce$ .

## Combinatoire globale brute

Nous appellerons "combinatoire globale brute" le cardinal de  $\mathcal{E}$  ou  $\mathcal{E}$  est l'ensemble des états discrets donnés sous forme réduite.  $\mathcal{E}$  correspond à l'union des ensembles  $P_{Ce}$  pour toutes les commutations  $Ce$ .

### 4.2.7 Exemple

A partir des annotations proposées pour notre exemple section 3.12.3, nous pouvons établir les intervalles qualificatifs suivants, classés par ordre croissant :

**Arc  $L_l-F_l$ , caractérise la longueur  $L_l$  Modalités structurelles :** Inaction, Action, Non-existence

**Arc  $L_r-F_r$ , caractérise la longueur  $L_r$  :** Modalités structurelles : Inaction, Action, Non-existence

**Arc  $\dot{\alpha} - \alpha$ , caractérise la vitesse  $\dot{\alpha}$  Modalités de signe :** négatif, zéro, positif

**Arc  $\dot{\alpha} - \alpha$ , caractérise l'angle  $\alpha$  :** Modalités structurelles : bloqué-mini, libre, bloqué-maxi

**Caractérise l'angle  $\alpha$  :** Modalités fonctionnelles : Moins que OK-zero, OK-zero, Plus que OK-zero

Nous recalculons les intervalles qualificatifs concernant la variable  $\alpha$ , ce qui donne :

**Intervalles qualificatifs caractérisant l'angle  $\alpha$  :** "bloqué-mini, moins que OK-zero", "libre, moins que OK-zero", "libre en OK-zero", "libre, plus que OK-zero", "bloqué-maxi, plus que OK-zero"

Les 4 commutations explicites possibles correspondent aux combinaisons "arc existant", "arc inexistant" pour chacun des élastiques.

Calculons la combinatoire modale brute, correspondant à la commutation explicite où les deux élastiques sont intacts. Le produit cartésien complet des intervalles qualificatifs représente 135 états du système ( $3 \times 3 \times 3 \times 5$ ). La combinatoire globale brute est de  $4 \times 135$  soit 540 états discrets.

Une étude détaillée de l'exemple est menée dans la dernière partie de ce chapitre. Nous verrons que la connaissance du signe de  $\Gamma$  et  $\ddot{x}$  permet d'éliminer certaines transitions sur  $\dot{x}$ . Cependant, créer une modalité de signe supplémentaire augmenterait la combinatoire globale brute. Nous considérerons de nouveau cette question de la combinatoire des états discrets représentables pour notre exemple à la section 4.13.

**Acronyme pour notre automate :** Nous désignerons par la forme abrégée DDSA (Description Discrète pour la Supervision, forme Automate, ou *Discrete Description for Supervision, Automaton-like*) un automate construit à partir des états discrets que nous avons définis.

## B - Outils du raisonnement qualitatif et par intervalles

Après avoir présenté les états discrets de notre modèle de représentation, nous allons apporter un complément bibliographique aux chapitres 1 et 2, relatif aux méthodes du raisonnement qualitatif. Comme souligné dans [24], il existe de grandes similarités dans la problématique du passage du continu au discret aux seins des communautés "raisonnement qualitatif" et "modélisation des systèmes hybrides".

### 4.3 Discrétisation par intervalles et états qualitatifs

Nous utilisons pour le calcul de notre automate un certain nombre d'outils arithmétiques et algorithmiques que l'on rencontre en raisonnement qualitatif. Nous commençons donc cette partie "outillage" par des rappels sur deux méthodes de référence, QSIM et Envision.

#### QSIM

Une variable QSIM (méthode conçue par Kuipers publiée en 1986) est une fonction du temps continûment différentiable (voir section 2.3, ainsi que [3] ou [1]). Elle prend donc des valeurs quantitatives. Cependant, l'état qualitatif de cette variable est formulé à des instants remarquables de l'évolution simulée du système. Il consiste alors en une représentation symbolique de la valeur quantitative, ou du domaine d'évolution de cette valeur, et est augmenté d'un paramètre de tendance (croissant, stable, décroissant). L'ensemble des valeurs symboliques prises par une variable, que nous appellerons valeurs repères (*landmarks*, ou valeurs remarquables) est appelé espace des quantités de cette variable. Notre intervalle qualificatif rejoint en partie dans ses objectifs cette notion de valeur remarquable. Une différence essentielle entre la simulation QSIM standard et notre approche est que dans la première, l'ensemble des valeurs repères est complété au fur et à mesure de l'évolution du système. Dans notre approche, tous les intervalles qualificatifs sont fixés avant le calcul du modèle discret.

#### Envision

La valeur d'une variable Envision (méthode conçue par De Kleer & Brown publiée en 1984) est purement qualitative, c'est son signe (à valeurs dans  $S = -, 0, +$ ). On pourra se reporter à l'ouvrage [3] pour une description de l'algèbre des signes et de Envision<sup>3</sup>. Les équations quantitatives sont transformées en *confluences* liant les possibles variations des variables ( $dX/dt$ ) exprimées dans  $S$  et leur valeur qualitative ( $[X] \in S$ ). Une confluence *pure* ne fait intervenir que des informations de tendance, une confluence *mixte* fait intervenir des signes de variables et des signes de tendance de ces variables. Une confluence mixte peut être décomposée en plusieurs confluences pures.

Le tableau 4.2 récapitule les formes d'expression de l'état dans les formalismes QSIM, Envision et les représentations que nous utilisons.

Rappelons que les "valeurs repère" dans QSIM sont des valeurs symboliques. A chacune d'entre elles correspond une valeur réelle connue ou non. Se reporter à la section 2.3 pour plus de détails.

### 4.4 Raisonnement sur les Intervalles

Nous avons défini les états discrets qui composeront l'automate fini, et comparé ceux-ci avec les notions qui sous-tendent d'autres méthodes en modélisation qualitative. Nous allons mainte-

<sup>3</sup>On pourra aussi, par exemple, consulter la thèse [33]

Formalisme	valeur	tendance	temps
QSIM	valeur repère ou intervalle entre valeurs repère	explicite { <i>inc, std, dec</i> }	temps implicite : instants remarquables $t_k$ et périodes $]t_k \ t_{k+1}[$
Envision	signe	signe tendance	temps implicite
SsCD	réelle	implicite : donnée par autre sommet du graphe	temps continu
DDSA	intervalles à valeurs réelles	implicite : donnée par intervalle de signe sur sommet de liaison causale ou propagation des signes sur le SsCD	temps implicite

TAB. 4.2 – Expression de l'état suivant le formalisme

nant exposer quelques outils mathématiques classiques en raisonnement qualitatif, qui peuvent être appliqués à la détection des états discrets incohérents avec les contraintes du modèle nominal. Le premier de ces outils est l'arithmétique des intervalles. On trouvera un bref exposé de ces techniques dans [3], que nous allons reprendre ici en partie avec quelques exemples.

#### 4.4.1 Arithmétique des Intervalles

Cette arithmétique se déduit de façon intuitive de l'arithmétique classique mais n'en a pas toutes les propriétés. Soient  $I = [a, b]$  et  $J = [c, d]$  deux intervalles où  $a, b, c, d$  sont des réels. Soit  $\diamond \in \{+, -, \times, /\}$  un opérateur, nous aurons

$$I \diamond J = \{x \diamond y : x \in I, y \in J\}$$

Ces quatre opérateurs sont monotones, ce qui permet de déterminer l'ensemble  $I \diamond J$  au moyen de l'arithmétique classique aux bornes des intervalles. Nous pourrions procéder de même avec d'autres fonctions monotones<sup>4</sup>.

Il est important de signaler que  $\times$  n'est pas distributif par rapport à  $+$ . Ainsi  $[a, b] - [a, b] = [a - b, b - a]$ , ce qui est différent de  $[a - b] \times (1 - 1)$ . Ainsi, si un même intervalle  $I$  est présent plusieurs fois dans une expression, et que des méthodes de résolution symbolique ne sont pas disponibles pour réduire cette expression, chaque occurrence de  $I$  devra être considérée comme un intervalle différent. L'intervalle calculé par cette arithmétique peut être plus grand que l'intervalle de variation réel tel qu'il serait estimé par une méthode de Monte-Carlo. Nous sommes cependant assuré que l'intervalle calculé encadre l'intervalle effectif. Nous verrons clairement les implications de ceci dans le cadre de la propagation d'intervalles, outil dont nous avons besoin pour vérifier la satisfaction de nos contraintes sur les états discrets.

#### 4.4.2 Propagation des intervalles

Reprenons l'exemple mathématique et didactique de [3]. Nous disposons de deux contraintes :

$$x + y = 2 \tag{4.1}$$

$$x - y = 0 \tag{4.2}$$

<sup>4</sup>d'où quelques précautions à prendre avec les fonctions trigonométriques

La solution obtenue par résolution symbolique est évidente. Supposons néanmoins que nous partions d'une connaissance sur  $x$  et  $y$  telle que :

$$x \in D_x = [0 \ 5] \quad (4.3)$$

$$y \in D_y = [0 \ 10] \quad (4.4)$$

Nous allons montrer l'application des fonctions solutions proposées par Hyvönen (voir [3]) pour la propagation de contraintes sur cet exemple et un deuxième.

### exemple 1

Les fonctions solutions à considérer ici sont :

$$f_x = 2 - y \quad f_y = 2 - x \quad (\text{selon 4.1})$$

$$g_x = y \quad g_y = x \quad (\text{selon 4.2})$$

Nous calculons  $D'_x = f_x(D_y)$ , soit  $D'_x = [-8 \ 2]$ , puis nous calculons l'intersection  $D_x \cap D'_x$ , ce qui nous permet de mettre à jour  $D_x$ . Nous obtenons  $D_x = [-8 \ 2] \cap [0 \ 5] = [0 \ 2]$ .

Nous pouvons ensuite propager cette intervalle plus précis de  $D_x$  par la fonction  $f_y$  ou par la fonction  $g_y$ . Nous obtiendrons le même résultat, à savoir  $D'_y = [0 \ 2]$ , soit  $D_y = [0 \ 2]$ . L'arithmétique des intervalles ne nous permet pas de converger vers une solution plus précise de nos deux contraintes.

### exemple 2

Nous supposons la contrainte d'une jonction en  $y$  de débits  $Q = Q_1 + Q_2$ . Nous partons d'une connaissance assez précise sur  $Q$  et  $Q_2$  :  $Q \in [10 \ 12]$ ,  $Q_2 \in [5 \ 6]$ . Nous ne connaissons pas  $Q_1$ , ce qui nous amène à initialiser notre connaissance par son intervalle de variation totale, à savoir  $Q_1 \in [0 \ 10]$ .

La première solution, qui est possible ici parce que l'expression de la contrainte permet d'exprimer  $Q_1 = f(Q, Q_2)$ , consiste à appliquer directement l'arithmétique des intervalles à partir de la connaissance de  $Q$  et  $Q_2$ , soit :

$$Q = [10 \ 12] - [5 \ 6] = [4 \ 7]$$

Procédons maintenant par propagation d'intervalles sur les fonctions solutions. Nous avons trois fonctions solutions :

$$f_1 = Q - Q_2$$

$$f_2 = Q - Q_1$$

$$f = Q_1 + Q_2$$

$f_1$  est la fonction que nous avons appliqué pour le calcul direct, nous écrivons :

$$f_1([10 \ 12], [5 \ 6]) = [4 \ 7] \quad Q_1 \in [4 \ 7] \cap [0 \ 10]$$

$$f_2([10 \ 12], [4 \ 7]) = [3 \ 9] \quad Q_2 \in [3 \ 9] \cap [5 \ 6]$$

$$f([4 \ 7], [5 \ 6]) = [9 \ 13] \quad Q \in [9 \ 13] \cap [10 \ 12]$$

Nous n'avons pas obtenu plus de précision sur les intervalles de  $Q_2$  et  $Q$ , et la propagation s'arrête avec le résultat  $Q_1 \in [4 \ 7]$ . N'ayant aucune information sur  $Q_1$ , nous n'avons bien sûr pu obtenir de résultat plus précis que par le calcul direct simple.

Supposons maintenant que nous sachions  $Q_1 \in [5 \ 8]$ . En croisant cette information avec le résultat du calcul par  $f_1$ , nous obtenons  $Q_1 \in [5 \ 7]$ . Nous n'obtiendrons pas plus de précision sur  $Q$  par  $f$ , ni sur  $Q_2$  par  $f_2$ , le calcul s'arrête.

La méthode de propagation d'intervalles consiste donc à propager chaque intervalle connu dans l'ensemble des contraintes faisant intervenir la variable correspondante. Si l'intervalle d'une des variables est modifié, on propagera cette nouvelle information dans les contraintes associées.



### 4.4.3 Variables, paramètres et intervalles

En supervision de procédés, et notamment dans l'approche Ca-En (pour *causal engine*), on utilise souvent les intervalles pour déterminer l'enveloppe admissible de signaux continus, un passage au-delà de cette enveloppe signifiant un défaut dans le système. Nous n'adressons pas cet aspect "gestion d'enveloppes" dans nos travaux, car nous ne nous intéressons pas au même état du système, pour ce qui concerne le continu. Pour situer nos travaux, expliquons cette différence dans l'état que la supervision cherche à déterminer.

Dans les systèmes continus impliquant pour chaque échange d'information un échange d'énergie, nous distinguerons les variables des paramètres. Les variables sont celles définies à la section 3.3, efforts, flux, déplacements, moments.

Ainsi, dans le sous-système composé par une résistance, l'équation  $U = R.I$  comporte deux variables  $U$  (effort) et  $I$  (flux).  $R$  est un paramètre. Dans la supervision à surveillance d'enveloppes, un intervalle  $[a, b]$  sera affecté au paramètre  $R$ . Ainsi, pour  $U_{obs} = x$ , l'enveloppe tolérée pour  $I$  sera  $[ax, bx]$ . Une violation de cette enveloppe entraîne la violation de l'hypothèse  $R \in [a, b]$ , soit un défaut de la résistance. L'état recherché ici est donc relatif aux paramètres :  $R$  est-elle conforme ?

Dans le calcul d'automate fini que nous allons présenter, nous nous intéressons à un état relatif aux variables énergétiques. Dans le filtrage des états discrets, la question est : l'état  $U \in [u_a, u_b], I \in [i_a, i_b]$  est-il compatible avec la contrainte  $U = RI$  ? Après filtrage, l'ensemble des états discrets restants constitue l'ensemble des états possibles et permet de déterminer le moyen de détecter ces états. Ainsi, ici, il suffit d'observer  $U$  ou  $I$ . Si l'état que l'on cherche à détecter est  $I \geq 0.1$ , c'est-à-dire l'intervalle sur  $I$   $[0.1 + \infty]$ , il est inutile de mettre en ligne un ampèremètre ou voltmètre : un montage simple à transistor et diodes permet d'assurer la surveillance voulue, en choisissant une tension limite inférieure à  $0.1/R$ .

La prise en compte de l'imprécision sur  $R$  est une extension possible de notre calcul, mais il convient de souligner qu'il modifie l'impact de la "relation rigide"  $U = RI$ . En effet, l'intervalle  $[a, b]$  sur  $R$  "dilate" l'intervalle de vérification de tension ( $[0.1/b + \infty]$  au lieu de  $[0.1/R + \infty]$ ,  $a < R < b$ ). Le détecteur, pour être sûr, devra être réglé sur  $0.1/b$  plutôt que sur  $0.1/(a/2 + b/2)$ .

Le lecteur aura noté que dans la supervision par surveillance d'enveloppes, les variables prennent leurs valeurs dans des intervalles, comme les paramètres. Ceci est du d'une part à la propagation des imprécisions liées aux paramètres sur les variables "aval", et d'autre part au nombre de pas de prévision entre deux rafraîchissements des mesures.

#### Autre motivation pour distinguer variables et paramètres

La dynamique du paramètre est *a priori* faible ou quasi-nulle (dérive), après filtrage des fréquences d'échantillonnage. Dans notre exemple,  $R$  peut être incertain, voire légèrement variable, mais les variations de  $U$  et de  $I$  sont beaucoup plus importantes, tant que le régime permanent n'est pas atteint<sup>5</sup>.

## C - Calcul de l'automate

Nous avons dans une première partie précisé le mode de représentation discrète que nous avons choisi, et rappelé dans une deuxième quelques outils mathématiques issus du raisonnement qualitatif. Nous allons maintenant détailler le calcul du modèle discret à partir du schéma semi-causal

<sup>5</sup>On voit ainsi que le type de représentation nécessaire à la supervision de systèmes essentiellement continus dépend du problème posé. La problématique de la surveillance de déviations par rapport à un régime permanent est différente de la surveillance de régimes transitoires.

annoté. Nous utiliserons QSIM comme référence et guide méthodologique dans ce processus, et mettrons à profit les outils mathématiques utilisables. Cependant, nous attirons l'attention du lecteur sur la différence de la représentation d'état dans QSIM et dans notre approche. Cette différence provient notamment de la différence d'objectif dans les modélisations. Nos modèles sont des outils de représentation qui s'inscrivent dans un processus de conception de superviseur. La simulation pose des problèmes supplémentaires, particulièrement dans un cadre hybride.

Le calcul que nous proposons relève du problème générique de la propagation de contraintes. Ces contraintes ont la forme générale d'un système d'équations algèbro-différentielles, comme nous l'avons vu au chapitre 3, section 3.9. Nous verrons que les propriétés des contraintes, en termes de monotonie et de calculabilité symbolique, influencent la stratégie et les possibilités de propagation.

## 4.5 Stratégie de l'élaboration du modèle discret

Le calcul que nous proposons détermine dans un même temps les états discrets et les transitions qui les lient. Le résultat est un automate fini. Nous avons à la section 4.2.6 défini ce qu'est la "combinatoire brute". La combinatoire brute de notre exemple simple est déjà élevée. Dans un cas plus complexe avec plusieurs articulations, le produit cartésien direct complet suivi d'un filtrage des états et des transitions n'est pas une méthode efficace. C'est d'ailleurs autrement que procède QSIM (voir section 2.3 et [1] ou [3]).

D'une façon analogue à QSIM, nous partons d'un état initial et générons ses états "successeurs", c'est à-dire les états dans lequel le système est susceptible d'évoluer à partir de cet état initial. Chaque successeur peut ensuite être pris comme nouvel état de départ pour la génération d'un nouvel ensemble de successeurs. Ces états successifs forment un arbre dont le sommet est l'état initial.

Il y a alors deux façons de prendre le problème. La première est de ne pas rechercher dans l'arbre quels états sont identiques. L'arbre peut alors être développé à l'infini. La deuxième consiste a contrario à rechercher les éléments identiques au successeur courant. On est alors à même de "lier les branches de l'arbre" entre elles et on obtient une structure de graphe orienté qui est un automate fini. L'arbre qui décrit l'ensemble des états différents obtenus à partir d'un état initial sera appelé dans ce qui suit **arbre d'exploration des états**, et est fini car le nombre d'intervalles qualificatifs est fini<sup>6</sup>.

Il nous reste à définir ce qu'est un successeur pour un état donné. La stratégie adoptée consiste à prendre pour les successeurs les états représentant un changement sur un minimum de variables. Idéalement, un changement sur une seule variable donne la formulation de l'évènement la plus simple<sup>7</sup>. Quand cette formulation "mono-variable" n'est pas possible, comme nous le verrons par la suite, on recherche le nombre minimum de variables liées à la première par une contrainte qui doivent "bouger". Nous dirons de ces évènements qu'ils sont "**à variables liées**". Dans QSIM, les variables sont toutes susceptibles d'évoluer d'un état à son successeur, du fait du mécanisme des P-successeurs et I-successeurs<sup>8</sup> : c'est la satisfiabilité des contraintes qui montrera a posteriori l'évolution effective d'une variable donnée.

Nous allons tout d'abord décrire l'arbre d'exploration. A chaque étape sont proposés des successeurs dont certains sont non valides. Nous exposerons dans une section suivante l'étape de filtrage qui permet d'éliminer les successeurs ne respectant pas les contraintes qui sont représentées dans le Schéma semi-Causal Dynamique. Nous verrons que l'ordre de test des contraintes a une grande importance. Nous reviendrons ensuite sur le cas des évènements à variables liées.

<sup>6</sup>Dans QSIM, le nombre de valeurs repère évolue au cours de la simulation

<sup>7</sup>Remarquons que pour des raisons de fiabilité de la mesure, les codeurs digitaux absolus sont physiquement réalisés en "code Gray" : un seul bit change à la fois.

<sup>8</sup>voir section 2.3

## 4.6 Arborescence des états à partir d'un état initial

L'algorithme de simulation qualitative QSIM procède par exploration des états successifs à partir d'un état initial unique ou de l'ensemble des états initiaux compatibles avec la description qui en est donnée. La liste des états à explorer et filtrer à chaque boucle de l'algorithme s'appelle un "agenda" et est de taille raisonnable.

Nous allons de même chercher l'ensemble des états discrets plausibles pour le système à partir d'un état initial que nous supposerons connu<sup>9</sup>, nous obtiendrons ainsi un arbre. Notre algorithme diffère de QSIM en ce que pour chaque successeur admis après filtrage, nous vérifions si cet état est déjà connu. Ainsi nous déterminons à la fois un arbre et les sommets du graphe qui deviendra l'automate fini recherché<sup>10</sup>.

La différence de codage d'état entre QSIM et notre approche, se traduit par une différence dans le nombre et la génération de successeurs. L'application des contraintes de monotonie de façon concomitante à la génération des successeurs permet de limiter le nombre d'états candidats à soumettre aux autres contraintes<sup>11</sup>.

Pour limiter le nombre de cas testés, le système *Cfilter* de QSIM commence par générer les produits cartésiens des variables pour chaque contrainte, et élimine les produits non valides. Nous verrons comment appliquer ce type de technique dans la section 4.7.

Le temps n'est pas modélisé explicitement dans l'automate fini que nous réalisons, et nous supposons que chaque transition est instantanée. De ce fait, on pourrait penser ne pas perdre en généralité en supposant que les événements concernent l'évolution d'une seule variable. L'évolution simultanée de plusieurs variables pourrait en effet être modélisée par le passage par plusieurs états successifs. Le filtrage des états par les liaisons rigides (contraintes) vient contrarier cette option, et nous examinerons ce point dans la section 4.8 (variables liées).

Nous notons  $\vee$  et  $\wedge$  le *ou* et le *et* logique. Nous appellerons **états voisins par calcul** (ou **états topologiquement voisins**) d'un état de modalité  $M = (\dots M_i \dots)$  l'ensemble des états de modalité  $N = (\dots N_i \dots)$  tels que :

$$(\exists j \text{ tel que } (N_j \prec M_j) \vee (M_j \prec N_j)) \wedge (\forall i \neq j, N_j = M_j) \quad (4.5)$$

Ces états topologiquement voisins correspondent aux changements de modalités et aux changements de commutation qui leur sont liées. Les commutations implicites sont donc prises en compte, ainsi que les commutations explicites liées à des ruptures. Dans le cas de commutations commandées, les états obtenus par ces commutations doivent être ajoutés à la liste des états topologiquement voisins.

Si  $x_j$  est la variable telle que  $x_j \vdash M_j$  pour la modalité  $M$  et  $x_j \vdash N_j$  pour la modalité  $N$ , on dira que l'état de modalité  $N$  est topologiquement voisin selon  $x_j$  de l'état de modalité  $M$ .

### Exemple

Supposons qu'à l'instant  $t_0$ , le système soit dans l'état :

<sup>9</sup>La détermination de l'automate en cas d'un état initial mal connu sera vue comme la fusion des automates obtenus à partir des différents états initiaux compatibles. Pour être optimisé, ce processus de fusion devrait être déroulé parallèlement à l'élaboration des différents arbres d'exploration, mais c'est un problème que nous ne traiterons pas ici. Le calcul de la liste des états initiaux compatibles avec la connaissance partielle qu'on en a peut être fait en adoptant une approche "Problème de Satisfaction de Contraintes" adaptée (PSC, en anglais *CSP : Constraint Satisfaction Problem*). La méthode PSC employée dans QSIM est appelée *Cfilter* [1]

<sup>10</sup>Notons que [3] et [1] évoquent des travaux sur la représentation des états QSIM sous forme de graphe d'envisonnement et non d'arbre des comportements

<sup>11</sup>Cela se traduit dans QSIM par une table des successeurs possibles suivant la typologie de l'état de départ. Dans notre méthode, les contraintes de monotonie obtenues par propagation de signes sur le SsCD sont les premières testées

$$\begin{pmatrix} L_l \\ L_r \\ \dot{\alpha} \\ \alpha \end{pmatrix} \vdash E_0 \quad \text{avec} \quad E_0 = \begin{pmatrix} \{Action\} \\ \{Action\} \\ \{positif\} \\ \{OK - zero\} \end{pmatrix}$$

Par changement de modalité sur une variable unique, nous obtenons 7 états topologiquement voisins de  $E_0$  :

$$\begin{aligned} E_1 &= \begin{pmatrix} \{Inaction\} \\ \{Action\} \\ \{positif\} \\ \{OK - zero\} \end{pmatrix}, E_2 = \begin{pmatrix} \{Action\} \\ \{Inaction\} \\ \{positif\} \\ \{OK - zero\} \end{pmatrix}, E_3 = \begin{pmatrix} \{non - existence\} \\ \{Action\} \\ \{positif\} \\ \{OK - zero\} \end{pmatrix}, \\ E_4 &= \begin{pmatrix} \{Action\} \\ \{non - existence\} \\ \{positif\} \\ \{OK - zero\} \end{pmatrix}, E_5 = \begin{pmatrix} \{Action\} \\ \{Action\} \\ \{zero\} \\ \{OK - zero\} \end{pmatrix}, E_6 = \begin{pmatrix} \{Action\} \\ \{Action\} \\ \{positif\} \\ \{Deviation - negative\} \end{pmatrix}, \\ & E_7 = \begin{pmatrix} \{Action\} \\ \{Action\} \\ \{positif\} \\ \{Deviation - positive\} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Longueurs et angle sont liés par des liaisons rigides. Lorsque ces liaisons sont valides, certains états ne peuvent être rencontrés. D'autre part, comme la vitesse est positive, certaines transitions ne sont pas possibles. C'est l'objet du filtrage d'éliminer les états et transitions incohérentes.

## 4.7 Filtrage des états discrets

Nous supposons tout au long de cette section que les capteurs mis en place ne peuvent être défaillants. La manière de gérer les contraintes dépend en effet de cette hypothèse.

### 4.7.1 Règles issues des relations rigides

Nous appliquons ici une technique de propagation d'intervalle. Soit une contrainte  $F_j(X_j) = 0$  où  $X_j = (\dots, x_k, \dots)$  est un m-uplet d'une partie des variables du système. La contrainte doit être effectivement dépendante de chaque  $x_k$ , à savoir que modifier la valeur numérique de  $x_k$  sans modifier les valeurs des autres variables de la contrainte entraîne une violation de la contrainte.

#### Relations rigides bipolaires

##### Contrainte explicite $y = f(x)$

Nous allons d'abord considérer le cas où  $X_j$  est un couple  $(x, y)$  et où la contrainte peut se réécrire sous la forme  $y = f(x)$ . Nous avons admis au chapitre précédent que les contraintes étaient monotones pour chaque variable, ce qui signifie que  $f$  est soit croissante soit décroissante.

Supposons  $x \vdash M_i^x$  et  $y \vdash M_j^y$ . Nous pouvons calculer l'intervalle qualificatif  $f(M_i^x)$  à partir du calcul de  $f(a_i^x)$  et  $f(b_i^x)$  ou  $a_i^x$  et  $b_i^x$  sont les bornes de  $M_i^x$ . Nous écrirons  $M_i^{x \rightarrow y} = f(M_i^x)$ . La modalité de  $X_j$  est dite admissible si  $M_i^{x \rightarrow y} \cap M_j^y \neq \emptyset$ .

### Propagation d'intervalle selon la section 4.4.2

Nous pouvons reposer le problème ci-dessus en opérant comme dans la section 4.4.2. Les intervalles  $M_i^x$  et  $M_j^y$  constituent l'hypothèse de départ de la propagation. Si la solution converge vers un intervalle  $M_j^y$  non nul, l'état discret n'est pas rejeté.

### Contrainte algébrique implicite $F(x, y) = 0$

Si l'une des deux variables ne peut s'écrire explicitement en fonction de l'autre, la première solution consiste à utiliser les "fonctions solutions" proposées dans la section 4.4.2. On donne une fonction solution pour chaque occurrence de  $x$  dans l'expression  $F(x, y)$ .

Mais, dans le cas particulier de relations rigides bipolaires, s'il n'existe pas de solution analytique, **la monotonie de chaque variable dans la contrainte** assure qu'une solution unique existe pour  $c_i^y$  et pour  $d_i^y$ , et pourra être déterminée par une méthode numérique directe. En effet, nous pouvons remplacer  $x$  par les valeurs  $a_i^x$  et  $b_i^x$  dans l'expression  $F(x, y) = 0$  et déterminer les valeurs correspondantes  $c_i^y$  et  $d_i^y$  pour  $y$ . Nous obtiendrons ainsi  $M_i^{x \rightarrow y}$  et vérifierons l'admissibilité de la même façon que précédemment.

### Relations rigides multipolaires

Dans le cas où  $m \geq 3$ , la contrainte est une hypersurface, la modalité à tester est un hypercube, et la question est de savoir si cette hypersurface intersecte l'hypercube. La figure 4.2 représente cette question compte-tenu de la monotonie des variables dans la contrainte.

Une méthode directe reprend le principe suggéré pour  $m = 2$ . Elle consiste à calculer plusieurs points de la surface de contrainte à partir des extrémités des intervalles modaux des  $m - 1$  premières variables et à projeter ces points orthogonalement sur l'axe de la dernière variable. L'intervalle obtenu est à comparer avec l'intervalle qualificatif de cette dernière variable.

Nous pouvons aussi, et cela sera plus efficace, tenir compte de la transition menant à la modalité présentement examinée à partir d'une modalité admissible. Nous allons expliquer ceci avec un exemple présenté figure 4.3.

Nous supposons la contrainte d'une jonction en  $y$  de débits  $Q = Q_1 + Q_2$ . Cette contrainte est compatible avec  $Q \vdash \{nominal\}$ ,  $Q_1 \vdash \{nominal\}$ ,  $Q_2 \vdash \{nominal\}$ . Le choix de la modalité  $\{nominal\}$  sur  $Q$  obtenu à partir des modalités nominales sur  $Q_1$  et  $Q_2$  fait que l'on peut également avoir, comme indiqué avec des valeurs numériques sur la figure 4.3 :

$$Q \vdash \{nominal\}, Q_1 \vdash \{dev+\}, Q_2 \vdash \{nominal\}$$

Par contre, la combinaison  $Q \vdash \{nominal\}$ ,  $Q_1 \vdash \{danger\}$ ,  $Q_2 \vdash \{nominal\}$  doit être rejetée. Or, nous avons précisé que les contraintes devaient monotones par rapport à chacune des variables, et c'est le cas dans cet exemple. La modalité  $\{dev+\}$  était acceptée pour  $Q_1$  car pour  $Q_2 = 5$ , on pouvait avoir jusqu'à  $Q_1 = 7$  sans contredire  $Q \vdash \{nominal\}$ . Il suffit de tester la borne supérieure de l'intervalle qualificatif  $\{dev+\}$  (avec  $Q$  à la borne supérieure de l'intervalle qualificatif et  $Q_2$  à la borne inférieure) pour constater que  $Q_1 \vdash \{danger\}$  sera rejetée.

Supposons maintenant que le débit en  $Q$  soit imposé et en augmentation. Suivant toute vraisemblance, l'augmentation du débit  $Q$  va provoquer une augmentation **simultanée** de  $Q_1$  et  $Q_2$ . Suivant la manière dont ont été définis les intervalles qualificatifs sur les trois variables, il est possible que celles-ci changent toutes à la fois d'intervalles. Un filtrage basé uniquement sur les états topologiquement voisins ne permet donc pas de modéliser correctement l'évolution possible du système. L'algorithme exposé section 4.9 répond à ce problème que nous détaillerons section 4.8.

