

## Contribution à la modélisation Eulérienne de l'atomisation pour la pulvérisation agricole A. Belhadef

### ▶ To cite this version:

A. Belhadef. Contribution à la modélisation Eulérienne de l'atomisation pour la pulvérisation agricole. Sciences de l'environnement. Doctorat Mécanique des Fluides, Université de Provence, Marseille, 2010. Français. NNT : . tel-02594212

## HAL Id: tel-02594212 https://hal.inrae.fr/tel-02594212

Submitted on 15 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés. Ecole Doctorale: Sciences pour l'Ingénieur: Mécanique, Physique, Micro et Nanoélectronique

## Thèse

présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université de Provence, Marseille

Spécialité : Mécanique des Fluides

par Abdelhak BELHADEF

# Contribution à la modélisation Eulérienne de l'atomisation pour la pulvérisation agricole

Soutenue publiquement le 17 décembre 2010 devant la commission d'examen composée de

Directeur de thèse :	Fabien ANSELMET : Professeur, Ecole Centrale de Marseille	e ouve
Président de jury :	Christian KHARIF : Professeur, Ecole Centrale de Marseille	\ : archiv
Rapporteurs :	Hamda BEN HADID : Professeur des Universités, UCB de Lyon 1 Jean COUSIN : Maître de Conférences, I.N.S.A. de Rouen	CemOA
Examinateurs :	Malek ABID : Maître de Conférences, Université de Provence Chawki HABCHI : Chargé de recherche, IFP Energies nouvelles de Rueil-Malmaise	n
Invitées:	Muriel AMIELH : Chargée de recherche, CNRS de Marseille, co-encadrante Ariane VALLET : Chargée de recherche, CEMAGREF de Montpellier, encadrante	

Unité de Recherche ITAP 361 rue Jean-Francois Breton- B.P. 5095 - 34196 Montpellier

Mis en page avec la classe Phdlasl

#### Remerciements

Je souhaite remercier tout d'abord Ariane VALLET qui m'a offert la chance de faire une thèse dans son équipe. Merci pour l'encadrement de ce travail, pour sa confiance, son soutien, ses conseils avisés, sa disponibilité et aussi sa bonne humeur.

Je tiens également à remercier Fabien ANSELMET qui a accepté de diriger ces travaux de thèse, pour ses conseils, pour les nombreuses idées qu'il a pu m'apporter durant cette thèse et aussi pour sa gentillesse et sa simplicité.

Un grand merci à Muriel AMIELH qui a contribué au bon déroulement de cette thèse, pour ses travaux expérimentaux avec le PDA.

Je souhaite remercier Messieurs Hamda BEN HADID et Jean COUSIN qui se sont intéressés à mes travaux et ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse.

Mes remerciement à Messieurs Malek ABID, Chawki HABCHI et Christian KHARIF qui m'ont fait l'honneur d'accepter de juger ce travail de thèse.

Ma reconnaissance à Messieurs Roland BORGHI, François-Xavier DEMOULIN et Olivier SIMONIN pour avoir fait partie de mon comité de thèse.

Sans oublier ma femme pour m'avoir soutenu et supporté dans les moments les plus difficiles de cette thèse.

Je remercie vivement mes parents pour leurs encouragements et leur soutien tout au long de mes années d'étude, sans eux je ne serais jamais arrivé là. A ma famille au Maroc qui me manque trop, ma famille à Annecy qui m'a soutenu depuis mon arrivée en France.

A mon ami Karim avec qui j'ai passé des bons moments à Montpellier, merci pour tes encouragements. A mes amis Lillois que je n'oublierai jamais malgré la distance.

Une pensée particulière aux jeunes Cemagrefois avec qui j'ai passé de très bons moments et tous les personnels du CEMAGREF que j'ai côtoyés de près ou de loin.

### Résumé

La pollution de l'environnement par les pesticides reste une préoccupation sociale et environnementale importante. Lors de l'application, une partie des pesticides peut contaminer l'environnement (dérive). La diminution des pollutions repose sur la maîtrise de la taille et la vitesse des gouttes en sortie de buse. L'objectif principal de cette thèse est de développer une approche Eulérienne afin d'estimer les caractéristiques initiales des gouttes produites telles que la taille et la vitesse à la sortie de buse. Le modèle Eulérien d'atomisation considère l'écoulement diphasique d'un liquide et d'un gaz comme un écoulement turbulent d'un seul fluide avec une masse volumique variable, variant entre celle du gaz et celle du liquide pulvérisé. Une équation de transport pour la fraction massique liquide moyenne permet de décrire la dispersion du liquide dans la phase gazeuse. La turbulence est modélisée par une approche aux tensions de Reynolds (RSM) en résolvant les équations de transport de chacune des six composantes du tenseur de Reynolds. Par ailleurs, une équation de transport de l'interface volumique liquide/gaz est considérée. La production de l'interface volumique qui exprime la création des gouttes est for etime. L'a production de l'interface volumique qui exprime la création des gouttes est

fonction, d'une part, à grande échelle, du gradient de vitesse moyenne et, d'autre part, à petite échelle, de la turbulence. La destruction de l'interface volumique qui exprime la coalescence des gouttes, quant à elle, prend en compte la tension de surface qui s'oppose à la désintégration de la surface liquide.

L'évolution spatiale des rayons et des vitesses des gouttes produites en sortie de buse est décrite en couplant l'équation de la fraction massique liquide moyenne et celle de l'interface volumique à celles de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de la turbulence.

L'étude est faite avec le code de calculs FLUENT V.12 en utilisant les Fonctions Définies par l'Utilisateur (UDF "User Defined Function") pour adapter le code à nos conditions d'injection très particulières puisque le rapport des masses volumiques liquide et gaz est de l'ordre de 800.

Les résultats obtenus par le modèle indiquent la formation d'une nappe conique creuse constituée de grosses gouttelettes et la présence d'une zone de recirculation près de l'axe du spray constituée de gouttelettes plus petites, conformément aux expérimentations. La comparaison du Diamètre Moyen de Sauter calculé par le modèle et mesuré expérimentalement par l'Anémométrie Phase Doppler montre un bon accord.

### Mots clés :

Modélisation, atomisation, turbulence, taille des fragments, fragmentation, buse à swirl, code FLUENT, pesticide.

### Abstract

Pesticide environment pollution remains a significant social and environmental concern. During application, some of the pesticide may contaminate the environment (drift). The pollution reduction rests on the control of the drop size and velocity at the nozzle exit. The principal objective of this thesis is to develop an Eulerian approach in order to estimate the initial characteristics of the drops produced such as the size and the velocity at the nozzle exit. The Eulerian atomization model considers the two phase flow of a liquid and a gas as a turbulent single phase fluid flow with a variable mean density, varying between that of gas and that of spraying liquid. A transport equation for the mean liquid mass fraction allows to describe the dispersion of the liquid in the gas phase. Turbulence is modeled by Reynolds Stress Model (RSM) by solving the transport equations of each of the six components of the Reynolds tensor.

In addition, a transport equation for the mean liquid/gas interface density is also considered. The mean liquid/gas interface density production which expresses the creation of the drops is function, on the one hand, of a large scale mean velocity gradient and, on the other hand, of small scale turbulence. The mean liquid/gas interface density destruction which expresses the coalescence of the drops takes into account the surface tension which is opposed to disintegration of liquid surface.

The space evolution of the drop radius and velocity at the nozzle exit is described by coupling the equation of the mean liquid mass fraction and that of the mean liquid/gas interface density to those of the mass conservation, the momentum conservation and turbulence.

The study is carried out by FLUENT V.12 using the User Defined Function (UDF) to adapt the code to our very particular injection conditions since the density ratio of liquid and gas is about 800.

The results obtained by the model indicate the formation of a hollow conical spray made up of large droplets and the presence of a recirculation zone close to the spray axis made up of small droplets, in accordance with the experimentation. Comparison of the Sauter Mean Diameter (SMD) calculated by the model and measured in experiments by Phase Doppler Anemometry (PDA) shows good agreement.

### Keywords :

Modelisation, atomization, turbulence, size of fragments, fragmentation, pressure-swirl nozzle, FLUENT code, pesticide.

## Nomenclature

#### Chapitre 2

#### Alphabet latin

- b paramètre d'impact de collision (m)
- $b_{crit}$  valeur critique du paramètre d'impact de collision (m)
- $B_0$  constante dans le modèle WAVE (-)
- C fonction caractéristique dans le modèle VOF (-)
- $C_D$  coefficient de traînée (-)
- d diamètre de la particule (m)
- $H(\Phi)$  fonction de Heaviside dans le modèle Level-set (-)
- L longueur de la chambre à swirl de la buse (m)
- $L_0$  longueur de l'orifice de sortie de la buse (m)
- N nombre de gouttes (-)
- n nombre probable de collisions (-)
- $n_{Ik}$  vecteur unitaire normal à l'interface dans le modèle à deux fluides (-)
- Oh nombre d'Ohnesorge (-)
- p(n) probabilité de non-collisions (-)
- q nombre au hasard (-)
- r rayon de la chambre à swirl de la buse (m)
- $r_0$  rayon de l'orifice de sortie de la buse (m)
- $r_1$  rayon de la goutte mère (m)
- Re nombre de Reynolds (-)

8

 $S_n$  nombre de swirl (-)

t temps (s)

- Ta nombre de Taylor (-)
- $t_{bu}$  temps de break-up dans le modèle WAVE (s)

U vitesse axiale  $(m \cdot s^{-1})$ 

 $u_I$  vitesse de déplacement de l'interface dans le modèle à deux fluides  $(m \cdot s^{-1})$ 

 $\vec{u}_a$  vitesse instantanée de l'air  $(m \cdot s^{-1})$ 

- $\vec{u}_p$  vitesse instantanée de la particule  $(m \cdot s^{-1})$
- V vitesse des gouttes  $(m \cdot s^{-1})$
- Vol volume de la cellule  $(m^3)$
- W vitesse de swirl  $(m \cdot s^{-1})$
- $We_g$  nombre de Weber du gaz (-)
- $We_l$  nombre de Weber du liquide (-)
- $\vec{x}_p$  position de la particule (m)
- y paramètre de distorsion dans le modèle T.A.B. (m)

Alphabet grec

- $\alpha_k$  taux moyen de présence de la phase k dans le modèle à deux fluides (-)
- $\beta$  angle des canaux tangentiels par rapport à l'axe de rotation de la buse (°)

 $\chi_k(x,t)$  fonction caractéristique de présence des phases dans le modèle à deux fluides (-)

- $\delta_I$  distribution de Dirac associée à l'interface dans le modèle à deux fluides (-)
- $\epsilon$  angle du convergent de la chambre à swirl par rapport à la section de sortie (°)

 $\gamma$  rapport des rayons de goutte (-)

- $\mu_a$  viscosité dynamique de l'air  $(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})$
- $\mu_l$  viscosité dynamique du liquide  $(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})$
- $\nu$  fréquence de collision entre les gouttes  $(s^{-1})$
- $\rho$  masse volumique  $(kg \cdot m^{-3})$
- $\rho_a$  masse volumique de l'air  $(kg \cdot m^{-3})$
- $\rho_g$  masse volumique du gaz  $(kg \cdot m^{-3})$
- $\rho_l$  masse volumique du liquide  $(kg \cdot m^{-3})$

- $\rho_p$  masse volumique de la particule  $(kg \cdot m^{-3})$
- $\sigma$  coefficient de tension de surface  $(N \cdot m^{-1})$
- $\tau_p$  temps de relaxation de la particule (s)
- $\Phi$  fonction distance dans la méthode Level-set (-)
- $\Delta t$  intervalle de temps (s)
- $\Lambda$  longueur d'onde dans le modèle WAVE (m)
- $\Omega$  taux de croissance de la longueur d'onde dans le modèle WAVE (-)

#### Chapitres 3 et 4

Alphabet latin

- A terme de production macroscopique de  $\overline{\Sigma}$   $(s^{-1})$
- a terme de production microscopique de  $\overline{\Sigma}$   $(s^{-1})$
- $a_{coll}$  terme de production microscopique de  $\overline{\Sigma}$  lié aux collisions  $(s^{-1})$
- $a_{turb}$  terme de production microscopique de  $\overline{\Sigma}$  lié à la turbulence  $(s^{-1})$
- C constante du rayon moyen d'équilibre (-)
- $C_1$  constante de la composante lente  $\Phi_{ij,1}$  du tenseur de redistribution (-)
- $C'_1$  constante de la composante  $\Phi_{ij,w}$  du tenseur de redistribution (-)
- $C_2$  constante de la composante rapide  $\Phi_{ij,2}$  du tenseur de redistribution (-)
- $C'_2$  constante de la composante  $\Phi_{ij,w}$  du tenseur de redistribution (-)
- $C_3$  constante de la composante rapide  $\Phi_{ij,2}$  du tenseur de redistribution (-)

 $C_l = C_{\mu}^{3/4} / \kappa$  constante de la composante  $\Phi_{ij,w}$  du tenseur de redistribution (-)

 $C_p$  constante intervenant dans la nouvelle modélisation du flux turbulent  $\overline{\rho} \, \widetilde{u''_i Y''}$  proposée par Demoulin (-)

 $C'_s$  constante du terme de diffusion (modèle de Daly et Harlow) de l'équation du tenseur de Reynolds (-)

 $\begin{array}{lll} C_Y & \text{constante intervenant dans la modélisation du flux turbulent anisotrope } \overline{\rho} \, u_i'' \, \overline{Y}'' \\ C_{Y1} & \text{constante du terme de diffusion de } \overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, Y''} & (-) \\ C_{Y2} & \text{constante du terme de destruction de } \overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, Y''} & (-) \\ C_{Y3} & \text{constante du terme de production de } \overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, Y''} & (-) \\ C_{Y4} & \text{constante du terme de production de } \overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, Y''} & (-) \\ \end{array}$ 

 $C_{yr}$  constante intervenant dans la modélisation du terme  $\overline{p' \frac{\partial Y''}{\partial x_i}}$  proposée par Demoulin (-)

 $C_{\epsilon 1}$  constante de l'équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (-)

 $C_{\epsilon 2}$  constante de l'équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (-)

 $C_{\mu}$  constante intervenant dans la viscosité turbulente  $\mu_t$  (pour les modèles à deux équations et plus) (-)

 $\overline{\rho} D_{ij}$  élément (i,j) du terme de diffusion de  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i u''_j}$ 

 $\overline{\rho} D_k$  terme de diffusion de  $\overline{\rho} k$ 

d distance normale à la paroi (m)

f variable

g variable

 $G_{ij}$  élément (i,j) du terme de corrélation vites se-gradient de pression

 $G_k$  terme de production de l'énergie cinétique turbulente dû à l'interaction du champ de pression avec les fluctuation de vitesse

 $\widetilde{k}$  énergie cinétique turbulente  $(m^2 \cdot s^{-2})$ 

 $l_{coll}$  longueur caractéristique de collision (m)

 $l_t$  échelle intégrale de turbulence (m)

n nombre de gouttes par unité de volume  $(m^{-3})$ 

 $\overline{\rho} P_{ij}$  élément (i,j) du terme de production de  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i u''_j}$ 

 $P_k = \frac{1}{2} P_{kk}$  terme de production d'énergie cinétique turbulente

 $Pr_{\epsilon}$  nombre de Prandtl turbulent du terme de diffusion de l'équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente (-)

p pression (Pa)

Re nombre de Reynolds (-)

r rayon des gouttes (m)

 $r_{eq}$  rayon moyen d'équilibre des gouttes (m)

 $r_i$  rayon des gouttes avant collision (m)

 $r_f$  rayon des gouttes générées par fractionnement d'une goutte après collision (m)

Sc nombre de Schmidt (-)

 $Sc_{\Sigma}$  constante du terme de diffusion de l'équation de  $\overline{\Sigma}$  (-)

- t temps (s)
- $u_i \quad i^{me}$  composante de la vitesse  $(m \cdot s^{-1})$
- $V_a$  vitesse intervenant dans le terme de destruction de  $\overline{\Sigma}$   $(m \cdot s^{-1})$
- We nombre de Weber (-)
- $x_i \quad i^{me}$  composante de l'espace (m)
- $n_k$  composante selon  $x_k$  de la normale unitaire à la paroi
- Y fraction massique du liquide (-)

#### Alphabet grec

 $\alpha_0$  constante positive dans l'expression initiale du terme de production macroscopique de  $\overline{\Sigma}$  (-)

 $\alpha_1$  constante du terme de production microscopique de  $\overline{\Sigma}$  lié à la turbulence (-)

 $\alpha_{02}, \alpha_2$  constantes du terme de production microscopique de  $\overline{\Sigma}$  lié aux collisions (-)  $\delta_{ij}$  symbole de Kronecker

- $\widetilde{\epsilon}$  taux de dissipation de  $\widetilde{k}$   $(m^2 \cdot s^{-3})$
- $\kappa$  constante de Von Karman (-)
- $\mu$  coefficient de viscosité dynamique moléculaire  $(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})$
- $\mu_t, \nu_t = \frac{\mu_t}{\bar{a}}$  coefficients de viscosité turbulente  $(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}; m^2 \cdot s^{-1})$

 $\rho$  masse volumique  $(kg \cdot m^{-3})$ 

 $\overline{\rho} \widetilde{u''_i u''_j} = \overline{\rho} \widetilde{R_{ij}}$  élément (i,j) du tenseur de Reynolds  $(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2})$ 

 $\overline{\rho} \widetilde{u''_i Y}$  flux turbulent de la fraction massique liquide moyenne  $(kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1})$ 

- $\Sigma$  surface de liquide par unité de volume total  $(m^{-1})$
- $\overline{\rho} \, \widetilde{\epsilon}_{ij}$  élément (i,j) du terme de dissipation de  $\overline{\rho} \, \widetilde{u}''_i \, \widetilde{u}''_i$
- $\sigma$  coefficient de tension de surface  $(N \cdot m^{-1})$

 $\sigma_k$  constante du terme de diffusion (modèle de Lien *et al*) de l'équation du tenseur de Reynolds (-)

au fraction volumique du liquide (-)

 $\tau_{ij}$  élément (i,j) du tenseur des contraintes visqueuses

 $\Delta v_{coll} \quad \text{vitesse caractéristique de collision} \quad (m \cdot s^{-1}) \\ \Phi_{ij} \quad \text{élément (i,j) du terme de redistribution de } \overline{\rho} \, \widetilde{u''_i \, u''_j} \\ \Phi_{ij,1} \quad \text{composante lente du tenseur de redistribution } \Phi_{ij}$ 

 $\Phi_{ij,w}$  composante du tenseur de redistribution  $\Phi_{ij}$  liée aux parois

### Indices

- a atomisation
- g gaz
- *eq* équilibre
- l liquide
- t turbulent

Symboles et opérateurs

- $\partial$  opérateur de dérivée partielle
- $\partial \, t \quad$  opérateur de dérivée partielle par rapport au temps
- $\partial \, x_i \quad$  opérateur de dérivée partielle par rapport à l'espace
- moyenne de Reynolds
- ~ moyenne de Favre
- ' fluctuation turbulente au sens de Reynolds
- " fluctuation turbulente au sens de Favre

### Abréviations

- AWARE A Water Assessment to Respect the Environment
- CEMAGREF Institut de recherche en sciences et technologies pour l'environnement
- FAO Organisation Mondiale pour l'Alimentation et l'Agriculture
- IFEN Institut Français de l'Environnement
- IRPHE Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors Equilibre
- SMD Sauter Mean Diameter
- UIPP Union des Industries de la Protection des Plantes

CemOA : archive ouverte d'Irstea / Cemagref

CemOA : archive ouverte d'Irstea / Cemagref

# Table des matières

### Nomenclature

I	Intr	oducti	on générale	3
	I.1	Problé	ematique	3
		I.1.1	Pesticides et environnement	4
		I.1.2	Volatilisation et dérive	6
			I.1.2.1 Volatilisation	6
			I.1.2.2 Dérive	6
		I.1.3	Dispersion des gouttelettes de pesticides pendant la pulvérisation	7
	I.2	Object	tif de l'étude	8
II	Syn	thèse l	oibliographique	11
	II.1	I.1 Atomisation		
	II.2	2 Caractéristiques influençant l'atomisation		
	II.3	Caractéristiques de la buse à swirl		
		II.3.1 Canaux tangentiels		14
		II.3.2	Chambre à swirl	14
		II.3.3	Orifice de sortie	15
		II.3.4	Nombre de swirl	15
	II.4	4 Caractéristiques des sprays produits		15
		II.4.1	Nappe conique creuse et noyau d'air près de l'axe du spray	15
		II.4.2	Effets de la pression d'injection sur le spray produit	16
	II.5	5 Modélisation Lagrangienne		
		II.5.1	Modèle T.A.B	17
		II.5.2	Modèle WAVE	17

II.5.3 Cinématique des gouttes et interaction goutte/goutte $% \mathcal{A}$ .		19
II.6 Modélisation Eulérienne		21
II.6.1 Modèle de Vallet et Borghi		21
II.6.2 Méthodes de suivi d'interfaces		22
II.6.2.1 Méthode VOF		22
II.6.2.2 Méthode Level-set		24
II.6.3 Modèles à deux fluides		24
II.7 Conclusion		26
III Modélisation Eulérienne de l'atomisation		29
III.1 Introduction		29
III.2 Equations instantanées		30
III.3 Equations moyennées		31
III.3.1 Opérateurs de moyenne		31
III.3.2 Equation moyennée de la conservation de la masse :		33
III.3.3 Equation moyennée de la conservation de la quantité de m	ouvement :	34
III.3.4 Equation moyennée de la conservation de la fraction ma	ssique li-	
quide moyenne $\widetilde{Y}$		34
III.3.5 Equation d'état		34
III.4 Modélisation du tenseur de Reynolds $\overline{\rho}  \widetilde{u''_i u''_i}  \ldots  \ldots  \ldots$		35
III.4.1 Equation de transport de $\overline{\rho}  \widetilde{u''_i u''_i}  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots$		35
III.4.2 Modèle $(\widetilde{k}, \widetilde{\epsilon})$ :		39
III.5 Fermeture du flux turbulent de la fraction massique liquide moye	enne $\overline{\rho} u_i^{\prime\prime} Y^{\prime\prime}$	40
III.5.1 Modélisation de type premier gradient		41
III.5.2 Modélisation de type premier gradient anisotrope		41
III.5.3 Equation de transport pour le flux turbulent $\overline{\rho}  \widetilde{u''_i Y''}$ .		41
III.5.4 Modélisation de type premier gradient en prenant en c	compte la	
variation de la masse volumique		42
III.6 Modélisation de la taille des gouttes liquides		44
III.6.1 Equation de transport de l'interface liquide/gaz par uni	té de vo-	
$\lim_{\Sigma \to \infty} \overline{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n}$		45
III.6.1.1 Termes de production :		45

			III.6.1.2	Terme de destruction :	47
IV Application du modèle : buse à swirl 49				49	
	IV.1	Les Ul	DFs et lei	r utilisation	49
	IV.2 Description de la buse			51	
	IV.3 Géométries et conditions aux limites			51	
		IV.3.1	Calcul 3	D	51
		IV.3.2	Calcul 2	D axisymétrique swirl	55
	IV.4 Méthodes numériques de résolution			56	
		IV.4.1	Méthode	e de résolution	56
		IV.4.2	Schémas	de discrétisation	56
		IV.4.3	La conve	ergence	58
			IV.4.3.1	Critère de convergence	58
			IV.4.3.2	Facteurs de sous-relaxation	58
$\mathbf{V}$	V Résultats et discussions 6				61
	V.1	Introd	uction .		61
	V.2	Calcul	de la dis	persion	62
		V.2.1	Sonde op	ptique	62
		V.2.2	Modèle	$\left(\widetilde{k},\widetilde{\epsilon} ight)$	62
		V.2.3	Modèle aux tensions de Reynolds		
			V.2.3.1	Profils de la fraction volumique $\overline{\tau}$ et champ de la fraction	
				massique liquide $\widetilde{Y}$	65
			V.2.3.2	Effet des termes liés aux fluctuations de la masse volu-	
				mique dans les équations de transport de $\overline{\rho} \ \widetilde{u_i'' u_j''}$ et de	
				$\widetilde{\epsilon}$	68
			V.2.3.3	Champs des composantes de la vitesse	69
			V.2.3.4	Profils transversaux des quantités turbulentes	71
		V.2.4	4 Influence de la modélisation du flux turbulent de $\widetilde{Y}$		74
			V.2.4.1	Fermeture de $\overline{\rho} u_i^{\prime\prime} Y^{\prime\prime}$ par une loi de type premier gradient	
				isotrope classique	74
			V.2.4.2	Fermeture de $\overline{\rho}u_i^{\prime\prime}Y^{\prime\prime}$ par une loi premier gradient anisotrope	76
	V.3	Calcul	de la tai	lle des fragments liquides	78

	V.3.1	Profils des termes de production et de destruction de $\overline{\Sigma}$	79
	V.3.2	Influence du cœfficient de tension de surface	82
V.4	Influer	nce des différentes constantes du modèle	83
	V.4.1	Influence de la constante $Cp$	83
	V.4.2	Influence de la constante $\alpha_0$	84
	V.4.3	Influence de la constante $\alpha_1$	85
	V.4.4	Influence de la constante $\alpha_2$	86
	V.4.5	Influence de la constante $C$	87
V.5	Compa	araison des résultats du modèle avec ceux obtenus par le PDA	88
	V.5.1	Le PDA	89
	V.5.2	Comparaison du profil axial de la vitesse axiale sur l'axe du spray	89
	V.5.3	Comparaison des profils transversaux de la vites se axiale $\ . \ . \ .$	90
	V.5.4	Comparaison des profils transversaux du Diamètre Moyen de Sauter	91

## Annexe

## Introduction

En agriculture, l'application des pesticides consiste en la pulvérisation d'un mélange liquide constitué d'eau, de matières actives et d'adjuvants. Les contraintes environnementale et sociale incitent à une meilleure maîtrise de l'application des pesticides, en limitant les pertes par dérive. Le liquide est transporté jusqu'à la cible sous forme de gouttelettes. La taille et la vitesse des gouttelettes à la sortie de la buse ont un fort impact sur l'efficacité de traitement. Le liquide s'atomise très près de la sortie de la buse. Les travaux effectués durant cette thèse sont dédiés à la compréhension et la modélisation de l'atomisation d'un écoulement diphasique et turbulent.

Ce mémoire de thèse comporte cinq chapitres principaux :

Le premier chapitre comprend une introduction générale sur les pesticides, leur utilisation et la façon dont ils se trouvent dans les différents compartiments de l'environnement, ainsi que l'objectif de cette étude.

Le second chapitre est une synthèse bibliographique. Après une définition de l'atomisation et une description de la buse à swirl ainsi que des caractéristiques des spray produits par cette buse, les différentes approches utilisées dans la littérature pour modéliser l'atomisation sont décrites.

