



HAL
open science

Modélisation spatio-temporelle d'un champ de pluie ; Application aux pluies journalières du bassin versant de la Loire

J.M. Lepioufle

► **To cite this version:**

J.M. Lepioufle. Modélisation spatio-temporelle d'un champ de pluie ; Application aux pluies journalières du bassin versant de la Loire. Sciences de l'environnement. Doctorat de l'Institut Polytechnique de Grenoble Spécialité : Océan, Atmosphère, Hydrologie, INPG, Grenoble, 2009. Français. NNT : . tel-02592808

HAL Id: tel-02592808

<https://hal.inrae.fr/tel-02592808v1>

Submitted on 15 May 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE l'Institut Polytechnique de Grenoble

Spécialité : Océan, Atmosphère, Hydrologie

préparée dans l'**Unité de Recherche Hydrologie-Hydraulique, Cemagref (Lyon)**

dans le cadre de l'**Ecole Doctorale Terre, Univers, Environnement**

présentée et soutenue publiquement

par

Jean-Marie LEPIOUFLE

le 16 juillet 2009

**Modélisation spatio-temporelle d'un champ de pluie
Application aux pluies journalières du bassin versant de la Loire**

DIRECTEURS DE THESE

Jean-Dominique CREUTIN

Etienne LEBLOIS

JURY

M. Charles OBLED	INPG	Président
Mme Chantal de FOUQUET	ENSMP	Rapporteur
M. Christian ONOF	Imperial College London	Rapporteur
M. Jean-Dominique CREUTIN	LTHE	Directeur de thèse
M. Etienne LEBLOIS	Cemagref	Co-Directeur de thèse
M. Vazken ANDREASSIAN	Cemagref	Examineur
M. Rémy GARÇON	EDF DTG	Invité

Résumé

Les références d'aléa climatique, si elles doivent être représentatives de plusieurs décennies, doivent encore aujourd'hui valoriser les informations spatialement éparpillées et temporellement agrégées que sont les valeurs journalières observées sur les réseaux pluviométriques patrimoniaux.

La présentation clairessemée de ces informations n'empêche pas, si l'on prend au sérieux le fait que les précipitations se déploient dans le temps et dans l'espace, d'élaborer une perspective du champ précipitant comme processus spatio-temporel intermittent (superposition d'un champ de variabilité en soi et d'un champ d'indicatrice de pluie, ensemble soumis à l'advection). La géostatistique permet d'établir les liens entre la structure de ce processus et la façon dont les caractéristiques statistiques observables évoluent avec le support de mesure – autant support temporel (cumul pluviométrique) que support spatial (pluie de bassin). Une stratégie est proposée pour l'inférence des paramètres permettant de retrouver, après agrégation temporelle, un champ de caractéristiques données.

Ce travail pose donc les bases d'une modélisation spatio-temporelle effective des champs pluvieux, basée sur l'identification d'un processus à partir des caractéristiques statistiques les plus importantes pour l'hydrologie : l'espérance mathématique et la variance des pluies pour différentes durées et différentes superficies.

Les limites de l'approche sont détaillées dans le contexte du bassin de la Loire. Deux régions ont été mises en avant : l'aval du bassin de la Loire avec des processus homogènes où l'influence de l'advection est prépondérante, l'amont du bassin de la Loire marqué par une plus forte orographie. Des suggestions sont faites pour rendre compte de ces aspects, et permettent d'aboutir à une modélisation spatio-temporelle des champs de pluie journalières sur le bassin.

Abstract

Water resource management for a watershed necessitates to both assess high flow volumes and the impact of the management of water resource between different stakeholders (hydropower, irrigation, ecology...). To test different management strategies, hydrologists have developed hydrological distributed models incorporating different computational objects as digital elevation model, sub-basins, and distances to the outlet. A good characterization of rainfall variability in space and time plays an important role in the relevance of such a model as a basis for the choice of water management strategy

Climatological references of rainfall hazard must be built from observation over decades. Despite the recent availability of radar estimates, daily rainfall measurements from raingauge networks are therefore still an invaluable source of information for a precise representation of precipitation hazard.

Either from raingauge or radar estimates, it is possible to mathematically model rainfall field as a space-time intermittent process (superposition of inner variability field and rainfall indicator field, both influenced by advection). Geostatistics enables to investigate the link between an instantaneous process space-time structure and the evolution of spatial structure with time aggregation. A method is proposed to infer a relevant instantaneous process from observed rainfall statistics.

From this, an avenue is open to simulate homogeneous rainfall fields which respect major statistical characteristics for hydrologists : expectation and variance of rainfall distribution and spatial variogram for different durations.

Benefits and limits of this approach are investigated using daily rainfall data from the Loire basin in France. Two sub-regions are highlighted. A downstream zone where a quite homogeneous rainfall process can be modeled by the space-time model, and an upstream zone where interaction with orography is more present and the homogeneity assumption questionable.

Suggestions are given to take into account spatial and temporal heterogeneity so that an operational space-time model of daily rainfall on the Loire basin can be achieved.

Remerciements

Je tiens à remercier mes directeurs de thèse Jean-Dominique Creutin et Étienne Leblois pour leur confiance et la liberté qu'ils m'ont accordées durant cette thèse.

De leur attrait pour la Science, ils ont su transmettre leur insatiable curiosité pour une perpétuelle effervescence intellectuelle.

Leur personnalité, distincte l'une de l'autre, m'a permis de côtoyer deux approches utiles et complémentaires : Jean-Dominique pour sa concision et son esprit de rigueur, Étienne pour son attrait à la conceptualisation et à l'algorithmique.

Je remercie les géostatisticiens du Centre de Géosciences de Fontainebleau, notamment pour la formation à la géostatistique en 2006, qui est à l'origine du fondement théorique de ma thèse. La cueillette des cèpes irrégulièrement disposés en Forêt de Fontainebleau fut un excellent cas pratique.

Je remercie Anne Dupeyrat, Frédéric Hendrickx et Rémy Garçon (EDF) qui ont suivi ma thèse et m'ont prodigué de nombreux conseils lors des comités de pilotage.

Je remercie les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer mon travail : Charles Obled, président du jury, Chantal de Fouquet et Christian Onof, rapporteurs et Rémy Garçon, invité.

Je remercie toutes les personnes de l'UR Hydrologie/Hydraulique du Cemagref de Lyon qui m'ont accompagné tout au long de cette thèse ; notamment Michel Lang, directeur de l'unité, Hélène Faurant et Anne Eicholz rendant l'administration instantanément plus simple, Bernard Chastan, Isabelle Braud, Benjamin Renard, Christine Poulard, André Paquier (et le projet Star), Sébastien Proust l'hydraulicien sociologue, Eric Sauquet aka Coach.

Je remercie les personnes avec qui j'ai partagé mon bureau : Kamal, Judicaël et Jan.

Je remercie tous les thésards et non-thésards appartenant tout de même à la mailing-list thésard pour l'ambiance qu'ils ont su créer.

Je remercie mes colocataires Fabien et Pauline, tous leurs amis pour une vie aux mille rencontres et aux soirées inoubliables dans la « Coloc Royale » et son annexe le DV1, puis Séverine et Olivier tout en sagesse.

Je remercie la clique des N'imp, Mathieu et Sandra, Karine et Julien, et Monsieur Édouard, mais également les locaux, Sophie et le gang des frères et sœurs Faure, Roland et ses colocataires pour m'avoir hébergé durant la préparation de ma soutenance, Ali et son épicerie pour ses merveilleux pavés aux amandes.

Je remercie Mathilde et les Z pour m'avoir confirmé qu'un monde sans pensée linéaire était

possible.

Je tiens particulièrement à remercier les très majestueux Stéphane, François, Sophie et la petite Julie, intrépides, incroyables, grands traîtres du verre unique, qui m'ont fait vivre Lyon avec bonheur : expositions, concerts, terrasses, endroits insolites, soirées les plus incroyables et impromptues...

Enfin, je remercie ma famille et mes amis de toujours qui ont été présents du début à la fin. Rien n'a valu plus que leurs encouragements.

Table des matières

Introduction générale.....	9
1 Pourquoi s'intéresse-t-on à la modélisation spatio-temporelle du champ de pluie?.....	10
1.1 Aménagement du territoire.....	10
1.2 Nécessité de disposer de scénarios de pluie spatialisés.....	12
1.3 Qu'est-ce qu'un scénario de pluie réaliste pour un hydrologue?.....	13
2 Le simulateur de pluie du Cemagref.....	13
3 Les objectifs.....	17
Chapitre 1 :Présentation des données pluviométriques journalières du bassin versant de la Loire.....	19
1 Introduction.....	20
2 Présentation des données pluviométriques.....	20
3 Représentation de la structure des données pluviométriques.....	23
3.1 Données spatio-temporelles.....	23
3.2 Variable régionalisée et fonction aléatoire.....	23
3.2.1 Représentation d'un champ spatial de pluie	24
3.2.2 Représentation d'un champ temporel de pluie	24
3.3 Stationnarité du second ordre, stationnarité intrinsèque et variogramme théorique	24
3.4 La nuée variographique et le variogramme expérimental.....	27
4 Découpage du domaine d'étude.....	28
4.1 Identification et filtrage du phénomène cévenol sur le domaine spatial.....	28
4.2 Utilisation des types de temps pour isoler les différents processus dans le domaine temporel.....	29
4.2.1 Les types de temps (EdF-DTG).....	29
4.2.2 Variogrammes temporels expérimentaux selon les types de temps.....	30
4.3 Séparation du domaine spatial en deux zones.....	30
5 Conclusion.....	35
Chapitre 2 :Modélisation géostatistique des champs de pluie.....	37
1 Introduction.....	38
2 Échelle du réseau de mesures, échelle du phénomène pluvieux.....	38
2.1 Variance d'extension et variance de dispersion.....	38
2.1.1 Variance d'extension.....	39
2.1.2 Variance de dispersion.....	40
2.1.2.1 Premier développement de la variance de dispersion.....	41
2.1.2.2 Deuxième développement de la variance de dispersion.....	41
2.1.2.3 Relation de Krige.....	42
2.2 Outil d'analyse de la représentativité du phénomène naturel par les mesures (Lantuéjoul, 1991).....	43
2.2.1 Résumé de Lantuéjoul (1991).....	43
2.2.2 Ergodicité.....	43
2.2.3 Portée intégrale.....	44
2.2.4 En pratique.....	45

2.3	Application au bassin versant de la Loire.....	45
2.3.1	Domaine spatial.....	46
2.3.2	Domaine temporel.....	48
2.3.3	Conclusion.....	50
3	Quelques modélisations possibles pour la représentation des structures spatiale et temporelle du champ de pluie.....	50
3.1	Modélisation par structure gigogne.....	51
3.1.1	Mise en place de cette modélisation.....	51
3.1.2	Vérification de la méthode sur les observations.....	52
3.1.2.1	Domaine spatial.....	52
3.1.2.2	Domaine temporel.....	53
3.1.3	Le variogramme gigogne.....	54
3.1.4	Estimation des variogrammes spatiaux et temporels.....	54
3.1.4.1	Calage heuristique des variogrammes spatiaux.....	54
3.1.4.2	Calage heuristique des variogrammes temporels.....	57
3.1.4.3	Discussion.....	59
3.2	Modélisation de la structure par une composante fractale.....	60
3.2.1	Le variogramme puissance.....	60
3.2.2	Estimation des variogrammes spatiaux et temporels.....	61
3.2.2.1	Calages des variogrammes spatiaux.....	61
3.2.2.2	Calages des variogrammes temporels.....	63
3.2.2.3	Discussion.....	64
4	Discussion.....	65
5	Conclusion.....	66

Chapitre 3 :Modélisation spatio-temporelle du champ de pluie : le modèle 2D+Temps+Advection.....67

1	Introduction.....	68
2	Modélisation 2D+Temps.....	69
2.1	Le champ de pluie : phénomène spatio-temporel.....	69
2.2	Détermination du variogramme de bloc sur une durée D.....	70
3	Modèle 2D+Temps+Advection.....	73
3.1	Ajout d'une advection dans le modèle 2D+Temps.....	73
3.1.1	Non-totale symétrie de la structure spatio-temporelle.....	73
3.1.2	Prise en compte d'une advection dans le variogramme.....	73
3.1.2.1	Direction de l'advection et de l'interdistance.....	73
3.1.2.2	Vérification de la non-totale-symétrie.....	74
3.2	Détermination du variogramme de bloc sur une durée D.....	74
4	Applications pratiques.....	75
4.1	Modèle 2D+temps.....	76
4.1.1	Évolution du variogramme spatial agrégé dans le temps.....	76
4.1.2	Évolution de la variance de dispersion avec une régularisation dans le temps.....	77
4.2	Modèle 2D+Temps+Advection.....	78
4.2.1	Évolution du variogramme spatial agrégé en présence d'une advection.....	78
4.2.2	Influence de l'agrégation temporelle et de l'advection sur l'évolution de la portée spatiale.....	80
4.2.3	Évolution de la variance de dispersion avec la régularisation dans le temps.....	81
4.3	Modèle discret.....	82

5 Conclusion.....	86
-------------------	----

Chapitre 4 : Application du modèle 2D+Temps+Advection sur les données pluviométriques journalières du bassin versant de la Loire.....89

1 Introduction.....	90
2 Signature d'une advection au sein des données pluviométriques du bassin versant de la Loire.....	90
2.1.1 Méthode de détection d'une advection dans les données pluviométriques.....	90
2.1.2 Détection d'une advection au sein des données pluviométriques.....	92
3 Évolution des dimensions caractéristiques du modèle 2D+Temps+Advection avec la durée d'agrégation.....	93
3.1 Hypothèse de Taylor et effet diffusif.....	93
3.2 Dimensions et vitesse caractéristiques.....	94
3.3 Effet de l'agrégation sur les termes diffusifs.....	95
3.4 Le modèle 2D+Temps+Advection.....	96
3.4.1 Évolution de la vitesse caractéristique du modèle.....	96
3.4.2 Influence de la valeur de U.....	97
4 Estimation des variogrammes spatiaux pour différentes durées d'agrégation avec notre modèle 2D+Temps+Advection.....	97
4.1 Méthode d'estimation du variogramme ponctuel à l'aide des variogrammes expérimentaux et des variances aux durées d'agrégation supérieures.....	97
4.1.1 Calage semi-analytique à l'aide de la méthode du simplex.....	98
4.2 Résultats.....	99
4.3 Positionnement des dimensions caractéristiques pour différentes durées, issues du modèle 2D+Temps+Advection, dans un diagramme de type Orlandi (1975).....	103
5 Conclusion.....	105

Chapitre 5 : Prise en compte d'une décomposition du champ de pluie : le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition.....107

1 Introduction.....	108
2 Décomposition du variogramme spatio-temporel d'un champ de pluie.....	108
2.1 Au préalable.....	108
2.2 Variabilité en soi et transition.....	109
2.3 L'indicatrice de pluie.....	110
2.4 La proportion de valeurs non-nulles.....	111
2.5 Forme finale de la décomposition : de la nuée variographique au variogramme théorique.....	112
3 Modélisation du variogramme spatio-temporel avec décomposition : 2D+Temps+Advection+Décomposition.....	113
3.1 Le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition.....	113
3.2 Forme du variogramme de transition dans le cas où la variabilité en soi et l'indicatrice sont indépendantes.....	113
3.3 Évolution du variogramme de transition avec l'agrégation temporelle.....	116
4 Estimation des variogrammes spatiaux pour différentes durées d'agrégation avec le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition.....	117
4.1 Paramètres des variogrammes ponctuels à estimer.....	117
4.2 Application aux données pluviométriques journalières de la zone aval du bassin	

versant de la Loire.....	118
5 Conclusion.....	119
Conclusion générale et perspectives.....	123
1 Conclusion générale.....	124
2 Perspectives.....	126
2.1 Adaptation du simulateur au modèle.....	126
2.2 Discussion sur la séparation de la région d'étude en deux zones.....	126
2.3 Critique sur les types de temps utilisés.....	127
2.4 Paramètres observables.....	127
Références bibliographiques.....	129
Annexes.....	135
Annexe 1 : Liste des pluviomètres du réseau de mesure.....	136
Annexe 2 : Analyse succincte des types de temps EdF-DTG.....	138
Annexe 3 : Formes analytiques des modèles utilisés.....	145
Forme analytique des dérivées du modèle sphérique.....	145
Modèle théorique.....	145
Variogramme spatio-temporel.....	145
Variance de dispersion.....	148
Forme analytique des dérivées du modèle exponentiel.....	150
Modèle théorique.....	150
Variogramme spatio-temporel.....	150
Variance de dispersion.....	150
Annexe 4 : Méthode du simplex de descente en plusieurs dimensions.....	151
Annexe 5 - Calages obtenus pour les zones Aval et Amont de la Loire et les différents types de temps Schadex.....	153

Table des figures

Figure 1: Bassin versant avec différents types d'aménagements : zones d'habitation (a), d'activité agricole (b), de production énergétique (c)	10
Figure 2: Bassin versant de la Loire à Chinon et la position des ouvrages nucléaires EDF : Belleville, Dampierre, St Laurent, Civaux et Chinon	11
Figure 3: Exemple d'objets présents dans un modèle hydrologique distribué : a- Modèle Numérique de Terrain, b- Sous-bassins, c- Distance à l'exutoire	12
Figure 4: Évolution d'une cellule pluviométrique représentant un scénario de pluie dit réaliste dans le domaine de l'hydrologie : a- évolution dans le domaine spatio-temporel, b- présence d'une advection, c-cohérence entre les traces pluviométriques d'une durée d'agrégation à une autre	14
Figure 5: Schéma de la structure spatiale d'un événement de pluie(Wheater et al, 2005)	14
Figure 6: Aperçu de la méthode de simulation mise en œuvre au sein du générateur de pluie du Cemagref	16
Figure 7: Prise en compte de l'intermittence dans le champ de pluie ; produit de deux champs indépendants: un champ de pluie non-nulle (F) et un champ d'indicatrice de pluie (I). D'après Ramos, 2002)	17
Figure 1.1: Localisation des pluviomètres sur la zone d'étude (77 pluviomètres)	21
Figure 1.2: Principaux départements de la zone d'étude du bassin versant de la Loire	22
Figure 1.3: Cumuls mensuels de précipitation observés sur les 77 pluviomètres du bassin versant de la Loire durant la période 1970-2002 (moyenne arithmétique sur le réseau)	22
Figure 1.4: Covariance et variogramme dans le cas de l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2	26
Figure 1.5: Variogramme gigogne	27
Figure 1.6: Anisotropie zonale	27
Figure 1.7: Nuée variographique du bassin versant de la Loire au pas de temps journalier	29
Figure 1.8: Nuée variographique du bassin versant de la Loire au pas de temps journalier sans les pluviomètres de la zone dite cévenole	29
Figure 1.9: Variogrammes expérimentaux temporels relatifs aux huit types de temps sur le bassin versant de la Loire	30
Figure 1.10: Nuées variographiques spatiales pour les huit types de temps issues des 73 pluviomètres de notre zone d'étude	32
Figure 1.11: Carte des moyennes annuelles (mm/an)	33
Figure 1.12: Carte des écart-types du champ de pluie au pas de temps journalier	34
Figure 1.13: Topographie du bassin versant de la Loire provenant de la base de donnée SRTM avec une résolution de 1km ² , et positionnement des 73 pluviomètres	34
Figure 1.14: Séparation de la zone d'étude du bassin versant en deux sous-domaines : la zone aval et la zone amont	35
Figure 2.1: Positions du point au sein de la surface et du point au sein de la surface (D'après Wackernagel, 1995)	39
Figure 2.2: Domaine D composé de sous-domaines V eux-mêmes composés de sous-domaines v	42
Figure 2.3: Évolution de la variance de dispersion en fonction de l'augmentation de la surface du support. Les deux lignes verticales délimitent la région pour laquelle le coefficient a été calculé. La ligne rouge épaisse représente le cas où l'hypothèse d'ergodicité est respectée () : a- Aval du bassin de la Loire, b- Amont du bassin versant de la Loire	47
Figure 2.4: Évolution de la variance de dispersion en fonction de l'augmentation de la durée	

du support. La ligne rouge épaisse représente le cas où l'hypothèse d'ergodicité est respectée () : a- Aval du bassin de la Loire, b- Amont du bassin versant de la Loire	49
Figure 2.5: Équivalence statistique, dans un contexte de stationnarité d'ordre deux, entre une partition de plusieurs phénomènes identiques et plusieurs sous-domaines d'un phénomène (Ramos, 2002)	51
Figure 2.6: Variogrammes spatiaux expérimentaux du champ de pluie observée à l'aval du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours	55
Figure 2.7: Variogrammes spatiaux expérimentaux du champ de pluie observée à l'amont du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours	56
Figure 2.8: Variogrammes temporels expérimentaux du champ de pluie observée à l'aval du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours	58
Figure 2.9: Variogrammes temporels expérimentaux du champ de pluie observée à l'amont du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours.	58
Figure 2.10: Variogrammes spatiaux expérimentaux du champ de pluie totale observée à l'aval du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours	62
Figure 2.11: Variogrammes spatiaux expérimentaux du champ de pluie totale observée à l'amont du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours	62
Figure 2.12: Variogrammes temporels expérimentaux du champ de pluie totale et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours : a- Aval du bassin versant de la Loire, b- Amont du bassin versant de la Loire	63
Figure 2.13: Exemple du modèle Fractal-Weibull avec les paramètres suivants : , , ,	65
Figure 3.1: Schéma d'intégration utilisé pour le calcul du variogramme agrégé sur une durée	71
Figure 3.2: Variogramme ponctuel et variogrammes de bloc sur des durées valant 5, 10 et 20, ainsi que les notations des différentes variances de dispersion	72
Figure 3.3: Schéma de l'intégration à effectuer pour l'obtention d'un variogramme de bloc de durée en présence d'une advection	74
Figure 3.4: Évolution du variogramme spatial (avec un seuil de 1 et une portée L de 1) en fonction de et pour différentes agrégations de . a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel (Formulation en Annexe 3)	76
Figure 3.5: Zoom aux faibles distances d'un variogramme ponctuel en fonction de et pour différentes agrégations , a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel	77
Figure 3.6: Évolution de la variance de dispersion en fonction de la régularisation temporelle. Formulation en Annexe 3	78
Figure 3.7: Variogrammes de bloc pour une durée , en fonction de différentes valeurs d'advection : a-Modèle Sphérique, b-Modèle exponentiel	79
Figure 3.8: Variogrammes de bloc pour différentes durées , pour une valeur d'advection unitaire : a-Modèle Sphérique, b-Modèle exponentiel	79
Figure 3.9: Zoom aux faibles distances du variogramme régularisé dans le cas du modèle sphérique pour une valeur , en fonction de différentes valeurs d'advection : a-Modèle Sphérique, b-Modèle exponentiel	80
Figure 3.10: pour une valeur , en fonction de différentes valeurs d'advection , a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel	81

Figure 3.11: pour une valeur σ , en fonction de différentes valeurs d'advection v , a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel	81
Figure 3.12: Évolution évaluée numériquement de la valeur de la variance de dispersion selon une valeur d'advection allant de 0 à 5 et pour une valeur σ et τ , a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel	82
Figure 3.13: Influence de la résolution sur les variogrammes régularisés sans présence d'advection : a- K=10, b- K=5, c-K=2, d- K=1	84
Figure 3.14: Influence de la résolution et de la valeur de l'intensité de l'advection sur les variogrammes régularisés pour une régularisation D/T=0.4 : a et b- : K=10 ; c- et d- : K=5 ; e- : K=2 ; f- : K=1	85
Figure 3.15: Schéma illustrant les relations entre séparabilité, totale-symétrie et stationnarité des variogrammes spatio-temporels (d'après Gneiting 2002) et les auteurs correspondants. Notre modèle ne fait que l'hypothèse de stationnarité.	86
Figure 3.16: Champs de pluie issus du simulateur développé au Cemagref, selon le modèle initial (sans corrélation temporelle), le modèle 2D+Temps et le modèle 2D+Temps+Advection σ , pour les pas de temps t_0 , t_5 , t_{10} et t_{15}	88
Figure 4.1: Exemple de détection d'une advection σ par soustraction des valeurs variographiques σ , pour des distances allant de d_1 à d_2 et pour un décalage temporel fixe	92
Figure 4.2: Carte de la soustraction des valeurs variographiques spatio-temporelles avec un décalage temporel d'une journée : a-Zone aval, b-Zone amont	93
Figure 4.3: Processus hydrologiques en fonction de leurs dimensions caractéristiques spatiales et temporelles. (Blöschl et Sivapalan, 1995)	95
Figure 4.4: Valeurs des variogrammes expérimentaux (croix rouges), variogramme spatial ponctuel dont les paramètres sont calés en fonction du modèle sphérique et variogrammes résultants de la régularisation de 1 à 10 jours, sur la zone aval du bassin versant de la Loire	100
Figure 4.5: Valeurs des variogrammes expérimentaux (croix rouges), variogramme spatial ponctuel dont les paramètres sont calés en fonction du modèle exponentiel et variogrammes résultants de la régularisation de 1 à 6 jours, sur la zone amont du bassin versant de la Loire	101
Figure 4.6: Dimensions caractéristiques du modèle sphérique sur la zone aval du bassin versant de la Loire, en prenant σ (vert) et τ (rouge)	104
Figure 4.7: Dimensions caractéristiques du modèle exponentiel sur la zone amont du bassin versant de la Loire, en prenant σ (vert) et τ (rouge)	105
Figure 5.1: Variogrammes de transition expérimentaux du champ de pluie observé à l'aval du bassin versant de la Loire, et variance a priori (pointillé) pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours	116
Figure 5.2 : Valeurs des variogrammes expérimentaux (croix rouges), variogramme spatial ponctuel issu de la recomposition de l'expression (5.1) dont les paramètres sont calés en fonction du modèle exponentiel et variogrammes résultants de la régularisation de 1 à 10 jours, sur la zone aval du bassin versant de la Loire	119
Figure 5.3: Champs de pluie issus du simulateur développé au Cemagref, en prenant en compte l'intermittence, selon le modèle initial (sans corrélation temporelle) et le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition, pour les pas de temps t_0 , t_5 , t_{10} et t_{15}	121
Figure 1: Patrons de circulation représentant les huit types de temps	138
Figure 2: Évolution du nombre de jours de chaque type durant une année	142
Figure 3: Évolution du nombre d'événements de chaque type durant une année	142
Figure 4: Évolution de la durée d'un événement de chaque type durant une année	143
Figure 5: Les différents cas présents dans l'établissement du variogramme sphérique spatio-	

temporel	145
Figure 6: Les étapes possibles par la méthode du simplexe de descente. Le simplexe à l'état initial est présenté en haut de la figure. Après une étape, le simplexe a pu subir soit une réflexion à partir de la valeur élevée (a), soit une réflexion et une expansion à partir de la valeur élevée (b), soit une contraction unidimensionnelle à partir de la valeur élevée (c), soit une contraction multidimensionnelle à partir de la valeur faible. Une séquence d'étapes caractérisée par celles présentées converge un minimum de la fonction. Numerical Recipes in Pascal, Second Edition (1992)	152

Introduction générale

1 Pourquoi s'intéresse-t-on à la modélisation spatio-temporelle du champ de pluie?

1.1 Aménagement du territoire

L'évolution constante des activités humaines pose la question de leur impact sur l'environnement (ressource et approvisionnement en eau, sols, production agricole, pollutions, risque hydrologique, préservation de la biodiversité, etc...). Nos sociétés sont de plus en plus préoccupées par les problèmes environnementaux. Ces préoccupations sont intégrées dans des textes réglementaires nombreux, comme la Directive Cadre sur l'Eau ou les nouvelles orientations de la Politique Agricole Commune, dont beaucoup se réfèrent au concept de développement durable.

Pour illustrer ses propos, nous pouvons prendre l'exemple des acteurs du monde opérationnel qui s'intéressent à l'aménagement du territoire sur un bassin versant (figure 1) pour une bonne gestion de l'eau. Trois axes principaux prévalent : prévoir la formation des crues, prévoir l'impact de l'aménagement sur les processus hydrologiques, et optimiser la ressource en eau pour produire de l'énergie (ex : hydroélectrique).

Figure 1: Bassin versant avec différents types d'aménagements : zones d'habitation (a), d'activité agricole (b), de production énergétique (c)

Ces trois axes sont fortement dépendants de la précipitation ; en effet, selon qu'un événement pluvieux ait lieu sur une partie du bassin versant, au-dessus de deux affluents ou bien sur la totalité du bassin versant ou encore qu'il dure un ou bien dix jours, les choix à prendre pour

une bonne gestion de l'eau seront très différents. Deux termes sont alors à prendre en compte : **la persistance de l'événement et sa spatialisation.**

D'un point de vue pratique, nous pouvons citer le cas d'étude proposé par EdF R&D, co-financier de la thèse. Afin d'optimiser leurs ouvrages situés à Belleville, Dampierre, St Laurent, Civaux et Chinon (figure 2), l'organisme s'intéresse à améliorer sa connaissance de l'aléa pluviométrique sur le bassin de la Loire, notamment le risque de concomitance des crues sur les affluents.

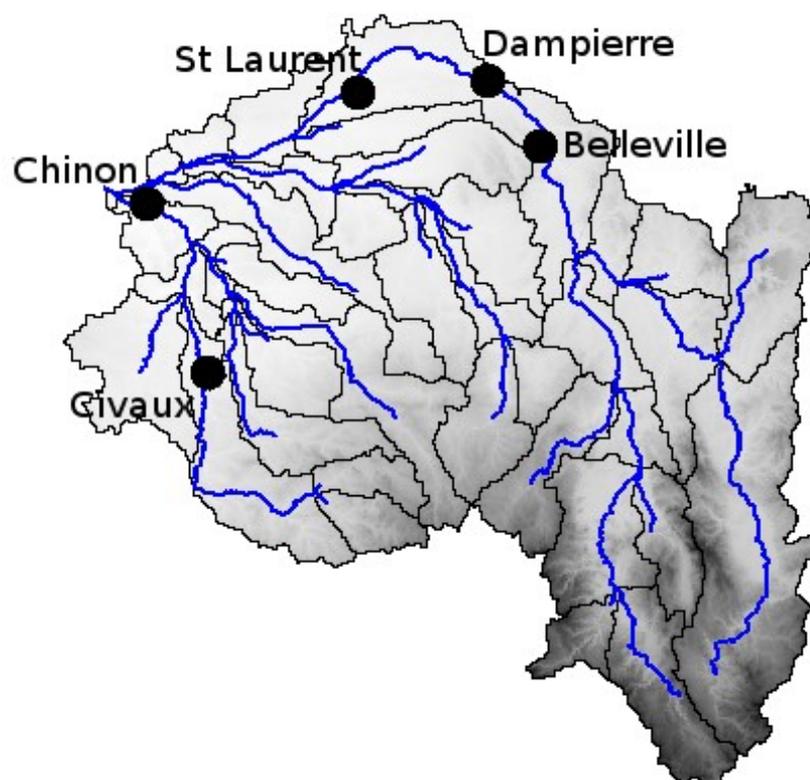


Figure 2: Bassin versant de la Loire à Chinon et la position des ouvrages nucléaires EdF : Belleville, Dampierre, St Laurent, Civaux et Chinon

Afin de tester des scénarios d'aménagement selon différents types de bassins versants, des modélisations spatialisées et intégrées du cycle de l'eau sont progressivement élaborées. Le Cemagref s'est par exemple essayé à la mise en place d'une chaîne de logiciels allant des précipitations aux crues¹, et associé à la mise en place d'une plate-forme de modélisation hydrologique distribuée².

Les modèles hydrologiques distribués sont construits à partir d'un ensemble d'objets tels que le modèle numérique de terrain, le découpage en sous-bassins, la distance à l'exutoire, ... etc (figure 3). Tous ces objets ont la particularité d'être spatialisés. L'événement de pluie doit également être un objet spatialisé, et sa spécification adéquate nous paraît faire partie intégrante de la réflexion sur les modèles hydrologiques distribués.

- 1 Couplage de trois modèles pluie - pluie/débit – hydraulique, pour tester l'effet de barrages écrêteurs de crue (Chenu, 2008).
- 2 LIQUID initiée au LTHE (Haverkamp et al., 2004) et améliorée par la suite (Dehotin, 2007 ; Dehotin et Braud, 2007).

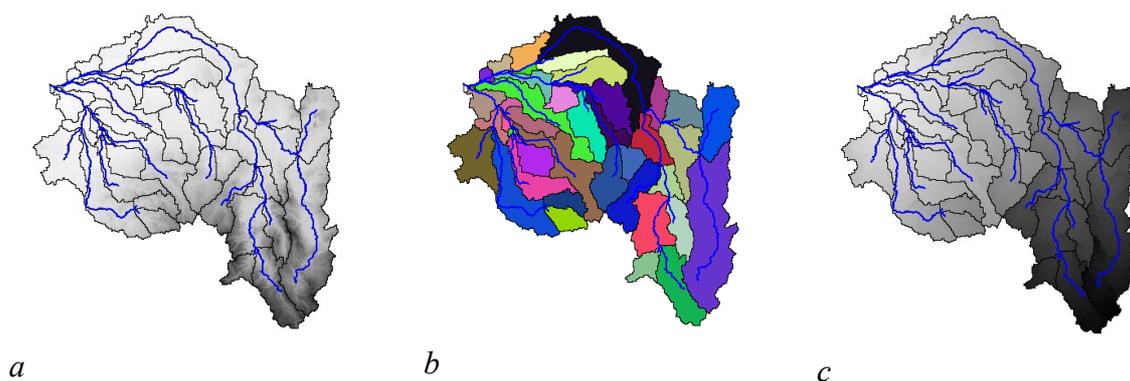


Figure 3: Exemple d'objets présents dans un modèle hydrologique distribué : a- Modèle Numérique de Terrain, b- Sous-bassins, c- Distance à l'exutoire

1.2 Nécessité de disposer de scénarios de pluie spatialisés

L'usage de telles plate-formes de modélisation pour étudier des questions liées aux ressources en eau ou au risque hydrologique (crues, étiages) impose la disponibilité de scénarios de pluie réalistes dont les échelles spatiales et temporelles soient cohérentes avec l'échelle à laquelle seront abordés les processus hydrologiques. Dans les prévisions de modèles météorologiques ou les simulations climatiques, les pluies sont fournies à des échelles spatiales (mailles de la dizaine à la centaine de km de côté) trop grandes par rapport à ce qui est requis pour des simulations hydrologiques. Malgré les progrès établis dans les modèles atmosphériques tels que Mésoscale-NH, la pluie reste par ailleurs difficile à prédire sur des périodes allant de la journée à la dizaine de jours. Une possibilité est d'améliorer ses prédictions de pluie en les désagrégant de manière cohérente avec la climatologie locale (Ramos, 2003), ce qui laisse entière la question de savoir quelles caractéristiques des pluies doivent être respectées.

La description statistique usuelle des pluies est presque toujours basée sur l'analyse de données ponctuelles issues de pluviomètres, analyse résumée par des abaques intensité - durée - fréquence, qui font toujours l'objet d'une recherche active (Burlando et Rosso, 1996., Koutsoyiannis et al., 1998., Madsen et al., 2002., Changnon, 2002.). En France, on peut signaler des réalisations cartographiques comme l'Atlas des pluies Cévennes-Vivarais (Bois et al., 1995). Cependant, même dans cette dernière réalisation, les pluviomètres restent à la base analysés un par un. L'étude de la sollicitation subie par les bassins versants s'appuie ensuite sur la notion délicate de pluviomètre représentatif.

La pluie se déploie dans l'espace et il faut nécessairement en tenir compte lors de l'évaluation de pluies de bassin ou lors de l'analyse rétrospective d'événements observés, dont on entend apprécier la fréquence (Fernández et Salas, 1999). La manière usuelle d'évaluer une pluie associée à une surface est d'utiliser des coefficients d'abattement appliqués aux intensités ponctuelles (Sivapalan et Blöschl, 1998, Asquith et Famiglietti, 2000, De Michele et al., 2001). Il existe de fait un lien entre la structure spatiale des champs de pluie et l'abattement (Lebel et Laborde, 1988). De plus, la période de retour attribuable à une lame d'eau élevée ne dépend pas que de la superficie concernée par ce cumul mais aussi de l'assise territoriale considérée lors de la recherche de cette lame d'eau (Galéa et al., 1983).

Plusieurs axes permettent de progresser dans la description des pluies en tant que phénomène

spatial. On peut citer par exemple la télémétrie par radar, voire par satellite, mais ces outils de mesure, bien que caractérisés par des résolutions spatiale et temporelle élevées, nécessitent des corrections sophistiquées, en fait l'inversion d'une véritable modélisation de la mesure, qui ne permet pas encore de caractériser de façon simple les champs pluviométriques.

Un point important est de pouvoir tester des scénarios d'aménagement sur des bassins versants (limitation d'impacts sur les crues ou les étiages). Il est alors nécessaire de tester des configurations différentes d'aménagement, sur de longues durées. Pour cette tâche, l'utilisation de données réelles est limitante car la disponibilité de jeux de champs de pluie spatio-temporels de longue durée à haute résolution est toujours réduite, notamment pour certains contextes climatiques.

Il est donc intéressant de pouvoir disposer de simulateurs spatio-temporels de la pluviométrie, fournissant une climatologie réaliste, ceci permettant dans une certaine mesure de minimiser le problème de la disponibilité des données et surtout de disposer d'une couverture spatiale et temporelle complète et homogène.

Outre l'intérêt de fournir des scénarios de pluie aux plate-formes de modélisation, un simulateur spatio-temporel permet d'agréger et de formaliser les connaissances acquises par l'analyse physique et l'analyse statistique des phénomènes pluviométriques.

L'idée du présent travail est de générer des jeux de données pluviométriques à forte résolution spatiale et temporelle à l'aide d'un simulateur stochastique. L'approche sera basée sur les caractéristiques statistiques des champs de pluies observées.

1.3 Qu'est-ce qu'un scénario de pluie réaliste pour un hydrologue?

Pour prétendre simuler un champ de pluie, il est nécessaire de définir ce qu'est un scénario de pluie réaliste pour un hydrologue. La figure 4 constitue un ensemble de schémas simplifiés de l'évolution d'une cellule pluviométrique.

Tout d'abord, une cellule pluviométrique évolue dans le domaine spatial et temporel (figure 4a). Son évolution est attribuable d'une part à une évolution propre de la cellule, d'autre part à une advection \vec{U} (figure 4b). Des deux effets combinés résulte une cohérence observable entre la trace des cellules pluviométriques au sol d'une durée d'agrégation à une autre, et donc entre les propriétés statistiques des pluies perçues au sol (figure 4c).

Nous souhaitons que notre simulateur puisse permettre de retrouver de telles caractéristiques.

2 Le simulateur de pluie du Cemagref

La conception du simulateur se base sur une vision stochastique. Différentes approches sont présentes au sein de cette vision.

On peut tout d'abord citer l'approche phénoménologique et plus particulièrement le modèle poissonien utilisé par Amorocho et Brandstetter (1967) qui furent les premiers à utiliser un simulateur stochastique pour générer des précipitations destinées à l'hydrologie. On peut également citer les travaux de Rodriguez-Iturbe et al (1987) sur le processus phénoménologique ponctuel. Cette approche phénoménologique dans le domaine spatial et temporel se base sur le fait qu'il est possible d'observer des invariances d'échelles de certaines caractéristiques du phénomène étudié. Et, qu'à certaines échelles, il est possible d'identifier

des structures (“cells”, “storms”, événements). La figure 5 illustre la structure spatiale d'un événement de pluie instantané (durée infiniment petite) résultant d'une telle modélisation (Wheater et al, 2005).

On peut également citer l'approche multi-fractale. Des travaux ont en effet été effectués afin que le champ de pluie respecte l'évolution des caractéristiques statistiques spatio-temporelles avec l'agrégation temporelle, et qu'une distinction soit faite entre le passé et le futur : Over et Gupta (1996) et Marsan et al (1996).

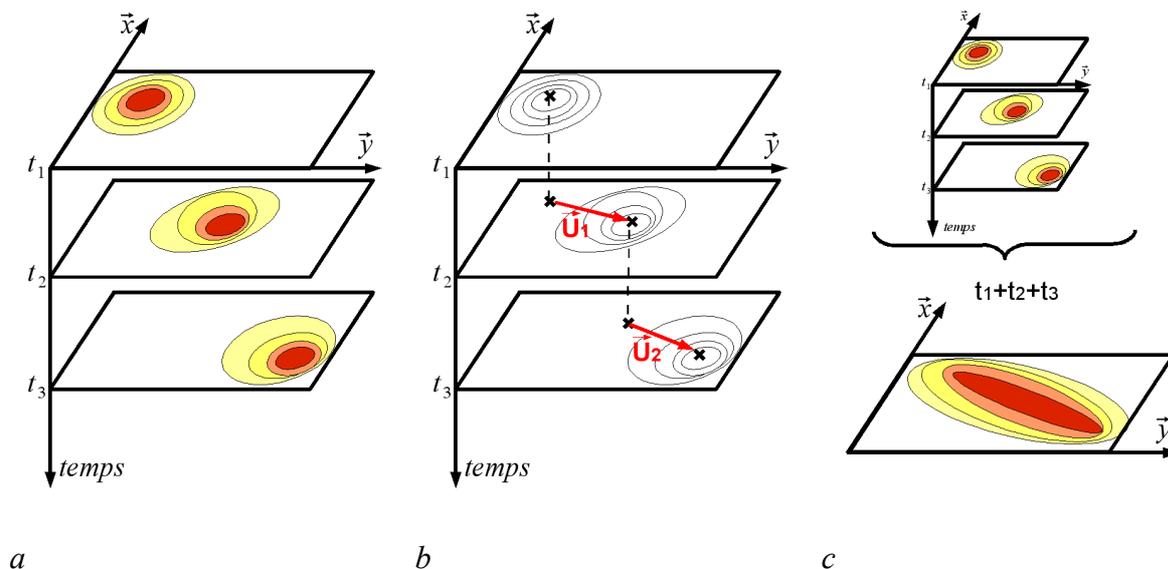


Figure 4: Évolution d'une cellule pluviométrique représentant un scénario de pluie dit réaliste dans le domaine de l'hydrologie : a- évolution dans le domaine spatio-temporel, b- présence d'une advection, c-cohérence entre les traces pluviométriques d'une durée d'agrégation à une autre

Figure 5: Schéma de la structure spatiale d'un événement de pluie(Wheater et al, 2005)

Au Cemagref, Étienne Leblois a développé un outil de simulation de champs de pluie basé sur la technique géostatistique des bandes tournantes (Matheron, 1973 ; Mantoglou et Wilson, 1982, Schlather, 2001). La figure 6 explique brièvement la méthode de simulation du générateur de pluie du Cemagref.

Trois groupes d'informations sont à mettre en entrée du générateur de pluie :

- la loi de probabilité des valeurs pluviométriques ponctuelles
- le modèle de structure spatiale des valeurs pluviométriques
- les paramètres liés à ces différentes entrées.

La méthode des bandes tournantes permet, par un processus de simulation d'une multitude de lignes, de tenir compte de ces trois entrées. La valeur en chaque point de grille résulte d'une moyenne des projections orthogonales de chacune des lignes.

Le champ simulé est alors représenté par un ensemble de points de grille dont la valeur, en chacun de ces points, est traduite par une nuance de gris, allant du plus claire pour les valeurs les plus faibles, au plus foncé pour les valeurs les plus élevées.

La prise en compte de l'intermittence dans le champ de pluie est basé sur les travaux de Barancourt et al.(1992). Le champ de pluie final est le produit de deux champs indépendants : un champ de pluie non-nulle et un champ d'indicatrice de pluie (figure 7).

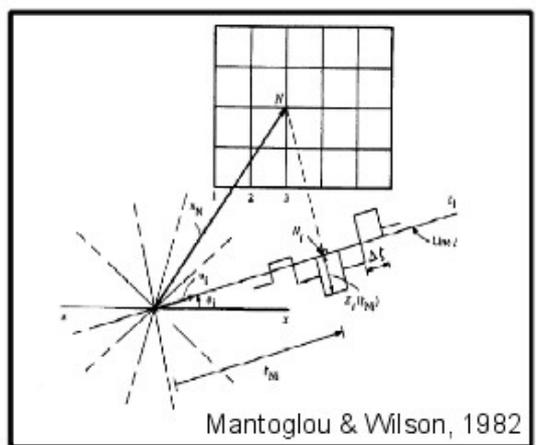
Au départ du présent travail, seuls les champs bidimensionnels étaient simulés de façon validée. L'utilisation de ce simulateur de champ de pluie couplé à une analyse des pluies associées à des superficies a notamment contribué aux travaux de thèse de Ramos (2002).

La présente thèse se situe dans la continuité de ces précédents travaux. L'objectif principal est d'adapter la méthode de simulation employée actuellement en 2D à une simulation 2D+temps afin de prendre en compte la dépendance temporelle et donc la dynamique des événements.

En entrée du simulateur

Loi de probabilité des valeurs ponctuelles
Modèle de structure spatiale
Paramètres liés à ces éléments

Méthode de simulation



Champ simulé

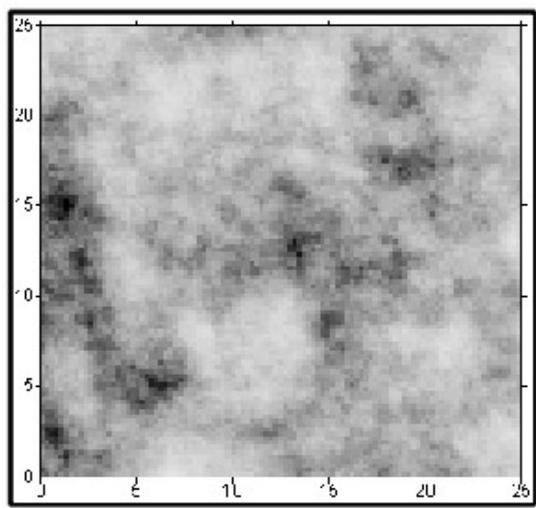


Figure 6: Aperçu de la méthode de simulation mise en œuvre au sein du générateur de pluie du Cemagref

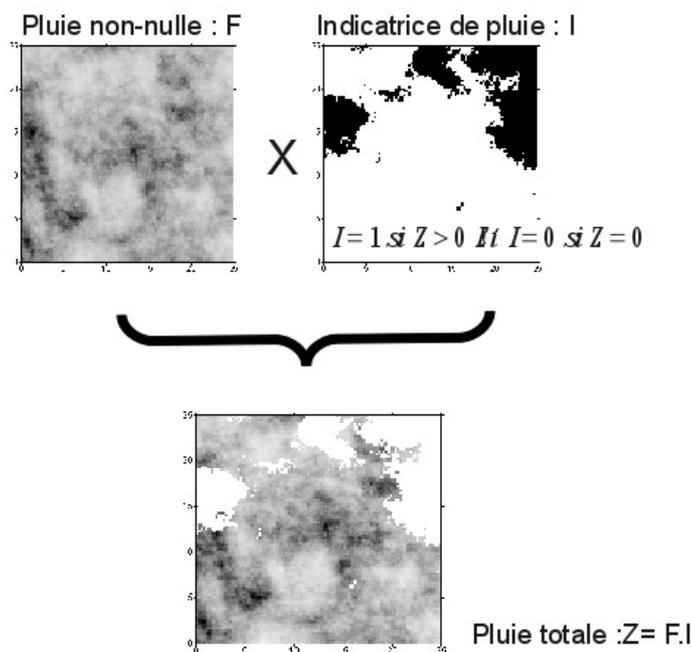


Figure 7: Prise en compte de l'intermittence dans le champ de pluie ; produit de deux champs indépendants: un champ de pluie non-nulle (F) et un champ d'indicatrice de pluie (I).
D'après Ramos, 2002)

3 Les objectifs

Nous visons dans notre travail la cohérence spatio-temporelle. Nous n'ignorons pas qu'il est nécessaire d'effectuer également une analyse de la distribution ponctuelle du champ de pluie et d'étudier son évolution avec l'agrégation spatiale ou temporelle pour en tenir compte dans le simulateur de pluie.

Le passage d'un outil de simulation spatiale à un simulateur capable de simuler des événements pluvieux s'effectue avant tout par un travail de conceptualisation. En effet, le modèle utilisé dans la simulation 2D doit être complètement repris en vue de sa généralisation en 2D+Temps.

Deux objectifs sont présents dans cette thèse :

Premier objectif :

Le premier objectif de cette thèse est d'introduire un troisième axe temporel dans la modélisation et de rendre cohérente toute évolution d'événement pluvieux dans le temps. Deux travaux sont à la base de notre étude :

- Les travaux de Lebel et al (1987) qui ont mis en avant que l'influence de l'agrégation temporelle sur la structure spatiale se traduit par un allongement de la portée spatiale.
- L'ouvrage de Journel et Huijbregts (1978) qui signale la diminution de la variance induite par toute agrégation.

Une prise en compte de la dimension temporelle impose de tenir compte également d'une cinématique possible des événements pluvieux. De nombreux travaux ont été effectués sur ce

sujet. On peut notamment citer Mellor (1996a) qui a inclus une vitesse dans son modèle de pluie, Amani et Lebel (1997) qui ont utilisé une advection pour effectuer un krigeage spatio-temporel. Cependant, aucune étude n'a été faite à notre connaissance sur le couplage d'une advection et d'une agrégation dans le temps.

Nous souhaitons donc mettre en place un tel modèle et définir d'une manière aussi précise que possible l'évolution à attendre de la structure spatio-temporelle des pluies qui seront simulées avec l'agrégation temporelle.

Deuxième objectif :

La modélisation se base sur la décomposition du champ de pluie en un champ de pluie non-nulle et d'un champ d'indicatrice de pluie (Barancourt et al., 1992). Les travaux de Ramos (2002) ont montré la pertinence de cette décomposition pour la simulation de systèmes convectifs dans la région de Marseille. Une adaptation sera faite pour permettre l'intégration de la dimension temporelle.

Toute l'approche sera développée sur la base de données pluviométriques relatives au bassin de la Loire. Ces données, d'origine EdF ou Météo-France, nous ont été fournies par EdF R&D dans le cadre de ses préoccupations relatives au bassin versant de la Loire.

Le manuscrit contient cinq chapitres :

Le chapitre 1 présente les notions principales de la géostatistique et les données pluviométriques utiles à la bonne modélisation spatio-temporelle du champ de pluie.

Le chapitre 2 présente quelques méthodes de modélisation géostatistique des structures spatiale et temporelle.

Le chapitre 3 explique l'axe principal retenu pour l'amélioration de la modélisation spatio-temporelle du champ de pluie. Outre le fait qu'il a fallu modifier le caractère tridimensionnel isotrope de la modélisation lors de la définition d'un troisième axe temporel, l'injection d'une advection a été nécessaire afin de rendre réaliste l'agrégation temporelle du champ de pluie modélisé.

Le chapitre 4 confronte le modèle spatio-temporel aux données pluviométriques du bassin versant de la Loire et discute le réalisme de notre modélisation.

Le chapitre 5 prend en compte la décomposition du champ de pluie en un champ d'indicatrice de pluie et de la variabilité en soi dans le modèle spatio-temporel.

Chapitre 1 : Présentation des données pluviométriques journalières du bassin versant de la Loire

1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de présenter le jeu de données pluviométriques sur lequel l'étude est basée et d'introduire les notions principales de la géostatistique.

Une première partie consiste en une présentation générale du jeu de données pluviométriques propre au bassin versant de la Loire.

Une deuxième partie présente la géostatistique élémentaire utilisée dans les premières analyses effectuées sur le jeu de données.

Ces analyses font l'objet de la troisième partie. Elles permettent d'effectuer une segmentation du jeu de données, dans les domaines spatial d'une part, temporel d'autre part.

2 Présentation des données pluviométriques

Les données pluviométriques mises à notre disposition par EdF R&D (Chatou) proviennent des deux établissements EdF et Météo-France.

Le réseau couvre une grande partie du bassin versant de la Loire et compte un total de 77 pluviomètres observés, au pas de temps journalier, sur la période du 01/01/1970 au 31/08/2002 (33 années). La répartition spatiale des pluviomètres sur le réseau est représentée sur la figure 1.1 et les coordonnées des pluviomètres sont reprises dans l'annexe 1. Les principaux départements de la zone d'étude du bassin versant de la Loire sont présentés sur la figure 1.2.

La superficie du réseau s'étend sur 64694 km² avec une distance moyenne entre chaque pluviomètre et son voisin le plus proche d'environ 20.3 km. La distance maximale entre deux pluviomètres est de 419.2 km. La densité des pluviomètres est très inégale sur le bassin. La résolution du réseau de pluviomètres est la plus fine dans la zone Sud-Est où la distance minimale entre deux pluviomètres descend jusqu'à 1.1 km, tandis que la distance minimale entre deux pluviomètres monte jusqu'à 13.5 km dans la zone Nord-Ouest. Ces distances joueront un rôle important dans l'analyse de la structure spatiale des champs de pluie.

La disponibilité des données est quasiment parfaite, même si certains pluviomètres présentent des périodes de lacunes présentés dans le tableau 1.1.

Les cumuls mensuels enregistrés en moyenne sur les 77 pluviomètres du réseau sont présentés sur la figure 1.3. Les précipitations mensuelles sur un pluviomètre se situent autour de 68 mm. L'année la plus pluvieuse est 1977 avec un cumul mensuel moyen de 88 mm sur un pluviomètre. L'année la moins pluvieuse est 1985 avec un cumul mensuel moyen de 38 mm sur un pluviomètre.

De manière à bien délimiter notre objet d'étude, les pluies significatives potentiellement génératrices de crue, nous considérons qu'il y a occurrence de pluie sur le domaine d'étude si au moins un pluviomètre détecte une quantité pluviométrique strictement supérieure à 3 mm par jour. Ce filtre a été introduit par MH. Ramos lors de sa thèse (2002). En deçà de cette valeur, la quantité de pluie sera considérée comme négligeable.