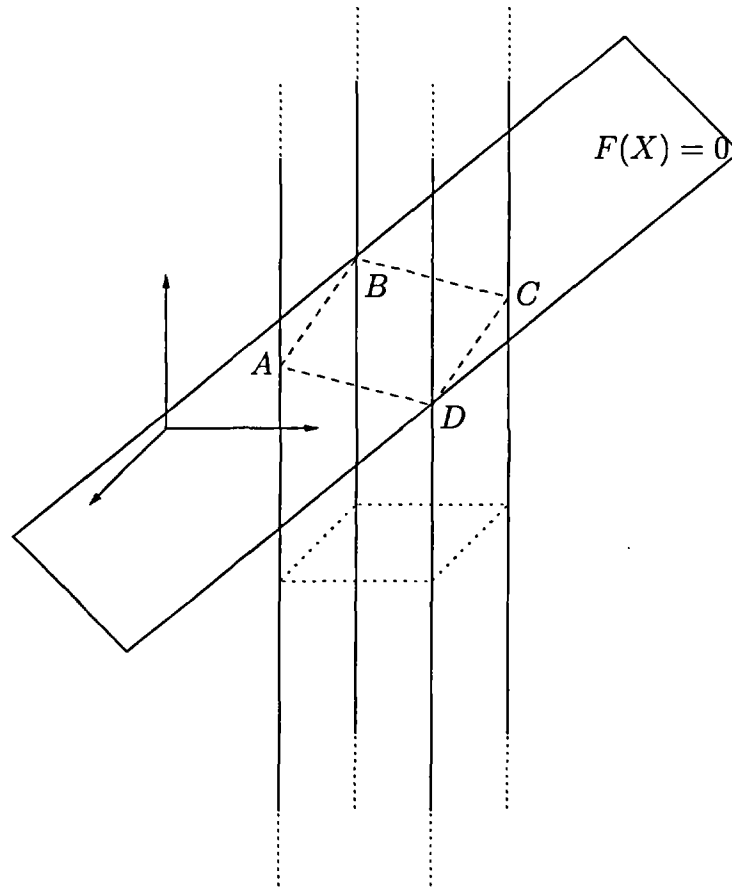


FIG. 4.2 – compatibilité d'une modalité avec une liaison rigide ayant des propriétés de monotonie

### Relations rigides et commutations explicites irréversibles

Nous avons indiqué à la section 4.2.4 que lorsqu'une rupture de liaison rigide est liée à un changement d'intervalle qualificatif, elle doit être traitée, d'un point de vue algorithmique, comme une conséquence. Ainsi, les contraintes rigides seront testées avant rupture, et celle-ci sera ensuite appliquée. Lors des évolutions ultérieures du système, la contrainte rigide concernée ne s'applique plus.

### 4.7.2 Règles issues des relations causales

#### Signes et intervalles qualificatifs

Nous avons défini des modalités de signe, qui fournissent une information explicite de signe dans l'ensemble  $S = \{+, -, 0, ?\}$ . Le signe d'une variable peut également être déduit d'un intervalle qualificatif fonctionnel lorsque celui-ci ne contient pas la valeur 0. Lorsqu'aucune modalité n'a été définie pour une variable, ou que l'intervalle qualificatif "courant" contient 0, il est néanmoins possible dans un certain nombre de situations d'obtenir une information par propagation des signes (en faisant appel à l'algèbre des signes) ou par un calcul arithmétique tenant compte de la monotonie des relations.

En examinant le schéma semi-causal annoté (SsCDA) de notre exemple de la figure 3.21 (chapitre 3), nous voyons le moyen d'obtenir le signe de  $\ddot{x}$  lorsqu'un des élastiques est cassé ou inactif. Supposons l'élastique gauche cassé, l'effort  $F_l$  est remplacé par une source d'effort nul. Supposons

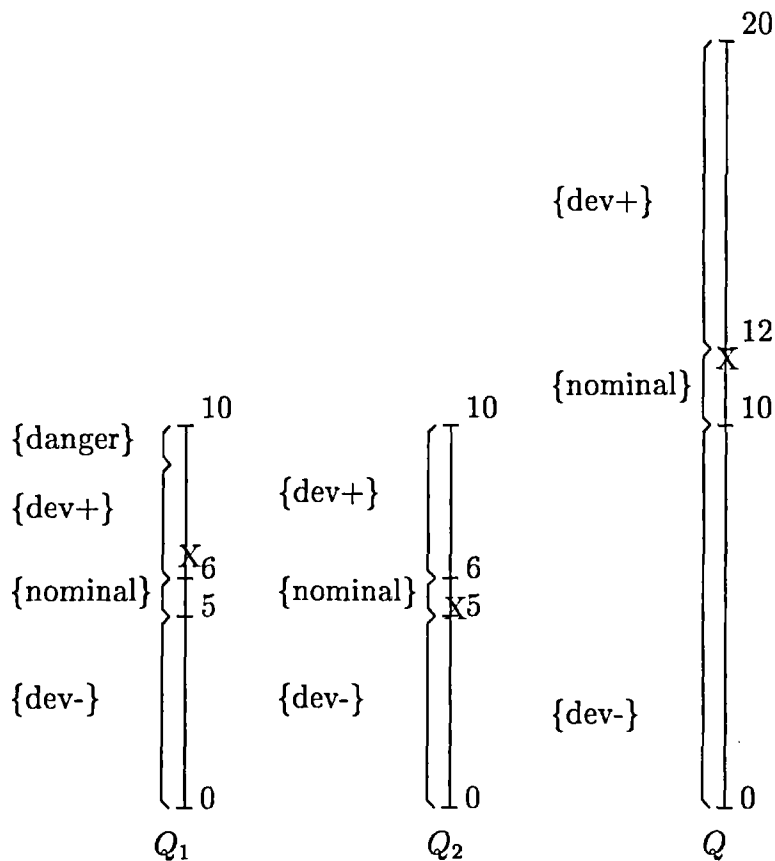


FIG. 4.3 – calcul d’admissibilité des modalités : exemple

que  $L_r \vdash \{action\}$ . Nous ne pouvons déduire directement du SsCDA le signe de  $F_r$  car  $L_r$  et  $F_r$  sont liés par une relation rigide, et le signe de l’arc sur une relation rigide caractérise la similitude du sens d’évolution, pas le signe des variables elles-mêmes. Par contre, l’équation correspondant à l’arc donne le signe de  $F_r$ , qui est soit ‘+’ soit ‘0’, et l’équation de couple donne le signe (négatif ou nul) de  $\Gamma_r$ . Le signe de  $\Gamma$  est donc négatif ou nul, et l’équation de la liaison rigide avec  $\ddot{x}$  indique un signe négatif ou nul de cette dernière variable. Ceci contraint l’évolution de  $\dot{x}$ .

### Sens d’évolution

Pour un arc  $A \rightarrow B$ , si la modalité de A est positive (ou que le signe calculé de A est positif ou nul) et que l’arc est de signe positif, la modalité de B ne peut devenir inférieure à la modalité présente.

### Dérivée nulle

Pour des questions de robustesse, nous éviterons en général de définir une modalité "zéro". La définition d’une partion en deux intervalles qualificatifs "négatif" et "positif" sans un intervalle qualificatif intermédiaire "zéro" ou "signe inconnu" est également non robuste. Il convient en effet de tenir compte des erreurs prévisibles dans la chaîne de mesure, et d’éviter ainsi de qualifier une variable dans un intervalle "positif" alors qu’elle est en fait légèrement négative. En l’absence d’une modalité "zéro", une modalité "signe inconnu" (signe usuel "?") sera définie avec une longueur d’intervalle fonction de la qualité des mesures.

Si nous disposons néanmoins d’un intervalle qualificatif "zéro" sur A de l’arc  $A \rightarrow B$  ou si un

signe nul a pu être calculé pour cette variable alors nous pouvons déduire que  $B$  ne change pas de modalité.

Nous employons donc des règles similaires à celle de l’algèbre des signes ([3]) pour le filtrage des transitions à partir des relations causales. L’information de signe sur le sommet initial de la relation causale intégrale est utilisée de la même façon, qu’elle soit explicite de par un intervalle qualificatif, ou obtenue à partir du SsCDA et des équations.

Le tableau 4.3 récapitule les règles d’évolution applicables.

Relation	Libellé	Effet
$a \vdash \{+\} \xrightarrow{+ \int} b$ ou $sign(a) \in \{0, +\}$	Monotonie et intégration	Modalité de $b$ : ↗ ou →
$a \vdash \{+\} \xrightarrow{- \int} b$	Monotonie et intégration	Modalité de $b$ : ↘ ou →
$a \vdash \{-\} \xrightarrow{+ \int} b$	Monotonie et intégration	Modalité de $b$ : ↘ ou →
$a \vdash \{-\} \xrightarrow{- \int} b$	Monotonie et intégration	Modalité de $b$ : ↗ ou →
$a \vdash \{zero\} \xrightarrow{\int} b$	Dérivée à zéro	Modalité de $b$ : → (constante)

TAB. 4.3 – Règles de filtrage en relation causale intégrale

### 4.7.3 Exemples d’application du filtrage sur relation causale

Du fait de la vitesse positive, la transition

$$\left( \begin{array}{c} \{Action\} \\ \{Action\} \\ \{positif\} \\ \{OK - zero\} \end{array} \right) \rightarrow \left( \begin{array}{c} \{Action\} \\ \{Action\} \\ \{positif\} \\ \{Deviation - negative\} \end{array} \right)$$

n’est pas valide.

### 4.8 Evènements à variables liées

Reprenons l’exemple des débits sous contrainte  $Q = Q_1 + Q_2$  des sections 4.4.2 et 4.7.1, les modalités des débits étant précisées figure 4.3. Prenons un état de départ tel que  $Q \vdash \{nominal\}$ ,  $Q_1 \vdash \{nominal\}$ ,  $Q_2 \vdash \{nominal\}$ . Supposons maintenant que nous testions la transition vers  $Q \vdash \{dev+\}$ ,  $Q_1$  et  $Q_2$  restant dans les mêmes intervalles.

$$Q \vdash \{dev+\}, Q_1 \vdash \{nominal\}, Q_2 \vdash \{nominal\} \tag{4.6}$$

Le filtrage simple par la contrainte rigide de somme de débits conduit à rejeter cet état. Les trois états qui peuvent succéder à notre état de départ tels que  $Q \vdash \{dev+\}$  doivent vérifier  $Q_1 \vdash \{dev+\}$  ou (non exclusif)  $Q_2 \vdash \{dev+\}$ .

Est-ce un problème, lors de l’exploration des successeurs de filtrer l’état défini équation 4.6 ? Ce filtrage n’empêcherait pas, dans le présent exemple, d’atteindre les états valides mentionnés



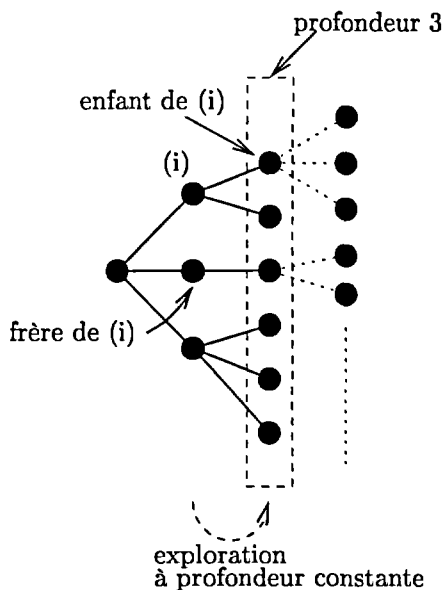


FIG. 4.4 – Conventions sur le parcours d'un arbre

plus haut, à partir de l'état de départ, par un chemin alternatif comportant plusieurs transitions "successives". Ainsi, nous aurions par exemple :

départ étape  $k$  modalité  $[E_k] : Q \vdash \{nominal\}, Q_1 \vdash \{nominal\}, Q_2 \vdash \{nominal\}$

successeur étape  $k + 1$   $[E_{k+1}] : Q \vdash \{nominal\}, Q_1 \vdash \{dev+\}, Q_2 \vdash \{nominal\}$

successeur étape  $k + 2$   $[E_{k+2}] : Q \vdash \{dev+\}, Q_1 \vdash \{dev+\}, Q_2 \vdash \{nominal\}$

Supposons maintenant que nous souhaitions utiliser un nombre de transitions comme une "distance" à la défaillance  $Q \vdash \{dev+\}$ . En utilisant les transitions de cette manière, nous donnerions implicitement une signification de durée aux états. Cette problématique peut être rapprochée de la discussion abordée section 1.5, lorsque nous distinguons entre formalismes de systèmes réactifs et formalismes à temps continu, entre automates finis et Grafctet. Dans notre exemple, l'état  $[E_{k+2}]$  apparaît plus "éloigné" de  $[E_k]$  que ne l'est l'état  $[E_{k+1}]$ . Or, il n'y a aucune raison à cela, car les débits sont liés par des contraintes à répercussions instantanées (voir section 3.5). Il faut donc faire en sorte que  $[E_{k+2}]$  soit un successeur direct de  $[E_k]$ .

Nous avons adopté une représentation par automate fini et non par Grafctet. Il nous faut donc étiqueter la transition entre  $[E_k]$  et  $[E_{k+2}]$  par un événement sur variables liées.

## 4.9 Principes algorithmes de calcul de l'automate

On notera  $C^N$  la commutation nominale du modèle. On appellera profondeur d'un noeud, la distance en nombre de parents jusqu'au noeud initial. La figure 4.4 rappelle les conventions usuelles dans le parcours d'un arbre.

### 4.9.1 Arborescence d'exploration

A partir d'un noeud d'état initial  $E_0$ , pour lequel toutes les modalités  $M_0^i$  ont été déterminées, et pour lequel la commutation  $C_0 = C^N$ .

Tant que générer :

- Pour chacun des noeuds  $E_j$  de la profondeur courante

*Générer les enfants du noeud courant.*

- Créer une liste temporaire des états  $E_j^k$  topologiquement voisins de  $E_j$  et leur appliquer la procédure : (*transition-filtration*)
  - soit  $x$  la variable modifiée de  $E_j$  à  $E_j^k$
  - Appliquer la commutation implicite consécutive à cette transition
  - Appliquer les règles d'évolution issues des arcs causaux
  - Rechercher un état déjà existant dans l'arbre semblable à l'état temporaire
  - S'il y a un état existant, créer la transition appropriée
  - S'il n'y avait pas d'état existant : *sous-procédure (r)*
    - Appliquer les règles issues des relations rigides
    - Si l'état est accepté, appliquer les commutations explicites irréversibles
    - Si l'état est accepté créer l'état comme enfant du noeud courant
  - Si l'état n'a pas été accepté à la sous-procédure (r), du fait d'une contrainte  $Cr_k$  sur  $x$ , effacer  $E_j^k$  de la liste temporaire, et le remplacer par une sous-liste d'états topologiquement voisins de  $E_j^k$  selon les autres variables impliquées dans la contrainte  $Cr_k$ . Appliquer la procédure (*transition-filtration*) à cette sous-liste.

*Passer au noeud suivant*

- Si aucun enfant n'a été généré à la profondeur courante, arrêter

### 4.9.2 Optimisation du filtrage

L'ordre de test des contraintes dépend de la transition testée. Nous nous inspirons ici des principes mis en oeuvre dans *Cfilter* de QSIM, elle-même inspirée de Mackworth et de l'algorithme de Waltz ([1]). Nous allons tout d'abord exposer ces principes, puis l'adaptation de ces principes à notre propre problématique.

#### Principes de Cfilter

Soit un ensemble d'états  $\mathcal{E}$ , candidats au filtrage, états à  $n$  variables  $v_j$ , chaque variable prenant  $n_j$  valeurs différentes. *Cfilter* génère  $\mathcal{E}$  à partir d'une information partielle et de l'espace des quantités associé à chaque variable, c'est l'étape dite de "restriction de domaine". Soit  $\mathcal{C} = \{C_i, i \in [1..N]\}$ , l'ensemble des contraintes à tester sur le jeu de variables  $v_j$ . On dit qu'une contrainte est d'arité  $k$  quand elle porte sur  $k$  variables.

Pour chaque contrainte  $C_i$  d'arité  $k_i$ , on forme tous les t-uplets  $(x_{j_1}, \dots, x_{j_{k_i}})$  de valeurs sur les  $k_i$  variables  $(v_{j_1}, \dots, v_{j_{k_i}})$  compatibles avec les états candidats de  $\mathcal{E}$ . Puis on teste si ces t-uplets respectent la contrainte  $C_i$ . Cette étape est dite de "cohérence au niveau des noeuds", les noeuds du graphe considéré représentant les contraintes, et les arcs, les variables. Il reste après cette étape un ensemble d'états  $\mathcal{E}' \subset \mathcal{E}$ , mais cet ensemble n'est pas explicite, car on ne dispose que des t-uplets validés pour chaque contrainte.

L'étape suivante est dite de "cohérence d'arc". Une contrainte  $C_i$  est dite adjacente à une contrainte  $C_j$  si les deux contraintes "partagent" une même variable  $v$ . Eliminer chaque t-uplet associé à  $C_i$ , et associant une valeur  $x$  à la variable  $v$ , si aucun t-uplet associé à  $C_j$  n'associe la même valeur  $x$  à  $v$ . L'ensemble  $\mathcal{E}''$  des états "survivants" est toujours implicite.

Enfin, l'étape que Kuipers qualifie de "recherche exhaustive", consiste à expliciter  $\mathcal{E}''$ , c'est-à-dire à former toutes les assignations de valeurs aux  $n$  variables respectant les  $t$ -uplets issus de l'étape de "cohérence d'arc". Un algorithme de type recherche arborescente avec "backtracking" répond au problème.

### Adaptation

Nous nous plaçons tout d'abord dans le cadre du test de la transition d'un état de départ vers un état topologiquement voisin, selon une variable  $x$ .

**Transition vers un état topologiquement voisin** Soit, pour la variable  $x$ , l'ensemble  $\mathcal{C}r_x$  des contraintes sur relations rigides contenant explicitement la variable  $x$  et l'ensemble  $\mathcal{C}i_x$  des contraintes sur relations causales intégrales ayant explicitement  $x$  pour sommet final. Soit  $\mathcal{C}_x = \mathcal{C}r_x \cup \mathcal{C}i_x$ .

Le test des contraintes  $\mathcal{C}i_x$  est effectué en premier lieu. Lorsque les signes des sommets initiaux  $z_x$  des arcs de relations causales intégrales ne sont pas connus, l'arithmétique des signes et la propagation d'intervalles à partir des contraintes rigides  $\mathcal{C}r_{z_x}$  permet d'obtenir une information partielle ou complète.

Passons maintenant à l'étape nommée "sous-procédure (r)" dans la section 4.9.1. Nous appellerons "sommets qualifiés" du SsCD les variables munies d'intervalles qualificatifs. Le test des  $\mathcal{C}r_x$  n'est pas suffisant. En effet, tous les sommets du SsCD ne sont pas qualifiés et les transitions testées sont uniquement liées à des changements d'intervalles qualificatifs. Il faut étendre les tests sur  $\mathcal{C}r_x$  aux contraintes rigides adjacentes aux  $\mathcal{C}r_x$  et aux contraintes rigides adjacentes à ces dernières, jusqu'à avoir atteint les sommets initiaux de relations causales ou des sommets qualifiés.

Dans la pratique, nous calculerons systématiquement, par propagation d'intervalles, les intervalles de variation sur les sommets non qualifiés. Comme, d'autre part, une seule variable évolue d'un état vers l'état topologiquement voisin, l'optimisation du test des contraintes rigides peut être réduite à la procédure suivante. Seules les  $\mathcal{C}r_x$  seront testées lors de l'évolution de  $x$ , et elles seront ordonnées par ordre d'arité croissante.

**Transition sur variables liées** Soit  $(x_1, \dots, x_p)$  les variables de la transition testée,  $p$  variables sur les  $l$  d'une contrainte rigide  $\mathcal{C}$  d'arité  $l$ . La transition sur  $x_1$  seule ayant échoué, nous avons  $p \geq 2$ . Nous remplaçons le jeu de tests sur les  $\mathcal{C}_x$  dans la procédure précédente par les tests sur  $\bigcup_{i \in [1..p]} \mathcal{C}_{x_i}$ . La procédure de test des transitions sur variables liées s'arrête lorsqu'une ou plusieurs transitions ont été validées pour une valeur de  $p$  donnée ou si aucune transition n'a été validée pour  $p = l$ .

### 4.9.3 Autres éléments de comparaison avec QSIM

**Parcours de l'arbre** : A chaque étape, QSIM extrait un état à développer de l'"agenda". L'ordre des états dans l'agenda n'est pas précisé dans l'ouvrage [1]. S'ils sont organisés en FIFO (*First-In, First Out*), l'exploration procède similairement à profondeur constante.

**Etats déjà existants dans le graphe de transitions** QSIM dans son mode usuel de simulation ne réalise pas de graphes de transition. La détection d'états déjà explorés antérieurement, et donc de cycles, est dans QSIM une option de l'étape de "filtrage global" exposée ci-après.

**Filtrage global et filtrage local** Tous les filtrages dans notre approche sont "locaux", et consistent en une application des contraintes. QSIM déroule après le filtrage local un filtrage "global" dont les règles ne sont pas exhaustivement déterminées (des filtres optionnels peuvent être

rajoutés pour affiner les résultats de la simulation). QSIM applique un filtre "no change" lié au formalisme des I et P-transitions. QSIM détermine les états d'équilibre stables qui n'ont donc pas de successeurs. Nous n'identifions pas ces équilibres, car cela n'a qu'un intérêt théorique en supervision d'équipements mobiles. Nous avons déjà évoqué la détection de cycles. Du fait de l'utilisation des "valeurs repères" au lieu d'intervalles, QSIM distingue entre une correspondance "forte" et une correspondance "faible", ce qui ne s'applique pas dans notre approche.

**Aspects méthodologiques** Dans la méthode que nous proposons, on ne génère des états discrets que pour les variables annotés. Les autres variables sont utilisées dans le processus de propagation de contrainte, ce qui se traduit par la création d'intervalles qui restent implicites. Nous obtenons ainsi une représentation dont la complexité est fonction de la complexité du problème de supervision effectivement posé et, comme nous le verrons pour l'exemple didactique et au chapitre 5, du niveau de contraintes résultant de la granularité et de la répartition des annotations sur le SsCD. C'est un avantage méthodologique important par rapport à QSIM, qui tient au fait que nous ne cherchons pas à faire une "simulation discrète". Notre méthode permet de bien formuler le problème d'observabilité lié au cahier des charges de la supervision en laissant le concepteur du système de supervision libre de sa stratégie d'instrumentation, et de faire évoluer celle-ci en fonction de l'analyse de l'automate obtenu. En effet, suivant les besoins, le concepteur peut disposer de nombreux capteurs discrets<sup>12</sup>, ou opérer par reconstruction d'état dans le domaine continu. Le graphe permet d'évaluer si l'instrumentation permet d'atteindre les objectifs de supervision.

Un argument de Kuipers pour la représentation de l'évolution sous forme d'arbre dans QSIM tient à la possibilité de création des "valeurs repères" dynamiquement. C'est ce qui permet par exemple de décrire des oscillations. Cette préoccupation est liée à la simulation. Pour ce qui concerne la représentation discrète orientée supervision, les seules oscillations à détecter sont celles qui figurent au cahier des charges du superviseur. Les intervalles qualificatifs, qui tiennent lieu de valeurs repères dans la méthode que nous proposons, peuvent être fixés dès le départ. Si, malgré tout, l'automate nécessitait des raffinements par des intervalles qualificatifs supplémentaires, il serait possible, selon les contraintes, de n'en recalculer qu'une partie. La représentation de type QSIM par arbre de comportement paraît donc moins adaptée à nos problèmes de supervision que la représentation par automate.

## D - Application numérique et automate de l'exemple didactique

Nous allons maintenant appliquer la méthode d'annotation du SsCD avec des modalités, et le calcul de l'automate, à l'exemple didactique présenté au chapitre 3. Après avoir donné les paramètres numériques de notre modèle, nous commencerons par déterminer les modalités considérées pour la supervision du système oscillant.

### 4.10 Paramétrisation du modèle exemple continu

Le tableau 4.4 donne les valeurs numériques choisies pour les paramètres du modèle continu standard de notre exemple.

Le tableau 4.5 donne la connaissance que l'on a de la limite d'élasticité des élastiques. Cette connaissance ne fait pas partie du modèle "standard" qui est en premier lieu un modèle de conception mécanique et d'étude des asservissements.

<sup>12</sup>contacteurs, détecteurs électro-magnétiques ou optiques,...

Libellé	symbole	valeur
Demi-longueur de la barre (mm)	$l_0$	1000
Hauteur du pivot au plan d'attache des élastiques (mm)	$h_0$	500
Inertie de la barre (kg.m <sup>2</sup> /rad)	$J$	100
Constante de rappel d'un élastique (N/mm)	$k_l = k_r$	2
Longueur libre d'un élastique (mm)	$L_{l0} = L_{r0}$	380

TAB. 4.4 - Paramètres numériques du modèle standard

Libellé	symbole	valeur
Extension élastique maximum (mm)	$\delta l_e$	180
Extension plastique maximum (mm)	$\delta l_p$	2
Raideur équivalente lors de l'extension plastique	$1000.k_l$	

TAB. 4.5 - Paramètres de limites élastiques et plastique

## 4.11 Modalités de supervision du système exemple

Le superviseur doit prendre en compte l'existence d'une limite élastique, et une modalité correspondante est créée sur les variables  $L_l$  et  $L_r$ . On suppose qu'une position médiane est souhaitée pour le système, et l'on crée une modalité pour représenter ce fonctionnement "normal". Les modalités considérées sont données dans le tableau 4.6. On a  $\alpha_m = -atan(h_0/l_0)$  et  $\alpha_M = atan(h_0/l_0)$ .

Variable concernée	Modalité	Type	Bornes de l'intervalle
$L_l$	Existence (élastique)	Structurelle	$[0 \quad L_{l0} + \delta l_e[$
$L_r$	Existence (élastique)	Structurelle	$[0 \quad L_{r0} + \delta l_e[$
$L_l$	Action (de rappel)	Structurelle	$]L_{l0} + \infty[$
$L_r$	Action (de rappel)	Structurelle	$]L_{r0} + \infty[$
$\alpha$	Limites par butées	Structurelle	$[\alpha_m \quad \alpha_M]$
$\dot{\alpha}$	Négatif	Signe	$] -\infty_a \quad \epsilon_a]$
$\dot{\alpha}$	Zéro	Signe	$]\epsilon_a \quad \epsilon_b[, \epsilon_a = -3^\circ/s, \epsilon_b = 3^\circ/s$
$\dot{\alpha}$	Positif	Signe	$[\epsilon_b \quad +\infty[$
$\alpha$	OK-zero	Fonctionnelle	$]\alpha_a \quad \alpha_b[, \alpha_a = -3^\circ, \alpha_b = 3^\circ$

TAB. 4.6 - Modalités

De ce tableau de modalités, on déduit (tableau 4.7) un ensemble ordonné d'intervalles qualificatifs qui décrivent entièrement l'espace de variation. La modalité "vitesse nulle" est définie en fonction des caractéristiques de l'échantillonnage. Ce réglage intervient dans l'application des relations causales, nous reviendrons sur l'aspect méthodologique lié à ce réglage. La modalité "OK-zero" est, elle, liée à une spécification de bon fonctionnement.

Nous prendrons pour état initial  $E_0$  défini par (différent de l'exemple donné section 4.6) :

$$\begin{pmatrix} L_l \\ L_r \\ \dot{\alpha} \\ \alpha \end{pmatrix} \vdash E_0 \quad \text{avec} \quad E_0 = \begin{pmatrix} \{Action\} \\ \{Action\} \\ \{Zero\} \\ \{OK-zero\} \end{pmatrix}$$

Nous noterons  $[E]$  et appellerons *valeur de E* le vecteur d'intervalles associés au vecteur de modalités  $E$ .

Variable concernée	Intervalle qualificatif	Bornes de l'intervalle
$L_l$	Inaction	$]0 \ L_{l0}[$
$L_l$	Action	$]L_{l0} \ L_{l0} + \delta l_e[$
$L_l$	Inexistence	$]L_{l0} + \delta l_e \ +\infty[$
$L_r$	Inaction	$]0 \ L_{r0}[$
$L_r$	Action	$]L_{r0} \ L_{r0} + \delta l_e[$
$L_r$	Inexistence	$]L_{r0} + \delta l_e \ +\infty[$
$\dot{\alpha}$	Négatif	$] -\infty \ \epsilon_a[$
$\dot{\alpha}$	Zéro	$] \epsilon_a \ \epsilon_b[$
$\dot{\alpha}$	Positif	$] \epsilon_a \ +\infty[$
$\alpha$	moins que OK-zero	$] -\infty \ \alpha_a[$
$\alpha$	OK-zero	$] \alpha_a \ \alpha_b[$
$\alpha$	plus que OK-zero	$] \alpha_b \ +\infty[$

TAB. 4.7 – Intervalles qualificatifs

Nous obtenons les valeurs suivantes  $[E]$  pour  $E_0$  et les états topologiquement voisins de  $E_0$  dans le tableau 4.8

Vecteur	$L_l$	$L_r$	$\dot{\alpha}$	$\alpha$
$[E_0]$	$]L_{l0} \ L_{l0} + \delta l_e[$	$]L_{r0} \ L_{r0} + \delta l_e[$	$] \epsilon_a \ \epsilon_b[$	$] \alpha_a \ \alpha_b[$
$[E_1]$	$]0 \ L_{l0}[$	$]L_{r0} \ L_{r0} + \delta l_e[$	$] \epsilon_a \ \epsilon_b[$	$] \alpha_a \ \alpha_b[$
$[E_2]$	$]L_{l0} \ L_{l0} + \delta l_e[$	$]0 \ L_{r0}[$	$] \epsilon_a \ \epsilon_b[$	$] \alpha_a \ \alpha_b[$
$[E_3]$	$]L_{l0} + \delta l_e \ +\infty[$	$]L_{r0} \ L_{r0} + \delta l_e[$	$] \epsilon_a \ \epsilon_b[$	$] \alpha_a \ \alpha_b[$
$[E_4]$	$]L_{l0} \ L_{l0} + \delta l_e[$	$]L_{r0} + \delta l_e \ +\infty[$	$] \epsilon_a \ \epsilon_b[$	$] \alpha_a \ \alpha_b[$
$[E_5]$	$]L_{l0} \ L_{l0} + \delta l_e[$	$]L_{r0} \ L_{r0} + \delta l_e[$	$] \epsilon_b \ +\infty[$	$] \alpha_a \ \alpha_b[$
$[E_6]$	$]L_{l0} \ L_{l0} + \delta l_e[$	$]L_{r0} \ L_{r0} + \delta l_e[$	$] -\infty \ \epsilon_a[$	$] \alpha_a \ \alpha_b[$
$[E_7]$	$]L_{l0} \ L_{l0} + \delta l_e[$	$]L_{r0} \ L_{r0} + \delta l_e[$	$] \epsilon_a \ \epsilon_b[$	$] \alpha_b \ +\infty[$
$[E_8]$	$]L_{l0} \ L_{l0} + \delta l_e[$	$]L_{r0} \ L_{r0} + \delta l_e[$	$] \epsilon_a \ \epsilon_b[$	$] -\infty \ \alpha_a[$

TAB. 4.8 – Valeurs  $[E]$  des états topologiquement voisins de  $E_0$

## 4.12 Filtrage applicable aux états discrets de l'exemple

Nous appliquons d'abord les contraintes rigides, puis les relations causales. Le calcul de l'automate de cet exemple a été menée en transformant la propagation des contraintes des relations rigides et des relations causales en une série de règles appliquées aux intervalles qualificatifs. Les contraintes sur  $\alpha$ ,  $L_l$  et  $L_r$  qui ne nécessitent pas de propagation en "cascade" sont en revanche appliquées directement et présentées ci-après.