Dans le troisième chapitre, le modèle Eulérien choisi dans le cadre de cette étude est explicitement présenté. Les premiers paragraphes concernent le calcul de la dispersion. Les équations locales exactes d'un fluide diphasique sont établies, celles-ci permettent ensuite une écriture formelle des équations moyennes. Les différentes modélisations des termes de fermeture sont exposées et discutées. Le dernier paragraphe de ce chapitre concerne le calcul de la taille des gouttes liquides.

L'objet du quatrième chapitre est l'application du modèle au cas d'une buse à swirl. Les Fonctions Définies par l'Utilisateur (UDF "User Defined Function") sont brièvement définies ainsi que leur utilisation. Les aspects numériques développés dans le cadre de cette étude sont détaillés : le passage d'un calcul 3D au calcul 2D, les conditions aux limites, le maillage et les méthodes numériques de résolution.

Le dernier chapitre concerne les résultats obtenus par le modèle. Dans un premier temps, les résultats concernant le calcul de la dispersion sont présentés. Les résultats de la taille des gouttes sont exposés dans un second temps. L'influence des différentes constantes de modélisation est étudiée dans un troisième temps. Pour finir, des comparaisons avec des résultats expérimentaux de vitesse axiale et de Diamètre Moyen de Sauter des gouttes obtenues par Phase Doppler Anemometry (PDA) sont effectuées.

## Chapitre I

## Introduction générale

## I.1 Problématique

L'agriculture française est très consommatrice en pesticides (la France est le troisième consommateur mondial après les États-Unis et le Japon et donc le premier en Europe). Cette première place européenne s'explique par la surface agricole utile qui représente plus de la moitié du territoire national et par le fait que la France est le premier producteur agricole en Europe.

Les pesticides, parfois appelés produits phytosanitaires, ou produits de protection des plantes (selon l'UIPP- Union des Industries de la Protection des Plantes), sont utilisés en agriculture pour se débarrasser d'insectes ravageurs (insecticides), de maladies causées par des champignons (fongicides) et/ou d'herbes concurrentes (herbicides) etc.

Ils sont composés d'une ou plusieurs matière(s) active(s) à laquelle/auxquelles on a ajouté d'autres substances : surfactants, produits de dilution, synergisants... afin d'améliorer leur efficacité et de faciliter leur emploi.

Le graphique ci-dessous fait apparaître les rendements mondiaux moyens avec ou sans produits phytopharmaceutiques.



FIG. I.1 : Estimation des rendements mondiaux moyens avec ou sans produits phytopharmaceutiques (source : FAO)

L'obtention de rendements élevés reste indispensable à l'équilibre des marchés agricoles. C'est ce que permet, entre autres, une utilisation raisonnable des produits phytopharmaceutiques, dans le cadre d'une agriculture en évolution vers une meilleure prise en compte des exigences environnementales.

### I.1.1 Pesticides et environnement

L'utilisation de pesticides en agriculture a connu une forte expansion jusqu'au début des années soixante. Depuis, la production de ces pesticides a diminué (figure (I.2)) mais on les retrouve encore partout dans l'environnement : dans l'air, dans l'eau, dans le sol... et dans le corps humain.



FIG. I.2 : Évolution des tonnages de matières actives phytosanitaires à usage agricole commercialisées en France métropolitaine (source : UIPP)

Le compartiment atmosphérique représente une voie d'exposition non négligeable aux pesticides. Au cours de leur application, une large part des matières actives épandues peut se déposer hors de la surface cible par dérive des gouttelettes de pulvérisation. De plus, les pesticides déposés au niveau de la parcelle traitée vont être transférés vers l'atmosphère par volatilisation post-application à partir de la surface du sol ou de la végétation.

L'eau est également très contaminée par les pesticides. Selon des données publiées en 2009 par l'IFEN (Institut Français de l'Environnement), en 2006, les pesticides étaient présents dans 90% des points de mesure retenus des eaux superficielles et dans 53% de ceux concernant les eaux souterraines.

Le sol reçoit directement ou indirectement une proportion importante des produits épandus.

Du fait de la multiplicité des produits et de leurs caractéristiques, les voies d'expositions pour l'homme sont variées, mais les données manquent pour évaluer correctement les parts respectives. La voie majoritaire d'intoxication reste l'absorption du produit luimême ou de dérivés présents dans la nourriture, mais la contamination peut aussi se faire par l'eau de boisson (ou le vin), par l'air respiré ou par contact avec la peau.

### I.1.2 Volatilisation et dérive

#### I.1.2.1 Volatilisation

La volatilisation post-application des pesticides, définie comme un départ de produit à partir de la surface du sol ou des feuilles en phase vapeur est un processus dont on a, depuis longtemps, tenté d'évaluer l'importance. Trois voies de recherche ont simultanément progressé : la méthodologie d'étude, l'évaluation du phénomène, y compris sous conditions « naturelles » et la connaissance des mécanismes élémentaires et des facteurs mis en jeu. L'évaluation du phénomène de volatilisation était le plus souvent réalisée de manière indirecte par dosage des résidus après dépose du produit sur un support de nature variée (métal, verre, sol...). L'évolution de la recherche a conduit à des modèles expérimentaux permettant l'étude du rôle des phénomènes élémentaires qui interviennent (adsorption/désorption, fugacité, partage sol-eau-air, diffusion moléculaire, convection...) et des facteurs qui les affectent (tension de vapeur, propriétés adsorbantes du sol, état d'humidité, température, circulation de l'air...), ainsi qu'à des mesures de la volatilisation dans des conditions « naturelles » qui intègrent l'action de l'ensemble de ces paramètres. En raison des méthodologies très critiquables employées et des résultats contradictoires obtenus, cette voie de dispersion n'a pas retenu une attention particulière.

#### I.1.2.2 Dérive

La dérive est le transport dans l'air, pendant la pulvérisation, de gouttelettes ou de vapeurs de pesticides hors de la zone ciblée. Cette partie des produits qui n'atteint pas les surfaces traitées se disperse dans la direction du vent et elle dépend de plusieurs facteurs, dont les conditions météorologiques et le type d'équipement utilisé pour la pulvérisation. Les décisions prises pour réaliser un traitement dans de bonnes conditions sont influencées par les conditions climatiques. Parmi ces facteurs, on cite principalement la température, le vent, l'humidité, la stabilité de l'air, la pluie et la rosée. En général, il est déconseillé de traiter lorsque la température est très élevée, si le vent dépasse une vitesse de 4 à 5 m/s ou au moment de la pluie puisque les feuilles sont lessivées et une partie des produits est éliminée par égouttage.

Le type des pulvérisateurs ainsi que les réglages des orientations des buses sont aussi importants, ils peuvent permettre d'éviter des pertes conséquentes. Des études expérimentales menées au sein du CEMAGREF dans le cadre du projet AWARE ont montré que les pertes des pesticides s'étalent de 10-20% pour un appareil bien réglé à 40% pour un appareil mal réglé.

La dérive varie également en fonction des propriétés physiques des bouillies appliquées, à titre d'exemple, une bouillie en phase aqueuse est plus sensible à l'évaporation qu'une bouillie en phase huileuse.

Il est à noter que, dans ce travail de thèse, l'objectif est de tendre à limiter la dérive de pesticides pendant l'application en étudiant les caractéristiques initiales des gouttes pulvérisées.

## I.1.3 Dispersion des gouttelettes de pesticides pendant la pulvérisation

La quantité et la façon dont les gouttelettes de pesticides arrivent dans l'environnement pendant l'application dépendent, en particulier, de leur taille et de leur vitesse en sortie de buse. Alors que les petites sont indispensables à une bonne couverture des feuilles ciblées, il est clair que celles-ci contribueront le plus à la dérive. De même, les gouttelettes lentes seront plus facilement emportées par les mouvements d'air, bien que les gouttelettes ayant une vitesse importante auront tendance à rebondir sur la végétation à cause de leur énergie cinétique trop grande, tomber au sol et repartir soit dans l'air *via* la volatilisation soit dans les eaux par le ruissellement.

En général, les gouttelettes de diamètre inférieur à 90 microns ont un risque de dérive très élevé alors que les gouttelettes de diamètre supérieur à 450 microns sont soumises au risque de ruissellement [45].

Or la taille et la vitesse des gouttelettes dépendent de la buse, de la vitesse (ou pression) d'injection ainsi que des propriétés physiques du liquide injecté (tension de surface, viscosité...).

Dans le cadre de cette étude, la buse choisie est une buse à turbulence (ou buse à swirl), connue dans la littérature anglophone par pressure-swirl nozzle ou aussi simplex swirl atomizer. Ce type de buse est très utilisé en pulvérisation agricole, et plus exactement en viticulture et en verger. Le choix de cette buse se justifie aussi par sa complexité par rapport aux autres types de buses. En fait, comme l'indique son nom, l'écoulement génère une forte vitesse de swirl, le jet se creuse au centre à cause de la force centrifuge d'inertie, ce qui se traduit aussi par le fait que la pression est plus faible sur l'axe qu'à la périphérie.



FIG. I.3 : Pulvérisation de pesticides en viticulture

Une étude bibliographique, dans une partie du chapitre suivant, est consacrée aux caractéristiques internes de cette buse ainsi qu'à la nappe produite et aux effets de quelques paramètres sur cette nappe.

Néanmoins, cette buse est prise en exemple et ne constitue en aucun cas une limitation à notre travail qui se veut général et pourrait être étendu à tout type de buse.

## I.2 Objectif de l'étude

Pour réduire la pollution de l'environnement par les pesticides, il s'avère important d'étudier le phénomène d'atomisation pour prédire les caractéristiques des sprays qui sont essentiels pour simuler les phénomènes qui succèdent à la pulvérisation.

La pulvérisation agricole a été souvent abordée par des approches expérimentales. Les caractéristiques des gouttes d'un spray de pesticide ont été mesurées en utilisant le PDA (Phase Doppler Anenometry) [9] [21] [80] [91]. Cependant, les résultats ont été obtenus

CemOA : archive ouverte d'Irstea / Cemagref

9

pour des conditions spécifiques et ne peuvent pas être généralisées. Des mesures de dérive ont été réalisées au moyen d'un tunnel [16] [76]. Des mesures en champ ont été aussi effectuées pour l'étude de la dérive. Même si cette approche est appropriée pour donner des évaluations réalistes de dérive dans des conditions réelles, elle reste très coûteuse, difficile à mettre en œuvre et soumise aux différentes conditions environnementales.

Pour remédier au manque des mesures, la modélisation s'avère donc un outil important, moins coûteux, plus facile à réaliser et permet de prédire les tendances résultant de modification de conditions initiales ou aux limites imposées [81]. De plus, les modèles peuvent être employés pour distinguer l'influence respective de chaque paramètre, ce qui est d'autant plus intéressant qu'il y a des interactions lourdes entre eux [82]. La modélisation permet d'étudier l'écoulement à l'intérieur de la buse qui a lui-même une influence sur l'aval. Elle autorise également un changement plus facile des paramètres d'application (pression d'injection, caractéristiques des buses), des propriétés physiques des fluides et des conditions climatiques (température, vitesse de vent...). On peut aussi, par la modélisation, imposer des valeurs extrêmes à des paramètres, ce qui ne pourrait être fait expérimentalement (pressions d'injections énormes) et reproduire un grand nombre d'essais en un temps limité.

Ce travail de thèse est consacré à l'atomisation de spray en pulvérisation agricole par la modélisation Eulérienne afin de parvenir à étudier l'écoulement à l'extérieur d'une buse à swirl en tenant compte de l'écoulement à l'intérieur.

CemOA : archive ouverte d'Irstea / Cemagref

## Chapitre II

## Synthèse bibliographique

## II.1 Atomisation

L'atomisation est la transformation d'un(e) jet(nappe) en spray (ligaments et gouttelettes). L'atomisation primaire produit des fragments liquides sphériques ou non à partir de la surface liquide. L'atomisation secondaire divise ces fragments issus de la fragmentation primaire en gouttes plus petites.

Dans le cas d'une nappe conique creuse, Cousin *et al.* [13] ont analysé le comportement d'une nappe et ont défini cinq régimes de break-up, par ordre de pression croissante :



FIG. II.1 : Représentation des régimes de break-up [13]

Avec des pressions d'injection très faibles, une progression du régime goutte à goutte (a) au régime d'oignon (c) en passant par le régime du jet (b) est observée. Dans ces trois régimes, le liquide a une vitesse relative faible causant une atomisation grossière. Quand la pression augmente, la vitesse croît aussi et la nappe se brise en ligaments qui se cassent ensuite à leur tour en gouttelettes (régime tulipe (d)). Enfin, quand la pression d'injection est très importante, la nappe se fragmente dès sa sortie de buse en fragments liquides. C'est le régime d'atomisation (e).

## II.2 Caractéristiques influençant l'atomisation

L'arrachage d'un morceau de liquide de la surface passe toujours par une déformation de l'interface et l'énergie nécessaire à cette déformation peut provenir de différentes sources. DeJuhasz [17] pense que la turbulence peut jouer un rôle important dans le processus de désintégration du liquide puisque le processus de l'atomisation peut apparaître à l'intérieur de la buse. La turbulence à l'intérieur de la buse change radicalement les caractéristiques du spray produit [79]. Rupe [67] quant à lui observe qu'un jet laminaire à haute vitesse pouvait être plus instable qu'un jet turbulent bien développé et que l'atomisation est due au réarrangement du profil de vitesse. Schweitzer [73] suggère que la composante radiale de la vitesse dans l'écoulement turbulent peut fragmenter le jet dès sa sortie de la buse. Cependant, au-delà d'une certaine distance, l'interaction des forces de tension de surface et de cisaillement aboutissent à la fragmentation du jet. Bergwerk [7] constate que la cavitation peut causer le break-up du jet.

Selon Wu *et al.* [87], la cavitation ne peut pas être seule responsable du break-up du jet, mais il y a également des fluctuations de pression qui peuvent affecter l'interface liquide/gaz.

Dumont [23] conclut que les effets aérodynamiques, dus à la différence de vitesse entre le gaz et le liquide, sont le facteur principal de l'atomisation à l'extérieur de la buse. A l'intérieur de l'injecteur, le comportement du fluide a trois conséquences sur le spray, par ordre d'importance :

- Une vitesse de sortie du liquide importante.

- Une turbulence importante dans le jet due au caractère instationnaire de la cavitation.

- Une turbulence interne du jet qui provoque des perturbations de surface, de sorte que

les écoulements non cavitants s'atomisent mais moins bien que lorsqu'il y a cavitation. Enfin, Reitz et Bracco [61] ont réalisé une étude expérimentale sur les différents phénomènes influençant le mécanisme d'atomisation : effets des interactions aérodynamiques, la turbulence du liquide, effets de réarrangement des profils de vitesse du jet, phénomène de cavitation et fluctuations de pression. Les auteurs ont conclu qu'aucun de ces mécanismes ne peut expliquer à lui seul l'atomisation, mais une combinaison de ces divers facteurs qui contribuent au processus de fragmentation est mise en jeu.

### II.3 Caractéristiques de la buse à swirl

La buse à swirl est une des buses la plus souvent utilisée pour atomiser un liquide. Elle est utilisée en combustion, dans la pulvérisation agricole,...

Durant les dernières années, beaucoup d'études expérimentales [5] [49] [63] [36] [1] [37] et théoriques [75] [90] [38] [57] [58] [31] [29] [30] [59] ont été effectuées pour examiner les buse à swirl et l'effet du swirl sur les sprays produits.

La buse à swirl est composée de trois éléments principaux : les canaux tangentiels, la chambre à swirl et l'orifice de sortie (voir la figure(II.2)). Le liquide est accéléré par les canaux tangentiels dans la chambre à swirl puis poussé contre les parois de cette chambre et éjecté par l'orifice comme une nappe mince qui se casse ensuite en ligaments et gout-telettes.



FIG. II.2 : Buse à swirl [53]

### II.3.1 Canaux tangentiels

Le rôle principal des canaux tangentiels est de mettre le liquide injecté en rotation dans la chambre à swirl.

Les canaux tangentiels sont inclinés par rapport à l'axe de rotation par un angle  $\beta$  (voir la figure(II.2)). Cet angle de swirl détermine l'aspect du spray et les composantes des vitesses axiale et de swirl dépendent de cet angle [53].

Rho *et al.* [63] concluent que la vitesse de swirl diminue en diminuant l'angle  $\beta$  et que l'angle de la nappe augmente linéairement avec l'augmentation de cet angle de swirl. Les auteurs observent aussi qu'avec un angle  $\beta$  plus grand, la dispersion radiale est plus élevée à cause de sa quantité de mouvement centrifuge et tend à réduire le Diamètre Moyen de Sauter (SMD) de 43%-52% comparé à la condition non swirlée.

### II.3.2 Chambre à swirl

La chambre à swirl a un angle  $\epsilon$  (convergent par rapport à la section de sortie), une longueur de contraction L et un rayon r (voir la figure (II.2)).

Park *et al.* [57] ont changé l'angle de contraction  $\epsilon$  de la chambre à swirl de 0 à 45 ° (voir la figure (II.3)). Ils ont observé que la variation de la forme de spray par rapport aux changements de l'angle de contraction est mineure. Ainsi, cette mineure variation disparaît rapidement en aval et l'angle n'a pas d'effet sur le spray (voir figure (II.3)).



FIG. II.3 : Formes du film liquide pour différents angles de contraction de la chambre à swirl [57]

Park *et al.* ont également étudié l'effet de la longueur de la chambre de swirl L et du rayon r sur la nappe produite. Ils observent que la longueur de chambre de swirl n'a pas d'effet sur la nappe et que la forme et la vitesse du film liquide sont très faiblement reliées à ce paramètre. Cependant, en diminuant le rayon de la chambre, la force de swirl diminue et mène à un angle de spray plus petit.

### II.3.3 Orifice de sortie

L'orifice de sortie a un petit rayon  $r_0$  (de 0.4 à 2.5 mm) et une petite longueur  $L_0$  (de 0.5 à 1.5 mm). Le liquide injecté est donc accéléré dans l'orifice puis s'échappe comme une feuille mince qui se casse en ligaments et en gouttelettes.

Agrandir le rayon  $r_0$  mène à une diminution de la vitesse (conservation de débit), ce qui peut avoir un effet sur le spray et la taille des fragments liquides produits.

Cependant, avec l'augmentation de la longueur  $L_0$ , l'angle de spray diminue légèrement, la vitesse axiale diminue et la vitesse radiale augmente [57].

### II.3.4 Nombre de swirl

Le nombre de swirl  $S_n$  est défini comme le rapport du flux axial de quantité de mouvement angulaire au flux axial de quantité de mouvement axial :

$$S_n = \frac{\int_0^r 2\pi r^2 UW \, dr}{r \int_0^r 2\pi r U^2 \, dr}$$

où r est le rayon de la buse, U et W sont les vitesses axiale et de swirl respectivement.

### II.4 Caractéristiques des sprays produits

### II.4.1 Nappe conique creuse et noyau d'air près de l'axe du spray

D'après Nonnenmacher *et al.* [53], l'écoulement est entièrement développé peu après l'injection et un résultat stationnaire est donc rapidement obtenu. Un noyau d'air symétrique est donc formé dans le secteur de l'axe de buse et le film liquide formé à la sortie de buse s'élargit sous forme de cône creux puis se désintègre en aval en gouttelettes. Le mouvement centrifuge du liquide dans l'injecteur crée un noyau d'air entouré par le film liquide [72]. Ce film liquide tourne et force une région du noyau d'air à tourner par la couche de cisaillement attachée au film liquide [49]. Dans cette région, la pression chute et cause le retour de l'écoulement vers la buse (zone de recirculation) [49] [11]. Cependant, cette zone de recirculation a lieu si et seulement si  $S_n > 0.6$  [88]. En effet, quand
le nombre de swirl augmente, les forces dues au gradient axial de pression excèdent les forces d'inertie causant un retournement de l'écoulement sur l'axe du spray [11].

Chang *et al.* [10] ont analysé la nappe obtenue et ont conclu que les grosses gouttes se déplacent dans la nappe avec leur angle d'origine et peuvent pénétrer dans les régions externes de la nappe tandis que les petites gouttes sont confinées dans la région du noyau d'air.

## II.4.2 Effets de la pression d'injection sur le spray produit

Kawahara *et al.* [36] ont examiné l'effet de la pression d'injection sur la nappe. Ils ont changé la pression d'injection de 1.0 à 3.0 et 5.0 MPa. Ils ont observé que dans chaque condition de pression d'injection, une nappe conique creuse a été formée après un temps d'injection de 0.7 ms. Ils ont aussi observé que, avec l'augmentation de la pression d'injection, la longueur de la zone de recirculation augmente, la nappe est plus courte et plus fine alors que l'angle du spray ne change pas. Selon *Rhim et al.* [62] et Senecal *et al.* [74], la longueur de la nappe diminue avec l'augmentation de la pression d'injection. Cousin et Nuglisch [12] ont aussi remarqué que l'angle de la nappe et le rayon du coeur d'air ne dépendent pas de la pression d'injection.

Abdul Hamid *et al.* [1] ont montré que la longueur de la nappe augmente progressivement jusqu'à une pression d'injection de l'ordre de 200 kPa puis diminue une fois que cette pression est dépassée.

Si la pression croît, la vitesse de la nappe croît aussi, causant une réduction de la taille des gouttes et de la longueur de la nappe [72] [39].

## II.5 Modélisation Lagrangienne

Dans les modèles Lagrangiens, les deux phases sont considérées séparées, la phase gazeuse est décrite de façon Eulérienne. La phase liquide étant décrite de façon Lagrangienne. Le liquide est représenté par des particules, où chaque particule numérique représente un nombre donné de gouttes ayant des caractéristiques identiques (taille, vitesse, température,...). Le liquide est donc supposé être sous forme de gouttes de propriétés initiales (vitesse et taille) connues et posées *a priori*. Les deux modèles Lagrangiens les plus utilisés sont le modèle T.A.B. (Taylor Analogy Break-up) et le modèle "WAVE".

### II.5.1 Modèle T.A.B

Le modèle T.A.B [54] compare l'oscillation d'une goutte à l'oscillation d'un système  $\{masse + ressort\}$  amorti où les forces aérodynamique, de tension de surface et visqueuse du liquide sont analogues respectivement aux forces externes, de rappel du ressort et d'amortissement. Le paramètre de distorsion y est calculé en résolvant l'équation suivante :

$$\frac{d y^2}{d t^2} = \frac{2}{3} \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{U^2}{r^2} - \frac{8 \sigma}{\rho_l r^3} y - \frac{5 \mu_l}{\rho_l r^2} \frac{d y}{d t}$$
(II.1)

où  $\rho_g$  est la masse volumique du gaz,  $\rho_l$ ,  $\sigma$  et  $\mu_l$  sont la masse volumique, la tension de surface et la viscosité du liquide respectivement.

Le fractionnement a lieu si  $y \ge 1$ .

## II.5.2 Modèle WAVE

Le modèle WAVE [60], appelé aussi modèle de Reitz, est basé sur le concept de la stabilité linéaire d'une colonne de liquide injectée dans un gaz (voir figure (II.4)) :

La colonne liquide est discrétisée par des particules liquides (*blobs*) de dimension égale au diamètre de l'orifice de l'injecteur. Etant donné le nombre total des "blobs" injectées, leur nombre injecté par unité de temps est déterminé par le débit.

L'analyse de stabilité linéaire permet de donner la longueur d'onde la plus amplifiée  $\Lambda$  et son taux de croissance  $\Omega$  :

$$\begin{cases} \frac{\Lambda}{r_1} = 9.02 \, \frac{\left(1 + 0.45 \, Oh^{0.5}\right) \left(1 + 0.4 \, Ta^{0.7}\right)}{\left(1 + 0.87 \, We_g^{1.67}\right)^{0.6}} \\ \Omega \, \left(\frac{\rho_l \, r_1^3}{\sigma}\right)^{0.5} = \frac{0.34 + 0.38 \, We_g^{1.5}}{\left(1 + Oh\right) \left(1 + 1.4 \, Ta^{0.6}\right)} \end{cases} \tag{II.2}$$

où  $r_1$  est le rayon de la goutte mère (goutte avant le break-up),  $Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\rho_l \sigma r_1}}$  le nombre d'Ohnesorge qui représente le rapport de la force de viscosité interne de la goutte sur la force de tension de surface,  $We_g = \frac{\rho_g U^2 r_1}{\sigma}$  le nombre de Weber du gaz et  $Ta = Oh We_g^{0.5}$  le nombre de Taylor.



FIG. II.4 : Etude de stabilité d'une colonne liquide [60]

Le rayon r de la goutte fille (goutte après le break-up) est donné par :

$$r = \begin{cases} B_0 \Lambda & \text{si } B_0 \Lambda \leq r \\ min \begin{cases} \left(\frac{3 \pi r_1^2 U}{2 \Omega}\right)^{0.33} & \text{si } B_0 \Lambda > r \text{ (une scule fois)} \\ \left(\frac{3 r_1^2 \Lambda}{4}\right)^{0.33} \end{cases}$$
(II.3)

où  $B_0$  une constante prise égale à 0.61. Dans la première condition, la taille des gouttes formées est supposée proportionnelle à la longueur de l'onde la plus instable. La deuxième condition s'applique aux gouttes plus grandes que le rayon du jet et suppose que la perturbation a une fréquence  $\Lambda/2 \pi$  (une goutte est formée à chaque période). La taille de la goutte mère décroît pendant le temps de break-up  $t_{bu}$  comme suit :

$$\frac{dr_1}{dt} = -\frac{r_1 - r}{t_{bu}}, r \ll r_1$$
(II.4)

où  $r = B_0 \Lambda$  et  $t_{bu} = 3.726 B_1 \frac{r_1}{\Lambda \Omega}$ .  $B_1$  dépend de la géométrie et est prise égal à 10. Contrairement au modèle T.A.B., la diminution du rayon  $r_1$  est continue dans le temps (voir figure (II.5)) :



FIG. II.5 : Désintégration continue de la goutte mère pendant le temps de break-up par le modèle WAVE [60]

Le modèle "WAVE" considère donc la croissance des perturbations initiales de la surface liquide et inclut les effets des forces d'inertie, de tension de surface, de viscosité ainsi que les effets aérodynamiques sur les jets et nappes liquides. Jiang *et al.* [34] pensent que cette théorie offre une description complète pour le mécanisme de break-up des jets liquides à faible vitesse. Cependant, l'état initial du jet à la sortie de buse semble être plus important et moins compris et l'analyse linéaire de stabilité sur laquelle le modèle "WAVE" est basé ne semble pas suffisante.