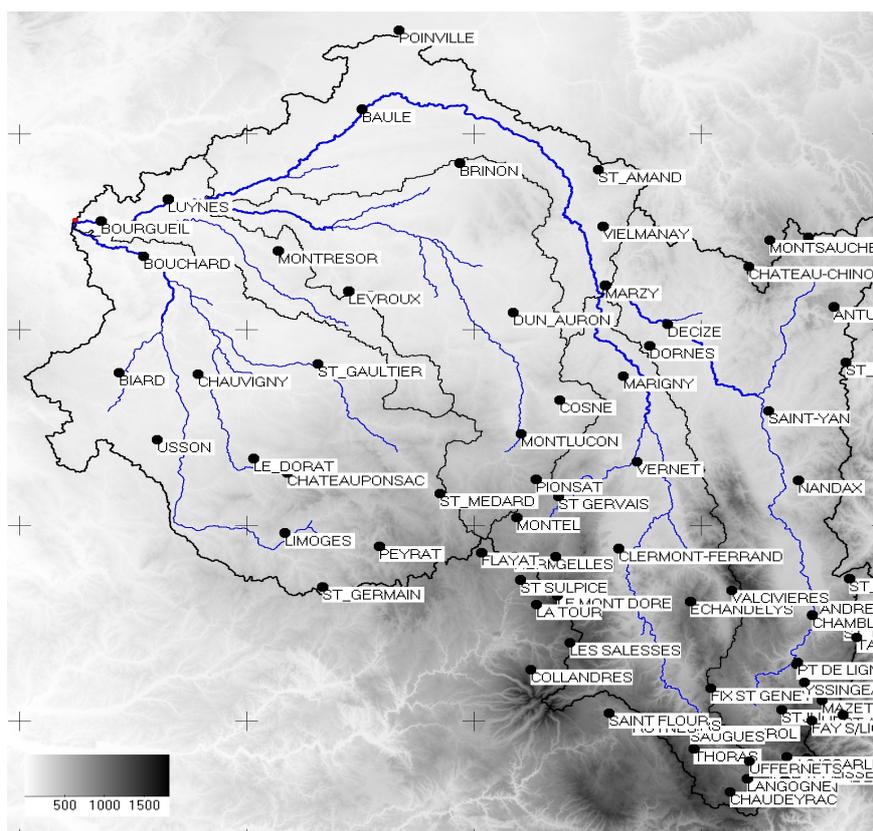


Figure 1.1: Localisation des pluviomètres sur la zone d'étude (77 pluviomètres)

Localisation	Durée (jours)	Début	Fin
Château Chinon	2717	23/12/1992	01/06/2000
St Flour	372	24/12/2003	30/12/2004
Montsauche	183	01/07/1990	31/12/1990
Herment	1491	01/12/1982	31/12/1986
Auvers	366	30/12/2003	30/12/2004
Saugues	366	30/12/2003	30/12/2004
Chaudeyrac	367	29/12/2003	30/12/2004
Uffernets	367	29/12/2003	30/12/2004
Langogne	403	23/11/2003	30/12/2004
Le Fay sur Lignon	309	04/03/2001	07/01/2002
Geny	366	30/12/2003	30/12/2004
Usclades	738	26/09/1977	04/10/1979
Usclades	647	29/11/1981	07/09/1983
Usclades	366	30/12/2003	30/12/2004
St Agrève	761	30/11/1977	31/12/1979

Tableau 1.1: Principales lacunes au sein des données

Figure 1.2: Principaux départements de la zone d'étude du bassin versant de la Loire

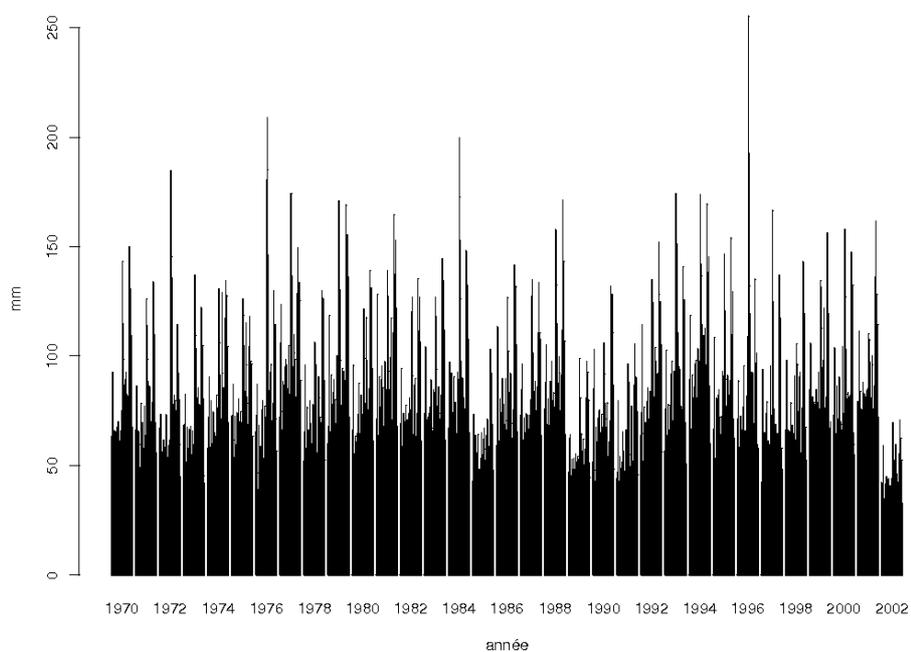


Figure 1.3: Cumuls mensuels de précipitation observés sur les 77 pluviomètres du bassin versant de la Loire durant la période 1970-2002 (moyenne arithmétique sur le réseau)

3 Représentation de la structure des données pluviométriques

Cette partie présente les notions de base de la géostatistique permettant de représenter la structure spatiale et temporelle des données pluviométriques.

3.1 Données spatio-temporelles

Comme de nombreuses données environnementales, les données pluviométriques sont enregistrées dans le domaine spatial et temporel. On les représente sous forme d'une matrice de la forme suivante :

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} t \\ e \\ m \\ p \\ s \end{array}
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \text{espace} \\ \left[\begin{array}{cccc}
 z^{1,1} & \dots & z^{i,1} & \dots & z^{N,1} \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 z^{1,j} & \dots & z^{i,j} & \dots & z^{N,j} \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 z^{1,J} & \dots & z^{i,J} & \dots & z^{N,J}
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \end{array}
 \quad (1.1)
 \end{array}$$

La variable z représente la mesure pluviométrique. À chaque ligne j correspond l'ensemble des variables enregistrées sur le réseau des N pluviomètres. À chaque colonne i correspond la chronique constituée de J éléments.

À la variable $z^{i,j}$ correspond les coordonnées spatio-temporelles (x_i, y_i, t_j) .

Deux visions sont alors possibles :

- À chaque position (x_i, y_i) correspond un champ de pluie temporel.
- À chaque temps t_j correspond un champ de pluie spatial.

Nous utiliserons ces deux visions pour analyser le jeu de données pluviométriques.

3.2 Variable régionalisée et fonction aléatoire

Un grand nombre de phénomènes naturels se présentent à l'observateur sous forme régionalisée en se déployant dans un domaine spatial et/ou temporel où ils manifestent une certaine structure. De tels phénomènes peuvent se caractériser localement par des grandeurs qui varient dans l'espace et/ou le temps. Ils constituent, par conséquent, des fonctions numériques appelées variables régionalisées (VR).

Le traitement des VR est réalisé grâce à la théorie probabiliste des fonctions aléatoires (FA) (Matheron, 1965). Des travaux similaires ont également été effectuées par Gandin (1965) dans le domaine de la météorologie sous l'appellation d'analyse objective.

Chaque valeur mesurée dans le jeu de données possède une position dans le domaine. Nous l'appelons valeur régionalisée. Un nouveau point de vue est introduit en considérant cette valeur régionalisée comme résultant d'un mécanisme aléatoire. Ce mécanisme est appelé variable aléatoire (VA).

3.2.1 Représentation d'un champ spatial de pluie

Une valeur $z(x_i, y_i, t_j)$ représente alors un tirage issu de la variable aléatoire de $Z(x_i, y_i)$ à l'instant t_j .

D'un point de vue probabiliste, une valeur régionalisée $z(x_i, y_i, t_j)$ à la position (x_i, y_i, t_j) est une réalisation d'une variable aléatoire $Z(x_i, y_i)$ faisant elle-même partie d'une famille infinie de variables aléatoires, la fonction aléatoire $Z(x, y)$.

3.2.2 Représentation d'un champ temporel de pluie

Une valeur $z(x_i, y_i, t_j)$ représente alors un tirage issu de la variable aléatoire de $Z(t_j)$ à la position (x_i, y_i) .

D'un point de vue probabiliste, une valeur régionalisée $z(x_i, y_i, t_j)$ à la position (x_i, y_i, t_j) est une réalisation d'une variable aléatoire $Z(t_j)$ faisant elle-même partie d'une famille infinie de variables aléatoires, la fonction aléatoire $Z(t)$.

3.3 Stationnarité du second ordre, stationnarité intrinsèque et variogramme théorique

Pour plus de simplicité, et afin de mettre en exergue le variogramme théorique dans le domaine spatial ou dans le domaine temporel, on utilise une FA $Z(s)$ évoluant dans un domaine pouvant être spatial ou temporel, où s peut représenter la position spatiale (x, y) ou la position temporelle (t) .

En pratique, une caractérisation suffisante de la FA est généralement fournie par l'inférence statistique de ses deux premiers moments, l'espérance de Z et de Z^2 : $E[Z(s)]$ et $E[Z^2(s)]$.

Dans le cas où le jeu de données n'est échantillonné que sur une réalisation, on rappelle que l'espérance mathématique $E[Z(s)]$ est définie par l'intégrale, sur le domaine de la réalisation $z(s)$, de $Z(s)$ pondérée par la fonction de densité indiquant la probabilité que $Z(s)$ prenne la valeur $z(s)$.

Dans le cas des données pluviométriques, nous sommes dans un contexte multi-réalisation. L'ensemble des réalisations est alors utilisé pour renforcer l'information dans le domaine choisi. Un grand nombre de réalisations permet une inférence plus robuste des moments de la FA. L'espérance est établie non pas sur la valeur régionalisée $z(s)$ mais sur sa valeur moyenne calculée sur l'ensemble des réalisations.

Si plusieurs réalisations sont disponibles dans le temps, il en résulte une analyse climatologique.

Si plusieurs réalisations sont disponibles dans l'espace, il en résulte une analyse sur un domaine spatial moyen

L'inférence des deux premiers moments est intéressante dans le cas des distributions à deux paramètres qui seront en pratique toujours liées à :

- l'espérance :

$$E[Z(s)] = m(s) \quad (1.2)$$

- la variance :

$$\text{Var}[Z(s)] = E[Z^2(s)] - E[Z(s)]^2 = \sigma^2(s) \quad (1.3)$$

Une classe particulière de processus aléatoires est la FA stationnaire d'ordre 2. La stationnarité signifie que les caractéristiques statistiques de la FA restent identiques où que l'on soit sur le domaine. C'est ce qu'on appelle l'invariance par translation. La stationnarité est une propriété de la FA et non de la VR. Comme le précise Wackernagel (1995), si dans la pratique, on parle de "VR stationnaire", il est nécessaire de comprendre que "cette VR peut être représentée par une réalisation d'une FA stationnaire".

Ainsi, en tout point de l'espace, nous avons sous cette hypothèse :

- la même moyenne :

$$E[Z(s)] = m \quad (1.4)$$

- la même variance :

$$\text{Var}[Z(s)] = \sigma^2 \quad (1.5)$$

L'hypothèse de stationnarité d'ordre 2 est parfois trop restrictive et ne permet pas de retranscrire avec réalisme les observations. Elle peut alors être remplacée par l'hypothèse intrinsèque d'ordre 0 qui consiste en ce que les accroissements de la FA respectent les conditions suivantes :

- l'espérance de la différence de deux valeurs du domaine séparées par une distance h est nulle

$$E[Z(s) - Z(s+h)] = 0 \quad (1.6)$$

- la variance de la différence de deux valeurs du domaine spatial séparées par une distance h ne dépend que de cette distance :

$$\text{Var}[Z(s) - Z(s+h)] = 2\gamma(h) \quad (1.7)$$

Ces deux propriétés d'une FAI-0 amènent à rappeler la définition du variogramme :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E\left[[Z(s) - Z(s+h)]^2 \right] \quad (1.8)$$

Le variogramme est donc une fonction de structure utilisée pour modéliser la variabilité d'un phénomène.

Dans le cas particulier d'une stationnarité d'ordre 2, le variogramme est lié à la valeur de la covariance à l'origine, à laquelle on soustrait la valeur de la covariance à la distance h (figure 1.4) par :

$$\gamma(h) = \text{Cov}(0) - \text{Cov}(h) \quad (1.9)$$

où la covariance est déterminée par :

$$\text{Cov}(h) = E[Z(s) \cdot Z(s+h)] - m^2 \quad (1.10)$$

La valeur du palier $\text{Cov}(0)$ représente la variance *a priori* de la FA. Ainsi, quand h tend vers l'infini, le variogramme tend vers la variance *a priori* :

$$\gamma(\infty) = \text{Cov}(0) = \sigma^2 \quad (1.11)$$

Quand h vaut zéro, le variogramme est également nul :

$$\gamma(0) = 0 \quad (1.12)$$

Figure 1.4: Covariance et variogramme dans le cas de l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2

Le variogramme renseigne sur la variabilité de la FA. La portée représente un estimateur de l'échelle caractéristique de la FA. Deux points espacés d'une distance supérieure à la portée auront leurs valeurs non-corrélées.

Représenter la covariance à partir du variogramme n'est pas toujours possible. En effet, le variogramme ne possède pas toujours de seuil. Cela montre bien que l'hypothèse de stationnarité du second ordre est moins générale que l'hypothèse intrinsèque.

Un point important, en pratique, sera de bien déterminer les différentes zones où une VR respecte une même hypothèse.

Un phénomène régionalisé peut être établi comme étant la somme de plusieurs sous-phénomènes indépendants agissant à différentes échelles caractéristiques. Sous hypothèse intrinsèque, une FA $Z(s)$ peut alors être construite par la somme de plusieurs FA indépendantes. Pour un modèle composé de deux FA, on obtient :

$$Z(s) = Z_1(s) + Z_2(s) \quad (1.13)$$

La moyenne des incréments de chacune des FA est nulle.

Le variogramme est déterminé par :

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= E[(Z(s) - Z(s+h))^2] \\ &= E\left[\left((Z_1(s) + Z_2(s)) - (Z_1(s+h) + Z_2(s+h))\right)^2\right] \\ &= E[(Z_1(s) - Z_1(s+h))^2] + E[(Z_2(s) - Z_2(s+h))^2] \\ &\quad + 2E[(Z_1(s) - Z_1(s+h)) \cdot (Z_2(s) - Z_2(s+h))] \end{aligned} \quad (1.14)$$

Les deux FA sont indépendantes, elles sont alors non-corrélées. Nous avons donc la simplification suivante : $E[(Z_1(s) - Z_1(s+h)) \cdot (Z_2(s) - Z_2(s+h))] = 0$.

L'expression (1.14) devient alors :

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= E[(Z_1(s) - Z_1(s+h))^2] + E[(Z_2(s) - Z_2(s+h))^2] \\ &= \gamma_1(h) + \gamma_2(h) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Les variogrammes $\gamma_1(h)$ et $\gamma_2(h)$ sont caractérisés par une portée et une variance spécifiques.

Si ces deux variogrammes n'ont aucune direction privilégiée et que les deux portées sont différentes, on se trouve dans le cas d'une **structure gignone**. Le variogramme $\gamma(h)$ présente

alors des ruptures de pente, en fonction des portées propres à chacun des variogrammes (figure 1.5).

Dans le cas où les deux variogrammes $\gamma_1(h)$ et $\gamma_2(h)$ ont chacun une direction privilégiée, on dit que l'on est en présence d'une **anisotropie zonale** (figure 1.6). Pour que la modélisation soit réaliste, il est alors important de distinguer les processus. Ceci est plus facile si l'on peut déterminer les zones où un seul processus est présent.

Figure 1.5: Variogramme gigogne

Figure 1.6: Anisotropie zonale

3.4 La nuée variographique et le variogramme expérimental

La nuée variographique représente l'ensemble des différences quadratiques des valeurs de chaque paire de points de mesures. Chacune de ces différences est ensuite positionnée dans un graphique en fonction de la distance séparant les paires de points. **Dans le cas où l'analyse est basée sur un ensemble de réalisations, la valeur variographique moyenne entre deux points séparés d'une distance h est alors déterminée par :**

$$g(h_k) = \frac{1}{2J} \sum_{j=1}^J (z^j(s) - z^j(s+h_k))^2 \quad (1.16)$$

où J représente le nombre de réalisations.

La nuée variographique est un outil d'exploration des caractéristiques spatiales et temporelles du champ de pluie. Elle permet de mettre en avant une éventuelle non-stationnarité ou une éventuelle anisotropie zonale. Une anisotropie zonale est probable dès lors qu'il y a présence de plus d'une nuée, particulièrement aux faibles distances h_k .

Une analyse de la nuée variographique permet alors de déceler différents modes de variabilité spatiale ou temporelle, chacun pouvant être représenté par un processus aléatoire.

Afin de distinguer les zones propres à chaque processus, il suffit de repérer les pluviomètres responsables de chaque nuée.

Le variogramme expérimental est obtenu à l'aide de la nuée variographique. Il est construit en calculant les valeurs variographiques moyennes pour différentes classes de distances h_k . Les classes de distances sont choisies de telle manière que le nombre de valeurs variographiques soit égal au sein de chacune d'elles. Le variogramme expérimental s'écrit :

$$\gamma^*(h_k) = \frac{1}{N_k} \sum_{h > h_{k-1}}^{h < h_{k+1}} g(h) \quad (1.17)$$

où N_k représente le nombre de paires de points dans la classe h_k .

Le variogramme expérimental est utilisé pour choisir un modèle théorique s'adaptant au mieux au phénomène naturel.

4 Découpage du domaine d'étude

Un phénomène naturel est représenté par un ensemble de processus aléatoires. Chaque processus aléatoire ne peut être représenté que par une FA. Découper le domaine spatial et temporel d'étude permet de dissocier ces différents processus.

Une fois les différents processus déterminés, un découpage dans le domaine spatial est établi en fonction du respect des différentes hypothèses de stationnarité.

4.1 Identification et filtrage du phénomène cévenol sur le domaine spatial

La nuée variographique issue de l'ensemble des données pluviométriques, et sous analyse climatologique (i.e. sur un ensemble de réalisations disponibles dans le temps, cf Chapitre 1 : 3.4) se décompose en trois nuages : deux structures se dégagent autour de paliers égaux à 110 et 80 mm² et un ensemble plus confus traduit une variabilité moindre au-dessous de 50 mm² (figure 1.7).

Le premier réflexe en visualisant cette nuée variographique est d'envisager :

- soit la présence de pluviomètres défailants ;
- soit la présence d'hétérogénéité de processus.

Une analyse de la nuée variographique par examen des pluviomètres concernés permet de mettre en exergue un processus distinct qui contribue au seuil variographique le plus haut. Ce processus se situe à l'extrême Sud-Est du réseau de mesure. Quatre pluviomètres correspondent à ce processus : St Eulalie, Usclades, Mazan, La Palisse. On appellera cette zone la zone cévenole, en raison de la proximité de la région des Cévennes. Le bas du nuage correspond au reste et donc à la plus grande partie du réseau de pluviomètres. La structure intermédiaire est la conséquence de l'interaction entre les différents processus.

L'exclusion des pluviomètres cévenols de l'analyse variographique permet de confirmer *a posteriori* la présence d'une hétérogénéité de processus. Désormais la nuée variographique (figure 1.8) paraît plus homogène. Nous étions bien dans le cas d'une anisotropie zonale.

Pour influencer sur la nuée variographique du vaste bassin de la Loire, les quatre pluviomètres dits cévenols possèdent des caractéristiques extrêmement différentes du reste de la zone. Étant donné que seuls quatre pluviomètres très localisés participent à ce type de phénomène pluvieux, ils seront exclus de l'analyse. Le réseau de pluviomètres est constitué désormais de 73 pluviomètres.

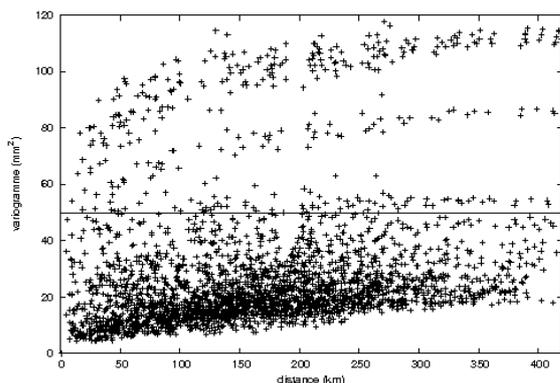


Figure 1.7: Nuée variographique du bassin versant de la Loire au pas de temps journalier

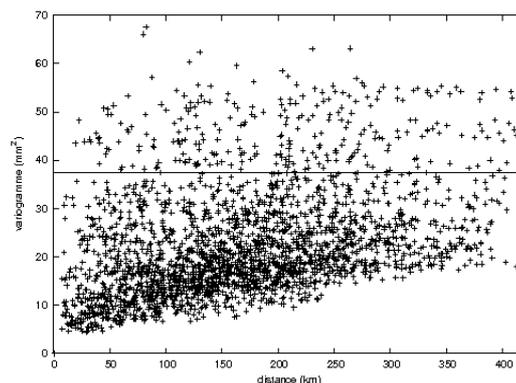


Figure 1.8: Nuée variographique du bassin versant de la Loire au pas de temps journalier sans les pluviomètres de la zone dite cévenole

4.2 Utilisation des types de temps pour isoler les différents processus dans le domaine temporel

Une analyse similaire à celle effectuée dans le domaine spatial pourrait être effectuée dans le domaine temporel. Cependant, l'hétérogénéité temporelle des pluies est manifeste. Un classement de chaque journée de la période d'étude en un certain type de temps est l'approche la plus simple pour l'isolement des différents processus aléatoires représentant le phénomène naturel global.

4.2.1 Les types de temps (EdF-DTG)

Une pratique simple pour dissocier différents processus au sein d'un domaine temporel consiste à déterminer la saison à risque du plus fort aléa pluviométrique. L'aléa maximum sera présent dans les sous-ensembles caractérisés par les distributions de pluie les plus intenses et les plus asymétriques. On peut par exemple se baser sur le coefficient de variation (mesure adimensionnelle de la dispersion des valeurs autour de leur moyenne) du champ de pluie non-nulle pour repérer les saisons à risque. Bien souvent cette analyse du coefficient de variation conclut à un découpage du champ de pluie en saison estivale et saison hivernale. Notons que la pratique opérationnelle faisant varier la saison à risque en fonction de la durée de cumul considérée n'a pas de sens pour le type de modélisation que nous visons.

Un découpage plus élaboré consiste à effectuer un découpage en « types de temps ». Lamb (1972) fut le premier à utiliser cette méthode, de manière subjective, pour déterminer les différents types de temps pour le Royaume Uni. Jenkinson et Collison (1977) ont élaboré une méthode semi-objective utilisant les pressions journalières au niveau de la mer couplées au découpage en type de temps de Lamb. Sur le domaine français, on peut citer les travaux de Bénichoux (1985).

Dans notre étude, nous nous basons sur la classification utilisée par EdF-DTG. Une brève description de cette méthode a été présentée par Paquet et al. (2006). « Dans un premier temps, une classification des journées pluvieuses a été réalisée sur la période 1953-2002 en se basant uniquement sur la forme du champ pluviométrique à l'échelle de la France. Cette classification a ensuite été transposée dans l'espace des circulations atmosphériques, identifiées à partir des formes géopotentiels 700 et 1000hPa du jour et du jour suivant,

permettant ainsi d'affecter chaque jour de la chronique traité à une classe. Plus précisément les trois choix principaux qui déterminent la notion de proximité dans l'espace des situations atmosphériques (variables retenues, extension spatiale, mesure de distance) s'inspirent de la méthode de prévision de pluie par analogues utilisée depuis 30 ans à EdF DTG (Duband (1974), Obled et al. (2002)). ».

On se souviendra que cette classification a pour caractéristique d'être très liée aux précipitations observées. Pour notre objectif descriptif, ce n'est pas un problème.

Le fichier du classement de chaque journée entre 1953 et 2005 nous a été fourni par EdF-DTG. Chaque jour de la chronique est ainsi affecté à un des huit types répertoriés. Selon Paquet et al. (2006) : « les types 1 et 2 correspondent à des régimes d'Ouest, avec un caractère ondulant pour le type 1 et au contraire stationnaire pour le type 2. Les types 3, 4 et 5 correspondent respectivement à des régimes Sud-Ouest, Sud et Nord-Est. Le type 6 contient les épisodes de « retour d'Est ». Le type 7 contient la majorité des épisodes cévenols (l'autre partie est contenue par le type 4). Enfin le type 8 correspond aux journées de type anticyclonique. ».

Une analyse succincte de ces types de temps est présentée en Annexe 2.

4.2.2 Variogrammes temporels expérimentaux selon les types de temps

La figure 1.9 représente les variogrammes expérimentaux temporels pour les différents types de temps. Les différentes valeurs de seuils atteintes par chacun des variogrammes indiquent bien différents niveaux de variabilité pour chaque type de temps. Cette hétérogénéité temporelle confirme la présence de pluies de types différents.

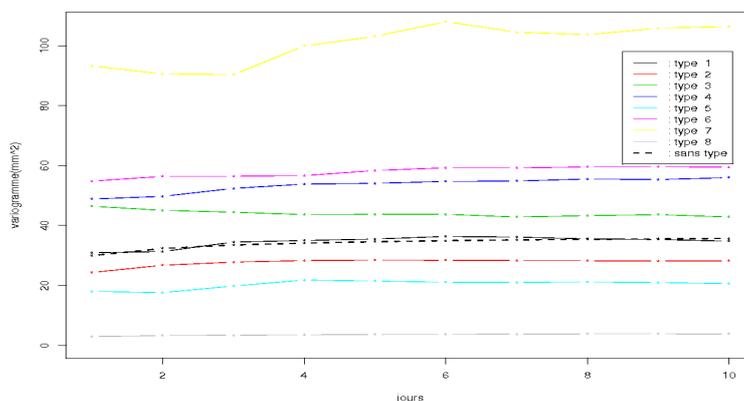


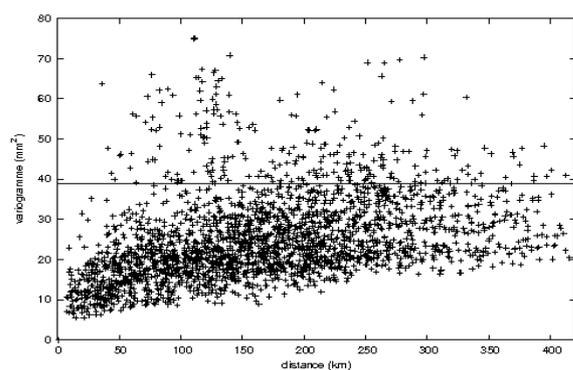
Figure 1.9: Variogrammes expérimentaux temporels relatifs aux huit types de temps sur le bassin versant de la Loire

4.3 Séparation du domaine spatial en deux zones

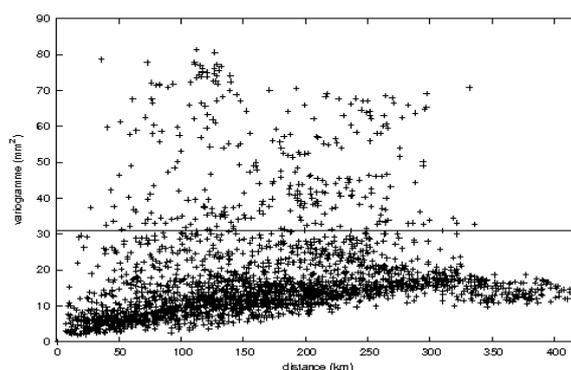
Pour quasiment chaque type de temps (hormis les types 6 et 8), une anisotropie zonale est présente dans les nuées variographiques (figure 1.10). Dans tous les cas, on peut distinguer une zone amont et une zone aval au sens de leur localisation dans le bassin de la Loire (mais la limite entre les deux zones fluctue quelque peu).

En examinant la contribution des pluviomètres individuels aux paires les plus élevées de la nuée variographique, les douze pluviomètres suivants ont pu être détectés : St Agrève, Lac d'Issarlès, Fix St Geney, Le Mont Dore, Mont Sauche, Collandre, Tarentaise, Echandelys, Yssingeaux, Issanlas, Chaudeyrac, Fay-sur-Lignon. L'ensemble de ces pluviomètres couvre les sept départements suivants : Le Cantal, Le Puy de Dôme, la Loire, la Haute-Loire, l'Ardèche, la Lozère et l'Est de la Nièvre.

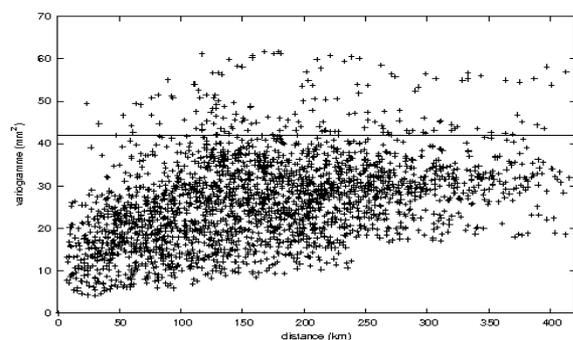
L'analyse de la répartition géographique de ces pluviomètres "clés" montre qu'ils sont situés au Sud-Est du domaine d'étude, dans les zones de topographies marquées. Mais ces pluviomètres ne jouent pas, de manière homogène, pour tous les types de temps. Afin de dissocier les différents processus, il serait nécessaire d'effectuer un découpage du domaine spatial qui évoluerait avec le temps. Pour des questions pratiques, par choix aussi de priorité dans nos objectifs, nous avons cependant décidé de découper le domaine spatial de manière fixe.



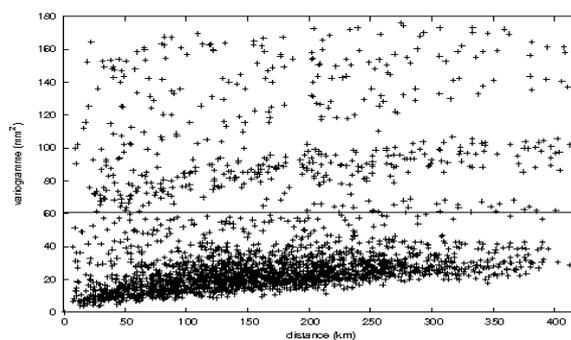
Type 1



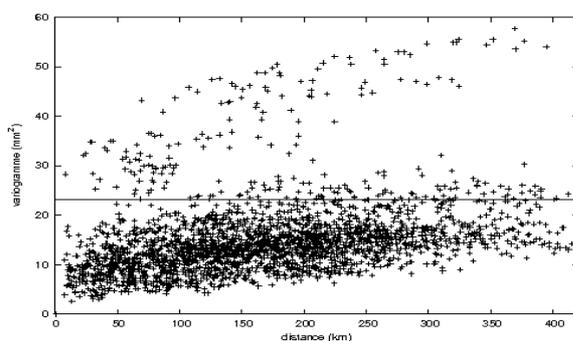
Type 2



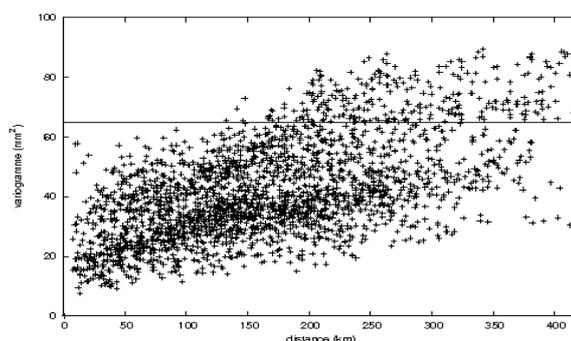
Type 3



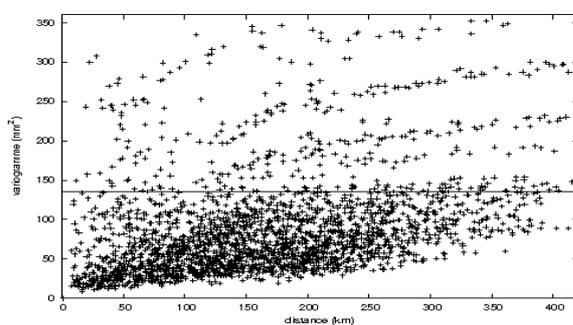
Type 4



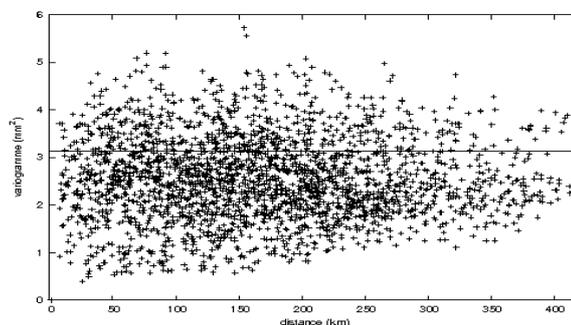
Type 5



Type 6



Type 7



Type 8

Figure 1.10: Nuées variographiques spatiales pour les huit types de temps issues des 73 pluviomètres de notre zone d'étude

Le premier choix de découpage aurait été de découper le bassin versant de la Loire en deux

zones : une première zone contenant les sept départements précédemment cités, la seconde zone regroupant le reste du bassin versant de la Loire.

Cependant, on ne souhaite pas uniquement se baser sur les différents processus indépendants, mais également sur le respect des hypothèses de stationnarité. On cherche donc à spécifier au moins une zone où les caractéristiques statistiques respectent l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux. Le choix du découpage a donc été établi en visualisant également les cartes spatiales des moyennes annuelles et des écart-types climatologiques.

La carte des précipitations annuelles moyennes (figure 1.11) a été restituée sur la période 1970-1989 par la réanalyse SAFRAN de Météo-France. SAFRAN tient compte de toutes les données d'observation disponibles, interprétées en tenant compte des gradients pluviométriques existant avec l'altitude (pour plus de détails voir Quintana Seguí (2008)).

La carte des écart-types climatologiques journaliers (figure 1.12) ont été calculés à partir de notre jeu de données pluviométriques.

Sur ces deux cartes, la zone du Nord-Ouest du bassin versant de la Loire est caractérisée par des caractéristiques peu variables. En se référant à la figure 1.1 et à la figure 1.13, représentant la topographie du domaine d'étude, on s'aperçoit que la zone Nord-Ouest du bassin versant de la Loire se situe principalement sur les zones de moindre altitude. Elle regroupe les départements de la Vienne, de l'Indre, du Cher, du Loiret, du Loir et Cher et de l'Indre et Loire, ainsi que du Nord de l'Allier et de l'Ouest de la Nièvre. On décide donc d'isoler cette zone où la valeur de la moyenne pluviométrique est d'environ 1.8 mm et la valeur de l'écart-type d'environ 4.6 mm (valeurs prises sur toutes les valeurs pluviométriques journalières nulles ou pas). Cette zone sera appelée par la suite la zone aval, conformément à sa position relative dans le bassin de la Loire.

Figure 1.11: Carte des moyennes annuelles (mm/an)

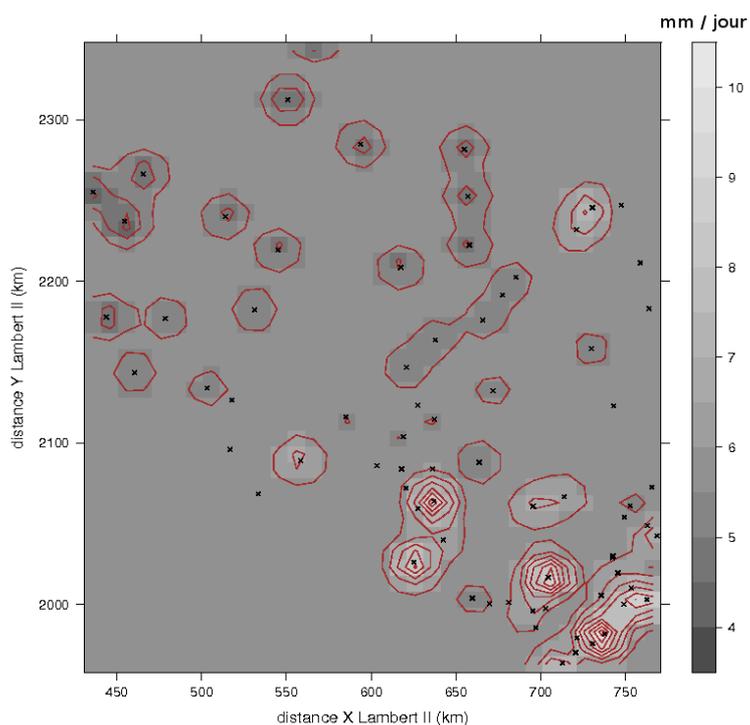


Figure 1.12: Carte des écart-types du champ de pluie au pas de temps journalier

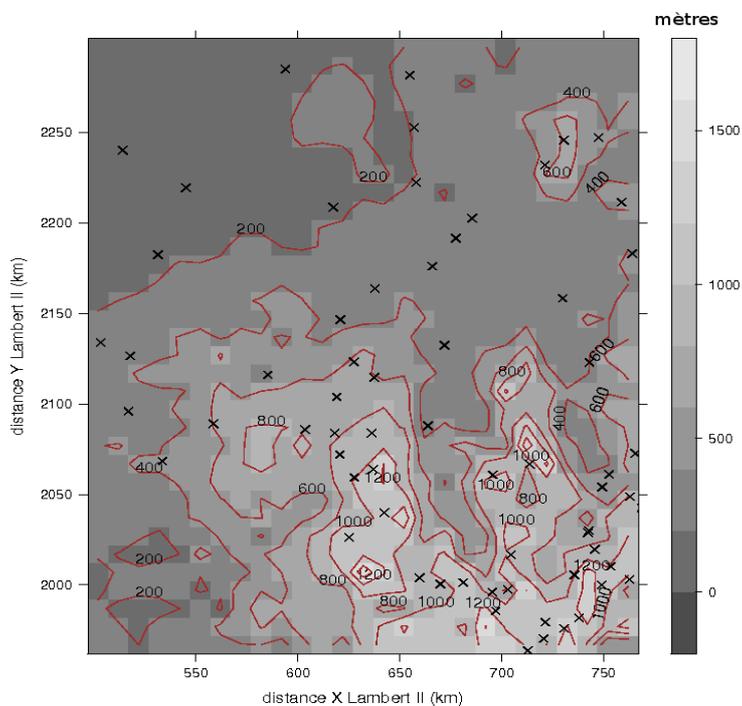


Figure 1.13: Topographie du bassin versant de la Loire provenant de la base de donnée SRTM avec une résolution de 1km², et positionnement des 73 pluviomètres

La deuxième zone est caractérisée par une altitude plus élevée et un relief plus marqué. Elle regroupe les départements suivants : la Haute Vienne, la Creuse, le Puy de Dôme, la Corrèze, le Cantal, la Lozère, la Haute Loire, l'Ardèche, la Loire, ainsi que le Sud de l'Allier, et l'Est de la Nièvre. Quatre départements sont donc ajoutés à la zone caractérisée par des processus indépendants. Cette zone sera appelée par la suite la zone amont du bassin versant.

Les deux zones aval et amont sont présentées figure 1.14. Les caractéristiques statistiques principales des pluies journalières correspondantes sont présentées dans le tableau 1.2.

	Bassin de la Loire	Zone aval	Zone amont
Moyenne (mm/jour)	2,2	1,8	2,4
Écart-type (mm/jour)	6,1	4,6	6,6

Tableau 1.2: Caractéristiques statistiques climatologiques des pluies journalières du bassin versant de la Loire et des ses deux zones aval et amont

Figure 1.14: Séparation de la zone d'étude du bassin versant en deux sous-domaines : la zone aval et la zone amont

5 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de présenter les données utilisées lors de cette thèse.

Des notions de géostatistique ont été introduites afin de comprendre les premières analyses des données pluviométriques.

Deux zones ont été distinguées sur le réseau de mesure du bassin versant de la Loire. La zone dite aval du bassin versant où le phénomène pluvieux peut être représenté par un processus respectant l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux, et la zone amont où le processus pluvieux semble influencé par un relief plus marqué. Quatre pluviomètres ont été isolés et écartés de l'étude ; ces pluviomètres situés à l'extrême Sud-Est du bassin versant de la Loire présentaient des caractéristiques cévenoles étrangères à celles du réseau et dont nous savons par ailleurs qu'elles méritent une étude séparée (cf travaux OHMCV).

L'utilisation des types de temps permet de regrouper les phénomènes pluviométriques dont les

caractéristiques statistiques sont similaires. L'utilisation des types de temps fournis par EdF DTG a permis un découpage du jeu de données pluviométriques dans le domaine temporel.

D'autres voies d'études auraient pu être poursuivies, tentant de ne pas séparer le domaine en deux zones afin de garder un maximum d'information sur le domaine d'étude. Ainsi, une solution aurait pu être d'améliorer la stationnarité du signal en ramenant les valeurs pluviométriques à une distribution ponctuelle standard, i.e. diviser chaque valeur pluviométrique par une valeur index (moyenne par exemple) propre à chaque pluviomètre. Nous ne l'avons cependant pas retenue, car elle n'aurait permis qu'une homogénéisation au premier ordre, d'autres éléments (variabilité spatiale par exemple, chose essentielle pour nous) résistant à ce genre d'opérations.

Chapitre 2 : Modélisation géostatistique des champs de pluie

1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de discuter de l'adéquation de différents modèles géostatistiques à la représentation des structures spatiale et temporelle des champs pluvieux. Le choix entre les différents modèles résultera d'un diagnostic relatif à la représentativité du domaine de mesures par rapport aux échelles du phénomène naturel. L'outil diagnostique est construit sur les bases des travaux de Lantuéjoul (1991).

Dans un premier temps, cet outil diagnostique est présenté.

Dans un deuxième temps, quelques modèles variographiques sont ajustés aux données pluviométriques des deux zones du bassin versant.

Enfin, une discussion sur la méthode de modélisation est présentée, qui amène à la nécessité d'autres choix de modélisation.

2 Échelle du réseau de mesures, échelle du phénomène pluvieux

Le choix d'une modélisation provient d'une idée que l'on se fait du comportement de la nature. Elle doit aussi se conformer à ce que l'on peut déduire des mesures.

Un phénomène météorologique peut se déployer sur un vaste domaine spatial et temporel : les mesures ne traduisent pas nécessairement le phénomène pluvieux dans sa globalité. Si l'on souhaite modéliser la structure d'un champ de pluie sur la base de mesures pluviométriques, le réseau de mesures doit couvrir des échelles spatiales et temporelles suffisantes au regard de celles du processus observé.

Dans cette partie, on expose des éléments tirés de l'article de Lantuéjoul (1991). Cet article présente un outil d'analyse de la représentativité des mesures par rapport aux caractéristiques de phénomène naturel. Cet outil permet une réflexion sur le choix d'une modélisation adaptée à la structure spatiale et temporelle de la pluie.

Afin de bien comprendre cette synthèse, la variance de dispersion doit tout d'abord être introduite. Une application de l'outil d'analyse de la représentativité a ensuite été effectuée sur les valeurs pluviométriques des sous-domaines aval et amont du bassin de la Loire, et ce, d'abord dans l'espace, puis dans le temps.

2.1 Variance d'extension et variance de dispersion

Les estimations de valeurs pluviométriques ne correspondent pas forcément à des pluies ponctuelles. Elles peuvent représenter des moyennes sur des surfaces ou bien des intervalles de temps, que l'on appelle support. Le calcul de la variance de cette moyenne dépendra de ce support.

Pour la présentation de cette notion, on se place dans le cas d'un support spatial. Tout ce qui suit peut également être adapté à un support temporel.

Avec les variables régionalisées, il est nécessaire de tenir compte de la disposition spatiale des points ou des surfaces pour lesquels la variance d'une quantité doit être calculée.

La notion de variance d'extension doit d'abord être introduite.

2.1.1 Variance d'extension

On considère une fonction aléatoire stationnaire Z caractérisée par une espérance m et une variance σ^2 .

La variance d'extension d'un point x par rapport à un autre point x' est définie comme deux fois le variogramme :

$$\sigma_e^2(x, x') = E\left[\left[Z(x) - Z(x')\right]^2\right] = 2\gamma(x - x') \quad (2.1)$$

Ceci représente l'erreur quadratique commise quand une valeur au point x est étendue au point x' (La valeur connue en x est considéré comme valide sur x').

La variance d'extension d'une surface v vers une surface V en une localisation différente (figure 2.1) est obtenue en calculant l'espérance des différences quadratiques entre tous les points x de la surface v et tous les points x' de la surface V .

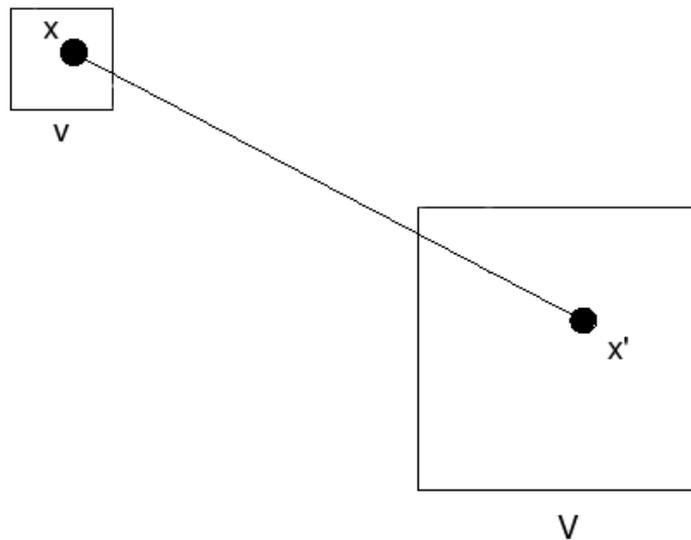


Figure 2.1: Positions du point x au sein de la surface v et du point x' au sein de la surface V (D'après Wackernagel, 1995)

La variance d'extension d'une petite surface v vers une plus grande surface V en une localisation différente s'écrit par :

$$\sigma_e^2(v, V) = E\left[\left[Z(v) - Z(V)\right]^2\right] \quad (2.2)$$

où

$$Z(v) = \frac{1}{v(x)} \int_{v(x)} Z(x) dx \quad (2.3)$$

et :

$$Z(V) = \frac{1}{V(x')} \int_{V(x')} Z(x') dx' \quad (2.4)$$

En explicitant l'équation (2.2), par l'intégration de l'expression (2.1) (et donc faisant intervenir le variogramme) sur la surface v et sur la surface V , on obtient alors :

$$\begin{aligned} \sigma_e^2(v, V) = & \frac{2}{vV} \int_{x \in v} \int_{x' \in V} \gamma(x-x') dx dx' \\ & - \frac{1}{v^2} \int_{x \in v} \int_{x' \in v} \gamma(x-x') dx dx' \\ & - \frac{1}{V^2} \int_{x \in V} \int_{x' \in V} \gamma(x-x') dx dx' \end{aligned} \quad (2.5)$$

En notant :

$$\bar{\gamma}(v, V) = \frac{1}{vV} \int_{x \in v} \int_{x' \in V} \gamma(x-x') dx dx' \quad (2.6)$$

On peut résumer l'expression (2.5) sous la forme :

$$\sigma_e^2(v, V) = 2\bar{\gamma}(v, V) - \bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v) \quad (2.7)$$

La variance d'extension dépend donc des variogrammes intégrés $\bar{\gamma}(v, V)$. Leurs valeurs seront obtenues, selon les cas, analytiquement, par intégration numérique. Pour certains cas simples, on consultera simplement les graphiques de Journel et Huijbregts (1978).

2.1.2 Variance de dispersion

On considère un domaine V séparé en N sous-domaines v de même taille. Sur chacun de ces sous-domaines la variable étudiée prend la valeur z_v^i connue, et sur le domaine V la variable étudiée prend la valeur connue z_V , avec :

$$z_V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_v^i \quad (2.8)$$

La variance de dispersion expérimentale des valeurs z_v^i des petits domaines v_i compris dans V est représentée par :

$$s^2(v/V) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{z_v^i - z_V\}^2 \quad (2.9)$$

En considérant la variable z étudiée comme réalisation d'une FA Z et en reprenant les expressions (2.3) et (2.4), l'expression (2.9) peut alors s'écrire :

$$S^2(v/V) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{Z^i(v) - Z(V)\}^2 \quad (2.10)$$

La forme théorique de la variance de dispersion s'obtient en prenant l'espérance de l'expression (2.10).

$$D^2(v/V) = E[S^2(v/V)] \quad (2.11)$$

Il est possible de développer l'expression (2.11) de deux façons. La première consiste à mettre en avant les variances de la FA selon les deux supports v et V . La deuxième consiste à mettre en avant la variance d'extension.

La première manière sera utilisée, par la suite, pour comprendre l'outil diagnostique de Lantuéjoul (1991). La deuxième manière sera utilisée lors de la modélisation du variogramme du champ de pluie dans la section du Chapitre 2, §3.1.

2.1.2.1 Premier développement de la variance de dispersion

Les opérateurs de l'espérance mathématique et de l'intégration pouvant être intervertis, la variance de dispersion peut se réécrire :

$$\begin{aligned}
 D^2(v/V) &= E \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{Z^i(v) - Z(V)\}^2 \right] \\
 &= E \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{ (Z^i(v))^2 + (Z(V))^2 - 2 Z^i(v) Z(V) \} \right] \\
 &= E[(Z(v))^2] + E[(Z(V))^2] - 2 E \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z^i(v) Z(V) \right] \\
 &= E[(Z(v))^2] + E[(Z(V))^2] - 2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E[Z^i(v) Z(V)] \\
 &= E[(Z(v))^2] + E[(Z(V))^2] - 2 E[(Z(V))^2] \\
 &= E[(Z(v))^2] - E[(Z(V))^2] \\
 &= E[(Z(v))^2] + m^2 - E[(Z(V))^2] - m^2
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

On obtient ainsi :

$$D^2(v/V) = Var[Z(v)] - Var[Z(V)] \tag{2.13}$$

La variance de dispersion est représentée par la différence des variances de la FA moyennée sur les deux supports v et V .

2.1.2.2 Deuxième développement de la variance de dispersion

$$\begin{aligned}
 D^2(v/V) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E \left[\{Z^i(v) - Z(V)\}^2 \right] \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_e^2(v_i, V)
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

En développant la formulation de la variance d'extension de l'expression (2.7) avec les variogrammes intégrés, on obtient :

$$\begin{aligned}
 D^2(v/V) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (2\bar{\gamma}(V, v) - \bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v)) \\
 &= -\bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v) + \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{v_i V} \int_{x \in v} \int_{x' \in V} \gamma(x - x') dx dx' \\
 &= -\bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v) + 2 \frac{1}{V^2} \int_{x \in V} \int_{x' \in V} \gamma(x - x') dx dx' \\
 &= -\bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v) + 2\bar{\gamma}(V, V)
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

On obtient ainsi :

$$D^2(v/V) = \bar{\gamma}(V, V) - \bar{\gamma}(v, v) \tag{2.16}$$

La variance de dispersion est représentée par la différence des deux variogrammes intégrés associés au deux supports v et V .

En partant de (2.16), et en considérant que le support v est ponctuel (représenté par un point), la variance de dispersion se réduit alors à :

$$D^2(.|V) = \bar{y}(V, V) \quad (2.17)$$

De même :

$$D^2(.|v) = \bar{y}(v, v) \quad (2.18)$$

L'expression (2.16) peut alors s'écrire :

$$D^2(v|V) = D^2(.|V) - D^2(.|v) \quad (2.19)$$

Ainsi, la variance de dispersion d'une valeur ponctuelle dans un domaine V peut être décomposée selon l'expression suivante :

$$D^2(.|V) = D^2(.|v) + D^2(v|V) \quad (2.20)$$

2.1.2.3 Relation de Krige

On suppose désormais des valeurs non-ponctuelles. Supposons deux partitions emboîtées v et V du domaine D , avec $v \subset V \subset D$, comme illustré sur la figure 2.2. Il est alors possible de généraliser l'expression (2.20) comme suit :

$$D^2(v|D) = D^2(v|V) + D^2(V|D) \quad (2.21)$$

Cette relation, appelée *relation de Krige*, montre très clairement la possibilité de calculer la variance de dispersion pour une surface de dimension différente de la surface de référence.

Figure 2.2: Domaine D composé de sous-domaines V eux-mêmes composés de sous-domaines v

2.2 Outil d'analyse de la représentativité du phénomène naturel par les mesures (Lantuéjoul, 1991)

2.2.1 Résumé de Lantuéjoul (1991)

Lantuéjoul (1991) s'appuie sur la définition de l'ergodicité et sur la notion de portée intégrale pour mettre en place un outil permettant une analyse de la représentativité du phénomène naturel par un jeu de mesures donné.

L'article vise à répondre à la question suivante : quelle dimension doit avoir le domaine de mesures pour que celles-ci puissent être représentatives du phénomène étudié et ainsi estimer des paramètres telle l'espérance ?

Pour répondre à cette question, la notion de portée intégrale est introduite. Elle permet d'avoir une représentation de l'échelle du phénomène étudié. D'un point de vue théorique, la portée intégrale peut être évaluée en utilisant la variance de dispersion. Il est alors possible de déterminer un domaine dont la taille permet de détecter l'ensemble du phénomène. D'un point de vue pratique, l'évolution de la variance de dispersion empirique peut ne pas correspondre à son évolution théorique. De cette constatation, il est alors possible de comparer les échelles du phénomène à étudier et les échelles des observations.

2.2.2 Ergodicité

On considère une fonction aléatoire stationnaire d'ordre deux Z caractérisée par une espérance m et une variance σ^2 .