### 4.12.1 Relations rigides longueurs-angle

Notre exemple compte deux contraintes rigides qui lient  $\alpha$ ,  $L_l$  et  $L_r$ . La figure 4.5 représente ces contraintes et l'incidence sur la compatibilité des intervalles qualificatifs

Si à l'issue du test des contraintes ci-dessus,  $L_l \vdash \textit{inexistence}$ , alors la commutation irréversible de rupture est appliquée. Ceci se traduit par la règle suivante : si dans un état donné,  $L_l \vdash \textit{inexistence}$ , alors  $L_l$  conserve cette modalité dans tout état suivant. La même règle s'applique à  $L_r$ .

Les contraintes rigides liant  $\Gamma$ ,  $\Gamma_l$ ,  $\Gamma_r$ ,  $L_l$ ,  $L_r$ , et  $\dot{\alpha}$  n'ont d'intérêt que pour calculer le signe de  $\dot{\alpha}$ . Nous n'exploitons en effet que la tendance sur les relations causales intégrales. Utiliser la

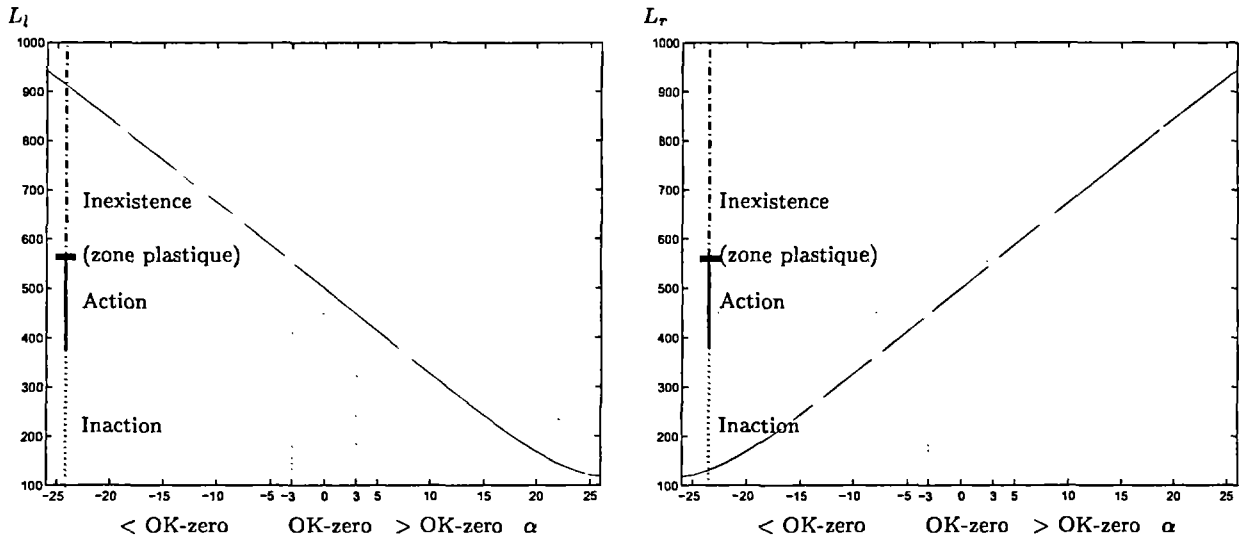


FIG. 4.5 – Contraintes rigides sur angle et longueurs

Etat	Éliminé	Contrainte violée
$E_1$	OUI	équation 3.2
$E_2$	OUI	équation 3.3
$E_3$	OUI	équation 3.2
$E_4$	OUI	équation 3.3
$E_5$	NON	
$E_6$	NON	
$E_7$	NON	
$E_8$	NON	

TAB. 4.9 – Modalités

valeur quantitative des dérivées serait en revanche utile dans le calcul d'un modèle discret à temps explicite. Les règles liant le sens d'évolution de  $\ddot{\alpha}$  en fonction des modalités de  $\alpha$ ,  $L_l$  et  $L_r$  sont données à la section 4.12.2.

#### 4.12.2 Relations causales accélération-vitesse-position

Les règles résultant de la propagation de signes sur les relations rigides du SsCDA sont données ci-dessous.

Signe de  $\ddot{\alpha}$  :

**Règles de l'élastique gauche cassé ou détendu** Si  $L_l \vdash \text{inexistence}$ , ou alors  $L_l \vdash \text{inaction}$ , nous avons  $\Gamma \leq 0$  et  $\ddot{\alpha} \leq 0$ , et la modalité de  $\dot{\alpha}$  ne peut augmenter.

**Règles de l'élastique droit cassé ou détendu** Si  $L_r \vdash \text{inexistence}$ , ou alors  $L_r \vdash \text{inaction}$ , nous avons  $\Gamma \geq 0$  et  $\ddot{\alpha} \geq 0$ , et la modalité de  $\dot{\alpha}$  ne peut diminuer.

Signe de  $\dot{\alpha}$  :

**Règles du zéro** Si  $\dot{\alpha} \vdash \text{zero}$ , alors les modalités de  $\alpha$ ,  $L_l$  et  $L_r$  ne peuvent augmenter.

**Règles de la vitesse positive** Si  $\dot{\alpha} \vdash \text{positif}$ , alors les modalités de  $\alpha$  et  $L_r$  ne peuvent baisser, et la modalité de  $L_l$  ne peut augmenter.

**Règles de la vitesse négative** Si  $\dot{\alpha} \vdash \text{négatif}$ , alors les modalités de  $\alpha$  et  $L_r$  ne peuvent augmenter, et la modalité de  $L_l$  ne peut baisser.

Nous présenterons également des résultats sans l'application des "règles du zéro". On se trouve alors dans le cas où la modalité de signe '0' a été remplacée par une modalité de signe '?', approche plus robuste compatible avec une instrumentation plus rudimentaire. Il est à noter que  $\alpha$  n'étant pas liée avec d'autres variables par une relation rigide, lorsque  $\alpha \vdash \{?\}$ , il ne peut pas être obtenu d'information plus précise sur son signe.

### 4.13 Arbre d'exploration des états

Nous partons de l'état initial  $E_0$  défini plus haut, et recherchons les états successivement atteignables. Nous mettons en évidence quantitativement sur notre exemple le nombre de ces états par rapport à la combinatoire brute de l'exemple.

**Rappel : combinatoire brute** Nous avons calculé, à la section 4.2.6, la combinatoire globale brute de notre exemple qui est de 540 états discrets. Cette évaluation rend compte de la méthode de vérification des contraintes, qui tient compte de la commutation de l'état parent pour l'évaluation des successeurs potentiels. Elle est un peu pessimiste par rapport au nombre d'états effectivement représentables dans l'automate. En effet, les seules commutations explicites sont liées à des intervalles qualificatifs, et nous ne considérons plus d'autres intervalles qualificatifs pour  $L_l$  et  $L_r$  que  $\{inexistence\}$  après que la commutation de rupture ait eu lieu. 135 états d'intérêt pratique sont effectivement représentables dans l'automate.

Nous allons tout d'abord appliquer l'ensemble des règles, "règle du zéro" comprise. Nous établirons l'arbre d'exploration des états et l'automate. Nous examinerons ensuite les statistiques des cas éliminés. Puis, nous mesurerons l'importance de l'ensemble des règles pour la réduction du nombre d'états de l'automate en éliminant la "règle du zéro", puis toutes les règles sur relations causales.

#### 4.13.1 Exploration avec application complète des règles sur liaisons causales

La "règle du zéro" est utilisée ici. La figure 4.6 donne l'arbre d'exploration obtenu.

##### Arbre des états validés

Nous noterons que les butées n'étant pas prises en compte dans cet arbre, les états (13) et (15) sont des états terminaux, sans successeurs. L'automate correspondant à cet arbre d'exploration est donné figure 4.7. Les transitions entre états concernent dans cet exemple une variable énergétique unique. Pour fixer les idées sur le processus de filtrage, nous allons donner quelques statistiques.

##### Statistiques sur les états explorés et éliminés

L'arbre comporte 19 états validés.

40 transitions ont été éliminées sur application des contraintes angle-longueurs. Ces transitions se répartissent ainsi suivant les commutations des états "parents" : 24 sur commutation nominale de départ, 6 + 6 sur commutations implicites d'élastiques inactifs, et 4 sur commutations explicites d'élastiques cassés.

18 transitions ont été éliminées sur application des contraintes causales d'évolution. Ces transitions se répartissent ainsi suivant les commutations des états "parents" : 8 sur commutation nominale de départ, 2 + 2 sur commutations implicites d'élastiques inactifs, et 6 sur commutations explicites d'élastiques cassés.

Par rapport à la combinatoire globale brute de 540 états, 77 états ont été explorés et 19 états validés. Si nous ne considérons pas les commutations, nous obtenons 19 états validés sur les 135 représentables, et un rejet de 46 états représentables.



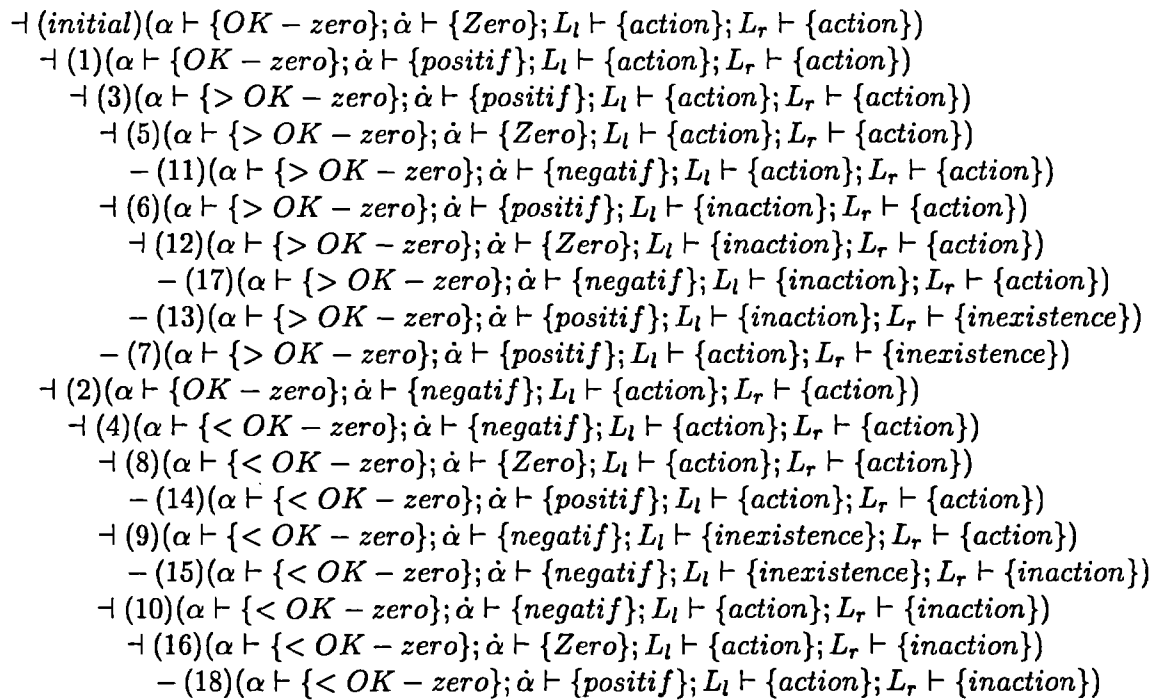


FIG. 4.6 – Arbre d'exploration des états, toutes règles de filtrage activées

### Automate

Sur la figure 4.7 donnant l'automate obtenu, la mention  $X \nearrow$  signifie que la variable  $X$  passe à l'intervalle qualificatif immédiatement supérieur. La mention  $\dagger$  indique que le système est endommagé.

On remarquera les chemins bouclés et les chemins non-bouclés. Une observation importante est à faire : seuls les états (7), (9), (13) et (15) ont une commutation différente de la commutation initiale (bris de l'un des élastiques). Or ces états sont sur les seuls chemins du graphe interdisant un bouclage vers l'état initial. Le système linéarisé dans sa commutation initiale est un système du deuxième ordre, oscillant<sup>13</sup>. On peut donc en déduire qu'en cas de perturbation, si le système ne repasse pas en l'un des états (1), (2), (3) ou (4), au bout d'un temps donné, c'est qu'il est endommagé. Ce temps peut être estimé par calcul sur modèle linéarisé, ou grâce à une simulation. Ceci évite d'avoir à attendre un temps infini pour assurer de façon certaine que le système est endommagé. Cette méthode utilise un temps explicite pour l'automate. Elle permet d'obtenir un diagnostic sur la panne "élastique cassé" avec une instrumentation très réduite. Nous n'avons pas mis en oeuvre les modèles discrets temporisés dans ces travaux, mais cet exemple en souligne l'intérêt. L'automate permet, à partir des objectifs de supervision, de définir les capteurs nécessaires.

Lorsqu'on regarde le détail des transitions, on pourra remarquer que certaines transitions ne seront éventuellement jamais effectives lors de l'observation de l'évolution du système continu dont les équations ont été données au chapitre 3. L'automate suggère ainsi qu'une série de transitions (4) – (8) – (4) – (8) est possible. Si le système ne présente que des déviations minimales des paramètres donnés aux tableaux 4.4 et 4.5, alors la boucle effective faisant intervenir ces états sera (4) – (8) – (14) – (8) – (4). Cette trop grande exhaustivité, pour un modèle continu à peu près exact, des transitions est due au fait que nous n'avons pas exploité les informations quantitatives de couple

<sup>13</sup>grâce au frottement que nous avons négligé, le système est également convergent en cas de perturbation momentanée

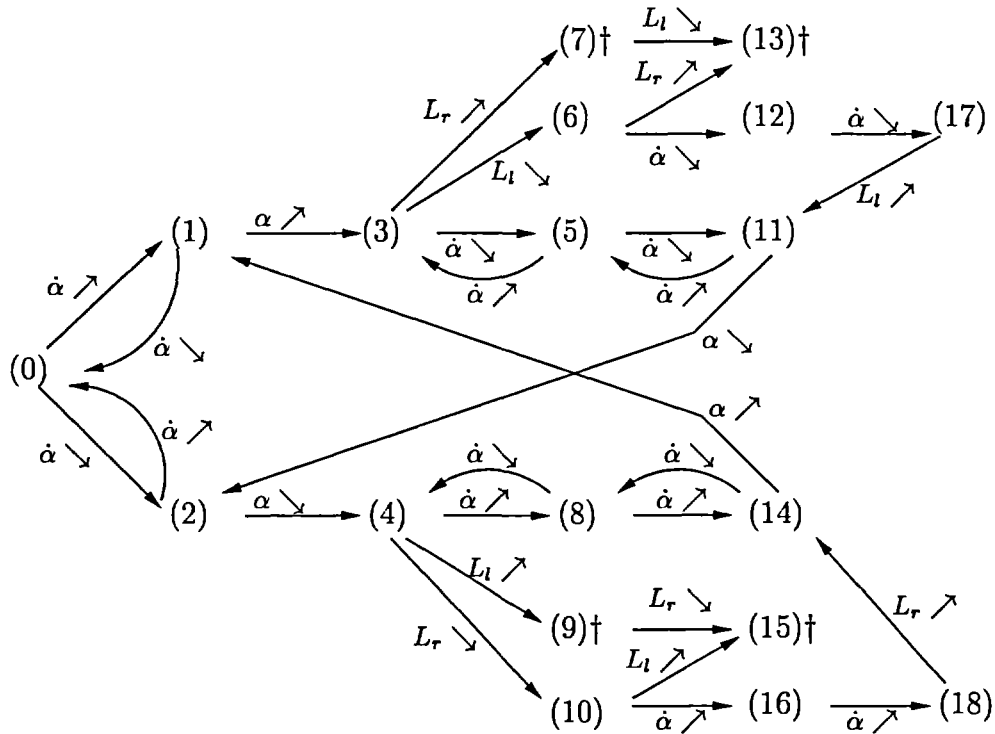


FIG. 4.7 – Automate représentatif du modèle exemple

et d'accélération dans le calcul de l'automate. Ce type de problème se rencontre fréquemment en raisonnement qualitatif. L'utilisation de la représentation que nous proposons pour la simulation nécessiterait donc, soit d'accepter de ne pas pouvoir déterminer une transition future unique, soit la représentation de l'incertitude sur les paramètres d'inertie, de raideur et sur les valeurs mesurées au moyen d'intervalles.

Mais la simulation n'est pas l'objectif assigné à la représentation donnée figure 4.7, qui est de fournir un support à un algorithme de supervision et à la conception de l'instrumentation nécessaire.

Examinons ce problème d'instrumentation. Si l'objectif de la supervision dans notre exemple simple est de surveiller si l'angle reste dans la modalité fonctionnelle *OK - zero*, et si l'état initial appartient à  $\{(1), (0), (2)\}$ , alors deux capteurs discrets de position permettent d'assurer la fonction. Le niveau d'information est faible. Si l'état initial ne peut être déterminé, un capteur de vitesse, ou un capteur continu de position est nécessaire. En utilisant la "règle du zéro", nous avons implicitement supposé qu'un éventuel capteur de vitesse, qu'il soit continu ou discret, serait suffisamment sensible<sup>14</sup>. Pour expliciter les limites dues à des limites de sensibilité en vitesse, nous pouvons examiner l'arbre d'exploration sans l'utilisation de la "règle du zéro".

#### 4.13.2 Exploration sans application de la "règle du Zéro"

L'arbre d'exploration (figure 4.8) obtenu sans la "règle du zéro" comporte 34 états, soit une réduction de 75% du nombre d'états par rapport aux 135 utilement représentables. Les indices étant affectés au fur et à mesure de la création des états, ils diffèrent pour un même état discret d'avec l'arbre précédent.

Si nous regroupons hiérarchiquement les états sur les positions  $\alpha$ ,  $L_r, L_l$  en fonction des états sur la vitesse angulaire, nous obtenons 16 états pour  $\dot{\alpha} \vdash zero$ , 9 états pour  $\dot{\alpha} \vdash negatif$  et 9 états pour  $\dot{\alpha} \vdash positif$ . Cette statistique montre l'intérêt de conserver l'expression de  $\dot{\alpha}$  dans l'automate.

<sup>14</sup>Nous englobons dans ce problème la question de la fréquence de rafraîchissement de l'information s'il y a lieu

En effet, l'utilisation de l'information liées aux modalités *positif* et *negatif* permet de filtrer 12 états.

### 4.13.3 Exploration sans application des règles sur liaisons causales

A partir de la statistique précédente, le filtrage sur relation rigide seule aboutit logiquement, figure 4.9, à la création de  $3 \times 16 = 48$  états, soit le produit cartésien équivalent à deux automates concourants, l'un représentant  $\hat{\alpha}$ , l'autre représentant  $\alpha$ ,  $L_r$  et  $L_l$ .

- ⊢ (initial)( $\alpha \vdash \{OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )
- ⊢ (1)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )
  - ⊢ (5)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )
    - ⊢ (13)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{inaction\}; L_r \vdash \{action\}$ )
      - (23)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{inaction\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
      - (14)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
    - (6)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )
    - ⊢ (7)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inaction\}; L_r \vdash \{action\}$ )
      - (15)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{inaction\}; L_r \vdash \{action\}$ )
      - (16)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inaction\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
    - ⊢ (8)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
      - ⊢ (17)( $\alpha \vdash \{OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
        - ⊢ (24)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
          - (29)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
          - ⊢ (30)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
            - (33)( $\alpha \vdash \{OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
          - (25)( $\alpha \vdash \{OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
  - ⊢ (2)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )
    - (9)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )
    - ⊢ (10)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )
      - ⊢ (18)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{action\}$ )
        - (26)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{inaction\}$ )
      - (19)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inaction\}$ )
    - ⊢ (11)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{action\}$ )
      - ⊢ (20)( $\alpha \vdash \{OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{action\}$ )
        - ⊢ (27)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{action\}$ )
          - (31)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{action\}$ )
          - (32)( $\alpha \vdash \{> OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{inexistence\}$ )
        - (28)( $\alpha \vdash \{OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{action\}$ )
      - (21)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{inexistence\}; L_r \vdash \{inaction\}$ )
    - ⊢ (12)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{zero\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inaction\}$ )
      - (22)( $\alpha \vdash \{< OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{inaction\}$ )
  - (3)( $\alpha \vdash \{OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{positif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )
  - (4)( $\alpha \vdash \{OK - zero\}; \dot{\alpha} \vdash \{negatif\}; L_l \vdash \{action\}; L_r \vdash \{action\}$ )

FIG. 4.8 – Arbre d'exploration des états, avec filtrage robuste





## Chapitre 5

# Application à la supervision d'un engin mobile forestier : le problème de la stabilité en pente

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction à l'application</b>	<b>111</b>
<b>5.2</b>	<b>Problématique</b>	<b>111</b>
<b>5.3</b>	<b>Notations et conventions</b>	<b>112</b>
5.3.1	Numérotation et indiçage des éléments	112
5.3.2	Constantes géométriques de l'engin	113
5.3.3	Paramètres géométriques de l'engin	113
5.3.4	Paramètres inertiels	114
5.3.5	Paramètres liés au terrain	114
5.3.6	Horizontalité des châssis	115
5.3.7	Autres paramètres du comportement dynamique	115
5.3.8	Paramètres variants dans l'étude	115
<b>5.4</b>	<b>Critère de stabilité et polygone de sustentation</b>	<b>116</b>
5.4.1	Analyse en 2D sur un solide unique	116
5.4.2	Analyse en 3D pour deux solides liés par un axe	117
5.4.3	Choix des critères en statique et en dynamique	119
<b>5.5</b>	<b>Modélisation dynamique simplifiée</b>	<b>121</b>
5.5.1	Modèle standard du bogie et des roues	121
5.5.2	Modélisation en composants du sous-système roues-bogies	123
5.5.3	Modalités du sous-système bogie-roues	124
5.5.4	SsCD du sous-système bogie-roues	125
5.5.5	Couplage en roulis, cas de la remorque	126
<b>5.6</b>	<b>Calcul de l'automate</b>	<b>127</b>
5.6.1	Variables et modalités prises en compte	127
5.6.2	Arborescence d'exploration et automate obtenu	127
<b>5.7</b>	<b>Validation de l'automate</b>	<b>131</b>

---



## 5.1 Introduction à l'application

Nous avons proposé dans les chapitres précédents une méthode permettant le passage d'un modèle physique standard à un modèle de représentation orienté supervision, de nature discrète.

Nous allons appliquer cette méthode au problème de la prévention de retournement d'engins forestiers. Nous ne traiterons qu'une partie de ce problème complexe, qui exige une modélisation détaillée. Notre objectif est en effet d'illustrer l'application des concepts proposés dans les précédents chapitres. Notre calcul d'automate sera mis en oeuvre sur le cas de la prise de virages dans les pentes.

Nous verrons que l'outil essentiel pour l'étude de l'instabilité en pente est une modélisation dynamique continue, notamment lorsque la cinématique de l'engin et la configuration du terrain sont simples. Le passage à un modèle discret n'est donc pas le chemin ingénieral le plus direct.

En revanche, la cinématique d'un porteur forestier est complexe : 2 châssis articulés, 4 bogies, une grue. Les terrains forestiers ont des topologies très variables et peuvent être très accidentés. Par exemple, les rochers posent des difficultés de franchissement dans les pays scandinaves. Le porteur effectue plusieurs opérations : chargement et déchargement du bois, déplacements à faible allure au coeur de la parcelle forestière, déplacements à allure soutenue sur les pistes forestières. Nous voyons ainsi que les configurations de travail de l'engin sont nombreuses. Ce contexte donne tout son intérêt à une modélisation hybride, continue et discrète.

Nous exposerons le problème de la stabilité du porteur de façon relativement précise. Ainsi le lecteur pourra situer l'illustration qui est faite ici de nos concepts dans le cadre d'une application réelle et de complexité incrémentale.

Nous commencerons donc ce chapitre par un exposé des notations (section 5.3) et une étude mécanique statique (section 5.4) de la stabilité qui intéresseront plus particulièrement le lecteur travaillant sur cette problématique applicative ou amateur de modélisation mécanique. Cette étude précise le critère choisi pour l'évaluation de l'instabilité. Nous établirons ensuite un schéma semi-causal dynamique (SsCD) du comportement des bogies, que nous annoterons à partir de ce critère d'instabilité, pour répondre à notre problème de surveillance du risque. Un automate sera calculé, et nous examinerons la succession des états pris par cet automate à partir de simulations dynamiques effectuées sur un logiciel commercial spécialisé. Rappelons que **notre modèle discret n'est pas, en lui-même, destiné à la simulation mais à la caractérisation du système pour la supervision.**

# A - Description de l'engin et étude statique

## 5.2 Problématique

Nous nous proposons de réaliser l'étude de la stabilité en pente d'un engin articulé, en l'espèce un porteur forestier à 8 roues montées sur bogies. Cet engin permet le chargement, le transport et le déchargement de billes de bois depuis l'intérieur d'une parcelle forestière jusqu'au bord de route.

Le porteur forestier est muni d'une grue. Notamment lors du chargement, véhicule à l'arrêt, le maniement de la grue occasionne des risques d'instabilité. D'un point de vue sécurité, les risques pour l'opérateur sont néanmoins limités. En effet, lorsque la remorque commence à basculer du fait du chargement d'une bille de bois, celui-ci peut relâcher la bille, voire utiliser la grue comme appui.

Le danger est beaucoup plus grand, et fut la cause de quelques accidents, lors de la phase de transport. Il y a deux raisons à cela. La sensation subjective est limitée aux accélérations perçues au niveau du fauteuil, et qui sont principalement liées aux chocs. Le confort de plus en plus grand des cabines amoindrit cette perception. D'autre part, lorsque la perception devient suffisamment nette, par exemple lorsqu'une roue décolle, il est alors en général trop tard pour réagir avant le basculement. Les camions routiers à remorque présentent des risques assez similaires : des accidents arrivent de façon régulière lors de prises de virages à vitesse excessive, notamment sur des bretelles

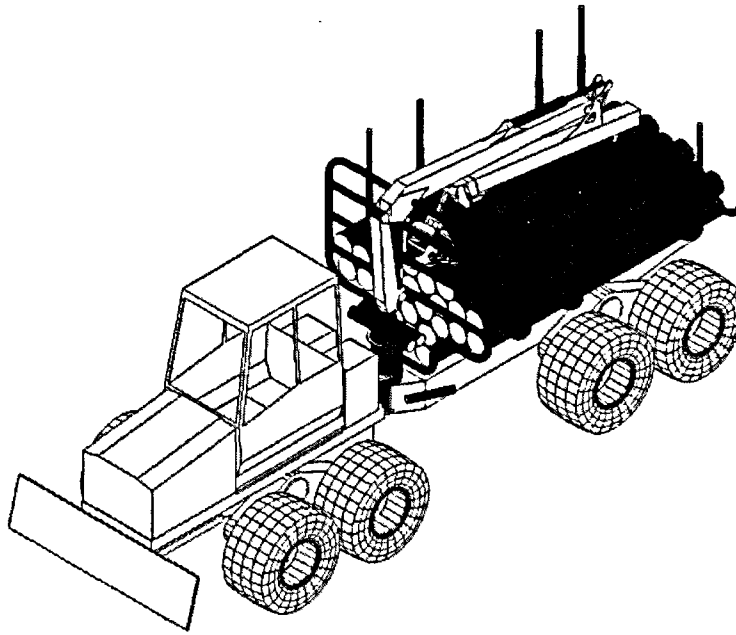


FIG. 5.1 – Vue d'ensemble du modèle d'étude : porteur forestier

d'accès et de sortie des voies rapides. Une littérature fournie existe sur le sujet, et on consultera notamment [60] et [61] en ce qui concerne la modélisation de ces engins routiers.

L'étude des limites d'instabilité menée en simulation est donc centrée sur des cas représentatifs du danger. Le protocole de l'étude dynamique présentée dans ce mémoire comprend donc un type unique de situation : prise d'un virage à vitesse constante. Afin d'analyser l'instabilité en distinguant les effets dus à l'environnement de l'engin et ceux dus à son mode de conduite, les limites de stabilité sont déterminées en statique dans un premier temps. Cette référence à la stabilité statique trouve également sa pertinence dans le contexte des normes agricoles ([62] - norme NF sur les tracteurs à voie étroite, [63] - document préparatoire de BSI<sup>1</sup>).

La figure 5.1 donne l'allure générale du modèle d'étude que nous avons réalisé. Ce modèle approché n'est pas suffisamment précis pour être représentatif d'un modèle commercial réel, mais il en est inspiré.

## 5.3 Notations et conventions

### 5.3.1 Numérotation et indiçage des éléments

#### Châssis :

Le châssis avant porte la cabine ("tracteur") et ses éléments sont repérés par l'indice  $f$  (front). Le châssis arrière est composé de la remorque et ses éléments seront repérés par l'indice  $r$ .

#### Roues et bogies

L'engin est muni de 8 roues groupées 2 par 2 sur des bogies. Selon le sens "marche avant" (tracteur tirant la remorque), les roues à gauche auront des numéros impairs, et les roues à droite des numéros pairs. Les roues sont numérotées de l'avant du tracteur à l'arrière de la remorque. De la même façon, le bogie 1 est le bogie du tracteur situé à gauche et portant les roues 1 et 3. Le bogie 4 porte les roues 6 et 8.

<sup>1</sup>British Standards Institution

**Ensemble des solides**

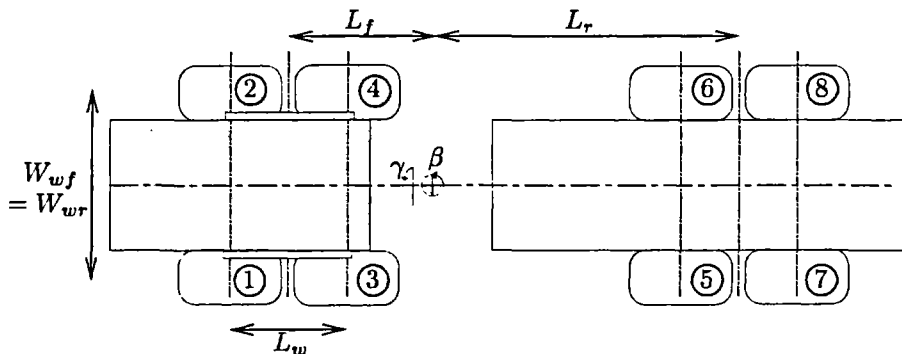
Pour la définition ci-après des paramètres inertiels, il sera nécessaire de donner une lettre et un chiffre de définition selon la liste ci-après :

**bogie 1, 2, 3, 4 (avec roues) (b1), (b2), (b3), (b4)**

**tracteur sans les bogies (f)**

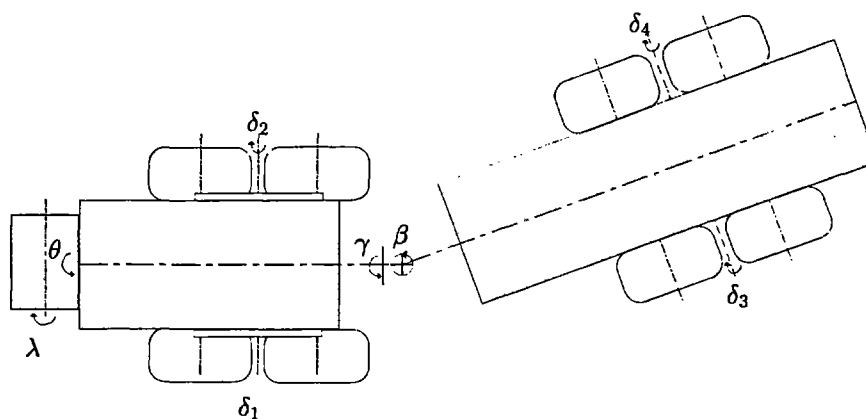
**remorque sans les bogies (r)**

**5.3.2 Constantes géométriques de l'engin**



Libellé	Symbole	Notes
Distance aux axes des bogies	$L_f, L_r$	référence : axe de braquage, $L_f = L_{b13} = L_{b24}, L_r = L_{b57} = L_{b68}$
Largeur entre roues opposées	$W_{wf}, W_{wr}$	Voies avant et arrière $W_{wf} = W_{12} = W_{34}$ et $W_{wr} = W_{56} = W_{78}$
Entraxe roues du bogie	$L_w$	tous bogies identiques

**5.3.3 Paramètres géométriques de l'engin**



**articulation centrale (braquage) *mid-joint steering***

- Symbole :  $\beta$

- Domaine de variation maximal de cet angle :  $[\beta_{P,0} \beta_{P,1}]$

**oscillation (articulation entre châssis) *frame oscillation***

- Symbole :  $\gamma$

- Si le conducteur n'a pas dévalidé le frein d'oscillation, cette articulation se bloque automatiquement en phase de chargement ou déchargement et est libérée lors des phases de déplacement. Nous noterons  $m_\gamma$  cette commande qui est une variable booléenne. Selon la terminologie définie au chapitre 4, elle peut être incluse dans le modèle comme une "commutation commandée".
- Domaine de variation maximal de cet angle pour l'ensemble des configurations géométriques de l'engin  $[\gamma_{P,0} \gamma_{P,1}]$

#### angle des bogies *bogie angles*

- Symbole :  $\delta$
- Cet angle repère l'angle du bogie avec le châssis. Lorsque le châssis considéré est horizontal et que les 2 roues du bogie sont à la même hauteur relative à l'horizontale, l'angle  $\delta$  est nul.
- On notera indifféremment  $\delta_1$  ou  $\delta_{13}$  pour indiquer qu'il s'agit du bogie 1, ou du bogie attaché aux roues 1 et 3.
- Si un bogie peut être maintenu en position vis-à-vis du châssis indépendamment de la pente et du devers par un procédé quelconque, on notera  $m_\delta$ , le mode considéré pour le bogie  $i$ .
- Domaine de variation maximal (angle du bogie  $i$ ) pour l'ensemble des configurations géométriques de l'engin  $[\delta_{i,P,0} \delta_{i,P,1}]$

#### articulations de grue *crane joints*

- Articulations : On distingue l'angle de pivot (*Slew*), l'angle du premier bras (*Main boom*), l'angle du deuxième bras (*Jib boom*), la longueur de translation du premier télescope et celle du deuxième télescope dont le mouvement est lié à celui du premier.
- *Nous ne détaillerons pas les notations de ces articulations. En effet, dans les cas traités ici, qui concernent la phase transport, la position de la grue est fixe pour une charge de la remorque donnée.*

### 5.3.4 Paramètres inertiels

#### charge (poids) au grappin *grapple load*

Symbole :  $\mathcal{W}_g$

#### masse du solide de symbole $v$

Symbole :  $\mathcal{M}_v$  avec  $\mathcal{W}_v = \mathcal{M}_v \cdot g$  ou  $g$  désigne l'accélération de gravité

#### position du centre d'inertie du solide de symbole $v$

Symbole :  $\mathcal{G}_{vR}$

#### tenseur inertiel du solide de symbole $v$ repère $R$

Symbole :  $\mathcal{I}_{vR}$

### 5.3.5 Paramètres liés au terrain

**Méthode** Nous retiendrons comme paramètres la manifestation locale aux roues et bogies de ces effets du terrain qui est plus ou moins régulier. La pente s'entend comme inclinaison par rapport au plan horizontal et dans l'axe longitudinal du châssis concerné, et devers comme l'inclinaison selon l'axe transverse. Les inclinaisons du châssis lui-même selon l'axe longitudinal et selon l'axe transverse sont nommés tangage et roulis.