## II.5.3 Cinématique des gouttes et interaction goutte/goutte

La cinématique des gouttes est une partie intégrale de la dynamique du spray. Dans la formulation Lagrangienne du modèle de gouttes séparées, la trajectoire d'une goutte ou plutôt d'une particule contenant un groupe de gouttes identiques peut être calculée par la deuxième loi de Newton en considérant que les forces exercées sur la particule sont celles de la gravité et de traînée (la force de flottabilité est négligée devant la force de gravité dans les conditions atmosphérique normales où la masse volumique de l'air est petite devant celle de l'eau). Les équations de mouvement pour chaque particule sont écrites comme suit :

$$\frac{d\vec{x}_p}{dt} = \vec{u}_p \tag{II.5}$$

$$\frac{d\vec{u}_p}{dt} = \frac{1}{\tau_p} \left( \vec{u}_a - \vec{u}_p \right) + \frac{\rho_p - \rho_a}{\rho_p} \vec{g}$$
(II.6)

où  $\vec{x}_p$  est la position de la particule,  $\vec{u}_p$  sa vitesse instantanée,  $\rho_p$  sa masse volumique,  $\vec{u}_a$  est la vitesse instantanée de l'air et  $\rho_a$  sa masse volumique.

Le temps de relaxation de la particule  $\tau_p$  correspondant au temps que la particule met pour adopter la vitesse locale de l'air est :

$$\tau_p = \frac{4}{3} \frac{d}{C_D \|\vec{u}_a - \vec{u}_p\|} \frac{\rho_p}{\rho_a}$$
(II.7)

où d est le diamètre de la particule et  $C_D$  est le coefficient de traînée.

Plusieurs expressions pour  $C_D$  peuvent être utilisées pour différents types d'écoulement en se basant sur le nombre de Reynolds  $Re = \frac{\rho_a \|\vec{u}_a - \vec{u}_p\| d}{\mu_a}$ , où  $\mu_a$  est la viscosité de l'air. Pour des gouttes sphériques, Amsden *et al.* [3] estiment que :

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{1}{6} Re^{2/3}\right) & Re \le 1000\\ 0.424 & Re > 1000 \end{cases}$$
(II.8)

Cependant, les gouttes peuvent subir des déformations élevées dans beaucoup d'applications où la vitesse d'injection est importante et le coefficient de traînée change pendant qu'une goutte s'écarte de la forme sphérique. Pour expliquer ceci, la déformation d'une goutte peut être calculée à partir du modèle T.A.B. (c.f. équation (II.1)). Le paramètre de déformation se trouve entre les limites d'une sphère (y = 0) et une goutte aplatie ou un disque (y = 1) qui ont un coefficient de traînée  $C_D = 1.54$ . Les auteurs [3] donnent alors une expression simple pour le coefficient de traînée pour récupérer ces limites pour les gouttes à grande vitesse :

$$C_D = C_{D,sphere}(1 + 2.632y)$$
 (II.9)

Pour Mostafa et Mongia [50], le coefficient de traînée pour des taux d'évaporation faibles peut être calculé comme suit :

$$C_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} (1 + 0.1315 \ Re^{0.82 - 0.05 \log_{10} Re}) & 0.01 < Re \le 20\\ \frac{24}{Re} (1 + 0.1935 \ Re^{0.6305}) & 20 < Re < 260 \end{cases}$$
(II.10)

Les interactions entre les gouttes doivent également être prises en compte dans les approches Lagrangiennes. Les collisions de gouttes se produisent dans presque toutes les applications de spray et elles sont particulièrement importantes dans la zone dense du spray et influencent fortement la taille moyenne des gouttes [34].

Dans le modèle d'O'Rourke et Bracco [55], deux régimes de coalescence et de séparation par étirement sont proposés. Le processus de collision de gouttes est modélisé en calculant la fréquence de collision  $\nu_{12}$  entre les gouttes dans la parcelle 1 (contenant des grandes gouttelettes) et la parcelle 2 en chaque cellule de calcul :

$$\nu_{12} = N_2 \pi (r_1 + r_2)^2 |V_1 - V_2| / Vol \qquad (II.11)$$

 $N_2$  est le nombre des gouttes dans la parcelle 2,  $V_1$  et  $V_2$  sont les vitesses des gouttes de la parcelle 1 et la parcelle 2 respectivement et Vol est le volume de la cellule.

Le nombre probable de collisions n, dans un intervalle de temps  $\Delta t$ , est égale à  $\nu_{12}\Delta t$ . La probabilité de non-collisions est  $p(n) = e^{-\nu_{12}\Delta t}$ .

On suppose qu'une collision a lieu si p(n) est inférieur à un nombre au hasard q dans l'intervalle (0,1). La coalescence de gouttes entrant en collision s'ensuit si le paramètre d'impact de collision b est inférieur à la valeur critique  $b_{crit}$ , où :

$$b^2 = q(r_1 + r_2)^2 \tag{II.12}$$

$$b_{crit}^2 = (r_1 + r_2)^2 min(1.0, 2.4 \frac{\gamma^3 - 2.4\gamma^2 + 2.7\gamma}{We_l})$$
(II.13)

où  $\gamma = r_1/r_2$ . Si *b* excède  $b_{crit}$ , la coalescence ne se produit pas et les gouttes maintiennent leurs tailles, mais changent leurs vitesses. Si la coalescence est prédite, les *n* gouttes sont enlevées de la parcelle 2 et la taille et la vitesse des gouttes dans la parcelle 1 sont modifiées de façon appropriée.

## II.6 Modélisation Eulérienne

## II.6.1 Modèle de Vallet et Borghi

Vallet *et al.* [84] utilise une approche Eulérienne pour modéliser l'atomisation d'un liquide. Cette approche a été appliquée à la modélisation de l'atomisation primaire d'un jet dans les moteurs diesel [8] [6] [51], dans l'irrigation [35] et dans la pulvérisation agricole [15]. L'atomisation d'un liquide s'effectue immédiatement à la sortie de buse, dans une zone très dense, et un traitement Eulérien à une seule vitesse est possible. Le fluide est décrit par une masse volumique variant entre celle du liquide et celle du gaz qui est caractérisée par une équation d'état qui la relie à la fraction massique du liquide. La taille des fragments liquides est pilotée par l'intermédiaire d'une équation d'interface liquide/gaz par unité de volume inspirée de l'équation de surface de flamme utilisée en combustion.

Ce modèle est décrit explicitement dans le chapitre suivant puisqu'on l'a choisi, dans cette thèse, pour modéliser l'atomisation d'une nappe liquide issue d'une buse agricole.

## II.6.2 Méthodes de suivi d'interfaces

### II.6.2.1 Méthode VOF

La méthode VOF "Volume Of Fluid" [28] [52] [70] utilise le concept de transport d'un champ scalaire dont le but est d'assurer le traitement des ruptures et connexions de l'interface.

On définit une fonction caractéristique continue C (correspondant à la fraction volumique), qui vaut 1 dans un fluide et 0 dans l'autre, pour déterminer la position de l'interface dans le temps. C est advectée par le champ de vitesse local et est solution d'une équation de transport équivalente à l'équation de la conservation de la masse :

$$\partial_t C + \vec{u} \nabla C = 0 \tag{II.14}$$

La masse volumique est donnée comme suit :

$$\rho = C \rho_1 + (1 - C) \rho_2 \tag{II.15}$$

La valeur de C est telle que 0 < C < 1. La figure (II.6) (haut) montre un exemple de C correspondant à une interface représentant une portion de cercle :

Dans la majorité des cas, l'équation (II.14) n'est pas discrétisée directement car C est discontinue et le traitement numérique de l'advection d'une discontinuité est un problème délicat, en plus des problèmes de la conservation de la masse. Pour contourner ces problèmes, on préfère reconstruire l'interface afin de construire des flux numériques grâce à des considérations géométriques locales assurant ainsi la conservation de la masse. Les algorithmes de reconstitution approchent l'interface de manière linéaire à l'intérieur de

		0	0.05	0.3		
		0.2	0.95	5 1		
		0.8	1	1		
			_		1	1
0	0.05	0.3		0	0.05	0.3
						1
0.2	0.95	1		0.2	0.95	1
0.8	1	1		0.8	1	1

**FIG. II.6 :** Modèle VOF; (en haut) Interface réelle et C associée; (en bas à gauche) reconstruction par SLIC et C associée; (en bas à droite) reconstruction par PLIC et C associée

chaque cellule. L'interface est représentée par un segment de droite et les algorithmes sont donc équivalents à trouver la normale.

Plusieurs méthodes de reconstruction peuvent être utilisées parmi lesquelles la méthode "SLIC" (Simple Line Interface Calculation) et la méthode "PLIC" (Piecewise Linear Interface Calculation). Pour la méthode "SLIC", l'interface est reconstruite dans chaque cellule par un segment de droite parallèle à l'une des directions du maillage (c.f. figure (II.6) en bas à gauche). Cette méthode s'avère insuffisante dans la pratique puisqu'il ne semble pas nécessaire que le segment de droite soit parallèle au maillage. La méthode "PLIC" ne semble pas avoir cette contrainte (c.f. figure (II.6) en bas à droite). Elle est utilisée dans les solveurs VOF modernes. Vassilev *et al.* [86] ont utilisé cette méthode pour étudier une bulle d'air immergée dans un écoulement liquide.

Enfin, une fois l'interface reconstruite, il est nécessaire de modéliser le transport de l'interface par un algorithme d'advection.

### II.6.2.2 Méthode Level-set

La méthode Level-set [56] a pour principe de définir une fonction distance signée  $\Phi(x,t)$  continue et suffisamment régulière à l'interface qui est advectée par l'écoulement :

$$\begin{cases} \Phi(x,t) < 0 & \text{dans le fluide 1,} \\ \Phi(x,t) > 0 & \text{dans le fluide 2,} \\ \Phi(x,t) = 0 & \text{sur l'interface.} \end{cases}$$
(II.16)

L'interface se déplace avec les particules fluides, l'évolution de  $\Phi$  est donnée par :

$$\partial_t \Phi + \vec{u} \nabla \Phi = 0 \tag{II.17}$$

La masse volumique est supposée constante dans les deux fluides et prend deux valeurs dépendant de  $\Phi$  :

$$\rho = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) H(\Phi)$$
 (II.18)

où  $H(\Phi)$  est la fonction de Heaviside donnée par :

1

$$H(\Phi) \begin{cases} 0 & \operatorname{si} \Phi < 0\\ 1/2 & \operatorname{si} \Phi = 0\\ 1 & \operatorname{si} \Phi > 0 \end{cases}$$
(II.19)

La méthode Level-set nécessite l'utilisation d'un algorithme dit de "redistanciation" afin de garder la propriété de la fonction  $\Phi$  d'un pas de temps à l'autre car cette propriété est perdue lorsqu'on advecte la Level-set, sauf cas particulier. En plus des erreurs de discrétisation de l'équation d'advection, l'algorithme engendre des pertes de masse par déplacement artificiel de l'interface et une diffusion numérique accrue, ce qui constitue un défaut majeur de la méthode.

Notons que Ménard *et al.* [48] ont couplé les deux méthodes (VOF/Level-set) pour décrire la zone dense du spray.

## II.6.3 Modèles à deux fluides

Ce modèle [32] [22] a été principalement utilisé pour la modélisation des écoulements "à bulles". L'approche consiste à résoudre les équations de bilans de masse et quantité de mouvement dans chaque phase et les pondérer par une fonction caractéristique de présence des phases. Cette fonction  $\chi_k(x, t)$ , qui indique la présence ou non de la phase k au point x à l'instant t, est définie comme suit :

$$\chi_k(x,t) \begin{cases} 1 & \text{si la phase k est présente en } (x,t) \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$
(II.20)

En faisant l'hypothèse que l'interface séparant les deux phases est d'épaisseur nulle de sorte que l'on passe instantanément en la traversant d'une phase à l'autre, la fonction  $\chi_k(x,t)$  vérifie les règles suivantes :

$$\nabla \chi_k = -n_{Ik} \,\delta_I \tag{II.21}$$

$$\frac{\partial \chi_k}{\partial t} = -u_I \,\nabla \chi_k \tag{II.22}$$

où  $u_I$  est la vitesse de déplacement de l'interface,  $n_{Ik}$  un vecteur unitaire normal à l'interface et orienté vers l'extérieur de la phase k et  $\delta_I$  une fonction de Dirac associée à l'interface.

La relation (II.21) indique que le gradient de  $\chi_k(x,t)$  n'est différent de 0 qu'au passage des interfaces, tandis que la relation (II.22) signifie que lorsqu'on se déplace à la vitesse de l'interface  $u_I$  on reste dans la même phase.

En multipliant les équations de bilan de masse et de quantité de mouvement par la fonction de présence  $\chi_k(x,t)$ , on obtient les équations de conservation pour chaque phase en tout point du domaine de l'écoulement. De nouveaux termes interfaciaux apparaissent et représentent les densités volumiques de transfert de masse et de quantité de mouvement à l'interface. Le passage à une description moyennée de l'écoulement est effectué en moyennant les équations de conservation locales et instantanées et en posant  $\overline{\chi_k(x,t)} = \alpha_k(t)$ , où  $\alpha_k(t)$  désigne le taux moyen de présence de la phase k.

Le nouveau système des équations moyennées de conservation de masse et de quantité de mouvement pour chaque phase contient donc plus d'inconnues que d'équations et nécessite la modélisation des termes supplémentaires pour le fermer. L'une des difficultés est de modéliser correctement les échanges entre constituants qui font intervenir de façon cruciale l'aire totale des interfaces présentes. L'une façon dont celle-ci évolue dans le temps. Ce modèle a été appliqué aux écoulement turbulents diphasiques à inclusions dispersées [78], aux écoulement avec ondes de choc [68] [69] et aux écoulements cavitants [2]. Ce modèle offre l'avantage de prendre des équations d'états adaptées à chaque phase et la prise en compte des termes d'échanges interfaciaux entres les deux phases. Néanmoins, le nombre d'équations mises en jeu demeure relativement important surtout pour la modélisation 3D des écoulements.

## II.7 Conclusion

Dans la modélisation Lagrangienne, la phase liquide est modélisée par un ensemble discret de particules (chaque particule représente un nombre donné de gouttes ayant des caractéristiques identiques) dont la position et les caractéristiques physiques sont calculées à chaque instant. Le liquide n'est donc pas considéré comme un jet continu en sortie de buse, mais est déjà sous forme de particules détachées les unes des autres, dont certaines caractéristiques sont imposées, et qui vont être encore fractionnées par interaction avec le gaz environnant. Le processus de l'atomisation primaire n'est donc pas modélisé mais certaines caractéristiques du spray (taille et vitesse des gouttes, angle de spray...) sont imposées *a priori*. Cette démarche exige une faible fraction volumique pour le liquide présent dans le mélange liquide/gaz à la sortie de buse. Or, lors de l'atomisation primaire, le liquide est composé de grandes parcelles non assimilables à des gouttes avec une forte fraction volumique. Cette méthode est amenée à donner de bons résultats dans une zone diluée et déjà séparée en petites gouttes (atomisation secondaire).

Le modèle "VOF" est largement utilisé pour l'étude de l'atomisation. Il permet de gérer les changements de topologie de l'interface et les ruptures. Les algorithmes de reconstruction utilisés peuvent s'avérer efficaces pour calculer la normale et assurer la conservation de la masse. Cependant, la position de l'interface n'est pas connue de manière précise et cela peut être pénalisant lorsqu'on couple la méthode à un solveur des équations de Navier-Stokes et qu'on cherche à discrétiser les conditions de saut. Le passage d'un calcul bidimensionnel à un tridimensionnel n'est pas immédiat puisque la géométrie de la reconstruction de l'interface n'est plus la même. Il reste que la méthode fait intervenir des algorithmes de reconstruction très complexes et coûteux en terme de temps de calculs. Le modèle à deux fluides permet de résoudre une équation d'état pour chaque fluide et une prise en compte des interactions entre les phases. De nombreux termes interfaciaux nécessitent une fermeture pour obtenir un système complet permettant de décrire l'évolution de l'écoulement. Un nombre considérable d'équations est à résoudre, ce qui constitue donc un obstacle majeur pour cette approche.

Le modèle Eulérien de Vallet et Borghi présente l'avantage d'un nombre restreint d'équations à résoudre puisque l'approche repose sur une modélisation analogue à celle classiquement utilisée pour décrire les écoulements monophasiques turbulents. C'est ce modèle qu'on a choisi d'utiliser, dans cette thèse, pour décrire l'évolution de l'écoulement turbulent à l'intérieur et à l'extérieur d'une buse à swirl. Les équations du modèle sont décrites précisément dans le chapitre suivant.

CemOA : archive ouverte d'Irstea / Cemagref

## Chapitre III

# Modélisation Eulérienne de l'atomisation : Calcul de la dispersion du liquide et de la taille des fragments liquides

## **III.1** Introduction

L'atomisation est la désintégration d'un volume liquide continu en fragments liquides discrets au voisinage de l'injecteur. Cette zone est appelée zone d'atomisation primaire. Elle se traduit par la cassure du jet et la formation de fragments de liquide dans l'écoulement. Ces fragments évoluent ensuite spatialement en se brisant de nouveau (atomisation secondaire) ou en se regroupant (coalescence). Ce phénomène d'atomisation se produit lors de l'interaction d'un jet liquide en mouvement et d'un gaz environnant.

Plusieurs approches existent pour modéliser un écoulement diphasique. A ce propos, Gorokhovski *et al.* [26] ont répertorié les différents modèles disponibles dans la littérature. Dans le cadre de ce travail, une approche Eulérienne avec une seule vitesse, une seule pression et une masse volumique variable pour le milieu diphasique est utilisée. Une analogie est faite entre la modélisation en régime turbulent correspondant à un fort nombre de Reynolds et la modélisation en régime d'atomisation correspondant à un grand nombre de Weber. En effet, dans un écoulement turbulent avec un grand nombre de Reynolds, la viscosité moléculaire n'intervient pas dans le calcul des grandes échelles. Dans un écoulement à fort nombre de Weber, la capillarité n'intervient pas dans le calcul de la dispersion. Par contre, aux petites échelles, au niveau des gouttelettes, les effets visqueux et capillaires doivent être pris en compte. Ainsi, la capillarité en atomisation joue le même rôle que la viscosité en turbulence, ce qui traduit une généralisation de l'hypothèse de Kolmogorov.

L'écoulement de deux phases est ici considéré comme un écoulement turbulent d'une seule phase composée de deux espèces, le liquide et le gaz, avec une masse volumique variable. Dans les zones purement liquides/gazeuses, la masse volumique est constante et égale à celle du liquide/gaz; alors qu'elle varie lorsque le mélange est diphasique, en fonction de sa composition. La description de cet écoulement est assurée par différentes variables représentatives du mélange liquide/gaz : la masse volumique  $\rho$ , la pression p, les trois composantes de la vitesse  $u_i$  (i = 1, 2, 3) et la fraction massique de liquide Y. Rappelons que l'écoulement moyen considéré est stationnaire ( $\partial (\tilde{)}/\partial t = 0$ ) et que les effets thermique et gravitationnel sont négligés.

## III.2 Equations instantanées

Ce sont les équations classiques de la mécanique des fluides qui traduisent la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'espèce liquide :

Conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{III.1}$$

où les  $x_i$  représentent les trois composantes de l'espace.

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho \, u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \, u_i \, u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{III.2}$$

où  $\tau_{ij}$  est le tenseur des contraintes visque uses qui s'écrit, pour un fluide Newtonien, comme suit :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right)$$
(III.3)

où  $\mu$  représente la viscosité dynamique du fluide et  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker défini par :

$$\delta_{ij} = \delta_i^j = \delta^{ij} \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Conservation de la fraction massique de liquide :

$$\frac{\partial \rho Y}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i Y}{\partial x_i} = 0 \tag{III.4}$$

Dans ces équations instantanées,  $\rho$  et Y peuvent être discontinues : Y prend la valeur 1 et  $\rho$  égale  $\rho_l$  dans la phase liquide, alors que dans la phase gazeuse Y égale 0 et  $\rho$  égale  $\rho_g$ , où  $\rho_l$  et  $\rho_g$  sont la masse volumique du liquide et celle du gaz respectivement. On doit donc considérer ces équations au sens des distributions.

## III.3 Equations moyennées

La résolution des équations instantanées ne peut se faire, généralement, de façon analytique. Ceci rend obligatoire l'utilisation de méthodes numériques d'intégration, telle que la méthode des volumes finis, pour les résoudre. Une résolution directe nécessite des maillages trop importants, ce qui est encore plus vrai lorsque l'écoulement est turbulent puisque toutes les variables fluctuent de façon aléatoire dans l'espace et dans le temps. Même quand la résolution directe est envisageable d'un point de vue de calcul, les conditions aux limites ne sont généralement pas suffisamment bien connues.

Devant cette complexité du phénomène, une alternative est d'utiliser des méthodes statistiques. La décomposition d'une grandeur caractéristique instantanée de l'écoulement en une partie moyenne et une partie fluctuante permet de développer un traitement statistique des équations utilisées.

## III.3.1 Opérateurs de moyenne

Différentes moyennes sont utilisées ; on distingue généralement deux types de moyennes : - Moyenne de Reynolds (ou moyenne d'ensemble) notée - : elle est définie comme la moyenne statistique de la moyenne arithmétique prise à travers un certain nombre d'expériences réalisées dans les mêmes conditions générales de l'écoulement. Si on considère N réalisations pour une quantité quelconque de l'écoulement f, on a :

$$\overline{f} = \lim_{N \to +\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i$$

où  $f_i$  (i = 1, N) sont les valeurs prises par f dans chaque réalisation i.

A partir de cet opérateur de moyenne, on définit la décomposition de Reynolds de f en deux parties distinctes :

$$f = \overline{f} + f'$$

où  $\overline{f}$  et f' désignent respectivement la valeur moyenne de Reynolds et la partie fluctuante. De par la définition de l'opérateur de moyenne on a :  $\overline{f'} = 0$ . Cette moyenne vérifie les propriétés suivantes :

$$\overline{f+g} = \overline{f} + \overline{g}$$

 $\overline{\beta f} = \beta \overline{f}$  si  $\beta$  est une constante

$$\overline{\overline{f}} = \overline{f}$$
$$\overline{\overline{f} g} = \overline{f} \overline{g}$$
$$\overline{\overline{\partial} f} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial x_i}$$
$$\overline{\frac{\partial f}{\partial t}} = \frac{\partial \overline{f}}{\partial t}$$

Comme dans le cas étudié la masse volumique peut fluctuer, cette moyenne est difficile à utiliser, puisque l'on souhaite que les équations moyennées gardent la même forme. En effet, pour un terme comme  $\rho u$  on aura :

$$\overline{\rho \, u} = \overline{\rho} \, \overline{u} + \overline{\rho' \, u'}$$

On fait donc apparaître des termes supplémentaires provenant des contributions des variations de masse volumique. Il est plus raisonnable d'utiliser une moyenne pondérée par la masse qui est plus adaptée aux écoulements à masse volumique variable.

- Moyenne de Favre (où moyenne pondérée par la masse volumique) notée  $\sim$  : elle est utilisée pour les écoulement à masse volumique variable et permet une simplification des équations de bilan. La décomposition de Favre est définie, pour toute variable g, comme suit :

$$g = \widetilde{g} + g''$$

où g'' est la composante fluctuante et  $\tilde{g}$  est la composante moyenne définie par :

$$\widetilde{g} = \frac{\overline{\rho \ g}}{\overline{\rho}}$$

Comme la moyenne de Reynolds, l'opérateur de Favre est linéaire, il est aussi idempotent dans le sens que :

$$\widetilde{f} \, \widetilde{g} = \widetilde{f} \, \widetilde{g} \quad \text{et} \ \overline{f} \, \widetilde{\widetilde{g}} = \overline{\overline{f}} \, \widetilde{g} = \overline{\overline{f}} \, \widetilde{g}$$

Par ailleurs, on remarque que :

$$\widetilde{\widetilde{g}} = \widetilde{g}$$
 et  $\widetilde{g''} = 0$   
 $\overline{\rho \, g} = \overline{\rho} \, \widetilde{g}$  et  $\overline{\rho \, g''} = 0$ 

Dans la suite, on applique la décomposition de Reynolds à la pression et la masse volumique et celle de Favre aux autres variables.

En décomposant chaque grandeur instantanée en un terme moyen et un terme fluctuant dans les équations (III.1), (III.2) et (III.4) et en moyennant les nouvelles équations obtenues, on obtient les équations développées dans les paragraphes suivants.

## III.3.2 Equation moyennée de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \,\overline{\rho} \,\widetilde{u_j}}{\partial \,x_j} = 0 \tag{III.5}$$

On remarque que la moyenne de Favre permet de garder la même forme à l'équation moyenne que l'équation obtenue (en moyenne de Reynolds) pour les écoulement à masse volumique non variable.

## III.3.3 Equation moyennée de la conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \,\overline{\rho}\,\widetilde{u}_i\,\widetilde{u}_j}{\partial \,x_j} = -\frac{\partial \,\overline{p}}{\partial \,x_i} + \frac{\partial \,\overline{\tau_{ij}}}{\partial \,x_j} - \frac{\partial \,\overline{\rho}\,\widetilde{u''_i\,u''_j}}{\partial \,x_j} \tag{III.6}$$

La procédure de la moyenne fait apparaître de nouvelles inconnues  $\overline{\rho} u_i'' u_j''$ , nommées les contraintes de Reynolds. Elles proviennent de la non-linéarité des équations de Navier-Stokes et traduisent l'interaction entre mouvements moyen et fluctuant. Il en résulte alors un problème ouvert pour lequel il faut introduire des hypothèses de fermeture qui traduisent le comportement du milieu turbulent et qui permettent alors de fermer le système.

## III.3.4 Equation moyennée de la conservation de la fraction massique liquide moyenne $\widetilde{Y}$

$$\frac{\partial \,\overline{\rho}\,\widetilde{u_i}\,\widetilde{Y}}{\partial \,x_i} = -\frac{\partial \,\overline{\rho}\,\widetilde{u_i''Y''}}{\partial \,x_i} \tag{III.7}$$

Cette équation est régie par des termes de convection et de diffusion. Cependant, il est possible d'ajouter des termes sources/puits pour représenter d'autres phénomènes physiques. Le terme supplémentaire  $\overline{\rho}u_i''Y''$  représente la corrélation entre les fluctuations de vitesse et de fraction massique. Ce flux turbulent de  $\tilde{Y}$  doit être modélisé pour fermer le système d'équations.

On peut relier la fraction volumique  $\overline{\tau}$  à la fraction massique  $\widetilde{Y}$  par la relation suivante :

$$\overline{\tau} = \frac{\overline{\rho}\,\widetilde{Y}}{\rho_l} \tag{III.8}$$

## III.3.5 Equation d'état

Puisque le liquide et le gaz sont à masses volumiques constantes, l'équation d'état moyenne du milieu moyen à deux phases est simplement :

$$\overline{\rho} = \frac{\rho_g}{1 - \widetilde{Y} \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_l}\right)} \tag{III.9}$$

Elle relie la masse volumique moyenne du mélange  $\overline{\rho}$  à celles du gaz  $\rho_g$  et du liquide  $\rho_l$ ainsi qu'à la fraction massique moyenne de la phase liquide  $\widetilde{Y}$ .

Habchi, Dumont et Simonin [27] [24] ont défini une équation d'état pour la masse volumique basée sur la vitesse acoustique de l'écoulement diphasique.