Sur un domaine V qui peut être infiniment grand, la fonction aléatoire Z possède une moyenne :

$$Z(V) = \frac{1}{V} \int_{V(x)} Z(x) dx \quad (2.22)$$

et une variance :

$$Var Z(V) = \frac{1}{V^2} \int_{V(x)} \int_{V(y)} Cov(x-y) dx dy \quad (2.23)$$

Par définition, la fonction aléatoire Z est ergodique si la variance de $Z(V)$ tend vers zéro lorsque le domaine devient infiniment grand :

$$\lim_{V \rightarrow \infty} Var[Z(V)] = 0 \quad (2.24)$$

L'expression (2.24) revient à dire que la variable $Z(V)$ tend vers la moyenne m quand V tend vers l'infini.

Cependant, comme le précise Lantuéjoul, cette propriété asymptotique n'indique pas quelle taille le domaine doit avoir pour que la variance devienne négligeable. L'utilisation du concept de portée intégrale permet alors d'y remédier. Cela oblige à prendre en considération la taille du domaine de mesure et la dimension caractéristique du phénomène naturel.

2.2.3 Portée intégrale

La portée intégrale A , est l'intégrale, quand elle existe, du corrélogramme $Cov(h)/\sigma^2$:

$$A = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^{\infty} Cov(h) dh \quad (2.25)$$

que l'on peut encore écrire :

$$A = \frac{1}{\sigma^2} \lim_{V \rightarrow \infty} \int_{V(x)} \int_{V(y)} Cov(x-y) dx dy \quad (2.26)$$

En tenant compte de l'expression (2.23), il est possible d'écrire :

$$A = \frac{1}{\sigma^2} \lim_{V \rightarrow \infty} \{V \text{ Var } Z(V)\} \quad (2.27)$$

Cette quantité possède la même dimension que le support. Pour plus d'informations sur la notion de portée intégrale, on pourra se reporter à Dagan (1986).

Cette valeur positive ou nulle peut tendre vers l'infini, auquel cas aucun domaine ne sera assez grand pour complètement appréhender le phénomène.

Si l'on fait l'hypothèse que le domaine V est assez grand pour permettre une description parfaite du phénomène observé, alors la portée intégrale est finie. Une interprétation physique de A est alors possible. V tend vers l'infini, on écrit l'approximation suivante,

$$\text{Var } Z(V) \approx \sigma^2 A \frac{1}{V} \quad (2.28)$$

La portée A est en pratique différente de zéro. On peut alors trouver une valeur N , telle que :

$$\frac{V}{A} \approx N \quad (2.29)$$

Et donc :

$$\text{Var } Z(V) \approx \frac{\sigma^2}{N} \quad (2.30)$$

Ceci est, du point de vue de la forme, la variance d'une moyenne de N observations indépendantes. Le domaine V peut alors être considéré comme étant divisé en N sous-domaines indépendants de taille A . Il est donc cohérent d'interpréter A comme une échelle du phénomène naturel. V représente l'échelle des observations.

Le plus important, dans l'utilisation de la portée intégrale, est de connaître le comportement de la variance de $Z(V)$ pour un domaine V très grand. Selon le caractère de la portée intégrale, il est alors possible d'en déduire le comportement de la variance de $Z(V)$.

Si la portée intégrale est comprise strictement entre zéro et l'infini, la variance varie comme $1/|V|$. C'est le cas que nous venons de détailler.

Dans le cas où $A=0$, la variance décroît plus rapidement que $1/|V|$.

Dans le cas où $A \rightarrow +\infty$, la variance décroît plus lentement que $1/|V|$.

2.2.4 En pratique

Dans ce qui a été dit précédemment, V est considéré comme infini, or ce n'est jamais le cas en réalité.

Lantuéjoul part du principe qu'un ensemble d'échantillons de dimension ν a été enregistré sur un domaine V . L'ensemble de ces échantillons compose une réalisation sur le domaine V . On calcule la variance de dispersion de $Z(\nu)$ dans le domaine V . D'après l'expression (2.13), la variance de dispersion peut s'écrire sous la forme :

$$D^2(\nu/V) = \text{Var}[Z(\nu)] - \text{Var}[Z(V)] \quad (2.31)$$

On considère que la dimension de ν est très supérieure à A et que la portée intégrale est comprise entre zéro et l'infini. À partir, de (2.28), on peut alors écrire :

$$D^2(\nu/V) \approx \sigma^2 A \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{V} \right) \quad (2.32)$$

Étant donné que V est très supérieur à ν , le terme $1/V$ est négligeable par rapport à $1/\nu$. Ainsi :

$$D^2(\nu/V) \approx \sigma^2 A \left(\frac{1}{\nu} \right) \quad (2.33)$$

La variance de dispersion apparaît ainsi inversement proportionnelle à la dimension du sous-domaine ν .

Ceci permet de discuter de la dimension du domaine des échantillons par rapport au phénomène naturel : en faisant l'hypothèse que la portée intégrale est strictement comprise entre zéro et $+\infty$, on peut affirmer que la taille du domaine est suffisamment grande si la variance de dispersion apparaît inversement proportionnelle à la taille du sous-domaine ν .

En pratique, la variance de dispersion des mesures pluviométriques peut être décrite par une expression correspondant à une forme empirique de changement d'échelle :

$$s^2(\nu/V) \approx K \frac{1}{\nu^\alpha} \quad (2.34)$$

où K est une constante, ν représente la superficie du sous-domaine d'agrégation spatiale, et V la superficie du réseau de mesure. Le coefficient d'échelle α indique la pente de la droite dans un repère log-log. Comme le précise Lantuéjoul, ce coefficient n'est jamais unitaire. Mais s'il avoisine la valeur un, l'hypothèse d'ergodicité peut être retenue. Toutefois, ce coefficient peut également être très inférieur à un. Dans ce cas, l'hypothèse d'ergodicité n'est pas vérifiée.

2.3 Application au bassin versant de la Loire

Une analyse de la représentativité du phénomène pluvieux par les mesures pluviométriques journalières sur le bassin versant de la Loire a été faite. Cette analyse a été effectuée dans le domaine spatial et temporel, séparément pour les deux zones aval et amont, jusqu'à déterminer la valeur du coefficient d'échelle α figurant dans l'expression (2.34).

À titre de référence, la ligne représentant l'hypothèse d'ergodicité ($\alpha=1$) est tracée sur chaque graphique.

On considère le jeu de données comme une multi-réalisation. Les expressions (2.8) et (2.9) sont calculées sur l'ensemble des réalisations.

2.3.1 *Domaine spatial*

Chaque valeur $z_v^{i,j}$ est la moyenne des valeurs pluviométriques situées sur un sous-domaine v indicé i , de forme carrée, ceci pour une réalisation temporelle, c'est à dire pour chaque pas de temps journalier j . Une valeur de la variance de dispersion a été calculée pour des tailles de sous-domaines carrés de plus en plus grands et pour l'ensemble des journées disponibles.

Nous avons donc :

$$z_V = \frac{1}{N J} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J z_v^{i,j} \quad (2.35)$$

où N représente le nombre de sous-domaines sur le domaine V , et J le nombre de réalisations.

La variance de dispersion expérimentale des valeurs $z_v^{i,j}$ des petits domaines $v_{i,j}$ compris dans V évaluée sur l'ensemble des réalisations est :

$$s^2(v/V) = \frac{1}{N J} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \{z_v^{i,j} - z_V\}^2 \quad (2.36)$$

On aurait pu penser écrire la variance de dispersion expérimentale sous la forme :

$$s^2(v/V) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_v^{i,j} - z_V^j)^2 \quad (2.37)$$

Mais alors, on ne peut pas être sûr que la taille du réseau est suffisante pour appréhender la totalité du phénomène naturel pluvieux. **Appliquer l'expression (2.37) signifierait : analyser la représentativité de ce qui est capté par le réseau de pluviomètres, par les mesures pluviométriques journalières sur le bassin versant de la Loire. Ce qui est différent de ce que l'on souhaite effectuer.**

Dans le domaine spatial, la variance de dispersion est calculée pour des sous-domaines v de plus en plus grands. Cependant, la détermination du coefficient α peut être altérée par la densité et la répartition des mesures sur le domaine. Une agrégation sur de petits sous-domaines v fait intervenir un nombre de mesures inégal d'un sous-domaine à l'autre. Les valeurs de la variance de dispersion sont alors plus incertaines. Pour des agrégations sur des sous-domaines de plus en plus grands, le nombre de mesures ne croît plus suffisamment. Les valeurs de la variance de dispersion ont alors tendance à stagner. Afin de déterminer au mieux le coefficient α , il est alors préférable de ne tenir compte que des valeurs de variance de dispersion correspondant à des domaines d'agrégation où le nombre de mesures est quasi-équivalent pour chaque sous-domaine, c'est à dire pour les sous-domaines de taille médiane. (Montanari et al., 1997).

Dans le cas de la zone aval du bassin versant de la Loire, les valeurs de la variance de dispersion en fonction de la surface du support sont présentées dans le tableau 2.1 et tracées sur la figure 2.3a. L'estimation de l'évolution de la variance de dispersion a été établie sur les sous-domaines dont la surface est comprise entre 1156 km² et 54289 km² (coté de la maille allant de 21 à 233 km). Elle suit l'expression :

$$s^2(v/V) \approx \frac{49.01}{|v^{0.11}|} \quad (2.38)$$

Dans le cas de la zone amont du bassin versant de la Loire, les valeurs de la variance de dispersion sont présentées dans le tableau 2.2. Ces valeurs sont présentées sur la figure 2.3b. L'estimation de l'évolution de la variance de dispersion en fonction de l'agrégation spatiale a été établie uniquement sur les domaines dont la surface est comprise entre 441 km² et 54289 km² (coté de la maille allant de 21 à 233 km). Elle suit l'expression :

$$s^2(v/V) \approx \frac{73.91}{|v^{0.09}|} \quad (2.39)$$

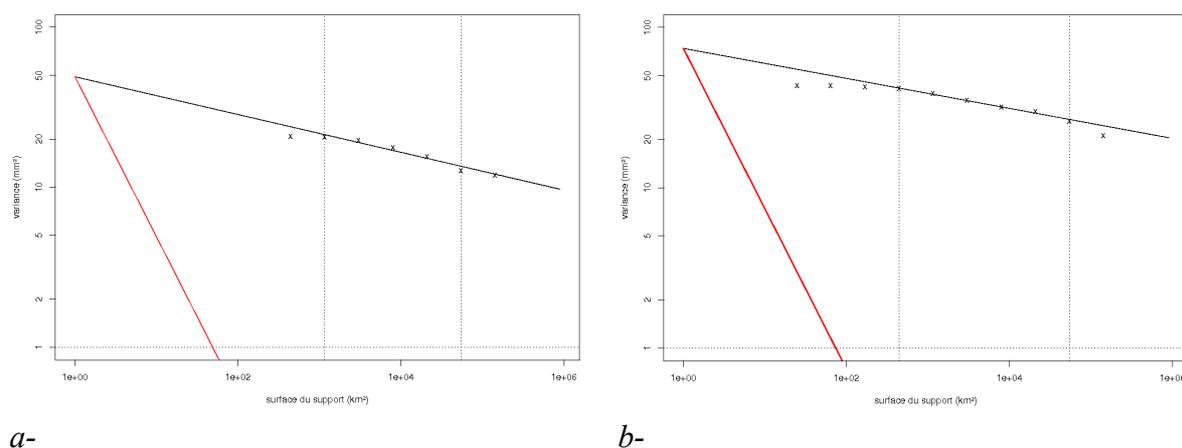


Figure 2.3: Évolution de la variance de dispersion en fonction de l'augmentation de la surface du support. Les deux lignes verticales délimitent la région pour laquelle le coefficient α a été calculé. La ligne rouge épaisse représente le cas où l'hypothèse d'ergodicité est respectée ($\alpha=1$) : a- Aval du bassin de la Loire, b- Amont du bassin versant de la Loire

Surface du support carré (km ²)	s ² (mm ² /jour ²)
441	20,68
1156	20,6
3025	19,57
7921	17,68
20736	15,45
54289	12,63
142129	11,91

Tableau 2.1: Valeurs de la variance de dispersion en fonction de la surface de la maille carrée support, pour la zone aval bassin versant de la Loire

Surface du support carré (km ²)	s ² (mm ² /jour ²)
25	43,42
64	43,37
169	42,52
441	41,38
1156	38,62
3025	35,07
7921	31,73
20736	29,84
54289	25,97
142129	21,11

Tableau 2.2: Valeurs de la variance de dispersion en fonction des surfaces de la surface de la maille carrée support, pour la zone amont bassin versant de la Loire

2.3.2 Domaine temporel

Chaque valeur $z_v^{i,j}$ est la moyenne des valeurs pluviométriques situées sur un support caractérisé par une durée v , ceci pour chaque jour j , et pour une réalisation spatiale, c'est à dire pour chaque pluviomètre i . La valeur $z_v^{i,j}$ représente alors l'intensité moyenne sur une durée v pour le jour j et pour le pluviomètre i . La valeur de la variance de dispersion a été calculée à partir de ces intensités moyennes pour différentes durées v .

Nous avons donc :

$$z_V = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J z_v^{i,j} \tag{2.40}$$

où J représente le nombre de sous-domaines sur le domaine V , et N le nombre de réalisations.

La variance de dispersion expérimentale des valeurs $z_v^{i,j}$ des petits domaines $v_{i,j}$ compris dans V évaluée sur l'ensemble des réalisations est :

$$s^2(v/V) = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \{z_v^{i,j} - z_V\}^2 \tag{2.41}$$

On aurait pu penser écrire la variance de dispersion expérimentale sous la forme :

$$s^2(v/V) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_v^{i,j} - z_V^j)^2 \tag{2.42}$$

Mais alors, on ne peut pas être sûr que la taille du réseau est suffisante pour appréhender la totalité du phénomène naturel pluvieux. **Appliquer l'expression (2.42) signifierait : analyser la représentativité de ce qui est capté sur une chronique, par les mesures pluviométriques journalières sur le bassin versant de la Loire. Ce qui est différent de ce que l'on souhaite effectuer.**

La durée d'agrégation va de un à dix jours.

Dans le cas de la zone aval du bassin versant de la Loire, les valeurs de la variance de dispersion sont présentées dans le tableau 2.3. Ces valeurs sont présentées sur la figure 2.4 a. Elles suivent l'expression :

$$s^2(v/V) \approx \frac{20.94}{|v^{0.66}|} \quad (2.43)$$

Dans le cas de la zone amont du bassin versant de la Loire, les valeurs de la variance de dispersion sont présentées dans le tableau 2.3. Ces valeurs sont présentées sur la figure 2.4 b. Elles suivent l'expression :

$$s^2(v/V) \approx \frac{43.85}{|v^{0.67}|} \quad (2.44)$$

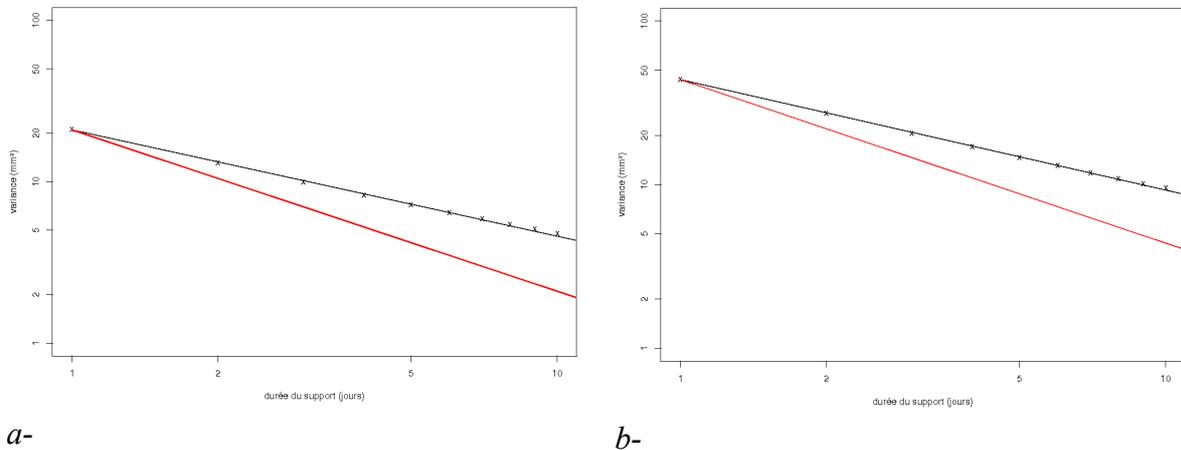


Figure 2.4: Évolution de la variance de dispersion en fonction de l'augmentation de la durée du support. La ligne rouge épaisse représente le cas où l'hypothèse d'ergodicité est respectée ($\alpha=1$) : a- Aval du bassin de la Loire, b- Amont du bassin versant de la Loire

Aval		Amont	
Durée du support (jours)	s^2 (mm ² /jour ²)	Durée du support (jours)	s^2 (mm ² /jour ²)
1	21,09	1	43,99
2	13,07	2	27,32
3	9,95	3	20,65
4	8,64	4	17,02
5	7,19	5	14,66
6	6,44	6	13,05
7	5,88	7	11,83
8	5,44	8	10,89
9	5,08	9	10,13
10	4,78	10	9,53

Tableau 2.3: Valeurs de la variance de dispersion en fonction des durées du support, pour la

zone aval et amont du bassin versant de la Loire

2.3.3 Conclusion

Que ce soit dans le domaine spatial ou temporel, le coefficient d'échelle α est inférieur à 1. Cela indique donc que les mesures pluviométriques ne représentent pas entièrement le phénomène naturel. Trois causes sont possibles :

- Les sous-domaines spatiaux et temporels du réseau de mesure ont une dimension inférieure aux portées intégrales du phénomène naturel dans l'espace et dans le temps.
- La portée intégrale spatiale ou temporelle du phénomène naturel n'a pas de valeur finie. Sur notre planète finie, on ne sait pas très bien ce que cela veut dire.
- L'hypothèse de stationnarité est fautive.

Or il est difficile de savoir si l'une d'entre elles prédomine ; d'autre part si plusieurs causes agissent simultanément, il est difficile de connaître l'influence de chacune.

Toutefois, il semble assez probable de dire que les sous-domaines spatiaux soient de dimensions trop petites devant la taille de phénomènes naturels, plutôt d'échelle synoptique; en effet les côté des supports circulaires ne dépassent pas 233 km. Au pas de temps journalier, un phénomène pluvieux recouvre une surface plus vaste que le réseau de pluviomètres de l'aval ou de l'amont du bassin versant de la Loire.

Dans le domaine temporel, le coefficient α est plus proche de un. Ce résultat assez précis grâce à la longueur des séries est probablement dû à la grande variabilité temporelle qui compense le fait que l'hétérogénéité du processus soit une certitude.

3 Quelques modélisations possibles pour la représentation des structures spatiale et temporelle du champ de pluie

L'analyse proposée par Lantuéjoul (1991) permet d'examiner la représentativité des mesures pluviométriques par rapport à la variabilité du phénomène naturel. Dans notre cas, il n'a pas été possible de déterminer de portée intégrale.

Nous sommes maintenant devant une alternative :

- Soit nous maintenons l'hypothèse de stationnarité. On suppose simplement que le domaine du réseau est trop petit pour capter toute la variabilité du signal.
- Soit l'hypothèse de stationnarité est rejetée. On suppose alors que la portée intégrale est infinie.

Pour chacune de ces hypothèses, une modélisation possible est présentée puis appliquée aux observations, dans le domaine spatial et temporel.

Cette partie n'a pas pour but de comparer plusieurs modélisations, mais bien d'indiquer qu'en partant d'une vision d'un phénomène limité à une fenêtre finie, plusieurs modélisations alternatives sont possibles et légitimes.

Dans notre travail, modéliser les structures spatiales et temporelles consiste à déterminer des variogrammes spatiaux et temporels correspondant raisonnablement, respectivement, les

variogrammes expérimentaux climatologiques et les variogrammes expérimentaux sur un domaine spatial moyen (Chapitre 1 :3.4).

L'estimation des variogrammes se fait pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours.

Note relative à la grandeur d'étude et aux unités.

Dans tout travail sur les pluies, l'usage hésite entre l'étude des cumuls pluviométrique, assimilables à des longueurs, et celui des intensités pluviométriques, assimilables à des vitesses. Les unités adoptées sont classiquement le mm pour les cumuls et le mm/j ou le mm/h pour les intensités, les unités S.I., m et m.s⁻¹, étant ressenties comme très malcommodes en pratique en raison de la faiblesse des valeurs numériques.

Dans la suite de la thèse, l'ensemble des calculs se fera à partir des intensités pluviométriques, toutes exprimées en mm/j. La variance des unités s'exprime en mm²/j².

3.1 Modélisation par structure gigogne

3.1.1 Mise en place de cette modélisation

Dans le cas où l'ergodicité n'est pas assurée mais où le champ est supposé présenter un caractère stationnaire d'ordre 2, une modélisation avec utilisation d'un variogramme gigogne est possible.

L'analyse des pluies a indiqué que les sous-domaines du réseau de pluviomètres ne permettaient pas de détecter l'ensemble du phénomène naturel. Ramos (2002) considère le réseau de pluviomètres à chaque pas de temps comme un sous-domaine V du phénomène naturel se déployant sur un domaine plus grand D . En effet, la fenêtre du réseau montre, à chaque instant t , une fraction du phénomène pluvieux que l'on souhaite étudier. **On suppose que les caractéristiques de ce phénomène sont invariantes dans le temps.** On fait alors l'hypothèse que la répétition d'une observation partielle du phénomène permet d'explorer l'ensemble de ses caractéristiques, et équivaut en pratique à l'observer dans une fenêtre élargie (figure 2.5).

Figure 2.5: Équivalence statistique, dans un contexte de stationnarité d'ordre deux, entre une partition V de plusieurs phénomènes identiques et plusieurs sous-domaines d'un phénomène D (Ramos, 2002)

Ainsi pour prétendre modéliser la variabilité du phénomène naturel compris dans le domaine D , il semble utile de tenir compte de la variabilité pluviométrique au sein du réseau de mesures V , mais également de la variabilité entre les réalisations V_i au sein de D . Nous retrouvons l'expression (2.20) où intervient la variance de dispersion.

$$D^2(.|D) = D^2(.|V) + D^2(V|D) \quad (2.45)$$

Le variogramme du champ de pluie peut par exemple être composé de deux structures caractérisées l'une par la variance $D^2(.|V)$ et une portée $a1$, et l'autre par la variance de dispersion $D^2(V|D)$ et une portée $a2$.

Il est important de noter que le variogramme résultant de cette modélisation n'est pas la superposition de variogrammes représentant chacun un phénomène naturel à une certaine échelle. Certes, cette modélisation ressemble à celle proposée par Gelhar (1986) à propos des échelles de séparation, mais le terme « séparation d'échelle », chez cet auteur, se réfère à la distinction de différents processus physiques. On retrouve cette vision de la modélisation dans les travaux effectués par Skaugen (1997) sur la classification des précipitations en événements aux petites et grandes échelles. Nous ne confondons pas la dimension du domaine de mesure et la dimension du phénomène naturel. Ainsi, pour une zone avec un phénomène pluvieux toujours homogène, le partage entre deux variogrammes pourra varier selon la dimension du domaine de mesure, le premier étant « tenu par les mesures », le deuxième plus spéculatif.

Il est également important de noter que pour une FA stationnaire ergodique, le palier du variogramme correspond à la variance de dispersion des mesures dans un champ infini, supérieure à la variance de dispersion dans le champ fini. Il n'est donc pas anormal que le palier du variogramme soit supérieur à la variance expérimentale des données. Cette modélisation par structure gigogne peut alors être appliquée dans cet autre cas.

3.1.2 Vérification de la méthode sur les observations

La vérification a été établie uniquement sur le jeu de données au pas de temps journalier de base.

3.1.2.1 Domaine spatial

Dans le domaine spatial, les trois termes de l'expression (2.45) sont calculés de façon expérimentale.

Nous avons donc :

$$s^2(.|D) = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J (z^{i,j} - z_D)^2 \quad (2.46)$$

où N représente le nombre de pluviomètres, et J le nombre de jours ou nombre de réalisations.

La valeur moyenne z_D est obtenue par :

$$z_D = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J z^{i,j} \quad (2.47)$$

où $z^{i,j}$ représente la valeur pluviométrique au pluviomètre i et au jour ou réalisation j .

Nous avons ensuite :

$$s^2(.|V) = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J (z^{i,j} - z_V^j)^2 \quad (2.48)$$

où z_V^j représente la valeur moyenne à la réalisation j .

Nous avons enfin :

$$s^2(V/D) = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \{z_V^i - z_D\}^2 \quad (2.49)$$

La somme des termes $s^2(V/D)$ et $s^2(.IV)$ restitue la variance globale $s^2(.ID)$ (Tableau 2.4). Ceci nous renseigne sur la part de chaque composante dans le total. La modélisation de la structure spatiale climatologique détectée sur le réseau de mesure peut alors être basée sur un variogramme gigogne.

Le seuil des deux variogrammes est défini par la variance de dispersion pour la première structure, et par la variance de la moyenne des valeurs observées sur le réseau à chaque pas de temps pour la deuxième structure.

Sous-domaine	$s^2(.ID)$ (mm ² /jour ²)	$s^2(.IV)$ (mm ² /jour ²)	$s^2(V/D)$ (mm ² /jour ²)
Aval	21,09	10	11,09
Amont	43,99	19,82	24,17

Tableau 2.4: Variance a priori, variance moyenne sur le réseau de pluviomètres et variance de dispersion.

3.1.2.2 Domaine temporel

Dans le domaine temporel, les trois termes de l'expression (2.22) sont obtenus de la façon suivante :

$$s^2(.ID) = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J (z^{i,j} - z_D)^2 \quad (2.50)$$

où N représente le nombre de pluviomètres (ou encore appelé réalisations), et J le nombre de jours.

La valeur moyenne z_D est obtenue par :

$$z_D = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J z^{i,j} \quad (2.51)$$

où $z^{i,j}$ représente la valeur pluviométrique à la réalisation i et au jour j .

Nous avons ensuite :

$$s^2(.IV) = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J (z^{i,j} - z_V^i)^2 \quad (2.52)$$

où z_V^i représente la valeur moyenne à la réalisation i .

Nous avons enfin :

$$s^2(V/D) = \frac{1}{NJ} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^J \{z_V^i - z_D\}^2 \quad (2.53)$$

On remarque dans le tableau 2.5, que la variance de dispersion $s^2(.IV)$ représente à elle seule la quasi-totalité de la variance $s^2(.ID)$. Cela signifie que le support d'une durée journalière peut être similaire à une valeur ponctuelle sur le domaine temporel de 30 ans. Ce qui est cohérent. Le variogramme pluviométrique temporel peut être représenté par une structure simple, dont la variance de celle-ci est égale à la variance de dispersion.

Sous-domaine	$s^2(. D)$ (mm ² /jour ²)	$s^2(. V)$ (mm ² /jour ²)	$s^2(V D)$ (mm ² /jour ²)
Aval	21,09	21,06	0,03
Amont	43,99	43,63	0,36

Tableau 2.5: Variance a priori, variance moyenne sur une chronique et variance de dispersion.

3.1.3 Le variogramme gigogne

Le variogramme gigogne est une composition de deux structures.

Dans le cas de la thèse, les modèles sphérique et exponentiel, très classiques, sont tous deux acceptables pour représenter la structure du champ de pluie observée. Les développements qui suivent se focaliseront sur ces deux modèles théoriques.

Chaque variogramme gigogne ne fera intervenir qu'un seul modèle théorique : soit le modèle sphérique, soit le modèle exponentiel.

Le modèle sphérique est représenté par :

$$\gamma(s) = \begin{cases} \sigma^2 \left(\frac{3}{2} \left(\frac{s}{portée} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{s}{portée} \right)^3 \right) & \text{si } s \leq portée \\ \sigma^2 & \text{si } s > portée \end{cases} \quad (2.54)$$

Le modèle exponentiel est représenté par :

$$\gamma(s) = \sigma^2 \left(1 - \exp\left(-\frac{s}{portée}\right) \right) \quad (2.55)$$

où σ^2 représente la variance.

Un variogramme gigogne est alors représenté par :

$$\gamma(s) = \gamma_1(s) + \gamma_2(s) \quad (2.56)$$

où $\gamma_1(s)$ et $\gamma_2(s)$ ont respectivement les paramètres (σ_1^2 , portée1) et (σ_2^2 , portée2).

3.1.4 Estimation des variogrammes spatiaux et temporels

Nous choisissons ici les variogrammes d'une part d'une façon subjective, d'autre part indépendamment pour chaque durée. Les modèles exponentiel et sphérique ont été testés sur la structure spatiale et temporelle.

3.1.4.1 Calage heuristique des variogrammes spatiaux

Après plusieurs essais, le modèle sphérique est celui qui s'adapte le mieux pour l'estimation des variogrammes spatiaux expérimentaux sur la zone aval du bassin versant de la Loire (figure 2.6) ; le modèle exponentiel paraît plus adapté sur la zone amont (figure 2.7).

Il s'en est alors suivi le calage des paramètres de chaque variogramme gigogne pour les différentes durées d'agrégation.

Tout d'abord le choix des valeurs de la portée des deux structures ne peut être fait que simultanément pour les deux structures. Le choix de l'une influe sur la valeur de l'autre. Or

comme la véritable valeur n'est connue ni pour l'une ni pour l'autre, une certaine incertitude est toujours présente. De plus, le choix de la valeur de la portée de la deuxième structure est supérieure à la dimension de la fenêtre du réseau de pluviomètres. La valeur de cette portée ne peut donc qu'être indicative. Tenant compte du fait que les caractéristiques de la première structure sont relatifs aux dimensions du réseau de pluviomètres, une incertitude de 10 km sur la valeur de la première portée paraît raisonnable. Les caractéristiques de la deuxième structure correspondent à tout ce que le réseau ne peut pas « voir » dans sa globalité, une incertitude de 100 km paraît alors raisonnable. Le choix des valeurs a été fait en respectant ces conditions.

Le choix de la valeur de la pépité n'a pas été fait explicitement. La valeur des paramètres est surtout établie de manière à respecter au mieux la pente du variogramme aux faibles distances. Le choix de la pépité en résulte. On note en particulier que sa valeur dans certains cas très forte est largement attribuable aux classes de distances retenues pour l'établissement des variogrammes empiriques.

Les tableaux 2.6 et 2.7 récapitulent l'ensemble des paramètres estimés pour les structures spatiales sur la zone aval et amont du bassin versant de la Loire pour les différentes durées d'agrégation.

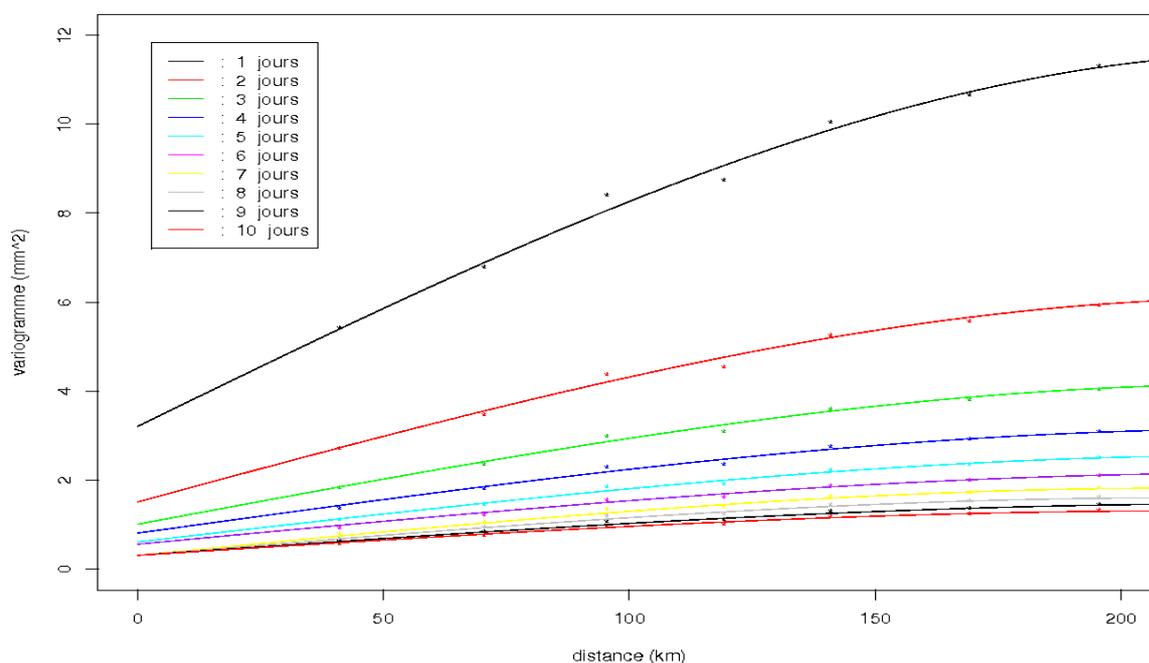


Figure 2.6: Variogrammes spatiaux expérimentaux du champ de pluie observée à l'aval du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours

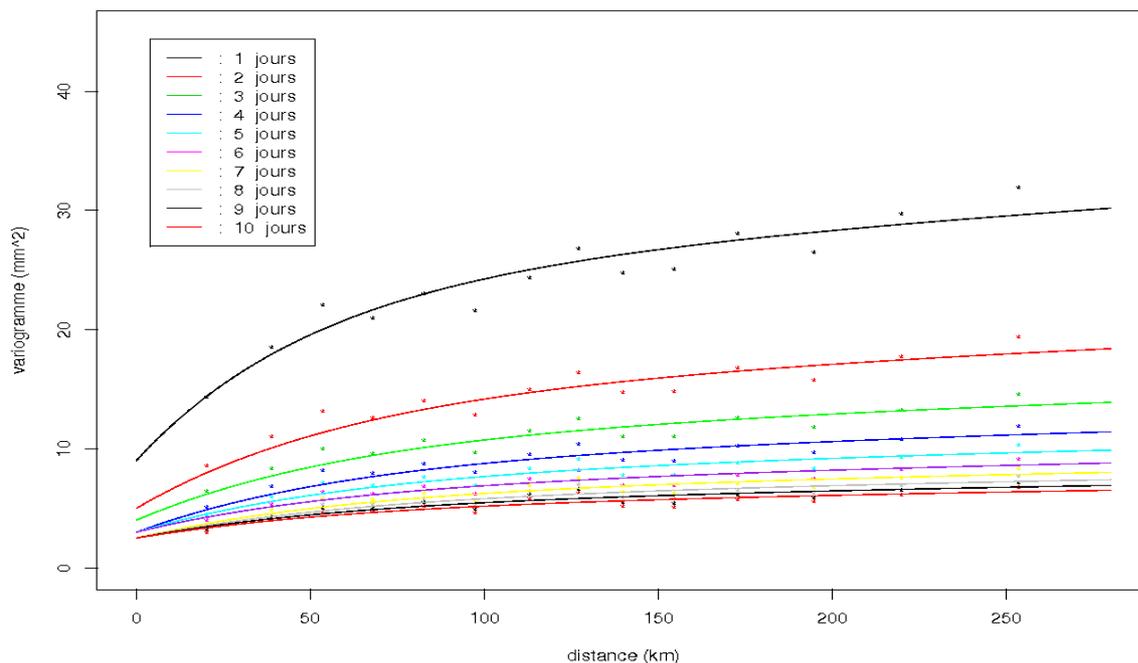


Figure 2.7: Variogrammes spatiaux expérimentaux du champ de pluie observée à l'amont du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours

Durée (jour)	Portée 1 (km)	Portée 2 (km)	σ_1^2 (mm ² /jour ²)	σ_2^2 (mm ² /jour ²)	Pépite (mm ² /jour ²)
1	200	1200	5,22	11,81	3,2
2	200	1600	3,03	7,77	1,5
3	200	1800	2,08	5,97	1
4	200	2000	1,55	4,92	0,8
5	200	2100	1,3	4,24	0,6
6	200	2200	1,05	3,74	0,55
7	190	2400	1,09	3,35	0,3
8	190	2500	0,92	3,04	0,3
9	200	2500	0,8	2,79	0,3
10	190	2600	0,7	2,58	0,3

Tableau 2.6: Paramètres du variogramme gigogne spatial estimé à l'aval du bassin versant de la Loire, pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours.

Durée (jour)	Portée 1 (km)	Portée 2 (km)	σ_1^2 (mm ² /jour ²)	σ_2^2 (mm ² /jour ²)	Pépite (mm ² /jour ²)
1	50	700	14,48	20,51	9
2	60	700	9,14	13,17	5
3	60	700	6,67	9,97	4
4	60	700	5,76	8,26	3
5	60	700	4,61	7,05	3
6	60	700	3,78	6,27	3
7	60	700	3,7	5,62	2,5
8	60	700	3,24	5,15	2,5
9	60	700	2,89	4,74	2,5
10	60	700	2,57	4,45	2,5

Tableau 2.7: Paramètres du variogramme géogène spatial estimé à l'amont du bassin versant de la Loire, pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours.

3.1.4.2 Calage heuristique des variogrammes temporels

En visualisant les variogrammes temporels expérimentaux sur les figures 2.8 et 2.9, on perçoit bien que la quasi totalité de la variance est atteinte au bout de quelques jours pour les deux zones, au moins pour les pluies journalières.

Une modélisation basée sur le fait qu'une chronique ne capterait pas une partie du phénomène naturel n'est donc pas nécessaire pour le variogramme temporel. Il est alors plus simple de procéder à la composition de deux variogrammes élémentaires sur le simple critère de leur adéquation aux données.

La variance du premier variogramme est alors supposée représenter 90% de la variance *a priori*. La variance du second variogramme représentera le reste.

Le modèle exponentiel s'adapte aux variogrammes expérimentaux de la zone aval et de la zone amont du bassin versant de la Loire (figure 2.8 et figure 2.9). Les paramètres estimés sont rapportés dans les tableaux 2.8 et 2.9.

Différentes remarques sont tout de même à faire quant au choix des paramètres des variogrammes.

Tout d'abord, le choix de la valeur de la portée temporelle du second variogramme a posé problème pour les durées supérieures ou égales à la journée ; la portée a été plafonnée à 1000 jours pour les durées d'agrégation supérieures à un jour.

La valeur de la pépite a également été délicate à choisir. En effet, de façon plus significative que dans le cas des variogrammes expérimentaux spatiaux, l'évolution de la structure temporelle avec la durée d'agrégation est marquée par une augmentation de la continuité aux faibles décalages temporels. Cette caractéristique est due à deux choses :

- les mesures temporelles ont une meilleure résolution. Elles décrivent donc bien la tendance proche de l'origine.
- Sur une journée, les mesures pluviométriques sont déjà très agrégées et ne peuvent plus être assimilées à des données ponctuelles. On verra dans le chapitre 3 que l'agrégation augmente mécaniquement la continuité de tous les variogrammes à l'origine.

Le choix de la pépité a donc été fait subjectivement pour respecter la pente observée de la structure aux faibles durées, mais pas à l'origine. La pépité devient négligeable et considérée comme nulle pour les durées d'agrégation supérieures à trois jours.

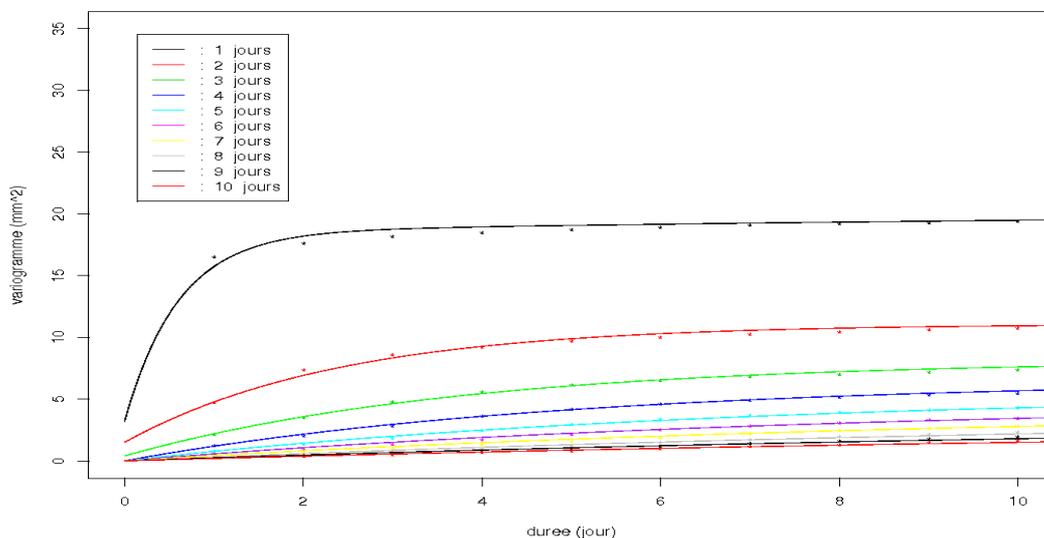


Figure 2.8: Variogrammes temporels expérimentaux du champ de pluie observée à l'aval du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours

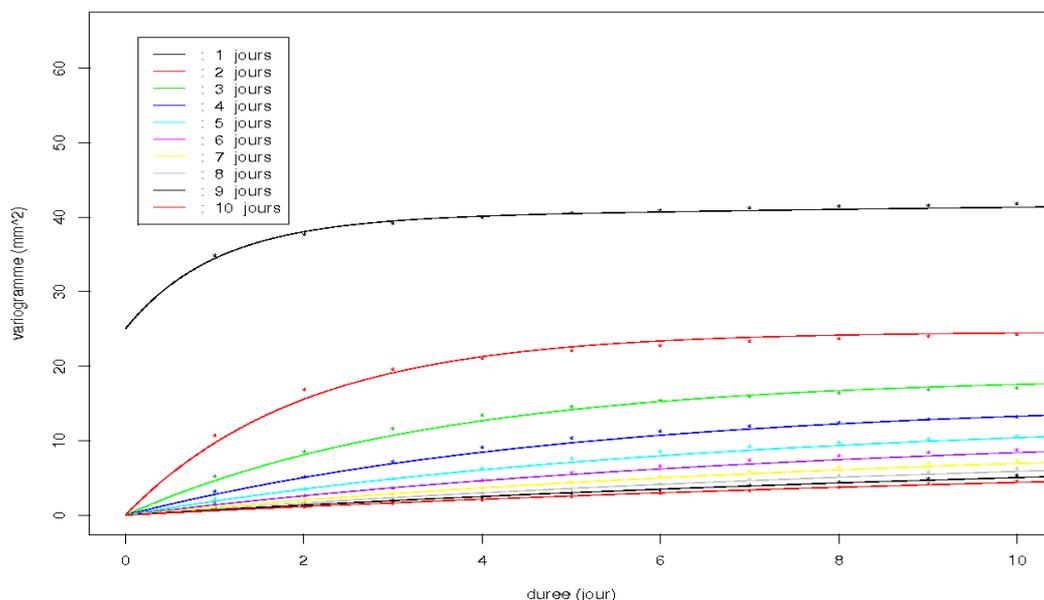


Figure 2.9: Variogrammes temporels expérimentaux du champ de pluie observée à l'amont du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours.

Durée (jour)	Portée1 (jours)	Portée 2 (jours)	σ_1 (mm ² /jour ²)	σ_2 (mm ² /jour ²)	Pépité (mm ² /jour ²)
1	0,6	15	15,28	2,05	3,2
2	2,4	1000	9,57	1,23	1,5
3	3,8	1000	7,75	0,9	0,4
4	5	1000	6,55	0,72	0
5	6,7	1000	5,53	0,61	0
6	8	1000	4,81	0,53	0
7	9,5	1000	4,27	0,47	0
8	12	1000	3,84	0,42	0
9	14	1000	3,5	0,39	0
10	16	1000	3,22	0,35	0

Tableau 2.8: Paramètres du variogramme gigogne temporel estimé à l'aval du bassin versant de la Loire, pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours.

Durée (jour)	Portée1 (jours)	Portée 2 (jours)	σ_1^2 (mm ² /jour ²)	σ_2^2 (mm ² /jour ²)	Pépité (mm ² /jour ²)
1	1	20	19,6	4,4	20
2	2	1000	24,59	2,73	0
3	3,5	1000	18,59	2,07	0
4	5	1000	15,33	1,7	0
5	6,5	1000	13,2	1,47	0
6	8	1000	11,75	1,31	0
7	9,5	1000	10,65	1,18	0
8	11	1000	9,81	1,09	0
9	12,5	1000	9,13	1,01	0
10	14	1000	8,58	0,95	0

Tableau 2.9: Paramètres du variogramme gigogne temporel estimé à l'amont du bassin versant de la Loire, pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours.

3.1.4.3 Discussion

Les variogrammes modélisés sont des variogrammes empiriques locaux. Ils ont été calés sans tenir compte des trois éléments suivants :

1- La résolution du réseau pluviographique ne permet pas de faire correctement la part entre la pépité et la variance σ_1^2 ; cette partition reste largement subjective et supposerait de disposer d'information plus dense

2- La somme $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \text{pépité}$ doit en principe monter à la variance du signal, si l'on décrit le processus comme un seul processus homogène ; mais cette contrainte logique n'a pas été prise en compte dans ce calage heuristique, la variance totale est parfois plus forte que la somme des trois termes ici retenus.

3- Si on avait prétendu décrire le signal dans son ensemble (y compris aux très longues distances, révélatrices de la variance totale), la somme $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \text{pépité}$ « variance totale spatiale » aurait bien sûr du être égale à la somme $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \text{pépité}$ « variance totale temporelle » correspondant aux figures 2.8 et 2.9, et tableaux 2.8 et 2.9. Cette égalité n'apparaît pas spontanément dans les calages heuristiques.

Nous pouvons en tirer les conséquences et réserves suivantes :

- Les calages présentés ne doivent être considérés comme descriptifs qu'à l'échelle du réseau d'observation disponible. Ils ne sont satisfaisants ni vers les courtes distances (pépites), ni vers les très longues (variances totales).
- Leur caractère heuristique ne leur a pas permis de prendre en compte des contraintes logiques que l'on sait pourtant exister.

La suite du travail montrera qu'il est possible de faire bien mieux, en calant les variogrammes spatiaux et temporels de toutes durées conjointement ; il faudra pour cela accepter que les pluies observées résultent d'un processus pluviométrique ponctuel sous-jacent qui ne peut pas être constant sur l'année ; si les valeurs de pépité restent difficiles à appréhender faute de données, le respect des points 2 et 3 pourra y être assuré.

3.2 Modélisation de la structure par une composante fractale

3.2.1 Le variogramme puissance

Dans la partie précédente, la modélisation par variogramme gigogne sphérique ou exponentiel supposait que les données pluviométriques respectaient l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux, et que la portée intégrale était supérieure au domaine du réseau de mesures.

Or Ritzi et al. (2004) ont montré que des phénomènes naturels non-stationnaires peuvent être associés à tort à des variogrammes de la famille exponentielle. Cushman (1990) ajoute que cette famille de modèles, de part la constance de ses paramètres (variance et portée), ne peut pas capturer la nature multi-échelle éventuellement présente dans les champs aléatoires. Ceci est également valable pour d'autres modèles tels que le modèle sphérique et tout modèle présentant un paramètre assimilable à une portée.

Dans cette partie, nous mettons en place une modélisation qui tient compte du caractère non-stationnaire des données pluviométriques et également du caractère multi-échelle. Nous nous focalisons sur le cas où la portée intégrale est de valeur infinie. Nous allons rapprocher la portée intégrale infinie et les fractals.

Le choix d'ajouter une composante fractale au variogramme est repris de Skoien et al. (2003). Nous y rapprochons les travaux de Lantuéjoul (1991) et le phénomène de Hurst tel que décrit par Klemes (1974) et Montanari et al. (1997). Ces travaux rappellent que le facteur de Hurst (H) intervient dans la façon dont la variance de dispersion évolue avec la taille du sous-domaine v au sein d'un domaine V .

$$s^2(v/V) \approx K \frac{1}{v^{2-2H}} \quad (2.57)$$

où H est une constante.

En comparant l'expression (2.57) à (2.34), nous avons $\alpha = 2 - 2H$. De ce qui précède, H sera compris entre 0 et 0.5.

En suivant l'approche de Hurst, et dans le cas où H vaut 0.5, aucune persistance à long terme (ou de corrélation spatiale à longue distance) n'est présente. On dit qu'il n'y a aucun effet de mémoire. En se rapportant à l'approche de Lantuéjoul, le coefficient α vaut un. Chaque sous-domaine v représente l'intégralité du phénomène. La dimension de v est plus grande que celle de la portée intégrale A qui ne peut donc pas être infinie. Les deux approches coïncident.

Plus H croît et plus l'intensité de la mémoire augmente. Dans ce cas, la valeur de α diminue. On rejoint alors notre cas d'étude. Le recours à un modèle de portée intégrale infinie est possible.

Le phénomène de Hurst traduit une tendance fractale du phénomène naturel pluvieux. De plus, comme le notent Barton et La Pointe (1995) les champs non-stationnaires tendent à montrer des propriétés d'échelles similaires à celles de champs fractals. Selon Blöschl et al. (1995), un critère pour qu'un variogramme puisse décrire les changements d'échelle est qu'il suive une évolution de la forme :

$$\gamma(h) = \lambda^{-2H} \gamma(\lambda h) \quad (2.58)$$

où λ représente le paramètre d'échelle.

Un exemple de variogramme fractal peut s'écrire :

$$\gamma(h) = ah^{2H} \quad (2.59)$$

où a est un paramètre.

Bien qu'il ait été confirmé par Blöschl et al. (1995) que la méthode des multifractals soit plus souple, nous nous sommes limités au modèle le plus simple : le modèle fractal simple précisé à l'expression (2.59).

3.2.2 Estimation des variogrammes spatiaux et temporels

L'estimation des variogrammes fractals spatiaux et temporels se fait pour des durées d'agrégation allant de 1 à 10 jours.

Le modèle du variogramme s'écrit :

$$\gamma(h) = ah^b \quad (2.60)$$

où a est un paramètre et b le paramètre puissance du variogramme.

L'estimation de a et b se fait par calage (régression non-linéaire de la fonction puissance sur les valeurs variographiques au sens du logiciel statistique R)

3.2.2.1 Calages des variogrammes spatiaux

Les figures 2.10 et 2.11 représentent les différents variogrammes spatiaux pour les durées d'agrégation allant de 1 à 10 jours sur les zones aval et amont du bassin versant de la Loire.

Le tableau 2.10 récapitule l'ensemble des paramètres estimés.

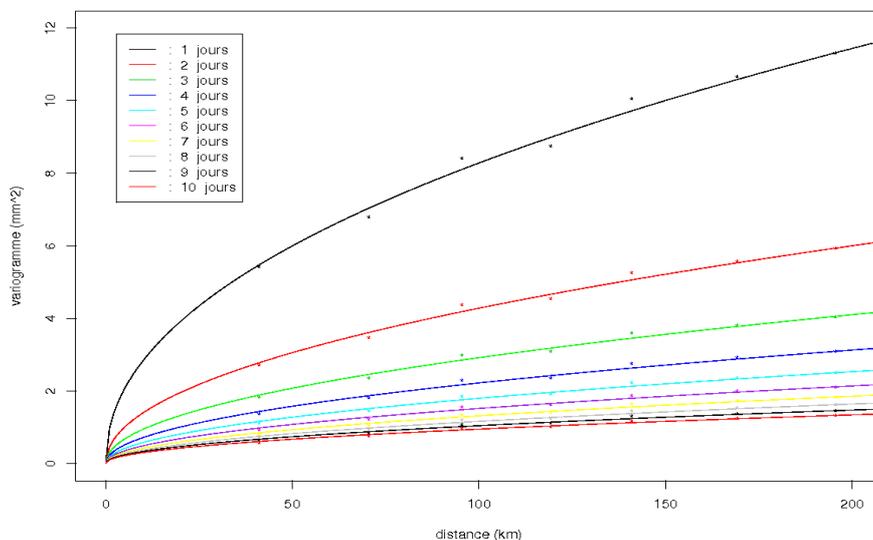


Figure 2.10: Variogrammes spatiaux expérimentaux du champ de pluie totale observée à l'aval du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours

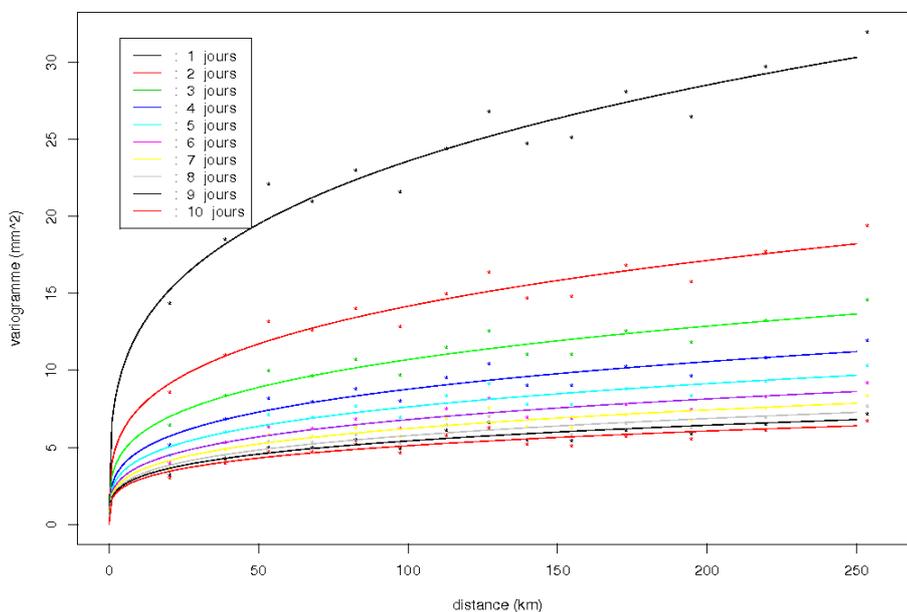


Figure 2.11: Variogrammes spatiaux expérimentaux du champ de pluie totale observée à l'amont du bassin versant de la Loire, et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours

Durée (jour)	Aval		Amont	
	a (mm ² /jour ²)	b	a (mm ² /jour ²)	b
1	0,97	0,47	6,67	0,27
2	0,45	0,49	4	0,28
3	0,3	0,49	3,13	0,27
4	0,23	0,49	2,56	0,27
5	0,18	0,5	2,3	0,26
6	0,15	0,5	2,06	0,26
7	0,13	0,5	1,93	0,26
8	0,12	0,5	1,78	0,25
9	0,1	0,5	1,72	0,25
10	0,09	0,5	1,64	0,25

Tableau 2.10: Paramètres du variogramme spatial estimé à l'aval et à l'amont du bassin versant de la Loire, pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours.

