

## Quelques contributions à la modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes

Guillaume Chambon

#### ▶ To cite this version:

Guillaume Chambon. Quelques contributions à la modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes. Sciences de l'environnement. HDR en Sciences de la Planète et de l'Environnement, Université de Grenoble I, 2014. tel-02601047

HAL Id: tel-02601047

https://hal.inrae.fr/tel-02601047

Submitted on 16 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





#### Université Joseph Fourier

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme

d'Habilitation à Diriger des Recherches

Spécialité : Sciences de la Planète et de l'Environnement

#### **Guillaume CHAMBON**

## Quelques contributions à la modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes

Diplôme soutenu le 20 novembre 2014

#### Composition du jury :

Christophe Ancey	Prof. EPFL	Rapporteur
Michel Lance	Prof. Univ. Lyon	Rapporteur
Olivier Pouliquen	DR CNRS, IUSTI	Rapporteur
Mohamed Naaim	DR Irstea	Examinateur
Gioacchino Viggiani	Prof. Univ. Grenoble	Examinateur
Jean-Paul VILA	Prof. INSA Toulouse	Président

## Table des matières

1	Intro	troduction:					
	La r	La mécanique au service des applications géophysiques					
	1.1	1.1 Parcours et thèmes de recherche					
	1.2	Synthè	se des activités de recherche	4			
		1.2.1	Thème 1 : Transition solide-fluide et déclenchement des instabilités gravitaires	4			
			1.2.1.1 Contexte	4			
			1.2.1.2 Principales contributions	5			
		1.2.2	Thème 2 : Rhéologie et comportement mécanique des "géofluides"	9			
			1.2.2.1 Contexte	9			
			1.2.2.2 Principales contributions	10			
		1.2.3	Thème 3 : Modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes	12			
			1.2.3.1 Contexte	12			
			1.2.3.2 Principales contributions	13			
	1.3	Grille d	le lecture du mémoire	15			
_							
2			on des écoulements à surface libre de fluides viscoplastiques : aspects				
		riques		19			
	2.1	•		19			
		2.1.1		19			
		2.1.2	· ·	22			
				22			
			9	23			
	2.2			25			
			25				
		2.2.2 Relation de fermeture		26			
		2.2.3	·	28			
				29			
			9	31			
			• •	32			
				32			
			· ·	34			
				34			
			• •	35			
	2.3	Spécifi	cités des fluides viscoplastiques : pseudo-plugs et contraintes normales 🥫	36			

		2.3.1	Notion de pseudo-plug
			2.3.1.1 Paradoxe du plug
			2.3.1.2 Correction du développement asymptotique dans le pseudo-plug 31
		2.3.2	Plasticité et contraintes normales
			2.3.2.1 Mise en évidence de l'influence des contraintes normales : raison-
			nement de <i>Piau</i> [1996]
			2.3.2.2 Modification de l'adimensionnalisation des contraintes 40
			2.3.2.3 Retour sur la dérivation du modèle intégré dans l'épaisseur 4.
			2.3.2.4 Évaluation des contraintes normales dans le pseudo-plug 43
	2.4	Modèle	es intégrés dans l'épaisseur consistants
		2.4.1	Traitement des termes d'inertie
		2.4.2	Traitement de la contrainte basale
			2.4.2.1 Développement asymptotique à l'ordre 1
			2.4.2.2 Relation de fermeture
		2.4.3	Modèle complètement consistant
		2.1.5	2.4.3.1 Formulation
			2.4.3.2 Complexités mathématiques
			2.4.3.3 Non-unicité du modèle
			2.4.5.5 Non-unicité du modèle
3	Deu	x exem	ples de modèles d'écoulements à surface libre de fluides complexes 55
	3.1		sation des écoulements granulaires par la méthode SPH
		3.1.1	Méthode SPH
		3.1.2	Tests de validation
		3.1.3	Simulations d'écoulements transitoires
		3.1.4	Bilan
	3.2		n autosimilaire d'un modèle de Saint-Venant pour les avalanches 64
		3.2.1	Approximation d'onde cinématique et solution autosimilaire 65
		3.2.2	Lois d'échelle
		3.2.3	Validation numérique
		3.2.4	Bilan
4	Арр	roches	expérimentales pour l'étude des écoulements à surface libre de fluides
	visc	oplastiq	ues 73
	4.1	Disposi	tif expérimental
		4.1.1	Description du dispositif
		4.1.2	Écoulements générés
	4.2	Fluides	viscoplastiques modèles
		4.2.1	Description
		4.2.2	Propriétés rhéologiques
	4.3	Régime	e permanent uniforme
		4.3.1	Prédictions théoriques
		4.3.2	Relation vitesse-épaisseur
		4.3.3	Profils de vitesse
		4.3.4	Loi de comportement apparente
			Discussion 85