## III.4 Modélisation du tenseur de Reynolds $\overline{\rho} u_i'' u_i''$

On distingue généralement deux grandes classes de modèles : les modèles du premier ordre basés sur l'hypothèse de Boussinesq qui consiste à modéliser directement les tensions de Reynolds à l'aide d'une viscosité turbulente, et les modèles du second ordre où les tensions de Reynolds sont calculées directement et la modélisation porte sur les moments d'ordre supérieur.

Entre ces deux grandes classes de modèle se trouvent les modèles algébriques qui expriment chaque corrélation algébriquement. Parmi eux, figure le modèle ASM (*Algebraic Stress Model*) développé par Rodi [64].

Dans ce chapitre, nous détaillons le modèle aux tensions de Reynolds (second ordre), connu sous l'appellation RSM (Reynolds Stress Model) et le modèle au premier ordre le plus utilisé dans la littérature  $(\tilde{k}, \tilde{\epsilon})$ , qui seront utilisés dans notre cas d'étude pour la détermination des contraintes de Reynolds  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i u''_j}$ .

## III.4.1 Equation de transport de $\overline{\rho} \, \widetilde{u''_i u''_j}$

Le produit de l'équation de quantité de mouvement instantanée (III.2) selon  $x_i$  par la fluctuation  $u''_j$  conduit à une équation. La permutation des indices i et j mène à une autre équation. En prenant la moyenne de la somme de ces deux équations et en utilisant l'équation de la conservation de la masse moyennée (III.5), on obtient :

$$\frac{\partial \overline{\rho} \, \widetilde{u}_{k} \, u_{i}^{\prime\prime} \, u_{j}^{\prime\prime}}{\partial \, x_{k}} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial \, x_{k}} \left[ \overline{\rho} \, u_{i}^{\prime\prime} \, u_{j}^{\prime\prime} \, u_{k}^{\prime\prime} + \overline{p^{\prime} \left( \delta_{kj} \, u_{i}^{\prime\prime} + \delta_{ik} \, u_{j}^{\prime\prime} \right)} - \overline{\mu} \, \overline{S_{ik} \, u_{j}^{\prime\prime}} - \overline{\mu} \, \overline{S_{jk} \, u_{i}^{\prime\prime}} \right]}_{(\overline{\rho} \, D_{ij})} \\
-\overline{\rho} \, \widetilde{u_{i}^{\prime\prime} \, u_{k}^{\prime\prime}} \, \frac{\partial \, \widetilde{u}_{j}}{\partial \, x_{k}} - \overline{\rho} \, \widetilde{u_{j}^{\prime\prime} \, u_{k}^{\prime\prime}} \, \frac{\partial \, \widetilde{u}_{i}}{\partial \, x_{k}} - \overline{u_{i}^{\prime\prime}} \, \frac{\partial \, \overline{p}}{\partial \, x_{j}} - \overline{u_{j}^{\prime\prime}} \, \frac{\partial \, \overline{p}}{\partial \, x_{i}} \\
+ \overline{p^{\prime} \left( \frac{\partial \, u_{i}^{\prime\prime}}{\partial \, x_{j}} + \frac{\partial \, u_{j}^{\prime\prime}}{\partial \, x_{i}} \right)}_{(\Phi_{ij})} - \overline{\mu} \, S_{ik} \, \frac{\partial \, u_{j}^{\prime\prime}}{\partial \, x_{k}} - \overline{\mu} \, S_{jk} \, \frac{\partial \, u_{i}^{\prime\prime}}{\partial \, x_{k}}} \quad (\text{III.10})$$

où

$$S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \,\delta_{ij}$$

## Terme de diffusion $\overline{\rho} D_{ij}$ :

Ce terme peut être calculé par le modèle de gradient-diffusion généralisé de Daly et Harlow [14] :

$$\overline{\rho} D_{ij} = C'_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\overline{\rho} \, \widetilde{k}}{\widetilde{\epsilon}} \, \widetilde{u''_k \, u''_l} \, \frac{\partial \, \widetilde{u''_i \, u''_j}}{\partial \, x_l} \right) \tag{III.11}$$

où  $C_s^\prime$  est une constante.

Cependant, des instabilités numériques peuvent avoir lieu avec ce type de modélisation, ainsi elle a été simplifiée pour utiliser une loi classique comme suit [44] :

$$\overline{\rho} D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \widetilde{u''_i u''_j}}{\partial x_k} \right), \qquad (\text{III.12})$$

où  $\sigma_k = 0.82$  et la viscosité turbulente  $\mu_t$  sera détaillée ultérieurement (c.f. relation (III.25)).

## Terme de production $\overline{\rho} P_{ij}$ :

Ce terme est un terme de production résultant du travail des tensions de Reynolds soumises au gradient de vitesse de l'écoulement moyen :

$$\overline{\rho} P_{ij} = -\overline{\rho} \widetilde{u_i'' u_k''} \frac{\partial \widetilde{u_j}}{\partial x_k} - \overline{\rho} \widetilde{u_j'' u_k''} \frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_k}$$
(III.13)

#### Terme de corrélation fluctuation de vites se-gradient de pression $G_{ij}$ :

Ce terme est exact et proportionnel à la moyenne de fluctuations de vitesses. Il est nul pour les écoulements à masse volumique constante. En effet, pour les écoulement à masse volumique variable (comme dans notre cas),  $\overline{u''} \neq 0$ , et par conséquent il peut être considéré comme un terme qui représente les effets de fluctuations de la masse volumique. L'expression du terme  $\overline{u''_i}$  est calculée de façon exacte comme suit :

$$\overline{u_i''} = \overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, Y''} \left( \frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_g} \right) \tag{III.14}$$

Ce qui donne :

$$G_{ij} = \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_g}\right) \left(-\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' Y''} \, \frac{\partial \,\overline{p}}{\partial \, x_j} - \overline{\rho} \, \widetilde{u_j'' Y''} \, \frac{\partial \,\overline{p}}{\partial \, x_i}\right) \tag{III.15}$$

### Terme de redistribution $\Phi_{ij}$ :

Le caractère essentiel de la corrélation pression-déformation est son effet de redistribution de l'énergie sur les composantes normales du tenseur de Reynolds sans modifier leur somme [71]. Ce terme est modélisé en utilisant la décomposition suivante :

$$\Phi_{ij} = \overline{p'\left(\frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i}\right)} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ij,w}, \qquad (\text{III.16})$$

le terme  $\Phi_{ij,2}$  caractérise l'interaction de la turbulence avec le mouvement moyen et fait intervenir le tenseur de Reynolds et le gradient de la vitesse moyenne et est linéaire par rapport à ce gradient. Par opposition,  $\Phi_{ij,1}$  est appelé terme non linéaire et caractérise l'interaction de la turbulence avec elle-même.  $\Phi_{ij,w}$  est un terme de parois.

### - Terme non linéaire $\Phi_{ij,1}$

 $\Phi_{ij,1}$  est seul non nul dans un écoulement anisotrope et sans gradient de vitesse. Or, l'écoulement tend vers l'isotropie.  $\Phi_{ij,1}$  favorise le retour à l'isotropie. L'hypothèse de Rotta [66] traduit cet effet :

$$\Phi_{ij,1} = -C_1 \,\overline{\rho} \,\frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{k}} \left( \widetilde{u''_i \, u''_j} - \frac{2}{3} \,\widetilde{k} \,\delta_{ij} \right) \tag{III.17}$$

où  $C_1$  est une constante qui détermine la rapidité du retour à l'isotropie et est prise égale à 1.8 et  $\tilde{k}/\tilde{\epsilon}$  est le temps caractéristique de la turbulence.

## - Terme linéaire $\Phi_{ij,2}$

Soit un écoulement homogène isotrope soumis brutalement à un gradient de vitesse moyenne. Seul  $\Phi_{ij,2}$  joue un rôle.  $\Phi_{ij,2}$  est donc la composante dite rapide du terme de redistribution. Gibson et Launder [25] introduisent une formulation simplifiée en posant :

$$\Phi_{ij,2} = \phi_{ij,2} + \phi_{ji,2} = -C_2 \,\overline{\rho} \,\left(P_{ij} - \frac{2}{3} \,P_k \,\delta_{ij}\right) \tag{III.18}$$

où  $C_2 = 0.6$  et  $\overline{\rho}P_k$  est un terme de production de l'énergie cinétique turbulente donné par :

$$\overline{\rho}P_k = \frac{1}{2}\,\overline{\rho}P_{ii} = -\overline{\rho}\,\widetilde{u_i''\,u_k''}\left(\frac{\partial\,\widetilde{u_i}}{\partial\,x_k}\right) \tag{III.19}$$

Vallet [83] remarque que cette expression conduit à une forte anisotropie des contraintes de Reynolds contrairement au résultats de la DNS. Vallet et *al* [83], [84] modifient ce terme en prenant en compte la redistribution des composantes du tenseur de Reynolds par les effets de variation de masse volumique. Ils proposent la relation suivante :

$$\Phi_{ij,2} = -C_2 \,\overline{\rho} \,\left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \,\delta_{ij}\right) + C_3 \left(-G_{ij} - \frac{2}{3} G_k \,\delta_{ij}\right)$$
$$= -C_2 \,\overline{\rho} \,\left(P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \,\delta_{ij}\right) + C_3 \left(\overline{u_i''} \,\frac{\partial \,\overline{p}}{\partial \,x_j} + \overline{u_j''} \,\frac{\partial \,\overline{p}}{\partial \,x_i} - \frac{2}{3} \,\overline{u_k''} \,\frac{\partial \,\overline{p}}{\partial \,x_k} \,\delta_{ij}\right) \quad (\text{III.20})$$

où  $C_3$  est une constante de modélisation égale à 0.75.

## - Terme de parois $\Phi_{ij,w}$

Le terme de parois  $\Phi_{ij,w}$  est responsable de la redistribution des contraintes normales de Reynolds près des parois et n'intervient qu'en présence de ces dernières. La modélisation de ce terme de réflexion est donnée par Gibson et Launder [25] :

$$\Phi_{ij,w} = C_1' \,\overline{\rho} \, \frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{k}} \left( \widetilde{u_k'' u_m''} \, n_k \, n_m \, \delta_{ij} - \frac{3}{2} \, \widetilde{u_i'' u_k''} \, n_j \, n_k - \frac{3}{2} \, \widetilde{u_j'' u_k''} \, n_i \, n_k \right) \frac{\widetilde{k}^{3/2}}{C_l \,\widetilde{\epsilon} \, d} \\ + C_2' \left( \Phi_{km,2} \, n_k \, n_m \, \delta_{ij} - \frac{3}{2} \, \Phi_{ik,2} \, n_j \, n_k - \frac{3}{2} \, \Phi_{jk,2} \, n_i \, n_k \right) \frac{\widetilde{k}^{3/2}}{C_l \,\widetilde{\epsilon} \, d} \quad (\text{III.21})$$

où  $C'_1 = 0.5, C'_2 = 0.3$ ,  $n_k$  est la composante selon  $x_k$  de la normale unitaire à la paroi, d est la distance normale à la paroi et  $C_l = C^{3/4}_{\mu} / \kappa$  (avec  $\kappa$  la constante de Von Karman

### vaut 0.4187).

Le terme de redistribution s'écrit finalement :

$$\Phi_{ij} = \overline{p'\left(\frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i}\right)} = -C_1 \,\overline{\rho} \,\frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{k}} \left(\widetilde{u_i'' u_j''} - \frac{2}{3} \,\widetilde{k} \,\delta_{ij}\right) - C_2 \,\overline{\rho} \,\left(P_{ij} - \frac{2}{3} \,P_k \,\delta_{ij}\right) \\ + C_3 \left(\overline{u_i''} \,\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \overline{u_j''} \,\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \,\overline{u_k''} \,\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_k} \,\delta_{ij}\right) \\ + C_1' \,\overline{\rho} \,\frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{k}} \left(\widetilde{u_k'' u_m''} \,n_k \,n_m \,\delta_{ij} - \frac{3}{2} \,\widetilde{u_i'' u_k''} \,n_j \,n_k - \frac{3}{2} \,\widetilde{u_j'' u_k''} \,n_i \,n_k\right) \frac{\widetilde{k}^{3/2}}{C_l \,\widetilde{\epsilon} \,d} \\ + C_2' \left(\Phi_{km,2} \,n_k \,n_m \,\delta_{ij} - \frac{3}{2} \,\Phi_{ik,2} \,n_j \,n_k - \frac{3}{2} \,\Phi_{jk,2} \,n_i \,n_k\right) \frac{\widetilde{k}^{3/2}}{C_l \,\widetilde{\epsilon} \,d}$$
(III.22)

### Terme de dissipation $\overline{\rho} \, \widetilde{\epsilon}_{ij}$ :

La dissipation se produit au niveau des petits tourbillons où la turbulence tend vers l'isotropie. Le processus de la dissipation peut être donc supposé isotrope, ce qui se traduit par l'hypothèse suivante :

$$\overline{\rho}\,\widetilde{\epsilon}_{ij} = \overline{\mu}\,\overline{S_{ik}}\,\frac{\partial\,u_j''}{\partial\,x_k} + \overline{\mu}\,\overline{S_{jk}}\,\frac{\partial\,u_i''}{\partial\,x_k} = \frac{2}{3}\,\overline{\rho}\,\widetilde{\epsilon}\,\delta_{ij} \tag{III.23}$$

où  $\tilde{\epsilon}$  est le taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente et son équation de transport modélisée sera donnée ultérieurement par l'équation (III.29).

## III.4.2 Modèle $\left(\widetilde{k},\widetilde{\epsilon}\right)$ :

Le modèle  $(\tilde{k}, \tilde{\epsilon})$  est le plus connu des modèles du premier ordre à deux équations. Il est basé sur le concept de la viscosité turbulente proposée par Boussinesq (1877) et définie par :

$$-\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' u_j''} = \mu_t \, \left( \frac{\partial \, \widetilde{u_i}}{\partial \, x_j} + \frac{\partial \, \widetilde{u_j}}{\partial \, x_i} - \frac{2}{3} \, \frac{\partial \, \widetilde{u_l}}{\partial \, x_l} \, \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \, \overline{\rho} \, \widetilde{k} \, \delta_{ij} \tag{III.24}$$

Toute la difficulté réside dans l'expression de la viscosité turbulente  $\mu_t$ . Contrairement à la viscosité moléculaire, la viscosité turbulente n'est pas une propriété du fluide mais est caractéristique du mouvement turbulent lui-même. Dans le cadre du modèle  $\tilde{k}$ - $\tilde{\epsilon}$ ,  $\mu_t$ est donnée par la relation suivante :

$$\mu_t = C_\mu \, \frac{\overline{\rho} \, \tilde{k}^2}{\tilde{\epsilon}} \tag{III.25}$$

où  $C_{\mu}$  désigne une constante,  $C_{\mu} = 0, 09$ . L'énergie cinétique turbulente  $\tilde{k}$  est modélisée par une équation de transport qui est déduite de l'équation de transport de  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i u''_j}$  (III.10) en posant  $\rho \tilde{k} = \rho \widetilde{u''_i u''_j}/2$ :

$$\frac{\partial \,\overline{\rho} \,\widetilde{k} \,\widetilde{u}_i}{\partial \,x_i} = \overline{\rho} \,D_k + \overline{\rho} \,P_k + G_k - \overline{\rho} \,\widetilde{\epsilon} \tag{III.26}$$

 $\overline{\rho} \, D_k$  est un terme de diffusion modélisé comme suit :

$$\overline{\rho} D_k = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial \widetilde{k}}{\partial x_i} \right]$$
(III.27)

où  $Pr_k$  est un nombre de Prandtl turbulent pris égal à 1.0.

 $\overline{\rho} P_k$  est un terme de production de  $\widetilde{k}$  par le mouvement moyen et son expression est donnée par l'équation (III.19).

 $G_k$  est un terme de production dû à l'interaction du champ de pression avec les fluctuations de vitesse :

$$G_k = -\overline{u_i''} \,\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \tag{III.28}$$

L'expression de  $\overline{u_i''}$  est donnée par l'équation (III.14), qui permet de relier cette grandeur aux fluctuations de masse volumique.

L'équation de transport du taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente  $\tilde{\epsilon}$  est formellement similaire à celle de  $\tilde{k}$ :

$$\frac{\partial \,\overline{\rho} \,\widetilde{\epsilon} \,\widetilde{u}_i}{\partial \,x_i} = \frac{\partial}{\partial \,x_i} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{Pr_\epsilon} \right) \frac{\partial \,\widetilde{\epsilon}}{\partial \,x_i} \right] + C_{\epsilon 1} \,\frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{k}} \,\left( \overline{\rho} \,P_k + G_k \right) - C_{\epsilon 2} \,\overline{\rho} \,\frac{\widetilde{\epsilon}^2}{\widetilde{k}} \tag{III.29}$$

où  $Pr_{\epsilon}$  est un nombre de Prandtl turbulent et est égal à 1.3,  $C_{\epsilon 1} = 1.44$  et  $C_{\epsilon 2} = 1.92$ .

## III.5 Fermeture du flux turbulent de la fraction massique liquide moyenne $\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, Y''}$

Plusieurs modélisations pour ce terme sont disponibles dans la littérature. La plus simple est l'hypothèse de type gradient qui consiste à modéliser  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i Y''}$  en fonction du

gradient de  $\tilde{Y}$ . Une fermeture d'ordre deux est possible en considérant une équation de transport pour le flux de diffusion liquide mais s'avère plus compliquée et conduit à quelques problèmes d'ordre numérique. Entre ces deux types de modélisations, il existe d'autres fermetures plus ou moins complexes.

## III.5.1 Modélisation de type premier gradient

Le flux de diffusion turbulent de  $\widetilde{Y}$  est couramment modélisé par une hypothèse de type premier gradient [45] [41] [35] :

$$\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' Y''} = -\frac{\mu_t}{Sc_t} \, \frac{\partial \, \widetilde{Y}}{\partial \, x_i} \tag{III.30}$$

où  $Sc_t = 0.7$  est le nombre de Schmidt turbulent et la viscosité turbulent  $\mu_t$  est donnée par l'expression (III.25).

La diffusion de  $\tilde{Y}$  n'est fonction que de son gradient. En plus, pour des écoulements avec une turbulence anisotrope, cette modélisation est mal adaptée puisque la turbulence est représentée par une viscosité turbulente  $\mu_t$ .

## III.5.2 Modélisation de type premier gradient anisotrope

En suivant la même logique que précédemment et en prenant en compte l'anisotropie de la turbulence on arrive à l'expression suivante :

$$\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' Y''} = -C_Y \, \overline{\rho} \, \frac{\widetilde{k}}{\widetilde{\epsilon}} \, \widetilde{u_i'' u_j''} \, \frac{\partial \, \widetilde{Y}}{\partial \, x_j} \tag{III.31}$$

où  $C_Y$  est une constante de modélisation et est égale 0.9.

Cependant, dans ces deux premiers types de modélisation, les effets de variation de la masse volumique ne sont pas pris en compte de façon explicite.

## III.5.3 Equation de transport pour le flux turbulent $\overline{\rho} \, u''_i Y''_i$

Cette équation est obtenue à partir des équations de conservation de la fraction massique liquide et de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \,\overline{\rho} \,\widetilde{u_i'' \,Y''} \,\widetilde{u_j}}{\partial \,x_j} = -\frac{\partial}{\partial \,x_j} \left( \overline{\rho} \,\widetilde{u_i'' \,u_j'' \,Y''} + \overline{p' \,Y''} \,\delta_{ij} \right) - \overline{\rho} \,\widetilde{u_i'' \,u_j''} \,\frac{\partial \,\widetilde{Y}}{\partial \,x_j} - \overline{\rho} \,\widetilde{u_j'' \,Y''} \,\frac{\partial \,\widetilde{u_i}}{\partial \,x_j} - \overline{Y''} \,\frac{\partial \,\overline{p}}{\partial \,x_i} + \overline{p' \,\frac{\partial \,Y''}{\partial \,x_i}} \right)$$
(III.32)

Les démarches pour trouver cette équation de transport du flux turbulent de diffusion liquide sont dans les références [83] [35] [45].

L'expression de  $\overline{Y''}$  est similaire à celle de  $\overline{u''_i}$ , soit :

$$\overline{Y''} = \overline{\rho} \, \widetilde{Y} \left( 1 - \widetilde{Y} \right) \left( \frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_g} \right) \tag{III.33}$$

En se référant à Bailly et al [4], on peut poser :

$$\left(\overline{\rho}\,\widetilde{u_{i}''\,u_{j}''\,Y''} + \overline{p'\,Y''}\,\delta_{ij}\right) = -C_{Y1}\,\overline{\rho}\,\frac{\widetilde{k}}{\widetilde{\epsilon}}\,\widetilde{u_{j}''u_{k}''}\,\frac{\partial\,\widetilde{u_{i}''}\overline{Y''}}{\partial\,x_{k}}\tag{III.34}$$

où  $C_{Y1} = 0.18$ .

D'une façon similaire à la modélisation du terme  $\Phi_{ij}$  (cf. équation (III.22)), Bailly *et al* [4] estiment que :

$$\overline{p'\frac{\partial Y''}{\partial x_i}} = -C_{Y2}\frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{k}}\,\overline{\rho}\,\widetilde{u_i''Y''} + C_{Y3}\,\overline{\rho}\,\widetilde{u_j''Y''}\,\frac{\partial\,\widetilde{u_i}}{\partial\,x_j} + C_{Y4}\,\overline{Y''}\,\frac{\partial\,\overline{p}}{\partial\,x_i} \tag{III.35}$$

où  $C_{Y2} = 3$ ,  $C_{Y3} = 0, 5$  et  $C_{Y4} = 0, 5$ .

En posant :

$$G_{Yi} = \overline{Y''} \,\frac{\partial \,\overline{p}}{\partial \,x_i},\tag{III.36}$$

l'équation de transport de  $\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, Y''}$  s'écrit finalement comme suit :

$$\frac{\partial \,\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, Y''} \, \widetilde{u_j}}{\partial \, x_j} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial \, x_j} \left( C_{Y1} \,\overline{\rho} \, \widetilde{\widetilde{k}} \, \widetilde{u_j'' u_k''} \, \frac{\partial \, \widetilde{u_i'' Y''}}{\partial \, x_k} \right)}_{(Terme \, de \, diffusion)}}_{(Terme \, de \, diffusion)} \underbrace{-\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' \, u_j''} \, \frac{\partial \, \widetilde{Y}}{\partial \, x_j} - (1 - C_{Y3}) \, \overline{\rho} \, \widetilde{u_j'' \, Y''} \, \frac{\partial \, \widetilde{u_i}}{\partial \, x_j} - (1 - C_{Y4}) \, G_{Yi}}_{(Terme \, de \, destruction)} \underbrace{-C_{Y2} \, \widetilde{\widetilde{k}} \, \overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' Y''}}_{(Terme \, de \, destruction)}$$

(Terme de production par gradient moyen de fraction massique, de vitesse et de pression) (Terme de destruction)

(III.37)

On peut remarquer que l'équation (III.31) peut être retrouvée, en supposant que la production par gradient moyen de la fraction massique et la destruction sont dominantes (et se compensent).

## III.5.4 Modélisation de type premier gradient en prenant en compte la variation de la masse volumique

Demoulin et *al* [20] constatent que, en dépit des difficultés numériques pour que le calcul converge, l'utilisation d'une modélisation au second ordre pour le flux turbulent

de diffusion de liquide ne s'avère pas capable de donner de bons résultats. Au lieu d'une fermeture de second ordre, on peut avoir une expression simple de  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i Y''}$  en tenant compte de la variation de la masse volumique. Pour cela, Demoulin et *al* [20] s'inspirent des travaux de Silvani *et al.* [77] où ils montrent que, dans une couche de mélange de rapport de masse volumique de 40, le nombre de Schmidt turbulent  $Sc_t$  dépend de ce rapport de masse volumique, et suggèrent une relation de type :

$$\frac{1}{Sc_t} \propto 1 + \left(\frac{\overline{\rho}}{\rho_g} - \frac{\overline{\rho}}{\rho_l}\right) \tag{III.38}$$

Launder [40] et Lumley [46] supposent que, dans les écoulements stratifiés à masse volumique variable, la gravité peut agir comme une force stabilisatrice ou destabilisatrice. Pour cela, ils rajoutent dans  $\overline{p'} \frac{\partial Y''}{\partial x_i}$  (cf. équation (III.35)) un terme qui prend en compte la stratification due à la gravité. Demoulin et *al* [20] supposent que , pour un grand nombre de Froude Fr, la gravité ne joue pas un grand rôle et l'écoulement est accéléré par le mouvement turbulent. Ils proposent, dans le terme  $\overline{p'} \frac{\partial Y''}{\partial x_i}$ , la modification suivante :

$$\overline{p' \frac{\partial Y''}{\partial x_i}} = \dots + C_{yr} \,\overline{\rho} \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_g}\right) \overline{\rho} \,\widetilde{k} \,\frac{\partial \widetilde{Y}}{\partial x_i} \tag{III.39}$$

où  $C_{yr}$  est une constante de modélisation. En supposant que dans l'équation de transport du flux turbulent de  $\tilde{Y}$  (III.37) le terme de destruction et les termes de production par gradient moyen de la fraction massique (le terme classique et le nouveau terme de l'équation (III.39)) sont dominants et se compensent, le flux de diffusion de la fraction massique liquide  $\tilde{Y}$  s'écrit sous la forme suivante :

$$-\overline{\rho}\,\widetilde{u_i''Y''} = \left[\underbrace{\frac{\mu_t}{Sc_t}}_{(i)} + \underbrace{\frac{C_p\,\widetilde{k}^2}{\widetilde{\epsilon}}\,\overline{\rho}^2\left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_l}\right)}_{(ii)}\right] \frac{\partial\,\widetilde{Y}}{\partial\,x_i} \tag{III.40}$$

où  $C_p$  est une constante, égale à 0.6.

C'est une fermeture de ce type que l'on a choisi d'adopter dans ce travail pour prendre en compte l'effet du changement de la masse volumique, au vu de fort rapport de celle-ci entre le liquide et le gaz dans l'écoulement étudié.

## III.6 Modélisation de la taille des gouttes liquides

La dispersion du liquide est entièrement décrite par les équations précédentes. Néanmoins, pour calculer la taille des gouttes, une équation de densité de surface liquide/gaz doit être ajoutée. Cette équation combinée à celle de la fraction massique liquide donne une taille moyenne des gouttes produites.