3.2.2.2 Calages des variogrammes temporels

Les figures 2.12a et 2.12b représentent les différents variogrammes temporels pour les durées d'agrégation allant de 1 à 10 jours sur la zone aval et amont du bassin versant de la Loire.

Le tableau 2.11 récapitule l'ensemble des paramètres estimés.

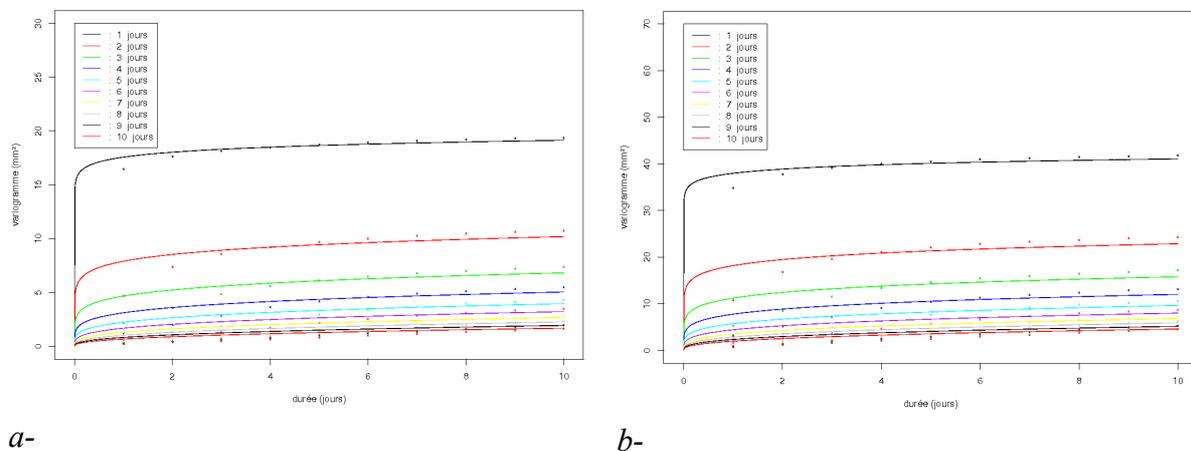


Figure 2.12: Variogrammes temporels expérimentaux du champ de pluie totale et leur estimation pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours : a- Aval du bassin versant de la Loire, b- Amont du bassin versant de la Loire

Durée (jour)	Aval		Amont	
	a (mm ² /jour ²)	b	a (mm ² /jour ²)	b
1	17,56	0,4	37,97	0,03
2	7,89	0,11	18,16	0,1
3	4,65	0,17	11,2	0,15
4	3,1	0,21	7,75	0,19
5	2,22	0,25	5,72	0,23
6	1,66	0,28	4,4	0,26
7	1,28	0,32	3,5	0,29
8	1,01	0,35	2,84	0,32
9	0,81	0,38	2,34	0,34
10	0,66	0,4	1,96	0,37

Tableau 2.11: Paramètres du variogramme temporel estimé à l'aval et à l'amont du bassin versant de la Loire, pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours.

3.2.2.3 Discussion

Dans un premier, on peut remarquer que le modèle puissance permet de bien décrire le variogramme expérimental dans le domaine spatial. C'est un peu moins vrai dans le domaine temporel. Peut être parce que la donnée journalière sur l'axe temporel est une variable déjà agrégée.

Dans un second temps, on s'aperçoit que les valeurs des paramètres b calés ne correspondent pas à la valeur de $2H$ déduite de la section du Chapitre 2, §2.3 (Tableau 2.10). Un approfondissement de ces résultats devra être effectué par la suite pour comprendre cette non-égalité. On s'aperçoit cependant que les coefficients de Hurst que l'on pourrait déduire de b sont toujours inférieur à 0.5, ce qui est conforme.

	Aval		Amont	
	b	$2H$	b	$2H$
Spatial	0,47	0,82	0,27	0,83
Temporel	0,04	0,67	0,03	0,67

Tableau 2.12: Paramètres b calés de l'expression (2.60) et valeurs $2H$ déterminée en utilisant la méthode de la variance de dispersion (2.36), pour les données journalières. En rappelant que $\alpha = 2 - 2H$.

Marani (2005) précise que la loi puissance ne peut à elle seule représenter de façon cohérente la structure spatiale des champs de pluie : une zone de transition, dans l'évolution de la variance apparaît entre les agrégations pour des durées de l'ordre de la quinzaine de minutes et celle de l'ordre de la cinquantaine d'heures. Ceci revient à dire que les phénomènes ne seront pas uniquement fractal simple.

Dans un autre domaine des sciences de la nature, Di Federico et Neuman (1997) ont utilisé une composition d'un modèle puissance et exponentiel pour s'adapter au mieux à la structure de la conductivité hydraulique. Le modèle utilisé par Skoien et al. (2003) est, quant à lui, intéressant pour sa bonne adaptation à l'évolution à l'origine. Leur modèle de variogramme se compose de deux termes :

- l'un représentant la composante fractale,
- l'autre étant un variogramme de la famille exponentielle, le modèle de Weibull.

Il s'écrit alors :

$$\gamma(h) = b_0 h^{a_0} (1 - \exp(-(h/b_1)^{a_1})) \quad (2.61)$$

où a_0 , a_1 , b_0 et b_1 sont des paramètres. Dans un repère log-log, ce modèle du variogramme est représenté par une courbe tendant asymptotiquement vers deux droites dépendant des paramètres. Un exemple est donné figure 2.13.

Figure 2.13: Exemple du modèle Fractal-Weibull avec les paramètres suivants : $b_0=20$, $b_1=10$, $a_0=0.2$, $a_1=0.8$

Il est alors possible de déterminer séparément les pentes du variogramme aux faibles distances et aux fortes distances ; la pente aux faibles distances est représentée par la somme des coefficients $a_0 + a_1$ et la pente aux grandes distances est représentée par le coefficient a_0 (Skoien et al., 2003). Le paramètre b_0 représente la variance *a priori* et b_1 la portée. L'estimation de b_0 et b_1 se fait comme d'habitude par calage.

D'après nos essais, la fenêtre d'observation ne permet pas d'observer la cassure du variogramme dans le domaine spatial. Cette approche séduisante ne nous permet pas de nous affranchir de la difficulté de fond que représente la taille limitée du réseau.

4 Discussion

On s'attend à une évolution graduelle de la structure des pluies avec la durée considérée dans le cas où les mesures représentent bien l'ensemble d'un phénomène pluvieux.

Un première proposition consiste à se donner un modèle d'évolution des paramètres du variogramme à partir des valeurs obtenues aux différentes durées d'agrégation. Les travaux de Krajewski et Ciach (2003) et Ciach et Krajewski (2006), sur le modèle de Weibull, illustrent bien cette méthode.

Or le diagnostic obtenu en utilisant l'outil élaboré par Lantuéjoul (1991) indique qu'au pas de

temps initial journalier, la taille du domaine spatial d'étude ne permet pas une représentativité idéale. L'évolution du variogramme aux grandes distances n'est alors pas bien connue. De plus, l'évolution du variogramme aux faibles distances et aux faibles durées ne l'est pas non plus.

Comment alors définir une **évolution réaliste** du variogramme spatial et temporel? Nous proposons de nous baser sur la théorie géostatistique et notamment l'évolution des variogrammes avec l'agrégation, et sur des articles précurseurs décrivant l'évolution des structures de phénomènes pluvieux avec l'agrégation temporelle.

5 Conclusion

L'outil de diagnostic de l'ordre de grandeur de la portée intégrale élaboré par Lantuéjoul (1991) met en évidence la possibilité d'utiliser différents types de modélisation pour les variogrammes spatiaux et temporels des données pluviométriques.

Pour ce qui est de représenter la structure d'un phénomène pluvieux sur la fenêtre spatiale et temporelle du réseau, ces différentes modélisations sont convaincantes. En dehors de la fenêtre aux échelles spatiales supérieures, une indétermination certaine demeure.

Notons que les descriptions qui précèdent sont multi-durées, mais ne sont pas agrégatives ; les paramètres relatifs aux différentes durées sont calés comme si les processus relatifs à différentes durées étaient indépendants. Beaucoup de contraintes logiques sont sous-exploitées.

Dans la suite, nous mettrons en place une modélisation plus précise tenant compte de l'évolution nécessaire des structures spatio-temporelle avec l'agrégation temporelle

Chapitre 3 : Modélisation spatio-temporelle du champ de pluie : le modèle 2D+Temps+Advection

1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de déterminer un modèle de variogramme spatio-temporel de champ de pluie qui puisse fournir une évolution réaliste du variogramme spatial et conforme avec les propriétés statistiques connues de l'agrégation temporelle : allongement de la structure spatiale (Lebel, Bastin, Obled et Creutin, 1987), et baisse de la variabilité statistique spatiale (Journel et Huijbregts, 1978) avec l'augmentation de la durée d'agrégation temporelle.

L'intérêt d'un tel modèle sera de simuler des événements pluvieux qui soient réalistes pour différentes durées d'agrégation. **La cohérence spatio-temporelle sera recherchée pour ce travail dans le cadre de la géostatistique spatio-temporelle** dont Kyriakidis et Journel (1999) et Kyriakidis et al. (2004) ont établi une synthèse très complète.

La structure spatio-temporelle aura peut être la forme d'un modèle théorique dont les paramètres (forme et portée) évoluent avec la durée d'agrégation (Krajewski et al., 2003 ; Ciach et Krajewski, 2006). Des structures spatio-temporelles très élaborées et comportant de nombreux paramètres ont ainsi été développées (Gneiting 2002a , Ma 2003a).

Cependant, on peut remarquer que les structures spatiales, quelle que soit l'agrégation temporelle, dépendent nécessairement des fluctuations du champ de pluie aux échelles temporelles sous-jacentes. La modélisation de la structure spatiale de champ de pluie selon le pas de temps d'agrégation doit tenir compte de cette remarque, qui nous rapproche des travaux de Journel et Huijbregts (1978) à propos de l'agrégation et de l'obtention d'une structure agrégée à partir d'une structure à un pas de temps inférieur. La première partie de ce chapitre se focalise sur la détermination d'un tel modèle.

Des études telles que Lebel et Le Barbé (1997) ainsi que Ali et al. (2003) utilisent l'hypothèse forte qu'un événement est indépendant de celui qui le précède. Cela revient à dire que les relations croisées (ou spatio-temporelles) sont négligées (Journel & Huijbregts, 1978). Ce cas de figure est manifestement acceptable au Sahel, cas d'étude de ces auteurs. Ce n'est pas le cas dans les zones tempérées où les champs pluvieux aux pas de temps journaliers ou inférieurs sont issus de situations météorologiques présentant une certaine continuité (Zawadzki, 1973).

Nous souhaitons par ailleurs, que notre modélisation « mime » la réalité physique en y ajoutant un paramètre d'advection. Il existe déjà plusieurs travaux sur la modélisation spatio-temporelle de champs de pluie avec la prise en compte d'une advection. On peut notamment citer le travail de Lebel et al. (1998), Mellor (1996a, c) sur la modélisation de pluie en bandes et Shah et al. (1996). Dans ces travaux, la prise en compte d'une advection n'a pour objectif que d'introduire un mouvement de cellules pluvieuses dans les champs simulés. Pour nous l'advection sera importante à cause de ses conséquences sur la structure spatiale du champ de pluie pour différentes durées d'agrégation.

La deuxième partie du chapitre explicite donc l'élaboration du modèle géostatistique spatio-temporel en présence d'advection. Elle met également en avant l'intérêt de tenir compte d'une structure "élémentaire" (au sens d'un pas de temps infiniment petit) sous-jacente aux observations pour réussir à modéliser de manière réaliste les champs de pluie aux pas de temps supérieurs.

Enfin, la troisième partie présente plus concrètement cette modélisation spatio-temporelle avec les modèles de variogramme sphérique et exponentiel, sans et avec advection. Ceci nous permet de calculer par intégration numérique quelle sera l'évolution des structures avec

l'agrégation temporelle.

Il s'agit d'une approche phénoménologique qui consiste à relier plusieurs observations empiriques d'un phénomène entre elles sans recourir explicitement aux équations de la mécanique.

2 Modélisation 2D+Temps

2.1 Le champ de pluie : phénomène spatio-temporel

Contrairement à ce qui a été fait dans le chapitre 2, nous considérons le champ de pluie comme une seule réalisation d'une fonction aléatoire dans un espace à trois dimensions : deux dimensions d'espace et une dimension de temps. Nous considérons que la structure du champ de pluie est la même dans les deux dimensions de l'espace. Le variogramme peut alors être modélisé par un modèle isotrope dans l'espace. Pour simplifier la notation lors de l'élaboration du modèle, le domaine spatial sera représenté comme un espace à une dimension. La FA est alors noté :

$$\{Z(x, t), x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}\} \quad (3.1)$$

Certains modélisateurs estiment que des différences fondamentales opposent les phénomènes spatiaux et temporels (Journel, 1986). Ainsi, certains modèles sont basés sur la décomposition en une somme d'une composante purement spatiale et d'une composante purement temporelle. En langage géostatistique, cela correspond à un modèle basé sur une anisotropie zonale (Bilonick, 1985). Le variogramme s'écrit alors :

$$\gamma(h, \tau) = \gamma_S(h) + \gamma_T(\tau) \quad (3.2)$$

Cependant, une anisotropie ne peut être uniquement spatiale ou uniquement temporelle. Ainsi, certains modélisateurs utilisent une factorisation du variogramme mettant en avant une anisotropie spatio-temporelle (De Iaco et al., 2001) :

$$\gamma(h, \tau) = \gamma_S(h) \gamma_T(\tau) \quad (3.3)$$

Cette méthode fréquemment utilisée pour séparer les composantes spatiale et temporelle correspond à la propriété markovienne suivante : conditionnellement à $Z(x, t)$ les variables $Z(x+h, t)$ à la même date en un autre point et $Z(x, t+\tau)$ au même point et à une autre date sont indépendantes. Dans ce cas, le variogramme est dit *séparable*.

Cette factorisation du modèle spatio-temporel en un produit d'une partie purement spatiale et d'une partie purement temporelle a été très largement utilisée en raison de la facilité de sa mise en application numérique. Cependant ce modèle est parfois utilisé alors que la situation physique ne le permet pas. Des tests statistiques sur la séparabilité sont au préalable nécessaires. Certains auteurs ont présenté des tests. On citera comme exemple le test du rapport de vraisemblance adapté aux mesures multivariées répétées dans un contexte spatio-temporel (Mitchell, Genton & Gumpertz, 2005 et 2006). Les travaux de Gneiting (2002a) sont une bonne synthèse des tests disponibles. Une manière simple d'examiner la *séparabilité* est de tester la *symétrie totale* de la structure spatio-temporelle. Un variogramme séparable ne peut être que totalement symétrique (la réciproque n'est pas valable, De Iaco et al. (2002)). Un processus spatio-temporel possède un variogramme *totalement symétrique* s'il respecte la condition :

$$\gamma(h, \tau) = \gamma(h, -\tau) \quad (3.4)$$

Toutefois, sous une approche eulérienne et comme l'a précisé Gneiting (2002a), la structure des phénomènes environnementaux a tendance à être influencée par la présence d'une cinématique. La caractéristique de symétrie totale n'est alors plus présente.

En résumé : dans le monde réel, les pluies progressent avec l'advection atmosphérique. Le champ de pluie peut être étudié sous deux perspectives. Soit l'observateur suit la cellule pluvieuse (ou la zone pluvieuse) dans son déplacement. Cet observateur n'est plus sensible à la cinématique du phénomène pluvieux mais perçoit bien la variabilité interne de la cellule. C'est l'approche lagrangienne. Soit l'observateur est fixé au sol tel un pluviomètre et observe l'évolution du champ de pluie. Dans ce cas, la variabilité interne semble très liée avec la dimension temporelle. C'est l'approche eulérienne.

On suppose que le phénomène pluvieux peut être représenté par une réalisation d'une FA stationnaire d'ordre deux en coordonnées lagrangiennes. Quand il y aura advection, celle-ci introduira une distinction entre cette FA (en coordonnées lagrangiennes) et la même FA vue du sol (en coordonnées eulérienne).

Pour le moment, il n'y a pas d'advection. Les deux approches coïncident.

La modélisation du champ de pluie tient compte de cette distinction.

Le variogramme spatio-temporel de la fonction aléatoire est défini par :

$$\gamma(h, \tau) = \frac{1}{2} E [Z(x, t) - Z(x+h, t+\tau)] \quad (3.5)$$

où (x, t) et $(x+h, t+\tau)$ déterminent les coordonnées spatio-temporelles de deux points.

Les modèles géostatistiques spatio-temporels étendent les modèles spatiaux usuels en traitant le temps comme une coordonnée supplémentaire. L'évolution des processus n'est cependant pas la même dans le temps et dans l'espace.

Nous faisons l'hypothèse qu'une anisotropie géométrique permet de rendre la dimension temporelle homogène à une dimension spatiale. Le modèle se base alors sur le variogramme spatio-temporel suivant :

$$\gamma((x, x+h), (t, t+\tau)) = \gamma\left(\sqrt{h^2 + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \cdot \tau^2}\right) \quad (3.6)$$

où a_1/a_2 représente le facteur d'anisotropie entre les axes spatial et temporel.

Pour faciliter la mise en place de notre modèle, le facteur d'anisotropie est considéré comme unitaire dans le présent chapitre, ce qui revient à travailler en coordonnées réduite $(x/a_1, t/a_2)$.

2.2 Détermination du variogramme de bloc sur une durée D

On souhaite déterminer le variogramme spatial sur une durée D à partir du variogramme spatio-temporel élémentaire, c'est à dire le variogramme du processus à un pas de temps infiniment petit. En termes géostatistiques, cela signifie déterminer le variogramme de bloc sur une durée D à partir du variogramme ponctuel $\gamma(h, \tau)$.

On rappelle qu'un variogramme est un cas particulier de variance d'extension. Le calcul d'une variance d'extension (Chapitre 2 :2.1.1) permet donc de déterminer le variogramme agrégé à partir du variogramme ponctuel. C'est ce que l'on appelle régularisation du variogramme, ici sur une durée D .

Soit $Z(x, t)$ une variable aléatoire au point (x, t) . La variable aléatoire $Z_D(x, t)$ est obtenue par régularisation de $Z(x, t)$ sur une durée D et s'écrit :

$$Z_D(x, t) = \frac{1}{D} \int_D Z(x, t) dt \quad (3.7)$$

Selon l'hypothèse de stationnarité d'ordre 2, on a :

- une espérance mathématique identique pour les variables $Z(x, t)$ et $Z_D(x, t)$:

$$E[Z_D(x, t)] = \frac{1}{D} \int_D E[Z(x, t)] dt = \frac{1}{D} \int_D m dt = m \quad (3.8)$$

- un variogramme déterminé sur une durée D :

$$\gamma_D(h, 0) = \frac{1}{2} E[(Z_D(x+h, t) - Z_D(x, t))^2] \quad (3.9)$$

L'objectif est de déterminer le variogramme de bloc $\gamma_D(h, 0)$ à l'aide du variogramme ponctuel $\gamma(h, \tau)$.

En utilisant le terme utilisé dans la section du Chapitre 2, §2.1.1, le variogramme de bloc (3.9) peut alors être déterminé comme le variogramme d'extension de la variable régularisée $Z_D(x, t)$ par la variable régularisée $Z_D(x+h, t)$ séparées par la distance h .

On obtient alors le variogramme en effectuant la moyenne des différences quadratiques entre toutes les positions du point (x, t) sur la durée D et du point $(x+h, t)$ sur la durée D . Le schéma d'intégration est présenté en figure 3.1.

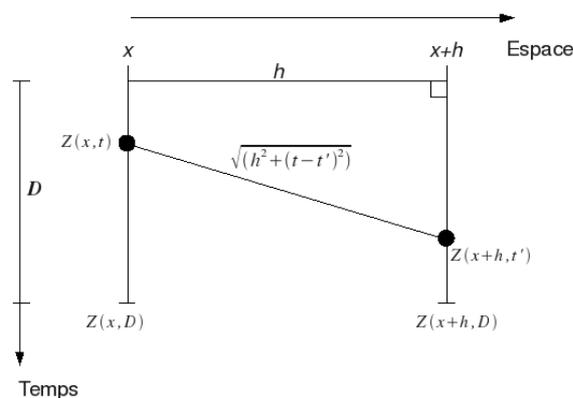


Figure 3.1: Schéma d'intégration utilisé pour le calcul du variogramme agrégé sur une durée D

On obtient alors à partir de (3.9) :

$$\gamma_D(h,0) = \frac{1}{D^2} \int_{t \in D} \int_{t' \in D} \gamma(\sqrt{h^2 + (t-t')^2}) dt dt' - \frac{1}{D^2} \int_{t \in D} \int_{t' \in D} \gamma(\sqrt{(t-t')^2}) dt dt' \quad (3.10)$$

Ce que l'on a coutume de noter symboliquement :

$$\gamma_D(h,0) = \bar{\gamma}(D, D(h)) - \bar{\gamma}(D, D) \quad (3.11)$$

Quand la distance h tend vers l'infini, le variogramme $\gamma_D(h,0)$ tend vers une variance C_D qui est la variance du processus agrégé. Cette variance C_D diminue avec la durée jusqu'à être nulle.

La figure 3.2 synthétise l'influence d'une régularisation sur un variogramme ponctuel. On suppose un domaine Ω suffisamment grand pour que les variogrammes agrégés atteignent leur variance C_D . Des régularisations ont été effectuées sur des durées D valant 5, 10 et 20.

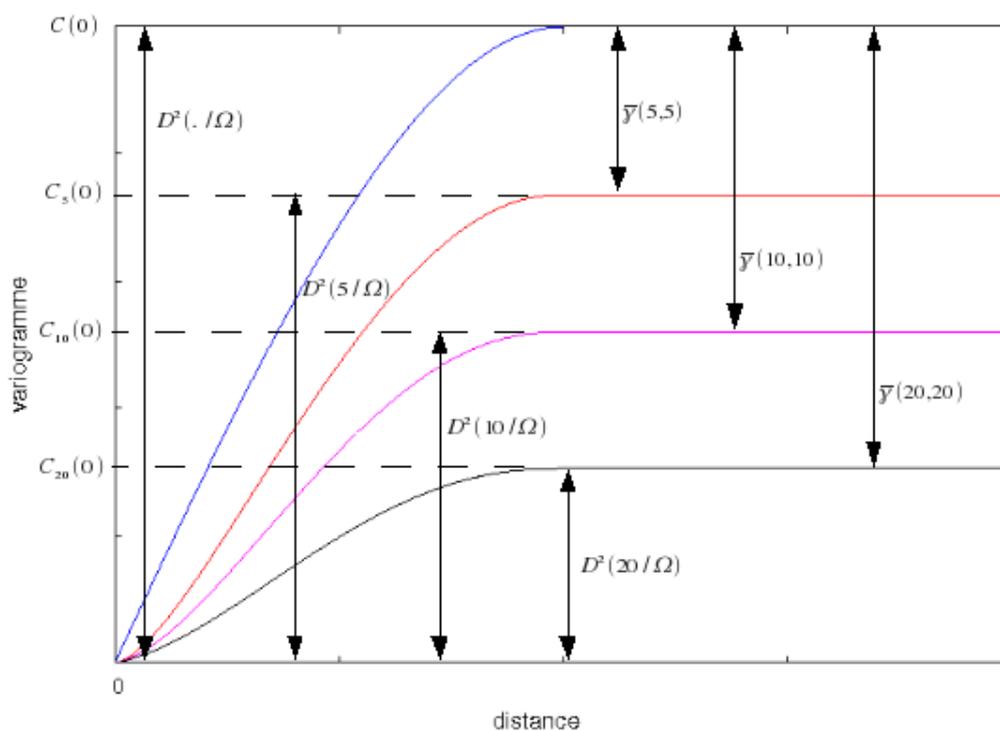


Figure 3.2: Variogramme ponctuel et variogrammes de bloc sur des durées D valant 5, 10 et 20, ainsi que les notations des différentes variances de dispersion D^2 .

3 Modèle 2D+Temps+Advection

3.1 Ajout d'une advection dans le modèle 2D+Temps

3.1.1 Non-totale symétrie de la structure spatio-temporelle

Gneiting (2002a) montre que l'advection des cellules pluvieuses implique une non-totale symétrie de la structure spatio-temporelle **eulérienne** du champ de pluie.

Cette non-totale symétrie se traduit comme suit :

$$\gamma(h, \tau) \neq \gamma(-h, \tau) \quad (3.12)$$

Comme le variogramme est symétrique ($\gamma(h, \tau) = \gamma(-h, -\tau)$), la non-totale symétrie se traduit également par :

$$\gamma(h, \tau) \neq \gamma(h, -\tau) \quad (3.13)$$

Une modélisation spatio-temporelle doit restituer cette propriété. L'injection d'une advection dans le modèle est donc indispensable.

3.1.2 Prise en compte d'une advection dans le variogramme

En présence d'une advection constante et uniforme \vec{U} , le variogramme ponctuel spatio-temporel eulérien devient :

$$\gamma_{\vec{v}}(\vec{h}, \tau) = \gamma(\sqrt{|\vec{h} - \vec{U}\tau|^2 + \tau^2}) \quad (3.14)$$

3.1.2.1 Direction de l'advection et de l'interdistance

À \vec{U} fixé, l'expression (3.14) dépend de \vec{h} .

Nous avons l'égalité :

$$\begin{aligned} |\vec{h} - \vec{U}\tau|^2 + \tau^2 &= |\vec{h}|^2 - 2\tau \langle \vec{h}, \vec{U} \rangle + \tau^2 (1 + |\vec{U}|^2) \\ &= |\vec{h}|^2 - 2\tau |h \cdot U| \cos \theta + \tau^2 (1 + |\vec{U}|^2) \end{aligned} \quad (3.15)$$

où θ représente l'angle entre la direction de l'advection \vec{U} et la direction de l'interdistance \vec{h} .

L'effet de l'advection \vec{U} n'aura un effet maximal que si sa direction est identique à celle de l'interdistance \vec{h} , c'est à dire quand $\cos \theta = 1$.

Dans le cas où la direction de \vec{U} et \vec{h} sont perpendiculaires, l'effet de l'advection est alors limité. Dans ce cas, l'expression (3.14) devient :

$$\gamma_{\vec{v}}(\vec{h}, \tau) = \gamma(\sqrt{|\vec{h}|^2 + \tau^2 (1 + |\vec{U}|^2)}), \quad \text{si } \theta = \pi/2 \quad (3.16)$$

Il est alors intéressant de constater qu'une anisotropie spatio-temporelle apparaît, déterminée par : $1 + |\vec{U}|^2$. Notons que cette anisotropie est à coupler avec l'anisotropie de l'expression

(3.6), ici prise unitaire pour faciliter la compréhension de la construction du modèle.

Dans le cas, où la direction de l'advection \vec{U} et celle de l'interdistance \vec{h} sont identiques ($\pi=0$), il est aisé de voir d'après l'expression (3.15) que l'advection jouera un rôle dans la dimension spatiale. Nous nous intéresserons plus particulièrement à ce cas, par la suite.

3.1.2.2 Vérification de la non-totale-symétrie

En tenant compte de (3.15), et en supposant que π nul, il est possible de vérifier la non-totale symétrie du modèle déterminée par (3.12) et (3.13).

Prenons dans un premier exemple où $\tau \geq 0$:

$$\text{Si } \vec{h} = \vec{U} \tau, \text{ alors } \gamma_{\vec{v}}(\vec{U} \tau, \tau) = \gamma(\tau)$$

$$\text{Si } \vec{h} = -\vec{U} \tau, \text{ alors } \gamma_{\vec{v}}(\vec{U} \tau, \tau) = \gamma(\tau \sqrt{1+4|U|^2})$$

Nous vérifions donc bien (3.12).

Prenons dans un second exemple $h \geq 0$:

$$\text{Si } \tau = -\eta, \text{ alors } \gamma(\vec{h}, \eta) = \gamma(|h|^2 - 2\eta \langle \vec{h}, \vec{U} \rangle + \eta^2 (1 + |\vec{U}|^2))$$

$$\text{Si } \tau = \eta, \text{ alors } \gamma(\vec{h}, -\eta) = \gamma(|h|^2 + 2\eta \langle \vec{h}, \vec{U} \rangle + \eta^2 (1 + |\vec{U}|^2))$$

Nous vérifions donc bien l'expression (3.13).

3.2 Détermination du variogramme de bloc sur une durée D

On répète l'opération de régularisation détaillée précédemment (Chapitre 3 :2.2) : on dérive le variogramme de bloc de durée D à partir du variogramme ponctuel (3.9).

Le schéma d'intégration est présenté sur la figure 3.3. On note l'influence de l'advection U .

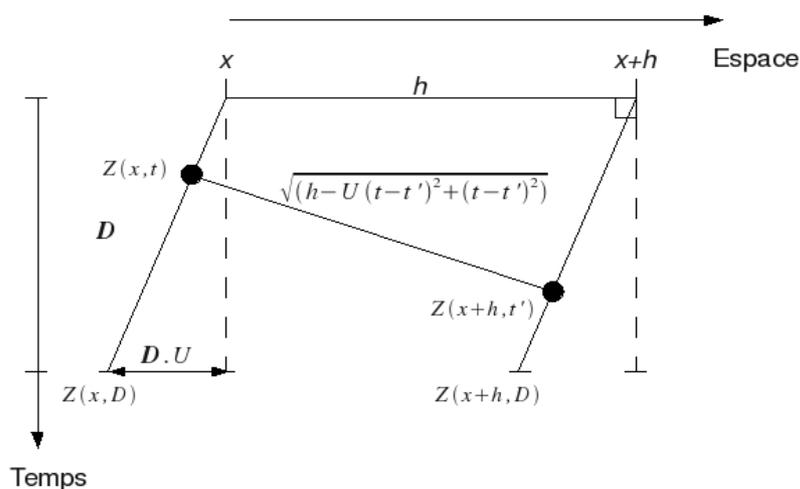


Figure 3.3: Schéma de l'intégration à effectuer pour l'obtention d'un variogramme de bloc de durée D en présence d'une advection U

Par analogie avec l'expression (3.11), le variogramme de bloc de durée \mathbf{D} s'écrit :

$$\gamma_{\mathbf{D},U}(h,0) = \bar{\gamma}_U(\mathbf{D}, \mathbf{D}(h)) - \bar{\gamma}_U(\mathbf{D}, \mathbf{D}) \quad (3.17)$$

où

$$\bar{\gamma}_U(\mathbf{D}, \mathbf{D}(h)) = \frac{1}{\mathbf{D}^2} \int_{t \in \mathbf{D}} \int_{t' \in \mathbf{D}(h)} \gamma(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) dt dt' \quad (3.18)$$

et

$$\bar{\gamma}_U(\mathbf{D}, \mathbf{D}) = \frac{1}{\mathbf{D}^2} \int_{t \in \mathbf{D}} \int_{t' \in \mathbf{D}} \gamma(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) dt dt' \quad (3.19)$$

Quand la distance h tend vers l'infini, le variogramme de bloc $\gamma_{\mathbf{D},U}(h,0)$ tend vers la variance du signal agrégé $C_{\mathbf{D},U}$. Il est important de noter que cette variance du signal agrégé n'évolue plus uniquement en fonction de la durée mais également en fonction de l'advection. On a donc :

$$\gamma_{\mathbf{D},U}(\infty,0) = C(0) - \bar{\gamma}_U(\mathbf{D}, \mathbf{D}) \quad (3.20)$$

4 Applications pratiques

De ce qui précède, la structure ponctuelle du champ de pluie peut être modélisée par différents modèles théoriques, comme par exemple le modèle exponentiel ou sphérique. Dans le cas de la thèse, ces modèles coïncident raisonnablement avec la structure observée du champ de pluie. Les développements qui suivent se focaliseront donc uniquement sur ces deux modèles théoriques. La forme analytique des modèles sphérique et exponentiel est présentée dans l'Annexe 3. Un récapitulatif des formes analytiques en relation avec les modèles γ est donné. Par souci de simplicité, la forme analytique des modèles ne sera pas explicitée dans le cadre du chapitre. Le terme *Modèle()* permet une utilisation générique des deux modèles partout où c'est possible.

Pour mettre en valeur uniquement l'évolution du variogramme avec la régularisation, tous les paramètres des modèles sont rendus adimensionnels, c'est à dire que :

$$\begin{aligned} l &= h/L \\ d &= \mathbf{D}/T \end{aligned} \quad (3.21)$$

avec l et d respectivement la distance spatiale et temporelle adimensionnelle, L et T respectivement la portée spatiale et temporelle, h étant le décalage spatial et \mathbf{D} la durée d'intégration.

Remarquons que l'expression (3.21) fait donc intervenir implicitement l'anisotropie temporelle. Le coefficient d'anisotropie est égal à $\alpha = L/T$.

La variance *a priori* du processus ponctuel sera prise unitaire, de même que les dimensions sont prises adimensionnelles.

Notons que dans le cas adimensionnel :

- le variogramme ponctuel spatio-temporel est noté par $\gamma(l, \tau/T)$
- le variogramme de bloc sur une durée d est déterminé par $\gamma_d(l, \tau/T)$, avec en pratique $\tau/T = 0$, variogramme spatial du processus agrégé.

Deux cas sont présentés : les modélisations 2D+Temps et 2D+Temps+Advection.

4.1 Modèle 2D+temps

Le variogramme de bloc sur une durée D , est basé sur l'expression du variogramme ponctuel:

$$\gamma(l, d) = \text{Modèle}(\sqrt{l^2 + d^2}) \quad (3.22)$$

4.1.1 Évolution du variogramme spatial agrégé dans le temps

La figure 3.4 illustre l'évolution d'un variogramme spatial ponctuel sphérique ou exponentiel avec la régularisation temporelle. Ces figures proviennent des formes analytiques présentées en Annexe 3.

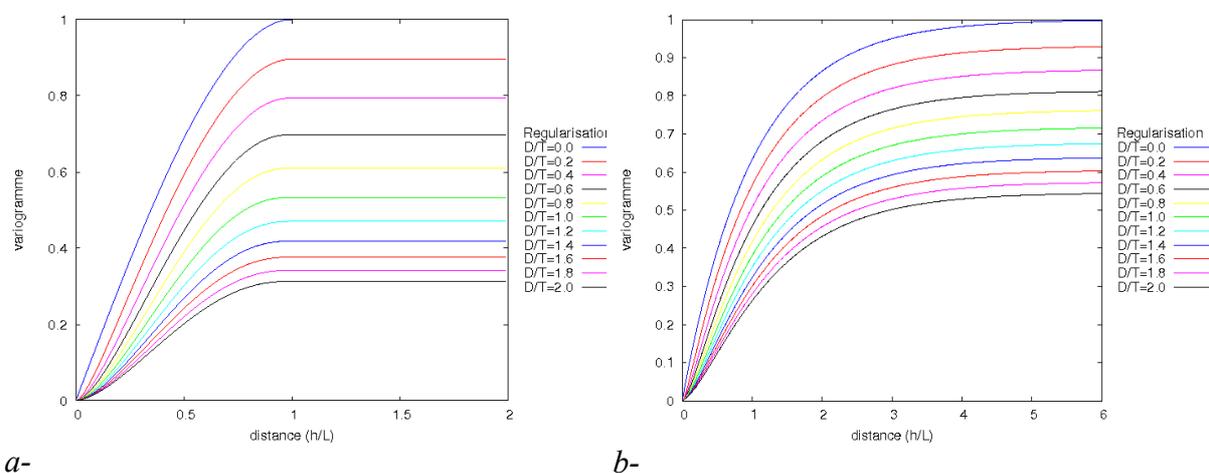


Figure 3.4: Évolution du variogramme spatial (avec un seuil de 1 et une portée L de 1) en fonction de h/L et pour différentes agrégations de D/T . a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel (Formulation en Annexe 3)

La variance de dispersion des variogrammes diminue au fur et à mesure que la durée d'agrégation augmente. La portée n'évolue pas avec l'augmentation d'agrégation.

La continuité de la structure aux faibles distances h tend à s'accroître pour des régularisations temporelles de plus en plus longues (figure 3.5). Un point important ressort de cette dernière illustration. On est souvent tenté de caler un modèle de variogramme sur des données à la résolution où elles ont été enregistrées. Or dès lors que la fréquence d'enregistrement est faible, chaque mesure représente déjà une agrégation. Un variogramme mathématiquement adapté à un processus ponctuel n'est donc pas forcément représentatif des mesures observées si ces mesures sont relatives à un processus temporellement agrégé. Tenir compte de la continuité aux faibles distances donnera un meilleur réalisme au variogramme que l'on souhaite modéliser.

Se baser sur une structure régularisée sur une durée correspondant aux pas de temps

d'observation donne la possibilité d'un calage plus réaliste.

Prenons l'exemple de la pluie journalière, où chaque valeur journalière correspond à un cumul de pluie. Cette pluie aurait aussi pu être enregistrée sur des pas de temps inférieurs à la journée. Le variogramme que l'on souhaite caler doit être un variogramme de bloc compatible avec des données régularisées sur une journée. Comme l'illustre la figure 3.5, la régularisation engendre une augmentation de la continuité à l'origine. Ne pas en tenir compte lors du calage rendrait la structure erronée pour les faibles distances. Il existe des modèles de structures permettant d'obtenir ce caractère continu, mais une fois les valeurs du jeu de données régularisées ce modèle ne correspondra pas forcément aux structures spatiales du jeu de données aux agrégations temporelles supérieures. Il est donc nécessaire de se baser sur la forme analytique de l'évolution de la structure spatiale à partir de la structure ponctuelle (3.17). Il est ensuite utile de régulariser les valeurs pluviométriques sur des durées supérieures à la journée afin de profiter des informations supplémentaires sur l'évolution de la structure spatiale dans le temps.

Ainsi, l'objectif n'est pas de caler le variogramme du jeu de données au pas de temps journalier mais bien de définir le variogramme ponctuel avec un modèle de structure théorique. Le variogramme spatial au pas de temps journalier est alors donné par l'intégration de ce variogramme ponctuel sur la journée.

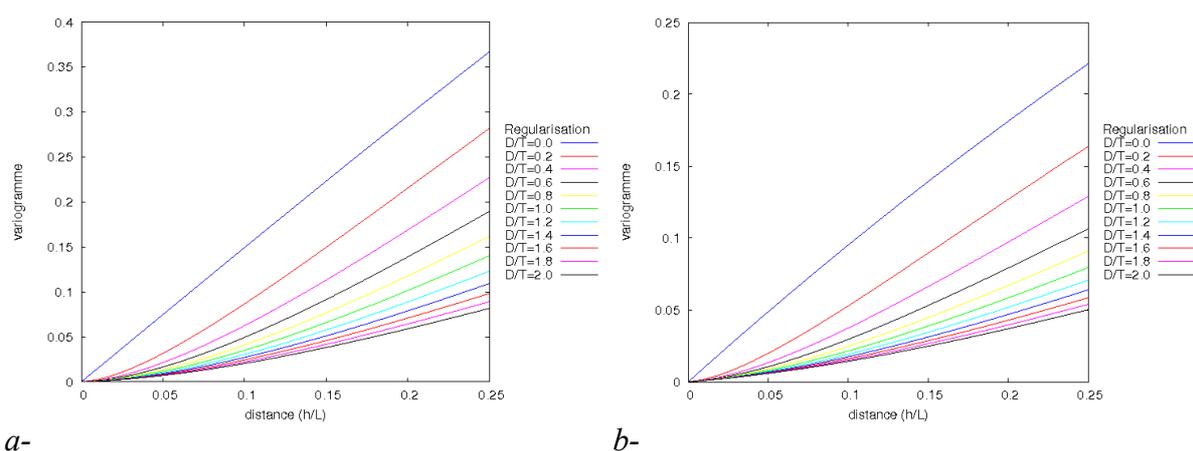


Figure 3.5: Zoom aux faibles distances d'un variogramme ponctuel en fonction de h/L et pour différentes agrégations D/T , a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel

4.1.2 Évolution de la variance de dispersion avec une régularisation dans le temps

D'après les travaux de Journel et Huijbregts (1978), la forme analytique de la variance de dispersion $D^2(D/T)$ est décrite par l'expression :

$$D^2(D/T) = 1 - \bar{\gamma}(D/T, D/T) \quad (3.23)$$

Les formes analytiques sont présentées dans l'Annexe 3 pour le modèle sphérique et exponentiel. Le comportement des variances de dispersion en fonction de la durée d'agrégation est illustré sur la figure 3.6. Sans agrégation, la variance de dispersion est égale à la variance *a priori* et vaut un. Quand l'agrégation temporelle tend vers l'infini, la variance de dispersion tend vers 0. L'agrégation temporelle est donc liée à une diminution de la variabilité

statistique qui, dans ce cas, est analytiquement connue :

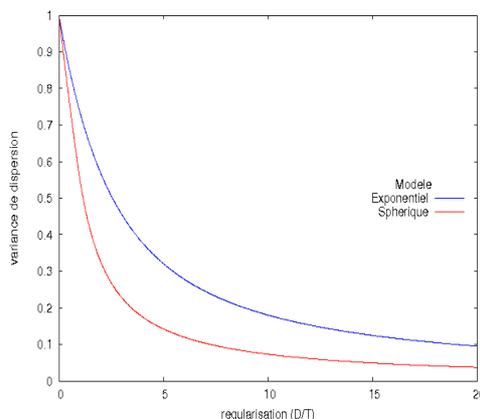


Figure 3.6: Évolution de la variance de dispersion en fonction de la régularisation temporelle. Formulation en Annexe 3

4.2 Modèle 2D+Temps+Advection

Le variogramme régularisé, sur une durée D , est basé sur l'expression du variogramme ponctuel dans lequel une advection U est prise en compte.

$$\gamma(l, d) = \text{Modèle}(\sqrt{(l - U d)^2 + d^2}) \quad (3.24)$$

La présence d'une advection dans le modèle permet d'obtenir la caractéristique souhaitée sur le variogramme ponctuel eulérien : une symétrie non-totale, introduite dans la section du Chapitre 3, §3.1.1.

4.2.1 Évolution du variogramme spatial agrégé en présence d'une advection

La présence d'une advection influe sur l'agrégation temporelle.

Pour une durée d'agrégation donnée, et différentes valeurs d'advection, on observe (figure 3.7):

- Une portée spatiale qui augmente avec l'accroissement de l'advection.
- Une variance de dispersion qui diminue avec l'accroissement de l'advection.
- Une continuité accrue aux faibles distances avec l'accroissement de l'intensité de l'advection.

Pour une intensité d'advection donnée, et des durées d'agrégation croissantes, on observe les mêmes évolutions (figure 3.8).

L'évolution des caractéristiques du modèle exponentiel est beaucoup plus douce que celle du modèle sphérique. Le modèle exponentiel n'atteint sa variance qu'à l'infini. Sa portée pratique peut être estimée à environ trois fois le paramètre (Journal et Huijbregts, 1978), moment où le variogramme atteint 0.95. Ainsi, l'injection dans le modèle exponentiel d'une advection trois fois supérieure à celle injectée dans le modèle sphérique permet d'obtenir une évolution des caractéristiques du même ordre de grandeur dans les deux modèles.

De manière similaire à l'augmentation de l'agrégation temporelle, un accroissement de l'intensité d'advection accentue la continuité de la structure aux faibles distances (figure 3.9). Ainsi l'advection tend nettement à homogénéiser la structure spatiale du champ de pluie.

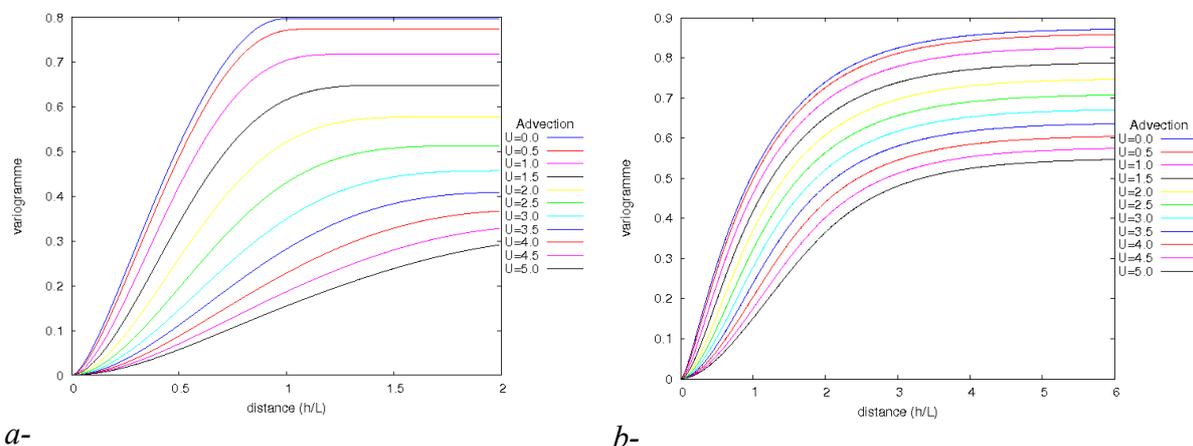


Figure 3.7: Variogrammes de bloc pour une durée $D/T=0.4$, en fonction de différentes valeurs d'advection U : a-Modèle Sphérique, b-Modèle exponentiel

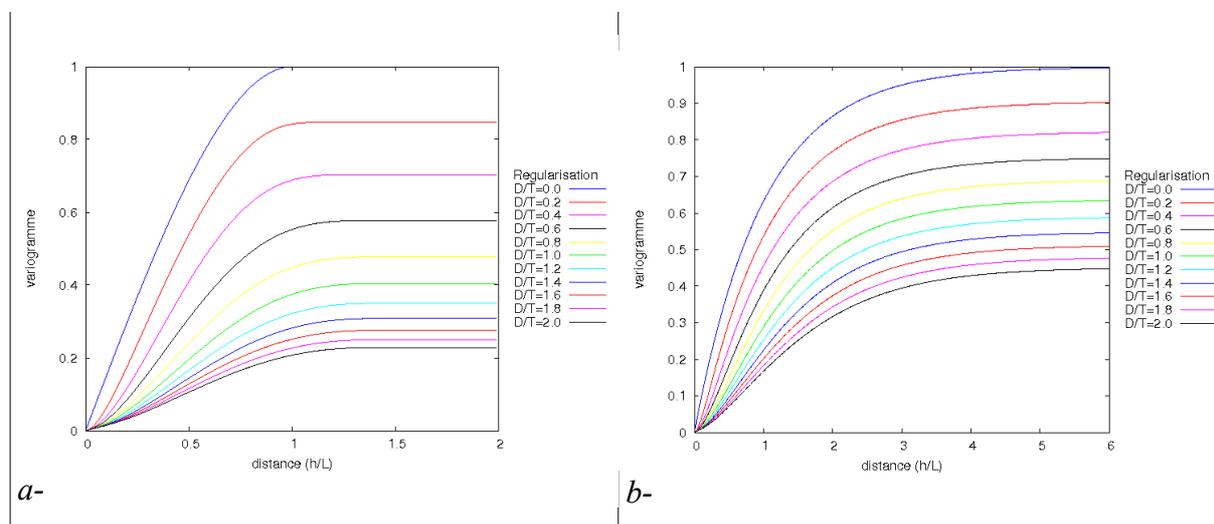


Figure 3.8: Variogrammes de bloc pour différentes durées D/T , pour une valeur d'advection U unitaire : a-Modèle Sphérique, b-Modèle exponentiel

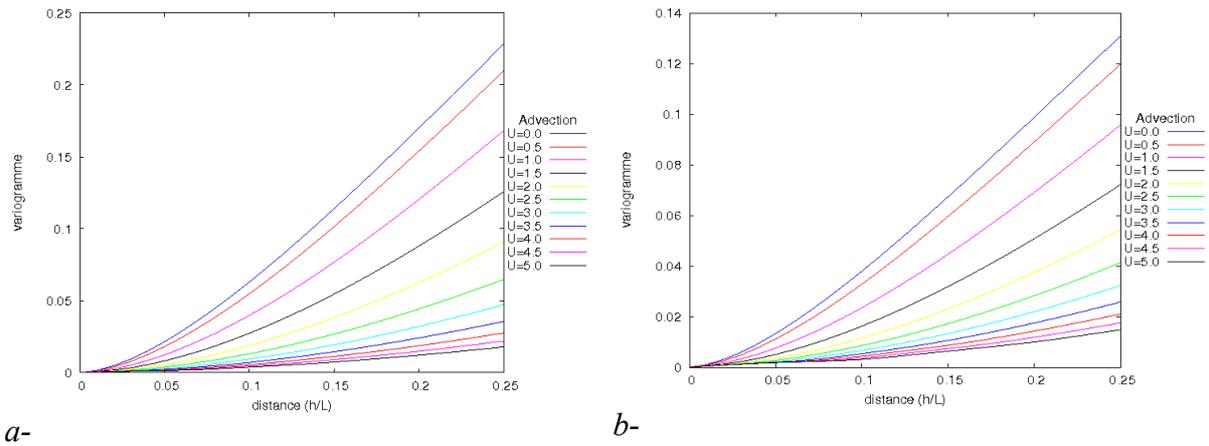


Figure 3.9: Zoom aux faibles distances du variogramme régularisé dans le cas du modèle sphérique pour une valeur $D/T=0.4$, en fonction de différentes valeurs d'advection U : a- Modèle Sphérique, b-Modèle exponentiel

4.2.2 Influence de l'agrégation temporelle et de l'advection sur l'évolution de la portée spatiale

D'après l'expression (3.17), le paramètre d'advection intervient simultanément dans les deux termes du variogramme de bloc. Son influence n'est cependant pas la même pour les deux termes. D'après l'expression (3.18) et la figure 3.10, et l'expression (3.19) et la figure 3.11, seul le terme $\bar{\gamma}_v(\mathbf{D}/T, \mathbf{D}(l)/T)$ voit sa portée spatiale augmenter ; celle-ci augmente linéairement avec la durée de régularisation temporelle. Dans le cas du modèle sphérique où l'évolution de la portée est plus clairement définissable, la portée spatiale évolue sous la forme:

$$L(U, \mathbf{D}/T) = L + U \mathbf{D}/T \quad (3.25)$$

où L représente la portée du variogramme ponctuel.

On note que la portée temporelle ne dépend pas de l'advection et évolue avec l'agrégation temporelle sous la forme :

$$T(\mathbf{D}/T) = T + \mathbf{D}/T \quad (3.26)$$

où T représente la portée du variogramme ponctuel.

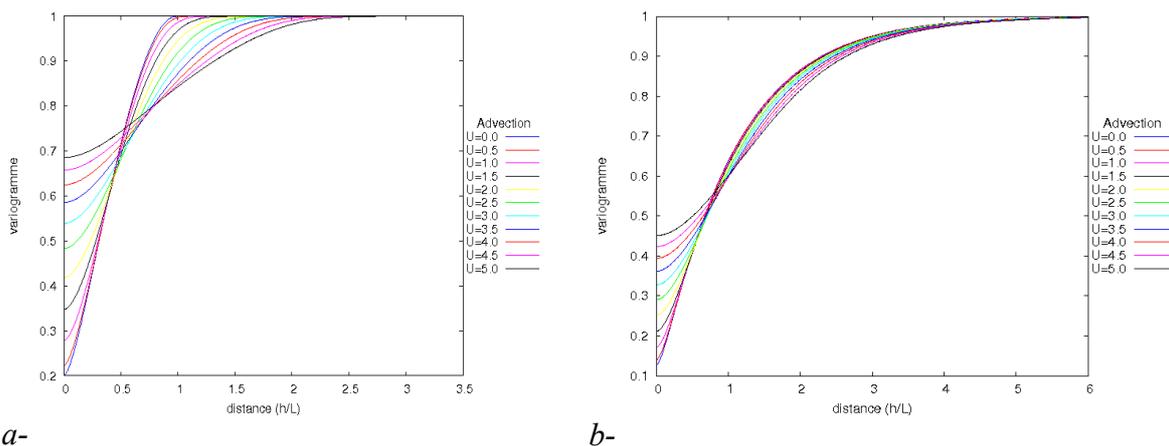


Figure 3.10: $\bar{\gamma}_U(\mathbf{D}/T, \mathbf{D}(l)/T)$ pour une valeur $D/T=0.4$, en fonction de différentes valeurs d'advection U , a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel

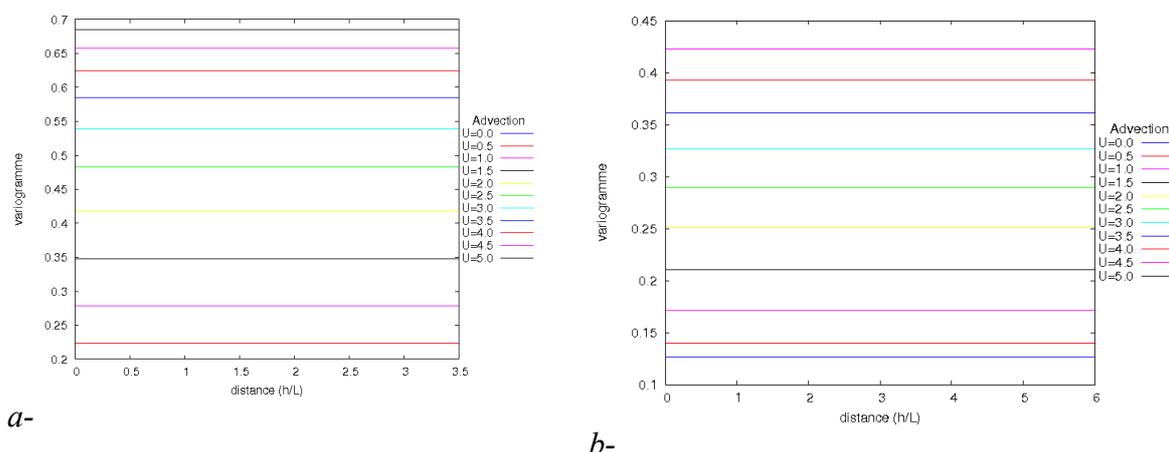


Figure 3.11: $\bar{\gamma}_U(\mathbf{D}/T, \mathbf{D}/T)$ pour une valeur $D/T=0.4$, en fonction de différentes valeurs d'advection U , a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel

4.2.3 Évolution de la variance de dispersion avec la régularisation dans le temps

Pour une durée d'agrégation fixe, l'advection possède une influence sur la variance de dispersion (figure 3.12). Plus l'advection augmente et plus la variance de dispersion diminue.