#### Pente du terrain

- Symbole pour les roues  $i, j, k$  :  $\Lambda_{ijk}$

#### Devers du terrain

- Symbole pour les roues  $i, j, k$  :  $\Theta_{ijk}$

### 5.3.6 Horizontalité des châssis

On distingue le tangage et le roulis de chacun des châssis, et on les considère par rapport au plan horizontal terrestre.

**Tangage** du tracteur et de la remorque

- Tracteur  $\lambda_f$
- Remorque  $\lambda_r$

**Roulis** du tracteur et de la remorque

- Tracteur  $\theta_f$
- Remorque  $\theta_r$

### 5.3.7 Autres paramètres du comportement dynamique

**Pneus** Les modèles de pneus peuvent plus ou moins complexes. Le modèle le plus simple consiste en une assimilation à un solide indéformable avec contact ponctuel et coefficient de frottement. Les modèles complexes fournissent les différents effets dynamiques à partir de calculs de déformation à éléments finis. Nous retiendrons une complexité intermédiaire en nous limitant à :

- Raideur verticale  $K_{tv}$  (identique pour les 8 pneus)
- Amortissement vertical  $f_{tv}$  (identique pour les 8 pneus)
- Raideur transverse  $K_{ts}$  (identique pour les 8 pneus)
- Coefficient de friction (traction)  $f_{tf}^2$
- Coefficient de résistance au roulement  $c_{tr}$
- Raideur au pivotement  $K_{t\omega}$

La signification de ces paramètres est détaillée dans l'annexe C.

**Conduite** Ce terme regroupe les caractéristiques de l'abscisse curviligne et du profil de vitesse du porteur dans une expérience réelle ou simulée. L'expérience de base de nos travaux consiste à faire descendre le porteur en ligne droite dans le sens de pente avec une vitesse devant constante, puis à simuler un virage avec braquage progressif puis constant. Les nouveaux paramètres influant sur la dynamique de l'engin sont alors :

- Vitesse de régime permanent commandée par le régime moteur et le rapport de transmission hydrostatique  
Symbole  $v_{mot}$
- Vitesse angulaire de braquage jusqu'au régime permanent  $\beta$ . Il s'agit donc d'une accélération angulaire. On emploie la notation usuelle de dérivée temporelle.  
Symbole  $\omega_\beta = \dot{\beta}(t \in [t_1 t_2])$

### 5.3.8 Paramètres variants dans l'étude

Nous considérons pour notre étude dynamique la situation de déplacement de l'engin articulé entre une phase de chargement et une phase de déchargement. La remorque est donc pleine ou vide et la grue immobile dans la remorque. Il nous est alors possible de considérer l'ensemble remorque et grue (hors bogies) comme un solide unique et indéformable à charge donnée. Pour chaque charge de la remorque, il est possible de déduire une position de repos de la grue, et de calculer la matrice d'inertie en un point donné, ainsi que le centre d'inertie. Nous avons considéré 3 cas dans l'étude statique, remorque pleine, remorque vide et remorque à mi-charge.

<sup>2</sup>La transmission roue-sol dépend des caractéristiques du sol qui peuvent varier localement de façon importante lors des déplacements en forêt. Par souci de simplification de nos simulations dynamiques sur le comportement en virage, nous avons supposé ces paramètres fixés et identiques pour les 8 roues.

Libellé	Symbole	Notes
étude statique		
Braquage	$\beta$	Commandé
Blocage d'oscillation	$m_\gamma$	oscillation nécessairement libre si $v_{mot} > 0$
Masse remorque ( $r$ )	$\mathcal{M}_r$	grue+bois compris, 3 cas
G : position du CG	$\mathcal{G}_r$	x,y,z, déduit de $\mathcal{M}_r$
Inertie	$\mathcal{I}_r$	déduit de $\mathcal{M}_r$
Pente	$\Lambda$	toutes roues
Devers	$\Theta$	toutes roues
en plus dans étude dynamique		
Vitesse motrice	$v_{mot}$	régime permanent
Vitesse braquage	$\omega_\beta$	

TAB. 5.1 – paramètres variants

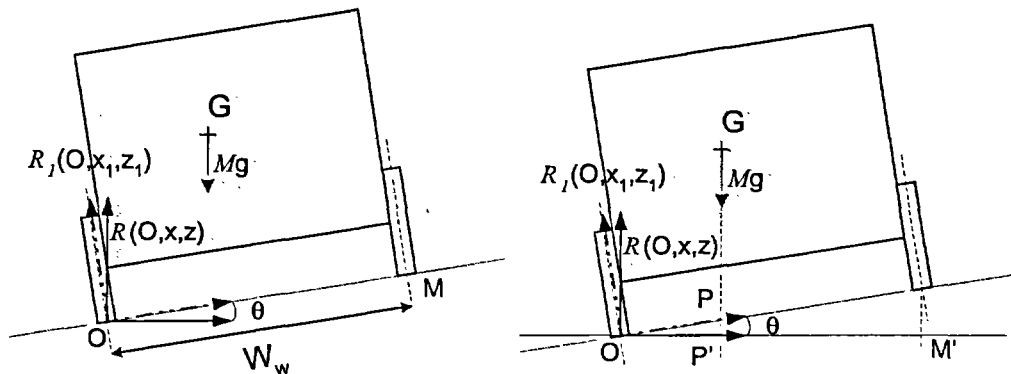
Nous considérons les bogies comme libres ou amortis, et supposons dans l'étude statique que les 8 roues se trouvent dans le même plan. Ainsi la pente et le devers aux roues co-déterminent l'horizontalité des châssis ainsi que l'angle des bogies.

Les caractéristiques des pneus, les caractéristiques inertielles des bogies, du tracteur sont des constantes pour l'engin considéré.

Le tableau 5.1 résume des paramètres dont les valeurs diffèrent d'un calcul statique ou d'une simulation dynamique à l'autre.

## 5.4 Critère de stabilité et polygone de sustentation

### 5.4.1 Analyse en 2D sur un solide unique



Nous rappelons ici la notion de polygone de sustentation, basée sur une analyse statique des efforts. Dans un document de travail des British Standards traitant de la stabilité des engins agricoles ([63]), ce critère du polygone est justifié par un calcul sur un solide unique. Nous verrons ensuite ce qu'il advient de ce critère pour un engin articulé. Le calcul vectoriel détaillé est donné en annexe B, pour un solide, et pour 2 solides articulés.

Dans l'hypothèse statique, nous pouvons écrire la nullité du moment en O et la nullité de la somme des forces appliquées au solide, soit, en appelant  $\vec{R}_O$  et  $\vec{R}_M$  les réactions au sol :

$$\vec{OM} \wedge \vec{R}_M + \vec{OG} \wedge \mathcal{M}_S \cdot \vec{g} = 0 \quad (5.1)$$

$$\vec{R}_O + \vec{R}_M + \mathcal{M}_S \cdot \vec{g} = 0 \quad (5.2)$$

En analysant l'équation 5.1 suivant l'axe y commun aux deux repères  $R(O, x, z, y)$  et  $R_1(O, x_1, z_1, y)$  :

$$OM \cdot (\vec{R}_M \cdot \vec{z}_1) - M_S \cdot g \cdot (\vec{OG} \cdot \vec{x}) = 0 \tag{5.3}$$

La condition limite de stabilité peut s'écrire :

$$\vec{R}_M \cdot \vec{z}_1 = 0$$

L'expression de cette condition dans l'équation (5.3) s'écrit :

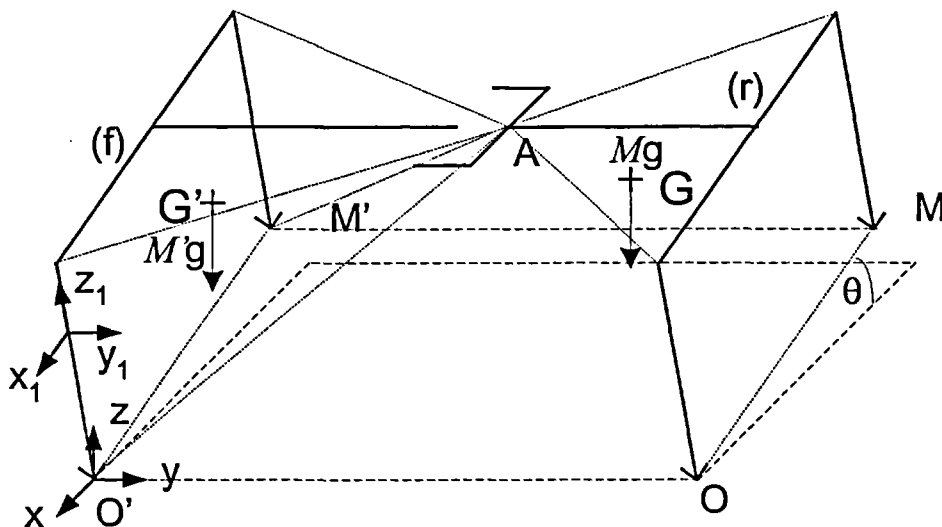
$$\vec{OG} \cdot \vec{x} \geq 0 \quad \text{ou encore} \quad \theta \leq \arctg\left(\frac{\vec{OG} \cdot \vec{z}_1}{\vec{OG} \cdot \vec{x}_1}\right) \tag{5.4}$$

Si nous examinons de façon symétrique le renversement par rotation autour de M, la condition de stabilité s'écrit :

$$(\vec{OG} \cdot \vec{x})(\vec{MG} \cdot \vec{x}) \leq 0$$

Ce qui exprime que la projection de G se trouve dans le polygone de sustentation du véhicule (ici un segment avec notre représentation 2D), résultat simplifié bien connu.

### 5.4.2 Analyse en 3D pour deux solides liés par un axe



Le repère choisi est lié à la terre. Nous pouvons comme précédemment écrire que le torseur dynamique d'un des deux solides (f ou r) est égal au torseur des forces extérieures au solide. Le solide f et le solide r sont supposés liés par une liaison rotoïde pure au point A. Chaque solide a 2 points d'appui au sol, O et M pour r, O' et M' pour f. La pente est supposée commune aux parties r et f. La liaison rotoïde modélise l'axe d'oscillation, l'angle de braquage étant supposé maintenu constant par la fermeture du distributeur hydraulique correspondant.

Chaque solide étant supposé immobile, on peut écrire la nullité du moment en chacun des points de contact. Les solides étant immobiles l'un par rapport à l'autre, nous pouvons écrire la nullité de la somme du torseur d'action de  $r \rightarrow f$  et du torseur d'action de  $f \rightarrow r$ , à savoir :

$$\vec{F}_{r \rightarrow f, A} + \vec{F}_{f \rightarrow r, A} = 0 \tag{5.5}$$

$$M_A(r \rightarrow f) + M_A(f \rightarrow r) = 0 \tag{5.6}$$

Nous savons compte-tenu de la liaison rotoïde en A que la composante de  $M_A(f \rightarrow r)$  selon  $\vec{y}$  est nulle.

$$M_A(r \rightarrow f) \cdot \vec{y} = 0 \quad (5.7)$$

$$M_A(f \rightarrow r) \cdot \vec{y} = 0 \quad (5.8)$$

En fait, les deux solides étant immobiles par rapport au sol, aucun n'exerce de couple sur l'autre et nous pouvons écrire :

$$M_A(r \rightarrow f) = 0 \quad (5.9)$$

$$M_A(f \rightarrow r) = 0 \quad (5.10)$$

On pose  $m = \mathcal{M}_{(r)}$ ,  $m' = \mathcal{M}_{(f)}$ ,  $G = \mathcal{G}_{(r)}$ ,  $G' = \mathcal{G}_{(f)}$ .

Nous recherchons une méthode pratique d'évaluation de l'instabilité dans le cas statique idéalisé, qui soit analogue à celui envisagé pour un solide unique.

Nous prendrons comme **critère initial d'instabilité**  $\vec{R}_M = 0$  et  $\vec{R}_{M'} = 0$  L'équation (5.7) s'écrit alors :

$$mg(\overrightarrow{AG} \cdot \vec{x}) + (\overrightarrow{AO} \cdot \vec{z})(\vec{R}_O \cdot \vec{x}) - (\overrightarrow{AO} \cdot \vec{x})(\vec{R}_O \cdot \vec{z}) = 0 \quad (5.11)$$

Et l'équation (5.8) se traduit par :

$$mg(\overrightarrow{AG'} \cdot \vec{x}) + (\overrightarrow{AO'} \cdot \vec{z})(\vec{R}_{O'} \cdot \vec{x}) - (\overrightarrow{AO'} \cdot \vec{x})(\vec{R}_{O'} \cdot \vec{z}) = 0 \quad (5.12)$$

Nous avons choisi notre repère tel que  $\overrightarrow{OO} \cdot \vec{x} = 0$  et  $\overrightarrow{OO'} \cdot \vec{z} = 0$ . Ce choix n'a pas d'impact sur la généralité de notre calcul (équations 5.9 et 5.10), et il nous permet d'écrire

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AO'} \cdot \vec{x} &= \overrightarrow{AO} \cdot \vec{x} \\ \overrightarrow{AO'} \cdot \vec{z} &= \overrightarrow{AO} \cdot \vec{z} \end{aligned}$$

Compte-tenu de (5.5), nous avons :

$$\vec{R}_{O'} + \vec{R}_{M'} + (m + m')\vec{g} + \vec{R}_O + \vec{R}_M = 0 \quad (5.13)$$

Avec  $\vec{R}_M = 0$  et  $\vec{R}_{M'} = 0$ , cette équation (5.13) induit :

$$\begin{aligned} \vec{R}_{O'} \cdot \vec{x} &= -\vec{R}_O \cdot \vec{x} \\ \vec{R}_O \cdot \vec{z} + \vec{R}_{O'} \cdot \vec{z} &= (m + m')g \end{aligned}$$

En sommant (5.11) et (5.12) compte-tenu de ce qui précède, nous obtenons

$$mg\overrightarrow{AG} \cdot \vec{x} + m'g\overrightarrow{AG'} \cdot \vec{x} - \overrightarrow{AO} \cdot \vec{x} \cdot (m + m')g = 0 \quad (5.14)$$

Si nous définissons  $U$  comme étant le centre de gravité de l'ensemble des 2 solides, nous pouvons écrire :

$$(m + m')\overrightarrow{AU} = m\overrightarrow{AG} + m'\overrightarrow{AG'}$$

Nous déduirons alors de 5.14

$$\overrightarrow{OU} \cdot \vec{x} = 0 \quad (5.15)$$

La projection du centre de gravité global dans le plan horizontal se trouve sur l'arête  $\overrightarrow{OO'}$  du polygone de sustentation.



Nous avons obtenu le même résultat que dans le cas d'un solide unique. Ce résultat découle de notre hypothèse de staticité : les solides sont immobiles par rapport au sol et l'un par rapport à l'autre, ce qui nous amène à obtenir l'équivalent d'une liaison fixe entre ces deux solides, soit le comportement d'un solide unique.

La validité du critère du polygone de sustentation pour un engin à articulation centrale tient donc à cette hypothèse forte de staticité. Dans le cas d'un tracteur à pont oscillant (cas particulier  $\vec{O'A} \cdot \vec{y} = 0$ ), la géométrie et les inerties respectives du pont et du reste du tracteur sont telles que le critère du polygone de sustentation est juste.

Pour notre porteur à articulation centrale, nous devrions considérer, pour un calcul plus réaliste, successivement  $\vec{R}_M = 0$  à une date  $t_0$  puis  $\vec{R}_{M'} = 0$  à une date  $t_1$ . Dans l'intervalle  $[t_0, t_1]$ , la staticité n'est pas vérifiée.

Envisageons d'abord, selon la figure 5.2, la limite de stabilité statique de la remorque, dont le critère sera  $\vec{R}_M = 0$ .

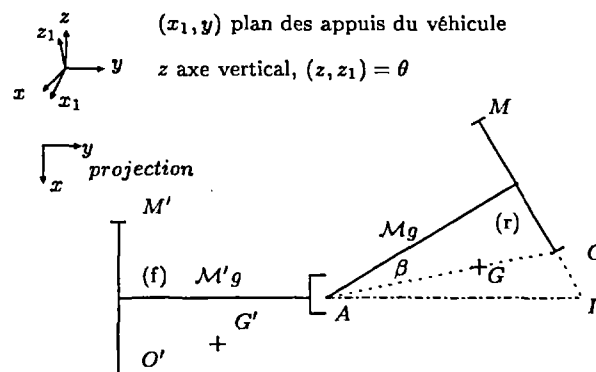


FIG. 5.2 – Analyse stabilité séparée remorque et tracteur avec grand braquage

Nous supposons le système statique avant  $t_0$ . Pour clarifier l'analyse, nous supposons le tracteur (solide  $(f)$ ) "ancré" au sol. Cette hypothèse nous permet de mener un raisonnement analogue pour le torseur d'action au point A à celui mené plus haut. Comme le solide  $(r)$  est immobile par rapport à ses deux points de contact au sol, il n'y a pas de moment transmis à  $(f)$  : le calcul serait donc analogue si la liaison A était rotulée.

Dès lors que le centre de gravité de la remorque  $(r)$ ,  $G$ , se trouve au dessus de la projection verticale de  $(O,A)$ ,  $R_M$  est nulle. Cependant, si le tracteur  $(f)$  est "ancré" au sol, et si  $R'_M$  reste non nulle, la remorque ne se retourne pas, il reste trois points d'appui,  $O, O', M'$ .

Si  $G$  se trouve au dessus de l'axe de rotation d'oscillation, le moment autour de l'axe d'oscillation tend à faire se retourner la remorque. Ce mouvement est facilité par l'écrasement du pneu en  $O$ .

La zone réelle d'instabilité de la remorque se trouve, pour un tracteur "posé" et non "bloqué", dans le triangle  $(O,A,I)$ . Pour la déterminer précisément, il convient de faire une simulation dynamique à partir de  $t_0$ , connaissant les caractéristiques des frottements, et les matrices d'inertie des solides  $(f)$  et  $(r)$ .

Dans le cas d'un angle de braquage moins élevé (figure 5.3), lorsque  $R_M$  devient nulle, la remorque est susceptible de se retourner, selon l'écrasement des pneumatiques et le glissement. Lorsque le mouvement de rotation s'amorce dans une simulation dynamique, l'arrière du tracteur se soulève en A et la remorque termine sa course jusqu'au sol.

### 5.4.3 Choix des critères en statique et en dynamique

Nous avons vu dans ce qui précède un critère simple dans les conditions statiques, le polygone de sustentation global du véhicule. Nous avons également remarqué que ce critère est optimiste,

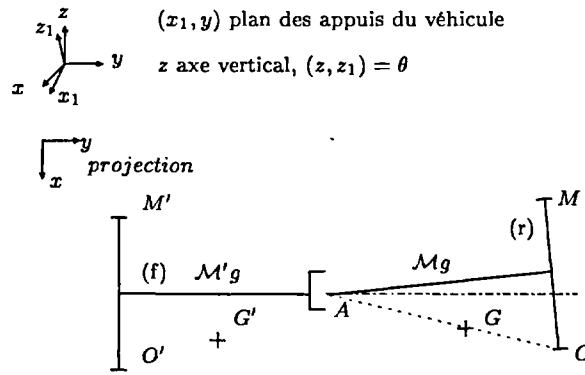


FIG. 5.3 – Analyse stabilité séparée remorque et tracteur

notamment lorsque la remorque est plus lourde que le tracteur. Le calcul de l'instabilité de la remorque seule est délicat, et repose sur des hypothèses sur les frottements roue-sol peu robustes vis-à-vis des conditions réelles. La nature du terrain devrait être prise en compte ainsi que le comportement de la carcasse du pneu. Ceci nous amène à choisir une "référence statique" un peu heuristique. Ce critère géométrique a l'avantage de pouvoir être calculé simplement, sans simulation.

**Nous prendrons comme "référence statique" le critère suivant :** le véhicule articulé sera dit en limite de stabilité statique si son centre de gravité global est à la verticale d'un des segments du polygone de sustentation ( $M, M', O', O$ ) ou si le centre de gravité du tracteur ou de la remorque se trouve à la verticale du segment ( $O', O$ ) ou du segment ( $M, M'$ ). L'engin considéré n'a pas 4 roues, mais 8, montées sur 4 bogies. La figure 5.4 indique la zone de stabilité statique choisie comme référence. Cette zone de référence peut être comparée aux résultats obtenus en simulation dans des conditions quasi-statiques. Nous donnons quelques résultats comparatifs en annexe B.

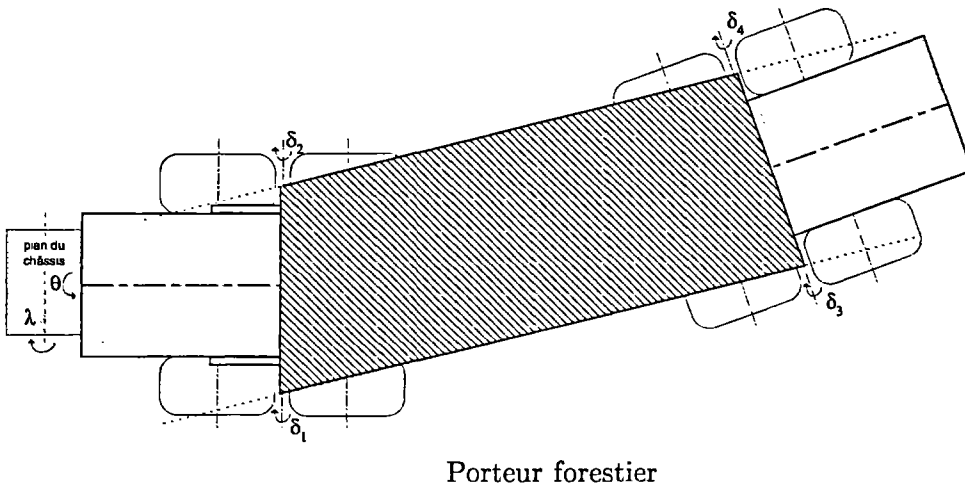


FIG. 5.4 – Zone de référence de stabilité statique, pour le centre de gravité global

**En revanche, dans une simulation dynamique ou dans le cadre d'une supervision :** le critère le plus direct est celui de la réaction aux roues, qui a servi de point de départ à nos calculs.

Nous retiendrons le critère suivant : le porteur forestier sera dit instable si les deux roues d'au moins un bogie présentent une réaction au sol nulle.

La partie suivante sera consacrée à une étude dynamique simplifiée, qui conduira à l'élaboration d'un schéma causal dynamique.

## B- Prise de virage en pente et SsCD

### 5.5 Modélisation dynamique simplifiée

La mise en oeuvre de la méthodologie décrite aux chapitres 3 et 4 suppose la réalisation d'un modèle physique standard, sa représentation sous forme de schéma semi-causal dynamique, puis son annotation et le calcul de l'automate. Nous nous centrerons sur la modélisation d'un bogie. Ce bogie présente des similarités avec notre exemple didactique, avec un degré de liberté supplémentaire. Nous verrons que le modèle discret calculé permet de bien rendre compte du danger d'instabilité lors de la prise d'un virage en pente.

#### 5.5.1 Modèle standard du bogie et des roues

Nous assimilerons les roues à des ressorts amortis fonctionnant uniquement en compression, et ne prendrons pas en compte le phénomène de résistance au roulement et de limite de friction (glissement). Le modèle est assez similaire à notre modèle de la barre à élastique, en remplaçant traction par compression, en rajoutant l'action du châssis sur le bogie, en force et en déplacement, le poids du bogie, et en tenant compte de l'amortissement. Le bogie présente par contre un degré de liberté supplémentaire par rapport au système à élastique, l'axe du bogie n'étant pas fixe. Nous supposons dans le cadre de cette étude partielle que l'engin roule sur un plan.

Nous intégrons l'inertie des roues (dans les équations et le SsCD, roues d'indice  $i$  et  $i + 2$ ) dans celle du bogie (ici  $b_{i,i+1}$  ou  $b_i$ ). L'effet ressort du pneu est considéré comme orthogonal à la pente. Nous analysons le comportement du bogie dans le plan médian aux roues, comme indiqué figure 5.6, (la figure 5.5 donne les constantes géométriques).

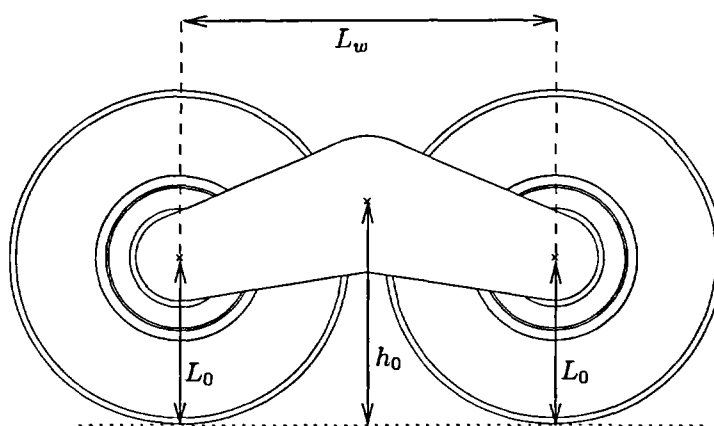


FIG. 5.5 – bogie, pneus non écrasés, constantes géométriques

Forces :

- Réaction au sol, roue  $i$ ,  $F_{ni}\vec{z}$

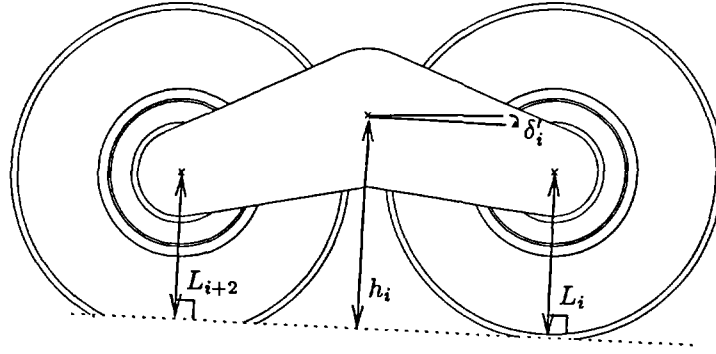


FIG. 5.6 – bogie, pneus écrasés, variables

- Force exercée par le tracteur sur le bogie  $F_{f \rightarrow bi}$
- Poids du bogie  $i$   $\vec{P}_{bi} = \mathcal{M}_{(b_i, i+2)} \vec{g}$

**Calculs intermédiaires :** Soit  $\delta'_{i,i+2}$ , l'angle d'un bogie portant les roues d'indices  $i$  et  $i+2$  avec le plan de la pente. Nous avons  $\delta'_{i,i+2} = \delta_{i,i+2} + \lambda - \Delta$  ou  $\lambda$  désigne l'angle du châssis avec le plan horizontal ( $\lambda = \lambda_f = \lambda_r$ ),  $\Delta$  l'angle de pente du sol avec le plan horizontal ( $\Delta_{i,i+1,i+2} = \Delta \quad \forall i \in 1, 2, 5, 6$ ) et  $\delta_{i,i+2}$  l'angle du bogie avec son châssis.

Nous avons  $\Delta = 0$ , pour tout  $t$ . Pour nos expériences de virage en pente, nous pouvons formuler l'hypothèse suivante, plus restrictive :  $\lambda = \Delta \quad \forall t$ . Ceci nous permet d'écrire  $\delta'_{i,i+2} = \delta_{i,i+2}$ , ce qui simplifie le SsCD que nous allons proposer. Nous notons  $h_i$  la distance de l'axe de rotation du bogie au plan du sol, qui varie en fonction de l'inclinaison du bogie et de la compression des pneus,  $h_0$  est une constante géométrique.