Comme on l'a déja expliqué, une analogie est faite entre le rôle de la viscosité en turbulence et celui de la capillarité dans le phénomène d'atomisation. Soit le nombre de Reynolds turbulent  $Re_t = \sqrt{\tilde{k}} l_t/\nu$  où  $l_t$  représente l'échelle de longueur des grandes structures,  $\nu$  est la viscosité cinématique et  $\tilde{k}$  est l'énergie cinétique turbulente. Si  $Re_t$ est bien supérieur à 1, la viscosité cinématique ne joue qu'à l'échelle des petites structures turbulentes. De même, on peut définir un nombre de Weber turbulent  $We_t = \rho_l \tilde{k} l_t/\sigma$ où  $\rho_l$  est la masse volumique du liquide et  $\sigma$  est la tension superficielle. Si  $We_t$  est plus grand que 1, la capillarité ne joue qu'à l'échelle des gouttes liquides. Par conséquent, par analogie avec le nombre de Reynolds basé sur les échelles de Kolmogorov d'ordre 1, on peut créer un nombre de Weber d'atomisation  $We_a$  d'ordre 1 associé à une échelle de longueur d'équilibre pour les fragments liquides :

$$We_a = \frac{\rho_l \,\widetilde{k} \, r}{\sigma} \approx 1 \tag{III.41}$$

où r est un rayon d'équilibre des fragments liquides produits. A partir de cette équation, on pourrait écrire un modèle algébrique et expliciter la taille des fragments en fonction de l'énergie cinétique qui les entoure. Cependant, pour mieux prendre en compte tous les phénomènes intervenant dans le processus d'atomisation/coalescence, on utilise plutôt une équation de transport pour l'interface liquide/gaz par unité de volume  $\overline{\Sigma}$ . Cette dernière, couplée à la fraction massique liquide moyenne  $\widetilde{Y}$ , permet de donner, en tout point de l'écoulement, une taille caractéristique moyenne des gouttes produites.

En supposant que la nappe s'atomise sous forme de gouttelettes sphériques et si l'on considère n gouttes de rayon r par unité de volume, on a alors :

$$\begin{cases} \overline{\tau} = \frac{\overline{\rho}\,\widetilde{Y}}{\rho_l} = n\,\frac{4}{3}\,\pi\,r_{30}^3 \\ \overline{\Sigma} = n\,4\,\pi\,r_{20}^2 \end{cases} \Rightarrow r_{32} = \frac{3\,\overline{\rho}\,\widetilde{Y}}{\rho_l\,\overline{\Sigma}} \ et \ n = \frac{\rho_l^2\,\overline{\Sigma}^3}{36\,\pi\,\overline{\rho}^2\,\widetilde{Y}^2} \tag{III.42}$$

où  $\overline{\tau}$  est la fraction volumique moyenne du liquide et  $\rho_l$  la masse volumique du liquide et  $\overline{\Sigma}$  la surface liquide moyenne par unité de volume.

# III.6.1 Equation de transport de l'interface liquide/gaz par unité de volume $\overline{\Sigma}$

Vallet *et al.* [83] [84] adaptent un modèle de surface de flamme au problème d'atomisation d'un jet liquide. L'équation de transport de l'interface liquide/gaz par unité de volume est introduite par analogie avec l'équation de transport de la surface de flamme en combustion turbulente. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \overline{\Sigma} \,\widetilde{u}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\nu_t}{Sc_{\Sigma}} \,\frac{\partial \overline{\Sigma}}{\partial x_i} \right) + (a+A)\,\overline{\Sigma} - V_a\,\overline{\Sigma}^2 \tag{III.43}$$

où  $\nu_t$  est le coefficient de viscosité turbulente,  $Sc_{\Sigma}$  une constante prise égale à 0,7,  $(a+A)\overline{\Sigma}$  sont les termes de production de l'interface et  $-V_a \overline{\Sigma}^2$  est le terme de destruction de l'interface.

### **III.6.1.1** Termes de production :

L'interface liquide/gaz est considérée produite par deux mécanismes distincts : macroscopique, pris en compte par le terme  $A\overline{\Sigma}$ , et microscopique, représenté par le terme  $a\overline{\Sigma}$ .

La production macroscopique de la surface est causée par l'étirement de celle-ci par les gradients de vitesse moyenne de l'écoulement. A possède la dimension de l'inverse d'un temps caractéristique. Ce terme est pris proportionnel au terme de production de l'énergie cinétique turbulente  $P_k$  (c.f équation III.19) divisé par  $\tilde{k}$ :

$$A = -\alpha_0 \frac{\widetilde{u''_i u''_j}}{\widetilde{k}} \frac{\partial \widetilde{u_i}}{\partial x_j}$$
(III.44)

où  $\alpha_0$  est une constante de modélisation, égale à 2.5.

De même, aux petites échelles, l'interface est étirée par les petits tourbillons. Le phénomène de collision entre gouttes peut être aussi à l'origine de la production de surface aux niveaux microscopique. On peut donc écrire :

$$a = a_{turb} + a_{coll} \tag{III.45}$$

Pour la production de l'interface par la turbulence,  $a_{turb}$  est proportionnel à l'inverse du temps caractéristique de la turbulence :

$$a_{turb} = \alpha_1 \frac{\widetilde{\epsilon}}{\widetilde{k}} \tag{III.46}$$

avec  $\alpha_1$  une constante de modélisation prise égale à 0.5.

La collision des gouttelettes agitées par la turbulence peut mener à leur fractionnement et donc à la production de l'interface.  $a_{coll}$  est proportionnel à l'inverse d'un temps caractéristique de collision qui est défini comme le rapport d'une longueur de collision sur une vitesse caractéristique de collision :

$$a_{coll} \propto \frac{\Delta v_{coll}}{l_{coll}}$$
 (III.47)

 $\Delta v_{coll}$  est la vitesse relative des deux gouttes entrant en collision. La turbulence à l'échelle des gouttes étant responsable de la collision, la relation de Kolmogorov est utilisée :

$$\Delta v_{coll} = \left(\tilde{\epsilon} \, l_{coll}\right)^{1/3} \tag{III.48}$$

La longueur de collision  $l_{coll}$  n'est autre que la distance moyenne entre deux gouttes. Elle est donnée par :

$$l_{coll} = n^{-1/3} \tag{III.49}$$

où n est le nombre de gouttes par unité de volume.

En remplaçant *n* par sa valeur donnée par l'équation (III.42) et en introduisant l'échelle intégrale de la turbulence  $l_t = \frac{C_{\mu}^{3/4} \tilde{k}^{3/2}}{\tilde{\epsilon}}$ , on arrive à l'expression finale du terme  $a_{coll}$ :

$$a_{coll} = \frac{\alpha_2 C_{\mu}^{1/2}}{(36 \pi)^{2/9}} \,\widetilde{\epsilon}^{1/3} \,\rho_l^{4/9} \,\overline{\rho}^{-4/9} \,\widetilde{Y}^{-4/9} \,\overline{\Sigma}^{2/3} \tag{III.50}$$

où  $\alpha_2$  est une constante de modélisation prise égale à 1.0.

L'expression finale du terme de production a est obtenue en faisant la somme des deux expressions  $a_{turb}$  et  $a_{coll}$ :

$$a = \alpha_1 \,\frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{k}} + \frac{\alpha_2 \, C_{\mu}^{1/2}}{\left(36 \, \pi\right)^{2/9}} \,\tilde{\epsilon}^{1/3} \, \rho_l^{4/9} \,\overline{\rho}^{-4/9} \,\widetilde{Y}^{-4/9} \,\overline{\Sigma}^{2/3} \tag{III.51}$$

### III.6.1.2 Terme de destruction :

Le terme de destruction n'est pas en  $\overline{\Sigma}$ , mais en  $\overline{\Sigma}^2$  afin d'éviter un accroissement infini de l'interface volumique. La petite puissance entière supérieure à 1 est donc choisie. Il nous reste donc à déterminer le terme  $V_a$  qui a la dimension d'une vitesse. Ce terme de destruction est déterminé en supposant qu'à l'équilibre, on retrouve un rayon  $r_{eq}$  pour lequel la production microscopique  $a \overline{\Sigma}$  (à l'échelle des gouttes  $A \overline{\Sigma}$  joue un rôle minime) compense la destruction  $V_a \overline{\Sigma}^2$  dans l'équation de transport de  $\overline{\Sigma}$ , ce qui donne :

$$V_a = \frac{a}{\overline{\Sigma}_{eq}} \tag{III.52}$$

où  $\overline{\Sigma}_{eq}$  est la valeur de  $\overline{\Sigma}$  à l'équilibre.

En utilisant la formule (III.42) pour  $\overline{\Sigma}$  et en considérant des gouttes sphériques de rayon  $r_{32eq}$ , on obtient :

$$\overline{\Sigma}_{eq} = \frac{3\,\overline{\rho}\,\widetilde{Y}}{\rho_l\,r_{32eq}}\tag{III.53}$$

En remplaçant  $\overline{\Sigma}_{eq}$  dans l'équation (III.52) par sa valeur dans (III.53), on arrive à la formule suivante :

$$V_a = \frac{a \rho_l r_{32eq}}{3 \,\overline{\rho} \,\widetilde{Y}} \tag{III.54}$$

Reste maintenant à déterminer le rayon d'équilibre  $r_{32eq}$ . Vallet [83] remplace  $r_{32eq}$  par son expression dans l'équation (III.41). Mais dans cette expression, comme on l'a déjà mentionné, les phénomènes physiques du processus ne sont pas pris en compte.

Pour déterminer le rayon d'équilibre  $r_{32eq}$ , on considère que deux gouttes, dans un système lié à leur centre de masse, entrent en collision provoquant la cassure d'une seule goutte en deux gouttes de taille identique. La conservation de la masse de la goutte cassée en deux gouttes identiques permet d'écrire :

$$\rho_l \frac{4}{3} \pi r_{32i}^3 = 2 \rho_l \frac{4}{3} \pi r_{32f}^3 \Rightarrow r_{32f} = 2^{-1/3} r_{32i}$$
(III.55)

En réalité, le  $r_{32i}$  n'est autre que le rayon moyen d'équilibre  $r_{32eq}$  parce que, en moyenne, les gouttes se fractionnent ou coalescent jusqu'à atteindre ce rayon d'équilibre. En supposant, lors de la collision, que l'énergie cinétique se transforme en énergie surfacique, la conservation de l'énergie totale du système permet d'écrire :

$$\rho_l \frac{4}{3} \pi r_{32eq}^3 \left(\Delta v_{coll}\right)^2 + \sigma 4 \pi r_{32eq}^2 = 2 \sigma 4 \pi r_{32eq}^2 \left(2^{1/3} - 1\right)$$
(III.56)

En remplaçant  $\Delta v_{coll}$  par son expression dans (III.48) et  $l_{coll}$  par sa formule dans (III.49), on trouve finalement pour  $r_{32eq}$ :

$$r_{32eq} = C \, \frac{\sigma^{3/5} \, l_t^{2/5}}{\tilde{k}^{3/5}} \, \frac{\left(\overline{\rho} \, \widetilde{Y}\right)^{2/15}}{\rho_l^{11/15}} \tag{III.57}$$

On obtient finalement pour le terme  $V_a$ , en remplaçant  $r_{32eq}$  dans l'équation (III.54) par son expression dans (III.57), la formule suivante :

$$V_a = a C \frac{\rho_l^{4/15} \sigma^{3/5} C_{\mu}^{3/10} \left(\overline{\rho} \, \widetilde{Y}\right)^{-13/15}}{3 \, \tilde{\epsilon}^{2/5}}$$
(III.58)

où C est une constante de modélisation prise égale à 0.4 et  $\sigma$  la tension de surface du liquide.

Dans le régime d'atomisation, la tension de surface s'oppose au fractionnement des gouttes. Il est donc tout à fait normal de la retrouver dans le terme de destruction de  $\overline{\Sigma}$ .

Luret *et al.* [47] ont développé des nouvelles expressions pour les contributions du processus de collision et de coalescence. Des travaux de Delhaye [18] [19] ont porté sur une définition plus précise de l'aire interfaciale volumique. Néanmoins, cette définition n'est valable que pour les écoulements dispersés. Jay *et al.* [33] modifient l'équation de transport de  $\overline{\Sigma}$  (équation (III.43)) pour décrire la production de l'interface volumique par les instabilités de Kelvin-Helmholtz.

## Chapitre IV

## Application du modèle : buse à swirl

Le modèle présenté dans le chapitre III est appliqué à une buse à swirl (buse ALBUZ ATR LILAS, Saint-Gobain, France) (voir figure (IV.1)) qui ne constitue en aucun cas une limitation de nos applications; elle est seulement prise en exemple pour sa complexité et parce qu'elle est souvent utilisée en pulvérisation agricole, en particulier en vigne et en verger. La nappe obtenue est conique creuse, l'angle théorique de la nappe est de 80  $^{\circ}$  pour une pression de l'ordre de 5 bar.



FIG. IV.1 : Buse ALBUZ ATR LILAS

## IV.1 Les UDFs et leur utilisation

Le modèle est intégré dans le code commercial (CFD) Fluent V.12. Le code propose différents types de modèles pour les écoulements à plusieurs phases, en commençant par le VOF (Volume Of Fluid) et en finissant par le modèle Eulérien à plusieurs fluides. La modification des lignes de programmation du code n'est pas permise. Néanmoins, on peut introduire des équations supplémentaires ou des termes sources dans les équations de transport existantes, spécifier des conditions aux limites, définir les propriétés du fluide, initialiser la solution et modifier certains paramètres spécifiques de modèles (la turbulence,...) grâce aux UDFs (User Defined Function). Ces fonctions sont programmées en langage C et sont introduites dans le code. Cependant, on ne peut pas avoir accès à toutes les variables ou à tous les modèles par les UDFs.

Dans le cas étudié, deux équations supplémentaires ont été ajoutées, à savoir l'équation de transport de la fraction massique liquide moyenne  $\widetilde{Y}$  et l'équation de transport de la densité d'interface liquide/gaz  $\overline{\Sigma}$ .

Pour la fraction massique liquide moyenne  $\tilde{Y}$ , il existe une équation de transport par défaut dans le code. Le flux turbulent  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i Y''}$  est modélisé par une loi classique de type premier gradient (c.f. équation (III.30)). Dans notre cas, ce flux est modélisé en prenant en compte la variation de la masse volumique (c.f. équation (III.40)). Une nouvelle équation de transport pour  $\tilde{Y}$  est donc introduite *via* les UDFs. Pour le terme de diffusion, on spécifie le cœfficient de diffusion par la macro "*DEFINE\_DIFFUSIVITY*".

Par ailleurs, les conditions aux limites sont spécifiées par la macro " $DEFINE\_PROFILE$ " en prenant un flux diffusif nul si le fluide sort du domaine et  $\tilde{Y} = 0$  si le fluide (gaz) entre dans le domaine. Cependant, sa résolution pose des problèmes d'ordre numérique. La fraction massique liquide moyenne  $\tilde{Y}$  prend parfois des valeurs supérieures à 1 ou inférieures à 0 dans quelques cellules du maillage. Un travail considérable a été donc fait pour trouver l'origine de ce problème numérique et le résoudre. La macro " $DEFINE\_ADJUST$ " est utilisée pour ajuster la valeur  $\tilde{Y}$  avant chaque pas d'itération.

Une nouvelle équation de transport est introduite aussi en utilisant les UDFs dans le cas où l'anisotropie est prise en compte dans la modélisation du flux turbulent de  $\tilde{Y}$ . La seule différence avec le cas précédent est que la diffusion du flux turbulent est définie via la macro " $DEFINE\_ANISOTROPIC\_DIFFUSIVITY$ ".

Pour l'équation de transport de  $\overline{\Sigma}$ , le terme de diffusion est spécifie par la macro

" $DEFINE\_DIFFUSIVITY$ ". Les conditions aux limites sont spécifiées aussi par la macro " $DEFINE\_PROFILE$ " en prenant un flux diffusif nul si le fluide sort du domaine et  $\overline{\Sigma} = 0$  si le gaz entre dans le domaine. Le terme source est défini par la macro " $DEFINE\_SOURCE$ ".

Enfin, la macro "DEFINE\_PROPERTY" est utilisée pour relier la masse volumique

 $\overline{\rho}$  à la fraction massique liquide  $\widetilde{Y}$ .

Les détails sur ces macros utilisées et leur écriture sont en Annexe.

## IV.2 Description de la buse

Une coupe longitudinale de la buse utilisée est montrée sur la figure IV.2 :



FIG. IV.2 : Coupe longitudinale de la buse LILAS

Les parties fluides sont en bleu alors que celles solides sont en marron. Le fluide est injecté au niveau d'orifices d'entrée (trois orifices) puis passe par les deux canaux tangentiels qui le mettent en rotation dans la chambre à swirl. Il est ensuite accéléré dans un convergent et sort au travers d'un col suivi par deux divergents. Il est à noter que la forme des orifices d'entrée a été modifiée mais en conservant la même surface afin de pouvoir appliquer une condition de périodicité et réduire l'étude 3D de l'écoulement au sein d'une demi-géométrie seulement.

## IV.3 Géométries et conditions aux limites

## IV.3.1 Calcul 3D

Pour calculer l'écoulement à l'intérieur et à l'extérieur de la buse, une première étape consiste à faire une modélisation tridimensionnelle (voir figure IV.3). Ce calcul tridimensionnel va nous servir, dans la suite, comme conditions aux limites pour un calcul bidimensionnel (voir la section suivante) puisque les canaux tangentiels génèrent une
composante tangentielle qui rend impossible de faire directement une modélisation bidimensionnelle.



FIG. IV.3 : Géométrie et conditions aux limites, calcul tridimensionnel

Dans la figure IV.3, on distingue deux parties : une première (marron et bleue) représente la demi-buse et une deuxième (verte) représente un domaine de calcul rattaché à la demi-buse afin de calculer l'écoulement à sa sortie. Les dimensions de ce domaine doivent être suffisamment grandes pour que les conditions aux limites n'influencent l'écoulement. Les parties en marron (Entrées) sont les orifices d'entrée où le liquide est initialement injecté. Les parties en rose (Parois) représentent les parois solides de la buse alors que celles en vert (Sorties) sont des sorties. Les parties en bleu (Conditions périodiques) sont des faces où une condition de périodicité a été appliquée pour réduire l'étude de l'écoulement au sein d'une demi-géométrie seulement.

Les conditions aux limites sur l'entrée sont : 5 bar pour la pression relative, 1 pour la fraction massique liquide moyenne, 10% pour l'intensité de turbulence  $\left(\frac{u'}{\tilde{u}}\right)$  et l'échelle intégrale de la turbulence prise égale au grand diamètre de l'orifice d'entrée. Pour l'interface liquide/gaz par unité de volume  $\overline{\Sigma}$ , on impose une petite valeur de 0.1 au lieu de 0 (à l'entrée il n'y a que du liquide sous forme d'un jet continu et donc  $\overline{\Sigma}$  est nulle) pour éviter des problèmes numériques qui peuvent être posés par le calcul.

Les conditions aux limites sur la sortie sont : une pression relative nulle, 10% pour l'in-

tensité de turbulence, l'échelle intégrale de la turbulence correspond au diamètre de la section du deuxième divergent pour la buse ( $D_{sortie}$  sur la figure IV.2), un flux diffusif nul pour  $\tilde{Y}$  et pour  $\overline{\Sigma}$  si le fluide sort du domaine et  $\tilde{Y} = 0$  et  $\overline{\Sigma} = 0$  si le fluide (gaz) entre dans le domaine.

Sur les parois, une condition de non-glissement pour le fluide et un flux diffusif nul pour  $\widetilde{Y}$  et pour  $\overline{\Sigma}$  sont imposés.

Le fluide injecté, dans un premier temps, est de l'eau de masse volumique  $\rho_l = 998, 2 kg/m^3$  dans de l'air de masse volumique  $\rho_g = 1,225 kg/m^3$  au repos. La viscosité est prise constante et égale à  $\mu = 5.1 \ 10^{-5} kg/m.s$  (c'est la moyenne arithmétique de la viscosité de l'eau et de la viscosité de l'air). La tension de surface est celle de l'eau,  $\sigma = 72 mN/m$ . On pourra introduire, dans un deuxième temps, les surfactants en modifiant la valeur de la tension de surface.

Le maillage comporte environ 1 870 000 cellules de forme tétraédrique. Il est relativement grossier dans la partie amont des canaux qui est constituée de mailles de l'ordre de 0.2 mm vu sa faible influence sur le calcul. Sur les canaux et la chambre à swirl, la taille des mailles est de 0.09 mm. En revanche, le maillage est plus raffiné sur le convergent et les divergents et sur le col qui les relie. La taille des mailles est de 0.03 mm. En effet, dans cette zone, le fluide est accéléré, de grands gradients sont crées et le maillage doit être suffisamment fin pour s'assurer que de petites régions avec de grands gradients sont suffisamment résolues. A la sortie de buse, les mailles sont du même ordre que dans les divergents et le col pour assurer la continuité de maillage après le divergent, et au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la buse, le maillage est de plus en plus lâche dans les directions axiale et radiale, suivant une progression géométrique de raison 1.02, pour al-léger le temps de calcul. Ce dernier est de l'ordre de 156 heures sur un ordinateur équipé d'un processeur à 2.99 GHz.

Les figures IV.4 et IV.5 présentent les champs de la fraction massique (IV.4(a)) et l'énergie cinétique turbulente (IV.4(b)), les champs de la vitesse axiale (IV.5(a)) et la vitesse de swirl (IV.5(b)) à l'entrée du col dans un plan yz.



(a) Champ de la fraction massique (-) à l'en- (b) Champ de l'énergie cinétique turbulente trée du col dans un plan yz  $(m^2 \cdot s^{-2})$  à l'entrée du col dans un plan yz

**FIG. IV.4 :** Champs de la fraction massique  $\tilde{Y}$  (-) et de l'énergie cinétique turbulente  $(m^2 \cdot s^{-2})$  à l'entrée du col dans un plan yz, calcul 3D



(a) Champ de la vitesse axiale  $(m \cdot s^{-1})$  à l'en- (b) Champ de la vitesse de swirl  $(m \cdot s^{-1})$  à trée du col dans un plan yz l'entrée du col dans un plan yz

**FIG. IV.5 :** Champs de la vitesse axiale  $(m \cdot s^{-1})$  et de la vitesse de swirl  $(m \cdot s^{-1})$  à l'entrée du col dans un plan yz, calcul 3D

Les figures IV.4 et IV.5 montrent que l'écoulement est presque axisymétrique à l'entrée du col. Ces résultats et d'autres vont être imposés comme conditions aux limites pour le calcul bidimensionnel (voir section IV.3.2). Il est à noter que la section où s'effectue le passage du cas 3D au cas 2D doit se situer là où la partie aval joue le moins possible sur l'écoulement à l'intérieur de la buse, c'est-à-dire, le plus haut possible de la sortie de buse, d'où le choix de l'entrée du col. Ce choix est aussi justifié par le fait que la vitesse de swirl (qui définit le type de spray obtenu) est maximale à l'entrée du col.

#### IV.3.2 Calcul 2D axisymétrique swirl

Puisque l'écoulement est axisymétrique à l'entrée du col et afin de diminuer le temps de calcul et agrandir le domaine d'étude de l'écoulement à l'extérieur de la buse (domaine  $30^*20 \ mm^2$  dans le calcul 3D), le passage en étude bidimensionnelle de l'écoulement est effectué, dans un deuxième temps. Les profils radiaux des trois composantes de la vitesse, de la fraction massique  $\tilde{Y}$ , de la turbulence (les six composantes du tenseur de Reynolds,  $\tilde{k}$  et  $\tilde{\epsilon}$ ) et de la densité interfaciale  $\bar{\Sigma}$  sont récupérés du cas 3D à l'entrée du col et ils sont imposés comme conditions aux limites sur l'entrée dans le cas 2D (voir figure IV.6, Entrée). Les conditions aux limites sur les sorties sont les mêmes que pour le cas tridimensionnel. Le nouveau domaine d'étude de l'écoulement à l'extérieur de la buse est de dimension (42\*50  $mm^2$ ) et le nouveau maillage comporte 26 000 cellules triangulaires, raffiné sur le col et les divergents et de plus en plus lâche vers l'aval de l'écoulement suivant une progression géométrique de raison 1.02.



FIG. IV.6 : Géométrie et conditions aux limites, calcul bidimensionnel

Tous les résultats qui seront présentés concerneront le cas 2D axisymétrique swirl.

## IV.4 Méthodes numériques de résolution

#### IV.4.1 Méthode de résolution

Les équations différentielles sont résolues en utilisant une méthode de discrétisation des volumes finis qui consiste à partager le domaine de calcul en plusieurs volumes, où chaque volume entoure un nœud. Cette méthode a l'avantage d'être conservatrice, c'està-dire que tout le flux sortant d'un volume de contrôle entre dans les volumes voisins. Le calcul se fait selon les étapes suivantes :

- Intégration des équations sur chaque volume de contrôle en transformant certaines intégrales de volume en intégrales de surface.

 Discrétisation en espace des équations : transformation du système d'équations en système algébrique.

- Résolution du système algébrique par un processus itératif.

Le système d'équations aux dérivées partielles est donc transformé en un système algébrique représenté sous forme de produit de matrices. Le système matriciel ainsi obtenu est résolu à l'aide d'un algorithme de Gauss-Seidel. Etant donné la non-linéarité des équations de conservation après discrétisation, le calcul fait appel aux méthodes itératives. L'algorithme de couplage vitesse-pression SIMPLE "Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation", utilisé dans notre étude, permet de résoudre le système d'équations discrétisées. Cette méthode SIMPLE consiste à estimer un champ de pression, résoudre les équations de quantité de mouvement pour en tirer les champs de vitesse, corriger la pression puis corriger les champs de vitesse en utilisant des formules de correction et enfin prendre le champ de pression comme une nouvelle estimation et recommencer la séquence à partir de l'étape 2, jusqu'à la convergence.

#### IV.4.2 Schémas de discrétisation

Il existe différents schémas de discrétisation dans le code Fluent. Le plus utilisé est le schéma de différences centrées du premier ou du second ordre. Le schéma du premier ordre permet une certaine stabilité dans les calculs mais est responsable de diffusion numérique. L'utilisation du schéma du second ordre permet de minimiser la diffusion numérique mais peut faire diverger le calcul. Il est clair que les résultats du calcul dépendent du schéma choisi. Beaucoup de travail a été effectué pour parvenir à des résultats convergés en utilisant le schéma du deuxième ordre, dans cette thèse, afin d'assurer des résultats plus précis. La figure (IV.7) suivante montre une comparaison des résultats de la fraction massique liquide moyenne  $\tilde{Y}$  obtenus par un calcul au premier ordre et un calcul au deuxième ordre :



(b) Second ordre

**FIG. IV.7** : Champs de la fraction massique liquide moyenne  $\widetilde{Y}$  (-)

Pour la pression, le schéma "PRESTO!" est imposé puisque il est approprié pour les écoulements hautement tourbillonnaires ou fortement swirlés, ce qui le cas dans l'écoulement étudié.

#### IV.4.3 La convergence

#### IV.4.3.1 Critère de convergence

La convergence du processus itératif est déterminée par le concept de résidu. Les équations discrétisées sont considérées comme convergées lorsque toutes les équations présentent un résidu inférieur à une valeur fixée. En général, une tolérance de  $10^{-3}$  des résidus indique une convergence au moins qualitative.