On ne peut guère établir de formes analytiques liant l'évolution de la variance de dispersion à l'advection et simultanément à la durée d'agrégation. La présence d'une advection dans la forme analytique (3.2) rend le calcul de la variance de dispersion, nous semble-t-il, mathématiquement impossible. [Une fois la forme théorique du modèle du variogramme choisie (sphérique ou exponentiel), une seule simplification semble possible dans l'intégrale double qui se ramène alors à une intégrale simple et que Maple ou Xmaxima refuse de considérer.]

Une tentative de calage a été tenté sur les valeurs issues d'intégrations numériques. Cependant, selon l'intensité de l'advection, l'évolution de la variance de dispersion ne suit ni de tendance linéaire ni de tendance puissance (figure 3.12).

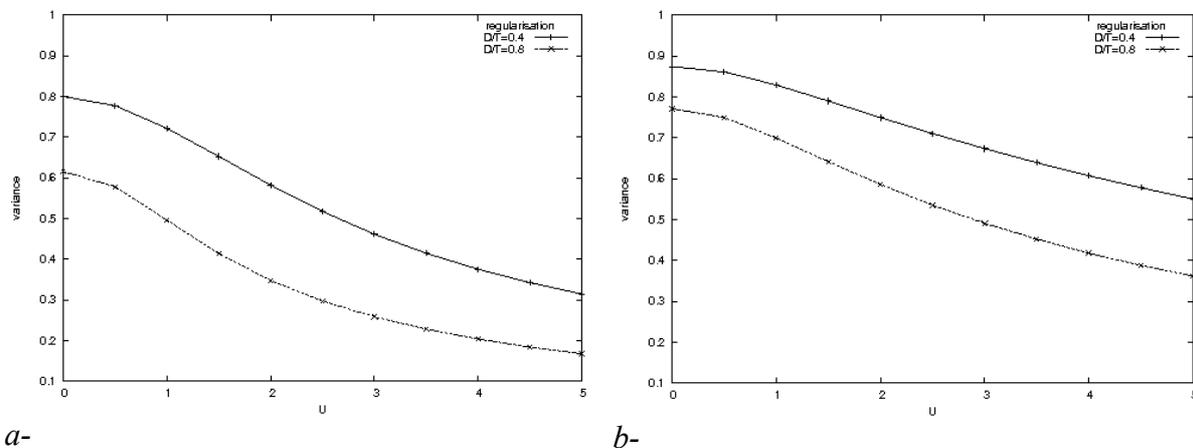


Figure 3.12: Évolution évaluée numériquement de la valeur de la variance de dispersion selon une valeur d'advection U allant de 0 à 5 et pour une valeur $D/T=0.4$ et $D/T=0.8$, a-Modèle sphérique, b-Modèle exponentiel

4.3 Modèle discret

Tous les développements qui précèdent sont faits dans la perspective continue qui nous paraît la plus adaptée quand nous considérons le milieu naturel.

Un modèle discret a cependant été élaboré en complément, pour nous rapprocher au plus près du simulateur de pluie développé au Cemagref. Ce simulateur simule en effet des valeurs réparties sur une grille spatio-temporelle régulière ; les points d'un même plan de la grille représentent une durée élémentaire. Les artefacts prévisibles de ce type de discrétisation nécessitent quelques corrections.

Intéressons nous à ce que l'on obtiendra si l'on simule un modèle ponctuel adimensionnel. Sous forme discrète, les termes de l'expression (3.18) et (3.19) s'écrivent alors :

$$\bar{y}_U(\mathbf{D}/T, \mathbf{D}(l)/T) = \frac{1}{(K+1)^2} \sum_{k=0}^K \sum_{q=0}^K \text{Modèle} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{k \mathbf{D}}{K T} - \frac{q \mathbf{D}}{K T}\right) U}^2 + \left(\frac{k \mathbf{D}}{K T} - \frac{q \mathbf{D}}{K T}\right)^2} \right) \quad (3.27)$$

et

$$\bar{y}_U(\mathbf{D}/T, \mathbf{D}/T) = \frac{1}{(K+1)^2} \sum_{k=0}^K \sum_{q=0}^K \text{Modèle} \left(\sqrt{\left(\frac{k \mathbf{D}}{K T} - \frac{q \mathbf{D}}{K T}\right)^2 + U \left(\frac{k \mathbf{D}}{K T} - \frac{q \mathbf{D}}{K T}\right)^2} \right) \quad (3.28)$$

où $1/K$ représente la résolution de la régularisation temporelle. D'une manière pratique, K représente le nombre de feuillets pris en compte lors d'une agrégation sur la durée D/T .

La forme discrète de l'évolution de la portée s'exprime sous la forme :

$$L(U, \mathbf{D}/T) = L + U \mathbf{D}/T \quad (3.29)$$

Le fait d'utiliser un modèle discret amène des biais de modélisation.

Pour une valeur d'advection nulle, deux limites apparaissent.

L'évolution de la continuité aux faibles distances ($l=h/L$) avec l'augmentation de l'agrégation peut ne plus être respectée. Ce phénomène est dû au fait que l'augmentation de la continuité est la conséquence de la superposition de variogrammes pour chaque pas de temps lors de la régularisation. Moins il y a de feuillets à sommer moins la continuité est réaliste. Ce phénomène est visible sur la figure 3.13. Les quatre graphiques représentent le même modèle pour des durées d'agrégation D/T allant de 0 à 2. Seul, le nombre de feuillets diminue d'un graphique à l'autre : de $K=10$ pour le graphique *a*, à $K=1$ pour le graphique *d*. L'aspect de continuité bien décrit sur la figure 3.13 *a* se dégrade pour une valeur de K plus petite (figure 3.13 *d*)

L'évolution de la variance de dispersion avec l'augmentation de l'agrégation peut également ne plus être réaliste. Ce phénomène est également dû au faible nombre de feuillets à sommer. Les figures 3.13 *a* et 3.13 *b* sont caractérisées par une évolution sans biais des variances *a priori* des différentes structures. Ce n'est plus le cas dans les figures 3.13 *c* et *d*. Les valeurs de la variance de dispersion ne décroissent plus à partir de $K=2$ dans le cas de la figure 3.13 *c*, et de $K=1$ dans le cas de la figure 3.13 *d*. La discrétisation doit être suffisamment fine pour que les agrégations se passent bien. De ces constatations, on en déduit que sans présence d'advection, la condition suivante est souhaitable :

$$K \gg D/T \quad (3.30)$$

On peut remarquer également que le nombre de feuillets influe légèrement sur la valeur de la variance de dispersion. Cette caractéristique est propre au modèle discret : plus la résolution est grossière, moins la précision est bonne.

La présence d'une advection aggrave tous ces défauts de la modélisation. Comme le montrent les figures 3.14 *a*, *c*, *e*, et *f*, le variogramme ne devient réaliste qu'à partir d'une certaine distance qui varie selon la résolution temporelle et la valeur de l'intensité de l'advection. Ce défaut peut être très faible. On le voit plus précisément sur les figures 3.14 *b* et *d* qui représentent les zooms aux faibles distance des figures 3.14 *a* et *c*. L'analyse des graphiques nous a permis d'établir la relation suivante :

$$h > U \cdot D/T \cdot 1/K \quad (3.31)$$

D'après les figures 3.14 *e* et *f*, une troisième condition doit être respectée :

$$U \cdot D/T \cdot 1/K < 1 \quad (3.32)$$

Dans le cas où cette relation n'est pas respectée, un phénomène d'ondulation devient alors perceptible au sein du variogramme, comme on peut le voir distinctement sur les figures 3.14 *e* et *f*.

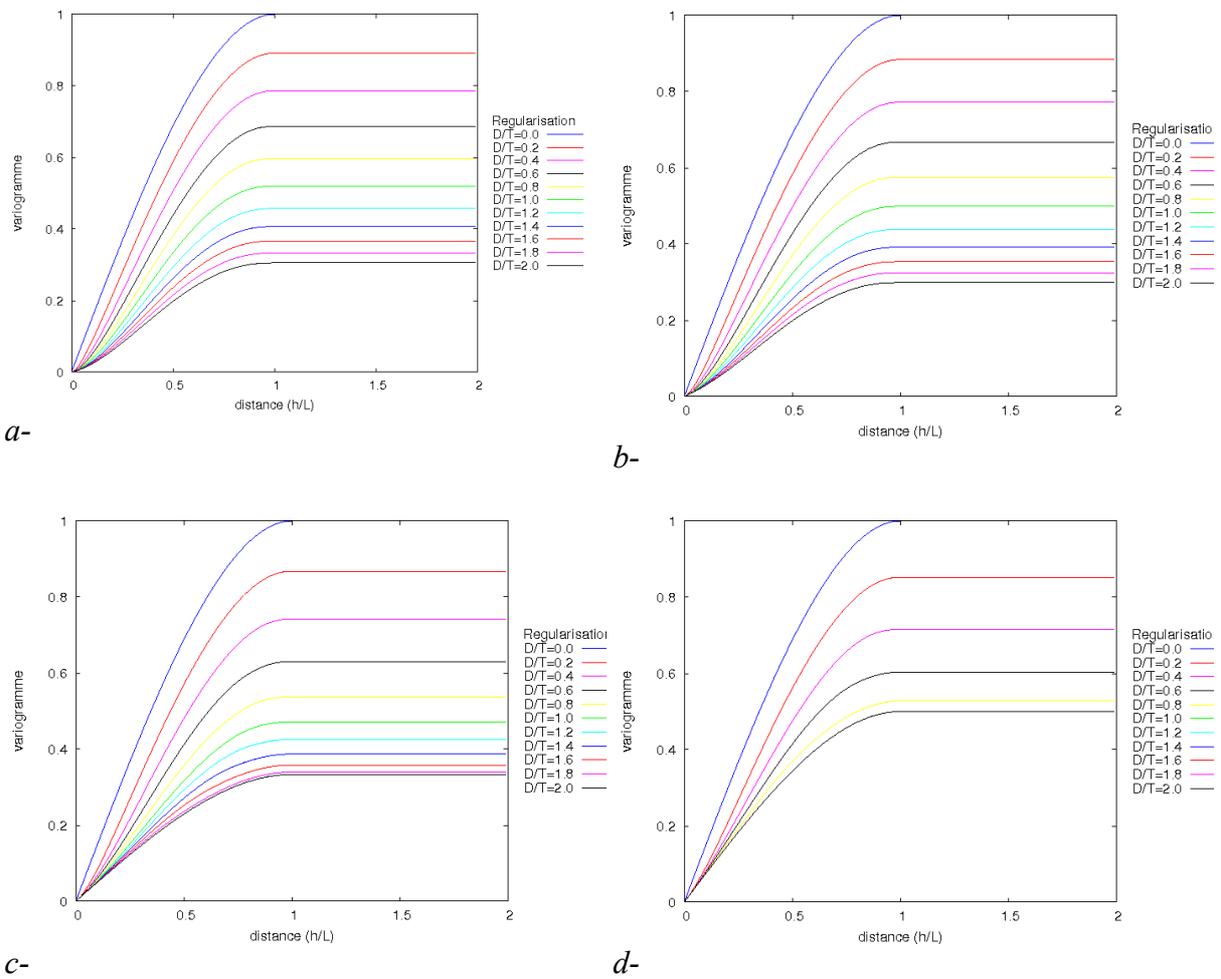
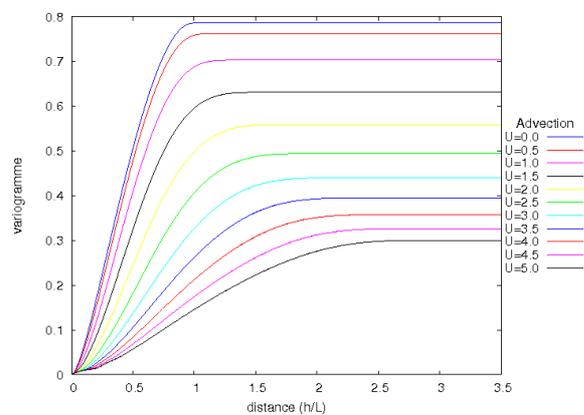
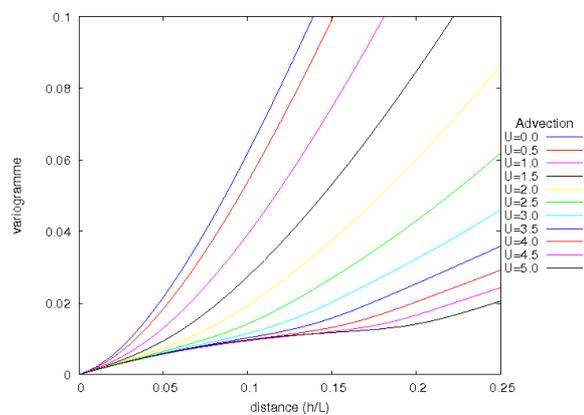


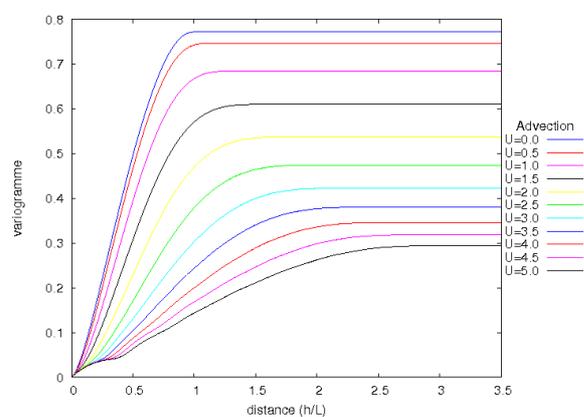
Figure 3.13: Influence de la résolution sur les variogrammes régularisés sans présence d'advection : a- $K=10$, b- $K=5$, c- $K=2$, d- $K=1$



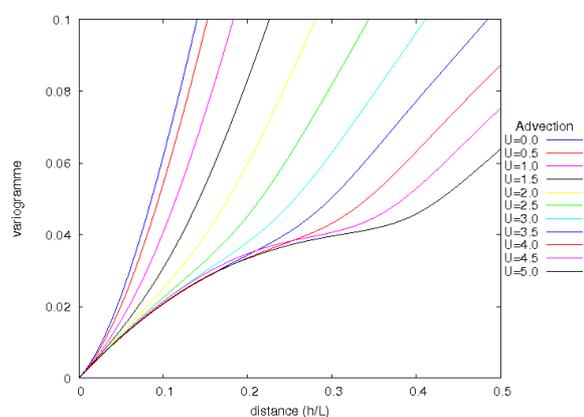
a-



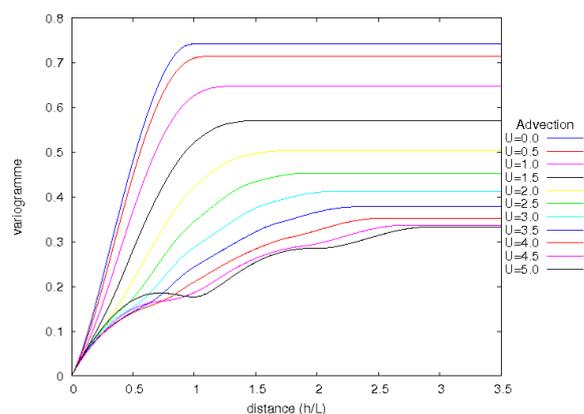
b-



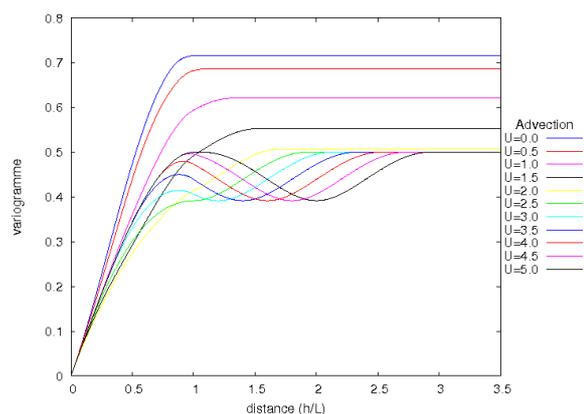
c-



d-



e-



f-

Figure 3.14: Influence de la résolution et de la valeur de l'intensité de l'advection sur les variogrammes régularisés pour une régularisation $D/T=0.4$: a et b- : $K=10$; c- et d- : $K=5$; e- : $K=2$; f- : $K=1$

5 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la mise en place et l'étude de la modélisation spatio-temporelle d'un champ de pluie stationnaire pouvant générer des événements de pluie réalistes sur plusieurs jours.

Nous avons d'abord ajouté une dimension temporelle au champ de pluie. Il a fallu modifier le caractère tri-dimensionnel isotrope de la modélisation en réglant l'axe temporel à l'aide d'une anisotropie géométrique. Par la prise en compte d'une advection expliquant le caractère non-totalement symétrique des variogrammes spatiaux-temporels eulériens, nous rejoignons les travaux de Gneiting (2002).

La figure 3.15 situe notre modèle parmi les différents travaux clés de la littérature.

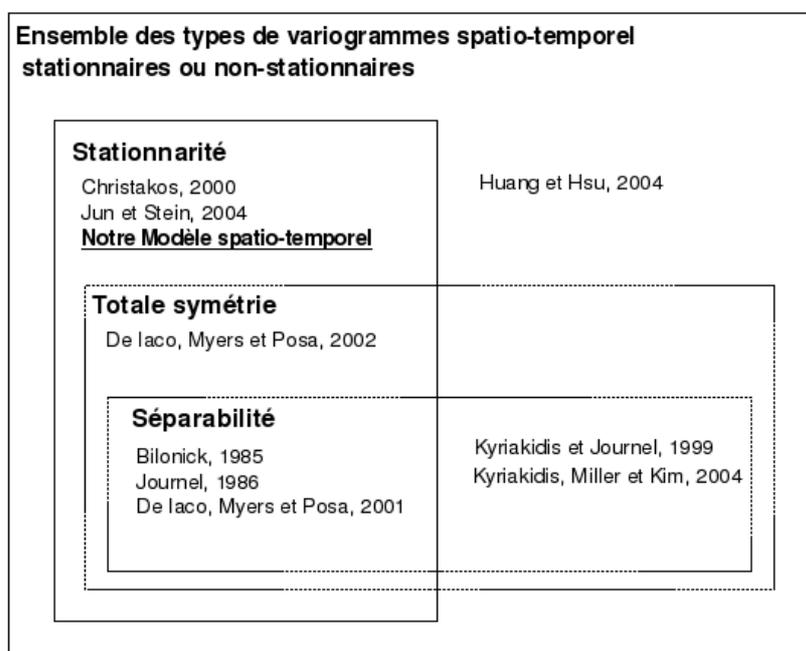


Figure 3.15: Schéma illustrant les relations entre séparabilité, totale-symétrie et stationnarité des variogrammes spatio-temporels (d'après Gneiting 2002) et les auteurs correspondants. Notre modèle ne fait que l'hypothèse de stationnarité.

Le variogramme spatial sur une durée D a été relié au variogramme spatial ponctuel. Une bonne estimation de cette relation permettra un bon réalisme des structures au pas de temps agrégés.

La modélisation spatio-temporelle a ensuite été appliquée en partant des modèles de variogramme sphérique et exponentiel.

Les formes analytiques du variogramme et ses caractéristiques intrinsèques (variance *a priori*, portée) ont été établies. Un travail a tout d'abord été effectué sur les formes analytiques sans présence d'advection. L'ajout d'une advection rend ensuite impossible l'obtention des formes analytiques. Les formes de l'évolution du variogramme spatial et de la variance de dispersion en fonction de la durée d'agrégation et de l'intensité d'advection restent pour l'instant évaluées par intégration numérique.

Étant donné que le simulateur développé au Cemagref génère des champs de pluie discrétisés, le modèle spatio-temporel continu a été transformé en modèle spatio-temporel discret. Les artefacts visibles dans ce type de modèle permettent de préciser son domaine de validité ; en pratique, ceci guide quant à une discrétisation minimale à employer.

Afin de visualiser les effets des différentes modélisations, des champs de pluies ont été simulés pour trois cas de figure : le modèle à la base du simulateur en début de thèse (sans corrélation temporelle et avec présence d'intermittence), le modèle 2D+Temps et le modèle 2D+Temps+ Advection. La figure 3.16 illustre ces différents champs aux pas de temps t_0 , t_5 , t_{10} et t_{15} . Bien que, pour l'instant, l'intermittence de la pluie ne soit pas prise en compte, on perçoit une cohérence temporelle pour les champs issus du modèle 2D+Temps. On perçoit également la présence de l'advection dans le modèle 2D+Temps+Advection. La suite logique du travail de thèse est donc d'incorporer la prise en compte de l'intermittence dans notre modélisation.



Figure 3.16: Champs de pluie issus du simulateur développé au Cemagref, selon le modèle initial (sans corrélation temporelle), le modèle 2D+Temps et le modèle 2D+Temps+Advection, pour les pas de temps t0, t5, t10 et t15

Chapitre 4 : Application du modèle 2D+Temps+Advection sur les données pluviométriques journalières du bassin versant de la Loire

1 Introduction

Dans le cadre de l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux, tout champ 2D+Temps a les propriétés suivantes :

- si les structures utilisées sont caractérisées par une portée, la portée temporelle s'allonge au fur et à mesure que la durée d'agrégation augmente,
- la variance s'amenuise au fur et à mesure que la durée d'agrégation augmente,
- l'agrégation temporelle se traduit par une augmentation de la continuité aux faibles distances.

Nous avons introduit au chapitre précédent un modèle 2D+Temps+Advection, dans lequel une advection uniforme explicite est donc insérée, qui présente en outre les propriétés suivantes :

- pour les structures caractérisées par une portée, la portée spatiale s'allonge au fur et à mesure que la durée d'agrégation augmente,
- toutes les propriétés citées sont fortement influencées par l'intensité de l'advection, qui introduit une non-totale symétrie caractéristique.

Ceci assure une cohérence spatio-temporelle de la structure du champ de pluie au sens de Gneiting (2002a).

Ce chapitre présente une confrontation de ce modèle avec les données pluviométriques journalières sur les deux zones du bassin versant de la Loire.

Dans un premier temps, nous mettons en avant la détection d'une advection au sein des valeurs pluviométriques. Cette caractéristique fait en effet partie du fondement de notre modélisation.

Dans un deuxième temps, nous présentons l'évolution des dimensions caractéristiques de notre modèle avec la durée d'agrégation. Cela permet une critique pertinente de l'évolution des paramètres du modèle spatio-temporel par rapport aux phénomènes naturels pluvieux.

Dans un troisième temps, notre modèle est confronté aux variogrammes expérimentaux propres à l'aval et à l'amont du bassin versant de la Loire.

2 Signature d'une advection au sein des données pluviométriques du bassin versant de la Loire

2.1.1 Méthode de détection d'une advection dans les données pluviométriques

Les données pluviométriques sont sensibles à la cinématique de la pluie.

Très tôt, les chercheurs ont établi des méthodes de détection d'une cinématique au sein d'événements pluvieux. On peut notamment citer les travaux de Zawadzki (1973), Shearman (1977) et Marshall (1980) qui ont utilisé la méthode de corrélation croisée. De même, une

advection peut être détectée au sein des données du champ de pluie en analysant le variogramme spatio-temporel.

La détection de la distance h pour laquelle la valeur variographique $\gamma(h, \tau)$ atteint son minimum, pour un décalage temporel τ donné, permet une première évaluation de l'advection.

La détection du décalage temporel τ pour laquelle la valeur variographique $\gamma(h, \tau)$ atteint son minimum, pour une distance h donnée, permet une deuxième évaluation de l'advection.

Les deux évaluations coïncident dans le cas particulier où l'évolution interne du processus est négligeable devant l'advection (Koeltzsch, 1999).

Selon les caractéristiques des outils de mesure, la méthode citée précédemment ne garantit pas une détection précise d'une advection. Pour y parvenir, la résolution spatiale et temporelle d'un réseau de pluviomètres doit être très fine. De gros moyens ont été mis en place dans ce but. On peut notamment citer les travaux de Willems (2001) pour la détection de cinématique d'événements en zone urbaine. Une alternative consiste à utiliser les données radar : leur continuité spatiale et leur résolution temporelle fine est un sérieux atout. Cependant les données radar ne représentent pas encore une climatologie en raison de leur trop courte durée de suivi et des difficultés d'interprétation quantitative. Le critère de la durée d'observation pour une étude visant, *in fine*, la caractérisation d'événements rares est un argument fort pour la valorisation des données pluviométriques traditionnelles. Ceci ne préjuge pas de l'avenir.

Dans le cas où les résolutions spatiale et temporelle ne sont pas suffisamment fines pour suivre le déplacement d'un événement pluvieux, il est tout de même possible de détecter une advection. Cette advection ne représentera pas la cinématique « physique » de la cellule pluvieuse mais plutôt une cinématique pluviométrique propre au jeu de données.

Dans le cas où l'analyse est basée sur un ensemble de réalisations dans le temps, la valeur variographique spatio-temporelle climatologique entre deux points séparés d'une distance h_k et d'un décalage temporel τ_l est alors déterminée par :

$$g(h_k, \tau_l) = \frac{1}{2J} \sum_{i=1}^J \left\{ z(x, t_i) - z(x + h_k, t_i + \tau_l) \right\}^2 \quad (4.1)$$

où J représente le nombre d'éléments sur la chronique.

Pour une distance temporelle τ_l fixée, il est alors possible de détecter la valeur minimale variographique et d'en déduire une advection climatologique du champ pluviométrique.

Dans le cas où le décalage temporel est proche de la portée temporelle, une plus grande variabilité est présente dans le variogramme spatio-temporel. La détection du minimum variographique devient délicate.

Pour une meilleure appréciation de l'advection dans les données, la soustraction des valeurs variographiques $g(h_k, \tau_l) - g(h_k, -\tau_l)$, exploitant la non-symétrie, permet de limiter la présence de la variabilité. Le minima de cette soustraction variographique permet d'évaluer l'intensité de l'advection. La figure 4.1 illustre la détection d'une advection.

Dans le cas où le réseau se déploie sur un espace à deux dimensions, la détection du minimum de la soustraction variographique sur une carte variographique permet d'évaluer la direction de l'advection, sous réserve que le minimum concerné ne soit pas en périphérie de la carte variographique.

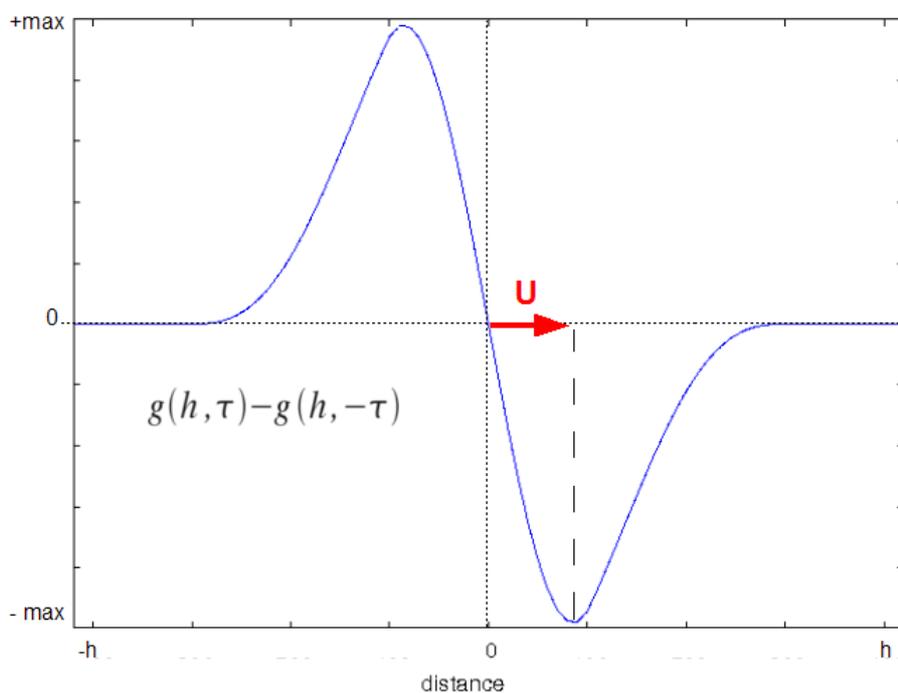


Figure 4.1: Exemple de détection d'une advection U par soustraction des valeurs variographiques $g(h, \tau) - g(h, -\tau)$, pour des distances allant de $-h$ à h et pour un décalage temporel τ fixe

2.1.2 Détection d'une advection au sein des données pluviométriques

La méthode explicitée dans la partie précédente a été appliquée au jeu de données pluviométriques pour un décalage temporel d'un jour. Au delà de la journée, aucune asymétrie n'est détectable au sein du variogramme spatio-temporel : les événements pluvieux ont déjà traversé le domaine d'étude.

Les cartes variographiques de la figure 4.2 illustrent la soustraction des deux nuées variographiques spatio-temporelles $g(h, \tau) - g(h, -\tau)$ sur le domaine spatial bidimensionnel respectivement à l'aval et à l'amont du bassin de la Loire.

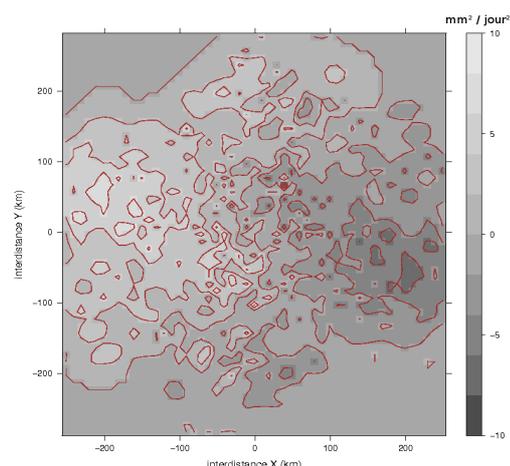
Compte-tenu des caractéristiques des phénomènes pluvieux frontaux et aussi du caractère épars du réseau, la construction de la différence variographique $g(h, \tau) - g(h, -\tau)$ ne permet pas d'identifier facilement une vitesse d'advection. En effet, comme on le voit sur la figure 4.2, il n'existe pas d'extremum bien défini qui soit dessiné pour une zone fermée claire. Pour contourner cette difficulté, les extremums sont détectés en prenant les 10 valeurs maximales situées sur une fenêtre de 25 km de côté.

Toutefois, la présence d'extremums indique la présence d'une non-totale symétrie au sein du variogramme spatio-temporel. Une advection est donc perceptible au sein du champ pluviométrique, ce qui est conforme aux attentes du modèle 2D+Temps+Advection.

La carte variographique, propre au sous-domaine aval, est caractérisée par un allongement des courbes d'isovaleurs présentes dans la direction Sud-Ouest Nord-Est. Cette tendance résulte d'une anisotropie géométrique présente dans la structure spatiale des données

pluviométriques.

Que ce soit pour la zone aval ou la zone amont du bassin versant de la Loire, des valeurs d'advection d'environ 180 km/jour sont détectées. La direction de l'advection est également quasiment identique pour les deux zones et avoisine -10 degrés. On constate sur la zone amont la présence d'un deuxième extremum qui nous indique une advection de 70 km/jour pour une direction de 45 degrés. Le but principal de ce paragraphe a été de montrer la présence d'une advection au sein des données pluviométriques. Une interprétation physique serait une tâche en soi. On se sera borné, ici, à montrer que la présence très plausible d'une advection laisse une trace dans les données pluviométriques. Ceci confirme la pertinence d'un modèle spatio-temporel tenant compte d'une advection.



a-

b-

Figure 4.2: Carte de la soustraction des valeurs variographiques spatio-temporelles avec un décalage temporel d'une journée : a-Zone aval, b-Zone amont

3 Évolution des dimensions caractéristiques du modèle 2D+Temps+Advection avec la durée d'agrégation

3.1 Hypothèse de Taylor et effet diffusif

Le présent paragraphe est établi pour une durée fixe. L'agrégation sera prise en compte ultérieurement.

Un champ de pluie peut au cours de son déplacement garder trace de sa situation initiale. En mécanique des fluides, pour formaliser ce genre de persistance, Taylor (1938) a introduit l'hypothèse, qui porte son nom, comme quoi il est possible de lier la variabilité spatiale et la variabilité temporelle d'un système selon :

$$\gamma(V_T \tau, 0) = \gamma(0, \tau) \quad (4.2)$$

où V_T représente la vitesse de Taylor.

L'équation (4.2) est écrite en coordonnées lagrangiennes.

Par rapprochement avec l'équation aux dérivées partielles d'advection-diffusion (4.3) et pour un temps donné t , Gupta et Waymire (1987) ont explicité ce que le respect de l'expression (4.2) impliquait quant aux termes diffusif et d'advection.

$$\frac{\partial Z(x, t)}{\partial t} + V \cdot \nabla Z(x, t) = -\alpha Z(x, t) \quad (4.3)$$

où αZ représente le terme diffusif, et $V \cdot \nabla Z$ le terme d'advection.

Koeltzsch (1999) donne une explication précise de cette similitude en se basant sur la théorie de l'hydrodynamique.

Il en résulte que l'hypothèse de Taylor est vérifiée uniquement si le terme diffusif d'un processus est négligeable par rapport au terme d'advection.

L'hypothèse de Taylor n'est plus vérifiée quand ces termes diffusifs jouent un effet significatif sur le processus. C'est le cas, d'après Koeltzsch (1999), si :

$$V \leq V_T \quad (4.4)$$

Comme l'ont indiqué Skoien et al. (2003), un parallèle peut être fait avec le nombre de Péclet représentant, de manière générale, en mécanique des fluides le rapport entre les termes advectifs et les termes diffusifs.

3.2 Dimensions et vitesse caractéristiques

L'outil géostatistique nous permet d'obtenir deux dimensions caractéristiques propres aux domaines spatial et temporel. Elles sont obtenues en effectuant une estimation de la structure spatio-temporelle par un variogramme $\gamma(h, \tau)$. En supposant la stationnarité d'ordre deux, les dimensions caractéristiques seront représentées par les portées spatiale (L) et temporelle (T) du variogramme $\gamma(h, \tau)$.

Il est intéressant de caractériser l'évolution des dimensions caractéristiques d'un processus avec l'agrégation temporelle. Stommel (1963) a probablement été le premier à introduire un diagramme indiquant la relation entre les dimensions spatiales et temporelles d'un ensemble de processus. Ce diagramme était uniquement basé sur la description de la dynamique océanique. Orlanski (1975) utilisa cette description dans le domaine de la météorologie. Par la suite, Blöschl et Sivapalan (1995) ajoutèrent, au schéma de Orlanski, le domaine de l'hydrologie (figure 4.3). Skoien et al. (2003) l'ont utilisé pour illustrer la cohérence de leur résultats.

Nous nous servons du schéma de Orlanski pour vérifier le réalisme de notre modélisation avec l'agrégation temporelle.

Figure 4.3: Processus hydrologiques en fonction de leurs dimensions caractéristiques spatiales et temporelles. (Blöschl et Sivapalan, 1995)

Dans ce type de diagramme, deux informations nous intéressent.

La première information est la vitesse caractéristique d'un processus définie comme le rapport entre ses portées spatiale (L) et temporelle (T).

$$V(\mathbf{D}) = L(\mathbf{D}) / T(\mathbf{D}) \quad (4.5)$$

Ce terme est souvent mis en relation avec la physique ; il peut être comparé à la célérité avec laquelle une perturbation traverse le réseau de pluviomètres.

La deuxième information est la pente de la succession des points représentatifs des dimensions caractéristiques d'un processus agrégé dans le diagramme log-log de la figure 4.3. Ceci nous permet d'ajuster un exposant d'échelle β selon l'expression :

$$T(\mathbf{D}) = a L(\mathbf{D})^\beta \quad (4.6)$$

Ce coefficient nous permet de comparer le comportement du modèle 2D+Temps+Advection aux phénomènes naturels pluvieux avec l'agrégation temporelle.

3.3 Effet de l'agrégation sur les termes diffusifs

En tenant compte de l'expression (4.6) et d'après des observations pluviométriques horaires et journalières en Autriche, Skoien et al. (2003) ont évalué la vitesse caractéristique du phénomène pluvieux pour différentes durées. Ils en ont déduit des valeurs du coefficient β ; celui-ci apparaît être systématiquement inférieur à un.

Skoien et al. (2003) montrent que dans le cas où β est inférieur à un, la vitesse caractéristique n'est pas constante : elle a tendance à augmenter avec l'agrégation temporelle.

Ceci veut dire que : **les termes diffusifs ne sont pas négligeables par rapport aux termes**

d'advection. Mais cet effet tend à diminuer avec l'agrégation temporelle.

3.4 Le modèle 2D+Temps+Advection

Nous vérifions que le modèle 2D+Temps+advection que nous proposons est capable de restituer l'évolution de la vitesse caractéristique avec l'agrégation temporelle.

On rappelle que les portées spatiale et temporelle évoluent avec l'agrégation temporelle de la façon suivante :

$$T(\mathbf{D}) = T + \mathbf{D} \quad (4.7)$$

et :

$$L(U, \mathbf{D}) = L + U \mathbf{D} \quad (4.8)$$

où T et L représentent les portées spatiale et temporelle ponctuelles, U l'advection et \mathbf{D} la durée d'agrégation.

3.4.1 Évolution de la vitesse caractéristique du modèle

On suppose connues les portées spatiale et temporelle du processus ponctuel (pour une durée d'agrégation nulle). La vitesse caractéristique vaut alors:

$$V(D=0) = \frac{L}{T} = V_0 \quad (4.9)$$

D'un point de vue de la modélisation, le rapport L/T sera le coefficient d'anisotropie géométrique liant le domaine spatial au domaine temporel. Quelle que soit la valeur de β , le rapport L/T est constant et vaut V_0 .

D'après les expressions (4.7) et (4.8), la limite de la vitesse caractéristique $V(\mathbf{D})$ quand \mathbf{D} tend vers l'infini vaut :

$$\lim_{\mathbf{D} \rightarrow \infty} V(\mathbf{D}) = \lim_{\mathbf{D} \rightarrow \infty} \frac{L + U \mathbf{D}}{T + \mathbf{D}} = U \quad (4.10)$$

Autrement dit, quand \mathbf{D} est suffisamment grand, la vitesse caractéristique ne dépend plus de \mathbf{D} . La dérivée de $V(\mathbf{D})$ vaut :

$$\frac{\partial V(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}} = \frac{T U - L}{(T + \mathbf{D})^2} \quad (4.11)$$

Cette dérivée aura toujours le même signe.

Elle est positive si :

$$U > L/T \quad \text{soit} \quad U > V_0 \quad (4.12)$$

D'après les expressions (4.9), (4.10) et en respectant la condition (4.12), notre modèle fournit une vitesse caractéristique croissante de V_0 à U pour une durée d'agrégation allant de zéro à l'infini.

Elle est négative si :

$$U < L/T \quad \text{soit} \quad U < V_0 \quad (4.13)$$

D'après les expressions (4.9), (4.10) et en respectant la condition (4.13), notre modèle fournit une vitesse caractéristique décroissante de V_0 à U pour une durée d'agrégation allant de zéro à l'infini.

Si $U = V_0$, L'hypothèse de Taylor est asymptotiquement respectée.

3.4.2 Influence de la valeur de U

Pour une valeur d'advection U inférieure à la vitesse V_0 , la variabilité interne du champ domine la variabilité due à l'advection. Il est en particulier difficile d'observer l'advection quand bien même on la saurait présente.

On pourrait théoriquement procéder à des agrégations sur des durées longues pour voir émerger U comme vitesse caractéristique asymptotique. Ce n'est pas vrai en pratique : l'extension est limitée dans le temps et l'espace du domaine homogène.

Pour une valeur d'advection U supérieure à la vitesse V_0 , la variabilité due à l'advection domine la variabilité interne du champ. La détermination du terme d'advection devient évidente.

4 Estimation des variogrammes spatiaux pour différentes durées d'agrégation avec notre modèle 2D+Temps+Advection

Le modèle 2D+Temps+Advection est construit sur la base, d'une part, d'un variogramme ponctuel $\gamma(h, \tau)$ dont les paramètres sont la portée spatiale L , la portée temporelle T et la variance *a priori* C_0 , et d'autre part, d'une advection U . Le variogramme $\gamma_D(h, \tau)$ du processus temporellement agrégé sur toute durée D s'en déduit du variogramme ponctuel en se référant aux formules du Chapitre 3.

En pratique, le variogramme ponctuel d'un champ de pluie n'est pas observable. En effet, le variogramme ponctuel représente le variogramme du phénomène sur une durée d'agrégation infiniment petite. La résolution spatiale et temporelle des mesures pluviométriques ne le permet pas. Il est donc nécessaire d'inférer les paramètres du variogramme ponctuel à partir de valeurs agrégées.

Cette partie s'intéresse donc à l'inférence du modèle, c'est à dire à la manière de déterminer les paramètres du modèle qui permettront que les variogrammes agrégés aux durées supérieures s'adaptent aux observations.

4.1 Méthode d'estimation du variogramme ponctuel à l'aide des variogrammes expérimentaux et des variances aux durées d'agrégation supérieures

Cette méthode d'estimation est basée sur l'hypothèse que le variogramme ponctuel est stationnaire dans l'espace et le temps, et que l'advection est uniforme.

Tous les processus agrégés seront donc également stationnaires.

L'objectif est de déterminer le modèle théorique de la structure du variogramme ponctuel ainsi que les paramètres correspondants : la portée spatiale et la portée temporelle. Il faut également déterminer l'advection.

Deux méthodes directes sont en principe disponibles : la déconvolution (dans notre cas « dérégularisation ») par krigeage (Jeulin et Renard, 1992), la méthode de double dérivation des variances de dispersion au sein d'une fenêtre grandissante (Vargas-Guzman, Myers, Warrick, 2000).

Un calage est également envisageable : la méthode du simplex de descente en plusieurs dimensions (Downhill simplex method in multidimensions) (Nelder et Mead, 1965). Le calage des paramètres du variogramme ponctuel sera effectué grâce à cette méthode que nous allons présenter.

4.1.1 Calage semi-analytique à l'aide de la méthode du simplex

Cette méthode ne requiert aucune dérivation, mais juste des évaluations de la fonction objectif, ce qui la rend simple à mettre en place. Elle permet de minimiser une fonction dans un espace à plusieurs dimensions. La description de la méthode et l'algorithme utilisé sont présentés dans l'Annexe 4.

L'utilisation de cette méthode nécessite de faire l'hypothèse que la forme mathématique paramétrique du variogramme ponctuel est connue *a priori* (sphérique, exponentiel, avec ou sans advection).

On cale alors, à partir des valeurs du variogramme expérimental à différentes distances et à différentes durées, les paramètres de la forme analytique du variogramme ponctuel qui permettront après régularisation temporelle de respecter au mieux les valeurs du variogramme expérimental obtenues aux agrégations temporelles supérieures.

L'optimisation des paramètres est établie par la minimisation d'un critère d'ajustement $f(\vec{P})$ faisant intervenir les valeurs des variogrammes expérimentaux et les valeurs issues de l'évaluation numérique de la fonction analytique de l'évolution du variogramme avec l'agrégation temporelle et avec les paramètres \vec{P} à caler.

Elle est définie par :

$$f(\vec{P}) = \frac{1}{N_k N_i N_j(k)} \sum_{k=1}^{N_k} \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j(k)} \frac{\left\{ g_{D^k}(h_i, \tau_j) - \gamma_{D^k}(h_i, \tau_j, (\vec{P})) \right\}^2}{g_{D^k}(h_i, \tau_j)} \quad (4.14)$$

où N_i représente le nombre de classes de distance dans le domaine spatial, N_k représente le nombre de variogrammes pour l'ensemble des agrégations temporelles, et N_j représente le nombre de pas de temps dans le domaine temporel évoluant selon l'agrégation temporelle. La valeur du variogramme expérimental pour une distance h et une durée D est représentée par $g_D(h, \tau)$. La valeur du variogramme théorique pour une distance h et une durée D est représentée par $\gamma_D(h, \tau, \vec{P})$, où le vecteur \vec{P} représente l'ensemble des paramètres du variogramme ponctuel à caler : T , V_0 , U et C_0 . La fonction à minimiser est construite sous la forme du χ^2 afin de tenir compte des erreurs en valeur relative (Elle aurait pu aussi

tenir compte de la précision avec laquelle les différents variogrammes sont connus, en raison d'effectifs statistiques différents).

L'inconvénient majeur de cette méthode repose sur le choix *a priori* du modèle à utiliser. Comme il n'est pas possible de le connaître, la méthode du simplex nécessitera de procéder par tâtonnements, c'est à dire en essayant plusieurs configurations de modèles possibles. Il est possible qu'aucun modèle ne soit entièrement satisfaisant, en raison d'aspects de la réalité absents de la représentation adoptée, mais que l'on espère secondaires. Le principe même de l'inférence des paramètres d'un processus sous-jacent aux différents variogrammes agrégés observables nous paraît suffisamment innovant pour qu'on admette, *in fine*, un choix subjectif entre deux modèles plausibles.

4.2 Résultats

Le calage des paramètres du variogramme spatio-temporel ponctuel s'effectue avec les valeurs des variogrammes expérimentaux.

Pour la zone aval du bassin versant de la Loire, on suppose que les phénomènes pluvieux peuvent être représentés par une FA stationnaire d'ordre deux. On peut alors utiliser les variances de dispersion pour chaque durée d'agrégation comme la valeur à l'infini des variogrammes expérimentaux. Pour que la valeur de la variance de dispersion ait un poids non-négligeable par rapport aux valeurs du variogramme expérimental, elle sera prise correspondante à une valeur variographique pour une distance de 600 km. Les paramètres du variogramme spatio-temporel ponctuel, sur la base du modèle sphérique, ont été calés et sont présentés dans le tableau 4.1. Les variogrammes spatiaux pour les différentes durées d'agrégation sont présentés sur la figure 4.4.

Modèle du variogramme	C_0 (mm ²)	T (jours)	V_0 (km/jour)	U (km/jour)
Sphérique	36,11	0,01	9624,39	1,29

Tableau 4.1: Les paramètres de la forme analytique du variogramme spatio-temporel ponctuel calés par la méthode du simplex, sur la zone aval du bassin versant de la Loire

Pour la zone amont du bassin versant de la Loire, nous n'avons utilisé que les valeurs variographiques aux distances inférieures à 180 km et aux durées d'agrégation inférieures ou égales à six jours. Cela nous permet de limiter la forte variabilité des caractéristiques statistiques et donc de représenter les phénomènes pluvieux par une FA stationnaire d'ordre deux. Les paramètres du variogramme spatio-temporel ponctuel, sur la base du modèle exponentiel, ont été calés et sont présentés dans le tableau 4.2. Les variogrammes spatiaux pour les différentes durées d'agrégation sont présentés sur la figure 4.5.

Modèle du variogramme	C_0 (mm ²)	T (jours)	V_0 (km/jour)	U (km/jour)
Exponentiel	38,58	0,03	604,36	0,01

Tableau 4.2: Les paramètres de la forme analytique du variogramme spatio-temporel ponctuel calés par la méthode du simplex, sur la zone amont du bassin versant de la Loire



Figure 4.4: Valeurs des variogrammes expérimentaux (croix rouges), variogramme spatial ponctuel dont les paramètres sont calés en fonction du modèle sphérique et variogrammes résultants de la régularisation de 1 à 10 jours, sur la zone aval du bassin versant de la Loire

Figure 4.5: Valeurs des variogrammes expérimentaux (croix rouges), variogramme spatial ponctuel dont les paramètres sont calés en fonction du modèle exponentiel et variogrammes résultants de la régularisation de 1 à 6 jours, sur la zone amont du bassin versant de la Loire

Bien que présente dans les caractéristiques du variogramme expérimental, la pépité n'est pas prise en compte dans la modélisation. En effet, une pépité vraie disparaît immédiatement par agrégation spatiale ou temporelle. Les valeurs de pépites expérimentales ne correspondent pas à de la pépité au sens géostatistique, mais simplement à l'absence d'observations à faible distance.

Il est par contre vrai que les variogrammes issus de la modélisation sont caractérisés par des valeurs variographiques, aux faibles distances, plus faibles que les valeurs des variogrammes expérimentaux. Nous n'avons pas pu trouver d'explication à ce fait, que des travaux ultérieurs relieront peut-être au respect très approximatif d'autres hypothèses utilisées.

De même, les variogrammes issus de la modélisation ont tendance à ne pas reproduire toutes les valeurs des variogrammes expérimentaux. L'utilisation d'un modèle de structure basé sur une intégration explicite rend très rigide l'évolution de la variance de dispersion avec l'agrégation temporelle et donc des valeurs du variogramme modélisé.

Pour y remédier, une solution est envisageable : enrichir les modèles de variogramme utilisés. Notamment dans ce chapitre, le champ de pluie n'a pas été décomposé en un champ de pluie non-nulle (variabilité en soi) et un champ d'indicatrice de pluie. Il est possible de mettre en place le même type d'analyse effectué dans ce chapitre en utilisant ces deux champs. Le Chapitre 5 mettra en place cette distinction entre les deux champs.

Il est également important de noter que les valeurs des paramètres obtenues le sont en supposant que les valeurs variographiques évaluées sur le réseau pluviographique sont représentatives du processus considéré dans la direction de l'advection. C'est une approximation. En effet les données variographiques observées sur un réseau pluviométrique sont le plus souvent des données variographiques omnidirectionnelles, sauf cas particulier où la direction du vent serait suffisamment bien connue et suffisamment constante pour que l'analyse variographique puisse être effectivement menée de façon directionnelle (longitudinale, dans la direction de l'advection, ou transversale, orthogonalement à l'advection).

Pour tenir compte de ce fait, le programme informatique utilisé pour l'inférence procède de la façon suivante :

- 1- L'utilisateur doit préciser si les données variographiques soumises résultent de l'analyse variographique omnidirectionnelle usuelle, ou si elles peuvent être considérées comme directionnelles dans le sens de l'advection.
- 2- Dans le cas où les données variographiques sont omnidirectionnelles, le calcul effectue de lui-même un mélange de variogrammes directionnels et c'est ce variogramme omnidirectionnel qui est ajusté aux données.

La réalité est hélas le plus souvent celle d'un mélange aussi bien de directions que de célérité de l'advection, même au sein d'un type de temps que l'on espère correctement délimité. Si la correction ici introduite est logique, elle n'a pas su restituer, dans le cas de la Loire, des calages numériquement plus satisfaisants.

4.3 Positionnement des dimensions caractéristiques pour différentes durées, issues du modèle 2D+Temps+Advection, dans un diagramme de type Orlanski (1975)

Selon les conditions explicitées dans la section du Chapitre 4, §3.4.1, nous savons que le modèle 2D+Temps+Advection fournit une évolution réaliste des dimensions caractéristiques avec l'agrégation temporelle. On souhaite représenter ces valeurs dans un diagramme de type Orlanski (1975) pour voir comment se positionnent les processus pluvieux sur le bassin versant de la Loire selon la façon dont nous les avons modélisés.

Les dimensions caractéristiques (portées spatiale et temporelle) issues de la modélisation 2D+Temps+Advection ont été calculées pour des durées d'agrégation allant de 0 à 40 jours à partir des paramètres calés obtenus dans la section du Chapitre 4, §4.2 dans les tableaux 4.1 et 4.2.

Pour ces deux calages, on remarque que l'advection U est inférieure à V_0 . Nous sommes alors dans le cas où la variabilité interne du champ de pluie domine la variabilité due à l'advection.

Nous souhaitons également visualiser l'évolution de la vitesse caractéristique dans le cas où l'advection U est supérieure ou égale à V_0 , c'est à dire quand la variabilité due à l'advection domine la variabilité interne du champ. Un calage est alors effectué avec une contrainte sur U et V_0 . Les paramètres obtenus sont présentés dans les tableaux 4.3 et 4.4, respectivement pour la zone aval et pour la zone amont du bassin versant de la Loire.

Modèle du variogramme	C_0 (mm ²)	T (jours)	V_0 (km/jour)	U (km/jour)
Sphérique	14,55	0,95	57,46	0

Tableau 4.3: Les paramètres de la forme analytique du variogramme spatio-temporel ponctuel calés par la méthode du simplexe, sur la zone aval du bassin versant de la Loire, avec comme contrainte $U \geq V_0$

Modèle du variogramme	C_0 (mm ²)	T (jours)	V_0 (km/jour)	U (km/jour)
Exponentiel	26,64	0,98	82,3	0

Tableau 4.4: Les paramètres de la forme analytique du variogramme spatio-temporel ponctuel calés par la méthode du simplexe, sur la zone amont du bassin versant de la Loire, avec comme contrainte $U \geq V_0$

Les valeurs des dimensions caractéristiques ont ensuite été incorporées dans un diagramme de type d'Orlanski, illustrant les différents phénomènes pluvieux selon les dimensions caractéristiques (figure 4.6 et figure 4.7 respectivement pour la zone aval et amont du bassin versant de la Loire).

L'expression liant $L(U, \mathbf{D})$ et $T(\mathbf{D})$ est issue de (4.8) sur (4.7) et s'écrit :

$$T(\mathbf{D}) = \frac{1}{U} L(U, \mathbf{D}) + T \left(1 - \frac{V_0}{U} \right) \quad (4.15)$$

Que ce soit pour les modèles de variogramme sphérique ou exponentiel, la relation (4.15) liant les portées $L(U, D)$ et $T(D)$ est une fonction affine. La courbe résultant de cette relation dans le diagramme, dont les échelles sont logarithmiques, ne peut être une droite que si V_0/U vaut un. C'est à dire dans le cas où $U = V_0$.