Nous obtenons ainsi les équations du modèle standard de ce sous-système selon un axe qui est normal au plan de la pente en l'absence de roulis du véhicule. Nous examinerons le problème du roulis un peu plus loin.

$$\begin{aligned}
 & \text{Pour } \delta_{i,i+2} \geq \delta_{i,P,0} \quad \text{et } \delta_{i,i+2} \leq \delta_{i,P,1} \\
 & \quad \mathcal{I}_{b_i, i+2} \ddot{\delta}'_{i,i+2} = \Gamma_i + \Gamma_{i+2} \\
 & \text{Pour } \delta_{i,i+2} = \delta_{i,P,0} \quad \text{et } \Gamma_i + \Gamma_{i+2} \leq 0 \\
 & \quad \delta_{i,i+2} = 0 \\
 & \text{Pour } \delta_{i,i+2} = \delta_{i,P,1} \quad \text{et } \Gamma_i + \Gamma_{i+2} \geq 0 \\
 & \quad \delta_{i,i+2} = 0
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

$$L_i = h_i + \frac{L_w}{2} \cdot \sin(\delta'_{i,i+2}) - (h_0 - L_0) \cdot \cos(\delta'_{i,i+2}) \tag{5.17}$$

$$L_{i+2} = h_i - \frac{L_w}{2} \cdot \sin(\delta'_{i,i+2}) - (h_0 - L_0) \cdot \cos(\delta'_{i,i+2}) \tag{5.18}$$

$$F_{n,i} = -K_{tv}(L_i - L_0) - f_{tv} \cdot \dot{L}_i \quad \text{si } L_i \leq L_0 \quad F_{n,i} = 0 \quad \text{sinon} \tag{5.19}$$

$$F_{n,i+2} = -K_{tv}(L_{i+2} - L_0) - f_{tv} \cdot \dot{L}_{i+2} \quad \text{si } L_{i+2} \leq L_0 \quad F_{n,i+2} = 0 \quad \text{sinon} \tag{5.20}$$

$$\Gamma_1 = F_{n,i} \cdot \frac{L_w}{2} \cdot \cos(\delta'_{i,i+2}) \tag{5.21}$$

$$\Gamma_3 = -F_{n,i+2} \cdot \frac{L_w}{2} \cdot \cos(\delta'_{i,i+2}) \tag{5.22}$$

$$F_{n,i} + F_{n,i+2} + \vec{F}_{f \rightarrow b_i, i+2} \cdot \vec{z} + \vec{P}_{b_i, i+2} \cdot \vec{z} = \mathcal{M}_{(b_i, i+2)} \cdot \ddot{h} \tag{5.23}$$

Comme dans le cas de notre exemple didactique, le modèle nominal est obtenu en considérant

le système hors saturations, c'est-à-dire pour  $L_i > L_0$ ,  $L_{i+2} > L_0$  et  $\delta_{i,P,0} \leq \delta_{i,i+2} \leq \delta_{i,P,1}$ .

### 5.5.2 Modélisation en composants du sous-système roues-bogies

L'élaboration du SsCD (voir chapitre 3) suppose la modélisation en composants de notre système. Cette étude a pour but de bien identifier l'ensemble des sommets à introduire dans le schéma semi-causal, en se rapprochant d'une description énergétique de type graphe de liens (*bond-graph*). Elle permet d'analyser les couplages, de formuler des hypothèses de simplification quand c'est possible. Un SsCD partiel peut être réalisé après avoir cerné un ensemble de composants présentant le moins de couplage possible avec les autres composants et qui comporte typiquement une boucle de réaction incluant une relation d'intégration temporelle.

Nous donnons ci-dessous l'ensemble des composants obtenus pour le système roues-bogie. Dans ce qui suit,  $i$  désigne l'indice du pneu "avant" du bogie considéré,  $i \in \{1, 2, 5, 6\}$ .

**Raideur normale et amortissement des pneus** Capacité avec saturation couplée à une résistance

flux, variable externe Vitesse d'écrasement  $\dot{L}_i$

effort, variable externe Force normale  $F_{n,i}$  (algébrique mais  $\geq 0$ )

déplacement, variable externe Ecrasement  $L_i$ . Nous considérons ce déplacement comme une variable externe, car nous avons connaissance de la longueur d'écrasement  $L_0$ . On appelle classiquement  $L_0$ , rayon du pneu et  $L_i$  rayon sous charge.

**Barre pivotante** Inertie en rotation du bogie et des roues

flux, variable externe vitesse de rotation du bogie  $\delta'_{i,i+2}$

effort, variable externe couple  $\Gamma_{i,i+2}$

déplacement, variable interne angle  $\delta'_{i,i+2}$ . Cette variable résulte de l'application de la règle : "pour tout flux, un déplacement".

**Translation de l'axe du bogie** Inertie en translation du bogie et des roues

flux, variable externe vitesse de translation du bogie  $\dot{h}_i$

effort, variable externe force  $F_{b,i+2}$

déplacement, variable interne distance au sol de l'axe du bogie  $h_i$ .

**Couplage complexe translation-rotation** 4 flux, variables externes vitesse de rotation  $\delta'_{i,i+2}$ , vitesses d'élongation  $\dot{L}_i$  et  $\dot{L}_{i+2}$ , vitesse de l'axe du bogie  $\dot{h}$  (orthogonalement à la ligne pente).

4 efforts, variables externes force  $F_{n,i}$ , force  $F_{n,i+2}$ , force  $F_{b,i+2}$ , couple  $\Gamma_{i,i+2}$

4 déplacements, variables internes  $\delta'_{i,i+2}$ ,  $L_i$ ,  $L_{i+2}$ ,  $h$ .

**Couplage somme d'efforts** Couplage somme des forces

4 efforts, variables externes force  $F_{f \rightarrow b,i+2}$ , force  $F_{n,i}$ , force  $F_{n,i+2}$ , force  $F_{b,i+2}$

Nous pouvons remarquer que les composants de couplage diffèrent de ceux obtenus pour l'exemple didactique. Nous avons bien deux capacités dans ces deux cas, pneus ou élastiques. Nous avons par contre une inertie supplémentaire, qui correspond au degré de liberté supplémentaire mentionné en introduction de cette partie. Ces inerties en translation et la rotation peuvent être découplées, en analysant suivant l'axe du bogie. Par contre, les translations  $L_r$  et  $L_f$  induisent à la fois rotation et translation de cet axe. Le composant de couplage doit donc contenir 4 couples (flux-effort), alors que dans l'exemple didactique, nous avons pu définir deux couplages simples translation-rotation. Le couplage somme d'efforts est ici une somme de forces. Les sommets  $\Gamma_i$  et  $\Gamma_{i+2}$  que nous expliciterons sur le SsCD le seront du fait du système d'équations, car ils sont implicites dans le composant de couplage complexe (ils ne font pas partie des variables externes ou internes principales).

Classe	pente max %	pente max °
(1) De niveau	< 10 %	< 5.7°
(2) Légère	10 – 30 %	< 17°
(3) Prononcée	31 – 60 %	< 31°
(4) Escarpée	> 60 %	> 31°

TAB. 5.2 – classes de pente

### 5.5.3 Modalités du sous-système bogie-roues

Nous abordons maintenant la phase de définition des modalités, qui nous permettront d'annoter le SsCD, dont les sommets peuvent être déduits du modèle nominal. Cette phase nécessite une certaine connaissance des conditions opératoires du système étudié. Si des spécifications fonctionnelles existent, elles seront une source d'information à privilégier. Bien souvent, ces spécifications fonctionnelles n'ont pas été formulées ou seulement partiellement. Elles doivent alors être recueillies auprès d'opérateurs, de concepteurs et d'experts du domaine. Nous formulerons donc quelques connaissances opératoires sur le porteur forestier, illustrant notre démarche, et qui suffiront à notre problème spécifique.

Les modalités structurelles peuvent être obtenues à partir des données de conception et de fabrication, nous commencerons par celles-ci.

#### Modalités structurelles du bogie et des roues

**blocage de bogie** Modalité structurelle :  $-19^\circ$   $+19^\circ$ . Cet angle correspond, compte-tenu de la distance entre les axes des roues sur le bogie de 1.4m, à une hauteur d'obstacle de 45 cm (différence de hauteur entre les 2 roues du bogie).

**contact ou perte de contact des roues** Modalité structurelle exprimée sur  $L_r$  et  $L_f$ , nous donnerons l'étiquette "action" à la modalité  $[0 L_0[$ .

#### Autres modalités structurelles et commutations commandées de l'engin :

**frein de stabilité** Commutation commandée  $m_\gamma$ . Le frein de stabilité est automatiquement relâché dès que l'engin roule.

**angle maximum de braquage**  $-42^\circ$   $+42^\circ$

Pour donner une information d'usage relative à  $h_i$ , nous allons partir des informations sur les conditions opérationnelles de pente et de charge de l'engin.

**Classification des pentes** Le tableau 5.2 donne une classification des pentes proposée par des professionnels forestiers (source [64]).

Nous considérerons que le porteur forestier ne peut évoluer que dans des pentes de classe 1 ou 2. La classe 3 est plutôt du domaine des débusqueuses (engin de débardage par traction des grumes) voire du treillage. Nous allons utiliser cette information de pente maximum pour donner des modalités d'usage aux variables  $h_i$ . Nous plaçons pour ce faire l'engin, à braquage nul, et roues bloquées, dans une pente longitudinale à  $17^\circ$ , ceci pour les 3 charges différentes considérées pour la remorque. Nous répétons l'opération en devers à  $17^\circ$ .

Nous obtenons l'information donnée au tableau 5.3, et nous la traduisons en modalités d'usage dans le tableau 5.4. Il est à noter que nous négligeons dans cette mesure le roulis en devers dû au report de charges, car il est inférieur à  $1^\circ$ .

A ces modalités fonctionnelles d'usage, nous faisons bien sûr correspondre des modalités fonctionnelles de surveillance, à savoir la sous-charge et la surcharge. Elles seront utilisées dans le calcul de l'automate proposé

	$h_1$ (mm)	$h_3$ (mm)	$h_5$ (mm)	$h_6$ (mm)	
pente 17°	pleine charge	863	863	835	835
	mi-charge	865	865	859	859
	à vide	868	868	882	882
devers 17°	pleine charge	851	875	790	879
	mi-charge	853	876	836	882
	à vide	857	878	873	890

TAB. 5.3 – Distance au sol des axes des bogies selon configuration

Modalité	$h_1$ ou $h_3$ (mm)	$h_5$ ou $h_6$ (mm)
Charge peu élevée	[865 878[	[840 890[
Charge élevée	[851 865[	[790 840[

TAB. 5.4 – Modalités d'usage relatifs à la distance au sol des axes des bogies

Nous donnons ci-dessous quelques informations complémentaires d'usage relatives aux phases d'utilisation de l'engin. On pourra se reporter à [64], notamment en ce qui concerne les caractéristiques des voies et pistes forestières.

#### Autres modalités fonctionnelles d'usage

**Chargement/déchargement** Engin à l'arrêt, frein de stabilité  $m_\gamma$  (rotation des châssis) enclenché, grue manipulée par l'opérateur

**Transport** Vitesse non nulle, frein de stabilité  $m_\gamma$  libéré

**D'un tas à l'autre** Vitesse lente (inférieure à  $2m.s^{-1}$ ), en présence éventuelle d'obstacles de type rocher (on se fixera 40 cm pour leur hauteur maximum). Lors de difficultés de franchissement, la vitesse peut être inférieure à  $1m.s^{-1}$ . Le braquage pourra être maximal, ce qui correspond à un rayon de  $7.5m$

**Depuis et vers la zone de dépôt** Vitesse rapide sur chemin ou piste le plus souvent non stabilisée ("piste de débardage", nous prendrons comme gamme de vitesse  $2m.s^{-1}$  à  $6m.s^{-1}$ ), pas d'obstacles de type rocher, sol éventuellement meuble et boueux, ornières.

**Déplacement sur voie forestière** Vitesse rapide sur voie stabilisée. Le porteur peut se déplacer chargé ou à vide sur ces voies destinées aux camions de transport de bois.

**Chargement vitesse lente** Il est possible à certains conducteurs chevronnés de manipuler la grue tout en faisant rouler l'engin à vitesse très lente ( $0.3m/s$ ). Le conducteur regarde vers la remorque et la grue, dans le sens inverse de l'avancement. Le frein de stabilité n'est pas enclenché.

Le partitionnement en intervalles qualificatifs sera récapitulé avant le calcul de l'automate.

#### 5.5.4 SsCD du sous-système bogie-roues

Dans le SsCD de la figure 5.7, nous confondons  $\delta$  et  $\delta'$ . Dans le cas d'un bogie sur la remorque, on remplacera  $F_{f \rightarrow bi}$  par  $F_{r \rightarrow bi}$ . Le schéma étant relativement chargé, nous n'avons pas fait figurer en annotation les modalités d'usage sur  $h_i$  et de signe sur  $\dot{h}_i$

Afin d'opérer de façon plus commode la propagation de contraintes suivant les cas de figure d'annotation, nous déduisons des équations 5.17 et 5.18 les contraintes suivantes :

$$h_i = (L_i + L_{i+2})/2 + (h_0 - l_0)\cos(\delta'_{i,i+2}) \quad (5.24)$$

L'approximation  $\cos(\delta'_{i,i+2}) \simeq 1$  est valide dans le cas de nos simulations.

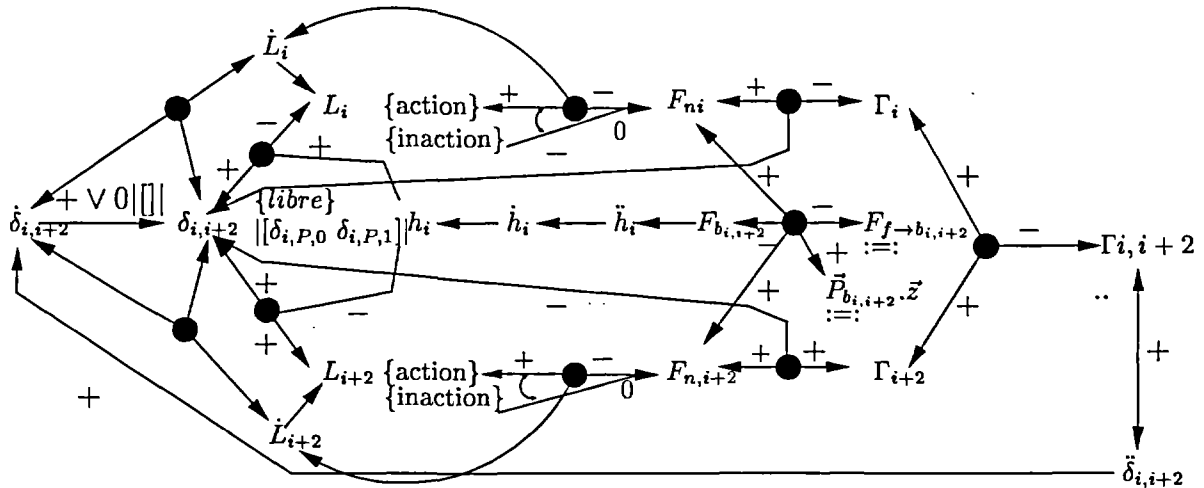


FIG. 5.7 – Schéma semi-Causal Dynamique du bogie

$$L_i = L_{i+2} + L_w \cdot \sin(\delta'_{i,i+2}) \tag{5.25}$$

$$L_{i+2} = L_i - L_w \cdot \sin(\delta'_{i,i+2}) \tag{5.26}$$

### 5.5.5 Couplage en roulis, cas de la remorque

En présence de roulis de la remorque ou du tracteur, les équations précédentes restent valables, mais le plan du mouvement du bogie n'est plus normal à la surface du sol. Si nous prenons le cas de la remorque, le couplage entre les bogies intervient principalement par les sommets  $F_{f \rightarrow b3}$  et  $F_{f \rightarrow b4}$ . Ces sommets sont, comme nous l'avons défini à la section 3.9.1 des "variables énergétiques interfaces", et nous les repérons par le signe :=.

Nous noterons  $\theta'_r = \theta_r - \Theta_{567}$ , le roulis de la remorque relativement au plan du sol. Si nous négligeons dans un premier temps le couplage inertiel entre remorque et tracteur, ce qui peut se faire à braquage nul, nous obtenons l'équation

$$-F_{f \rightarrow b3} \cdot \frac{A_3 A_4}{2} + F_{f \rightarrow b4} \cdot \frac{A_3 A_4}{2} = \mathcal{I}_{r,xx} \cdot \ddot{\theta}'_r \tag{5.27}$$

L'inertie  $\mathcal{I}_{r,xx}$  est calculée au milieu du segment  $(A_3, A_4)$ , ou  $A_3$  et  $A_4$  sont les "points" d'attache des bogies au tracteur. Elle doit être recalculée pour chaque nouvel angle de braquage si l'inertie du tracteur est prise en compte. La force  $F_{f \rightarrow b3}$  est supposée appliquée au point  $A_3$ .

Le roulis modifie également la force  $\vec{P}_{bi} \cdot \vec{z}$ .

Cette approche succincte du roulis est là pour montrer quel type de construction de modèle, incrémental, permet la réalisation de SsCD pour des systèmes complexes et couplés. Cette approche progressive, et où l'on cherche à découpler au maximum les phénomènes en choisissant judicieusement les points d'analyse, est celle que l'on rencontre habituellement dans la modélisation dynamique et analytique de véhicules. L'alternative, complémentaire, est l'utilisation d'un logiciel spécialisé de simulation mécanique.

Nous n'établirons pas le SsCD pour le porteur forestier complet dans ce mémoire, et nous utiliserons le SsCD du bogie pour illustrer notre démarche de calcul d'automate. Nous verrons plus loin comment utiliser la notion de roulis au moyen d'un indicateur simple, pour affiner l'information incorporée au modèle discret.



## C- Calcul et validation de l'automate

Nous allons maintenant calculer un automate adapté à la représentation du risque d'instabilité. Nous commencerons par récapituler les modalités et intervalles qualificatifs pris en compte, puis nous calculerons l'automate. Enfin, nous validerons la représentation discrète obtenue à partir de simulations faites avec un logiciel commercial de simulation mécanique sur notre modèle complet de porteur. Nous pourrions appeler "porteur virtuel", au demeurant complètement et parfaitement instrumenté, ce modèle complet, représenté figure 5.1. Il a été réalisé, en s'inspirant d'un porteur commercial réel, par le dessin de solides, la définition d'une cinématique, et le paramétrage des éléments dynamiques, notamment les inerties et les pneumatiques. On pourra se reporter aux annexes B et C pour plus de détails. Le "porteur virtuel" est un modèle de test et de validation, il ne doit pas être confondu avec le modèle analytique que nous avons ébauché avec le modèle standard du bogie.

### 5.6 Calcul de l'automate

#### 5.6.1 Variables et modalités prises en compte

La charge se répartit sur les deux roues d'un bogie, pour une direction du vecteur accélération du châssis donnée, en fonction de l'angle du bogie avec le sol. L'angle du bogie varie également dynamiquement en fonction de la vitesse de l'engin et la nature plus ou moins accidentée du sol. C'est pourquoi nous cherchons à caractériser la charge par la distance de l'axe du bogie au sol<sup>3</sup>. Nous avons donc exprimé des modalités d'usage et de surveillance sur  $h_i$ . Notre critère d'instabilité est basé sur le contact des deux roues, contact caractérisé par une modalité structurelle. Un automate simple n'a donc pas à faire intervenir de modalité sur l'angle du bogie. Nous caractériserons également le signe de  $\dot{h}_i$ . L'ensemble des intervalles qualificatifs est résumé dans le tableau 5.5.

Variable concernée	Intervalle qualificatif	Bornes de l'intervalle
$L_i$ (modalité structurelle)	Action	]0 $L_0$ [
	Inaction	[ $L_0$ $\infty$ [
$L_{i+2}$ (modalité structurelle)	Action	]0 $L_0$ [
	Inaction	[ $L_0$ $\infty$ [
$\dot{h}_i$ (modalité de signe)	-	] - $\infty$ $\epsilon_a$ [
	?	[ $\epsilon_a$ $\epsilon_b$ [
$h_i$ (modalités fonctionnelles)	+	] $\epsilon_a$ $\infty$ [
	Surcharge	]0 790[
	Charge élevée	[790 840[
	Charge peu élevée	[840 890[
	Sous-charge	[890 $\infty$ [

TAB. 5.5 – Intervalles qualificatifs

Nous choisissons une modalité de signe inconnu entre  $\epsilon_a$  (valeur choisie  $-10\text{mm/s}$ ) et  $\epsilon_b$  (valeur choisie  $10\text{mm/s}$ ) pour  $\dot{h}_i$ . Dans l'évaluation d'une stratégie d'instrumentation, cela correspond à une sensibilité de capteur.

#### 5.6.2 Arborescence d'exploration et automate obtenu

Nous pouvons maintenant calculer l'automate, comme indiqué au chapitre 4. Dans la pratique, comme nous ne disposons pas encore d'un logiciel de propagation de contraintes général, répondant

<sup>3</sup>ou la distance selon la direction donnée par le roulis s'il y en a

aux différents cas de figure décrits à la section 4.7, nous avons procédé au filtrage des états et des transitions par la définition de règles équivalentes et l'utilisation de l'équation 5.24. La figure 5.8 donne l'arborescence des états obtenue.

Nous avons obtenu un graphe à 39 états, alors que la combinatoire brute, calculable à partir du tableau 5.5, est de  $2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48$ . Le taux d'élimination semble avoir été nettement moins important ici que dans le cas de notre exemple didactique. La première raison est que nous n'avons pas annoté toutes les variables d'état du modèle continu ; en l'occurrence nous n'avons annoté ni  $\delta'_{i,i+2}$ , ni  $\delta'_{i,i+2}$ . De ce fait, malgré un degré de liberté supplémentaire, la combinatoire brute est faible. De ce fait encore, le filtrage par relation causale ne peut filtrer que certaines transitions sur  $h_i$ , et ceci tant que la modalité de  $\dot{h}_i$  n'est pas  $\{?\}$ . S'il y a donc eu filtrage *des transitions* selon les relations causales, cela n'a eu aucun impact sur le nombre d'états de l'automate. Nous aurions obtenu le même résultat pour n'importe quel état initial. Les états éliminés correspondent à une relation rigide sur la hauteur de l'axe du bogie et le rayon des pneumatiques. Seule la modalité  $h \vdash \{\text{sous - charge}\}$  est compatible avec l'occurrence simultanée de  $L_i \vdash \{\text{inaction}\}$  et  $L_{i+2} \vdash \{\text{inaction}\}$ , ceci pour toute modalité sur  $\dot{h}_i$ . La présence de  $\dot{h}_i$  dans la définition de l'état multiplie donc par 3 la taille de l'automate. La figure 5.9 montre un envisionnement total (ne dépendant pas de l'état initial). Cet envisionnement, outre son manque de compacité, est également trop complexe pour une analyse visuelle, le lecteur en conviendra.

Si cet envisionnement est complexe, nous verrons qu'il est pertinent dans la représentation du risque d'instabilité. Suivant les capteurs utilisés, le concepteur du système de supervision pourra envisager de ne pas utiliser  $\dot{h}_i$ .



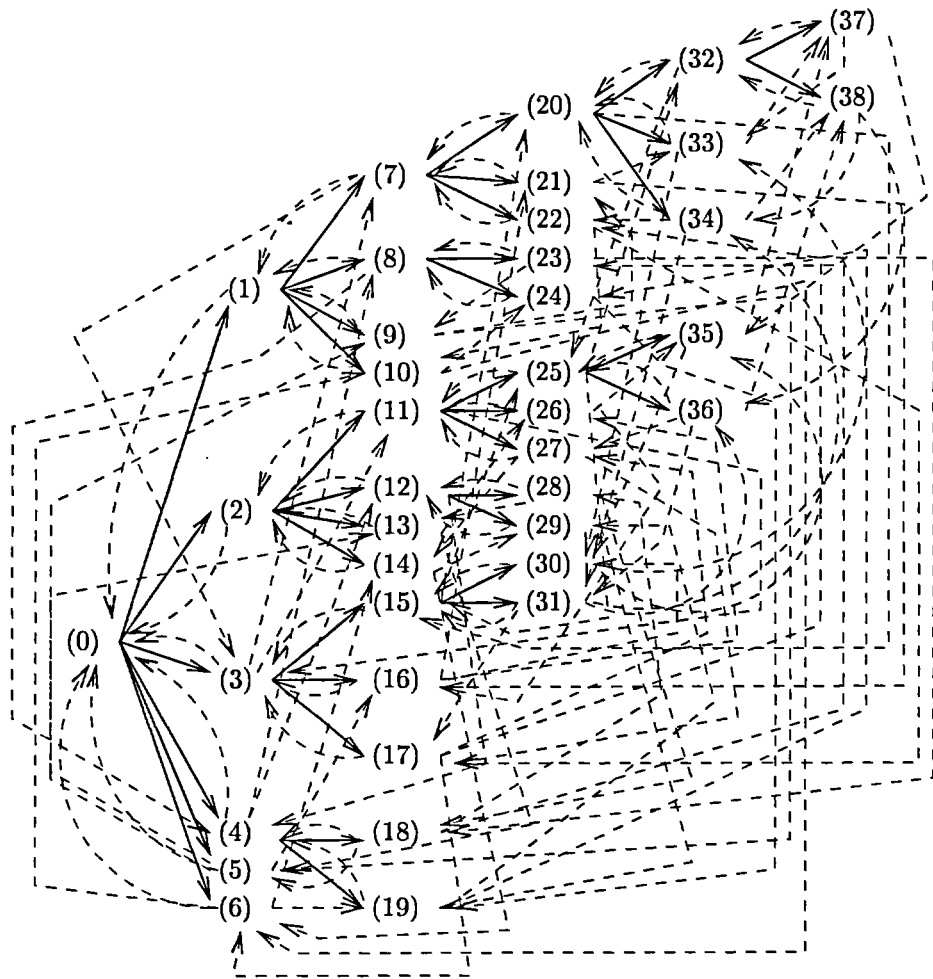


FIG. 5.9 – L'envisonnement, ou automate, du mouvement vertical du bogie arrière gauche

## 5.7 Validation de l'automate

Nous procédons à la validation de notre représentation de la façon suivante. Nous simulons, avec notre "porteur virtuel", la prise d'un virage de rayon  $15m$ , dans une pente et pour une vitesse où les limites de stabilité sont dépassées. Nous allons présenter les résultats de deux simulations, l'une à la plus petite vitesse de ce que nous avons désigné par la gamme "rapide", et l'autre à la vitesse maximum de cette gamme, soit respectivement  $2m/s$  et  $6m/s$ . Le modèle de "porteur virtuel" est contrôlé pour réaliser un virage à rayon à peu près constant, en respectant une vitesse de changement de braquage raisonnable<sup>4</sup>. Nous plaçons au départ l'engin longitudinalement dans le sens de la pente, le contrôlons pour obtenir une vitesse stabilisée conforme, puis opérons le virage. Nous examinons le bogie arrière gauche (index 5) pour une prise de virage à gauche. Les résultats des "mesures" continues-échantillonnées (pas de temps constant) de  $h_5$ ,  $\dot{h}_5$ ,  $L_5$  et  $L_7$  sont traduites suivant la formulation en états discrets de l'automate. On calcule ensuite, pour chaque état discret rencontré, le nombre de transitions séparant cet état dans l'automate d'un état correspondant au critère d'instabilité. La figure 5.10 montre l'évolution du niveau de sécurité obtenu selon la trajectoire du point de référence du véhicule (situé sur l'axe de braquage), dans le cas d'un virage à  $2m/s$  et dans une pente de  $22^\circ$ . La figure 5.11 permet d'analyser ce résultat et sa pertinence.

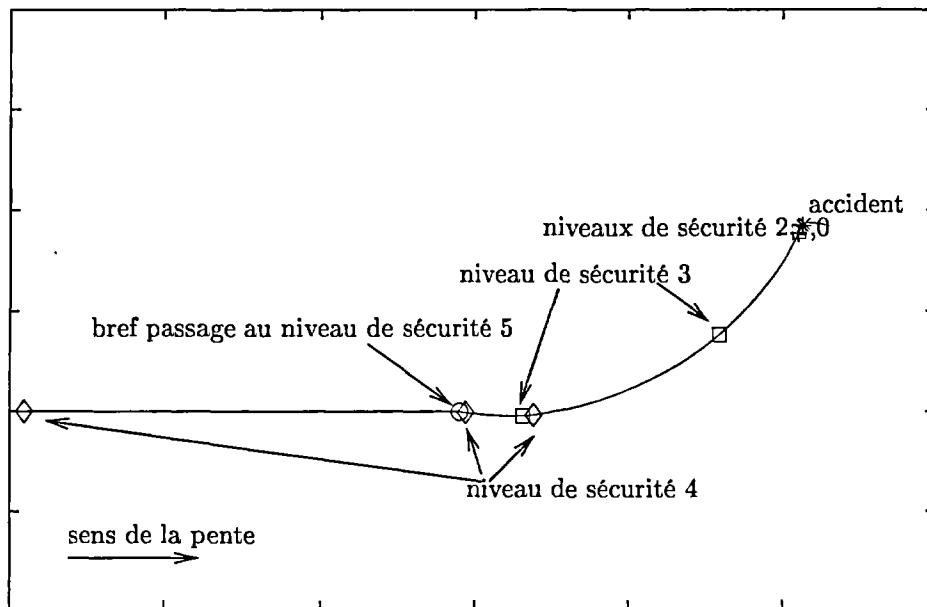


FIG. 5.10 – Accident dans une pente de  $22^\circ$

L'examen des courbes continues de la figure 5.11 montre bien l'évolution de la hauteur de l'axe du bogie, représentative de la charge sur ce bogie. Lorsque cette charge devient inférieure à une charge normale, il est encore possible d'agir sur le véhicule pour prévenir l'accident. Le modèle discret montre alors un niveau de sécurité 3, qui est le seuil d'alarme compatible avec la prévention de l'accident. Ce même niveau de sécurité 3 est atteint pendant une courte période où la charge est considérée comme élevée et où une tendance à la hausse significative est observée. La décision d'agir sur le véhicule sera pertinente à l'un de ces deux moments. Le modèle discret calculé permet

<sup>4</sup>Un "coup de volant" n'est pas réalisable en pratique avec la direction hydrostatique de ces engins et aurait un impact négatif évident sur la stabilité

donc une séparation adaptée d'un mode opérationnel normal à un mode opérationnel conduisant à l'accident.

Nous remarquerons que dans ce cas de vitesse, l'effet centrifuge est négligeable dans la cause de l'accident, les conditions de limite statique sont atteintes et la pente est supérieure à celle prévue en conditions opérationnelles normales.

La figure 5.12 montre une autre perte de stabilité, cette fois à une vitesse beaucoup plus élevée (6m/s), et pour une pente de 14°. Le niveau de sécurité 3 est encore, et cela valide l'approche, le seuil d'alarme pertinent.