	4.4	Forme	du front	86	
		4.4.1	Prédictions théoriques	87	
			4.4.1.1 Solution onde progressive	87	
			4.4.1.2 Adimensionnalisation	88	
		4.4.2	Résultats expérimentaux	89	
		4.4.3	Discussion	93	
			4.4.3.1 Considérations générales	93	
			4.4.3.2 Vers une amélioration des modèles	94	
	4.5	Bilan		99	
5	Pers	pective	es et travaux futurs	103	
	5.1	Modél	isation des écoulements de fluides à seuil	104	
		5.1.1	Validation expérimentale des modèles intégrés dans l'épaisseur de nouvelle		
			génération	104	
		5.1.2	Polydispersité et rôle de la migration	105	
	5.2	Transi	tion solide-fluide dans les matériaux à seuil	106	
		5.2.1	Suivi expérimental de la transition	106	
		5.2.2	Recherche d'indicateurs microstructuraux	108	
	5.3	Modél	isation du déclenchement des avalanches de plaque	109	
		5.3.1	Évaluation de l'aire des zones de départ et de la stabilité des pentes	109	
		5.3.2	Microstructure et comportement mécanique des couches de neige fragiles	110	
Ré	éféren	ices		115	
Αı	nnexe	s		123	
Αı	nnexe	A Cu	rriculum Vitæ	125	
Δ,	Annexe B. Liste des publications et travaux				

## Chapitre 1

## Introduction : La mécanique au service des applications géophysiques

Dans tout ce chapitre, mes publications sont citées en utilisant la nomenclature de la liste des publications et travaux figurant en Annexe B.

Je présente dans cette introduction un bref récapitulatif de mon parcours professionnel ainsi qu'un panorama synthétique de l'ensemble de mes activités de recherche. Le chapitre se termine par une grille de lecture qui explicite la ligne conductrice du mémoire ainsi que l'objet des chapitres suivants. Un curriculum-vitæ détaillé et une liste exhaustive de mes publications et travaux, incluant également mes activités d'expertise et d'enseignement, figurent en Annexes.

#### 1.1 Parcours et thèmes de recherche

J'ai intégré l'Unité de Recherche "Érosion Torrentielle, Neige et Avalanches" d'Irstea (ex-Cemagref) en tant que Chargé de Recherche en septembre 2004. L'activité de recherche que je développe depuis lors vise à une meilleure compréhension des **processus physiques impliqués dans le déclenchement et la propagation des mouvements gravitaires rapides** (avalanches, coulées de boue, laves torrentielles,...: voir figures 1.1 et 1.2). Les questions scientifiques auxquelles je m'intéresse s'articulent essentiellement autour du **comportement mécanique des géomatériaux et des fluides complexes** et de la **prise en compte de ce comportement dans les modèles**. Dans le détail, mes travaux peuvent être regroupés autour de trois grandes thématiques interconnectées:

- **thème 1 :** transition solide-fluide dans les géomatériaux et déclenchement des instabilités gravitaires,
- thème 2 : rhéologie et comportement mécanique des "géofluides",
- thème 3 : modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes.



Figure 1.1 Propagation d'une bouffée de lave torrentielle dans le torrent de l'Illgraben (Suisse, photos : WSL) et vue rapprochée d'un dépôt illustrant le type de matériau impliqué.

En lien avec la stratégie scientifique de l'établissement, j'essaie de positionner mes projets de recherche à l'intersection de **verrous scientifiques** fondamentaux et de la **demande opérationnelle** émanant de l'ingénierie (protection contre les risques naturels en montagne).

Avant mon arrivée à Irstea, j'avais effectué ma thèse de Doctorat au Laboratoire de Géologie de l'École Normale Supérieure de Paris. Mes travaux portaient sur le comportement mécanique quasi-statique des matériaux granulaires, avec application aux problèmes de glissement et d'instabilités sur les failles sismiques. Mon recrutement à Irstea a donc impliqué une certaine ré-orientation de mes activités, tout au moins sur le plan des champs d'application. Sur le plan thématique, j'ai pu inscrire mes activités dans une relative continuité par rapport à mes travaux antérieurs, même si j'ai été amené à élargir significativement mes compétences aux domaines de l'hydraulique et de la rhéologie des fluides non-Newtoniens.