Pour la zone aval et amont, les dimensions caractéristiques de chaque durée d'agrégation pour les deux calages sont représentées respectivement sur les figures 4.6 et 4.7.

Sur les deux zones, et d'un point de vue général, l'évolution de la vitesse caractéristique pour les modèles dont les paramètres ont été calés sans contraintes (c'est à dire avec $U < V_0$, courbe rouge) n'est pas totalement réaliste. En effet, une grande partie de l'évolution se trouve hors de la zone grisée où les phénomènes naturels pluvieux se déploient.

Dès lors que la condition sur la valeur de l'advection est prise ($U \geq V_0$, courbe verte), l'évolution de la vitesse caractéristique est réaliste, car elle se situe au sein de la zone grisée. Cette contrainte permet également au modèle 2D+Temps+Advection de restituer des phénomènes pluvieux cohérents par rapport à la dimension de la zone d'étude (pluies journalières, essentiellement dues à des fronts sur la zone d'étude du bassin de la Loire).

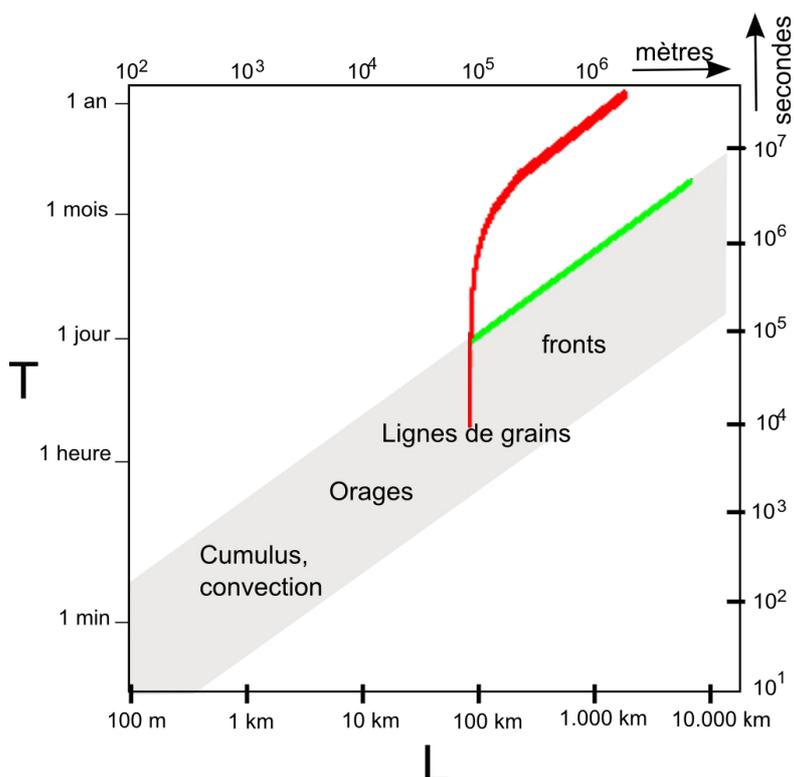


Figure 4.6: Dimensions caractéristiques du modèle sphérique sur la zone aval du bassin versant de la Loire, en prenant $U > V_0$ (vert) et $U < V_0$ (rouge)

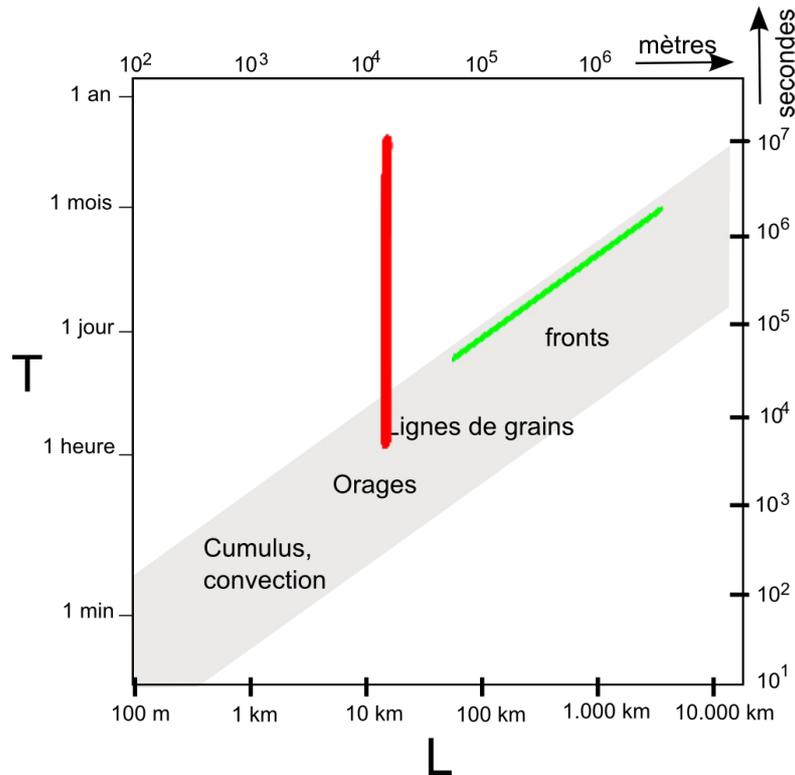


Figure 4.7: Dimensions caractéristiques du modèle exponentiel sur la zone amont du bassin versant de la Loire, en prenant $U > V_0$ (vert) et $U < V_0$ (rouge)

5 Conclusion

Dans ce chapitre, et contrairement à ce qui a été fait dans le Chapitre 2, l'estimation de l'ensemble des variogrammes aux différentes durées d'agrégation se base sur le calage des paramètres d'un variogramme ponctuel unique qui a la propriété de restituer par régularisation temporelle les variogrammes aux durées d'agrégation supérieures. Certes le variogramme numériquement réintégré aux différentes durées d'agrégation ne s'adapte pas toujours idéalement aux variogrammes expérimentaux, contrairement à ce qui a été montré dans le Chapitre 2 avec les variogrammes estimés de manière indépendante d'une durée à l'autre. Mais notre modèle permet en utilisant un faible nombre de paramètres de restituer des variogrammes spatiaux réalistes dont la forme et les paramètres évoluent de manière connue et cohérente avec l'agrégation temporelle.

On constate que le modèle a la capacité de proposer des variogrammes plausibles pour les phénomènes pluvieux qui nous intéressent pour des durées d'agrégation inférieures au pas de temps d'enregistrement des mesures pluviométriques.

Ce chapitre a prouvé l'efficacité de notre modèle 2D+Temps+Advection, sous une certaine contrainte sur la valeur d'advection U , à représenter une évolution réaliste des variogrammes spatiaux pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours, sur les deux zones du bassin versant de la Loire. Toujours sous cette contrainte, les dimensions caractéristiques des structures correspondent bien à des phénomènes pluvieux allant de la ligne de grain au front (figure 4.6 et figure 4.7).

Nous ferons toutefois une remarque. Les dimensions caractéristiques des variogrammes

ponctuels ajustés ne sont pas celles de phénomènes de pluie convective. On peut alors penser à tort que les caractéristiques ponctuelles sont propres aux phénomènes de ligne de grain et frontaux. Nous n'avons aucune garantie que le processus ponctuel calé existe bien autrement que numériquement.

Il est important de noter enfin que certaines simplifications font que notre modèle reste fortement idéalisé : on pourrait alors s'intéresser à la non-constance de l'advection avec le temps. Amani et Lebel (1997) mettent en avant l'importance de l'irrégularité de l'advection pour une meilleure estimation de la cellule pluviométrique. Cependant, ce dernier point engendre la non-stationnarité des structures de variogramme (Riishojgaard, 1998 ; Huang et Hsu, 2004). Au-delà de ce qui a été mentionné sur l'équation d'advection diffusion, il serait également intéressant de coupler au modèle spatio-temporel une interprétation basée sur l'équation différentielle de la chaleur ; les termes de diffusion et d'advection non-constant seraient liés par cette équation différentielle. Xu et Wikle (2007) présentent un modèle élaboré sur ce sujet. Cette méthode impose l'utilisation de filtre du Kalman et donc une algorithmique lourde.

Ces développements paraissent devoir compliquer un modèle spatio-temporel encore simple et qui semble efficace. Nous préférons travailler à introduire le caractère intermittent de la pluie au sein de ce modèle.

Notre analyse s'est en effet basée sur les données pluviométriques sans faire de distinction entre la variabilité en soi (variabilité des pluies observée dans les zones pluvieuses) et intermittence (présence de zones pluvieuses et non pluvieuses au sein d'un même événement pluvieux). Cette distinction est pourtant nécessaire (Barancourt, 1992). Elle seule permettra une modélisation spatio-temporelle généraliste qui aura à restituer aussi bien des pluies convectives (intenses et isolées), que frontales (modérées et étendues).

Chapitre 5 : Prise en compte d'une décomposition du champ de pluie : le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition

1 Introduction

Comme l'a rappelé Barancourt dans sa thèse (1990) : *la pluie n'est pas répartie de façon uniforme dans l'espace, mais plutôt sous forme de bouffées intermittentes. Or les théories statistiques ne prennent pas en compte cette intermittence. Cette perte d'information sur la distribution spatiale et la morphologie des structures pluvieuses pourrait limiter l'utilisation de ces théories pour des problèmes où l'intermittence intervient de façon importante.*

Cette prise en compte de l'intermittence a autant d'importance dans le domaine spatial que temporel. Amorocho et Brandstetter (1967) et Yevjevitch (1972) ont été les premiers à analyser et à modéliser l'intermittence temporelle. Un travail majeur dans le domaine spatial a été celui cité de Barancourt (1990), Barancourt et al (1992)

L'objectif de la présente thèse est de modéliser des événements pluvieux de un à dix jours. Nous ne tiendrons pas compte des périodes dites sèches entre les événements. L'intermittence modélisée sera celle des transitions pluie/non-pluie à l'intérieur des événements.

Dans un premier temps, une décomposition du variogramme spatio-temporel est établie en tenant compte de l'intermittence.

Dans un deuxième temps, la décomposition est introduite dans notre modèle qui devient alors le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition.

Une application est enfin établie sur les données pluviométriques journalières de la zone aval du bassin versant de la Loire.

2 Décomposition du variogramme spatio-temporel d'un champ de pluie

Nous voulons mettre en exergue la décomposition du variogramme spatio-temporel par un ensemble de variogrammes : de variabilité en soi, d'indicatrice de pluie, ...etc

Nous souhaitons que cette décomposition soit indépendante du modèle spatio-temporel et adaptable aux observations. Nous nous basons donc sur des valeurs provenant d'un modèle stochastique ayant une structure spatio-temporelle quelconque. Nous effectuons alors, sur ce champ de valeurs, une analyse adaptée à un jeu de mesures observées (Chapitre 1).

2.1 Au préalable

On considère une réalisation d'un champ de pluie formé par une **FA stationnaire d'ordre deux dans le domaine spatio-temporel**. Ce champ de pluie est noté $Z(x, t)$. Son espérance et sa variance sont notées respectivement $E[Z]$ et $Var[Z]$. Sa structure spatio-temporelle est modélisée par un **variogramme $\gamma(h, \tau)$ quelconque**. Seules les valeurs résultants de ce modèle nous intéressent. **Les valeurs sont supérieures ou égales à zéro.**

On représente les valeurs sous forme d'une matrice, comme suit :

$$\begin{array}{c}
 t \\
 e \\
 m \\
 p \\
 s
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \text{espace} \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 Z^{1,1} & \dots & Z^{i,1} & \dots & Z^{N,1} \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 Z^{1,j} & \dots & Z^{i,j} & \dots & Z^{N,j} \\
 \vdots & & \vdots & & \vdots \\
 Z^{1,n} & \dots & Z^{i,n} & \dots & Z^{N,n}
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \quad (5.1)$$

À la valeur $Z^{i,j}$ correspondent les coordonnées spatio-temporelles (x_i, t_j) .

La décomposition est mise au jour en analysant le variogramme moyen soit sur l'ensemble des valeurs dans le temps (analyse climatologique) soit sur l'ensemble des valeurs dans l'espace (analyse sur un domaine spatial moyen). **Afin de montrer que cette décomposition est possible aussi bien dans le domaine spatial que temporel, on utilise une FA $Z(s)$ évoluant dans un domaine pouvant être spatial ou temporel, où s peut représenter la position spatiale (x) ou la position temporelle (t).**

Pour faciliter la démonstration et la compréhension de la décomposition, nous analysons la valeur variographique moyenne entre deux points séparés d'une distance h_k .

La valeur de la nuée variographique moyenne pour une distance h_k s'écrit alors :

$$g(h_k) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{n_k} (Z_i(s) - Z_i(s+h_k))^2 \quad (5.2)$$

où n représente le nombre de paires de valeurs dans le temps ou l'espace correspondant à la distance h_k .

2.2 Variabilité en soi et transition

La variable Z prend en chaque point soit une valeur nulle soit une valeur non-nulle. De ce fait, quatre cas peuvent être distingués dans le calcul de la valeur variographique entre deux points. Ces quatre cas sont présentés dans le tableau 5.1, où P indique la présence de pluie, et \bar{P} l'absence de pluie.

	Point #1	Point #2	Notation	Nombre de paire de valeurs
Cas 1	P	P	$P P$	n_{PP}
Cas 2	P	\bar{P}	$P \bar{P}$	$n_{P\bar{P}}$
Cas 3	\bar{P}	P	$\bar{P} P$	$n_{\bar{P}P}$
Cas 4	\bar{P}	\bar{P}	$\bar{P} \bar{P}$	$n_{\bar{P}\bar{P}}$

Tableau 5.1: Tableau de contingence sur la prise en compte de pluie en deux points. Notation : P : pluie et \bar{P} : non-pluie.

En tenant compte de ces différents cas, l'expression (5.2) peut s'écrire :

$$g(h_k) = \frac{n_{PP}}{2n n_{PP}} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{PP}} (Z_i(s) - Z_i(s+h_k))^2 \right\} + \frac{n_{P\bar{P}}}{2n n_{P\bar{P}}} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{P\bar{P}}} (Z_i(s) - Z_i(s+h_k))^2 \right\} \\ + \frac{n_{\bar{P}P}}{2n n_{\bar{P}P}} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{\bar{P}P}} (Z_i(s) - Z_i(s+h_k))^2 \right\} + \frac{n_{\bar{P}\bar{P}}}{2n n_{\bar{P}\bar{P}}} \left\{ \sum_{i=1}^{n_{\bar{P}\bar{P}}} (Z_i(s) - Z_i(s+h_k))^2 \right\} \quad (5.3)$$

où

$$n = n_{PP} + n_{\bar{P}P} + n_{P\bar{P}} + n_{\bar{P}\bar{P}} \quad (5.4)$$

De l'expression (5.3), nous écrivons :

$$g(h_k) = \frac{n_{PP}}{n} g_{PP}(h_k) + \frac{n_{P\bar{P}}}{n} g_{P\bar{P}}(h_k) \\ + \frac{n_{\bar{P}P}}{n} g_{\bar{P}P}(h_k) + \frac{n_{\bar{P}\bar{P}}}{n} g_{\bar{P}\bar{P}}(h_k) \quad (5.5)$$

Quatre termes apparaissent :

- La nuée variographique de la variabilité en soi : $g_{PP}(h_k)$. Par la suite, on le notera $g_F(h_k)$.
- Les deux nuées variographiques de transition : $g_{\bar{P}P}(h_k)$ et $g_{P\bar{P}}(h_k)$. Elles ont la particularité d'être égales, car nous sommes sous hypothèse de stationnarité d'ordre deux. Par la suite, on les notera $g_{Tr}(h_k)$.
- La nuée variographique de la zone non-pluvieuse : $g_{\bar{P}\bar{P}}(h_k)$. Elle est de valeur nulle.

L'expression (5.5) devient alors :

$$g(h_k) = \frac{n_{PP}}{n} g_F(h_k) + \frac{(n_{P\bar{P}} + n_{\bar{P}P})}{n} g_{Tr}(h_k) \quad (5.6)$$

2.3 L'indicatrice de pluie

Une indicatrice caractérise la présence ou non de pluie. Ainsi :

$$\begin{aligned} \text{si } Z > 0 & \text{ alors } I = 1 \\ \text{si } Z = 0 & \text{ alors } I = 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

D'après (5.7), le champ d'indicatrice provient intrinsèquement des valeurs du champ de pluie. On peut alors considérer que le champ d'indicatrice est modélisable par une FA stationnaire d'ordre deux dans le domaine spatio-temporel.

De manière similaire à (5.2), une adaptation de la valeur de la nuée variographique moyenne pour une distance h_k est établie pour l'indicatrice de pluie :

$$g_I(h_k) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (I_i(s) - I_i(s+h_k))^2 \quad (5.8)$$

où n représente le nombre de paires de valeurs dans le temps ou l'espace.

En reprenant l'expression (5.5), et en l'adaptant au champ d'indicatrice, on obtient :

$$g_I(h_k) = \frac{n_{PP}}{n} g_{I_{PP}}(h_k) + \frac{n_{P\bar{P}}}{n} g_{I_{P\bar{P}}}(h_k) + \frac{n_{\bar{P}P}}{n} g_{I_{\bar{P}P}}(h_k) + \frac{n_{\bar{P}\bar{P}}}{n} g_{I_{\bar{P}\bar{P}}}(h_k) \quad (5.9)$$

La nuée variographique d'indicatrice vaut 0.5 quand de la pluie est détectée en un seul des deux points. Dans les autres cas, le variogramme est nul. Ainsi, l'expression (5.9) devient :

$$g_I(h_k) = \frac{n_{P\bar{P}} + n_{\bar{P}P}}{2n} \quad (5.10)$$

2.4 La proportion de valeurs non-nulles

La proportion des valeurs non-nulles aux deux points de mesure s et $s+h_k$ correspond au rapport n_{PP}/n . Cette proportion est déterminée par

$$\frac{n_{PP}}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i(s) I_i(s+h_k) \quad (5.11)$$

Nous souhaitons rapprocher la proportion n_{PP}/n de la moyenne des indicatrices m_I et de la nuée variographique $g_I(h_k)$.

On rappelle tout d'abord que la moyenne de l'indicatrice en un point s correspond à la proportion de pluie non-nulle n_P/n en ce point :

$$\frac{n_P}{n} = m_I = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i(s) \quad (5.12)$$

Pour un processus stationnaire d'ordre deux, on rappelle qu'un variogramme est lié à la covariance par :

$$\gamma_I(h) = Var(I) - Cov(I(s), I(s+h)) \quad (5.13)$$

Sur notre champ d'indicatrice, nous obtenons :

$$Var(I) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (I_i(s))^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i(s) \right)^2 \quad (5.14)$$

Étant donné que $(I_i(s))^2 = I_i(s)$, l'expression (5.14) devient :

$$Var(I) = m_I(1 - m_I) \quad (5.15)$$

La covariance est déterminée par :

$$Cov(I(s), I(s+h_k)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (I_i(s) I_i(s+h_k)) - m_I^2 \quad (5.16)$$

En utilisant les expressions (5.11) (5.13) (5.15) (5.16), la nuée variographique $g_I(h_k)$ peut être déterminée par :

$$\begin{aligned}
 g_I(h_k) &= \text{Var}(I) - \text{Cov}(I(s), I(s+h_k)) \\
 &= m_I(1-m_I) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (I(s)I(s+h_k)) + m_I^2 \\
 &= m_I - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (I(s)I(s+h_k)) \\
 &= m_I - \frac{n_{PP}}{n}
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

La proportion de pluie non-nulle est donc déterminée par l'expression :

$$\frac{n_{PP}}{n} = m_I - g_I(h_k) \tag{5.18}$$

2.5 Forme finale de la décomposition : de la nuée variographique au variogramme théorique

En injectant (5.10) et (5.18) dans (5.6), nous obtenons une description de la valeur de la nuée variographique moyenne pour une distance h_k explicitant les contributions de la variabilité en soi, de l'indicatrice de pluie et de la transition :

$$g(h_k) = (m_I - g_I(h_k)) \cdot g_F(h_k) + 2 \cdot g_I(h_k) \cdot g_{Tr}(h_k) \tag{5.19}$$

Rappelons que l'expression (5.19) est valable aussi bien pour le domaine spatial que temporel.

D'après le chapitre 1, nous rappelons que le variogramme expérimental, pour différentes classes de distances h_k , est lié à la nuée variographique par :

$$\gamma^*(h_k) = \frac{1}{N_k} \sum_{h > h_{k-1}}^{h < h_{k+1}} g(h) \tag{5.20}$$

où N_k représente le nombre de paires de points dans une classe.

Le variogramme expérimental peut alors être déduit de (5.19) :

$$\gamma^*(h_k) = (m_I - \gamma_I^*(h_k)) \cdot \gamma_F^*(h_k) + 2 \cdot \gamma_I^*(h_k) \cdot \gamma_{Tr}^*(h_k) \tag{5.21}$$

Les valeurs pluviométriques que nous avons utilisées dans la section du Chapitre 5, §2.1 proviennent d'une FA stationnaire d'ordre deux. **Dans le cas où des observations pluviométriques respectent les conditions de stationnarité d'ordre deux dans le domaine spatial et temporel, alors la construction d'un variogramme expérimental selon l'expression (5.21) est vraie. Ceci est indépendant de toute notion de durée d'agrégation temporelle.**

On considère que le nombre de classes est infiniment grand. Le variogramme expérimental retranscrit alors parfaitement le variogramme théorique du modèle dans les domaines spatial et temporel. Il s'écrit :

$$\gamma(h) = (m_I - \gamma_I(h)) \cdot \gamma_F(h) + 2 \cdot \gamma_I(h) \cdot \gamma_{Tr}(h) \tag{5.22}$$

Aucun paramétrage interne au variogramme spatio-temporel initial $\gamma(h, \tau)$ n'intervient dans l'expression (5.22) : ni coefficient d'anisotropie géométrique liant la dimension spatiale et temporelle, ni d'advection. **Il est donc vrai de dire que la décomposition (5.22) est valide**

autant dans le domaine spatial que temporel et quel que soit le modèle du variogramme spatio-temporel initial. Sous contrainte du respect de l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux, il est donc possible de généraliser la décomposition de $\gamma(h)$ selon l'expression (5.22) au variogramme $\gamma(h, \tau)$ pour la dimension spatio-temporelle :

$$\gamma(h, \tau) = (m_I - \gamma_I(h, \tau)) \cdot \gamma_F(h, \tau) + 2 \cdot \gamma_I(h, \tau) \cdot \gamma_{Tr}(h, \tau) \quad (5.23)$$

L'expression (5.23) est vraie pour toute agrégation spatiale et temporelle.

3 Modélisation du variogramme spatio-temporel avec décomposition : 2D+Temps+Advection+Décomposition

3.1 Le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition

Nous voulons tenir compte de la décomposition du variogramme de la pluie (5.23), et d'une évolution réaliste du variogramme spatio-temporel avec l'agrégation temporelle (Chapitre 3).

Le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition suit toujours la relation suivante :

$$\gamma_{D,U}(h, 0) = \bar{\gamma}_U(D, D(h)) - \bar{\gamma}_U(D, D) \quad (5.24)$$

Mais les deux termes de gauches incorporent désormais la décomposition (5.23). Ainsi :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_U(D, D(h)) &= \frac{1}{D^2} \int_{i \in D} \int_{i' \in D} \left((m_I - \gamma_I(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2})) \cdot \gamma_F(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \right) dt dt' \\ &+ \frac{1}{D^2} \int_{i \in D} \int_{i' \in D} \left(2 \cdot \gamma_I(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \cdot \gamma_{Tr}(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \right) dt dt' \end{aligned} \quad (5.25)$$

et

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_U(D, D) &= \frac{1}{D^2} \int_{i \in D} \int_{i' \in D} \left((m_I - \gamma_I(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2})) \cdot \gamma_F(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \right) dt dt' \\ &+ \frac{1}{D^2} \int_{i \in D} \int_{i' \in D} \left(2 \cdot \gamma_I(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \cdot \gamma_{Tr}(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \right) dt dt' \end{aligned} \quad (5.26)$$

où $\gamma_I(h, \tau)$, $\gamma_F(h, \tau)$ et $\gamma_{Tr}(h, \tau)$ représentent les variogrammes ponctuels des trois champs.

3.2 Forme du variogramme de transition dans le cas où la variabilité en soi et l'indicatrice sont indépendantes

Notre travail se base sur les travaux de Barancourt (1990), Barancourt et al (1992). Seules la variabilité en soi et l'indicatrice de pluie sont modélisées. Le variogramme de transition n'est qu'une conséquence du choix du variogramme des deux premiers champs.

Nous postulons que la variabilité en soi et l'indicatrice de pluie sont indépendantes pour un champ de pluie ponctuel sous-jacent au modèle

2D+Temps+Advection+Décomposition. Nous voulons connaître le variogramme de transition pour ce champ ponctuel.

La variabilité en soi $F(x, t)$ et l'indicatrice de pluie $I(x, t)$ sont chacune représentées par la réalisation d'une FA stationnaire d'ordre deux.

Les champs $F(x, t)$ et $I(x, t)$ sont considérés indépendants. Le champ de pluie s'écrit :

$$Z(x, t) = F(x, t) I(x, t) \quad (5.27)$$

Le variogramme spatio-temporel de la fonction aléatoire $Z(x, t)$ est alors déterminé par :

$$\gamma(h, \tau) = \frac{1}{2} \left\{ E \left[\left(F(x, t) I(x, t) - F(x+h, t+\tau) I(x+h, t+\tau) \right)^2 \right] \right\} \quad (5.28)$$

Les deux fonctions aléatoires $F(x)$ et $I(x)$ respectent l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux. Nous avons donc l'égalité suivante :

$$E \left[F(x, t)^2 I(x, t)^2 \right] = E \left[F(x+h, t+\tau)^2 I(x+h, t+\tau)^2 \right] \quad (5.29)$$

L'expression (5.28) devient :

$$\gamma(h, \tau) = \frac{1}{2} \left\{ 2E \left[F(x, t)^2 I(x, t)^2 \right] - 2E \left[F(x, t) F(x+h, t+\tau) I(x, t) I(x+h, t+\tau) \right] \right\} \quad (5.30)$$

On sépare le variogramme en deux parties :

$$\gamma(x+h, t+\tau) = \frac{1}{2} (A - B) \quad (5.31)$$

La première partie A s'écrit :

$$A = 2E \left[F(x, t)^2 I(x, t)^2 \right] \quad (5.32)$$

On rappelle que :

$$m_I = E \left[I(x, t) \right] = E \left[I(x, t)^2 \right] \quad (5.33)$$

La partie A devient égale à :

$$A = 2m_I E \left[F(x, t)^2 \right] \quad (5.34)$$

On rappelle que $Var(F(x, t)) = E \left[F(x, t)^2 \right] - E \left[F(x, t) \right]^2$.

En notant $m_F = E \left[F(x, t) \right]$ et $\sigma_F^2 = Var(F(x, t))$, la moyenne et la variance de la variabilité en soi, le terme A devient :

$$A = 2m_I (m_F^2 + \sigma_F^2) \quad (5.35)$$

La seconde partie B s'écrit :

$$B = 2E \left[F(x, t) F(x+h, t+\tau) I(x, t) I(x+h, t+\tau) \right] \quad (5.36)$$

Elle est différente de zéro si la valeur des indicatrices de pluie est non-nulle aux deux points (x, t) et $(x+h, t+\tau)$. Le terme B est donc de valeur non-nulle avec la proportion n_{pp}/n , comme déterminée en (5.18). Nous avons alors :

$$B = 2(m_I - \gamma_I(h, \tau)) E \left[F(x, t) F(x, t) \right] \quad (5.37)$$

On rappelle que :

$$\text{Cov}(F(x, t), F(x+h, t+\tau)) = E(F(x, t)F(x+h, t+\tau)) - E(F(x, t))E(F(x+h, t+\tau)) \quad (5.38)$$

Sous hypothèse de stationnarité :

$$\text{Cov}(F(x, t), F(x+h, t+\tau)) = \sigma_F^2 - \gamma_F(h, \tau) \quad (5.39)$$

La partie B devient alors :

$$B = 2(m_I - \gamma_I(h, \tau))(\sigma_F^2 - \gamma_F(h, \tau) + m_F^2) \quad (5.40)$$

En sommant les parties A et B , le variogramme spatio-temporel d'un champ de pluie $Z(x, t)$, dont la variabilité en soi et l'indicatrice sont indépendantes, est finalement déterminé par l'expression suivante :

$$\gamma(h, \tau) = m_I(m_F^2 + \sigma_F^2) - (m_I - \gamma_I(h, \tau))(\sigma_F^2 - \gamma_F(h, \tau) + m_F^2) \quad (5.41)$$

Nous retrouvons ainsi les notations de Barancourt (1990) :

$$\gamma(h, \tau) = m_I(m_F^2 + \sigma_F^2) - K_F(h, \tau)K_I(h, \tau) \quad (5.42)$$

où K_F et K_I représentent respectivement les covariances non-centrées de la variabilité en soi et de l'indicatrice de pluie.

Les variogrammes et les covariances non-centrées sont liées par les expressions :

$$K_F(h, \tau) = \sigma_F^2 - \gamma_F(h, \tau) + m_F^2 \quad (5.43)$$

et,

$$\begin{aligned} K_I(h, \tau) &= \sigma_I^2 - \gamma_I(h, \tau) + m_I^2 \\ &= m_I(1 - m_I) - \gamma_I(h, \tau) + m_I^2 \\ &= m_I - \gamma_I(h, \tau) \end{aligned} \quad (5.44)$$

Toutefois, nous préférons nous rapprocher de l'expression (5.22) pour mettre en exergue le variogramme de transition. Après un développement, l'expression (5.41) devient :

$$\gamma(h, \tau) = (m_I - \gamma_I(h, \tau))\gamma_F(h, \tau) + \gamma_I(h, \tau)(\sigma_F^2 + m_F^2) \quad (5.45)$$

En comparant l'expression (5.45) à l'expression du variogramme présentée en (5.22), il est simple de déterminer le variogramme de transition par :

$$\gamma_{Tr}(h, \tau) = \frac{m_F^2 + \sigma_F^2}{2} \quad \text{avec } (h, \tau) \neq (0, 0) \quad (5.46)$$

Notre modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition est ainsi basé sur un variogramme de transition ponctuel pépitique.

Remarquons que sous hypothèse de stationnarité d'ordre deux, il est possible de dire qu'un variogramme de transition pépitique devient une condition nécessaire pour l'utilisation de l'indépendance entre F et I . Cela rejoint la condition d'indépendance entre les termes croisés Z et I établie par Barancourt (1990) :

$$\gamma_{ZI}(h, \tau) = (\sigma_F^2 + m_F^2)\gamma_I(h, \tau) \quad (5.47)$$

où $\gamma_{ZI}(h, \tau)$ représente le variogramme croisée entre Z^2 et I .

Dans le cas général, nous pouvons alors écrire :

$$\gamma_{ZI}(h, \tau) = 2\gamma_{Tr}(h, \tau)\gamma_I(h, \tau) \quad (5.48)$$

3.3 Évolution du variogramme de transition avec l'agrégation temporelle

Si l'on ne tient compte que des caractéristiques météorologiques, un variogramme de transition pépitique peut correspondre à un phénomène de type convectif (Barancourt, 1992 ; Ramos, 2002), ou bien sahélien (Ali et al, 2003). En effet, sur une petite surface et/ou une courte durée, de très fortes quantités pluviométriques peuvent être voisines de valeur nulles.

Aux pas de temps journaliers et supérieurs, les phénomènes que nous observons sont de types frontaux. La transition entre les valeurs fortes et nulles n'est pas aussi brutale que celle de phénomènes convectifs. La figure 5.1 illustre les variogrammes de transition expérimentaux pour les données pluviométriques journalières sur la zone aval du bassin versant de la Loire aux durées d'agrégation de un à dix jours. Pour les durées d'agrégation égales et supérieures à la journée, le variogramme de transition expérimental n'est pas pépitique. Il atteint la variance pour des distances supérieures à 230 km. L'effet de pépite à l'origine ne permet pas de bien apprécier l'allongement de la portée avec l'agrégation temporelle. Néanmoins, en observant les variogrammes aux durées d'agrégation de un à trois jours, il est possible d'affirmer ce constat. On le généralise sur les durées d'agrégation allant jusqu'à dix jours.

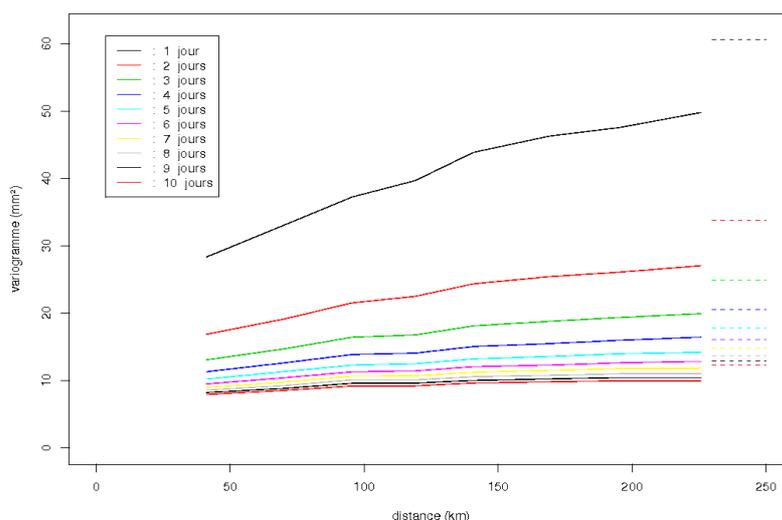


Figure 5.1: Variogrammes de transition expérimentaux du champ de pluie observé à l'aval du bassin versant de la Loire, et variance a priori (pointillé) pour une agrégation temporelle allant de 1 à 10 jours

Nous souhaitons montrer que notre modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition permet une évolution du variogramme de transition similaire à celle des données.

Comment évolue le variogramme de transition avec une augmentation de la durée d'agrégation ? À partir du modèle, la réponse n'est pas immédiate. En effet, des expressions (5.23) et (5.24), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
& (m_I - \gamma_I(h, \mathbf{D})) \cdot \gamma_F(h, \mathbf{D}) + 2 \cdot \gamma_I(h, \mathbf{D}) \cdot \gamma_{Tr}(h, \mathbf{D}) = \\
& \frac{1}{\mathbf{D}^2} \int_{t \in \mathbf{D}} \int_{t' \in \mathbf{D}(h)} \left((m_I - \gamma_I(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2})) \cdot \gamma_F(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \right) dt dt' \\
& + \frac{1}{\mathbf{D}^2} \int_{t \in \mathbf{D}} \int_{t' \in \mathbf{D}(h)} \left(2 \cdot \gamma_I(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \cdot \gamma_{Tr}(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \right) dt dt' \\
& + \frac{1}{\mathbf{D}^2} \int_{t \in \mathbf{D}} \int_{t' \in \mathbf{D}} \left((m_I - \gamma_I(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2})) \cdot \gamma_F(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \right) dt dt' \\
& + \frac{1}{\mathbf{D}^2} \int_{t \in \mathbf{D}} \int_{t' \in \mathbf{D}} \left(2 \cdot \gamma_I(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \cdot \gamma_{Tr}(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \right) dt dt'
\end{aligned} \tag{5.49}$$

Il n'est alors pas possible de déterminer $\gamma_{Tr}(h, \mathbf{D})$ à partir de $\gamma_{Tr}(h, \tau)$. On peut également préciser que:

$$\gamma_{Tr, \mathbf{D}, U}(h, \tau) \neq \bar{\gamma}_{Tr, U}(D, D(h)) - \bar{\gamma}_{Tr, U}(D, D) \tag{5.50}$$

Nous n'avons pas pu établir l'expression de l'augmentation de la portée du variogramme de transition avec l'agrégation temporelle.

Toutefois, il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned}
\gamma_{Tr, \mathbf{D}, U}(h, \tau) = & \frac{1}{\mathbf{D}^2} \int_{t \in \mathbf{D}} \int_{t' \in \mathbf{D}(h)} f_1(\sqrt{(h-U(t-t'))^2 + (t-t')^2}) \\
& + \frac{1}{\mathbf{D}^2} \int_{t \in \mathbf{D}} \int_{t' \in \mathbf{D}(h)} f_2(\sqrt{(U(t-t'))^2 + (t-t')^2})
\end{aligned} \tag{5.51}$$

où f_1 et f_2 représentent des fonctions regroupant chacune les termes $\gamma_I(h, \tau)$, $\gamma_F(h, \tau)$ et $\gamma_{Tr}(h, \tau)$. Le terme $(h-U(t-t'))$ indique la caractéristique que la portée spatiale croît avec l'augmentation de l'agrégation temporelle. L'effet de l'agrégation temporelle a également la particularité d'augmenter la portée temporelle.

Ainsi, même si nous ne connaissons pas exactement l'évolution du variogramme de transition avec l'agrégation temporelle, ses portées spatiale et temporelle augmentent avec la durée d'agrégation.

Il n'est donc pas exclu de dire que pour une durée d'agrégation infiniment faible, la portée spatiale du variogramme de transition tend à être nulle.

Nous pouvons donc obtenir un variogramme de transition non pépitique par l'agrégation d'un processus dont la variabilité en soi et l'indicatrice de pluie sont indépendantes.

4 Estimation des variogrammes spatiaux pour différentes durées d'agrégation avec le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition

4.1 Paramètres des variogrammes ponctuels à estimer

Au sein du modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition, on rappelle que le variogramme $\gamma_D(h, \tau)$ est lié à l'intégration sur la durée \mathbf{D} d'une structure ponctuelle, elle-même

construites à partir de trois variogrammes ponctuels $\gamma_I(h, \tau)$, $\gamma_F(h, \tau)$ et $\gamma_{Tr}(h, \tau)$. Pour les trois variogrammes, plusieurs paramètres sont à estimer.

Nous avons choisi certains paramètres identiques pour les trois variogrammes : l'advection U et la portée temporelle T .³

D'autres sont indépendants d'un variogramme à l'autre :

- pour le variogramme de l'indicateur : m_I et L_I ;
- pour le variogramme de la variabilité en soi : m_F , σ_F et L_F .

Le variogramme de transition est estimé par m_F et σ_F .

D'après le Chapitre 4, rappelons que

$$L = V_0 T \quad (5.52)$$

Les paramètres que nous cherchons à déterminer sont : m_F , σ_F , m_I , V_I , V_F , T , U .

On utilise l'outil de calage basé sur la méthode du simplexe décrit au Chapitre 4.

4.2 Application aux données pluviométriques journalières de la zone aval du bassin versant de la Loire

Un modèle de variogramme exponentiel a été choisi pour la modélisation de par sa meilleure adéquation. Une contrainte sur la valeur de l'advection a été prise : $U \geq \sup(V_I, V_F)$. Les paramètres calés sont présentés dans le tableau 5.2. L'ensemble des variogrammes issus de la régularisation du variogramme ponctuel sont présentés sur la figure 5.2.

L'adéquation aux données des variogrammes régularisés aux différentes durées d'agrégation est certes réaliste mais encore médiocre par rapport aux améliorations attendues. Il est manifeste que prendre des variogrammes globaux sur l'ensemble de la base de données n'est pas adapté. On se met donc en difficulté. Si l'on veut avoir une représentation réaliste, il semble nécessaire de refaire les calages en tenant compte des type de temps : cela permettra de caler des structures de pluie propres à des processus naturels homogènes.

m_I	m_F (mm)	σ_F^2 (mm ²)	V_F (km/jour)	V_I (km/jour)	T (jour)	U (km/jour)
0.7	7,78	32,29	1,5	84,68	1,96	84,68

Tableau 5.2: Les paramètres de la forme analytique du variogramme spatio-temporel ponctuel calés par la méthode du simplexe, sur la zone aval du bassin versant de la Loire

3 Ce choix n'est pas toujours adéquat. Une zone pluvieuse (champ d'indicateur de pluie) peut très bien se déplacer dans une direction, et des cellules pluvieuses au sein de cette zone (variabilité en soi) dans une autre. C'est le cas des fronts « stationnaires ».

Figure 5.2 : Valeurs des variogrammes expérimentaux (croix rouges), variogramme spatial ponctuel issu de la recombinaison de l'expression (5.1) dont les paramètres sont calés en fonction du modèle exponentiel et variogrammes résultants de la régularisation de 1 à 10 jours, sur la zone aval du bassin versant de la Loire

5 Conclusion

L'objectif principal de ce chapitre a été de montrer comment incorporer au modèle 2D+Temps+Advection une prise en compte de l'intermittence de la pluie.

Une décomposition d'une structure spatio-temporelle a tout d'abord été élaborée. Cette décomposition est très générale. Cette décomposition a la particularité d'être adaptable aux observations et aux valeurs issues de modèles pourvu qu'elles respectent l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux dans le domaine spatio-temporel.

Elle fait intervenir le variogramme de la variabilité en soi, le variogramme de l'indicatrice de pluie et un variogramme dit de transition. Cette représentation est valide quelle que soit l'agrégation spatiale ou temporelle.

Cette décomposition a ensuite été incorporée au modèle 2D+Temps+Advection. Il en résulte un modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition.

Les précédents travaux de Barancourt (1990 et 1992) ont permis de mettre à notre disposition une méthode de représentation du champ de pluie : $Z=FI$, où la variabilité en soi et l'indicatrice de pluie sont indépendants. Cette représentation est utilisée dans notre modèle pour la mise en place du variogramme spatio-temporel ponctuel. Sans agrégation temporelle, le champ de pluie modélisé aura la particularité d'avoir un variogramme de transition pépétique. L'agrégation temporelle permet de donner un meilleur réalisme, aux variogrammes restitués après agrégation, en lissant la transition entre le passage d'une zone sèche à une zone pluvieuse, que ce soit dans le domaine temporel ou spatial.

Ce chapitre a ainsi montré la capacité du modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition à représenter une évolution réaliste des variogrammes spatiaux pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours, sur la zone aval du bassin versant de la Loire. Par la suite, l'utilisation d'un découpage des données pluviométriques selon différents types de temps permettra encore d'améliorer ce réalisme (Annexe 5)

Outre le fait que la décomposition permette d'améliorer la représentation des variogrammes spatiaux de un à dix jours, il serait intéressant de rendre également réalistes les variogrammes aux durées d'agrégation inférieures à la journée. Ceci pourrait se faire en insérant d'autres contraintes raisonnables a priori dans le choix des paramètres.

Afin de visualiser les effets de la prise en compte de l'intermittence dans la modélisation, des champs de pluies ont été simulés pour deux types de modélisations de façon académique : le modèle à la base du simulateur en début de thèse (sans corrélation temporelle et avec présence d'intermittence), le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition. La figure 5.3 illustre ces différents champs aux pas de temps t_0 , t_5 , t_{10} et t_{15} .

Modèle sans corrélation temporelle

Modèle
2D+Temps+Advection+Décomposition

t0

t5

t10

t15

Figure 5.3: Champs de pluie issus du simulateur développé au Cemagref, en prenant en compte l'intermittence, selon le modèle initial (sans corrélation temporelle) et le modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition, pour les pas de temps t0, t5, t10 et t15.

Conclusion générale et perspectives

1 Conclusion générale

Dans le travail ici présenté, nous nous sommes focalisés sur le développement d'une modélisation d'un champ de pluie présentant une cohérence spatio-temporelle. L'ensemble du travail est basé sur l'approche géostatistique.

Toutes les applications sont faites sur les données pluviométriques, d'origine EdF ou Météo-France, fournies par EdF dans le cadre de ses préoccupations relatives au bassin versant de la Loire. Deux zones ont été distinguées sur le bassin versant de la Loire : la zone dite aval où le phénomène pluvieux peut être représenté par un processus respectant l'hypothèse de stationnarité d'ordre deux, et la zone amont où les processus sont influencés par un relief plus marqué.

Il a été montré, en utilisant l'outil diagnostique de l'ordre de grandeur de la portée intégrale proposé par Lantuéjoul (1991), qu'il est possible d'utiliser différents types de modélisation pour les variogrammes spatial et temporel des données pluviométriques. Ces différentes modélisations sont convaincantes pour la représentation de la structure d'un phénomène pluvieux sur la fenêtre spatiale et temporelle du réseau, pour une durée d'agrégation temporelle donnée. En dehors de cette fenêtre subsiste une certaine indétermination et donc la possibilité d'approches alternatives.

On a souhaité mettre en place une modélisation respectant des propriétés connues de la variabilité des pluies agrégées, par exemple l'allongement des variogrammes avec la durée d'agrégation. Dans le cas d'étude, la modélisation devrait être utilisée pour générer des événements de pluie réalistes sur dix jours consécutifs.

Le diagnostique obtenu en utilisant l'outil élaboré par Lantuéjoul (1991) indique qu'au pas de temps initial journalier, la taille du domaine spatial d'étude n'est pas suffisante, en particulier l'évolution du variogramme aux grandes distances n'est pas connue. De plus, la résolution spatiale et temporelle ne permet pas la visualisation de l'évolution du variogramme aux faibles distances et aux faibles durées.

Nous introduisons ensuite un modèle 2D+Temps, puis 2D+Temps+Advection qui ne se basent pas uniquement sur les valeurs variographiques, mais également sur la théorie géostatistique et notamment l'évolution nécessaire des variogrammes avec l'agrégation. Nous justifions par là l'évolution des structures de phénomènes pluvieux avec l'agrégation temporelle décrite dans les articles précurseurs sur le sujet (Lebel et al., 1987).

Nous avons d'abord ajouté une dimension temporelle à la modélisation spatio-temporelle champ de pluie. Il a fallu préciser l'anisotropie liant l'axe temporel et la dimension spatiale. Par agrégation, le variogramme spatial de bloc d'une durée D apparaît être nécessairement relié au variogramme ponctuel du processus sous-jacent.

D'une part, cette advection introduit un allongement naturel et compréhensible des variogrammes. D'autre part, elle seule à notre connaissance, restitue le caractère non-totalement symétrique de la structure spatio-temporelle. Nous rejoignons, sur ce point, les travaux de Gneiting (2002).

Une bonne estimation des paramètres du variogramme ponctuel permettra un bon réalisme des structures aux pas de temps agrégés. Les données usuelles ne permettent pas d'obtenir directement une structure à un pas de temps infiniment petit. La méthode numérique du simplex a été choisie pour estimer au mieux un variogramme ponctuel compatible avec les statistiques observables.

Cette modélisation spatio-temporelle a ensuite été détaillée pour les modèles de variogramme sphérique et exponentiel. Les formes des variogrammes agrégés et ses caractéristiques intrinsèques (variance a priori, portée) ont été établies. Un travail a tout d'abord été effectué sur les formes analytiques en l'absence d'advection. L'ajout d'une advection semble rendre impossible l'obtention des formes analytiques, mais l'évolution du variogramme spatial et de la variance de dispersion en fonction de la durée d'agrégation et de l'intensité d'advection restent parfaitement prévisible, par simple intégration numérique.

La modélisation 2D+Temps+Advection a ensuite été appliquée aux données pluviométriques du bassin versant de la Loire.

Des processus ponctuels ont été estimés. Les variogrammes réintégrés aux différentes durées ne s'adaptent pas très bien aux variogrammes expérimentaux, mais notre modèle permet en utilisant un faible nombre de paramètres de restituer des variogrammes spatiaux réalistes dont la forme et les paramètres évoluent de manière connue et cohérente avec l'agrégation temporelle. Cette parcimonie et cette cohérence nous paraissent intéressantes.

Notre travail a prouvé le potentiel de notre modèle 2D+Temps+Advection à représenter une évolution réaliste des variogrammes spatiaux pour des durées d'agrégation allant de un à dix jours, sur les deux zones du bassin versant de la Loire. Les dimensions caractéristiques des structures correspondent bien à des phénomènes pluvieux allant de la ligne de grain au front.

L'analyse des dimensions caractéristiques suggère que notre modèle a la capacité de proposer des variogrammes réalistes pour des phénomènes pluvieux pour des durées d'agrégations inférieures aux pas de temps d'enregistrement des mesures pluviométriques. Ceci suppose la prise en compte de quelques contraintes de réalisme lors du calage.

Certaines simplifications font que notre modèle ne retranscrit pas parfaitement l'évolution des phénomènes réels avec l'agrégation temporelle : c'est notamment le cas de toutes les hétérogénéités (de processus, spatiale et temporelle).

Nous avons ensuite introduit le caractère intermittent de la pluie (Barancourt, 1992). Une décomposition du variogramme total a tout d'abord été élaborée. Elle fait intervenir le variogramme de la variabilité en soi, le variogramme de l'indicatrice de pluie et le variogramme de transition que nous définissons. Cette représentation est valide quelle que soit l'agrégation spatiale ou temporelle.

Au modèle 2D+Temps+Advection a ensuite été incorporée cette décomposition du champ de pluie en un champ d'indicatrice de pluie et un champ de la variabilité en soi. Il en résulte un modèle 2D+Temps+Advection+Décomposition.

Les précédents travaux de Barancourt (1990 et 1992) ont permis de proposer une méthode de représentation du champ de pluie : $Z = F.I$, où la variabilité en soi et l'indicatrice de pluie sont indépendants. Cette représentation est utilisée dans notre modèle pour la mise en place du variogramme spatio-temporel ponctuel. Sans agrégation temporelle, le champ de pluie modélisé a la particularité d'avoir un variogramme de transition pépétique. L'agrégation temporelle permet de donner au variogramme modélisé un meilleur réalisme en lissant la transition entre une zone sèche et une zone pluvieuse.

L'ensemble des travaux, ici présentés, a permis d'améliorer très significativement le modèle théorique directement implémenté dans le simulateur de pluies développé au Cemagref. Cela a permis de soutenir le développement du simulateur à la simulation spatio-temporelle d'événements complets (simulation libre, ou conditionnée à des observations datées). Ceci permet dès à présent de revisiter beaucoup de travaux hydrologiques en bénéficiant d'une

vision beaucoup plus réaliste qu'autrefois, et statistiquement contrôlé, de la sollicitation pluvieuse à laquelle les systèmes hydrologiques sont soumis.

2 Perspectives

2.1 Adaptation du simulateur au modèle

L'adaptation du simulateur au modèle n'est pas immédiate.

Le simulateur n'est en effet pas capable de fournir un champ de pluie basé sur un variogramme ponctuel. Dans le cas où l'on souhaite simuler des événements de pluies journaliers, le variogramme ponctuel doit être ré-intégré au pas de temps de simulation, que l'on propose de prendre très inférieur à la journée : le pas de temps horaire peut être intéressant.

2.2 Discussion sur la séparation de la région d'étude en deux zones

Comme indiqué dans la section du Chapitre 1, §5, il peut être intéressant de ne pas scinder le domaine d'étude en zones amont et aval, afin de garder un maximum d'information dans l'espace. Une possibilité serait d'améliorer la stationnarité du signal pluviométrique en le ramenant à une distribution standard. Puis, à partir de ce nouveau signal, il faudrait effectuer l'ensemble des analyses pour obtenir l'ensemble des paramètres utiles au modèle en entrée du simulateur. Enfin rétablir la distribution originelle pour que le signal soit représentatif des valeurs pluviométriques à l'amont du bassin versant de la Loire.

Toutefois, on a remarqué dans le Chapitre 1, que différents phénomènes apparaissaient au sein de nos données. Standardiser les valeurs pluviométriques sur l'ensemble de la région d'étude pourrait altérer la distinction entre les différents processus. Si l'on souhaite garder cette distinction de processus, il pourrait être intéressant, alors, de n'effectuer cette standardisation que sur la zone amont du bassin versant de la Loire.

Si l'on tient encore compte de la séparation de la région d'étude, il pourrait être intéressant de décomposer le signal sur la zone amont en une somme d'une composante analogue à celui de l'aval et d'une composante orographique. Il serait alors nécessaire d'étudier et de modéliser un champ de pluie sur une zone orographique, et notamment l'évolution de sa structure avec l'agrégation temporelle : invariance ou évolution de la portée spatiale? Évolution de la variance *a priori*, ...etc.

Une critique peut encore être faite sur le découpage **fixe** des zones aval et amont. La zone aval est sensée représenter un processus pluviométrique homogène. Or, l'utilisation des types de temps a permis de mettre en évidence la présence de plusieurs processus sur cette zone pour différents types de temps. Il semble raisonnable de penser que le processus orographique présent sur la zone amont soit présent sur la zone aval pour certains types de temps. Il serait donc intéressant d'effectuer un découpage de la région d'étude **évolutif** selon les types de temps afin de faire intervenir la superposition de deux composantes du signal pluviométrique sur la région plus aval du bassin versant de la Loire.

2.3 Critique sur les types de temps utilisés

Les types de temps sur lesquels nous nous sommes basés ont été déterminés sur la France entière. Ils ne sont donc pas forcément idéalement adaptés au bassin versant de la Loire considéré seul. Comme les types de temps sont essentiellement utilisés pour favoriser l'homogénéité conformément aux besoins de la modélisation, une suggestion serait de répartir d'une classification des pluies elles-mêmes mettant cet objectif en premier critère. Des tests sont en cours sur la classification de Kohonen (1972).

2.4 Paramètres observables

Tous les paramètres utilisés dans le modèle spatio-temporel ne sont pas observables au sein des données à notre disposition et doivent être inférés par calage. Mais l'utilisation de certains types de données complémentaires, comme par exemple des données radar, permet de rendre certains paramètres observables : on pense au moins à l'advection, à la portée spatiale, au pourcentage d'intermittence. Il semble donc intéressant d'ajouter au jeu de données pluviométriques quelques données radar qui permettront de contraindre le calage.