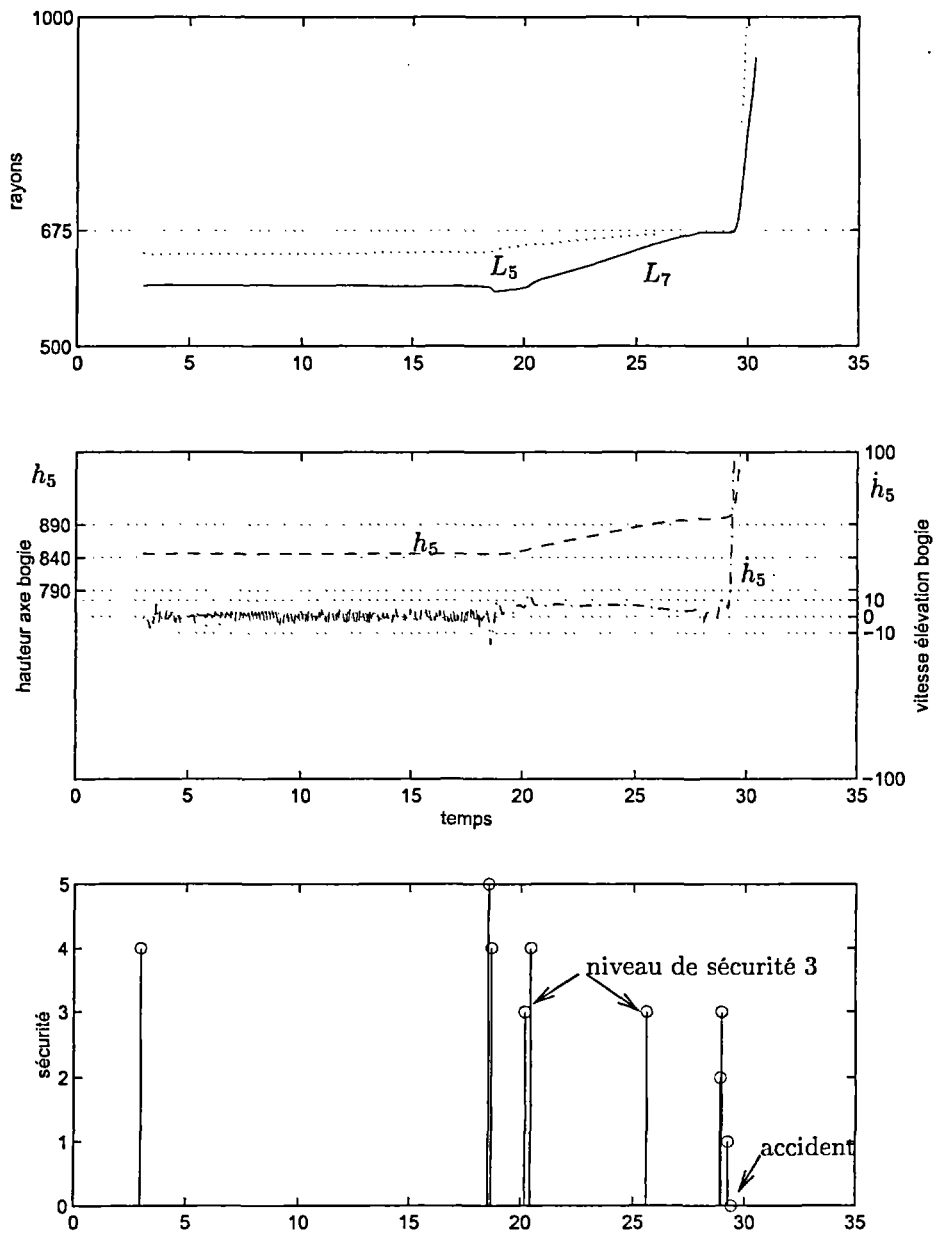


FIG. 5.11 – Evaluation du niveau de sécurité dans une pente de 22°

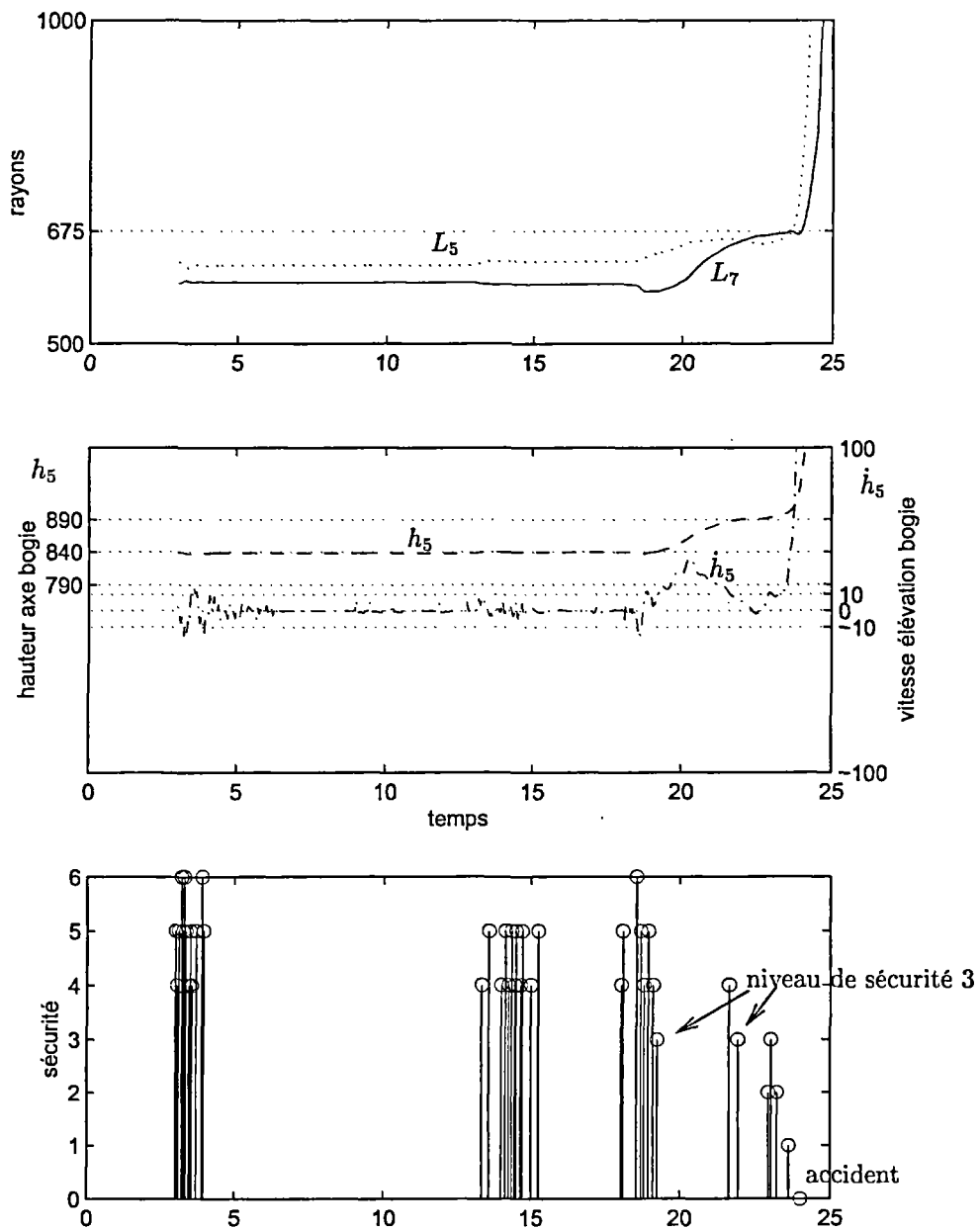


FIG. 5.12 – Evaluation du niveau de sécurité à grande vitesse dans une pente de 14°





# Chapitre 6

## Conclusion

### 6.1 Synthèse de nos travaux

Nous avons posé (chapitre 1) les caractéristiques que nous souhaitions d'un système de supervision pour les systèmes mécatroniques en général et les équipements agricoles et forestiers en particulier. Ceci nous a amené à choisir un modèle de représentation discret comme abstraction de modèles détaillés hybrides, continus et discrets. Nous menons une abstraction qui incorpore des informations qualitatives, liées aux fonctions et à l'usage d'un équipement. Nous avons choisi, à l'instar d'autres automaticiens, d'incorporer cette information au moyen d'intervalles. Nous avons élaboré un support méthodologique pour opérer cet ajout d'information. Ce support est un graphe que nous avons appelé "semi-causal dynamique" (chapitre 3). La forme mathématique suggérée par cette représentation est celle d'un système d'équations algèbro-différentielles. L'élaboration de ce graphe suit la démarche d'élaboration d'un graphe de liens (*bond-graph*), processus permettant de représenter la physique du phénomène considéré tout en appréciant la complexité algèbro-différentielle, grâce à la notion de causalité, notion dont nous avons discuté les fondements principaux pour les systèmes dynamiques. En nous inspirant des méthodes mathématiques du raisonnement qualitatif, nous avons élaboré une méthode de calcul d'un automate à états fini (chapitre 4), représentation discrète adaptée à la supervision. Nous avons appliqué cette démarche à la modélisation des bogies d'un engin forestier de débardage (chapitre 5). Nous avons caractérisé le comportement physique pour la perte de stabilité de l'engin en pente, comportement essentiellement continu. Nous avons caractérisé qualitativement, au moyen d'intervalles, des variables de ce modèle continu à partir des différentes configurations de travail. Le modèle discret obtenu par notre méthode de calcul est représentatif du risque d'instabilité, et nous l'avons montré à partir de simulations effectuées sur une "maquette virtuelle" de l'engin forestier complet, qui est un modèle mécanique relativement réaliste élaboré à l'aide d'un logiciel spécialisé. Enfin, nous n'y avons fait qu'une brève allusion au chapitre 3 car ce n'est pas l'objet de ce mémoire, mais nous avons conçu et réalisé un volume logiciel important pour la réalisation de systèmes de supervision embarqués.

*Nous résumerons ainsi notre contribution : nous avons développé une méthodologie originale, à partir d'une démarche pluridisciplinaire mécatronique, de passage de modèles hybrides essentiellement continus à des modèles discrets représentant l'information qualitative nécessaire à la supervision d'équipements mécaniques.*

Après ce résumé de notre contribution à la conception de systèmes de supervision et à la représentation par modèles hybrides, nous allons proposer quelques perspectives.

# Perspectives de développement des travaux

## 6.2 Propos personnels préliminaires

Dans une perspective d'amélioration des équipements et des procédés agricoles et forestiers, nous avons identifié un besoin de recherche dans le domaine de la supervision de ces équipements. Nos<sup>1</sup> préoccupations méthodologiques ont largement influencé la conduite de cette recherche. Les besoins sont divers, et vont de la traçabilité et la sécurité à l'évaluation de la qualité du travail ou du potentiel de production. Il y a alors deux principes de travail. Le premier suggère le développement de méthodes adaptées à chaque type de problème et la recherche de moyens pour combiner, au mieux, ces méthodes. Le second principe consiste à rechercher un cadre d'analyse commun permettant de traiter l'essentiel des problèmes, quitte à sacrifier la performance dans la réponse à un problème individuel. J'ai privilégié ce second principe, c'était un pari dont je ne mesurais pas toute l'ambition au début de ces travaux. A l'issue de cette thèse, j'ai le sentiment d'avoir trouvé une manière d'exprimer le problème d'une supervision conciliant homogénéité de conception et adaptabilité. A la rituelle question "qu'a trouvé le chercheur?", je répondrais, comme beaucoup d'autres, "beaucoup de questions et quelques réponses". Ces questions, ces perspectives d'assemblages théoriques ou pratiques, je vais les décliner en trois sections. Les premières seront d'ordre théorique, les secondes d'ordre méthodologique, et les dernières d'ordre technologique.

## 6.3 Perspectives théoriques

**Représentation du temps** En introduction, nous placions nos travaux dans le cadre d'une modélisation hybride pour la supervision en deux volets. Le premier concerne les modèles hybrides "surtout continus", et c'est celui que nous avons abordé dans ce mémoire, le second les modèles "surtout discrets". La lacune essentielle de la représentation discrète que nous proposons pour ces modèles hybrides "surtout continus", c'est de pas exprimer le temps de façon explicite. Nous pouvons en effet, comme support de supervision, soit détailler notre modèle discret, soit lui laisser sa rusticité et utiliser de façon concomitante les modèles continus. Dans la perspective d'une réelle utilisation du modèle discret comme "pivot", et de la possibilité de fusionner les modèles discrets, nous pensons que la meilleure solution est de munir le modèle discret d'une représentation du temps. Comme nous l'avons vu dans notre exemple au chapitre 4, une information temporelle permet également de diminuer le besoin en capteurs. La littérature scientifique est abondante sur ce sujet, et différents types de représentation sont possibles. Une temporisation sur les états de l'automate nous semble la première voie à explorer. Notre méthode de calcul devrait alors être étendue pour calculer ces temporisations. Pour conserver une certaine robustesse, la modélisation des incertitudes (statistiques ou résultant du manque de connaissance) sur les paramètres du modèle continu, au moyen d'intervalles, est nécessaire.

**Eviter l'explosion combinatoire pour les grands systèmes** Nous avons pu constater que le nombre d'états discrets générés peut être élevé même pour un système continu de dimension modeste. Ce nombre d'états doit être élevé pour garantir que les comportements réellement rencontrés soient inclus dans l'ensemble des comportements possibles d'après la représentation. Une représentation du temps et de l'incertitude permet de limiter l'impact négatif du manque de compacité de la représentation, en fournissant des critères de tri au superviseur. Une autre voie d'amélioration consiste en la réalisation de méthodes automatiques ou semi-automatiques d'agrégation des états. La réalisation d'automates concourants est une manière de réduire la complexité apparente, mais la complexité implicite en termes d'états discrets reste entière du fait de la nécessaire synchronisation

<sup>1</sup>Le "nous" n'est pas ici rhétorique, il reflète une démarche d'équipe

de données entre ces automates qui est due aux couplages. Le graphe d'état nous paraît donc essentiellement une manière de faciliter l'interactivité avec le concepteur d'un superviseur. Pour une simplification effective de l'automate, nous suggérons l'emploi de méthodes d'agrégation non basées sur la séparation des variables continues. Notre méthode procède cependant par passage au discret des différents sous-systèmes asservis, donc par la séparation initiale, le "découplage", des variables continues du système. Dans notre vision des choses, l'agrégation devrait donc intervenir au sein de chaque sous-modèle discret, et de nouveau à l'issue du croisement avec les autres sous-modèles. Il y a là un besoin de formalisation théorique, qui profiterait à la démarche méthodologique que nous proposons.

**Observabilité** Ce thème n'a été que succinctement abordé dans ce mémoire. Nous avons posé l'hypothèse d'observabilité en temps continu-échantillonné du modèle continu, et n'avons pas inclus dans notre méthodologie le problème de la vérification de cette hypothèse. Nous nous intéressons en effet au passage d'une représentation hybride à dominante continue à une représentation discrète. Ce passage est une étape dans une démarche de conception d'un système de supervision, conception qui s'affine par quelques "itérations" sur les modèles. Le calcul du module discret à partir du modèle continu sera donc souvent répété dans la pratique. Cet "affinage", ou "optimisation" dans le langage optimiste de l'ingénieur, comprend la spécification détaillée de l'instrumentation. Cette spécification est un enjeu fort pour la supervision d'équipements, et tout spécialement en agriculture. L'objectif est de compléter l'ensemble de capteurs continus utilisés par les asservissements par un jeu limité de capteurs continus ou discrets permettant d'assurer le respect du cahier des charges de la supervision. Le problème de l'observabilité de l'état discret se pose ainsi : est-il possible à partir de l'information disponible à un moment donné de l'évolution, en supposant une mémoire finie, de déterminer l'état initial ? L'utilisation des modèles discrets issus du traitement de nos exemples didactiques et applicatifs bénéficierait d'une évaluation explicite de l'observabilité en rapport avec l'observabilité du dispositif continu et les caractéristiques des capteurs.

**Propagation de contraintes** Nous avons mis en évidence au chapitre 4 l'importance des caractéristiques de monotonie des contraintes, qui permet de relativiser la difficulté liée à la calculabilité symbolique dans notre problématique de calcul d'intervalles. Nous pensons qu'un système de propagation de contraintes adapté à notre thème doit être "multi-stratégies", à la fois numérique et symbolique. C'est la question du meilleur ordre à employer, en fonction des caractéristiques des contraintes, pour appliquer chaque stratégie de calcul, qui nous semble une question de recherche pertinente à poser à des mathématiciens et algorithmiciens.

## 6.4 Perspectives méthodologiques

**Spécifications fonctionnelles** Comme nous l'avons écrit dans différents chapitres de ce mémoire, les spécifications fonctionnelles, quand elles existent, sont une source précieuse d'information qualitative. Notre méthode d'élaboration d'un modèle de représentation discrète pour la supervision a été bâtie dans le souci d'utiliser au maximum l'information préalable, à savoir les différents modèles de conception, l'analyse de la valeur, l'expérience de différents experts de l'équipement. Ces préoccupations méthodologiques nous ont amené à développer une approche originale, pluridisciplinaire. Cette pluridisciplinarité ne se limite pas à l'assemblage de méthodes issues des différentes communautés scientifiques, elle est facteur de synthèse et d'adaptation. C'est donc un regret de n'avoir pu embrasser des éléments d'analyse fonctionnelle et de la valeur dans notre ébauche de méthodologie de modélisation pour la supervision. Les techniques d'analyse fonctionnelle occupent une bonne place dans l'élaboration de systèmes de diagnostic ([28]). Elles feront progresser nos travaux dans les années à venir.

**Instrumentation** Dans nos applications, l'instrumentation occupe une place importante. Nous avons évoqué l'étude de l'observabilité comme piste de progrès théorique de nos travaux. Un travail plus pratique de classification des situations à partir des différents capteurs et de leur mode de conditionnement permettra de confronter notre approche au réel, et de faire progresser nos méthodologies. Notre travail sur le schéma semi-causal dynamique a bénéficié de l'étude de systèmes techniques différents, ce qu'illustre notre annexe sur la modélisation d'un vérin hydraulique. Notre conviction est qu'une analyse synthétique des capteurs utilisés dans les équipements mécatroniques et agricoles contribuera à la qualité de notre démarche.

## 6.5 Perspectives technologiques

**Modélisation orientée objet** Les technologies de la programmation orientée objet sont maintenant répandues bien au-delà de la sphère disciplinaire informatique. Les systèmes de modélisation dynamique récents élaborés dans les laboratoires tirent généralement partie des potentialités offertes par ces paradigmes<sup>2</sup> et font leur apparition commerciale. L'expressivité de ce type de modélisation est une opportunité pour le passage de modèles dynamiques réalisés pour l'étude d'asservissement à des modèles abstraits hybrides adaptés à la supervision. Des recherches sont actives au sein de la communauté automatique sur ce thème de l'abstraction de modèles dynamiques. Nos propres logiciels, utilisés pour les travaux présentés dans ce mémoire, qui concernent la description hiérarchisée de systèmes, l'acquisition de données, le calcul d'états discrets et d'automates, ont été écrits en langage objet. Cependant, nous avons encore du logiciel à réaliser pour donner un support concret et agréable à utiliser à notre méthodologie, et nous comptons tirer parti de l'offre logicielle de plus en plus structurée de la communauté universitaire internationale.

---

<sup>2</sup>Nous avons évoqué ces aspects au chapitre 3

# Bibliographie

- [1] B. J. Kuipers. *Qualitative Reasoning : Modeling and simulation with incomplete knowledge*, volume 59. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1994.
- [2] Jean-Michel Roger. *Conception d'un système de diagnostic des machines mécatroniques complexes destinées à l'agriculture*. Thèse de doctorat, ENGREF, Montpellier, 1995.
- [3] Louise Travé-Massuyès, François Guerrin, and Philippe Dague. *Le raisonnement qualitatif : pour les sciences de l'ingénieur*. Diagnostic et maintenance. Hermès, Paris, 1997.
- [4] D.A. Bradley, D. Dawson, N.C. Burd, and A.J. Loader. *Mechatronics, Electronics in products and processes*. Chapman and Hall, London, UK, 1991.
- [5] Ronan Champagnat. *Supervision des systèmes discontinus : définition d'un modèle hybride et pilotage en temps-réel*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1998.
- [6] L. Thevenon. *Représentation des Systèmes Hybrides Complexes par Flux de Données : Développement d'un Outil de Modélisation et de Simulation des Procédés Batch*. Thèse de doctorat, 2000.
- [7] H. Gueguen and N. Bouteille. Extensions of grafcet to structure behavioural specifications. *Control Engineering Practice*, 9(7) :743–756, 2001.
- [8] Peter Scholz. *Design of Reactive Systems and their Distributed Implementation with Statecharts*. Phd thesis, Technischen Universität (TUM), München, 1998.
- [9] Jean-Paul Haton, Nadjat Bouzid, François Charpillet, Marie-Christine Haton, Brigitte Lâasri, Hassan Lâasri, Pierre Marquis, Thierry Mondot, and Amedeo Napoli. *Le raisonnement en intelligence artificielle : modèles, techniques et architectures pour les systèmes à bases de connaissances*. IIA, Informatique intelligence artificielle. InterEditions, Paris, 1991.
- [10] M. Combacau and M. Courvoisier. Process failures diagnosis in f.m.s real-time control : an approach combining rule-based systems and petri nets. In *AI, Simulation and Planning in High Autonomy Systems*, pages 174–180, Cocoa Beach, U.S.A, 1991.
- [11] Michel Combacau. *Contribution à la surveillance hiérarchisée des systèmes complexes*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1998.
- [12] David Andreu. *Commande et supervision des procédés discontinus : une approche hybride*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1996.
- [13] Corinne Curt. *Méthode d'analyse, d'évaluation et de contrôle des propriétés sensorielles en conduite de procédé alimentaire. Application à la fabrication du saucisson sec*. Thèse de doctorat, ENSIA, Massy, 2002.
- [14] D. Berleant and B. J. Kuipers. Qualitative and quantitative simulation : bridging the gap. *Artificial Intelligence*, 95(2) :215–255, 1997.
- [15] R. M. Gasca, J. A. Ortega, and M. Toro. A framework for semiquantitative reasoning in engineering applications. *Applied Artificial Intelligence*, 16(3) :173–197, 2002.
- [16] P. Danes and J. Aguilar-Martin. The symbolic-numeric interface - a zosteric approach. *Applied Artificial Intelligence*, 9(5) :451–478, 1995.

- [17] J. Waissman-Vilanova. *Construction d'un modèle comportemental pour la supervision de procédés : application à une station de traitement des eaux*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique, Toulouse, 2000.
- [18] L. Ayrolles, R. Faivre, and F. Guerrin. Time abstraction and quantitative/qualitative interpretation of multiple dynamic processes. In *9th Int. Workshop on Qualitative Reasoning, QR-95*, pages 218–227, Amsterdam, NL, 1995.
- [19] J. Meléndez, J. L. de la Rosa, D. Macaya, and J Colomer. Case based approach for generation of recipes in batch process control. In *3r Congrès Català d'Intel·ligència Artificial (CCIA-00)*, Vilanova i la Geltrú, 2000.
- [20] F.J Cuberos, J.A. Ortega, R.M. Gasca, and M. Toro. Qsi- qualitative similarity index. In *16th Int. Workshop on Qualitative Reasoning QR'02*, Barcelona, Spain, 2002.
- [21] J Colomer, J. Melendez, and Fco. I. Gamero. Qualitative representation of process trends for situation assessment based on cases. In *15th IFAC World Congress on Automatic Control*, 2002.
- [22] J. Melendez, J. Colomer, J. L. de la Rosa, J. Aguilar-Martin, and J Vehi. Embedding objects into matlab/simulink for process supervision. In *IEEE Int. Symposium on Computer Aided Control Systems Design*, Dearborn Mich. USA, 1996.
- [23] J. Meléndez, J. L. de la Rosa, J Colomer, J. Aguilar, and O. Contreras. A framework for dealing with significant information and knowledge representation in expert supervisory systems design. In *7th IFAC Symposium on Computer Aided Control Systems Design (CACSD'97)*, Gent, Belgium, 1997.
- [24] J. Lunze, B. Nixdorf, and J. Schroder. Deterministic discrete-event representations of linear continuous-variable systems. *Automatica*, 35(3) :395–406, 1999.
- [25] Luc Thevenon and Jean-Marie Flaus. Modular representation of complex hybrid systems : application to the simulation of batch processes. *Simulation Practice and Theory*, 8(5) :283–306, 2000.
- [26] Emmanuel Benazera, Louise Travé-Massuyès, and Philippe Dague. State tracking of uncertain hybrid concurrent systems. Technical Report LAAS 02010, 2002.
- [27] Emmanuel Benazera and Louise Travé-Massuyès. Un formalisme discret de modélisation pour le diagnostic réactif. application au diagnostic à bord des satellites. In *Colloque Francophone sur la Modélisation des Systèmes Réactifs (MSR'2001)*, pages 393–408, Toulouse (France), 2001.
- [28] Gilles Zwingelstein. *Diagnostic des défaillances*. Hermès, Paris, 1995.
- [29] A. Brons. *Contribution des techniques connexionnistes à l'évaluation qualitative des produits agro-alimentaires par leurs aspects visuels*. Thèse de doctorat, ENGREF, Montpellier, 1992.
- [30] Nahid Karchenasse. *Etude d'un système de diagnostic à partir des cas - Application au diagnostic de défaillance d'un sécateur électronique*. Thèse de doctorat, ENGREF, Montpellier, 1998.
- [31] Mika Klemettinen. *A knowledge discovery methodology for telecommunication network alarm databases*. Phd thesis, University of Helsinki, Finland, 1999.
- [32] Marie-Odile Cordier, Jean-Paul Krivine, Philippe Laborie, and Sylvie Thiébaux. Alarm processing and reconfiguration in power distribution systems. In Angel P. del Pobil, Jose Mira, and Ali Moonis, editors, *11th International Conference on Industrial and Engineering Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems, IEA-98-AIE*, volume II of *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pages 230–241, Benicassim, Castellon, Spain, 1998.
- [33] Hyeonkyeong Kim. *Qualitative reasoning about fluids and mechanics*. Phd thesis, Northwestern University, Evanston, IL, USA, 1993.

- [34] F. Zouaoui, R. Thetiot, and M. Dumas. Behavioral interpretation according to multimodeling representation. In Angel P. del Pobil, Jose Mira, and Ali Moonis, editors, *11th International Conference on Industrial and Engineering Applications of Artificial Intelligence and Expert Systems, IEA-98-AIE*, volume II of *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pages 242–251, Benicassim, Castellon, Spain, 1998.
- [35] J.P. Hautier and Faucher J. Le graphe informationnel causal. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, 90(juin 96) :167–189, 1996.
- [36] Yumi Iwasaki and Herbert A. Simon. Causality in device behavior. *Artificial Intelligence*, 29(1) :3–32, 1986.
- [37] Johan de Kleer and John Seely Brown. Theories of causal ordering. *Artificial Intelligence*, 29(1) :33–61, 1986.
- [38] Yumi Iwasaki and Herbert A. Simon. Theories of causal ordering : reply to de kleer and brown. *Artificial Intelligence*, 29(1) :63–72, 1986.
- [39] Philippe Dague and Louise Travé-Massuyès. Raisonement causal en physique qualitative. *Intellectica*, à paraître.
- [40] Robert Milne, Charlie Nicol, and Louise Trave-Massuyes. Tiger with model based diagnosis : initial deployment. *Knowledge-Based Systems*, 14(3-4) :213–222, 2001.
- [41] Jan Lunze, Bernhard Nixdorf, and Henrik Richter. Process supervision by means of a hybrid model. *Journal of Process Control*, 11(1) :89–104, 2001.
- [42] Paul Bourguine. *Heuristique et abduction*. Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université de Caen, 1991.
- [43] Mateja Kavcic and Dani Juricic. Cad for fault tree-based diagnosis of industrial processes. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 14(2) :203–216, 2001.
- [44] Jan Lunze and Frank Schiller. An example of fault diagnosis by means of probabilistic logic reasoning. *Control Engineering Practice*, 7(2) :271–278, 1999.
- [45] Malik Ghallab. Chronicles as a practical representation for dealing with time, events and actions. In *6th Italian Conference on Artificial Intelligence (AIIA '98)*, pages 6–10, Padoue (Italie), 1998.
- [46] Girish Keshav Palshikar. A fuzzy temporal notation and its application to specify fault patterns for diagnosis. *Pattern Recognition Letters*, 22(3-4) :381–394, 2001.
- [47] P. Roux, O. Naud, J.F. Bonicel, M. Rombaut, and J.M Fatou. Cao en conception d'équipements agricoles : vers le concept de machine virtuelle. *Ingénieries - E A T*, (19) :67–76, 1999.
- [48] Dean C Karnopp, Donald L Margolis, and Ronald C Rosenberg. *System dynamics : a unified approach*. Wiley-Interscience. Wiley, New York, 2nd edition, 1990.
- [49] R. Hermann and A.J. Krener. Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(5) :728–740, 1977.
- [50] Olivier Naud and Joseph Aguilar-Martin. Event-based supervision for mechanical equipment with human interaction or control. In *8th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, pages 442–447, Antibes Juan-les-pins, 2001.
- [51] R. F. Ngwompo and P. J. Gawthrop. Bond graph-based simulation of non-linear inverse systems using physical performance specifications. *Journal of the Franklin Institute-Engineering and Applied Mathematics*, 336(8) :1225–1247, 1999.
- [52] W. Borutzky. Supporting the generation of a state space model by adding tearing information to the bond graph. *Simulation Practice and Theory*, 7(5) :419–438, 1999.

- [53] Jorge A. Ferreira, João CHECK E de Oliveira, and Victor A. Costa. Modeling of hydraulic systems for hardware-in-the-loop simulation : a methodology proposal. In *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, Nashville, USA., 1999.
- [54] M. Zanella, T. Koch, and F. Scharfeld. Development and structuring of mechatronic systems, exemplified by the modular vehicle x-mobile. In *IEEE/ASME Int. Conf. on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM'01)*, Como, Italy, 2001.
- [55] Hilding Elmqvist. Object-oriented and hybrid modeling in modelica. In *ADPM : Automation of Mixed Processes - Automation des Processus Mixtes*, Dortmund, Germany, 2000.
- [56] Mattias Krysander and Mattias Nyberg. Structural analysis for fault diagnosis of dae systems utilizing graph theory and mss sets. Technical Report LiTH-ISY-R-2410, Dpt of Electrical Engineering - Linköping University, Linköping, Sweden, 2002.
- [57] Stéphane Ploix, Samir Touaf, and Jean-Marie Flaus. Diagnosing complex dynamic systems. *submitted for publication to IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 2002.
- [58] Miguel Á. Sainz, Joaquim Armengol, and Josep Vehí. Fault detection and isolation of the three-tank system using the modal interval analysis. *Journal of Process Control*, 12(2) :325-338, February 2002.
- [59] R. Alur, L. Fix, and T. A. Henzinger. Event-clock automata : a determinizable class of timed automata. *Theoretical Computer Science*, 211(1-2) :253-273, 1999.
- [60] Philippe Boitard. *Dynamique des véhicules industriels : modélisation non-linéaire pour l'application à la sécurité active et à l'identification paramétrique*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1999.
- [61] Daniel Cogoluenhes. *Méthode objective d'étude du comportement routier des véhicules industriels*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1996.
- [62] AFNOR. Norme nf u 02-047 tracteurs agricoles et forestiers à roues, à voie étroite : Dispositifs de protection en cas de renversement montés à l'avant. méthodes d'essai dynamique et statique - conditions d'acceptation, décembre 1990.
- [63] G.M. Owen and P.J. Sprigs. Draft british standard : Safety of agricultural machinery on slopes - method of test for static stability, 1994.
- [64] ARMEF-CTBA-IDF, editor. *Manuel d'exploitation forestière, tome 1*. 1993. élaboré sous la coordination de Nicolas De Menthière, Jean Baylot, Hubert Petit.
- [65] Thierry Herman. *Contribution à la synthèse d'une commande énergétiquement optimale pour le contrôle en position de systèmes hydrauliques de puissance*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, 1993.