#### IV.4.3.2 Facteurs de sous-relaxation

La nouvelle valeur d'une variable est reliée à la valeur précédente avec un facteur de sous-relaxation qui diminue la rapidité des changements de cette variable, d'une itération à l'autre. Les nouvelles valeurs d'une variable  $\Phi$  pour l'itération (n + 1) sont calculées comme suit :

$$\Phi^* = \beta \Phi + (1 - \beta) \Phi^{n-1} \tag{IV.1}$$

où  $\Phi^{n-1}$  est le résultat de l'itération (n-1),  $\Phi$  le résultat obtenu par le calcul et  $\beta$  le facteur de sous-relaxation compris entre 0 et 1.

Un travail considérable a été réalisé pour trouver les bonnes valeurs des facteurs de sous-relaxation qui permettent d'obtenir des résultats réalistes. En effet, si on prend des valeurs conseillées par la notice d'utilisation du code, le calcul diverge au bout de quelques itérations. Les facteurs de sous-relaxation de la turbulence ainsi que la fraction massique ont été diminués et lorsque les résidus sont de l'ordre de  $10^{-4}$ , on considère que l'état de convergence est atteint (à  $10^{-3}$ , la pénétration de la nappe dans la phase gazeuse n'est pas encore terminée). Les valeurs des facteurs de sous-relaxation utilisées dans notre cas d'étude sont données dans le tableau (IV.1) :

variables	$\overline{p}$	$\overline{ ho}$	$\widetilde{u},\widetilde{v},\widetilde{w}$	$\widetilde{k}$	$\widetilde{\epsilon}$	$\mu_t$	$\widetilde{u_i''u_j''}$	$\widetilde{Y}$	$\overline{\Sigma}$
eta	0.3	1	0.7	0.3	0.3	0.3	0.3	0.1	0.1

TAB. IV.1 : Facteurs de sous-ralaxation  $\beta$ 

La figure suivante (IV.8) représente les courbes des résidus à l'état de convergence.



FIG. IV.8 : Courbes de convergence des résidus

CemOA : archive ouverte d'Irstea / Cemagref

# Chapitre V

# Résultats et discussions

## V.1 Introduction

Les résultats qui seront présentés dans ce chapitre concernent ceux obtenus (dans le cas 2D axisymétrique swirl) par l'application du modèle décrit dans le chapitre III à la buse à swirl LILAS présentée dans le chapitre IV. On s'intéressera dans un premier paragraphe (V.2) aux résultats du calcul de la dispersion du liquide. Deux modèles de turbulence seront testés, à savoir le modèle  $(\tilde{k}, \tilde{\epsilon})$  et le modèle aux tensions de Reynolds. Les résultats obtenus pour la fraction volumique  $\bar{\tau}$  seront comparés aux résultats expérimentaux obtenus par une sonde optique, qui vont nous permettre de choisir le modèle de turbulence le plus adapté pour notre cas d'étude.

Dans un deuxième paragraphe (V.3), on présentera les résultats concernant la taille des gouttelettes. Dans un troisième paragraphe (V.4), l'influence des différentes constantes du modèle sera étudiée. Enfin, dans un dernier paragraphe (V.5), on comparera les résultats obtenus par le modèle aux résultats expérimentaux concernant la vitesse axiale et le diamètre moyen de Sauter (SMD), donnés par le PDA (Phase Doppler Anemometer). L'étude de l'écoulement du mélange liquide/gaz est assurée par les équations de la conservation de la masse (équation (III.5)), de la conservation de la quantité de mouvement (équation (III.7)). L'évolution des rayons de gouttes est décrite en couplant l'équation de transport de la fraction liquide moyenne (équation (III.7)) à celle de la quantité d'interface liquide/gaz par unité de volume (équation (III.43)).

Les résultats qui seront exposés concerneront les profils transversaux de certaines variables près de la buse (x = 1, 2, 3 et 5 mm) et en aval de l'écoulement (x = 10, 20, 30 et 40 mm). Les champs de certaines variables seront aussi représentés.

# V.2 Calcul de la dispersion

#### V.2.1 Sonde optique

Des mesures ont été réalisées par la société "A2 Photonic Sensors" (INPG, Grenoble) avec une sonde optique à fibre [85]. Lorsque la sonde est placée dans le milieu diphasique à caractériser, elle transperce les gouttes en mouvement. A chaque passage d'une inclusion, le capteur détecte une variation d'intensité lumineuse due à une réflexion au bout de la fibre. Ce signal optique, une fois conditionné, est interprété par le logiciel pour fournir le taux de présence liquide (fraction volumique), le module de la vitesse et le Diamètre Moyen de Sauter des inclusions. La taille minimale de gouttelette détectable est de  $15\mu m$ environ.

Les mesures sont réalisées en plaçant la sonde dans la nappe d'une façon colinéaire par rapport au vecteur vitesse moyen. Les gouttelettes prises en compte sont les gouttelettes descendantes (les gouttelettes ayant une vitesse positive). Ainsi, les gouttelettes ayant un mouvement de retour vers l'amont sont ignorées. Il est à noter que, près de l'axe du spray (i.e. r = 0), les mesures ne sont pas effectuées compte tenu du peu de liquide existant dans cette zone qui est aussi une zone de recirculation (les gouttelettes sont ignorées).

# V.2.2 Modèle $\left(\widetilde{k},\widetilde{\epsilon}\right)$

Dans un premier temps, nous avons testé le modèle  $(\tilde{k}, \tilde{\epsilon})$ . La figure suivante (V.1) montre une comparaison entre les profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau} = \frac{\overline{\rho} \tilde{Y}}{\rho_l}$  donnée par le modèle et mesurée par la sonde optique.



FIG. V.1 : Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) : Modèle et Expérience

La figure (V.2) présente un zoom de la figure (V.1).



FIG. V.2 : Zoom de la figure (V.1)

Le jet obtenu par le modèle est plein :  $\overline{\tau}$  est maximale au centre du spray (i.e. r = 0). Ce résultat est confirmé par la figure (V.3) qui représente le champ de la fraction volumique liquide moyenne.



**FIG.** V.3 : Champ de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) : Modèle  $(\tilde{k}, \tilde{\epsilon})$ 

Ces résultats ne sont donc pas réalistes et sont en contradiction avec les résultats expérimentaux dont la nappe obtenue est creuse.

De plus, le calcul mène à une vitesse fluctuante très importante qui est de l'ordre de 17 m/s ( $\tilde{k}$  est de l'ordre de 480  $m^2/s^2$ )(figures (V.4) et (V.5)).



**FIG. V.4** : Champ de l'énergie cinétique turbulente  $\widetilde{k}$   $(m^2 \cdot s^{-2})$  : Modèle  $(\widetilde{k}, \widetilde{\epsilon})$ 



FIG. V.5 : Zoom de la figure (V.4)

L'écoulement mis en jeu est très rotationnel ce qui peut créer une anisotropie de la turbulence. Le modèle  $(\tilde{k}, \tilde{\epsilon})$  (qui suppose l'isotropie de la turbulence) est donc mal adapté pour décrire convenablement la turbulence dans notre écoulement.

Ces résultats nous obligent à considérer une modélisation au second ordre pour la turbulence.

#### V.2.3 Modèle aux tensions de Reynolds

# V.2.3.1 Profils de la fraction volumique $\overline{\tau}$ et champ de la fraction massique liquide $\widetilde{Y}$

Demoulin *et al* [20] ont étudié un jet d'eau atomisé par un écoulement cocourant d'air à grande vitesse. Ils ont montré que l'utilisation du modèle  $(\tilde{k}, \tilde{\epsilon})$  ou aux tensions de Reynolds pour la turbulence et de différentes types de modélisation pour le flux turbulent de  $\tilde{Y}$  (basé soit sur l'hypothèse du premier gradient (équation III.30), soit sur l'équation de transport pour le flux turbulent de la fraction massique (équation (III.37)) mène à une surestimation du cœur liquide. Les auteurs ajoutent alors, dans la modélisation du flux de diffusion liquide, un terme qui prend en compte la variation de la masse volumique (c.f. équation III.40).

Au vu du fort rapport de masses volumiques dans notre cas d'étude ( $\rho_l/\rho_g \approx 815$ ), nous

allons considérer ce type de modélisation pour le flux turbulent de la fraction massique  $\tilde{Y}$ . Nous verrons ultérieurement dans la section (V.2.4) l'influence de la fermeture de  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i Y''}$  sur l'écoulement étudié.

La figure (V.6) montre une comparaison entre les profils transversaux de  $\overline{\tau}$  obtenus par le modèle (en négligeant les termes liés aux fluctuations de la masse volumique  $G_{ij}$  et  $G_k$ ) et donnés par la sonde optique en x = 1, 2, 3 et 5 mm de la sortie de buse.



FIG. V.6 : Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) près de la sortie de buse : Modèle et Expérience

La nappe obtenue par ce modèle est creuse : la fraction volumique  $\overline{\tau}$  possède des valeurs faibles au centre du spray (r = 0) et des valeurs maximales à des distances radiales non nulles. Sur les bords, la fraction volumique est nulle.

La dispersion du liquide dans la direction radiale est observée. En effet, la position radiale de la valeur maximale de  $\overline{\tau}$  (correspondant au centre de la nappe) augmente progressivement vers l'aval de l'écoulement. A titre d'exemple, la valeur maximale de  $\overline{\tau}$  en x = 1 mm se trouve à r = 4.25 mm alors qu'elle se trouve à r = 6.7 mm en x = 5 mm.

Les résultats présentés montrent de faibles valeurs de la fraction volumique (3.6 % expérimentalement et 3.1 % par le modèle).

Les maxima donnés par le modèle sont plus petits que les maxima mesurés par la sonde optique en x = 1, 2 et 3 mm, alors qu'en x = 5 mm, les taux donnés par le modèle sont supérieurs d'environ 30 % aux taux obtenus expérimentalement.

Par ailleurs, la nappe calculée est trop large par rapport à la nappe mesurée. En effet, le modèle conduit à une diffusion trop importante près de la sortie de buse.

Cependant, on remarque un décalage radial de l'ordre de 2 mm entre les maxima de  $\overline{\tau}$  du modèle et ceux donnés par l'expérience. Ainsi, la nappe donnée par le modèle se trouve à une distance radiale plus grande (par rapport à l'axe du spray) que la nappe expérimentale, ce qui veut-dire que l'angle d'ouverture de la nappe donné par le modèle est plus grand que l'angle mesuré.

En aval de l'écoulement, les profils transversaux de  $\overline{\tau}$  obtenus par le modèle sont représentés sur la figure (V.7) en x = 10, 20, 30 et 40 mm de la buse.



FIG. V.7 : Profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) en aval de l'écoulement calculés par le modèle

La nappe reste ouverte en aval de l'écoulement : la position radiale du centre de la nappe augmente progressivement vers l'aval de l'écoulement.

Avec ce type de modélisation, la nappe est creuse près de la sortie de buse et aussi en aval de l'écoulement. Ce résultat est confirmé par la figure (V.8) qui représente le champ de la fraction massique liquide moyenne  $\tilde{Y}$ .



**FIG.** V.8 : Champ de la fraction massique liquide moyenne  $\widetilde{Y}$  (-)

La fraction massique moyenne est comprise entre 0 et 1. La valeur 0 (en bleu) représente l'air alors que la valeur 1 (en rouge) représente le liquide. A l'intérieur de la buse, il n'y a que du liquide, et, au fur et à mesure que le liquide pénètre sous forme d'une nappe dans la phase gazeuse, la fraction massique moyenne au centre de la nappe décroît. A l'extérieur de la nappe, on ne trouve que de l'air, alors qu'à l'intérieur, selon l'axe du spray, la fraction massique moyenne décroît vers l'aval.

# V.2.3.2 Effet des termes liés aux fluctuations de la masse volumique dans les équations de transport de $\overline{\rho} \, \widetilde{u''_i \, u''_j}$ et de $\tilde{\epsilon}$

Les termes  $G_{ij}$  (équation (III.15)) et  $G_k$  (équation III.28) sont liés aux fluctuations de la masse volumique. Ces termes sont souvent négligés dans les modèles à faible variation de masse volumique, ce qui n'est pas le cas dans notre étude.

La figure (V.9) représente la comparaison entre les profils transversaux de  $\overline{\tau}$  donnés par le modèle en négligeant (Modèle sans G sur la figure (V.9)) ou en prenant en compte  $G_{ij}$ et  $G_k$  (Modèle avec G sur la figure (V.9)) en x = 1, 2, 3 et 5 mm de la sortie de buse.



**FIG. V.9 :** Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) près de la sortie de buse, avec et sans  $G_{ij}$  et  $G_k$ 

Les valeurs maximales de  $\overline{\tau}$  sont plus faibles d'environ 17 % et la nappe est plus large en tenant compte des termes liés aux fluctuations de la masse volumique. De plus, la prise en compte de ces termes mène à une ouverture plus importante. Ceci peut s'expliquer car la turbulence est augmentée par les termes  $G_{ij}$  et  $G_k$ , et donc la dispersion turbulente est accrue.

Or, comme il a déjà été dit précédemment, l'angle obtenu par le modèle est plus grand que celui donné expérimentalement.

C'est pourquoi, les termes  $G_{ij}$  et  $G_k$  seront négligés dans la suite de ce travail. Tous les profils ou les champs montrés sont obtenus en négligeant ces termes. Le cas de référence sera celui sans  $G_{ij}$  et  $G_k$ .

#### V.2.3.3 Champs des composantes de la vitesse

Le champ de la vitesse de swirl est représenté sur les figures (V.10 et V.11).

La vitesse de swirl possède une valeur maximale de l'ordre 19 m/s au col et elle devient très faible à la sortie de buse. Cette vitesse se transforme en vitesse radiale à la sortie de buse comme le montre la figure (V.12) qui représente le champ de la vitesse radiale : La vitesse radiale présente un maximum de 14.9 m/s à la sortie de buse et décroît progressivement pour atteindre une valeur fixe, dans la nappe, de l'ordre de 1.5 m/s en

ANS



**FIG. V.10 :** Champ de la vitesse de swirl  $(m \cdot s^{-1})$ 



FIG. V.11 : Zoom de la figure (V.10)

aval de l'écoulement. Elle prend des valeurs négatives principalement près de l'axe du spray. La vitesse axiale montrée sur la figure (V.13) possède aussi des valeurs négatives sur l'axe du spray. Des fragments liquides sont arrachés de la nappe et sont entraînés par l'air dans le sens opposé à l'écoulement principal.



**FIG. V.12 :** Champ de la vitesse radiale  $(m \cdot s^{-1})$ 



**FIG. V.13 :** Champ de la vitesse axiale  $(m \cdot s^{-1})$ 

#### V.2.3.4 Profils transversaux des quantités turbulentes

Le modèle de turbulence aux tensions de Reynolds calcule les différentes composantes du tenseur de Reynolds. Les figures (V.14 et V.15) montrent les profils transversaux des composantes normales du tenseur de Reynolds en x = 1 mm et x = 5 mm de la buse.

**ANSY** 

71



FIG. V.14 : Profils transversaux des composantes normales du tenseur de Reynolds  $(m^2 \cdot s^{-2})$  en x = 1 mm



FIG. V.15 : Profils transversaux des composantes normales du tenseur de Reynolds  $(m^2 \cdot s^{-2})$  en x = 5 mm

Sur l'axe du spray, les composantes  $\widetilde{v''^2}$  et  $\widetilde{w''^2}$  possèdent des valeurs plus grandes que la valeur de la composante  $\widetilde{u''^2}$ , d'un facteur 2 à 1 mm et d'un facteur 5 à 5 mm. En effet, sur l'axe du spray, la vitesse est axiale et dirigée vers l'amont, et les gradients de la vitesse radiale et de la vitesse de swirl sont plus grands que le gradient de la vitesse axiale. Près de la nappe, à titre d'exemple, en x = 1 mm, la composante  $\widetilde{u''^2}$  possède une valeur d'environ 20  $m^2 \cdot s^{-2}$  alors que  $\widetilde{v''^2}$  et  $\widetilde{w''^2}$  prennent des valeurs d'environ 12  $m^2 \cdot s^{-2}$ et 10  $m^2 \cdot s^{-2}$  respectivement. Ainsi, les trois composantes sont importantes à l'intérieur de la nappe où se trouve la zone dans laquelle existent des forts gradients de vitesse moyenne.



**FIG. V.16 :** Profils transversaux des composantes  $\widetilde{u''v''}$ ,  $\widetilde{v''w''}$  et  $\widetilde{u''w''}$   $(m^2 \cdot s^{-2})$  en x = 1 mm



**FIG. V.17 :** Profils transversaux des composantes  $\widetilde{u''v''}$ ,  $\widetilde{v''w''}$  et  $\widetilde{u''w''}$   $(m^2 \cdot s^{-2})$  en x = 5 mm

La turbulence pour cet écoulement est donc anisotrope et sa modélisation exige un modèle bien adapté et complexe tel que le modèle aux tensions de Reynolds.

Les profils des composantes  $\widetilde{u''v''}$ ,  $\widetilde{v''w''}$  et  $\widetilde{u''w''}$  sont donnés sur les figures (V.16) et (V.17).

Il est clair que la composante  $\widetilde{u''v''}$  est largement prépondérante devant les deux autres composantes (facteur 8 en x = 1 mm et facteur 2 en x = 5 mm).

## V.2.4 Influence de la modélisation du flux turbulent de $\widetilde{Y}$

Rappelons que le flux turbulent de  $\widetilde{Y}$  du modèle de référence est modélisé par l'équation suivante :

$$-\overline{\rho}\,\widetilde{u_i''Y''} = \left[\frac{\mu_t}{Sc_t} + \frac{C_p\,\widetilde{k}^2}{\widetilde{\epsilon}}\,\overline{\rho}^2\left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_l}\right)\right]\,\frac{\partial\,\widetilde{Y}}{\partial\,x_i}$$

où  $C_p$  est une constante prise égale à 0.6.

# V.2.4.1 Fermeture de $\overline{\rho} \widetilde{u''_i Y''}$ par une loi de type premier gradient isotrope classique



FIG. V.18 : Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) près de la sortie de buse : modèle de référence et modèle classique

Le flux turbulent de la fraction massique est souvent fermé par une loi de type premier gradient isotrope classique (modélisation classique) (c.f. équation (III.30)). Au début de cette thèse, nous avons été amenés à considérer ce type de modélisation pour  $\overline{\rho} \widetilde{u''_i Y''}$ (modèle classique). La figure (V.18) présente la comparaison des profils transversaux de la fraction volumique donnés par le modèle de référence et par le modèle classique près de la sortie de buse (x = 1, 2, 3 et 5 mm).

Les maxima de la fraction volumique obtenus par la modélisation classique sont plus forts. L'angle d'ouverture de la nappe est plus grand avec le modèle classique. Sur l'axe du spray, dans la direction avale,  $\overline{\tau}$  décroît moins vite avec le modèle classique.

En aval de l'écoulement, une comparaison des profils transversaux de la fraction volumique donnés par le modèle de référence et par le modèle classique est présentée sur la figure (V.19).



FIG. V.19 : Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) en aval de l'écoulement : modèle de référence et modèle classique

Avec la modélisation classique, la nappe se referme vers l'aval de l'écoulement et devient un jet plein. En effet, la valeur maximale de  $\overline{\tau}$  se trouve près de l'axe du spray pour les différentes sections. En outre, plus on s'éloigne de la buse, plus le centre de la nappe se rapproche du centre du spray. A titre d'exemple, en x = 10 mm, le centre de la nappe se trouve à r = 3.6 mm, alors qu'en x = 40 mm, il se trouve à r = 0.

# V.2.4.2 Fermeture de $\overline{\rho} \widetilde{u''_i Y''}$ par une loi premier gradient anisotrope

L'anisotropie de la turbulence peut être prise en compte dans la modélisation du flux de diffusion de  $\widetilde{Y}$  (c.f. équation (III.31)).



FIG. V.20 : Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) près de la sortie de buse : modèle de référence et modèle anisotrope



FIG. V.21 : Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) en aval de l'écoulement : modèle de référence et modèle anisotrope

La figure (V.20) présente une comparaison entre les profils de  $\overline{\tau}$  calculés par le modèle de référence et le modèle anisotrope près de la sortie de buse (x = 1, 2, 3 et 5 mm). L'angle de la nappe obtenu avec la modélisation anisotrope est supérieur à celui du modèle de référence en x = 1 mm et x = 2 mm, puis devient très faible au delà de 2 mm: la nappe est pratiquement parallèle à l'axe du spray. Cette tendance d'angle nul est observée sur la figure (V.21) en aval de l'écoulement. En x = 10 mm, le centre de la nappe est en r = 6 mm, alors qu'en x = 40 mm, le centre de la nappe est en r = 10 mm. Autrement dit, l'angle est beaucoup trop faible.

La figure du champ de la fraction volumique (V.22) montre également que l'angle devient très petit en aval de l'écoulement.



FIG. V.22 : Champ de la fraction volumique liquide moyenne  $\overline{\tau}$  (-) : modèle anisotrope

Notons que les valeurs de  $\overline{\tau} > 3\%$  ont été ôtées de ce champ, afin de choisir une palette de couleurs appropriée.

C'est pourquoi, cette modélisation basée sur l'anisotropie de la turbulence ne sera pas utilisée ultérieurement.

# V.3 Calcul de la taille des fragments liquides

L'aire interfaciale par unité de volume  $\overline{\Sigma}$  n'a aucune signification physique dans les zones purement liquide ou purement gazeuse puisqu'elle y est nulle. Par contre, dans les zones à faible taux liquide, les gouttes existent et l'on peut calculer leur Rayon Moyen de Sauter.

L'interface volumique  $\overline{\Sigma}$  est calculée dans tout le domaine, mais ses profils et ceux du Rayon Moyen de Sauter ne seront présentés que dans les zones où la fraction volumique est non nulle. La figure (V.23) montre les profils transversaux de  $\overline{\Sigma}$  près de la sortie de buse (x = 1, 2, 3 et 5 mm) obtenus par le modèle.



FIG. V.23 : Profils transversaux de l'aire interfaciale par unité de volume  $\overline{\Sigma}$   $(m^{-1})$  près de la sortie de buse

L'interface volumique décroît en s'éloignant de la sortie de buse. Les maxima de  $\overline{\Sigma}$  sont localisés sur les côtés du spray, là où la production de surface liquide est maximale. A titre d'exemple, en x = 1 mm, la valeur maximale de  $\overline{\Sigma}$  se trouve à la position radiale r = 3 mm alors que le centre de la nappe est localisé à r = 4.2 mm.

Rappelons que le Rayon Moyen de Sauter des gouttes  $r_{32}$  est obtenu à partir de la fraction massique liquide et de l'interface volumique en supposant une forme sphérique des gouttes produites :

$$r_{32} = \frac{3\,\overline{\rho}\,\widetilde{Y}}{\rho_l\,\overline{\Sigma}}$$

Les profils transversaux du Rayon Moyen de Sauter près de la sortie de buse (x = 1, 2, 3 et 5 mm) obtenus par le modèle sont présentés sur la figure (V.24).



FIG. V.24 : Profils transversaux du Rayon Moyen de Sauter (m) près de la sortie de buse

Le spray obtenu est constitué de grosses gouttes dans la nappe et de plus petites gouttes vers le centre du spray. Ces résultats sont en accord avec ceux trouvés expérimentalement [85] et dans la littérature [10] [89].

Dans la nappe, le Rayon Moyen de Sauter est plus fort vers l'aval de l'écoulement que très près de la sortie de buse. Ceci est également en accord avec l'expérience [85]. Le Rayon Moyen de Sauter varie de 10 microns en x = 1 mm à 34 microns en x = 5 mm. Vers le centre du spray, le Rayon Moyen de Sauter est très petit et ne dépasse même pas 10 microns.

#### V.3.1 Profils des termes de production et de destruction de $\Sigma$

Nous avons examiné les valeurs des termes de production et de destruction de  $\overline{\Sigma}$ , à savoir  $A \overline{\Sigma}$  (équation (III.44)),  $a_{coll} \overline{\Sigma}$  (équation (III.50)),  $a_{turb} \overline{\Sigma}$  (équation (III.46)) et  $V_a \overline{\Sigma}^2$  (équation (III.58)), afin de voir l'importance de chaque terme dans les différentes zones du spray. Les profils transversaux, pour la section x = 1 mm, de ces divers termes sont représentés sur la figure (V.25). Il faut juste se rappeler que, pour la section x = 1 mm, le centre de la nappe se trouve à la position radiale r = 4.2 mm.



**FIG. V.25 :** Comparaison des termes de production et de destruction de  $\overline{\Sigma}$   $(m^{-1} \cdot s^{-1})$  en x = 1 mm

Dans les zones où la fraction volumique est faible (près de l'axe du spray), le terme  $A \overline{\Sigma}$  est plus fort que le terme  $a_{coll} \overline{\Sigma}$  d'environ 66 %, alors que le terme  $a_{turb} \overline{\Sigma}$  semble négligeable devant ces deux termes. Le terme  $V_a \overline{\Sigma}^2$  a une valeur maximale à la position radiale  $r = 2.6 \ mm$ . Le terme  $a_{coll} \overline{\Sigma}$  présente un maximum à la position radiale  $r = 3 \ mm$  puis décroît progressivement. La valeur maximale du terme  $A \overline{\Sigma}$  est localisée à la position radiale  $r = 2.4 \ mm$ .



**FIG. V.26 :** Comparaison des termes de production et de destruction de  $\overline{\Sigma}$   $(m^{-1} \cdot s^{-1})$  en x = 5 mm

Cependant, le terme  $A \overline{\Sigma}$  est négatif pour 3.7  $mm \le r \le 5.7 mm$ .

Si on se place un peu plus en aval de l'écoulement, comme pour la section x = 5 mm(voir figure (V.26)) où le centre de la nappe est localisé à la position radiale r = 6.7 mm, on observe aussi que le terme de production  $A \overline{\Sigma}$  pour 5.6  $mm \le r \le 7.4 mm$  est inférieur à 0.



**FIG. V.27 :** Composantes de la contribution  $A(s^{-1})$  en x = 5 mm



**FIG. V.28 :** Profil transversal de la vitesse radiale  $(m \cdot s^{-1})$  en x = 5 mm

Pour essayer de comprendre pourquoi le terme de production  $A\overline{\Sigma}$  possède des valeurs négatives, les profils des composantes de la contribution A en x = 5 mm sont tracés sur la figure (V.27).

Dans la zone située entre  $r = 5.6 \ mm$  et  $r = 7.4 \ mm$ , la composante  $-\alpha_0 \ \frac{\widetilde{v''^2}}{\widetilde{k}} \ \frac{\partial \widetilde{v}}{\partial r}$  est dominante. En effet, la vitesse radiale croît (figure (V.28)),  $\frac{\partial \widetilde{v}}{\partial r}$  est positif et plus fort que les autres composantes du tenseur du gradient de vitesse et conduit à A < 0.