Références bibliographiques

- Ali, A., Lebel, T., Amani, A., 2003. Invariance in the spatial structure of Sahelian rain fields at climatological scales, *Journal of Hydrometeorology*, **4**(6), 996-1011
- Amani, A.; Lebel, T., 1997, Lagrangian kriging for the estimation of Sahelian rainfall at small time steps, *Journal of Hydrology*, **192**(1-4), 125-157
- Amorocho, J., Brandstetter, A., 1967. The Representation of Storm Precipitation Fields near Ground Level. *Journal of Geophysical Research*, **72**, p.1145-1164.
- Asquith, W.H., Famiglietti, J.S., 2000. Precipitation areal-reduction factor estimation using an annual-maxima centered approach. *Journal of Hydrology*, **230**, 55-69.
- Barancourt, C., 1990. Étude de l'intermittence et de la variabilité des champs de précipitation par une approche stochastique. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, LTHE, Grenoble, 216 p .
- Barancourt, C., Creutin, J.D.; Rivoirard, J., 1992, A method for delineating and estimating rainfall fields, *Water Resources Research*, **28**(4), 1133-1144
- Barton, C. C., La Pointe, P. R., 1995. *Fractals in the Earth Sciences*. Plenum Press, New-York, 265 p.
- Bénichou, P., 1985. *Classification Automatique de Configurations Météorologiques sur l'Europe Occidentale*. Note de travail du SCEM n°18 (réédité en 1995 : monographie n°8, Météo-France, Paris)
- Bilonick, R.A., 1985. The space-time distribution of sulphate deposition in the north-eastern United States, *Atmospheric Environment*, **19**, 1829-1845
- Blöschl, G. and Sivapalan, M., 1995. Scale issues in hydrological modelling – a review. *Hydrological Processes*, **9**, 251- 290.
- Bois P., Mois P., Mailloux H., Obléd C., De Saintignon F., 1995. *Atlas expérimental des risques de pluie intense dans la région Cévennes Vivarais*. Pôle Grenoblois des Risques Naturels (LAMA BP53 38041 Grenoble Cedex).
- Burlando, P., Rosso, R., 1996. Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation. *Journal of Hydrology*, **187**, 45-64.
- Changnon, S.A., 2002. Hydroclimatic differences in precipitation measured by two dense rain gauge networks. *Journal of Hydrometeorology*, **3**(1), 66-79.
- Chenu, S., Thèse, 2008. *Flood mitigation at watershed scale through dispersed dry dams: Analysis of the impact on discharge-frequency regimes*. Thèse Docteur, Institut National Polytechnique de Grenoble, pp
- Christakos, G., D.T. Hristopoulos, P. Bogaert, 2000. On the physical geometry hypotheses at the basis of spatiotemporal analysis of hydrologic geostatistics, *Advances in Water Resources*, **23**, 799-810.
- Ciach, G.J., Krajewski, W.F., 2006. Analysis and modeling of spatial correlation structure of small-scale rainfall in Central Oklahoma, *Advances in Water Resources*, **29**, 1450–1463.
- Cushman, J. (ed.), 1990. Dynamics of Fluid in Hierarchical Porous Media. Academic Press, London, 500 p
- Dagan, G., Statistical theory of groundwater flow and transport: pore to laboratory, laboratory to formation, and formation to regional scale, *Water Resources Research.*, **22**(9), 120S-134S.
- De Iaco, S., Myers, D. E., Posa, D., 2001, Space-time analysis using a general product-sum model, *Statistics & Probability Letters*, **52**(1), 21-28.
- De Iaco, S., Myers, D.E., Posa, D., 2002. Nonseparable space-time covariance models Some parametric families, *Mathematical Geology*, **34**(1), 23-42.
- De Michele, C., Kottegoda, N.T., Rosso, R., 2001. The derivation of areal reduction factor of storm rainfall from its scaling properties. *Water Resources Research*, **37**(12), 3247-3252.
- Dehotin, J., 2007. *Prise en compte de l'hétérogénéité des surfaces continentales dans la*

- modélisation hydrologique distribuée. Exemple d'application avec des données du haut-bassin de la Saône.* Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 254 p
- Dehotin, J. and Braud, I., 2007. Which spatial discretization for which distributed hydrological models? Proposition of a methodology for medium to large scale catchments, *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, **4**, 777-829
- DiFederico, V. and S.P. Neuman, 1997. Scaling of random fields by means of truncated power variograms and associated spectra. *Water Resources Research*, **33**, 1075-1085.
- Duband, D., 1974. *Reconnaissance dynamique de la forme des situations météorologiques. Application à la prévision quantitative des précipitations.* Société Hydrotechnique de France (Ed.). XIIIes journées de l'Hydraulique, Paris, France
- Fernández, B., Salas, J.D., 1999. Return Period and Risk of Hydrological Events. I: Mathematical Formulation. *Journal of Hydrologic Engineering*, **4**(4), 297-307.
- Galéa, G., Michel, C., Oberlin, G., 1983. Maximum rainfall on a surface – the epicentre coefficient of 1- to 48-hour rainfall. *Journal of Hydrology*, **66**, 159-167.
- Gandin, L.S., 1965, *Objective Analysis of Meteorological Fields.* Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israel, 242p
- Gelhar, L.W., 1986. Stochastic subsurface hydrology: From theory to applications. *Water Resources Research*, **22**, 135S-145S.
- Gneiting, T., 2002, Nonseparable, stationary covariance functions for space-time data, *Journal of the American Statistical Association*, **97**(458), 590-600
- Gupta, V., Waymire, E., 1987. On Taylor's hypothesis and dissipation in rainfall. *J. Geophys. Res.*, **92**, 9657-9660.
- Haverkamp, R., Angulo-Jaramillo, R., Braud, I., Debionne, S., De Condappa, D., Gandola, F., Roessle, S., Ross, P.J., Sander, G., Vachaud, G., Varado, N., Viallet, P. and Zin, I., 2004. POWER - Planner Oriented Watershed modelling system for Environmental Responses-. Final Integrated report AgriBMPwater, Project UE n° EVK1-CT-1999-00025, 26 pp.
- Huang, H.-C., Hsu, N.-J., 2004. Modeling transport effects on ground-level ozone using a non stationary space-time model. *Environmetrics*. **15**. 251-268.
- Jenkinson, A.F. and Collison, F.P., 1977: An initial climatology of gales over the North Sea. *Synoptic Climatology Branch Memorandum No. 62*, Meteorological Office, Bracknell.
- Jeulin D., Renard, D., 1992. Practical limits of the deconvolution of images by kriging, *Microscopy Microanalysis Microstructure*, **3**, 333-361.
- Journel, A.G. and Huijbregts, C.J., 1978, *Mining Geostatistics*, Academic Press, London, 600p.
- Journel, A. G. 1986. Geostatistics: Models and Tools for the Earth Sciences, *Mathematical Geology*, **18**, 119-140.
- Jun, M., Stein, M. L., 2004. Statistical comparison of observed and CMAQ modeled daily sulfate levels. *Atmospheric Environment*, **38**, 4427-4436.
- Klemes, V., 1974. The Hurst phenomenon: a puzzle? *Water Resources Research*, **10**, 675-688.
- K. Koeltzsch., 1999. On the relationship between the lagrangian and eulerian time scale. *Atmos. Environ.*, **33**, 117-128.
- Koutsoyiannis, D., Kozonis, D., Manetas, A., 1998. A mathematical framework for studying rainfall intensity-duration-frequency relationships. *Journal of Hydrology*, **206**, 118-135.
- Krajewski, W.F., Ciach, G.J. Habib, E., 2003. An analysis of small-scale rainfall variability in different climatological regimes, *Hydrologic Sciences Journal*, **48**(2), 151-162.
- Kyriakidis, P.C., Journel, A.G., 1999. Geostatistical space-time models A review, *Mathematical Geology*, **31**(6), 651-684
- Kyriakidis, P. C., Miller, N. L., Kim, J., 2004. A spatial time series framework for simulating daily precipitation at regional scales, *Journal of Hydrology*, **297**(1-4), 236-255

- Lamb, H.H., 1972. British Isles Weather types and a register of daily sequence of circulation patterns, 1861-1971. *Geophysical Memoir 116*, HMSO, London, 85pp.
- Lantuejoul, Ch., 1991. Ergodicity and integral range, *Journal of Microscopy*, **161**, 387-403.
- Lebel, T., Bastin, G., Obled, C. and Creutin, J.D., 1987, On the accuracy of areal rainfall estimation : A case study, *Water Resources Research*, **23**(11): 2123-2134.
- Lebel, T., Laborde, J.P., 1988. A geostatistical approach for areal rainfall statistics assessment. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, **2**, 245-261.
- Lebel, T.; LeBarbe, L., 1997. Rainfall monitoring during HAPEX-Sahel .2. Point and areal estimation at the event and seasonal scales, *Journal of Hydrology*, **189**(1-4), 97-122
- Lebel, T., Braud, I., Creutin, J.-D., 1998, A space-time rainfall disaggregation model adapted to Sahelian mesoscale convective complexes, *Water Resources Research*, **34**(7), 1711-1726
- Luersen, M.A., Le Riche, R., Guyon, F., 2004. A constrained, globalized, and bounded Nelder-Mead method for engineering optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **27**, 43–54.
- Ma, C., 2003a. Spatio-temporal stationary covariance models, *Journal of Multivariate Analysis*, **86**, 97–107.
- Madsen, H., Mikkelsen, P.S., Rosbjerg, D. and Harremoës, P., 2002. Regional estimation of rainfall intensity-duration-frequency curves using generalized least squares regression of partial duration series statistics. *Water Resources Research*, **38**(11), 1239
- Mantoglou, A.; Wilson, J.L., 1982. The turning bands method for simulation of random fields using line generation by a spectral method., *Water Resources Research*, **18**(5), 1379-1394
- Marani, M., 2005. Non-power-law-scale properties of rainfall in space and time, *Water Resources Research*, **41**, W08413
- Marshall, R.J., 1980. The estimation and distribution of storm movement and storm structure, using a correlation analysis technique and rain-gauge data, *Journal of Hydrology*, **48**, 19-39.
- Marsan, D., Schertzer, D., Lovejoy, S., 1996. Causal Space-Time Multifractal Modeling of Rain. *Journal of Geophysical Research*, **31**(D), 333-346
- Matheron, G., 1965. *Les Variables Régionalisées et leur estimation*. Masson, Paris, 305p
- Matheron G., 1973. The intrinsic random functions and their applications. *Adv. Appl. Prob.*, **5**, 439-468
- Mellor, D., 1996a, The Modified Turning Bands (MTB) model for space-time rainfall. I. Model definition and properties, *Journal of Hydrology*, **175**(1-4), 113-127
- Mellor, D., Metcalfe, A. V., 1996. The Modified Turning Bands (MTB) model for space-time rainfall. III. Estimation of the storm/rainband profile and discussion of the future model prospects, *Journal of Hydrology*, **175**, 161-180.
- Mitchell, M.W., Genton, M.G., and M.L. Gumpertz., 2005. Testing for separability of space-time covariances. *Environmetrics*, **16**, 819-831.
- Mitchell, M.W., Genton, M.G. and Gumpertz, M.L., 2006. A likelihood ratio test for separability of covariances, *J. Multivariate Anal.* **97** 1025–1043.
- Montanari, A., Rosso, R. & Taquq, M.S., 1997. Fractionally differenced ARIMA models applied to hydrologic time series. *Water Resources Research*. **33**(5), 1035-1044.
- Nelder, J.A., Mead, R., 1965. A simplex method for function minimization. *Computer Journal*, **7**, 308-313.
- Obled, C., Bontron, G., Garçon, R., 2002. Quantitative precipitation forecasts: a statistical adaptation of model outputs through an analogues sorting approach, *Atmospheric Research* **63**(3-4), 303-324.
- Orlanski, I., 1975. A rational subdivision of scale for atmospheric processes. *Bulletin American Meteorological Society*, **56**, 527-530.

- Over, T.M., Gupta, V.K., 1996. A space-time theory of mesoscale rainfall using random cascades, *J. Geophys. Res.*, **101**, (D21), 26319 - 26331.
- Paquet, E., Gailhard, J. and Garcon, R., 2006. Evolution of the GRADEX method : improvement by atmospheric circulation classification and hydrological modelling. *La Houille Blanche*, **5** : 80-90.
- Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., 1992. *Numerical Recipes in Pascal*. Cambridge University Press, 1992.
- Quintana Seguí, P., 2008, *Simulation hydrologique en région méditerranéenne avec SAFRAN-ISBA-MODCOU. Amélioration de la physique et évaluation des risques dans le cadre du changement climatique*. Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 210 p
- Ramos, M.H., 2002. *Analyse de la pluviométrie sous des systèmes nuageux convectifs. Étude de cas sur des données de la ville de Marseille et de la méthode ISIS de Météo-France*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, LTHE, Grenoble , 165 p
- Ramos, M.H., 2003. La désagrégation de l'information de pluie. *La Houille Blanche*, **6**, 123-128.
- Riishojgaard L.P., 1998. A direct way of specifying flow-dependent background error correlations for meteorological analysis systems. *Tellus*, **50A**, 42-57.
- Ritzi, R. W., Z. Dai, D.F. Dominic, and Y.N Rubin, Y. N., 2004, Spatial correlation of permeability in cross-stratified sediment with hierarchical architecture, *Water Resources Research*, 40(3), W03513doi: 10.1029/2003WR002420
- Rodriguez-Iturbe, I., Cox, D.R., and Isham, V., 1987. Some models for rainfall based on stochastic point processes. *Proc. R. Soc. Lond.*, **A410**, 269-88.
- Shah, S. M.S., O'Connell, P.E. and Hosking, J.R.M., 1996. Modelling The Effects Of Spatial Variability In Rainfall On Catchment Response. 1. Formulation and calibration of stochastic rainfall field model, *Journal of Hydrology* , **175**, 67-88
- Shearman, R.J., 1977. The speed and direction of movement of storm rainfall patterns with reference to urban storm sewer design. *Hydrol. Sci. Bull*, **22**(3), 421-431.
- Sivapalan, M., Blöschl, G., 1998. Transformation of point rainfall to areal rainfall: Intensity-duration-frequency curves. *Journal of Hydrology*, **204**, 150-167.
- Skaugen, T. 1997. Classification of rainfall into small and large-scale events by statistical pattern recognition. *Journal of Hydrology*, **200**, 40-57.
- Skøien, J., Blöschl, G., Western, A., 2003. Characteristic space scales and timescales in hydrology, *Water Resources Research*, **39**(10), 1304 – 1322.
- Stommel, H., 1963. Varieties of oceanographic experience. *Science* , **139**, 572–576.
- Taylor, G. I.: 1938, The Spectrum of Turbulence, *Proc. Roy. Soc. London*, **A132**, 476–490.
- Vargas-Guzman, J.A., Myers, D.E. , Warrick., A.W., 2000. Derivatives of spatial variances of growing windows and the variogram. *Math. Geol.* **32**, 851-871.
- Wackernagel, H., 1995. *Multivariate Geostatistics : an Introduction with Applications.*, Springer-Verlag, Berlin, 256 p
- Webster, R., Burgess, T.M., 1984. Sampling and bulking strategies for estimating soil properties in small regions. *Journal of Soil Science* **35**, 127 - 140.
- Wheater, H.S., Chandler, R.E., Onof, C.J., et al , 2005. Spatial-temporal rainfall modelling for flood risk estimation, *STOCH ENV RES RISK*, **19**(A), 403 - 416
- Willems P., 2001. A spatial rainfall generator for small spatial scales. *Journal of Hydrology*, **252**, 126-144
- Xu, K., Wikle, C.K., 2007. Estimation of parameterized spatio-temporal dynamic models. *Journal of Statistical Inference and Planning* **137**, 567-588.
- Yevjevitch, V., 1972. *Stochastic process in hydrology*. Water Resources Publication, Fort Collins, Colorado, USA. 276p.

Zawadzki, I.I., 1973, Statistical Properties of Precipitation Patterns, *Journal of Applied Meteorology*, **12**(3), 459-472.

Annexes

Annexe 1 : Liste des pluviomètres du réseau de mesure

#	nom	lieu	x	y	z
1	MONISTROL-D'ALLIER	MONISTROL	702,9	1997,4	684
2	SAINT-JULIEN- CHAPTEUIL	STJULIEN	735,6	2005,6	843
3	SAINT-MAURICE-DE- LIGNON	STMAURICE	742,2	2028,9	670
4	THORAS	THORAS	697	1985,6	1144
5	ANTULLY	ANTULLY	758,7	2211,5	531
6	PEYRAT-LE-CHATEAU	PEYRAT	558,5	2089,1	458
7	AERODROME DE ST- ETIENNE	ANDREZIEUX	752,6	2061,1	407
8	BG	BAULE	550,8	2312,5	89
9	AERODROME	BIARD	443,8	2177,9	120
10	GENDARMERIE	BOURGUEIL	436	2255,4	30
11	RUE SABLEUSE	BRINON	593,8	2285	144
12	CROIX-ROUGE	VERNET	671,8	2132,4	310
13	GENDARMERIE	CHATEAUPONSAC	517,8	2126,6	253
14	MAISON FORESTIERE DE MAREUIL	CHAUVIGNY	478,6	2177,1	142
15	BOURG	COSNE	637,8	2163,8	234
16	GENDARMERIE	DORNES	677,5	2191,6	219
17	RUE DE LA MORIANDE	DUN_AURON	617,4	2208,7	165
18	GENDARMERIE	LE_DORAT	503,2	2134	236
19	GENDARMERIE	LEVROUX	545	2219,5	153
20	RTE DE LA GUETTE	LIERNAIS	747,4	2247,2	496
21	GENDARMERIE	BOUCHARD	454,7	2237,3	44
22	LA BASTIDE	LIMOGES	516,8	2096	313
23	GENDARMERIE	LUYNES	465,5	2266,5	45
24	LES GUILLEMINOTS	MARIGNY	665,9	2176,1	260
25	AERODROME	MARZY	658	2222,5	190
26	SALETTES	MAZET	753,4	2010,3	959
27	ST-JEAN	MONTLUCON	620,8	2146,7	206
28	GENDARMERIE	MONTRESOR	514	2240,2	110
29	RESSINS	NANDAX	743	2122,9	370
30	SEMONVILLE	POINVILLE	567,2	2352,9	128
31	ROUTE DE MYENNES	ST_AMAND	654,9	2281,7	194
32	LA METARE	ST_ETIENNE	762,9	2048,7	610
33	ROUTE D'ARGENTON	ST_GAULTIER	531,3	2182,4	106
34	AV. DE LA GARE	ST_GERMAIN	533,5	2068,4	378
35	VILLAGES	ST_MEDARD	585,2	2116,1	518
36	CLOS-BEAUJOLIN	ST_SYMPHORIEN	765,5	2072,7	559
37	BG	USSON	460,6	2143,6	136
38	LA BONNETERIE	VIELMANAY	657	2252,7	186
39	MONTEE BELVEDERE	ST_VINCENT	763,9	2183,1	538
40	P2010	ST AGREVE (55 - 82)	762,6	2003	1050

#	nom	lieu	x	y	z
41	P3002	ST EULALIE	746,65	1980,78	1230
42	P3009	USCLADES	744,65	1975,14	1120
43	P3010	ISSANLAS	730,44	1975,92	1220
44	P3012	MAZAN	737,18	1969,69	1300
45	P3014	LA PALISSE	739,81	1977,05	1000
46	P3018	LAC ISSARLES	737,79	1981,72	1040
47	P3034	FIX ST GENEY	704,4	2016,7	1100
48	P3046	FAY S/LIGNON	748,97	2000,05	1190
49	P3052	YSSINGEAUX	745,56	2019,58	730
50	P3058	PT DE LIGNON	742,65	2029,95	480
51	P3070	CHAMBLES	749,22	2054,01	420
52	P3072	TARENTEISE	768,62	2042,57	1000
53	P3103	ECHANDELYS	695,5	2060,8	1050
54	P3110	VALCIVIERES	713,7	2066,7	840
55	P3126	LANGOGNE	720,5	1970,3	930
56	P3128	UFFERNETS	721,3	1979,4	1150
57	P3136	CHAUDEYRAC	712,8	1963,7	1140
58	P3152	SAUGUES	695,3	1996	960
59	P3155	AUVERS	681,1	2001,3	1134
60	P3202	HERMENT	618	2083,9	823
61	P3208	MONTEL	619	2103,8	680
62	P3214	GELLES	636,1	2083,9	800
63	P3221	ST GERVAIS	637,4	2114,6	725
64	P3244	PIONSAT	627,5	2123,3	540
65	P3294	MONTSAUCHE	730,4	2245,69	595
66	P3402	LE MONT DORE	636,9	2063,9	1050
67	P3408	LA TOUR	627,58	2059,33	960
68	P3414	FLAYAT	603,5	2085,9	750
69	P3422	ST SULPICE	620,6	2072	840
70	P3444	LES SALESSES	642,4	2039,9	1200
71	P3462	COLLANDRES	625,1	2026,2	1050
72	P3718	RUYNES	669,8	2000,5	920
73	P3724	SAINT FLOUR	659,6	2003,9	840
74	MF5806	CHATEAU-CHINON	721,2	2232,1	598
75	MF5809	DECIZE	685,4	2202,6	198
76	MF63113001	CLERMONT-FERRAND	663,8	2088	329
77	MF7149	SAINT-YAN	729,8	2158,4	242

Tableau 1: Liste des pluviomètres du réseau du bassin versant de la Loire : numéro, nom, lieu, coordonnées et altitude.

Annexe 2 : Analyse succincte des types de temps EdF-DTG

Le découpage en type de temps, établi par EdF-DTG, est fondé sur la forme des champs pluviométriques dans les grands massifs montagneux français, ensuite réinterprété en termes de circulations atmosphériques. Le fichier du classement de chaque journée entre 1953 et 2005 nous a été fourni par EdF-DTG. Chaque jour de la chronique est ainsi affecté à un des huit types répertoriés. Selon Paquet et al. (2006) : « les types 1 et 2 correspondent à des régimes d'Ouest, avec un caractère ondulant pour le type 1 et au contraire stationnaire pour le type 2. Les types 3, 4 et 5 correspondent respectivement à des régimes Sud-Ouest, Sud et Nord-Est. Le type 6 contient les épisodes de « retour d'Est ». Le type 7 contient la majorité des épisodes cévenols (l'autre partie est contenue par le type 4). Enfin le type 8 correspond aux journées de type anticyclonique. ». Les différents patrons de circulation sont présentés ci-après :

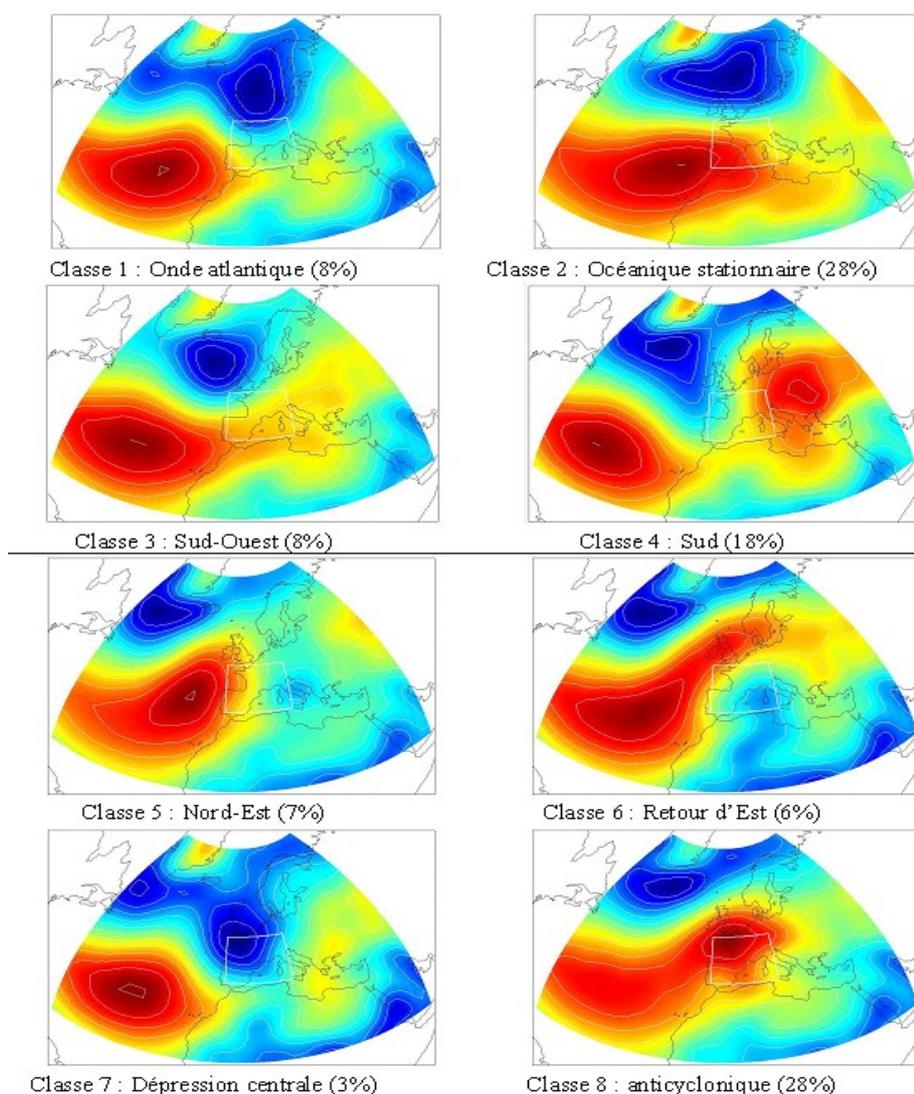


Figure 1: Patrons de circulation représentant les huit types de temps

L'idée de découper un champ de pluie en sous-ensembles provient du fait qu'il paraît plus pertinent d'étudier des champs de pluie ayant des caractéristiques statistiques homogènes, telle

la distribution ponctuelle et la structure spatiale du champ de pluie. Ceci sera favorisé par une identité de processus.

Dans notre étude, un découpage en sous-ensembles peut avoir une fonction uniquement descriptive. Il nous informe des caractéristiques statistiques propres à chaque sous-ensemble (ponctuelles, spatiales et spatio-temporelles). Par volonté de réalisme, des événements de pluies supérieurs à la journée que l'on souhaite simuler, ce découpage pourra être utilisé pour mettre en place un simulateur de type de pluie que l'on pourra par la suite coupler au simulateur de pluie.

Cette analyse succincte permet d'établir les premières bases pour la mise en place d'un simulateur de types de temps, nécessaire pour le réalisme des événements de pluies supérieurs à la journée.

Durant la période de notre étude (1953-2005), les types de temps apparaissent avec les proportions indiquées dans le tableau 2 :

Type 1	0,075
Type 2	0,234
Type 3	0,077
Type 4	0,176
Type 5	0,066
Type 6	0,059
Type 7	0,033
Type 8	0,277

Tableau 2: Probabilité pour chaque type dans la période 1953-2005

Une analyse utile est de définir la matrice de transition pour chaque type de temps, c'est à dire la probabilité d'obtenir un certain type au jour J+1 conditionné au type du jour J. Ce détail est fourni dans le tableau 3. Par exemple, sachant que le jour J ait été de type 1, la proportion que le jour J+1 soit de type 3 est de 0.078 (7,8%).

Type au jour J	Type au jour J+1							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,179	0,399	0,078	0,019	0,153	0,021	0,010	0,138
2	0,068	0,665	0,069	0,032	0,046	0,001	0,007	0,108
3	0,271	0,124	0,294	0,157	0,038	0,023	0,058	0,031
4	0,051	0,016	0,061	0,645	0,009	0,064	0,102	0,048
5	0,003	0,138	0,014	0,006	0,301	0,100	0,003	0,430
6	0,045	0,044	0,026	0,089	0,159	0,439	0,012	0,181
7	0,305	0,044	0,119	0,101	0,040	0,203	0,150	0,034
8	0,008	0,080	0,054	0,114	0,029	0,016	0,009	0,685

Tableau 3: Probabilité d'apparition de chaque type au jour J+1 connaissant le type au jour J dans la période 1953 2005

En faisant l'hypothèse que les transitions successives soient indépendantes, il nous est permis de calculer le nombre de jours, le nombre d'événements et la durée d'un événement selon chaque type, pour une durée d'un mois (Tableau 4). Trois types de temps sont prépondérants : les types 2, 4 et 8. Le nombre de jours, le nombre d'événements et la durée moyenne de chaque événement pour ces trois types de temps sont supérieurs à ceux des autres types.

	Type							
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]
Nb de jours	2,297	7,134	2,363	5,371	2,024	1,808	1,029	8,440
Nb d'événements	1,885	2,384	1,666	1,902	1,412	1,013	0,874	2,656
Durée d'un événement	1,218	2,991	1,417	2,823	1,432	1,784	1,176	3,176

Tableau 4: Nombre de jours, nombre d'événement et durée d'un événement de chaque type de temps reporté sur un mois moyen durant la période 1953-2005

Des calculs identiques ont ensuite été établis en tenant compte du mois d'occurrence. Les résultats sont présents dans les tableaux 5, 6 et 7 et les figures 2, 3 et 4. Deux groupes de types apparaissent : le premier groupe incluant les types 2, 4 et 8 présentent une forte influence de la saisonnalité. Le type 8 est très présent durant la saison estivale (nombre de jours et nombre d'événements élevés et durée d'événement longue). A l'opposé, le type 2 présente ses maxima pour la saison hivernale. Le type 4, quant à lui, est surtout présent durant les mi-saisons, avec un maximum pour l'automne. Le deuxième groupe représente les autres types de temps. En général, ils ne représentent qu'une faible partie du nombre de jours, et la durée de leur événement est bien inférieure à ceux du premier groupe. Ils représentent cependant un nombre d'événement non-négligeable comme le type 1 et 3.

		Type							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Mois	1	1,649	1,620	1,368	5,941	2,174	1,368	0,600	6,653
	2	1,649	9,052	1,143	5,323	2,268	1,743	0,806	6,597
	3	1,949	9,034	1,593	5,716	2,436	1,518	1,162	7,965
	4	2,024	6,372	2,024	5,173	2,718	2,643	1,218	8,190
	5	2,493	4,854	2,868	6,653	2,287	3,186	1,331	7,684
	6	2,961	4,423	3,205	3,673	1,631	2,287	0,881	10,739
	7	3,711	4,817	3,617	2,268	1,687	1,199	0,843	12,651
	8	3,036	4,123	4,142	3,074	2,099	1,574	1,218	11,526
	9	2,212	4,967	3,411	5,210	1,499	1,143	1,518	9,840
	10	2,137	6,372	2,080	9,109	1,424	1,574	1,256	6,841
	11	2,305	8,471	1,499	6,279	2,268	1,762	0,806	6,410
	12	1,443	11,508	1,406	6,035	1,799	1,706	0,712	6,185

Tableau 5: Nombre de jours de chaque type pour chaque mois durant la période 1953-2005

		Type							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Mois	1	1,424	2,736	1,087	1,987	1,481	0,731	0,562	2,343
	2	1,368	2,455	0,918	1,799	1,537	0,956	0,693	2,380
	3	1,762	2,961	1,349	1,855	1,743	0,956	0,956	2,661
	4	1,668	2,380	1,481	1,930	1,799	1,537	1,012	2,568
	5	2,118	2,137	1,912	2,268	1,550	1,574	1,106	2,643
	6	2,380	2,080	2,193	1,743	1,143	1,387	0,843	3,036
	7	2,680	2,361	2,343	1,256	1,256	0,656	0,693	3,505
	8	2,380	1,874	2,549	1,574	1,537	0,843	1,068	3,130
	9	1,837	1,930	2,249	2,062	1,143	0,768	1,181	3,055
	10	1,855	2,343	1,649	2,568	1,125	0,881	1,068	2,155
	11	1,780	2,568	1,143	1,874	1,443	0,956	0,675	2,062
	12	1,368	2,793	1,125	1,912	1,199	0,918	0,637	2,343

Tableau 6: Nombre d'événements de chaque type pour chaque mois durant la période 1953-2005

		Type							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Mois	1	1,158	4,247	1,259	2,991	1,468	1,872	1,067	2,840
	2	1,205	3,687	1,245	2,958	1,476	1,824	1,162	2,772
	3	1,106	3,051	1,181	3,081	1,398	1,588	1,216	2,993
	4	1,213	2,677	1,367	2,680	1,510	1,720	1,204	3,190
	5	1,177	2,272	1,500	2,934	1,476	2,024	1,203	2,908
	6	1,244	0,000	1,462	2,108	1,426	1,649	1,044	3,537
	7	1,385	2,040	1,544	1,806	1,343	1,829	1,216	3,610
	8	1,276	2,200	1,625	1,952	1,366	1,867	1,140	3,683
	9	1,204	2,573	1,517	2,527	1,311	1,488	1,286	3,221
	10	1,152	2,720	1,261	3,547	1,267	1,787	1,175	3,174
	11	1,295	3,299	1,311	3,350	1,571	1,843	1,194	3,109
	12	1,055	4,121	1,250	3,157	1,500	1,857	1,118	2,640

Tableau 7: Durée d'un événement de chaque type pour chaque mois durant la période 1953-2005

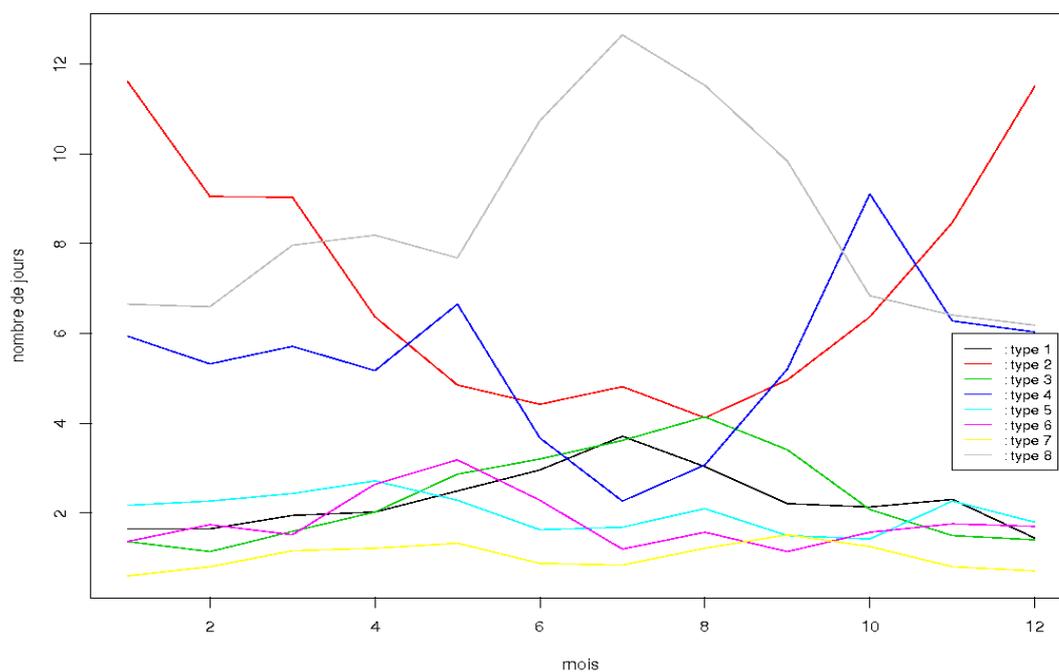


Figure 2: Évolution du nombre de jours de chaque type durant une année

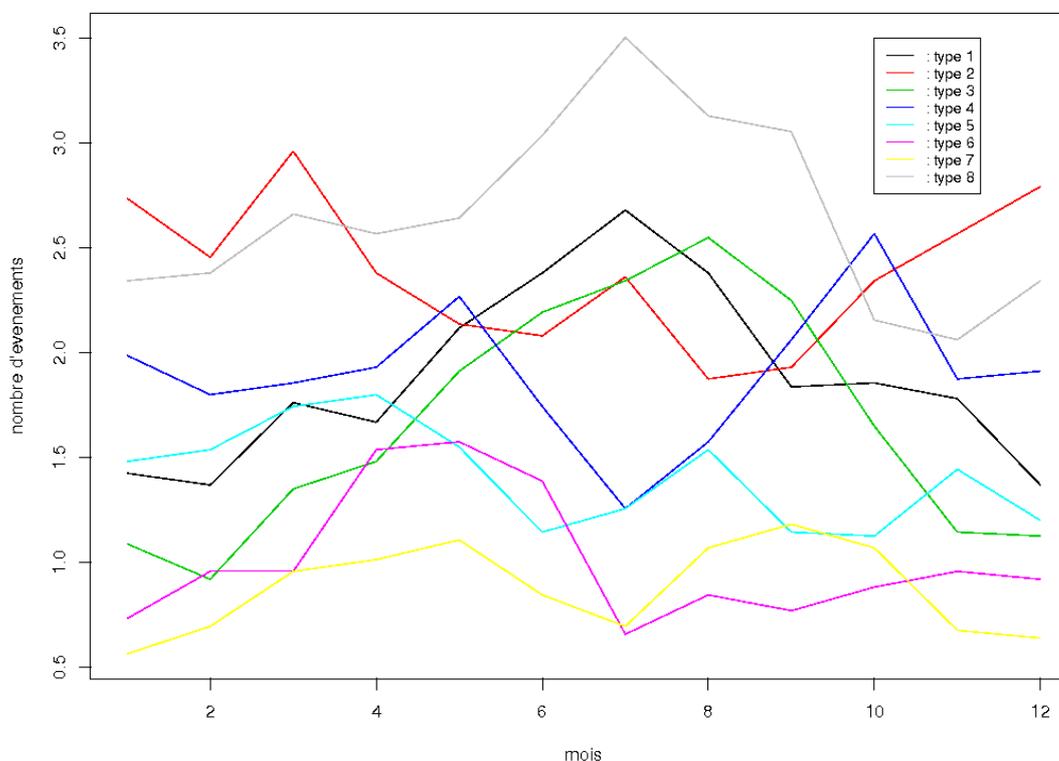


Figure 3: Évolution du nombre d'événements de chaque type durant une année

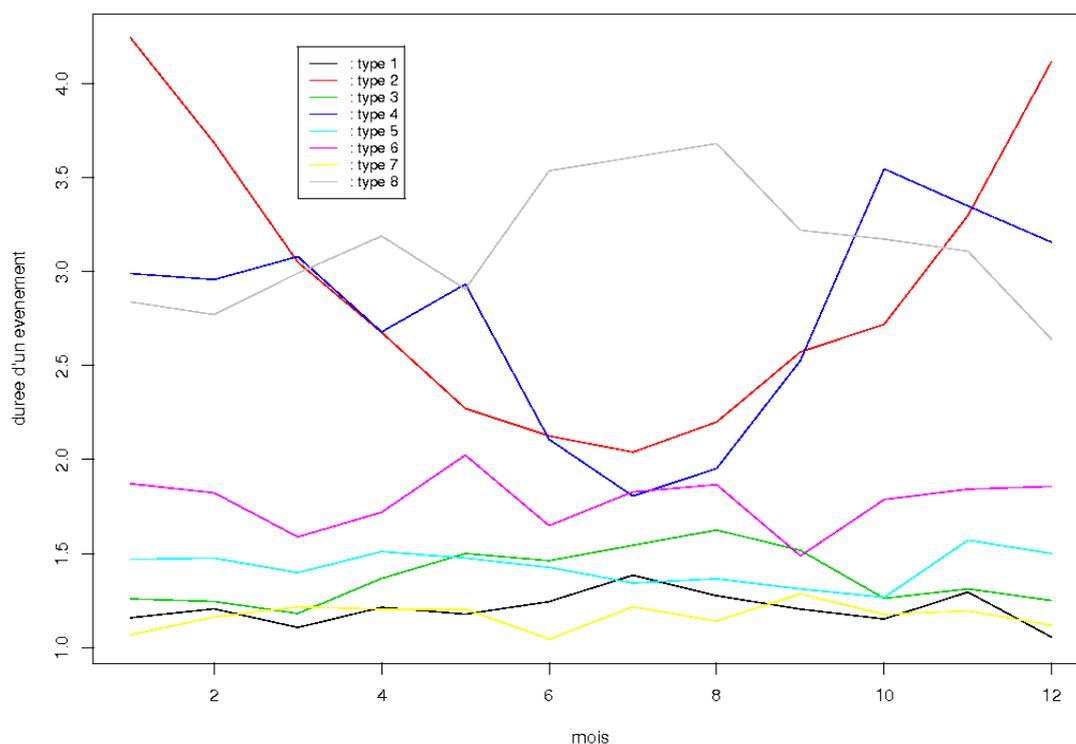


Figure 4: Évolution de la durée d'un événement de chaque type durant une année

On peut remarquer que la séquence des types de temps est similaire à une chaîne de markov aperiodique et irréductible dont la matrice de transition converge vers sa loi invariante :

$$\vec{q} = [q_1, \dots, q_8] = [0.075, 0.234, 0.077, 0.176, 0.066, 0.059, 0.033, 0.277] \quad (1)$$

Après 18 itérations, la prédiction du type de temps devient indépendant, à 3 décimale près, du type de temps au jour J .

La prédiction du type de temps et la loi invariante fluctuent et diffèrent selon le mois de l'année. Toutes ces caractéristiques sont présentées dans le tableau 8. Il est donc possible de modéliser des séquences de types de temps en tenant compte de la saisonnalité de chaque type.

Mois	loi invariante	Nb d'itération
Janvier	$\vec{q}1 = [q_1, \dots, q_8] = [0.049, 0.360, 0.044, 0.197, 0.067, 0.047, 0.017, 0.215]$	31
Février	$\vec{q}2 = [q_1, \dots, q_8] = [0.060, 0.322, 0.040, 0.188, 0.078, 0.055, 0.029, 0.224]$	24
Mars	$\vec{q}3 = [q_1, \dots, q_8] = [0.061, 0.283, 0.051, 0.177, 0.078, 0.049, 0.036, 0.259]$	18
Avril	$\vec{q}4 = [q_1, \dots, q_8] = [0.067, 0.201, 0.066, 0.180, 0.087, 0.089, 0.040, 0.265]$	17
Mai	$\vec{q}5 = [q_1, \dots, q_8] = [0.077, 0.146, 0.090, 0.209, 0.074, 0.106, 0.043, 0.251]$	16
Juin	$\vec{q}6 = [q_1, \dots, q_8] = [0.105, 0.156, 0.110, 0.113, 0.053, 0.068, 0.027, 0.363]$	16
Juillet	$\vec{q}7 = [q_1, \dots, q_8] = [0.119, 0.153, 0.120, 0.074, 0.053, 0.0415, 0.029, 0.407]$	17
Août	$\vec{q}8 = [q_1, \dots, q_8] = [0.096, 0.129, 0.128, 0.103, 0.067, 0.049, 0.038, 0.386]$	20
Septembre	$\vec{q}9 = [q_1, \dots, q_8] = [0.078, 0.177, 0.112, 0.174, 0.051, 0.039, 0.053, 0.312]$	17
Octobre	$\vec{q}10 = [q_1, \dots, q_8] = [0.065, 0.211, 0.066, 0.297, 0.044, 0.049, 0.038, 0.226]$	22
Novembre	$\vec{q}11 = [q_1, \dots, q_8] = [0.077, 0.277, 0.048, 0.211, 0.078, 0.061, 0.027, 0.217]$	22
Décembre	$\vec{q}12 = [q_1, \dots, q_8] = [0.047, 0.394, 0.045, 0.182, 0.058, 0.050, 0.024, 0.196]$	21

Tableau 8: Loi invariante et nombre d'itérations avant indépendance de la prédiction selon chaque mois d'une année

Annexe 3 : Formes analytiques des modèles utilisés

Les formes analytiques suivantes proviennent en partie des travaux de Webster et Burgess (1984), complétées (et rectifiées) par nous.

Forme analytique des dérivées du modèle sphérique

Tous les paramètres du modèle sphérique sont adimensionnels, c'est à dire :

$$\begin{aligned} l &= h/L \\ d &= D/T \end{aligned} \quad (2)$$

Avec l (resp d), la distance spatiale (resp temporelle) et L (resp T), la portée spatiale (resp temporelle).

La variance a priori (c'est à dire la variance de dispersion du variogramme ponctuel) sera prise unitaire. Étant donné que les dimensions sont prises adimensionnelles, l'expression (2) fait donc intervenir intrinsèquement l'anisotropie temporelle. Le coefficient d'anisotropie est égal à $\alpha = L/T$.

Modèle théorique

Dans le domaine spatial monodimensionnel, le variogramme issu du modèle sphérique s'exprime sous la forme :

$$\begin{aligned} \gamma(l) &= (0.75(l) - 0.5(l)^3) & \text{si } l \leq 1 \\ &= 1 & \text{si } l > 1 \end{aligned} \quad (3)$$

Variogramme spatio-temporel

La forme analytique du variogramme spatio-temporel se compose en 12 morceaux relatifs aux différents cas (figure 5) :

Figure 5: Les différents cas présents dans l'établissement du variogramme sphérique spatio-temporel

Cas 1

$$\begin{aligned}
& si(d > 0) et (h > 0) et (d \geq 1) et (h > 1) et (d \geq h-1) et (d < h) \\
d^2 \gamma(h, d) &= -0.25 d^3 + 0.025 d^5 + h d - 0.5 d^2 \\
& + 0.375 d + 0.375 h + 0.75 d^2 h \\
& + 0.125 h^4 d - 0.25 h^3 d^2 - 0.5 h^2 \\
& + 0.25 h^3 - 0.025 h^5 - 0.75 h^2 d \\
& - 0.125 d^4 h + 0.25 h^2 d^3 - 0.3
\end{aligned} \tag{4}$$

Cas 2

$$\begin{aligned}
& si(d > 0) et (h > 0) et (d > 1) et (h > 1) et (d < h+1) et (d \geq h) \\
d^2 \gamma(h, d) &= -0.5 d^2 + 0.25 d^3 + h d - 0.025 d^5 \\
& + 0.375 h + 0.375 d + 0.025 h^5 \\
& - 0.25 h^3 - 0.75 h d^2 + 0.125 h d^4 \\
& - 0.5 h^2 - 0.25 d^3 h^2 + 0.75 d h^2 \\
& - 0.125 h^4 d + 0.25 h^3 d^2 - 0.3
\end{aligned} \tag{5}$$

Cas 3

$$\begin{aligned}
& si(d > 0) et (h > 0) et (d > 1) et (h > 1) et (d \geq h+1) et (d > h) \\
d^2 \gamma(h, d) &= 0.75 h - 0.2
\end{aligned} \tag{6}$$

Cas 4

$$\begin{aligned}
& si(d > 0) et (h \geq 0) et (h \leq 1) et (d > h+1) \\
d^2 \gamma(h, d) &= 0.5 h^3 + h^2 + 0.05 h^5
\end{aligned} \tag{7}$$

Cas 5

$$\begin{aligned}
& si(d > 0) et (h \geq 0) et (h < 1) et (d \geq 1) et (d \leq h+1) \\
d^2 \gamma(h, d) &= 0.375 d + h d - 0.75 h^3 - 0.025 d^5 \\
& + 0.075 h^5 + 0.25 d^3 - 0.5 d^2 \\
& + 0.5 h^2 - 0.375 h + 0.125 h d^4 \\
& - 0.125 h^4 d + 0.25 h^3 d^2 - 0.75 h d^2 \\
& - 0.25 h^2 d^3 + 0.75 h^2 d - 0.1
\end{aligned} \tag{8}$$

Cas 6

$$\begin{aligned}
& \text{si}(d > 0) \text{ et } (h > 0) \text{ et } (h \leq 1) \text{ et } (d < 1) \text{ et } (d + h > 1) \text{ et } (d > h) \\
d^2 \gamma(h, d) &= -0.375 h - 0.375 d + 0.5 d^2 - 0.25 d^3 \\
& + 0.5 h^2 + h d + 0.025 d^5 - 0.75 h^3 \\
& + 0.075 h^5 + 0.125 h d^4 - 0.75 h d^2 \\
& + 0.75 h^2 d - 0.125 h^4 d - 0.25 h^2 d^3 \\
& + 0.25 h^3 d^2 + 0.1
\end{aligned} \tag{9}$$

Cas 7

$$\begin{aligned}
& \text{si}(d > 0) \text{ et } (h \geq 0) \text{ et } (h < 1) \text{ et } (d < 1) \text{ et } (d + h \leq 1) \text{ et } (d > h) \\
d^2 \gamma(h, d) &= -0.25 d h^4 - 0.5 d^3 h^2 + 1.5 d h^2 \\
& + 0.05 h^5 - 0.5 h^3
\end{aligned} \tag{10}$$

Cas 8

$$\begin{aligned}
& \text{si}(d > 0) \text{ et } (h > 0) \text{ et } (h < 1) \text{ et } (d < 1) \text{ et } (d + h < 1) \text{ et } (d \leq h) \\
d^2 \gamma(h, d) &= 1.5 h d^2 - 0.5 d^2 h^3 - 0.25 h d^4 \\
& - 0.5 d^3 + 0.05 d^5
\end{aligned} \tag{11}$$

Cas 9

$$\begin{aligned}
& \text{if}(d > 0) \wedge (h > 0) \wedge (h < 1) \wedge (d < 1) \wedge (d + h \geq 1) \wedge (d \leq h) \\
d^2 \gamma(h, d) &= -0.375 h - 0.375 d - 0.75 d^3 + 0.5 d^2 \\
& + 0.5 h^2 - 0.25 h^3 + 0.075 d^5 \\
& + 0.025 h^5 + h d - 0.75 h^2 d \\
& + 0.125 h^4 d + 0.25 h^2 d^3 - 0.25 h^3 d^2 \\
& + 0.75 h d^2 - 0.125 h d^4 + 0.1
\end{aligned} \tag{12}$$

Cas 10

$$\begin{aligned}
& \text{si}(d > 0) \text{ et } (h > 0) \text{ et } (h \geq 1) \text{ et } (d < 1) \text{ et } (d > h - 1) \text{ et } (d < h) \\
d^2 \gamma(h, d) &= 0.5 d^2 - 0.75 d^3 + h d + 0.075 d^5 \\
& - 0.375 d + 0.375 h - 0.025 h^5 \\
& + 0.25 h^3 - 0.25 h^3 d^2 - 0.5 h^2 \\
& + 0.25 d^3 h^2 + 0.75 h d^2 - 0.125 h d^4 \\
& - 0.75 d h^2 + 0.125 h^4 d - 0.1
\end{aligned} \tag{13}$$

Cas 11

$$\begin{aligned} & \text{si } (d > 0) \text{ et } (h > 0) \text{ et } (h > 1) \text{ et } (d < 1) \text{ et } (d \leq h-1) \text{ et } (d < h) \\ & d^2 \gamma(h, d) = d^2 - 0.5d^3 + 0.05d^5 \end{aligned} \quad (14)$$

Cas 12

$$\begin{aligned} & \text{si } (d > 0) \text{ et } (h > 0) \text{ et } (h > 1) \text{ et } (d \geq 1) \text{ et } (d < h-1) \text{ et } (d < h) \\ & d^2 \gamma(h, d) = 0.75d - 0.2 \end{aligned} \quad (15)$$

Variance de dispersion

La forme analytique de la variance de dispersion dépend des différents cas présentés dans le paragraphe précédent. La forme analytique est établie en faisant tendre la durée et/ou la distance vers l'infini.

Selon une agrégation monodimensionnelle

Dans un premier temps, la forme analytique de la variance de dispersion est présentée uniquement en fonction de la durée d'agrégation d .

La variance de dispersion est définie par l'expression suivante :

$$D^2(d) = 1 - F(d) \quad (16)$$

où $F(d)$ représente la forme analytique de la moyenne des variances internes à chaque bloc de durée d'agrégation d (représenté par $\bar{y}(d, d)$).

L'expression de $F(d)$ est définie par :

$$\begin{aligned} F(d) &= 0.5d - 0.05d^3 & \text{si } (d < 1) \\ &= 1 - 0.75/d + 0.2/d^2 & \text{si } (d \geq 1) \end{aligned} \quad (17)$$

Selon une agrégation bidimensionnelle spatio-temporelleSi $\sqrt{l^2+d^2} \leq 1$

$$\begin{aligned}
F(l, d) = & \frac{1}{10} \left\{ \frac{l^3}{d^2} + \frac{d^3}{l^2} \right\} - \frac{1}{105} \left\{ \frac{l^5}{d^2} + \frac{d^5}{l^2} \right\} + \frac{d^2}{4l} \left\{ 1 - \frac{d^2}{10} \right\} \ln \left\{ \frac{l + \sqrt{l^2 + d^2}}{d} \right\} \\
& + \frac{l^2}{4d} \left\{ 1 - \frac{l^2}{10} \right\} \ln \left\{ \frac{d + \sqrt{l^2 + d^2}}{l} \right\} + \frac{1}{10} \sqrt{l^2 + d^2} \left\{ 3 - \frac{d^2}{l^2} - \frac{l^2}{d^2} \right\} \\
& - \frac{7}{120} (l^2 + d^2)^{3/2} + \frac{1}{105} (l^2 + d^2)^{5/2} \left\{ \frac{1}{l^2} + \frac{1}{d^2} \right\}
\end{aligned} \tag{18}$$

Si $\sqrt{l^2+d^2} > 1$ et $l \leq 1$ et $d \leq 1$

$$\begin{aligned}
F(l, d) = & \frac{1}{6} \left\{ \frac{l^2}{d^2} + \frac{d^2}{l^2} \right\} + \frac{1}{5} \left\{ \frac{1}{l^2} + \frac{1}{d^2} \right\} + \frac{3}{70 l^2 d^2} + \frac{1}{10} \left\{ \frac{l^3}{d^2} + \frac{d^3}{l^2} \right\} \\
& - \frac{1}{105} \left\{ \frac{l^5}{d^2} + \frac{d^5}{l^2} \right\} + \frac{d^2}{4l} \left\{ 1 - \frac{d^2}{10} \right\} \ln \left\{ \frac{1 + \sqrt{1 - d^2}}{l} \right\} \\
& + \frac{l^2}{4d} \left\{ 1 - \frac{l^2}{10} \right\} \ln \left\{ \frac{1 + \sqrt{1 - l^2}}{l} \right\} \\
& - \sqrt{1 - d^2} \left\{ \frac{13}{30l} + \frac{1}{6l d^2} + \frac{d^2}{40l} \right\} - \sqrt{1 - l^2} \left\{ \frac{13}{30d} + \frac{1}{6d l^2} + \frac{l^2}{40d} \right\} \\
& - \frac{2}{5ld} \sin^{-1} \{ l d - \sqrt{(1 - l^2)(1 - d^2)} \}
\end{aligned} \tag{19}$$

Si $l \leq 1$ et $d > 1$

$$\begin{aligned}
F(l, d) = & 1 + \frac{1}{6 l^2 d} + \frac{1}{d^2} \left\{ \frac{1}{5} - \frac{l^2}{6} + \frac{l^3}{10} - \frac{l^5}{105} \right\} - \frac{\pi}{5ld} \\
& + \frac{l^2}{4d} \left\{ 1 - \frac{l^2}{10} \right\} \ln \left\{ \frac{1 + \sqrt{1 - l^2}}{l} \right\} \\
& - \sqrt{1 - l^2} \left\{ \frac{13}{30l} + \frac{1}{6l^2 d} + \frac{l^2}{40d} \right\} + \frac{2}{5ld} \cos^{-1} l
\end{aligned} \tag{20}$$

Si $l > 1$ et $d > 1$

$$F(l, d) = 1 - \frac{\pi}{5ld} + \frac{1}{6ld} \left\{ \frac{1}{l} + \frac{1}{d} \right\} - \frac{3}{70 l^2 d^2} \tag{21}$$

Forme analytique des dérivées du modèle exponentiel

De manière similaire au modèle sphérique, tous les paramètres du modèle exponentiel sont adimensionnels.