# Index

- $\prec$  (définition), 71
- $\vdash$  (définition), 78
- abduction, 35
- algèbre des signes, 30, 32, 33, 97
- annotations, voir schéma semi-causal dynamique, annotations
- arithmétique des intervalles, 31, 85
  - fonctions solutions, 86, 91
- asynchrone, 21
- automate fini, 8, 16, 23
  - définition, 13, 77
  - déterminisme, 77
  - génération, 46, 72, 87, 88
  - transition, 13, 78, 89, 95, 97
- bond-graph, voir graphes de liens
- causalité, 49–56, 63–66
  - computationnelle, 54, 59
  - définitions, 54
- chronique, 28, 35, 36
- classification
  - non supervisée, 28
  - supervisée, 27
- commutation, voir schéma semi-causal dynamique, commutation
  - commandée, 81, 89, 114, 124
  - définition, 81
  - implicite, 80
  - irréversible, 80, 92
- composant, 9, 29, 33, 36, 56–61, 66, 123, 146
  - informationnel, 59
  - modèle instance, 56
  - énergétique (définition), 57
  - énergétique élémentaire, 57
- contrainte
  - explicite, 90
  - implicite, 91
- contraintes, 22
  - adjacentes, 97
  - lieu de, 62
  - ordre de test, 96
  - propagation de, 31, 55, 86, 88–89, 98, 137
  - qualitatives, 30
- CSP, voir contraintes, propagation
- DAE, voir EAD
- diagnostic, 22, 27, 34, 66, 103, 137
  - de défaillance, 9, 36, 66
  - définition, 9, 30
  - modélisation physique, 29
- déduction, 35
- EAD, voir équations algébriques différentielles
- EDO, voir équations différentielles ordinaires, voir équations différentielles ordinaires
- EDQ, voir QSIM
- effort (variable généralisée), 34, 48, 87
- envisionnement, 10, 33
  - total, 128
- flux (variable généralisée), 34, 48, 87
- GIC, voir Graphe Informationnel Causal
- GRAF CET, 95
  - définition, 15
- grandeurs énergétiques, voir efforts et flux généralisés, composant énergétique
- graphe causal, 34
- Graphe Informationnel Causal, 45, 52–55, 62
- graphes d'état, 7, 16, 22, 78
- graphes de liens, 48–51, 54, 58, 123, 135, 147
- imprécision, 18, 71, 87
- incertitude, 18, 36, 71, 104, 136
- induction, 35
- instrumentation, 47, 79–80, 98, 102–104, 127, 137
- intervalle qualificatif (définition), 71
- matrices d'incidence, 66
- modalité, voir aussi annotations
  - de signe, 79, 82, 92, 102
  - définition, 71
  - fonctionnelle, 79, 81, 124
  - structurelle, 79–80, 82, 124, 127

- modèle d'observation, 42, 46
- modèle physique nominal, 45–46, 69
- modèle physique standard, 42–45
- modèles hybrides, 7, 10, 16, 21, 34, 60, 111, 135
- modèles qualitatifs, 29–34
- monotonie, 31, 60, 69–71, 79, 85, 88–94, 137, 150
  - hypothèse de, 45
- mécatronique, 7, 11, 21, 27, 42, 48, 135
- observabilité, 46, 98, 137
- ODE, voir EDO
- polygone de sustentation, 116, 119, 153–157
- QDE, voir EDQ
- QSIM, 29, 55, 77, 84
  - transitions, 31–32, 98
- relation causale, voir GIC et SsCD
- relation rigide, voir GIC et SsCD
- réseau de Petri, 22, 34
  - définition, 14
- saturation, 43, 69, 72, 78, 82
- schéma semi-causal dynamique, 7, 54–73, 77, 88, 111, 125, 138, 146
  - annotations, 43–44, 57, 68, 71, 79–83
  - commutation, 78–83
  - définition, 64
  - nominal, 66, 78
  - partiel, 123
  - signé, 69
  - sommets qualifiés, 97
  - état, 78
- source d'effort/flux, 48, 55, 63, 65
- spécifications fonctionnelles, 7, 12, 124, 137
- SsCD, voir schéma semi-causal dynamique
- SsCDA, voir schéma semi-causal dynamique, annotations
- statecharts, voir graphes d'état
- superviseur
  - fonctions, 9
  - tâches, 9
- supervision
  - définition, 7
- synchronicité, 14, 17, 78
- synchronisée
  - discrétisation, 19
- systèmes réactifs, 15, 78, 95
- systèmes à base de règles, 12
- tearing variable, voir variable de séparation
- transitions
  - système de, 22
- variable énergétique interface, 55, 63, 126
- variables de séparation, 55
- épisode, 20
  - fouille de données, 28
- équations algébriques différentielles, 53, 61, 65, 88, 135
- équations différentielles ordinaires, 52–53, 61, 65
- état discret
  - définition, 81
  - réduit, 81
  - stable, 14
- états topologiquement voisins, 89–91, 96–97
- événement, 7, 10, 28, 54
  - d'état, 22
  - dans un automate fini, 13, 78
  - dans un modèle hybride, 21
  - de temps, 21
  - définition, 22
  - sens commun, 13
  - sur signaux continus, 18
  - sur variables liées, 88–89, 94–97
- événements discrets
  - modèles temporisés, 14, 22, 103, 136
  - modèles à, 13–18

## Annexe A

# Schéma semi-Causal Dynamique d'un vérin hydraulique

### A.1 Equations physiques du composant vérin

#### A.1.1 Modèle physique standard

Vérin simple tige double effet : 2 chambres

Volume d'une portion de fluide  $V$

Pression d'une portion de fluide (ici peu compressible)  $P$

Coefficient de compressibilité  $\beta = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$

Module d'élasticité volumique (*bulk modulus* in english)  $B = 1/\beta$

Débit  $Q$

Equation résultante de pression d'une chambre à volume variable

$$\dot{P} = -\frac{B}{V} \dot{V} \quad (\text{A.1})$$

Equation résultante de pression de remplissage d'une chambre de volume fixe

$$\dot{P} = -\frac{B}{V} Q \quad (\text{A.2})$$

Chambres Chambre  $A$  (côté piston) et  $B$  (côté tige)

Course du vérin  $L$

Sections du vérin  $S_A$  et  $S_B$

Allongement du vérin  $X$  désigne la distance du "fond" du piston à la paroi de la chambre  $A$ .

La distance du "dessus" du piston à la paroi de la chambre  $B$  est  $L - X$ .

Inertie de l'ensemble tige-piston-charge  $M$  (fût supposé fixe)

Force motrice brute du vérin  $F_{verin}$

Force de frottement visqueux  $F_{fv} = -k \cdot \dot{X}$

Force de frottement solide  $F_{fs}$  négligée

Force de résistance hors frottements et inertie  $F_{ext}$

Fuites internes supposées nulles (hypothèse admise ici aux seules fins de simplification)

Fuites externes supposées nulles (hypothèse souvent bien vérifiée)

$$V_A = S_A \cdot X \quad (\text{A.3})$$

$$V_B = S_B \cdot (L - X) \quad (\text{A.4})$$

$$\dot{P}_A = -\frac{B}{V_A}(Q_A - \dot{V}_A) \quad (\text{A.5})$$

$$\dot{P}_B = -\frac{B}{V_B}(Q_B - \dot{V}_B) \quad (\text{A.6})$$

$$F_{verin} = P_A \cdot S_A - P_B \cdot S_B \quad (\text{A.7})$$

$$M \cdot \ddot{X} = F_{verin} - k \cdot \dot{X} - F_{ext} \quad \text{si } X > 0 \text{ et } X < L \quad (\text{A.8})$$

$$\text{butée : si } X \leq 0 \text{ et } F_{verin} < 0 \quad \dot{X} = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$\text{butée : si } X \geq L \text{ et } F_{verin} > 0 \quad \dot{X} = 0 \quad (\text{A.10})$$

### A.1.2 Modèle nominal sans frottement

Il suffit de ne pas considérer les butées, et d'écrire :

$$M \cdot \ddot{X} = P_A \cdot S_A - P_B \cdot S_B - F_{ext} \quad (\text{A.11})$$

## A.2 Décomposition en composants

### A.2.1 Considérations méthodologiques

#### Modélisation directe du composant vérin

Nous pouvons considérer le vérin à double effet comme un seul composant. Nous distinguerons les variables énergétiques suivantes :

**Efforts**  $P_A, P_B, F_{verin}, F_{ext}$

**Flux**  $Q_A, Q_B, \dot{V}_A, \dot{V}_B, \dot{X}$

**Déplacements**  $V_{cA} = \int Q_A, V_{cB} = \int Q_B, V_A, V_B, X$

**Variables externes**  $P_A, P_B, F_{verin}, F_{ext}, Q_A, Q_B, \dot{X}, X$

Cette description suffit, en rajoutant les variables supplémentaires identifiées dans les équations du modèle standard, et en supprimant des variables inutiles pour des raisons que nous allons préciser, à obtenir le schéma semi-causal de la figure A.1

Nous avons supprimé les flux  $\dot{V}_A, \dot{V}_B$  et les déplacements  $V_A, V_B$ . En effet, nous sommes assurés de ne pas avoir à annoter ces variables. Les contraintes données par les équations A.3 et A.4, et les contraintes correspondantes sur les flux, ne peuvent en effet être violées que dans le cas d'une déformation significative du vérin. Nous pouvons donc considérer que la supervision de ces contraintes est inutile. La mesure directe des volumes et des déformées est par ailleurs bien plus difficile que la mesure d'une position et d'une vitesse : nous conservons donc ces dernières grandeurs qui représentent les autres.

Nous avons rajouté les dérivées de pressions, selon les équations A.5 et A.6. Dans le chapitre 3, nous avons recommandé d'éliminer *autant que possible* les dérivées des variables énergétiques en remplaçant les équations par des équations intégrées. Cependant, l'équation A.5 est plus délicate

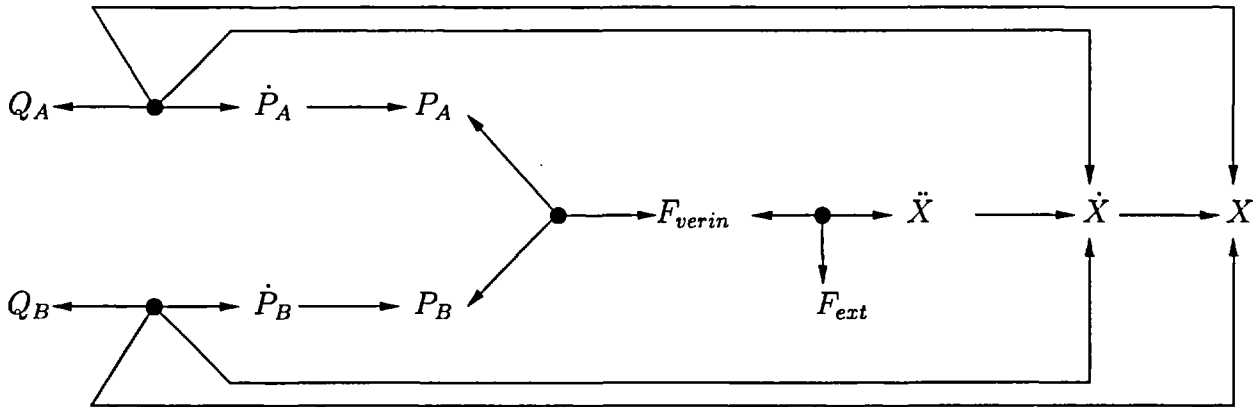


FIG. A.1 – schéma semi-causal sans le frottement et réduit

à intégrer que l'équation  $\dot{F} = k.\dot{X}$ . La résolution analytique de cette intégrale suppose, soit de connaître l'expression analytique du débit en fonction du temps, soit de supposer les variations de volume faibles devant le volume de la chambre que nous prendrons à une valeur "nominale".

Dans le cadre de cette dernière hypothèse, si nous notons  $Q_{cp}$  le débit de compressibilité,  $Q_{cp} = Q_A - \dot{V}_A$ , nous écrirons comme [48] ou [65] :

$$\Delta P_A = P_{A0} + \frac{B}{V_{Anom}} \int Q_{cp} dt \tag{A.12}$$

Les praticiens des graphes de liens notent bien qu'il s'agit d'une linéarisation ([48]) et que le volume nominal considéré fixe la raideur : celle-ci varie donc suivant la position nominale du piston du vérin.

Nous avons donc de grandes difficultés à obtenir une contrainte intégrée, et ceci nécessite des hypothèses de "position nominale" qui ne correspondent pas à nos objectifs de supervision. La mesure de  $V_{cp} = \int Q_{cp}$  est nécessairement une mesure incrémentale. L'erreur peut devenir importante si nous considérons la présence de fuites et un horizon temporel étendu. Nous garderons donc nos sommets  $\dot{P}_A$  et  $\dot{P}_B$ , à la différence de ce que nous aurions fait avec un ressort. Les déplacements  $V_{cA}$  et  $V_{cB}$  n'apparaissent pas dans l'équation de compressibilité en dérivée de pression, et comme nous ne mesurons pas ces grandeurs, nous n'avons pas d'intérêt à les garder dans le schéma.

Nous examinerons dans la section suivante l'impact de ce choix sur les composants élémentaires et apprécierons ainsi la cohérence de notre graphe avec le graphe de liens.

### A.2.2 Modélisation en composants élémentaires

#### Liste des composants énergétiques élémentaires

D'après les remarques que nous avons fait ci-dessus, si nous tentons d'écrire un composant énergétique élémentaire de type GL-capacité <sup>1</sup>, nous aurons :

**Chambre de compression déformable GL**

**Effort externe** Pression

**Flux externe** Débit de compressibilité  $Q_{cp}$

**Variables internes** Dérivée de la pression, volume de compressibilité  $\int Q_{cp}$

**Paramètre de plage de fonctionnement** Volume nominal

<sup>1</sup>capacité au sens strict des graphes de lien

Il serait plus général d'intégrer le volume de la chambre comme une variable interne d'état, mais alors nous devons avoir le flux correspondant comme variable externe. Dans les graphes de lien, nous devons conserver la dualité effort-flux pour chaque mécanisme. Pour respecter ce principe avec deux flux, nous serions amenés à créer deux composants élémentaires. Ici, nous aurions deux capacités couplées, une capacité (1) de chambre déformable sans entrée de fluide, et une capacité (2) à volume défini. Le couplage ne respecterait la représentation par graphe de lien au sens strict.

Une alternative serait d'utiliser une extension classique des graphes de lien : les liens d'information. Un tel lien d'information assurerait l'intégration de la position de la tige et mettrait à jour le volume de la chambre.

Nous préconisons, pour notre part, la définition d'un composant énergétique, qui n'est pas élémentaire au sens donné en section 3.7, avec deux flux et un effort.

### Chambre de compression déformable (x2)

**Effort externe** Pression

**Flux externe** Débit, Dérivée du volume de la chambre

**Variables internes principales** Volume de fluide reçu, volume de la chambre

**Remarque :** La dérivée de la pression est un sommet du schéma. C'est une variable interne dite intermédiaire, d'après la définition d'un composant énergétique. Ce n'est d'ailleurs pas une variable d'état.

**Inertie de la partie mobile** Effort externe  $F = F_{verin} + F_{ext}$

**Flux externe**  $\dot{X}$

**Variable interne principale** Déplacement  $X$

**Variable intermédiaire** Accélération  $\ddot{X}$

**Couplage transformateur Pression-Force** (chambre A, de même pour B)

**Efforts externes**  $F_A, P_A$

**Flux externe**  $\dot{X}, \dot{V}_A$

**modulation**  $S_A$

**Couplage somme des efforts** Efforts externes  $F, F_A, F_B, F_{ext}$

La chambre déformable n'est pas une capacité pure au sens BG, car l'intégrale du débit de compressibilité hydraulique n'est pas une variable d'état suffisante.

## A.3 Schéma semi-Causal Dynamique détaillé

### A.3.1 Modèle nominal sans frottement

Les déplacements correspondant aux flux  $Q_A$  et  $Q_B$ , à savoir les volumes  $V_A$  et  $V_B$  ne figurent pas au schéma de la figure A.3.1 qui est proche de celui de la figure A.1. On peut les éliminer sans perte d'information : ils ne sont pas mesurés directement et les domaines de fonctionnement sont exprimés par des intervalles qualificatifs sur  $X$ , et non pas sur les volumes. Le couplage somme des efforts a été représenté en deux étapes, mais le sommet  $F$  n'a pas été conservé car non mesuré et lié rigidement à la variable  $\ddot{X}$ .

Ici, le calcul est mené numériquement de la façon la plus commode si nous considérons les débits  $Q_A$  et  $Q_B$  comme exogènes (sources de flux au sens graphe de liens).

### A.3.2 Modèle nominal avec frottement visqueux

La contrainte  $F_A, F_B, F_{verin}$  est augmentée d'un arc a-causal vers  $\dot{X}$ . Le sommet  $F_{fv}$  est facultatif et pourrait figurer, si le niveau de frottement devait être annoté de modalités.

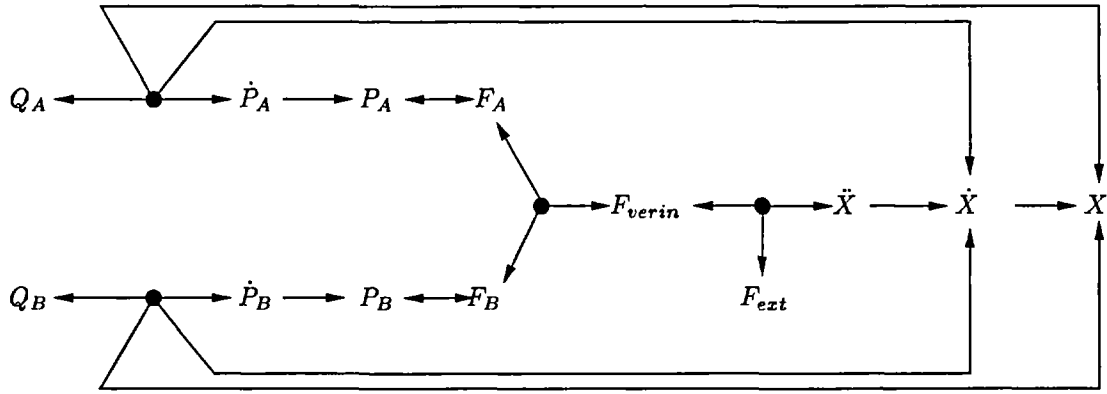


FIG. A.2 – schéma semi-causal dynamique d'un vérin double effet sans frottement

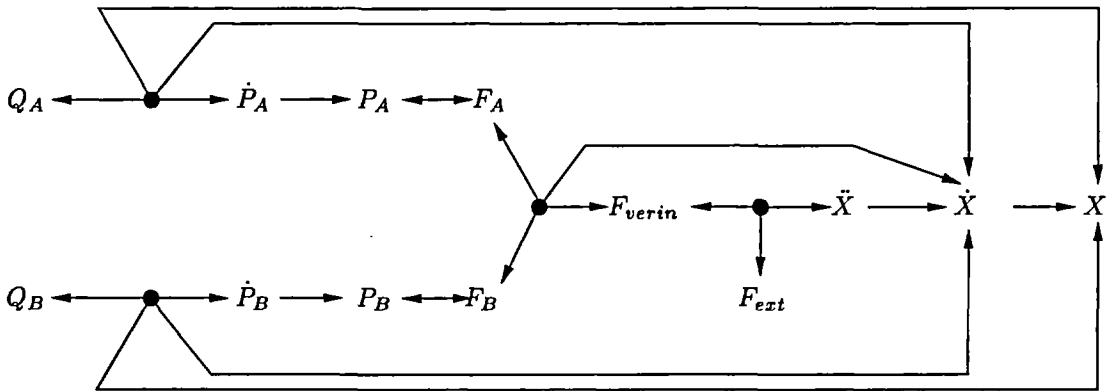


FIG. A.3 – schéma semi-causal dynamique d'un vérin double effet avec frottement

### A.4 Couplage parallèle de deux vérins

Nous allons poser ici un problème pratique de couplage, qui est l'alimentation de 2 vérins en parallèle. Nous conserverons les mêmes notations que ci-dessus, et ajouterons un ' pour chaque variable du deuxième vérin. L'équation de couplage des flux peut se poser ainsi, où  $Q$  est le débit total fourni par une pompe :

$$Q = Q_A + Q'_A \tag{A.13}$$

Une deuxième éventuelle équation de couplage est plus problématique, elle dépend des hypothèses applicables au système physique et de la précision demandée à une simulation ( $P$  est la pression en amont de la branche en Y) :

$$P = P_A = P'_A \tag{A.14}$$

Or, nous devons considérer que chaque flux  $Q$  a un effort correspondant  $P$ , et les pressions dans les chambres des vérins sont obtenus à partir des débits entrant par une relation causale proche de celle d'une capacité. Il s'agit donc de mettre 2 capacités en parallèle. Dans un graphe de lien, ceci est possible par la mise en place de causalités dérivées, mais nous proscrivons celles-ci dans notre démarche.

Il faut faire un choix :

- Soit fusionner les 2 chambres  $A$  et  $A'$  en une seule,  $P_A = P'_A$  qui impose  $P = P_A = P'_A$ . Cette fusion n'est possible que si l'on suppose le débit  $Q$  exogène. On calcule  $P$  et  $\dot{P}$ , d'où l'on tire  $X$ ,  $\dot{X}$  et  $\ddot{X}$  pour chaque vérin, et enfin les débits respectifs  $Q_A$  et  $Q'_A$ . Nous n'avons pas supposé de couplage du côté  $B$ , mais c'est également possible.

- Soit introduire des résistances de couplage (restrictions), en respectant la symmétrie  $A$  et  $A'$  implicite dans la formulation du couplage. Nous aurons donc 3 pressions distinctes  $P_A$ ,  $P'_A$  et  $P$ .

Nous appelons le premier choix "couplage rigide". Nous parlons de couplage rigide de 2 relations causales quand les 2 extrémités d'un arc sont liées à 2 extrémités d'un autre arc : la même causalité s'applique aux deux.

Nous désignons le deuxième choix "couplage dynamique". Les pressions ne sont similaires qu'en moyenne.

Si nous supposons des écoulements turbulents dans le dispositif de couplage, nous pourrions écrire :

$$P - P_A = \alpha Q_A^2 \quad (\text{A.15})$$

$$P - P'_A = \alpha Q_A'^2 \quad (\text{A.16})$$

$$Q = Q_A + Q'_A \quad (\text{A.17})$$

$P_A$ ,  $P'_A$ ,  $Q$  sont connus, nous avons donc 3 inconnues pour 3 équations. Ici, il est facile d'éliminer  $P$ , d'où :

$$\alpha(Q_A^2 - Q_A'^2) = P'_A - P_A \quad (\text{A.18})$$

puis

$$Q_A - Q'_A = \frac{P'_A - P_A}{\alpha Q} \quad (\text{A.19})$$

ou encore :

$$Q - 2.Q'_A = \frac{P'_A - P_A}{\alpha Q} \quad (\text{A.20})$$

$$Q'_A = (Q - \frac{P'_A - P_A}{\alpha Q})/2 \quad (\text{A.21})$$

$$Q_A = (Q + \frac{P'_A - P_A}{\alpha Q})/2 \quad (\text{A.22})$$

Nous pouvons observer que la connaissance du coefficient  $\alpha$  est nécessaire. Il est possible d'obtenir une expression analytique de  $Q_A$  et  $Q'_A$  même si  $\alpha \neq \alpha'$ . Dans le cas qui nous occupe, les connexions entre les vérins se font quasiment sans perte de charges. La valeur appropriée de  $\alpha$  sera difficile à déterminer. Une trop faible valeur aura des répercussions en termes de temps de simulation. Mais, ce qui nous intéresse ici, ce sont les répercussions du couplage dynamique sur le schéma semi-causal dynamique.

Nous obtenons le SsCD donné figure A.4.

Ce schéma n'est pas très satisfaisant. Il a été décidé de faire un couplage dynamique, et donc d'envisager non pas deux pressions, mais trois pressions. Or,  $P$  ne figure pas au schéma. Les contraintes des équations A.22 et A.21 ne sont pas forcément monotones en  $Q$ , ce qui implique en cas de raisonnement qualitatif un travail sur les ordres de grandeur. Les contraintes des équations A.15, A.16 et A.17 sont, elles, monotones. Le schéma donné à la figure A.5 est préférable et met en évidence  $P$ , qui est susceptible d'être mesuré.

Il est utile de noter que le sens de calcul d'une des équations de couplage influe sur les autres. Il n'est pas physiquement possible d'avoir à la fois  $P$  et  $Q$  exogènes. Si  $P$  est exogène, les débits  $Q_A$  et  $Q'_A$  sont calculés, puis  $Q$  comme résultant de leur somme. Si  $Q$  est imposé, il est indispensable de regrouper les trois contraintes A.15, A.16 et A.17, et de reformuler des contraintes en débit n'impliquant pas  $P$ . Nous sommes alors ramenés à notre premier schéma, et le raisonnement qualitatif devient plus délicat.



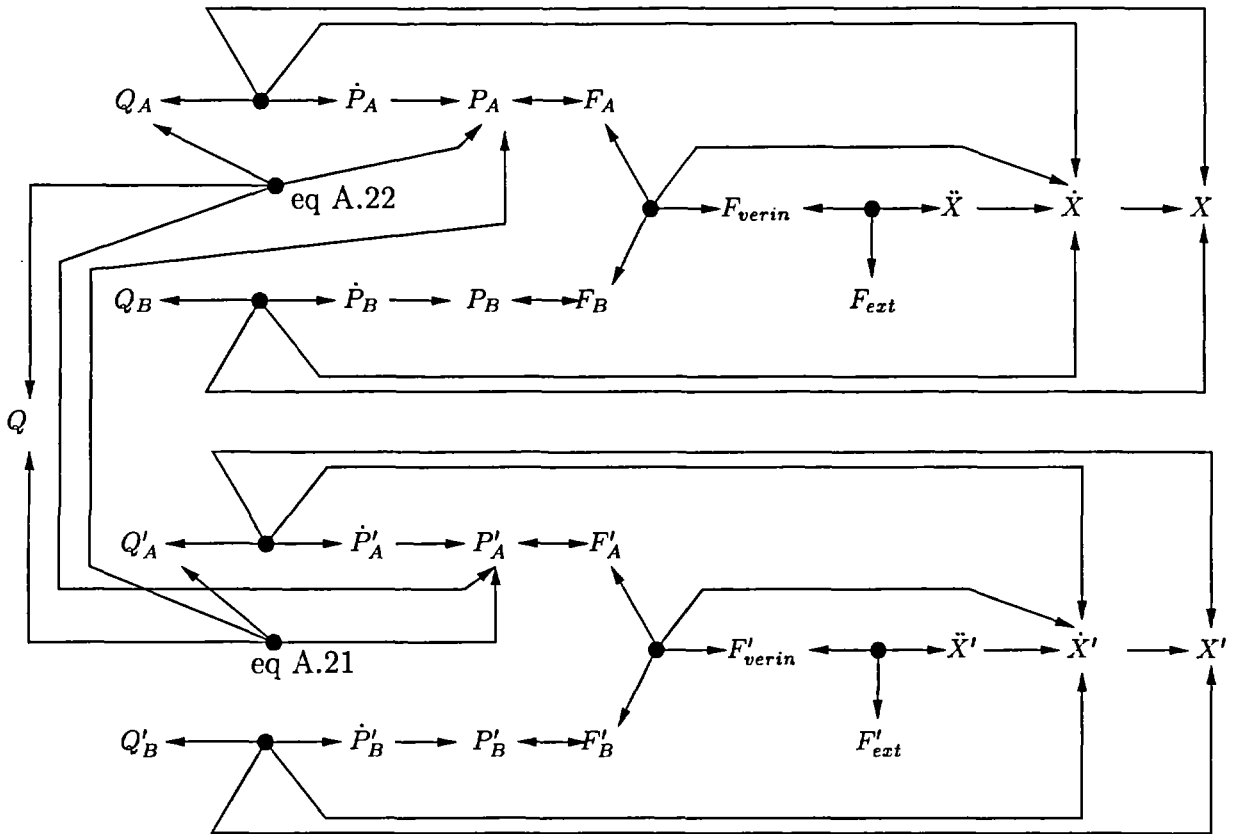


FIG. A.4 - premier schéma pour un couplage dynamique de 2 vérins

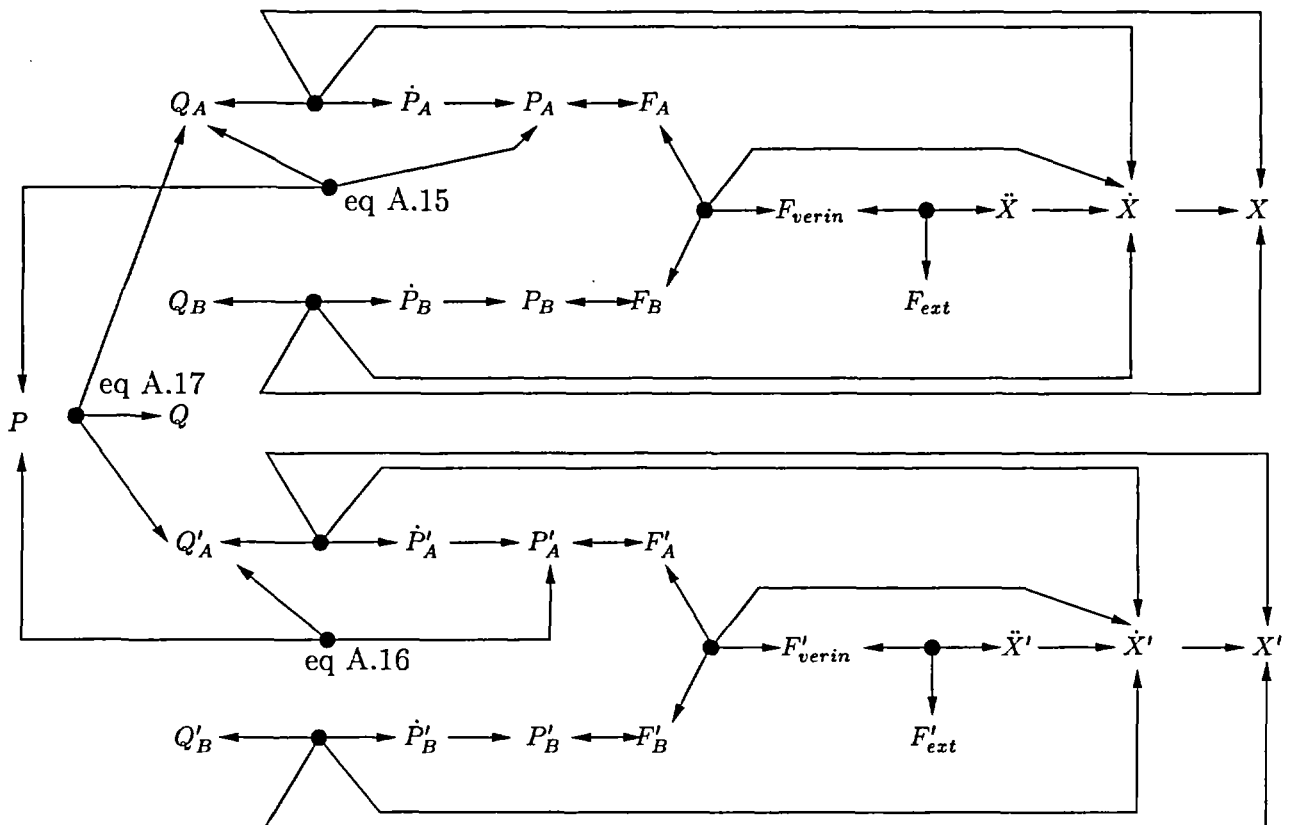


FIG. A.5 - schéma de référence pour un couplage dynamique de 2 vérins



## Annexe B

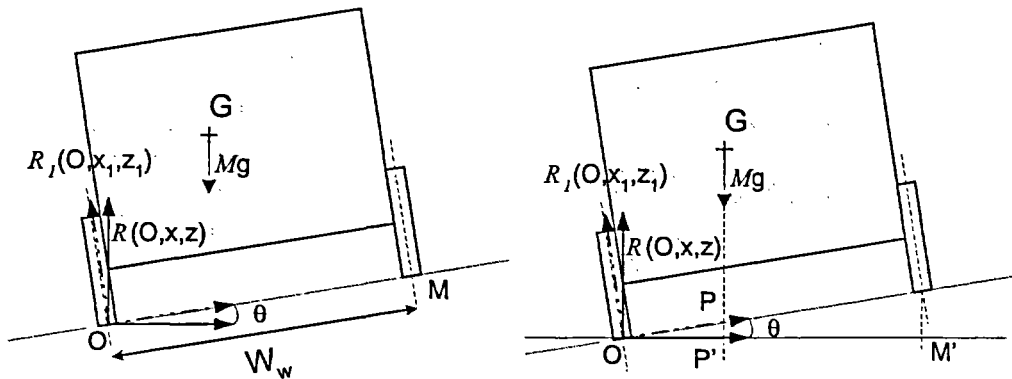
# Etude statique et quasi-statique détaillée

La partie A est une version un peu plus détaillée du calcul statique "véhicule entier" donné au chapitre 5. On se reportera à ce chapitre pour une discussion sur le polygone de sustentation à retenir en évaluant les limites de stabilité statique séparément pour le tracteur et la remorque. La partie B donne l'application au modèle que nous avons employé, et compare les résultats théoriques obtenus avec ceux d'une simulation dynamique en conditions quasi-statiques

## A- Stabilité statique pour un engin articulé

### B.1 Polygone de sustentation

#### B.1.1 Analyse en 2D sur un solide unique



Nous exprimons la stabilité de l'engin dans la pente, puis cherchons la limite de renversement par rotation autour de l'axe y non représenté, au point O.