#### V.3.2 Influence du cœfficient de tension de surface

La tension de surface du couple eau-air est de 72 mN/m. Dans le cadre de la pulvérisation agricole, des surfactants sont mélangés à l'eau à des concentrations conseillées par les fabricants. La plus faible concentration correspond à des usages fongicides, la plus forte concentration aux usages herbicides. Le rôle principal des surfactants est de réduire la tension de surface afin de favoriser l'étalement des gouttes sur les feuilles ciblées et d'éviter le rebond.

La figure (V.29) représente les profils transversaux du Rayon Moyen de Sauter avec deux coefficients de tension de surface : 72 mN/m et 40 mN/m, en x = 1 mm et x = 5 mm.



FIG. V.29 : Influence du cœfficient de tension de surface sur les profils du Rayon Moyen de Sauter (m) en x = 1 mm et x = 5 mm

Il est à rappeler que le cœfficient de tension de surface apparaît dans le terme de

destruction (équation (III.58)). Diminuer le cœfficient de tension de surface provoque une diminution de la destruction de l'interface volumique et par conséquent une diminution du Rayon Moyen de Sauter des gouttes. Les résultats montrés sur la figure (V.29) confirment bien cette hypothèse où on observe un Rayon Moyen de Sauter plus faible avec un cœfficient de tension de surface plus faible.

### V.4 Influence des différentes constantes du modèle

#### V.4.1 Influence de la constante Cp

La constante Cp intervient dans le terme ajouté par Demoulin pour prendre en compte la variation de masse volumique dans la diffusion du flux turbulent de  $\tilde{Y}$ . La valeur choisie est égale à 0.6 dans notre calcul (voir paragraphe V.2.4). Cependant cette constante est prise égale à 1.8 dans le cas de Demoulin *et al.* [20]. Les profils de la fraction volumique avec ces deux constantes sont tracés sur la figure (V.30).



FIG. V.30 : Influence de la constante Cp sur les profils de la fraction volumique  $\overline{\tau}$  (-)

L'augmentation de la constante Cp mène à une diffusion plus importante de la fraction massique liquide moyenne  $\tilde{Y}$  et conduit à un jet plein. C'est pourquoi la valeur 0.6 a été choisie dans notre étude afin d'avoir une nappe creuse.

### V.4.2 Influence de la constante $\alpha_0$

La constante  $\alpha_0$  intervient dans le terme macroscopique de production  $A \overline{\Sigma}$ . Elle est prise égale à 2.5. Vallet *et al.* [84] prennent une valeur égale à 1.



**FIG. V.31 :** Influence de la constante  $\alpha_0$  sur les profils du Rayon Moyen de Sauter (*m*) en x = 1 mm



**FIG.** V.32 : Influence de la constante  $\alpha_0$  sur les profils du Rayon Moyen de Sauter (m) en x = 5 mm

La figure (V.31) montre les profils du Rayon Moyen de Sauter des gouttes en x = 1mm pour trois valeurs de  $\alpha_0$  : 1, 2.5 et 5.

En théorie, l'augmentation de  $\alpha_0$  mène à une diminution du Rayon Moyen de Sauter des gouttes. En effet, si  $\alpha_0$  croît, la production  $A \overline{\Sigma}$  croît aussi et donc l'interface volumique, ce qui génère un Rayon Moyen de Sauter plus faible. Sur la figure (V.31), on observe que le fait d'augmenter  $\alpha_0$  mène à des gouttes plus petites vers l'axe du spray. Cependant, on remarque que l'augmentation de  $\alpha_0$  entraîne une augmentation du Rayon Moyen de Sauter des gouttes dans la zone qui se situe entre  $r = 4 \ mm$  et  $r = 5.7 \ mm$ . Pour expliquer ceci, il faut se référer à la figure (V.25). Dans cette zone, le terme  $A \overline{\Sigma}$  a une valeur négative. Donc l'augmentation de  $\alpha_0$ , dans cette zone, conduit à une augmentation de la destruction ( $A \overline{\Sigma}$  joue plutôt un rôle de destruction de  $\overline{\Sigma}$ ), ce qui se traduit par un Rayon Moyen de Sauter plus fort.

En aval de la buse (figure (V.32)), en x = 5 mm, la même tendance est observée.

#### V.4.3 Influence de la constante $\alpha_1$

La constante  $\alpha_1$  est liée au terme de production  $a_{turb} \overline{\Sigma}$ . La valeur choisie pour cette constante est égale à 0.5 conformément à la littérature [84].



**FIG. V.33 :** Influence de la constante  $\alpha_1$  sur les profils du Rayon Moyen de Sauter (m) en x = 1 mm et x = 5 mm

Les profils transversaux du Rayon Moyen de Sauter (m) en x = 1 mm et x = 5 mmsont représentés sur la figure (V.33) pour deux valeurs de  $\alpha_1 : 0.5$  et 5.

Prendre une constante dix fois plus forte ne change pratiquement pas le Rayon Moyen de Sauter en x = 1 mm. En x = 5 mm, le Rayon Moyen de Sauter maximum passe de 23 microns avec une constante  $\alpha_1 = 5$  à 34 microns pour  $\alpha_1 = 0.5$ . Le terme de production  $a_{turb} \overline{\Sigma}$  est moins important que les autres termes dans l'équation de  $\overline{\Sigma}$ , ce qui traduit une faible influence du Rayon Moyen de Sauter par cette constante de modélisation.

#### V.4.4 Influence de la constante $\alpha_2$

La constante  $\alpha_2$  est associée au terme de production  $a_{coll} \overline{\Sigma}$ . Nous avons pris comme valeur de cette constante 1 conformément à la littérature [84]. La figure (V.34) montre les profils transversaux du Rayon Moyen de Sauter en x = 1 mm et x = 5 mm pour deux valeurs : 1 et 10.



**FIG. V.34 :** Influence de la constante  $\alpha_2$  sur les profils du Rayon Moyen de Sauter (m) en x = 1 mm et x = 5 mm

Dans la zone à faible taux volumique (près de l'axe du spray), le Rayon Moyen de Sauter moyen a presque doublé en prenant une constante dix fois plus grande. En théorie, l'augmentation de  $\alpha_2$  entraîne une diminution du Rayon Moyen de Sauter. Néanmoins, il ne faut pas oublier que le terme *a* se trouve aussi dans l'expression du terme de destruction  $V_a \overline{\Sigma}^2$ . Donc, l'augmentation de  $\alpha_2$ , dans la zone à faible taux volumique, favorise plus la destruction de l'interface volumique que la production .

Dans la zone où se trouve le centre de la nappe (r = 4, 2 mm pour x = 1 mm et r = 6.7 mm pour x = 5 mm), en x = 1 mm, le Rayon Moyen de Sauter reste constant avec l'augmentation de  $\alpha_2$  alors qu'il croît en x = 5 mm. On peut donc dire que, dans les endroits où la fraction volumique est forte, la contribution  $a_{coll}$  favorise plus la production de l'interface volumique que la destruction.

#### V.4.5 Influence de la constante C

La constante C intervient dans le terme de destruction de l'interface volumique  $V_a \overline{\Sigma}^2$  caractérisant la coalescence des gouttes. On suppose que C = 0.4. Nous avons testé deux valeurs pour cette constante : 1.2 comme l'ont fait les auteurs [84] et 4. Les profils transversaux du Rayon Moyen de Sauter en  $x = 1 \ mm$  sont représentés sur la figure (V.35).



**FIG.** V.35 : Influence de la constante C sur les profils du Rayon Moyen de Sauter (m) en x = 1 mm

Plus la valeur de C augmente, plus la coalescence des gouttes est importante. Le Rayon Moyen de Sauter des gouttes croît avec l'augmentation de cette constante. L'effet de cette constante est donc prévisible et le Rayon Moyen de Sauter semble pratiquement proportionnel à celle-ci [83].


**FIG.** V.36 : Influence de la constante C sur les profils du Rayon Moyen de Sauter (m) en x = 5 mm

La même tendance est remarquée en aval de l'écoulement (figure V.36).

## V.5 Comparaison des résultats du modèle avec ceux obtenus par le PDA

Les résultats obtenus par le modèle sont comparés avec ceux donnés par le PDA pour une pression relative d'injection de 4 bar [42].

Concernant la vitesse, le modèle calcule une vitesse moyenne pour le mélange liquide/gaz alors que la vitesse mesurée est celle du liquide uniquement. Néanmoins, la vitesse moyenne du liquide peut être calculée à partir de la vitesse moyenne du mélange et en fonction du flux turbulent de la fraction massique liquide moyenne [20] :

$$\overline{u}_{i/l} = \widetilde{u}_i + \frac{\overline{\rho} \, \widetilde{u_i'' Y''}}{\overline{\rho} \, \widetilde{Y}} \tag{V.1}$$

Donc, c'est la composante axiale de cette vitesse du liquide qui sera comparée avec celle obtenue par le PDA.

#### V.5.1 Le PDA

Le PDA (Phase Doppler Anemometry) est une technique optique non intrusive qui permet de mesurer simultanément la vitesse et le diamètre (jusqu'à 1  $\mu m$ ) des gouttelettes. Contrairement à la sonde optique, le PDA peut mesurer la vitesse des gouttes ayant un mouvement de recirculation vers l'amont.

L'installation optique comprend une sonde d'émission à fibre optique émettant deux faisceaux à une longueur d'onde de 514.5 nm issus d'un laser ion Argon (4W, Spectra-Physics). La taille du volume de mesure est de 700x80x80  $\mu m^3$ . La lumière diffusée vers l'avant est collectée par une optique de réception à fibre optique. Pour des gouttelettes d'eau dans l'air, l'index relatif de réfraction est  $n_{rel} = n_{water}/n_{air} = 1.334$ , de sorte que la détection des particules est basée sur le premier ordre de la réfraction avec un angle de diffusion de  $\phi=35^{\circ}$  avec une polarisation parallèle. Le signal Doppler est analysé avec un BSA P80 piloté par le logiciel BSA Flow v4.50. La composante axiale instantanée de la vitesse et le diamètre de la particule sont simultanément mesurés. Le post-traitement donne les statistiques de vitesse et de diamètre comprenant le Diamètre Moyen de Sauter (SMD). Le nuage de gouttelettes est étudié de la section de sortie de buse jusqu'à 30 mm, radialement et axialement.

Ces mesures ont fait l'objet d'un stage [42] au laboratoire de l'IRPHE dans le cadre d'une collaboration avec le CEMAGREF.

### V.5.2 Comparaison du profil axial de la vitesse axiale sur l'axe du spray

Les profils axiaux de la vitesse axiale moyenne du liquide obtenue par le modèle et mesurée par le PDA sont représentés sur la figure (V.37).

A la sortie de buse, la vitesse axiale calculée par le modèle est d'environ -14 m/s alors que celle donnée par le PDA est d'environ -7 m/s. Ces vitesses correspondent aux vitesses des petites gouttes entraînées par l'air dans la direction amont de l'écoulement [65].

Les deux vitesses axiales passent par la valeur 0 à environ x = 11 mm. Donc, la longueur de la zone de recirculation est très bien calculée par le modèle.

En aval de l'écoulement, les deux vitesses atteignent une valeur constante, d'environ 3.5 m/s pour la vitesse axiale calculée par le modèle et d'environ 6.5 m/s pour la vitesse

mesurée.



FIG. V.37 : Comparaison du profil axial de la vitesse axiale  $(m \cdot s^{-1})$  sur l'axe de spray : Modèle et Expérience

#### V.5.3 Comparaison des profils transversaux de la vitesse axiale

La figure (V.38) montre une comparaison des profils transversaux de la vitesse axiale moyenne du liquide calculée par le modèle et mesurée par le PDA en x = 4, 6 et 8 mm. La vitesse axiale moyenne du liquide calculée par le modèle présente un maximum d'environ 6 m/s alors qu'expérimentalement la vitesse axiale moyenne du liquide possède un maximum d'environ 15 m/s. Donc, il y a une sous-estimation de la vitesse axiale moyenne du liquide calculée par le modèle. Cette sous-estimation s'explique par la conservation de débit massique pour le calcul et l'expérience. En effet, comme nous l'avions précédemment annoncé lors de la comparaison des profils transversaux de la fraction volumique (paragraphe V.2.3.1), la nappe liquide calculée par le modèle est plus écartée et plus large. Donc, pour conserver le débit, il faut que la vitesse donnée par le modèle soit plus faible.



FIG. V.38 : Comparaison des profils transversaux de la vitesse axiale  $(m \cdot s^{-1})$  : Modèle et Expérience

### V.5.4 Comparaison des profils transversaux du Diamètre Moyen de Sauter



**FIG. V.39 :** Comparaison des profils transversaux du Diamètre Moyen de Sauter (SMD) (m) : Modèle et Expérience

La figure (V.39) représente une comparaison des profils du Diamètre Moyen de Sauter calculés par le modèle et donnés par le PDA en x = 4, 6 et 8 mm.

Près du centre du spray où les taux volumiques sont faibles, on observe des petites gouttes de Diamètre Moyen de Sauter qui varie entre 10 microns et 20 microns pour le modèle et entre 10 microns et 15 microns pour le PDA.

Dans la zone où les taux volumiques sont plus forts  $(r \in [0.003; 0.009] m)$ , un très bon accord est observé entre les SMDs calculés par le modèle et mesurés par le PDA, sauf pour x = 8 mm où le SMD calculé par le modèle est faible par rapport à celui mesuré par le PDA. A titre d'exemple, la valeur maximale du Diamètre Moyen de Sauter en x = 6mm est environ 82 microns pour le modèle et 76 microns pour l'expérience.

Dans la zone extérieure de la nappe (r > 0.009 m), la fraction volumique tend vers 0 et le Diamètre Moyen de Sauter calculé par le modèle ne représente aucun diamètre de gouttes. Cependant, le SMD mesuré par le PDA, dans cette zone, varie entre 27 microns en x = 4 mm et 62 microns en x = 8 mm.

## Conclusion générale

Dans le cadre de cette thèse, l'atomisation d'une nappe liquide injectée par une buse à swirl est étudiée. Dans la pulvérisation agricole, l'atomisation concerne l'injection d'un mélange liquide constitué d'eau, de matières actives et d'adjuvants. Une meilleure maîtrise de la taille et la vitesse des gouttelettes produites à la sortie de buse devrait permettre de réduire la perte d'une partie de ce mélange liquide dans l'environnement pendant l'application. Ce phénomène est souvent abordé par une approche expérimentale, mais elle reste insuffisante et difficile à mettre en œuvre. L'approche choisie dans le cadre de cette étude concerne la modélisation. Nous avons envisagé dans une synthèse bibliographique les différentes approches de modélisation utilisées pour décrire l'atomisation. Les modèles Lagrangiens donnent de bons résultats dans la zone dispersée puisque ce type de modèles supposent que la phase liquide est déjà fragmentée à la sortie de buse. Donc, le processus de fragmentation n'est pas modélisé mais posé *a priori*.

Dans la modélisation Eulérienne, les modèles à deux fluides ont l'avantage d'être plus précis, mais le nombre d'équations à résoudre est important et leur difficulté principale réside dans la modélisation des termes interfaciaux.

Au cours de cette étude, un modèle Eulérien, dit de mélange, a été utilisé. Le modèle considère un seul fluide diphasique dont la masse volumique varie entre celle du liquide et celle du gaz; elle est constante lorsque l'écoulement est constitué de liquide ou de gaz pur, alors qu'elle varie lorsque le mélange est diphasique, en fonction de sa composition. La dispersion du liquide est calculée par une équation de transport de la fraction massique liquide moyenne  $\tilde{Y}$ . Le flux turbulent de la fraction massique liquide moyenne est fermé en prenant en compte des termes dus à la variation de la masse volumique. La turbulence est modélisée par une approche aux tensions de Reynolds. En effet, une approche plus simple, de type  $(\tilde{k}, \tilde{\epsilon})$  basée sur l'isotropie de la turbulence, n'est pas adaptée à notre cas

d'étude et l'utilisation de ce type de modèle donne des résultats qui ne sont pas réalistes. L'accès à la taille des gouttes se fait par l'intermédiaire d'une équation de transport de l'interface volumique liquide/gaz,  $\overline{\Sigma}$ . Les effets de capillarité, d'aérodynamique et de turbulence sont pris en compte par des termes de destruction et de production. La capillarité tend à faire coalescer les fragments et fait croître leur taille tandis que les gradients de vitesse moyenne et la turbulence produisent de l'aire interfaciale et tendent à faire décroître la taille des fragments liquides.

Nous avons appliqué ce modèle à une buse à swirl qui donne naissance à une nappe conique creuse constituée de grosses gouttelettes et caractérisée par la présence d'une zone de recirculation près de l'axe du spray constituée de gouttelettes plus petites. Les résultats des profils transversaux de la fraction volumique montrent bien que la nappe obtenue par le modèle est creuse. L'influence des termes liés aux fluctuations de la masse volumique en gradient de pression (terme de corrélation fluctuation de vitesse-gradient de pression  $G_{ii}$ ) est examinée. L'ajout de ces termes dans les équations de turbulence mène à une nappe plus large et un angle de nappe plus grand. L'influence de la modélisation du flux turbulent de  $\widetilde{Y}$  est aussi étudiée. La prise en compte de la variation de la masse volumique est nécessaire pour obtenir un angle de spray correct. En ce qui concerne la taille des gouttes, les résultats obtenus sont en accord avec l'expérience. Les petites gouttes sont localisées près de l'axe du spray tandis que les plus grosses se trouvent dans la nappe. L'influence des différents termes de l'équation de l'interface volumique est analysée. Il apparaît que le terme de production dû aux gradients de vitesse moyenne peut prendre des valeurs négatives à cause de la composante liée au gradient de la vitesse radiale selon le rayon. L'effet de la tension de surface est examiné. La diminution de la tension de surface provoque une diminution des rayons de goutte et donc un risque de dérive plus important. L'influence des différentes constantes du modèle est aussi étudiée. Les résultats concernant la vitesse axiale moyenne du liquide et le Diamètre Moyen de Sauter des gouttes obtenus par le modèle ont été comparés à ceux mesurés par l'Anémométrie Phase Doppler (PDA). La comparaison des profils de la vitesse axiale moyenne du liquide est satisfaisante. La longueur de la zone de recirculation est estimée à 11 mm par le modèle et le PDA pour une pression d'injection de 4 bars. Les profils transversaux du Diamètre Moyen de Sauter ont le même comportement et les valeurs du Diamètre Moyen de Sauter sont très proches dans les zones de comparaison.

Le modèle semble donc bien fonctionner pour calculer l'atomisation d'une nappe liquide, mais pourrait être encore amélioré. Il serait intéressant de considérer une équation de transport pour le flux turbulent de  $\tilde{Y}$  afin de prendre en compte le gradient de pression qui peut jouer un rôle important compte tenu des forts gradients de pression. En outre, il serait possible de réécrire le terme de collision en se basant sur des collisions pas seulement binaires mais entre plusieurs gouttes.

De plus, ce modèle a été appliqué à une seule buse à swirl, et une prochaine étape pourrait consister en l'application du modèle à plusieurs buses. Par ailleurs, lors de la pulvérisation agricole, un flux d'air entoure la buse, l'air servant à transporter les gouttes produites dans la végétation. Ainsi, il serait intéressant de considérer un flux d'air dans la modélisation afin d'étudier l'influence de celui-ci sur les gouttes produites et sur leur évolution.

Cette approche pourrait également être appliquée à une buse à injection d'air. En effet, avec cette buse, les gouttes injectées sont remplies de bulles d'air afin d'accroître leur taille et éclatent de par l'air qu'elles contiennent. Les interfaces ne sont pas qu'à l'extérieur des gouttes mais aussi à l'intérieur d'elles-même et le comportement du modèle avec toutes ces interfaces pourrait être étudié.

Enfin, un couplage de ce modèle Eulérien avec un suivi Lagrangien permettrait de suivre le devenir des gouttes créées par le modèle Eulérien après leur pulvérisation. Pour cela, une analyse plus poussée des expérimentations effectuées par le PDA permettrait d'avoir plus d'informations et de statistiques sur la taille et la vitesse des gouttes produites.

## Annexe

### Annexe

```
#include "udf.h"
#define Cp 0.6 /*constante du flux turbulent de Y*/
#define dvs 0.6 /*constante dans */
#define e 0.09
#define alpha -2.5 /*constante pour A=b*/
#define alpha1 0.5 /*constante pour aturb =g*/
#define alpha2 1.0 /*constante pour acoll =h*/
#define PI 3.14159
```

}

```
DEFINE_DIFFUSIVITY(diff_sigm,c,t,i) /*Coefficient du terme de diffusion de Sigma*/
{
  return C_MU_T(c,t)/0.7 ;
}
```

```
DEFINE_PROPERTY(my_density,c,t)
                                   /*Masse volumique*/
{
return 1./(MIN(MAX(0.,(1.-C_UDSI(c,t,0))),1.)/1.225
           +MIN(MAX(0.,C_UDSI(c,t,0)),1.)/998.2);
}
DEFINE_ADJUST(ajuste_uds,domain)
                                   /*Ajuster la valeur de Y*/
{
Thread *t;
cell_t c;
int count1=0;
int count2=0;
thread_loop_c(t,domain)
if FLUID_THREAD_P(t)
begin_c_loop(c,t)
{
 if (C_UDSI(c,t,0)<0)
 {
 count1++;
 C_UDSI(c,t,0)=0;
 }
 if (C_UDSI(c,t,0)>1.)
 {
count2++;
C_UDSI(c,t,0)=1.;
}
}
end_c_loop(c,t)
if (count1>0) Message0("uds set to 0 in %d cells \n",count1);
/*Si Y < 0. => compteur 1
                            C_1++ et Y=0*/
if (count2>0) Message0("uds set to 1 in %d cells \n",count2);
/*Si Y > 1. => compteur 2
                            C_2++
                                    et Y=1*/
}
```

```
DEFINE_PROFILE(pe_us,t, bar) /*Conditions aux limites pour Y*/
{
 face_t f; /*pour récupérer les valeurs stockées au centre des faces*/
 real valeur = 0.0;
 begin_f_loop(f,t)
                     /*boucle sur les cellules d'une zone*/
        {
                if (F_FLUX(f,t) > 0.0) /*si liquide sort flux nul*/
                   {
                  valeur = C_UDSI(F_CO(f,t), THREAD_TO(t),0);
                   F_PROFILE(f,t,bar) = valeur;
                   }
                else
                        /*si liquide entre, Y=0*/
                   F_PROFILE(f,t,bar) = 0.0;
         }
end_f_loop(f,t)
}
DEFINE_SOURCE(me_ra,c,t,dS,eqn) /*Terme source de Sigma*/
{
real rho_1=998.2;
                                 /*masse volumique eau*/
                                 /*tension de surface*/
real ts=0.72E-1;
real p=1E-15;
                                 /*artifice numérique*/
real art=1E-6;
                                 /*artifice numérique*/
real rho=C_R(c,t);
                                 /*masse volumique*/
real sigma=C_UDSI(c,t,1);
real en=C_K(c,t);
                                 /*énergie cinétique turbulente*/
real diss=C_D(c,t);
                                 /*taux de dissipation*/
                                 /*production microscopique*/
real a;
                                 /*production macroscopique*/
real b;
real v;
                                 /*Va obtenu à partir de req*/
                                 /*terme g=aturb*/
real g;
                                 /*terme h=acoll*/
real h;
```

```
real f; /*terme f tq acoll=f*pow(phik, 2/3)*/
real w; /*terme w tq Va=w*a=w*(g+h)*/
real source;
real m; /*tau*/
real r; /*Composante radiale*/
```

```
r = C_CENTROID_CACHE(c,t)[1];
m=C_R(c,t)* C_UDSI(c,t,0)/998.2;
C_UDMI(c,t,0)=C_OMEGA_G(c,t)[0]*r;
                                                          /*dSwirl-Velocity/dx*/
C_UDMI(c,t,1)=C_W(c,t)/(r+art) + r * C_OMEGA_G(c,t)[1]; /*dSwirl-Velocity/dy*/
if (C_UDSI(c,t,0)<=0.0000005 || C_UDSI(c,t,1)<=0.0000005)
/*test pour éviter 0 multiplie infini*/
{
source=0.0;
dS[eqn]=0.0;
}
else
      {
      if (m<0.99)
                      /*elimine zone sans interface*/
      {
/* calcul terme aturb=g*/
      g=alpha1*C_D(c,t)/(C_K(c,t)+p);
/* calcul terme acoll=h*/
/*terme f tq acoll=h=f*pow(phik, 2/3)*/
      f=alpha2*pow(0.09,1/2.)*pow((C_D(c,t)+p),1/3.)*pow(998.2,4/9.)
      *pow(C_R(c,t),2/9.)*pow((C_UDSI(c,t,0)+p),-4/9.)/pow(36*PI,2/9.);
     h=alpha2*pow(0.09,1/2.)*pow((C_D(c,t)+p),1/3.)*pow(998.2,4/9.)
      *pow(C_R(c,t),2/9.)*pow((C_UDSI(c,t,0)+p),-4/9.)*pow((C_UDSI(c,t,1)+p),2/3.)
      /pow(36*PI,2/9.);
/* calcul terme a=acoll+aturb=h+g*/
      a=g+h;
```

```
/* calcul terme b*/
     b=alpha*(C_RUU(c,t)*C_DUDX(c,t)+C_RUV(c,t)*C_DUDY(c,t)+C_RUV(c,t)*C_DVDX(c,t)
              +C_RVV(c,t)*C_DVDY(c,t)-C_RVW(c,t)*C_W(c,t)/(r+art)
              +C_RUW(c,t)*C_UDMI(c,t,0)+C_RVW(c,t)*C_UDMI(c,t,1)
              +C_RWW(c,t)*C_V(c,t)/(r+art))/(C_K(c,t)+p);
/* calcul terme V=Va*/
/*calcul terme w tq Va=w*a*/
      w=dvs*pow(998.2,4/15.)*pow(0.072,3/5.)*pow(0.09,3/10.)
        *pow((C_R(c,t)*(C_UDSI(c,t,0)+p)),-13/15.)/(3*pow((C_D(c,t)+p),2/5.));
      v=dvs*a*pow(998.2,4/15.)*pow(0.072,3/5.)*pow(0.09,3/10.)*pow((C_R(c,t)
        *(C_UDSI(c,t,0)+p)),-13/15.)/(3*pow((C_D(c,t)+p),2/5.));
/* calcul terme source*/
source=C_R(c,t)*(a+b)*(C_UDSI(c,t,1)+p)
       -C_R(c,t)*C_R(c,t)*v*(C_UDSI(c,t,1)+p)*(C_UDSI(c,t,1)+p);
/* calcul de la dérivée du terme source avec rho*b*/
dS[eqn]=(5/3.)*C_R(c,t)*f*pow((C_UDSI(c,t,1)+p),2/3.)+C_R(c,t)*g+C_R(c,t)*b
        -C_R(c,t)*C_R(c,t)*f*w*(8/3.)*pow((C_UDSI(c,t,1)+p),5/3.)
        -2*C_R(c,t)*C_R(c,t)*w*g*C_UDSI(c,t,1);
/*si la dérivée terme source >0 ,risque de divergence,
  donc annule terme et traite source explicitement*/
if (dS[eqn]>0.0)
      dS[eqn]=0.;
      }
      else
      {
       source=0.0;
       dS[eqn]=0.0;
     }
     }
C_UDMI(c,t,2)=C_R(c,t)*(a+b)*(C_UDSI(c,t,1)+p);
                                                     /*production*/
C\_UDMI(c,t,3)=C_R(c,t)*C_R(c,t)*v*(C\_UDSI(c,t,1)+p)
              *(C_UDSI(c,t,1)+p);
                                                     /*destruction*/
```