Modèle théorique

Dans le domaine spatial monodimensionnel, le variogramme issu du modèle sphérique s'exprime sous la forme :

$$\gamma(l) = 1 - \exp(-l) \quad (22)$$

Variogramme spatio-temporel

La forme analytique du variogramme spatio-temporel se compose en 2 morceaux relatifs aux différents cas :

Cas 1 :

$$\begin{aligned} & \text{si } (l < d) \\ \gamma(h, d) &= \frac{2l}{d^2} - \frac{1}{d^2} \frac{1}{\exp(l)} (-2 + \exp(2l-d) + \exp(-d) + 2\exp(l) - 2\exp(l-d)) \end{aligned} \quad (23)$$

Cas 2 :

$$\begin{aligned} & \text{si } (l \geq d) \\ \gamma(h, d) &= \frac{2l}{d^2} - \frac{1}{d^2} \frac{1}{\exp(l)} (-2 + \exp(-d) + \exp(d) + 2\exp(l) - 2\exp(l-d)) \end{aligned} \quad (24)$$

Variance de dispersion

Selon une agrégation monodimensionnelle, la forme analytique de la variance de dispersion en fonction de la durée d'agrégation d est définie par :

$$F(d) = 1 - \frac{2}{l} \left(1 - \frac{1}{l} (1 - \exp(-l)) \right) \quad (25)$$

Annexe 4 : Méthode du simplexe de descente en plusieurs dimensions

En géométrie, le simplexe ou n -simplexe est l'analogie à n -dimension du triangle. Par exemple en dimension 3, le 3-simplexe est un tétraèdre.

La méthode du simplexe de descente a été mise en place par Nelder et Mead (1965). Elle permet la minimisation, dans un domaine à N -dimension, d'une fonction f à N variables indépendantes. L'algorithme, élaboré pour cette méthode, choisit par lui-même son propre chemin de descente à travers une topographie complexe à N -dimensions jusqu'à détecter un minimum au moins local.

La méthode du simplexe de descente ne commence pas juste avec un point unique mais avec $N+1$ points formant un simplexe.

La première étape consiste à enlever le point du simplexe où la fonction f est maximale et à le remplacer par la réflexion de ce point par rapport au centre de gravité des N points restants (figure 6a). Si ce nouveau point est d'une valeur moindre, on étire le simplexe dans cette direction (étirement) (figure 6b). Sinon, on se trouve dans une vallée, on réduit alors le simplexe par une similitude centrée sur le point du simplexe où la fonction est élevée (contraction) (figure 6c). On peut également effectuer une réduction multiple en tenant compte du point où la fonction est faible (figure 6d).

L'algorithme est présenté dans le tableau 9. Le code utilisé provient de l'ouvrage *Numerical Recipes in Pascal*, Cambridge University Press (1992)

Cette méthode possède deux points faibles : elle s'applique à des variables sans borne et peut ne détecter que les minima locaux. La méthode de Lead et Melder globalisée et bornée permet de passer outre ses inconvénients (voir par l'algorithme de GBNM, Luersen, 2004). Le conditionnement du choix des valeurs avec des bornes permet de n'obtenir que des valeurs réalistes. De plus, une ré-initialisation de l'algorithme permet de définir une multitude de minima locaux et de ne garder que le meilleur minimum global que l'on espère.

Figure 6: Les étapes possibles par la méthode du simplexe de descente. Le simplexe à l'état initial est présenté en haut de la figure. Après une étape, le simplexe a pu subir soit une réflexion à partir de la valeur élevée (a), soit une réflexion et une expansion à partir de la valeur élevée (b), soit une contraction unidimensionnelle à partir de la valeur élevée (c), soit une contraction multidimensionnelle à partir de la valeur faible. Une séquence d'étapes caractérisée par celles présentées converge un minimum de la fonction. *Numerical Recipes in Pascal, Second Edition (1992)*

- 1- Choix de $N + 1$ points de l'espace à N dimensions des inconnues, formant un simplexe :
 $\{x_1, x_2, \dots, x_{N+1}\}$
- 2- Calcul des valeurs de la fonction f en ces points, réindexation des points de façon à avoir :
 $f(x_1) \leq f(x_2) \leq \dots \leq f(x_{N+1})$
- 3- Calcul de x_0 , centre de gravité de tous les points sauf x_{N+1} ,
- 4- Calcul de $x_r = x_0 + (x_0 - x_{N+1})$ (réflexion de x_{N+1} par rapport à x_0),
- 5-
 - a- Si $f(x_r) < f(x_1)$, calcul de $x_e = x_0 + 2(x_0 - x_{N+1})$ (étirement du simplexe).
 - b- Si $f(x_e) < f(x_r)$, remplacement de x_{N+1} par x_e , sinon, remplacement de x_{N+1} par x_r .
 - c- Retour à l'étape 3.
- 6-
 - a- Si $f(x_n) < f(x_r)$, calcul de $x_c = x_{N+1} + 1/2(x_0 - x_{N+1})$ (contraction du simplexe).
 - b- Si $f(x_c) \leq f(x_r)$, remplacement de x_{N+1} par x_c
 - c- Retour à l'étape 3,
- 7- Similitude de rapport 1/2 et de centre x_1 : remplacement de x_i par $x_0 + 1/2(x_i - x_1)$. Retour à l'étape 3.

Tableau 9: Algorithme de la méthode de Nelder et Mead

Annexe 5 - Calages obtenus pour les zones Aval et Amont de la Loire et les différents types de temps Schadex

Note méthodologique

Les variogrammes empiriques ne suffisent pas à inférer un processus pluvieux réaliste. En effet, à l'occasion de calages ne différant que par des détails de la procédure de calcul, on a observé que des intensités pluviométriques plus fortes (moyennes et écart-types des pluies non-nulles) peuvent être compensées par des portées plus grande. Par ailleurs, certaines solutions numériques ne sont pas physiquement acceptables (intensité des pluies non-nulles de 1000 mm/h, sur 1% de la superficie...)... Dès lors, et dans la mesure où d'autres informations statistiques sont disponibles quant aux caractéristiques des pluies, il a été décidé de s'en servir pour guider et contraindre le calage. Trois observations ont été trouvées utilisables :

1) l'espérance moyenne des pluies est un observable, directement lié dans le modèle à l'espérance de l'indicatrice et à l'espérance des pluies non-nulles $E(p)=E(pnn)*E(Ind)$ en raison de l'indépendance entre les deux champs. Cette valeur est utilisable sans biais, car l'intensité moyenne des pluies, n'évolue pas avec la durée de cumul d'un processus homogène.

2) l'observation du coefficient de variation des pluies non-nulles de différentes durées et pour différents jeux de données montre qu'il est classiquement compris entre 1.1 et 1.5. Les valeurs de coefficient de variation observées sur les pluies journalières ont été considérées comme valables pour les intensités instantanées (ceci introduisant un biais dont nous sommes conscient).

3) la proportion d'indicatrice observée au pas de temps journalier a été imposée pour le processus ponctuel (quoique la valeur observée soit, en toute rigueur, un maximum possible).

La mise en place de ces contraintes de réalisme a été trouvée utile pour guider le calage vers des paramètres physiquement raisonnables.

Les résultats présentés résultent des choix généraux suivants, ayant apporté des résultats les plus satisfaisants lors de leur application uniforme :

- durée de décorrélation $D=16h$ pour les pluies non-nulles et l'indicatrice
- variogramme de l'indicatrice de type sphérique
- variogramme des pluies non-nulles de type exponentiel

Il n'a pas été tenté d'améliorer au cas par cas les calages effectués. Des progrès substantiels paraissent pouvoir être atteints ultérieurement par une réflexion plus approfondie sur les « observables », en vérifiant certaines hypothèses faites (homogénéité de processus par type de temps), voire en relaxant une contrainte technique du caleur en son état actuel (durée de décorrélation identique en pluies non-nulles et en indicatrice). Quelques progrès pourront encore être faits dans l'exploitation des données disponibles, pour étayer les variogrammes empiriques des durées allant de 3 à 10 jours, très peu disponibles dans certains types de temps.

Résultats numériques**Secteur aval**

Type de temps	1	2	3	4	5	6	7	8
m.Pnn	4,52	4,7	4,77	5,47	3,29	5,69	6,51	1,7
s.Pnn	5,09	5,24	5,48	6,88	4,65	8,23	7,68	3,59
L.PNN	24,25	48,24	33,32	23,35	21,37	33,13	28,47	14,49
D.PNN	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67
E.Ind	0,69	0,66	0,58	0,42	0,45	0,42	0,73	0,12
L.IND	65,35	0,2	117,94	58,86	77,11	36322899,2	109,82	49,22
D.IND	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67
U	27,06	46,07	44,03	27,94	27,19	38,45	38,51	10,6
Vo Taylor	36,37	72,37	49,98	35,02	32,06	49,69	42,71	21,74
U/Vo	0,74	0,64	0,88	0,80	0,85	0,77	0,90	0,49
Cv.pnn	1,126	1,113	1,148	1,259	1,414	1,445	1,179	2,112
P.moy	3,107	3,113	2,788	2,301	1,494	2,374	4,761	0,200

Secteur amont

Type de temps	1	2	3	4	5	6	7	8
m.Pnn	5,98	5,36	6,7	8,26	4,52	7,58	10,77	2,76
s.Pnn	6,81	6,54	8,31	12,78	5,95	9,88	13,12	4,71
L.PNN	15,23	87,65	30,55	23,61	6,08	28,97	41,17	4,23
D.PNN	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67
E.Ind	0,73	0,58	0,52	0,37	0,6	0,61	0,79	0,13
L.IND	54,51	67,94	10058528,4	86,2	24,36	106,74	150,37	67,77
D.IND	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67
U	19,11	11,33	45,93	18,93	9,27	36,11	55,6	3,33
Vo Taylor	22,85	131,48	45,82	35,42	9,12	43,45	61,75	6,35
U/Vo	0,84	0,09	1,00	0,53	1,02	0,83	0,90	0,52
Cv.pnn	1,139	1,219	1,240	1,548	1,315	1,303	1,218	1,702
P.moy	4,365	3,125	3,498	3,080	2,696	4,588	8,454	0,365

Aide à la lecture**Nomenclature**

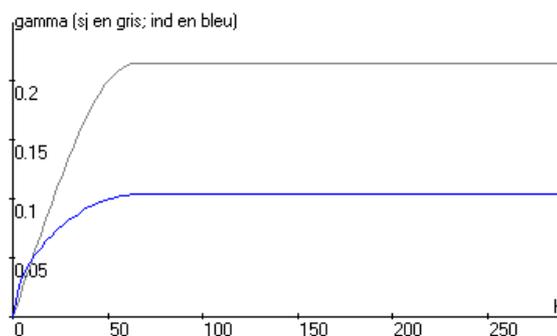
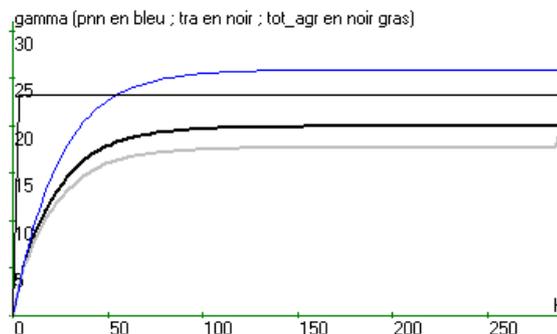
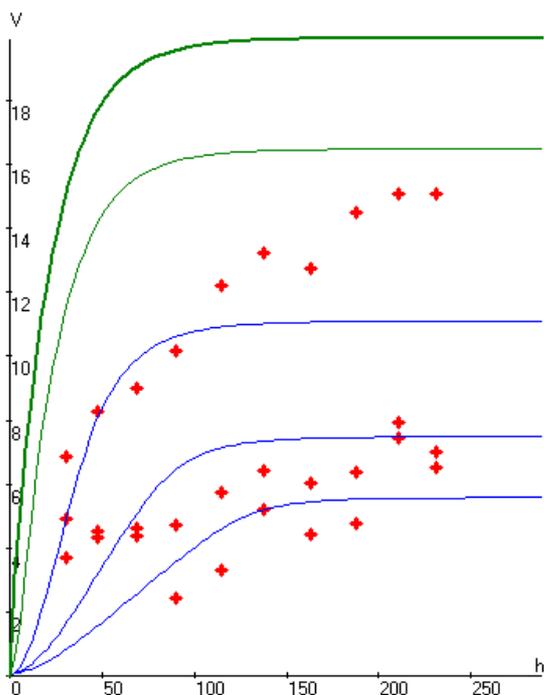
variable	unité	rôle	signification
m.Pnn	mm/j	p	moyenne des pluies non-nulles
s.Pnn	mm/j	p	écart-type des pluies non-nulles
L.PNN	km	p	paramètre du variogramme exponentiel des pluies non-nulles (la portée pratique est triple)
D.PNN	j	p,c	durée de décorrélation
E.Ind	[]	p,c	espérance de l'indicatrice
L.IND	km	p	paramètre du variogramme sphérique de l'indicatrice (portée)
D.IND	j	p	durée de décorrélation
U	km/j	p	advection
Vo Taylor	km/j	d	vitesse d'advection minimale pour que l'advection soit visuellement perceptible, compte-tenu de l'évolution propre du champ
U/Vo	[]	d	ratio pour information ; on constate que dans la plupart des cas l'advection imposée ne sera PAS visible dans les champs simulés
Cv.pnn	[]	d,c	coefficient de variation des pluies non-nulles
P.moy	mm/j	d,c	pluie totale moyenne (pluies nulles et non-nulles mélangées)

Explication des rôles de chaque variable citée**Code couleur**

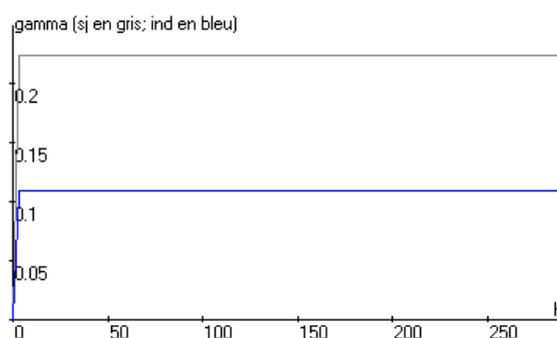
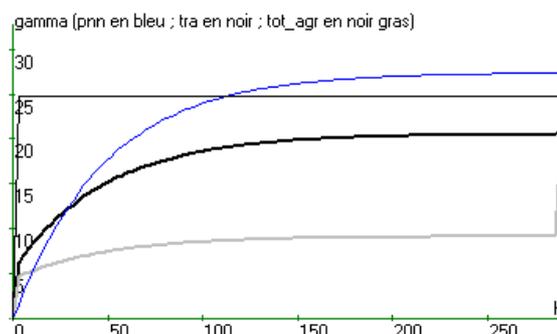
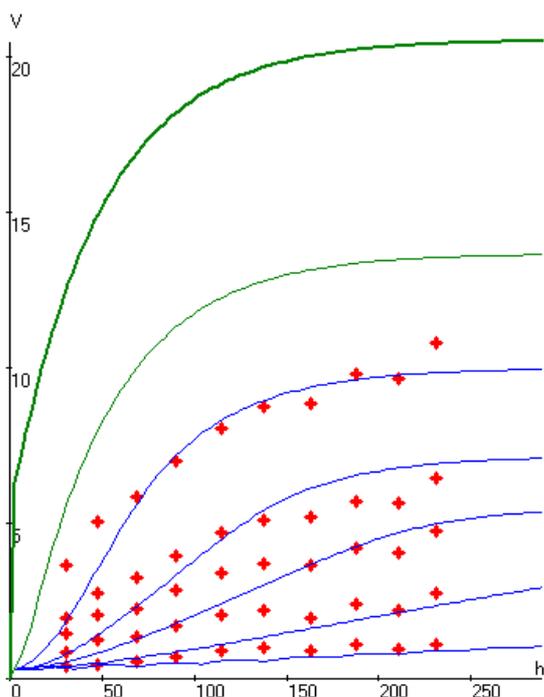
p	paramètre de la simulation	0,67	valeur prescrite
c	valeur imposée (d'après les observations souvent) limitant l'espace de recherche	4,52	valeur issue de l'optimisation, physiquement acceptable
d	variable diagnostique, d'interprétation	0,2	valeur issue de l'optimisation, mais hors de tout plausibilité physique

Résultats graphiques

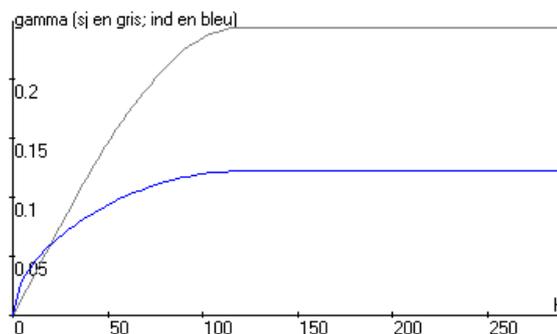
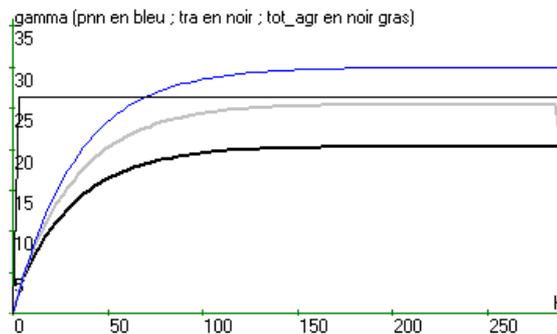
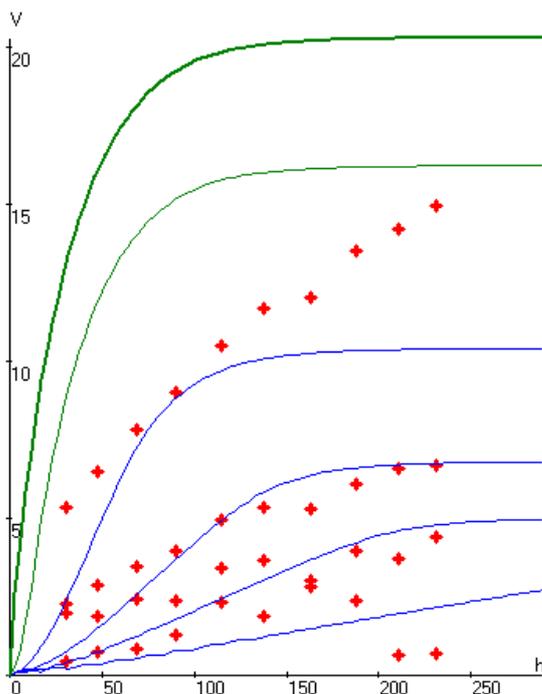
Ajustements obtenus



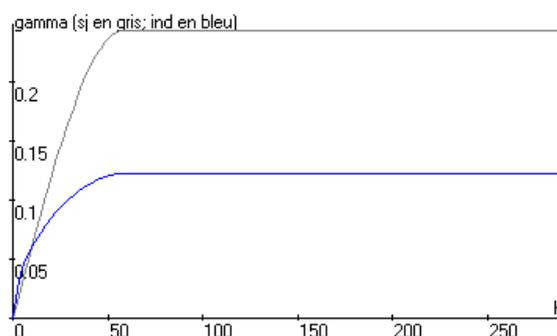
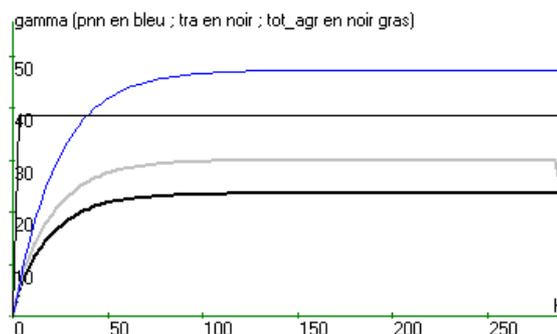
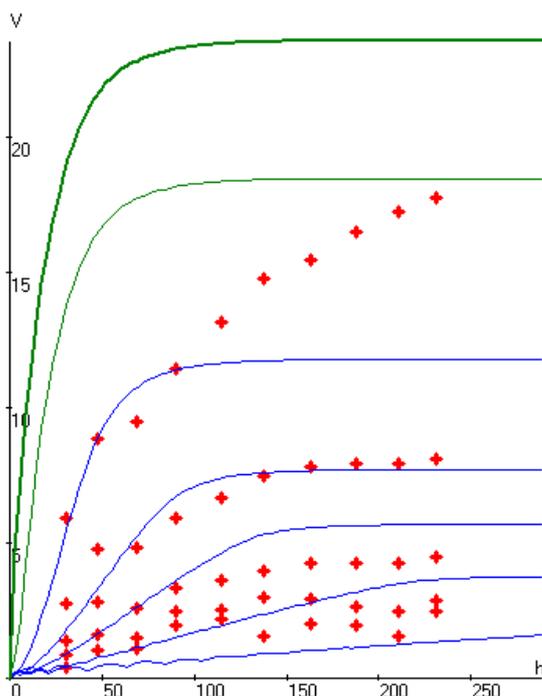
Zone aval, type de temps 1



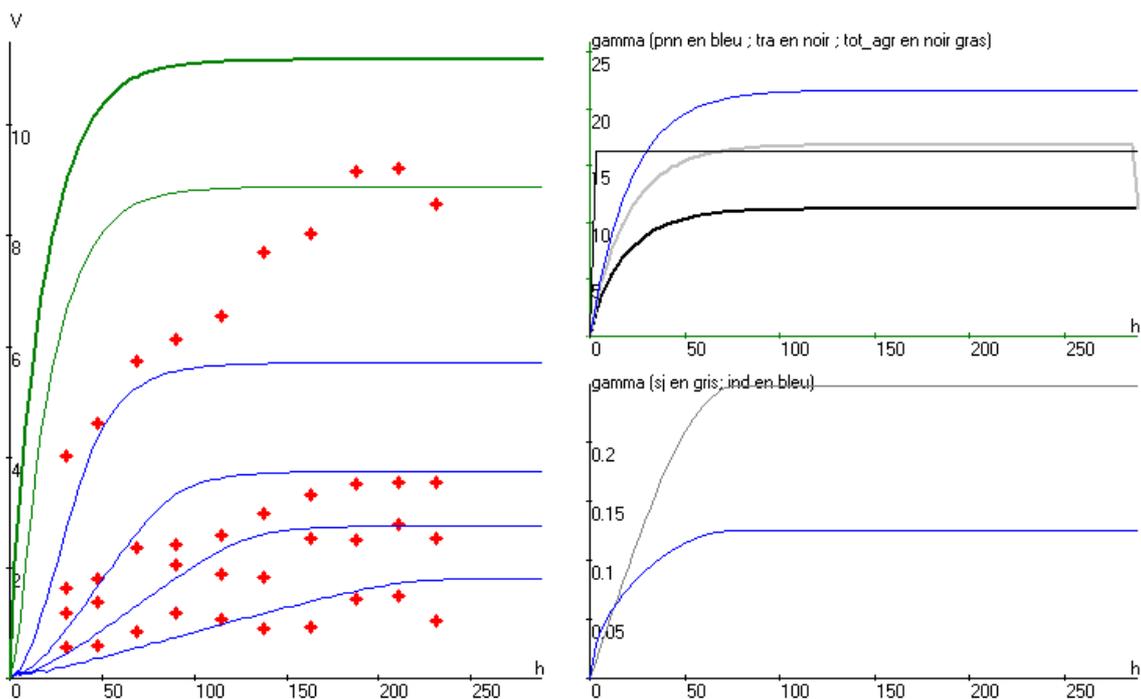
Zone aval, type de temps 2



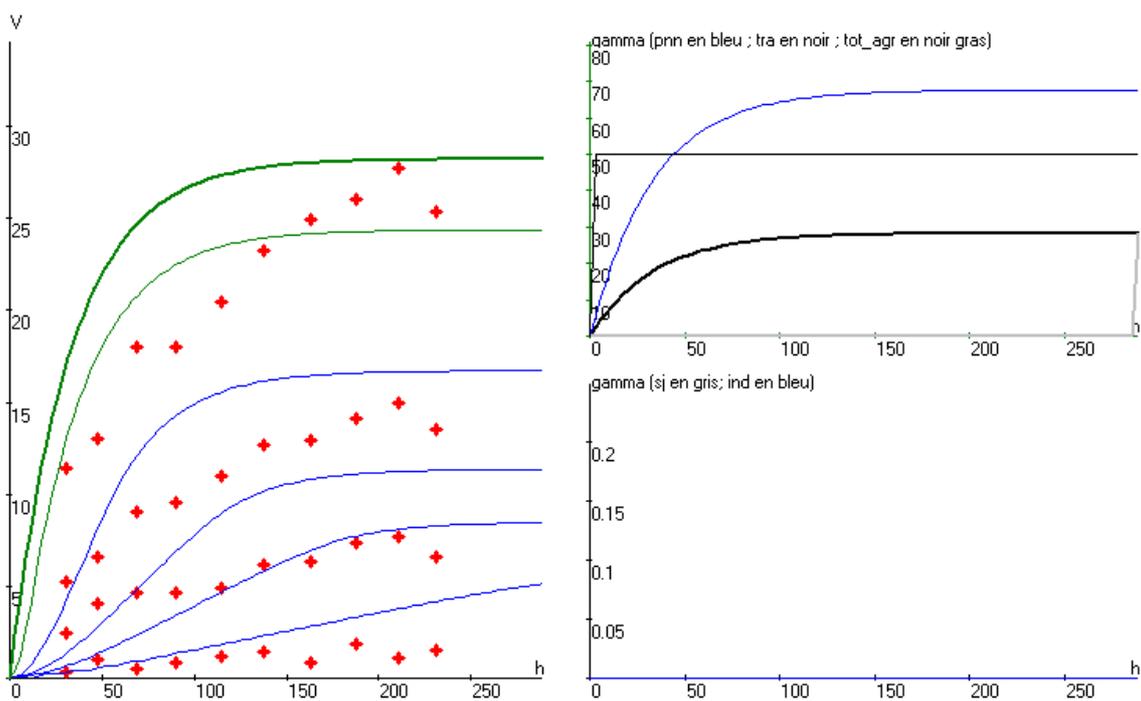
Zone aval, type de temps 3



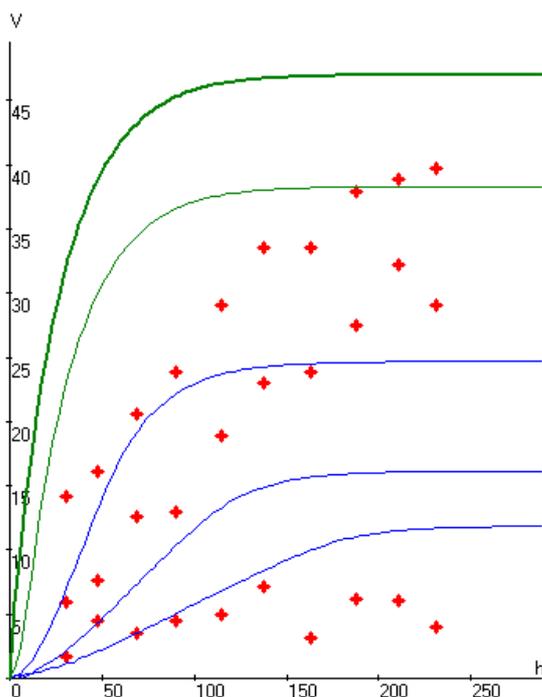
Zone aval, type de temps 4



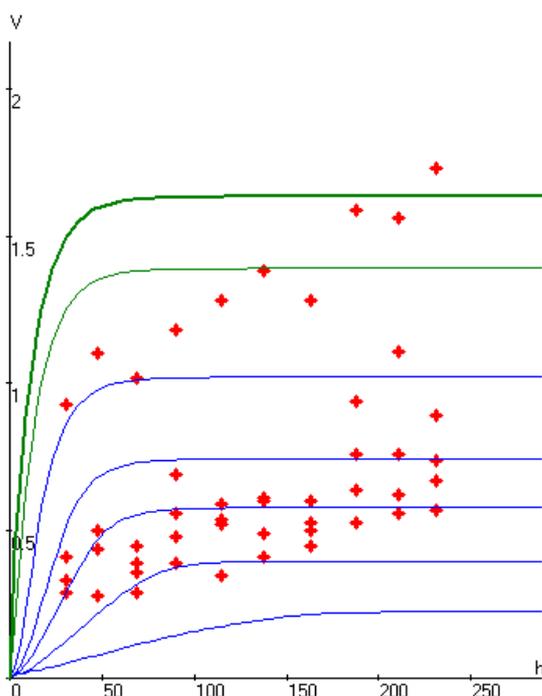
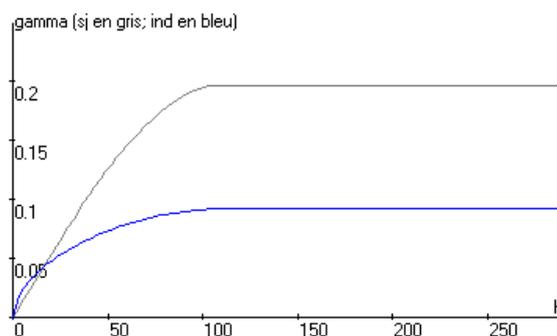
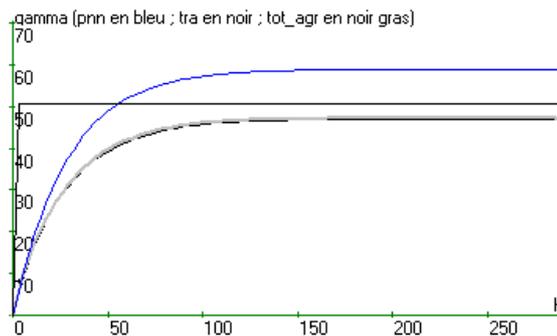
Zone aval, type de temps 5



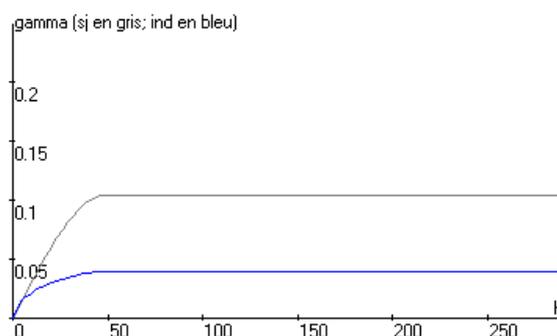
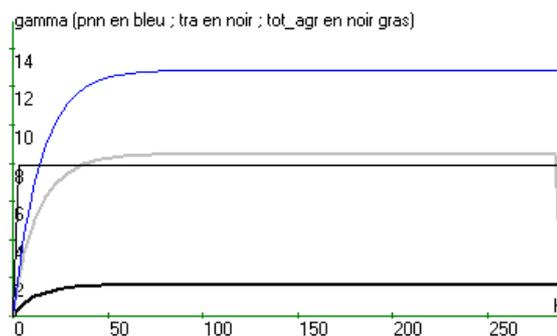
Zone aval, type de temps 6

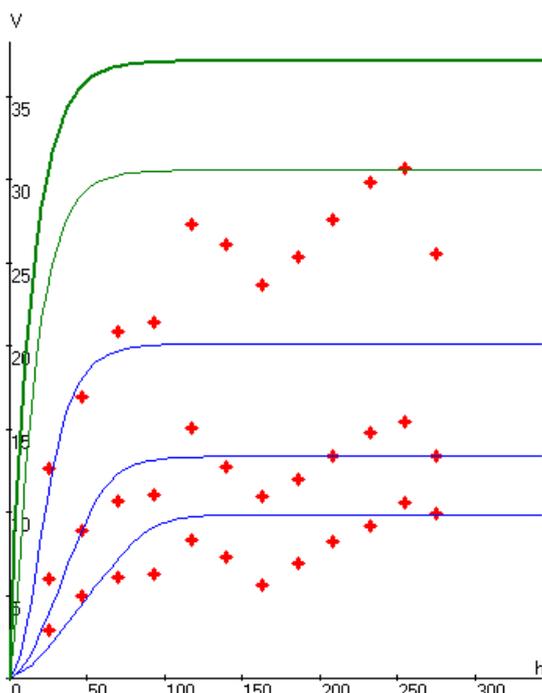


Zone aval, type de temps 7

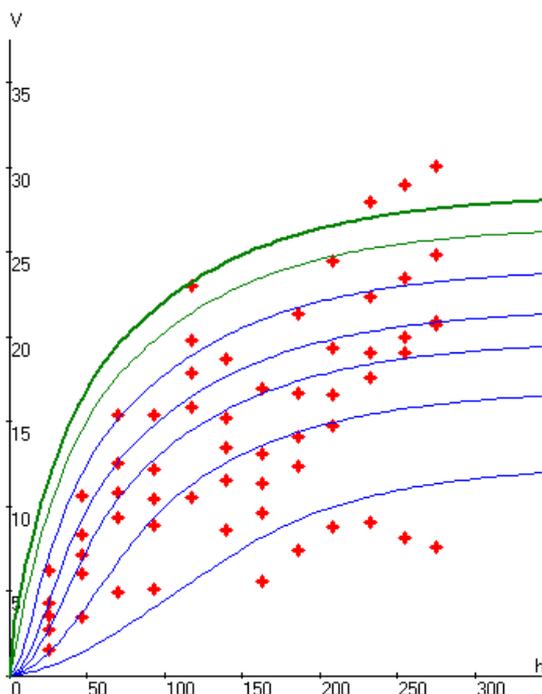
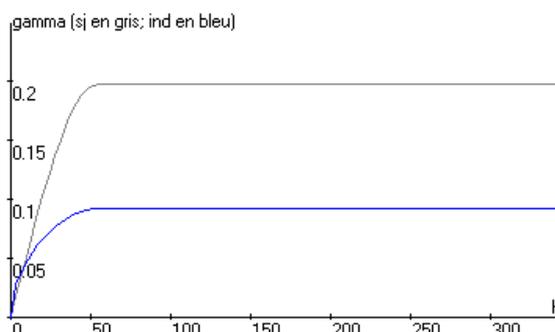
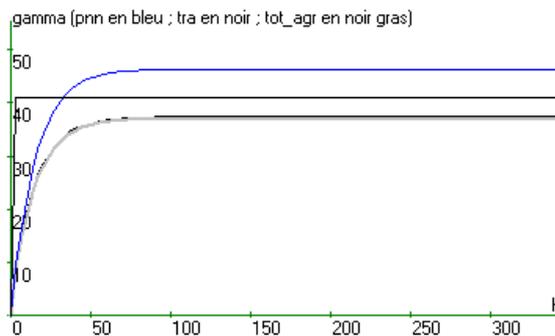


Zone aval, type de temps 8

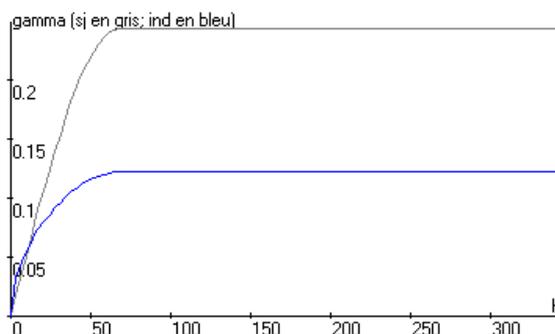
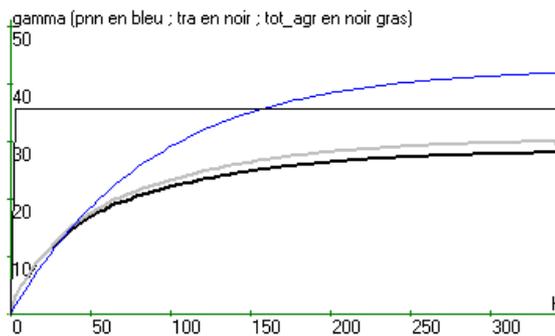


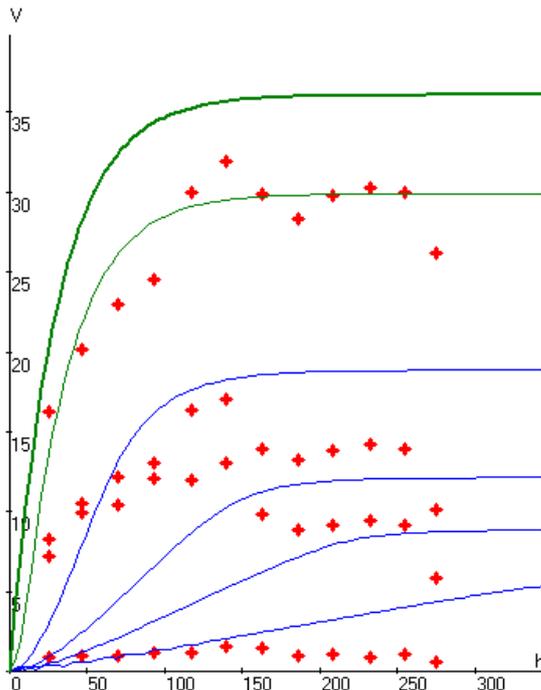


Zone amont, type de temps 1

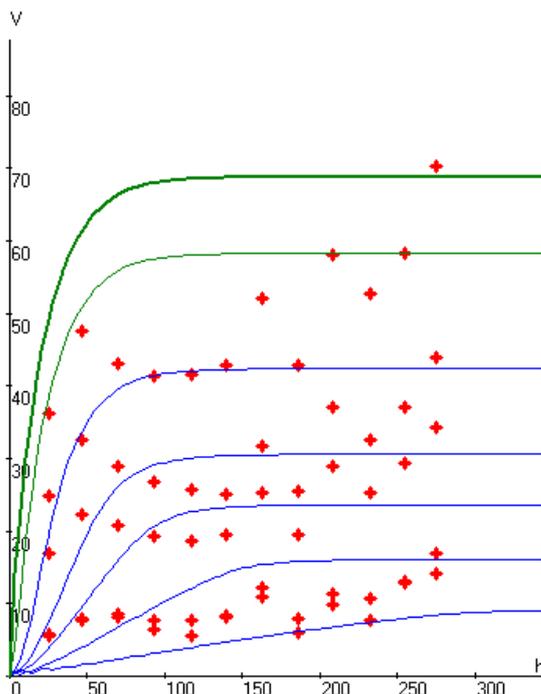
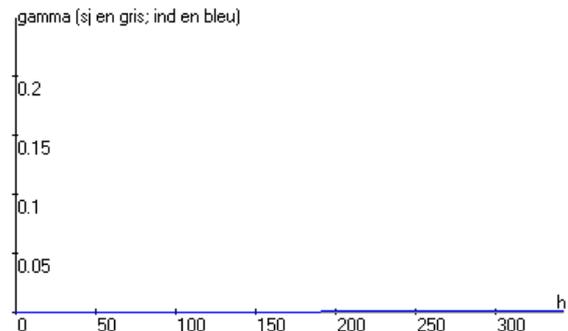
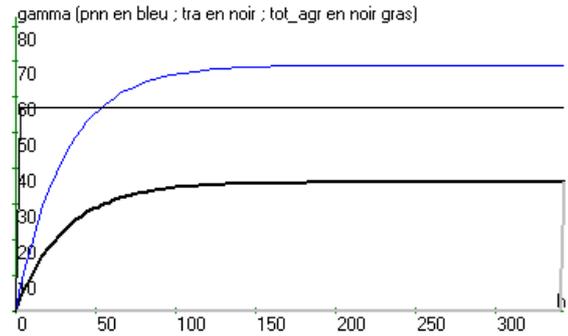


Zone amont, type de temps 2

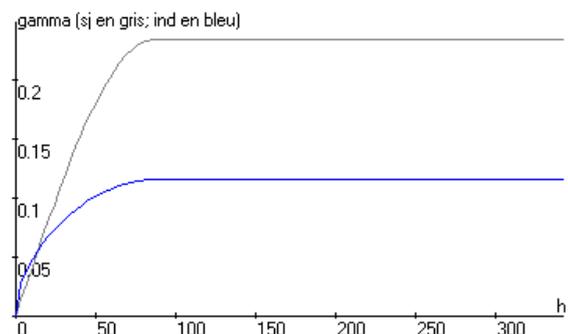
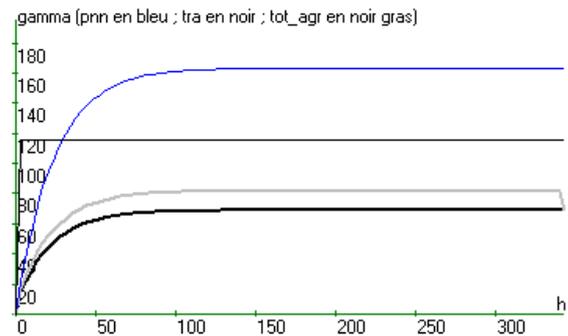


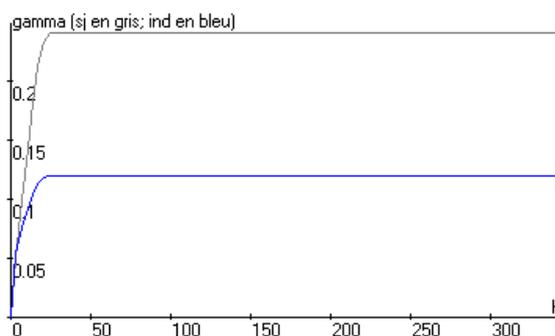
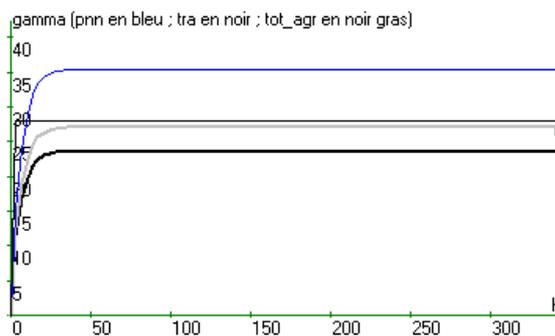
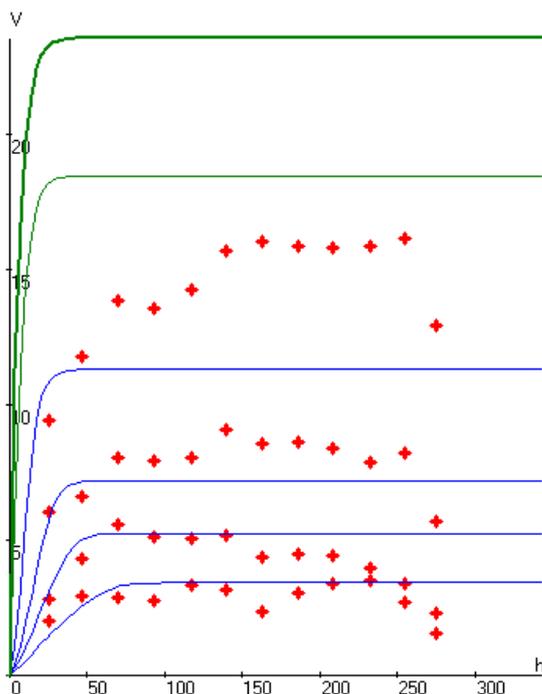


Zone amont, type de temps 3

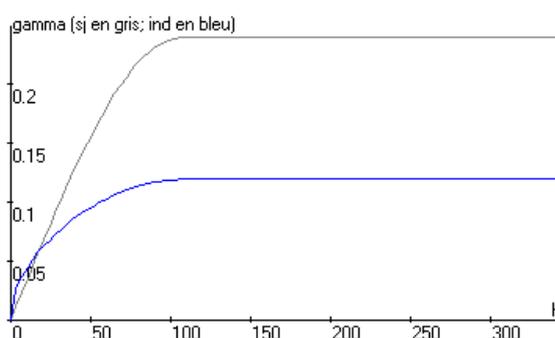
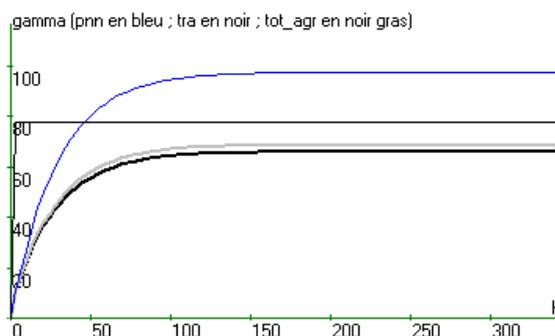
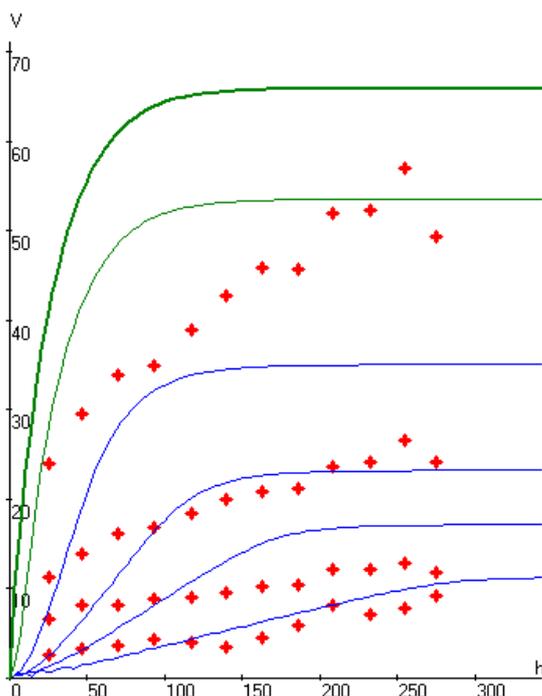


Zone amont, type de temps 4

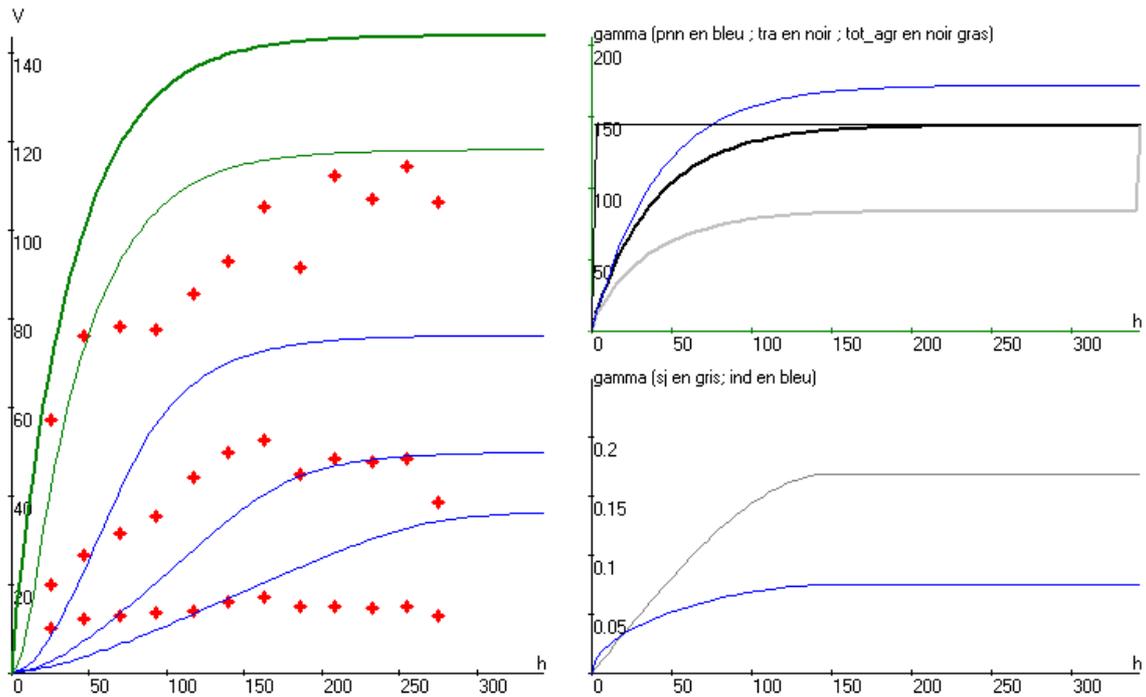




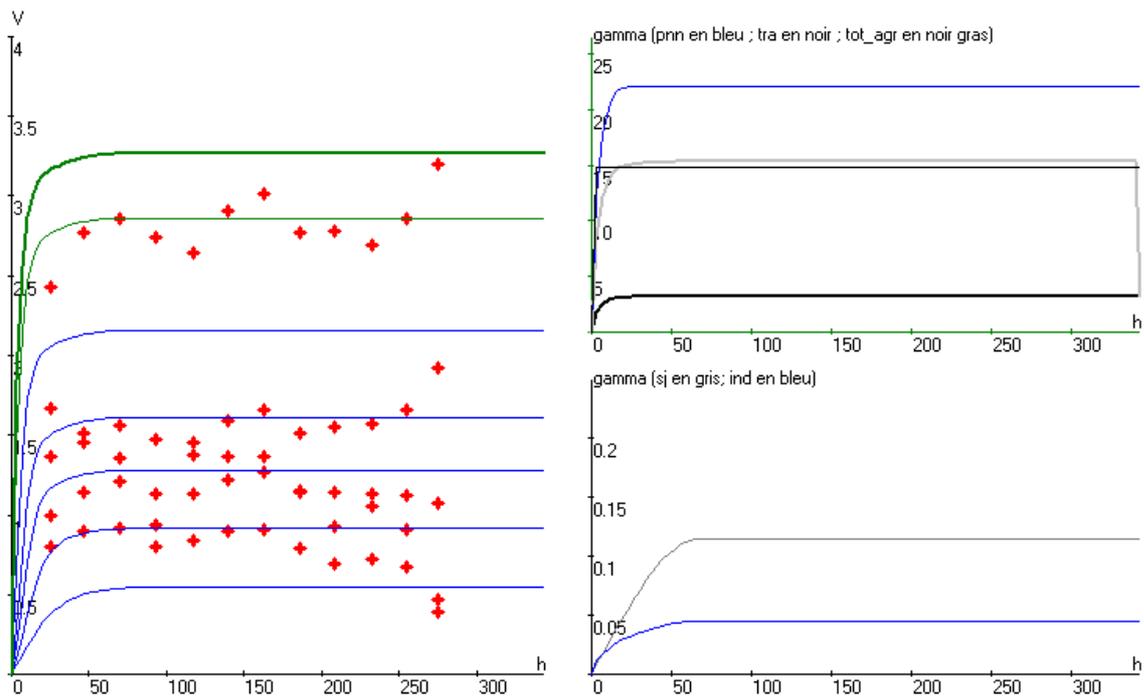
Zone amont, type de temps 5



Zone amont, type de temps 6



Zone amont, type de temps 7



Zone amont, type de temps 8

THESE DE DOCTORAT DE L'IPG

Titre de l'ouvrage

Modélisation spatio-temporelle d'un champ de pluie Application aux pluies journalières du bassin versant de la Loire

Nom de l'auteur

Jean-Marie LEPIOUFLE

Etablissement

Cemagref Lyon

Résumé

Les références d'aléa climatique, si elles doivent être représentatives de plusieurs décennies, doivent encore aujourd'hui valoriser les informations spatialement éparées et temporellement agrégées que sont les valeurs journalières observées sur les réseaux pluviométriques patrimoniaux.

La présentation clairesemée de ces informations n'empêche pas, si l'on prend au sérieux le fait que les précipitations se déploient dans le temps et dans l'espace, d'élaborer une perspective du champ précipitant comme processus spatio-temporel intermittent (superposition d'un champ de variabilité en soi et d'un champ d'indicatrice de pluie, ensemble soumis à l'advection). La géostatistique permet d'établir les liens entre la structure de ce processus et la façon dont les caractéristiques statistiques observables évoluent avec le support de mesure – autant support temporel (cumul pluviométrique) que support spatial (pluie de bassin). Une stratégie est proposée pour l'inférence des paramètres permettant de retrouver, après agrégation temporelle, un champ de caractéristiques données.

Ce travail pose donc les bases d'une modélisation spatio-temporelle effective des champs pluvieux, basée sur l'identification d'un processus à partir des caractéristiques statistiques les plus importantes pour l'hydrologie : l'espérance mathématique et la variance des pluies pour différentes durées et différentes superficies.

Les limites de l'approche sont détaillées dans le contexte du bassin de la Loire. Deux régions ont été mises en avant : l'aval du bassin de la Loire avec des processus homogènes où l'influence de l'advection est prépondérante, l'amont du bassin de la Loire marqué par une plus forte orographie. Des suggestions sont faites pour rendre compte de ces aspects, et permettent d'aboutir à une modélisation spatio-temporelle des champs de pluie journalières sur le bassin.

Mots-clés

Champs pluviométriques ; Géostatistique ; Modélisation spatio-temporelle ; Advection ; Agrégation temporelle ; Variabilité en soi et Indicatrice de pluie ; Loire.