Le torseur dynamique du solide S est nul tant que le solide (un tracteur supposé à ponts rigides) est immobile. Les éléments de réduction de ce torseur en O ( $\mathcal{M}_S \vec{a}_G$  et le moment  $M_O$ ) sont égaux d'une part à la résultante des forces extérieures au solide S et d'autre part à la somme des moments des forces extérieures ramenés en O. Si nous appelons  $\vec{R}_O$  et  $\vec{R}_M$  les réactions au sol, nous pouvons écrire dans le repère  $R(O, x, z)$  :

$$\vec{OM} \wedge \vec{R}_M + \vec{OG} \wedge \mathcal{M}_S \cdot \vec{g} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\vec{R}_O + \vec{R}_M + \mathcal{M}_S \cdot \vec{g} = 0 \quad (\text{B.2})$$

Nous ne nous intéressons pas à déterminer les deux réactions aux sols, mais à écrire la limite de stabilité qui consiste ici à écrire la nullité de la réaction en M. Nous utiliserons pour cela l'équation (B.1), en la projetant in fine par exemple sur l'axe  $x$ . En analysant suivant le repère direct  $R_1(O, x_1, z_1, y)$ , nous pouvons écrire :

$$\overrightarrow{OM} \wedge \vec{R}_M = OM \cdot (\vec{R}_M \cdot \vec{z}_1) \cdot \vec{y}$$

Nous écrirons également dans le repère direct  $R(O, x, z, y)$  :

$$\overrightarrow{OG} \wedge \mathcal{M}_S \cdot \vec{g} = (\overrightarrow{OG} \cdot \vec{x}) \vec{x} \wedge (-\mathcal{M}_S \cdot g \vec{z}) + (\overrightarrow{OG} \cdot \vec{y}) \vec{y} \wedge (-\mathcal{M}_S \cdot g \vec{z}) + (\overrightarrow{OG} \cdot \vec{z}) \vec{z} \wedge (-\mathcal{M}_S \cdot g \vec{z})$$

Le dernier terme de cette équation est nul. Le terme  $\overrightarrow{OG} \cdot \vec{y}$  est nul dans notre cas 2D. Il vient en reprenant l'équation (B.1) :

$$OM \cdot (\vec{R}_M \cdot \vec{z}_1) - \mathcal{M}_S \cdot g \cdot (\overrightarrow{OG} \cdot \vec{x}) = 0 \quad (\text{B.3})$$

La condition limite de stabilité peut s'écrire :

$$\vec{R}_M \cdot \vec{z}_1 = 0$$

L'expression de cette condition dans l'équation (B.3) s'écrit :

$$\overrightarrow{OG} \cdot \vec{x} \geq 0 \quad \text{ou encore} \quad \theta \leq \arctg\left(\frac{\overrightarrow{OG} \cdot \vec{x}_1}{\overrightarrow{OG} \cdot \vec{z}_1}\right) \quad (\text{B.4})$$

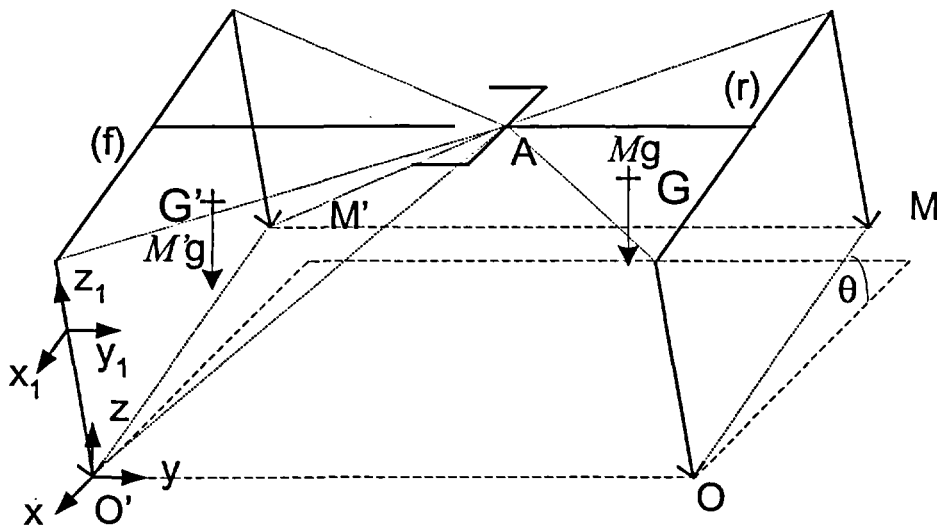
Si nous examinons de façon symétrique le renversement par rotation autour de M, la condition de stabilité s'écrit :

$$(\overrightarrow{OG} \cdot \vec{x})(\overrightarrow{MG} \cdot \vec{x}) \leq 0$$

Ce qui exprime que la projection de G se trouve dans le polygone de sustentation du véhicule (ici un segment avec notre représentation 2D), résultat simplifié bien connu.

On pourra remarquer que le calcul des réactions au sol n'a pas été terminé. En effet, nous ne pouvons exprimer que la composante normale au sol des réactions, la composante selon  $\vec{x}_1$  restant indéterminée. Ecrire de plus la nullité de la résultante des forces (poids et les deux réactions) permettra de calculer la somme des réactions en M et O selon l'axe normal au sol et selon l'axe du sol. Pour individualiser le calcul de  $\vec{R}_M \cdot \vec{x}_1$  et  $\vec{R}_O \cdot \vec{x}_1$ , il faudra émettre une hypothèse supplémentaire sur le contact.

B.1.2 Analyse en 3D pour deux solides liés par un axe



Le repère choisi est lié à la terre. Nous pouvons comme précédemment écrire que le torseur dynamique d'un des deux solides (f ou r) est égal au torseur des forces extérieures au solide. Le solide f et le solide r sont supposés liés par une liaison rotoïde pure au point A. Chaque solide a 2 points d'appui, O et M pour r, O' et M' pour f. Nous allons poser les équations de ce système en le supposant immobile sur ses appuis, et discuter le caractère isostatique ou non de cet assemblage, pour une pente commune aux parties r et f.

On pose  $m = \mathcal{M}_{(r)}$ ,  $m' = \mathcal{M}_{(f)}$ ,  $G = \mathcal{G}_{(r)}$ ,  $G' = \mathcal{G}_{(f)}$ .

Nous recherchons un critère pratique d'instabilité dans le cas idéalisé, qui soit analogue à celui envisagé pour un solide unique.

L'immobilité de chacun des solides dans le repère galiléen  $R(O, x, y, z)$  ou, également galiléen,  $R_1(O, x_1, y_1, z_1)$  se traduit par un moment nul en tout point (moment que nous écrirons par la suite en certain points) et par une résultante des forces nulle.

$$\vec{R}_{O'} + \vec{R}_{M'} + m' \vec{g} + \vec{F}_{r \rightarrow f, A} = 0 \tag{B.5}$$

$$\vec{R}_O + \vec{R}_M + m \vec{g} + \vec{F}_{f \rightarrow r, A} = 0 \tag{B.6}$$

Dans les conditions de stabilité statique, les 2 solides (f) et (r) sont immobiles chacun et l'un par rapport à l'autre en A. Ceci se traduit par la nullité de la somme du torseur d'action de  $r \rightarrow f$  et du torseur d'action de  $f \rightarrow r$ , à savoir :

$$\vec{F}_{r \rightarrow f, A} + \vec{F}_{f \rightarrow r, A} = 0 \tag{B.7}$$

$$\mathcal{M}_A(r \rightarrow f) + \mathcal{M}_A(f \rightarrow r) = 0 \tag{B.8}$$

Nous déduirons de (B.5), (B.6) et (B.7) :

$$\vec{R}_{O'} + \vec{R}_{M'} + (m + m') \vec{g} + \vec{R}_O + \vec{R}_M = 0 \tag{B.9}$$

Cette dernière équation est celle que nous utiliserons car le calcul des réactions en A ne nous intéresse pas ici. Nous savons compte-tenu de la liaison rotoïde en A que la composante de  $\mathcal{M}_A(f \rightarrow r)$  selon  $\vec{y}$  est nulle.

$$\mathcal{M}_A(r \rightarrow f) \cdot \vec{y} = 0 \tag{B.10}$$

$$\mathcal{M}_A(f \rightarrow r) \cdot \vec{y} = 0 \tag{B.11}$$

Il convient de faire ici une remarque importante pour la généralité du critère que nous allons déterminer. Nous pouvons écrire l'immobilité des 4 points d'appui par des moments nuls. Si nous écrivons par exemple la nullité du moment en  $M'$  :

$$\overrightarrow{M'A} \wedge \overrightarrow{F}_{r \rightarrow f, A} + \overrightarrow{M'O'} \wedge \overrightarrow{R}_{O'} + \overrightarrow{M'G'} \wedge m' \cdot \overrightarrow{g} = 0 \quad (\text{B.12})$$

En remplaçant dans (B.12) la valeur de  $\overrightarrow{F}_{r \rightarrow f, A}$  par celle obtenue dans (B.5), il vient :

$$\overrightarrow{M'A} \wedge (-\overrightarrow{R}_{O'} - \overrightarrow{R}_{M'} - m' \cdot \overrightarrow{g}) + \overrightarrow{M'O'} \wedge \overrightarrow{R}_{O'} + \overrightarrow{M'G'} \wedge m' \cdot \overrightarrow{g} = 0$$

d'où :

$$(\overrightarrow{AM'} + \overrightarrow{M'O'}) \wedge \overrightarrow{R}_{O'} + \overrightarrow{AM'} \wedge \overrightarrow{R}_{M'} + (\overrightarrow{AM'} + \overrightarrow{M'G'}) \wedge m' \cdot \overrightarrow{g} = 0$$

Les moments d'action en A s'écrivent :

$$M_A(r \rightarrow f) = \overrightarrow{AG} \wedge m \cdot \overrightarrow{g} + \overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{R}_O + \overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{R}_M \quad (\text{B.13})$$

$$M_A(f \rightarrow r) = \overrightarrow{AG'} \wedge m' \cdot \overrightarrow{g} + \overrightarrow{AO'} \wedge \overrightarrow{R}_{O'} + \overrightarrow{AM'} \wedge \overrightarrow{R}_{M'} \quad (\text{B.14})$$

Nous pouvons donc affirmer dans le cas statique idéalisé que les équations (B.10) et (B.11) sont généralisables :

$$M_A(r \rightarrow f) = 0 \quad (\text{B.15})$$

$$M_A(f \rightarrow r) = 0 \quad (\text{B.16})$$

Le calcul se mène de la même façon que si nous avons une rotule (liaison sphérique) en A au lieu d'une liaison rotoïde. Nous pouvons donc supposer que  $\overrightarrow{OO'}$  est orienté suivant  $\overrightarrow{y}$  sans perdre en généralité.

Calculons dans le repère  $R(O, x, y, z)$ .

$$\overrightarrow{AG} \wedge m \cdot \overrightarrow{g} = mg \begin{pmatrix} -\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{y} \\ \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{x} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AO} \wedge m \cdot \overrightarrow{R}_O = \begin{pmatrix} (\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{y})(\overrightarrow{R}_O \cdot \overrightarrow{z}) - (\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{z})(\overrightarrow{R}_O \cdot \overrightarrow{y}) \\ (\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{z})(\overrightarrow{R}_O \cdot \overrightarrow{x}) - (\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{x})(\overrightarrow{R}_O \cdot \overrightarrow{z}) \\ (\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{x})(\overrightarrow{R}_O \cdot \overrightarrow{y}) - (\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{y})(\overrightarrow{R}_O \cdot \overrightarrow{x}) \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} \wedge m \cdot \overrightarrow{R}_M = \begin{pmatrix} (\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{y})(\overrightarrow{R}_M \cdot \overrightarrow{z}) - (\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{z})(\overrightarrow{R}_M \cdot \overrightarrow{y}) \\ (\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{z})(\overrightarrow{R}_M \cdot \overrightarrow{x}) - (\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{x})(\overrightarrow{R}_M \cdot \overrightarrow{z}) \\ (\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{x})(\overrightarrow{R}_M \cdot \overrightarrow{y}) - (\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{y})(\overrightarrow{R}_M \cdot \overrightarrow{x}) \end{pmatrix}$$

Nous prendrons comme critère d'instabilité  $\overrightarrow{R}_M = 0$  et  $\overrightarrow{R}_{M'} = 0$ . L'équation (B.10) s'écrit alors :

$$mg(\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{x}) + (\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{z})(\overrightarrow{R}_O \cdot \overrightarrow{x}) - (\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{x})(\overrightarrow{R}_O \cdot \overrightarrow{z}) = 0 \quad (\text{B.17})$$

Et l'équation (B.11) se traduit par :

$$mg(\overrightarrow{AG'} \cdot \overrightarrow{x}) + (\overrightarrow{AO'} \cdot \overrightarrow{z})(\overrightarrow{R}_{O'} \cdot \overrightarrow{x}) - (\overrightarrow{AO'} \cdot \overrightarrow{x})(\overrightarrow{R}_{O'} \cdot \overrightarrow{z}) = 0 \quad (\text{B.18})$$

Nous avons supposé que  $\overrightarrow{OO'} \cdot \vec{x} = 0$  et  $\overrightarrow{OO'} \cdot \vec{z} = 0$ , ce qui nous permet d'écrire

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AO'} \cdot \vec{x} &= \overrightarrow{AO} \cdot \vec{x} \\ \overrightarrow{AO'} \cdot \vec{z} &= \overrightarrow{AO} \cdot \vec{z}\end{aligned}$$

Avec  $\vec{R}_M = 0$  et  $\vec{R}_{M'} = 0$ , l'équation (B.9) induit :

$$\begin{aligned}\vec{R}_{O'} \cdot \vec{x} &= -\vec{R}_O \cdot \vec{x} \\ \vec{R}_O \cdot \vec{z} + \vec{R}_{O'} \cdot \vec{z} &= (m + m')g\end{aligned}$$

En sommant (B.17) et (B.18) compte-tenu de ce qui précède, nous obtenons

$$mg\overrightarrow{AG} \cdot \vec{x} + m'g\overrightarrow{AG'} \cdot \vec{x} - \overrightarrow{AO} \cdot \vec{x} \cdot (m + m')g = 0$$

Si nous définissons  $U$  comme étant le centre de gravité de l'ensemble des 2 solides, nous pouvons écrire :

$$(m + m')\overrightarrow{AU} = m\overrightarrow{AG} + m'\overrightarrow{AG'}$$

Nous aurons alors

$$\overrightarrow{AU} \cdot \vec{x} = \overrightarrow{AO} \cdot \vec{x}$$

c'est-à-dire

$$\overrightarrow{OU} \cdot \vec{x} = 0 \tag{B.19}$$

La projection du centre de gravité global dans le plan horizontal se trouve sur l'arête  $\overrightarrow{OO'}$  du polygone de sustentation.

Ce résultat indique la validité du critère du polygone de sustentation pour un engin à pont oscillant (cas particulier  $\overrightarrow{O'A} \cdot \vec{y} = 0$ ) comme pour un engin à articulation centrale.

Nous avons limité notre calcul au cas  $\vec{R}_M = 0$  et  $\vec{R}_{M'} = 0$ , ce qui est très simplificateur. Il conviendrait d'examiner le critère géométrique applicable au cas  $\vec{R}_M = 0$  et  $\vec{R}_{M'} \neq 0$ .

Nous le ferons pas dans le cas spécifié. En effet, nous remarquerons que les équations déjà posées ne suffisent pas à résoudre le calcul de l'ensemble des réactions. Même en spécifiant le coefficient de frottement en chacun des appuis, nous ne pourrions terminer le calcul. Dans ce problème à deux corps, étudier l'instabilité de l'ensemble à partir du critère d'un point à réaction nulle revient en fait à envisager l'instabilité dynamique, et à réaliser une intégration temporelle numérique, c'est-à-dire une simulation.

Par contre, nous étudions succinctement au chapitre 5 le cas de la réaction nulle d'un appui en supposant l'autre corps fixé au sol. Nous pouvons ainsi apprécier séparément la stabilité du tracteur et de la remorque et proposer un critère heuristique quasi-statique.

## B- Limite de devers

### B.2 Centres de gravité

Nous donnons dans le tableau B.1 la liste des corps du modèle dynamique approximatif d'un porteur réel. Les noms des corps reprennent la nomenclature définie au chapitre 5.

Lorsque la remorque est vide, la grue est repliée.

Pour la remorque à mi-charge, nous ajoutons des billons et modifions la configuration de grue. Les lignes modifiées figurent au tableau B.2.

Pour la remorque à pleine charge, nous remplissons la remorque de billons et modifions une nouvelle fois la configuration de grue. Les lignes modifiées figurent au tableau B.3.

Corps	Masse (tonnes)	XCG(mm)	YCG(mm)	ZCG(mm)
TRACTEUR (f)	4,577	2470	0	423
PIVOT (f)	,280	168	0	25
REMORQUE (r)	3,315	-1962	0	280
GRUEV (g)	1,897	-1349	0	1079
BGAV (b1)	1,031	1850	494	-221
ROUE1 (b1)	,312	2597	1154	-370
ROUE3 (b1)	,312	1103	1154	-370
BDAV (b2)	1,031	1850	-494	-221
ROUE2 (b2)	,312	2597	-1154	-370
ROUE4 (b2)	,312	1103	-1154	-370
BGAR (b3)	1,031	-3400	494	-221
ROUE5 (b3)	,312	-2653	1154	-370
ROUE7 (b3)	,312	-4147	1154	-370
BDAR (b4)	1,031	-3400	-494	-221
ROUE6 (b4)	,312	-2653	-1154	-370
ROUE8 (b4)	,312	-4147	-1154	-370
$se_f = \{f, b1, b2\}$	8,167	2139,8	0	125,58
$se_r = \{r, g, b3, b4\}$	8,522	-2384,07	0	241,45
$ens = se_f \cup se_r$	16,689	-170,25	0	184,75

TAB. B.1 – centre de gravité du porteur forestier à vide

Corps	Masse (tonnes)	XCG(mm)	YCG(mm)	ZCG(mm)
GRUEMC (g)	1,897	-1521	0	1800
7T BILLONS (r)	6,933	-2760	-13	1029
$se_r = \{r, g, b3, b4\}$	15,455	-2573,82	-5,83	683,23
$ens = se_f \cup se_r$	23,622	-944,15	-3,82	490,43

TAB. B.2 – centre de gravité du porteur forestier à mi-charge

### B.3 Limite statique de l'angle de devers

Ceci nous permet de calculer l'angle maximum de devers, limite de stabilité statique, lorsque l'engin est perpendiculaire à la ligne de pente du terrain. Nous aurons :

$$\Lambda_{123} = \Lambda_{234} = \Lambda_{567} = \Lambda_{678} = 0$$

$$\Theta_{123} = \Theta_{234} = \Theta_{567} = \Theta_{678} = \Theta$$

$$\beta = 0$$

$$\gamma = 0$$

Corps	Masse (tonnes)	XCG(mm)	YCG(mm)	ZCG(mm)
GRUEPC (g)	1,897	-2624	0	1986
14T BILLONS (r)	13,867	-2760	-6	1487
$se_r = \{r, g, b3, b4\}$	22,389	-2724,94	-3,72	1089,75
$ens = se_f \cup se_r$	30,556	-1424,69	-2,72	832,05

TAB. B.3 – centre de gravité du porteur forestier à pleine charge



L'angle  $\Theta$  obtenu est tel que le centre de gravité se trouve à la verticale de la ligne joignant les points d'appui des roues. On assimile en effet le contact roue-sol à un contact ponctuel, ce qui pose le problème du choix de ce point. Nous appellerons  $P_{mi}$  le point de concours de l'axe d'une roue  $i$  avec le plan coupant la roue dans sa largeur. Nous appellerons  $P_{ei}$  le point de concours de l'axe d'une roue  $i$  avec le plan tangent à la surface externe de la roue.

Pour la limite vers la gauche, nous obtenons

$$\Theta = \frac{pi}{2} + atan\left(\frac{G_{ens.z} - P_{m1.z}}{G_{ens.y} - P_{m1.y}}\right)$$

Si nous considérons séparément tracteur et remorque, et calculons les angles  $\Theta_{123}$  et  $\Theta_{567}$  de limite de stabilité

$$\Theta_{123} = \frac{pi}{2} + atan\left(\frac{G_{se-f.z} - P_{m1.z}}{G_{se-f.y} - P_{m1.y}}\right)$$

$$\Theta_{567} = \frac{pi}{2} + atan\left(\frac{G_{se-r.z} - P_{m5.z}}{G_{se-r.y} - P_{m5.y}}\right)$$

Nous pouvons calculer ces angles en prenant comme point d'appui théorique  $P_{ei}$ . L'ensemble des résultats est résumé dans le tableau B.4.

Point d'appui	Libellé angle	angle à vide	mi-charge	plein
$P_{mi}$	$\Theta$	44°	38°	32°
$P_{mi}$	$\Theta_{123}$	45°	45°	45°
$P_{mi}$	$\Theta_{567}$	43°	35°	29°
$P_{ei}$	$\Theta$	51°	45°	39°
$P_{ei}$	$\Theta_{123}$	53°	53°	53°
$P_{ei}$	$\Theta_{567}$	50°	42°	36°

TAB. B.4 – angles de devers limites théoriques

## B.4 Comparaison avec des simulations en conditions quasi-statiques

Nous allons donner ici le résultat de simulations dynamiques faites dans des conditions quasi-statiques. Nous avons choisi les conditions de simulation de façon à respecter au mieux les hypothèses idéales du calcul en statique qui donnent lieu au critère du polygone de sustentation.

Nous donnons dans l'annexe C les caractéristiques du modèle de pneu choisi. Elles sont modifiées comme suit :

### Modification des caractéristiques des pneus

**Raideur verticale** Pour éviter le tassement des pneus, important à cause du devers, et qui n'est pas pris en compte dans le calcul statique, la raideur verticale est portée à 4500 N/mm.

Dans le tableau B.5, nous ne distinguons pas la nature de l'instabilité, à savoir retournement du véhicule commençant par la remorque ou par le tracteur, le résultat final étant le même. Nous avons fait les mêmes simulations avec une raideur de pneu normale pour mesurer l'influence de cette déformation sur la stabilité quasi-statique. Les angles limites sont alors abaissés de 4° à 6°.

frein oscillation	angle à vide	mi-charge	plein
libéré	41°	32°	26°
bloqué	51°	39°	35°

TAB. B.5 – angles de devers limites obtenus par simulation

# Annexe C

## Modèle de pneu

Nous avons utilisé les modèles standard de pneus de la version 9.6 du logiciel de simulation dynamique Dads distribué par la société LMS. A partir des éléments de documentation, vérifiés au moyen de quelques tests, nous faisons ici la synthèse des modèles utilisés. Nous utiliserons les notations de la documentation du logiciel.

### C.1 Conventions

Nous appellerons profil de terrain un plan sur lequel on applique une courbe  $h(t)$  définissant la hauteur du terrain en fonction de la distance parcourue par une roue.

Nous appellerons cap d'un pneu la direction qui est l'intersection du plan median du pneu (tranche) avec le plan tangent au profil de terrain.

Nous appellerons angle de glissement  $\alpha$  l'angle entre le cap d'un pneu et la vitesse en "translation" (abscisse curviligne) du point central de l'empreinte du pneu. Si nous décomposons cette vitesse en translation dans ses composantes sur le plan du terrain, nous obtiendrons :

$(V_c)_{long}$  Vitesse longitudinale, selon le cap du pneu

$(V_c)_{lat}$  Vitesse latérale

$$\alpha = \text{atan} \left( \left| \frac{(V_c)_{lat}}{(V_c)_{long}} \right| \right) \cdot \text{sign}(V_c)_{lat}$$

Nous appellerons taux de glissement en rotation  $S$  tel que

$$V_p = R_d \cdot \omega + (V_c)_{long} \quad \text{vitesse (longitudinale}^1\text{) du projeté du centre du pneu au sol}$$

$R_d$  rayon de dérive (deflected radius) c'est-à-dire rayon sous charge

$\omega$  est la vitesse de rotation du corps "roue"

$$S = \left| \frac{V_p}{(V_c)_{long}} \right| \cdot \text{sign}(V_p)$$

### C.2 Forces prises en compte

#### C.2.1 Forces longitudinales

##### Résistance au roulement

$$F_{rr} = -C_{rr} \cdot F_N \cdot \text{sign}((V_c)_{long})$$

<sup>1</sup> $V_p$  est en toute logique une vitesse longitudinale mais la documentation ne précise pas la direction de cette vitesse.

### Traction/Freinage

Le coefficient de friction longitudinale,  $\mu_{long}$ , est déduit du coefficient de friction nominal  $\mu$  et est une fonction de  $S$  selon la courbe donnée figure C.1 dans le cas d'un type de surface SIMPLE :

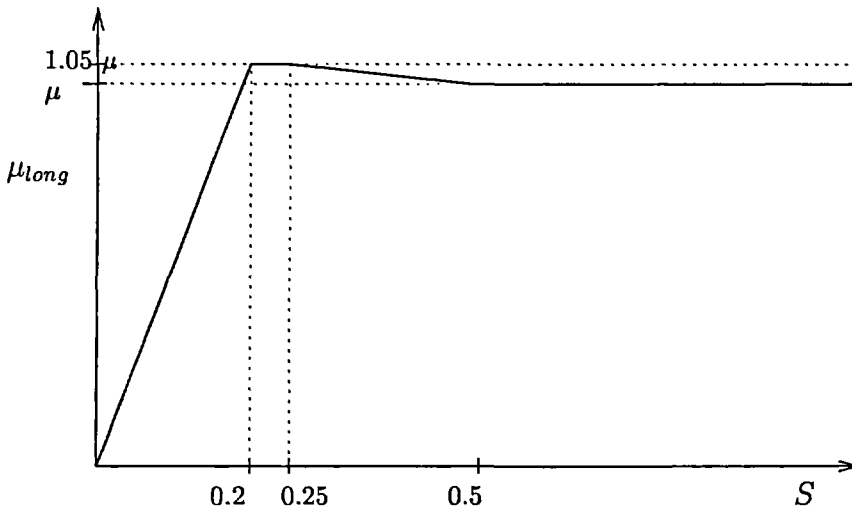


FIG. C.1 – coefficient de friction selon le taux de glissement

### C.2.2 Force latérale pour le braquage

Il existe deux mécanismes pour calculer une force latérale, lorsqu'on ne dispose pas de données expérimentales précises. Le premier (*lateral stiffness*) fonctionne comme un ressort. Le second, raideur au pivotement, (*cornering stiffness*) exerce également une force proportionnelle à un déplacement, mais ce déplacement est cette fois-ci angulaire. Il s'agit de l'angle de glissement. Cet angle est celui formé entre le "cap" (direction) de la roue et la direction du vecteur vitesse au point de contact du pneu. Soit  $\alpha$  cet angle de glissement et  $C_\alpha$  la raideur au pivotement.

La force latérale  $F_{lat}$  est alors approximée par une cubique polynomiale respectant les conditions limites suivantes :

$$\begin{aligned} F_{lat}(0) &= 0 \\ \frac{F_{lat}}{d\alpha}(0) &= C_\alpha \\ F_{lat}(\alpha_n) &= F_{max} \\ \frac{F_{lat}}{d\alpha}(\alpha_n) &= 0 \\ \alpha_n &= 2.5 \frac{F_n}{C_\alpha} \end{aligned}$$

### C.3 Paramètres utilisés dans les simulations selon terminologie du logiciel

**modèle** : "complexe"

**tire.body** : solide "roue" (modèle 3D) qui représente la jante et dans notre cas également le pneu lui-même et sa masse

**chassis.body** : solide "bogie" (modèle 3D)

**type** : FULL (roulement du pneu et inertie pleinement pris en compte)

**radius** : rayon du pneu non déformé 675

**vertical.stiff** : raideur verticale (643 N/mm)

**damping.constant** : amortissement vertical (20 N/(mm/s))

**Num.divisions** : 100 (contact distribué)

**rolling resistance** : 250 ou 0 suivant les simulations. Ce paramètre correspond à une longueur.

Nous n'avons pas étudié dans les simulations présentées dans ce mémoire l'influence précise de ce paramètre, car nous nous sommes centrés sur le problème de la stabilité en pente. La résistance au roulement ne doit pas être confondue avec un frottement de type visqueux. En effet, la force résistante à l'avancement qu'elle crée est constante.

**friction.coeff** : coefficient de friction nominal dans le sens longitudinal ( $\mu$ ), compris entre 0 et 1.

Ce coefficient influe également sur la force latérale par un mécanisme de limitation. Valeur choisie pour la modélisation en virage : 0.9

**cornering.stiff** 40000

**steer.angle** : nul, la direction est assurée par l'articulation centrale du véhicule

**rolling.radius** : 643 Si le modélisateur ne précise pas cette valeur, c'est la valeur du rayon sous la charge effective (compte-tenu de la force normale et de la raideur verticale). Nous disposons de cette donnée, mais elle n'avait pas d'influence dans les cas qui se sont présentés.

**surface.type** : SIMPLE (Dans ce cas, le coefficient de frottement longitudinal effectif est une fonction simple du paramètre **friction.coeff**)

**long.stiff** et **long.damp** : nuls

**section.height** : 370

**section.width** : 700

**lateral.stiff** : (choisi comme proportion de la raideur verticale). La force latérale qui en résulte s'ajoute à la force latérale de friction (résultant du paramètre **cornering.stiffness**)

**lateral.damp** : 0

**roll.moment** : FALSE (nous ne calculons pas la déflexion latérale du pneu et le moment de roulis qui en résulte à la roue).



## Annexe D

# Format des fichiers de description des signaux

Nous donnons ci-dessous, par l'exemple, le format que nous utilisons pour la description des signaux dans le cadre du calcul d'automates à états finis. L'exemple est celui traité à la section 5.6 de ce mémoire. Le signe % est le caractère de mise en commentaires. Le mot-clé *domains* qui suit chaque occurrence SIGNAL est un identificateur de la classe de signaux utilisée ici, qui permet d'instancier la bonne classe à la lecture.

```
$QA 0.0
$DETAILED SIGNALS
```

```
[system_section GROUP]
GROUP : 'forwarder'
{
'system' % type
('none')
1 % identifier
-1 % parent identifier
}
```

```
GROUP : 'tractor'
{
'moving base' % type
('with bogies')
2 % identifier
1 % parent identifier
}
```

```
GROUP : 'trailer'
{
'moving base' % type
('with bogies')
3 % identifier
1 % parent identifier
}
```

```
GROUP : 'bogiel'
{
```

```
'bogie' % type
('front left wheels 1 and 3')
4 % identifier
2 % parent identifier
}
```

```
GROUP : 'bogie2'
{
'bogie' % type
('front right wheels 2 and 4')
5 % identifier
2 % parent identifier
}
```

```
GROUP : 'bogie5'
{
'bogie' % type
('rear left wheels 5 and 7')
6 % identifier
3 % parent identifier
}
```

```
GROUP : 'bogie6'
{
'bogie' % type
('rear right wheels 6 and 8')
7 % identifier
3 % parent identifier
}
[end]
```

```
[system_section SIGNAL]
```

```
SIGNAL domains : 'firstlength5'
{
1 % 1=true if input
0 % 1=true if output
'tire radius' % type
(' limited')
22 % identifier
'forwarder :trailer :bogie5' % group name(full path)
-1 % priority (-1 means inherited)
1 % 1=true if printed out
'mm' % unit
2 interval(s) % nb of intervals
active ]0 675[ T=R % inactive order S,T,F
inactive [675 2000[ T=P % inactive
}
```

```
SIGNAL domains : 'secondlength5'
```



```

{
1 % 1=true if input
0 % 1=true if output
'tire radius' % type
(' limited')
23 % identifier
'forwarder :trailer :bogie5' % group name(full path)
-1 % priority (-1 means inherited)
1 % 1=true if printed out
'mm' % unit
2 interval(s) % nb of intervals
active ]0 675[ T=R % inactive order S,T,F
inactive [675 2000[ T=P % inactive
}

```

SIGNAL domains : 'height5'

```

{
1 % 1=true if input
0 % 1=true if output
'bogie decompression' % type
(' none')
24 % identifier
'forwarder :trailer :bogie5' % group name(full path)
-1 % priority (-1 means inherited)
1 % 1=true if printed out
'mm' % unit
4 interval(s) % nb of intervals
overduty ]0 790[ F=B % overduty order S,T,F
highduty [790 840[ F=O % highduty
lowduty [840 890[ F=O % lowduty
underduty [890 2000[ F=B % underduty
}

```

SIGNAL domains : 'hrate5'

```

{
1 % 1=true if input
0 % 1=true if output
'bogie decompression speed' % type
(' none')
25 % identifier
'forwarder :trailer :bogie5' % group name(full path)
-1 % priority (-1 means inherited)
1 % 1=true if printed out
'mm/s' % unit
3 interval(s) % nb of intervals
negative ]-10000 -10[ S=- % negative
unknown [-10 10] S=? % unknown
positive ]10 10000[ S=+ % positive
}
[end]

```