103

C_UDMI(c,t,4)=dvs*a*pow(998.2,4/15.)*pow(0.0	072,3/5.)*pow(0.09,3/10.)
<pre>*pow((C_R(c,t)*(C_UDSI(c,t,0)+</pre>	-p)),-13/15.)
/(3*pow((C_D(c,t)+p),2/5.));	/*Terme Va*/
C_UDMI(c,t,5)=a;	/*Terme a*/
C_UDMI(c,t,6)=g;	/*Terme aturb*/
C_UDMI(c,t,7)=h;	/*Terme acoll*/
C_UDMI(c,t,8)=b;	/*Terme A*/
/* Vitesse axiale moyenne du liquide */	
$C_UDMI(c,t,9)=C_U(c,t)-((C_MU_T(c,t)/0.7 +$	
Cp*C_R(c,t)*C_R(c,t	c)*(1.0/1.225-1.0/998.2)*C_K(c,t)
*C_K(c,t)/C_D(c,t)*	<c_udsi(c,t,0)*(1.0-c_udsi(c,t,0)))< td=""></c_udsi(c,t,0)*(1.0-c_udsi(c,t,0)))<>
*C_UDSI_G(c,t,0)[0]	)/(C_R(c,t)*C_UDSI(c,t,0)+eps);
/* Vitesse radiale moyenne du liquide */	
$C_UDMI(c,t,10)=C_V(c,t)-((C_MU_T(c,t)/0.7 +$	
Cp*C_R(c,t)*C_R(c,	t)*(1.0/1.225-1.0/998.2)*C_K(c,t)
*C_K(c,t)/C_D(c,t)	*C_UDSI(c,t,0)*(1.0-C_UDSI(c,t,0)))
*C_UDSI_G(c,t,0)[1	])/(C_R(c,t)*C_UDSI(c,t,0)+eps);
return source;	
}	
<pre>DEFINE_PROFILE(sig_ma,t,cal) /*Conditions au</pre>	ux limites pour Sigma*/
{	
face_t f; /*pour récupérer les valeurs stoc	ckées au centre des faces*/
real kima = 0.0;	
<pre>begin_f_loop(f,t) /*boucle sur les cell</pre>	lules d'une zone*/
{	
if (F_FLUX(f,t) > 0.0) /*si	l liquide sort flux nul*/
{	
kima = C_UDSI(F_C0(f,t),	THREAD_TO(t),1);
<pre>F_PROFILE(f,t,cal) = kima</pre>	1;
}	
else /*si liquide entre,	Sigma=0*/

#### F\_PROFILE(f,t,cal) = 0.0;

```
}
end_f_loop(f,t)
```

}

# Table des figures

I.1	Estimation des rendements mondiaux moyens avec ou sans produits phytopharma-	
	ceutiques (source : FAO)	4
I.2	Évolution des tonnages de matières actives phytosanitaires à usage agricole commer-	
	cialisées en France métropolitaine (source : UIPP)	5
I.3	Pulvérisation de pesticides en viticulture	8
II.1	Représentation des régimes de break-up [13]	11
II.2	Buse à swirl [53] $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	13
II.3	Formes du film liquide pour différents angles de contraction de la chambre à swirl [57]	14
II.4	Etude de stabilité d'une colonne liquide [60]	18
II.5	Désintégration continue de la goutte mère pendant le temps de break-up par le modèle	
	WAVE [60]	19
II.6	Modèle VOF; (en haut) Interface réelle et ${\cal C}$ associée; (en bas à gauche) recons-	
	truction par SLIC et ${\cal C}$ associée; (en bas à droite) reconstruction par PLIC et ${\cal C}$	
	associée	23
IV.1	Buse ALBUZ ATR LILAS	49
IV.2	Coupe longitudinale de la buse LILAS	51
IV.3	Géométrie et conditions aux limites, calcul tridimensionnel	52
IV.4	Champs de la fraction massique $\widetilde{Y}$ (-) et de l'énergie cinétique turbulente $(m^2 \cdot s^{-2})$	
	à l'entrée du col dans un plan yz, calcul 3D	54
IV.5	Champs de la vitesse axiale $(m\cdot s^{-1})$ et de la vitesse de swirl $(m\cdot s^{-1})$ à l'entrée du	
	col dans un plan yz, calcul 3D	54
IV.6	Géométrie et conditions aux limites, calcul bidimensionnel	55
IV.7	Champs de la fraction massique liquide moyenne $\widetilde{Y}$ (-) $\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$	57
IV.8	Courbes de convergence des résidus	59

V.1	Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-) :	
	Modèle et Expérience	63
V.2	Zoom de la figure (V.1) $\ldots$	63
V.3	Champ de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-) : Modèle $\left(\widetilde{k},\widetilde{\epsilon}\right)$	64
V.4	Champ de l'énergie cinétique turbulente $\widetilde{k}$ $(m^2 \cdot s^{-2})$ : Modèle $\left(\widetilde{k}, \widetilde{\epsilon}\right)$	64
V.5	Zoom de la figure (V.4)	65
V.6	Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-)	
	près de la sortie de buse : Modèle et Expérience	66
V.7	Profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-) en aval de l'écou-	
	lement calculés par le modèle	67
V.8	Champ de la fraction massique liquide moyenne $\widetilde{Y}$ (-) $\hfill\$	68
V.9	Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-)	
	près de la sortie de buse, avec et sans $G_{ij}$ et $G_k$	69
V.10	Champ de la vitesse de swirl $(m \cdot s^{-1})$	70
V.11	Zoom de la figure (V.10)	70
V.12	Champ de la vitesse radiale $(m \cdot s^{-1})$	71
V.13	Champ de la vitesse axiale $(m \cdot s^{-1})$	71
V.14	Profils transversaux des composantes normales du tenseur de Reynolds $(m^2 \cdot s^{-2})$ en	
	x = 1 mm	72
V.15	Profils transversaux des composantes normales du tenseur de Reynolds $(m^2 \cdot s^{-2})$ en	
	x = 5 mm	72
V.16	Profils transversaux des composantes $\widetilde{u''v''}, \widetilde{v''w''}$ et $\widetilde{u''w''} (m^2 \cdot s^{-2})$ en $x = 1 \ mm$	73
V.17	Profils transversaux des composantes $\widetilde{u''v''}$ , $\widetilde{v''w''}$ et $\widetilde{u''w''}$ $(m^2 \cdot s^{-2})$ en $x = 5 \ mm$	73
V.18	Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-)	
	près de la sortie de buse : modèle de référence et modèle classique	74
V.19	Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-)	
	en aval de l'écoulement : modèle de référence et modèle classique	75
V.20	Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-)	
	près de la sortie de buse : modèle de référence et modèle anisotrope	76
V.21	Comparaison des profils transversaux de la fraction volumique liquide moyenne $\overline{\tau}$ (-)	
	en aval de l'écoulement : modèle de référence et modèle anisotrope $\ldots \ldots \ldots$	76
V.22	Champ de la fraction volumique liquide movenne $\overline{\tau}$ (-) : modèle anisotrope	77

V.23	Profils transversaux de l'aire interfaciale par unité de volume $\overline{\Sigma}~(m^{-1})$ près de la	
	sortie de buse	78
V.24	Profils transversaux du Rayon Moyen de Sauter $(m)$ près de la sortie de buse $\ .\ .$ .	79
V.25	Comparaison des termes de production et de destruction de $\overline{\Sigma}$ $(m^{-1} \cdot s^{-1})$ en $x = 1$	
	mm	80
V.26	Comparaison des termes de production et de destruction de $\overline{\Sigma}$ $(m^{-1} \cdot s^{-1})$ en $x = 5$	
	mm	80
V.27	Composantes de la contribution $A(s^{-1})$ en $x = 5 mm$	81
V.28	Profil transversal de la vitesse radiale $(m \cdot s^{-1})$ en $x = 5 mm$	81
V.29	Influence du cœfficient de tension de surface sur les profils du Rayon Moyen de Sauter	
	(m) en $x = 1 mm$ et $x = 5 mm$	82
V.30	Influence de la constante $Cp$ sur les profils de la fraction volumique $\overline{\tau}$ (-) $\ldots$ .	83
V.31	Influence de la constante $\alpha_0$ sur les profils du Rayon Moyen de Sauter $(m)$ en $x = 1$	
	mm	84
V.32	Influence de la constante $\alpha_0$ sur les profils du Rayon Moyen de Sauter $(m)$ en $x = 5$	
	mm	84
V.33	Influence de la constante $\alpha_1$ sur les profils du Rayon Moyen de Sauter $(m)$ en $x = 1$	
	mm et $x = 5 mm$	85
V.34	Influence de la constante $\alpha_2$ sur les profils du Rayon Moyen de Sauter $(m)$ en $x = 1$	
	mm et $x = 5 mm$	86
V.35	Influence de la constante C sur les profils du Rayon Moyen de Sauter $(m)$ en $x = 1$	
	mm	87
V.36	Influence de la constante C sur les profils du Rayon Moyen de Sauter (m) en $x = 5$	
	mm	88
V.37	Comparaison du profil axial de la vitesse axial e $(m\cdot s^{-1})$ sur l'axe de spray : Modèle	
	et Expérience	90
V.38	Comparaison des profils transversaux de la vitesse axiale $(m \cdot s^{-1})$ : Modèle et Expé-	
	rience	91
V.39	Comparaison des profils transversaux du Diamètre Moyen de Sauter (SMD) $\left(m\right)$ :	
	Modèle et Expérience	91

## Bibliographie

- A. H. Abdul Hamid and R. Atan. Spray characteristics of jet-swirl nozzles for thrust chamber injector. Aerospace Science and Technology, 13:192–196, 2009.
- [2] A. Alajbegovic, H.A. Grogger, and H. Philipp. Calculation of nozzles using the twofluid model. 7th annual conference computational fluid dynamics society of Canada, 1999.
- [3] A.A. Amsden, P.J. O'Rourke, and T.D. Butler. Kiva-II : a computer program for chemically reactive flows with sprays. Los Alamos, NM : Los Alamos National Laboratory, (DE89-012805), 1989.
- [4] P. Bailly, M. Champion, and D. Garréton. Counter-gradient diffusion in a confined turbulent premixed flame. *Physics of Fluids*, 9(3) :766–775, 1997.
- [5] J. M. Ballester and C. Dopazo. Drop size measurements in heavy oil sprays from pressure-swirl nozzles. Atomization and Sprays, 6(4):337–408, 1996.
- [6] P.A. Beau, T. Menard, R. Lebas, A. Berlemont, S. Tanguy, and F.X. Demoulin. Numerical jet atomization. Part II : modeling information and comparison with DNS. *European fluids engineering summer meeting*, FEDSM2006, 98166, 2006.
- [7] W. Bergwerk. Flow pattern in diesel nozzle spray holes. Proc Instn Mech Engrs, 173(25):665–660, 1959.
- [8] G. Blokkeel, X. Silvani, F.X. Demoulin, and R. Borghi. A eulerian model to improve the primary breakup modeling of atomizing jet. *ILASS-Europe, Zaragoza*, 2002.
- [9] M. C. Butler Ellis, C. R. Tuck, and P. C. H. Miller. How surface tension of surfactant solutions influences the characteristics of sprays produced by hydraulic nozzles used

for pesticide application. Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects, 180(3) :267–276, 2001.

- [10] K.C. Chang, M.R. Wang, W. J. Wu, and C.H. Hong. Experimental and theoretical study on hollow-cone spray. *Journal of Propulsion and Power*, 9(1):28–34, 1993.
- [11] N.A. Chigier and J.M. Beer. Velocity and static-pressure distributions in swirling air jets issuing from annular and divergent nozzles. *Journal of basic Engineering*, 4:788–796, 1964.
- [12] J. Cousin and H.J. Nuglisch. Prediction of characteristics of sprays produced by high pressure swirl injectors. *ILASS-Europe*, *Toulouse*, 1999.
- [13] J. Cousin, W. M. Ren, and S. Nally. Recent developments in simulations of internal flows in high pressure swirl injectors. Oil and Gas Science and Technology, 54(2) :227–231, 1999.
- [14] B. J. Daly and F. H. Harlow. Transport equations in turbulence. *Physics of Fluids*, 13 :2634–2649, 1970.
- [15] M. De Luca, A. Vallet, and R. Borghi. Pesticide atomization modeling for hollowcone nozzle. Atomization and Sprays, 19(8):741–753, 2009.
- [16] M. De Schampheleire, D. Nuyttens, D. Dekeyser, P. Verboven, P. Spanoghe, W. Cornelis, D. Gabriels, and W. Steurbaut. Deposition of spray drift behind border structures. *Crop Protection*, 28(12), 2009.
- [17] K.J. DeJuhasz. Dispersion of sprays in solid injection oil engines. *Trans. ASME*, 53, 1931.
- [18] J. M. Delhaye. Some issues related to the modeling of interfacial areas in gas-liquid flows I. the conceptual issues. C. R. Acad. Sci. Paris, 329(5) :397–410, 2001.
- [19] J. M. Delhaye. Some issues related to the modeling of interfacial areas in gas-liquid flows, II. modeling the source terms for dispersed flows. C. R. Acad. Sci. Paris, 329(6) :473–486, 2001.

- [20] F. X. Demoulin, P. A. Beau, G. Blokkeel, A. Mura, and R. Borghi. A new model for turbulent flows with large density fluctuations : Application to liquid atomization. *Atomization and Sprays*, 17(4) :315–345, 2007.
- [21] R. A. Downer, F. R. Hall, R. S. Thompson, and A. C. Chapple. Temperature effects on atomization by flat-fan nozzles : Implications for drift management and evidence for surfactant concentration gradients. *Atomization and Sprays*, 8(3):241–254, 1998.
- [22] D.A. Drew. Mathematical modelling of two-phase flow. Ann. Rev. Fluid Mech., 15:261–291, 1983.
- [23] N. Dumont. Modélisation de l'écoulement diphasique dans les injecteurs diesel. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.
- [24] N. Dumont, O. Simonin, and C. Habchi. Numerical simulation of cavitating flows in diesel injectors by a homogeneous equilibrium modeling approach. CAV2001, session B6(005), 2001.
- [25] M. M. Gibson and B. E. Launder. Ground effects on pressure fluctuations in the atmospheric boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 86(3):491–511, 1978.
- [26] M. Gorokhovski and M. Herrmann. Modeling primary atomization. Annu. Rev. Fluid Mech., 40 :343–366, 2008.
- [27] C. Habchi, N. Dumont, and O. Simonin. Multidimensional simulation of cavitating flows in diesel injectors by a homogeneous mixture modeling approach. *Atomization* and Sprays, 18(2) :129–162, 2008.
- [28] C.W. Hirt and B.D. Nichols. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. J. Comput. Phys., 139 :201–225, 1981.
- [29] A. A. Ibrahim and M. A. Jog. Effect of liquid and air swirl strength and relative rotational direction on the instability of an annular liquid sheet. Acta Mechanica, 186(1-4):113–133, 2006.
- [30] E. A. Ibrahim. Effect of swirl on jet atomization. AIAA journal, 31(12) :2376–2377, 1993.

- [31] E. A. Ibrahim and T. L. Williams. A non-linear model for the atomization of a swirling viscous liquid jet. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 222(11), 2008.
- [32] M. Ishii. Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. NASA STI/Recon Technical Report A, 75, 1975.
- [33] S. Jay, F. Lacas, and S. Candel. Combined surface density concepts for dense spray combustion. *Combustion and Flame*, 144(3), 2006.
- [34] X. Jiang, G.A. Siamas, K. Jagus, and T.G. Karayiannis. Physical modelling and advanced simulations of gas-liquid two-phase jet flows in atomization and sprays. *Progress in Energy and Combustion Science*, 36(2) :131–167, 2010.
- [35] N. Kadem. Atomisation du jet d'un canon d'irrigation : modélisation eulérienne et validation. PhD thesis, Université d'aix-Marseille 2, 2005.
- [36] N. Kawahara, E. Tomita, D. Kasahara, T. Nakayama, and M. Sumida. Fuel breakup near nozzle exit of high-pressure swirl injector for gasoline direct injection engine. *SAE international technical paper*, (542) :247–255, 2004.
- [37] F. Landwehr, D. Feggeler, P. Walzel, F. Weichert, N. Schroter, and H. Muller. A fibre sensor based frequency analysis of surface waves at hollow cone nozzles. *Experiments* in Fluids, 40(4) :523–532, 2006.
- [38] M. A. Langthjem and T. Nakamura. Influence of swirl on the stability of a rod in annular leakage flow. *Journal of Fluids and Structures*, 23(2), 2007.
- [39] G. N. Laryea and S. Y. No. Development of electrostatic pressure-swirl nozzle for agricultural applications. *Journal of Electrostatics*, 57(2) :129–142, 2003.
- [40] B.E. Launder. On the effect of gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum. *Fluid. Mech*, 67 :569–581, 1975.
- [41] R. Lebas, T. Menard, P. A. Beau, A. Berlemont, and F. X. Demoulin. Numerical simulation of primary break-up and atomization : DNS and modelling study. *International Journal of Multiphase Flow*, 35(3) :247–260, 2009.

- [42] R. Lescalier. Détermination de la taille et de la vitesse de particules dans un écoulement turbulent par anémométrie phase doppler. Rapport de stage, IRPHE, Université Paul-Cézanne, 2009.
- [43] D. Lhuillier. Evolution of the volumetric interfacial area in two-phase mixtures. Comptes Rendus Mecanique, 332(2):103–108, 2004.
- [44] F. S. Lien and M. A. Leschziner. Assessment of turbulent transport models including non-linear RNG eddy-viscosity formulation and second-moment closure. *Computers* and Fluids, 23(8) :983–1004, 1994.
- [45] M. De Luca. Contribution à la modélisation de la pulvérisation d'un liquide phytosanitaire en vue de réduire les pollutions. PhD thesis, Université de la méditerranée, Aix-Marseille 2, 2007.
- [46] J.L. Lumley. Modelling turbulent flux of passive scalar quantities in inhomogeneous flows. *Phys. Fluids*, 18 :619–621, 1975.
- [47] G. Luret, T. Menard, A. Berlemont, J. Reveillon, F. X. Demoulin, and G. Blokkeel. Modeling collision outcome in moderately dense sprays. *Atomization and Sprays*, 20(3):251–258, 2010.
- [48] T. Ménard, S. Tanguy, and A. Berlemont. Coupling level set/VOF/ghost fluid methods : Validation and application to 3D simulation of the primary break-up of a liquid jet. *International Journal of Multiphase Flow*, 33(5) :510–524, 2007.
- [49] S. Moon, E. Abo-Serie, and C. Bae. Air flow and pressure inside a pressure-swirl spray and their effects on spray development. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 33 :222–231, 2009.
- [50] A.A. Mostafa and H.C. Mongia. On the modeling of turbulent evaporating sprays : Eulerian versus lagrangian approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 30(12) :2583–2593, 1987.
- [51] W. Ning, R. D. Reitz, R. Diwakar, and A. M. Lippert. An eulerian-lagrangian spray and atomization model with improved turbulence modeling. *Atomization and Sprays*, 19(8) :727–739, 2009.

- [52] W. Noh and P. Woodward. Slic (simple line interface calculation). Proceedings of the Fifth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics Springer-Verlag, 59 :330–340, 1976.
- [53] S. Nonnenmacher and M. Piesche. Design of hollow cone pressure swirl nozzles to atomize newtonian fluids. *Chemical Engineering Science*, 55(19):4339–4348, 2000.
- [54] P.J. O'Rourke and A.A. Amsden. The TAB method for numerical calculation of spray droplet breakup. *Technical Report 872089, SAE paper*, 1987.
- [55] P.J. O'Rourke and F.V. Bracco. Modelling drop interactions in thick sprays and a comparison with experiments. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1980.
- [56] S. Osher and J.A. Sethian. Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on hamilton-jacobi formulations. J. Comput. Phys., 79 :12–49, 1988.
- [57] H. Park and S. D. Heister. Nonlinear simulation of free surfaces and atomization in pressure swirl atomizers. *Physics of Fluids*, 18(5), 2006.
- [58] H. Park, S. S. Yoon, and S. D. Heister. On the nonlinear stability of a swirling liquid jet. International Journal of Multiphase Flow, 32(9) :1100–1109, 2006.
- [59] S.H. Park, H.J. Kim, H.K. Suh, and C.S. Lee. Atomization and spray characteristics of bioethanol and bioethanol blended gasoline fuel injected through a direct injection gasoline injector. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(6) :1183–1192, 2009.
- [60] R.D. Reitz. Modeling atomization processes in high-pressure vaporizing sprays. Atomisation and Spray Technology, 3:309–337, 1987.
- [61] R.D. Reitz and F.V. Bracco. Mechanism of atomization of a liquid jet. Phys. Fluids, 25(10) :1730–1742, 1982.
- [62] J. H. Rhim and S. Y. No. Breakup length of conical emulsion sheet discharged by pressure-swirl atomizer. International Journal of Automotive Technology, 2(3):103– 107, 2001.

- [63] B.J. Rho, S.J. Kang, J.H. Oh, and S.G. Lee. Swirl effect on the spray characteristics of a twin-fluid jet. *KSME International Journal*, 12(5) :899–906, 1998.
- [64] W. Rodi. A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses. Zeitschrift fuer angewandte Mathematik und Mechanik, 56 :219–221, 1976.
- [65] R. Rotondi and G. Bella. Gasoline direct injection spray simulation. International Journal of Thermal Sciences, 45 :168–179, 2006.
- [66] J. C. Rotta. Statistiche theorie nicht homogener turbulenz. Zeitschrift Physik, 129:547–572, 1951.
- [67] J.H. Rupe. On the dynamic characteristics of free-liquid jets and a partial correlation with orifice geometry. *Technical Report 32*, J.P.L, 1962.
- [68] R. Saurel and R. Abgrall. A multiphase Godunov method for compressible multifluid and multiphase flows. *Journal of Computational Physics*, 150(2):425–467, 1999.
- [69] R. Saurel and R. Abgrall. Simple method for compressible multifluid flows. SIAM Journal of Scientific Computing, 21(3) :1115–1145, 1999.
- [70] R. Scardovelli and S. Zaleski. Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow. Annu. Rev. Fluid Mech., 31:567–603, 1999.
- [71] R. Schiestel. Modélisation et simulation des écoulements turbulents. Hermes edition, 1993.
- [72] D. P. Schmidt, I. Nouar, P. K. Senecal, J. Hoffman, C. J. Rutland, J. Martin, and R. D. Reitz. Pressure-swirl atomization in the near field. SAE Tech. Paper, 1999.
- [73] P. H. Schweitzer. Mechanism of disintegration of liquid jets. Journal of Applied Physics, 8(8):513–521, 1937.
- [74] P.K. Senecal, D.P. Schmidt, I. Nouar, C.J. Rutland, R.D. Reitz, and M.L. Corradini. Modeling high-speed viscous liquid sheet atomization. *International Journal* of Multiphase Flow, 25(6-7) :1073–1097, 1999.
- [75] G. A. Siamas, X. Jiang, and L. C. Wrobel. Dynamics of annular gas-liquid two-phase swirling jets. *International Journal of Multiphase Flow*, 35(5):450–467, 2009.

- [76] M. M. Sidahmed, H. H. Awadalla, and M. A. Haidar. Symmetrical multi-foil shields for reducing spray drift. *Biosystems Engineering*, 88(3) :305–312, 2004.
- [77] X. Silvani, A. Stoukov, and D. Vandromme. Simulation numérique d'une zone de mélange temporelle avec de forts gradients de masse volumique. *in Combustion*, 2 :41–73, 2002.
- [78] O. Simonin. Prediction of the dispersed phase turbulence in particle laden jets. Proc. Fourth International Symposium on gas-solid flows, ASME FED, 1991.
- [79] M. Stahl, M. Gnirβ, N. Damaschke, and C. Tropea. Laser doppler measurements of nozzle flow and optical characterisation of the generated spray. *ILASS Europe*, *Orléans*, pages 337–342, 2005.
- [80] C. Stainier, M. F. Destain, B. Schiffers, and F. Lebeau. Droplet size spectra and drift effect of two phenmedipham formulations and four adjuvants mixtures. *Crop Protection*, 25(12) :1238–1243, 2006.
- [81] M. E. Teske and H. W. Thistle. Comments on a comparison of spray drift predictions to lidar data - by T.E. Stoughton, D.R. Miller, X. Yang, K.M. Ducharme. *Agricultural and Forest Meteorology*, 93(4) :283–285, 1999.
- [82] N. Thompson and A. J. Ley. Estimating spray drift using a random-walk model of evaporating drops. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 28(5):419–435, 1983.
- [83] A. Vallet. Contribution à la modélisation de l'atomisation d'un jet liquide haute pression. PhD thesis, Université de Rouen, 1997.
- [84] A. Vallet, A. A. Burluka, and R. Borghi. Development of a eulerian model for the atomization of a liquid jet. Atomization and Sprays, 11(6):619–642, 2001.
- [85] A. Vallet, C. Tinet, V. Polveche, and S. Gluck. Etude expérimentale de l'atomisation des sprays agricoles. *Rapport final ADEME*, 2008.
- [86] A. Vassilev, H. Ben Hadid, M. El Hajem, and V. Botton. Experimental and numerical investigation of an air pocket immersed and immobilized in a horizontal water duct flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28(4) :673–682, 2007.

- [87] K. J. Wu, C. C. Su, R. L. Steinberger, D. A. Santavicca, and F. V. Bracco. Measurements of the spray angle of atomizing jets. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 105(4) :406–413, 1983.
- [88] J.L. Xia, B.L. Smith, A.C. Benim, J. Schmidli, and G. Yadigaroglu. Effect of inlet and outlet boundary conditions on swirling flows. *Computers and Fluids*, 26(8):811– 823, 1997.
- [89] J.T. Yang, A.C. Chen, S.H. Yang, and K.J. Huang. Flow analysis of spray patterns of pressure-swirl micro atomizers. *Proceedings of PSFVIP-4*, 2003.
- [90] C. L. Yeh. Turbulent flow simulation of liquid jet emanating from pressure-swirl atomizer. *Heat and Mass Transfer*, 44(3):275–280, 2008.
- [91] Q. Zhou, P. C. H. Miller, P. J. Walklate, and N. H. Thomas. Spray formation of a hydraulic flat fan nozzle with an internally disturbed flow. *Atomization and Sprays*, 8(6) :653–671, 1998.