Ma démarche se caractérise par une **pluridisciplinarité marquée**, avec la volonté de faire converger des concepts et outils provenant de la physique, de la mécanique et de la géophysique. Je cultive cette approche depuis le début de ma carrière et, au-delà des difficultés qu'elle peut parfois engendrer, je la considère comme une réelle source de progrès pour l'étude des problèmes environnementaux. Une autre caractéristique de mes travaux est leur aspect **multi-échelle**, visant à faire le lien entre analyse fine du comportement des matériaux et des écoulements au laboratoire, d'une part, et observations et mesures de terrain, d'autre part. Une telle approche s'avère indispensable pour aborder des phénomènes naturels qui peuvent se propager sur des distances kilométriques, tout en étant gouvernés par des processus actifs à l'échelle de microstructures dont les tailles caractéristiques sont généralement micrométriques à centimétriques (figures 1.1 et 1.2).

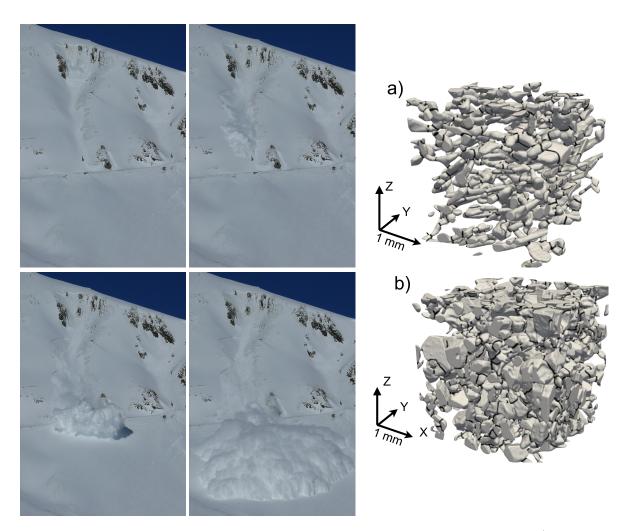


Figure 1.2 Propagation d'une avalanche dans le couloir expérimental du col du Lautaret (photos : C. Lebouteiller/Irstea) et images microtomographiques de la microstructure de deux types de neige fréquemment impliqués dans les déclenchements d'avalanches : a) neige fraiche ; b) grains à faces planes (images adaptées de [A23]).

Du point de vue méthodologique, mon approche est avant tout celle d'un **expérimentateur**. Je m'attache à concevoir et exploiter des dispositifs expérimentaux qui soient à la fois représentatifs des phénomènes étudiés (en termes de régimes de déformation ou d'écoulement notamment) et suffisamment bien contrôlés et instrumentés pour permettre une étude fine des processus physiques en jeu. J'ai également développé une **activité théorique** visant à la formulation de modèles simplifiés, semi-empiriques ou dérivés des principes fondamentaux dans le cadre d'approximations asymptotiques, et permettant de rendre compte des processus physiques dominants. Dans ce cadre, je me suis notamment intéressé à la dérivation et à la résolution de modèles hydrauliques intégrés dans l'épaisseur, de type Saint-Venant, qui soient adaptés aux fluides complexes. Enfin, je ne néglige pas non plus les **aspects numériques**, en exploitant notamment les possibilités d'expérimentations numériques offertes par l'utilisation de méthodes telles que les éléments discrets ou les éléments finis.

En termes de missions, outre la production de connaissances proprement dite, les tâches d'encadrement et de gestion de la recherche ont progressivement pris une importance croissante dans mon activité. Je me suis fortement impliqué dans la supervision et la formation de stagiaires, doctorants et post-docs. De fait, la plupart des travaux que j'ai menés ces dernières années l'ont été dans le cadre de stages ou de thèses. En parallèle, j'ai également consacré une part importante de mon temps au montage et à la coordination de projets scientifiques, dans le cadre régional, national et européen, en collaboration avec divers partenaires français et étrangers. Enfin, je me suis aussi impliqué dans des tâches d'intérêt collectif au niveau du laboratoire : organisation de séminaires, participation à des instances et comités,...

Dans le prolongement de mon activité de recherche, je participe, à hauteur d'environ 15% de mon temps, aux actions d'appui technique et de transfert auprès des services opérationnels qui font partie intégrante des missions d'Irstea. Ces actions recouvrent à la fois des missions d'expertise, en diagnostic ou en retour d'expérience post-évènement, ainsi que la rédaction de guides techniques à destination des praticiens. J'ai développé une spécialisation sur les aléas et les risques liés aux laves torrentielles, ce qui me permet d'être confronté directement aux besoins de l'ingénierie dans ce domaine.

Enfin, je m'implique également dans l'enseignement et la formation initiale, principalement par le biais de cours ou conférences sur les laves torrentielles et la rhéologie des géomatériaux dans le cadre de diverses formations d'universités (Université de Grenoble, Université de Savoie) et d'écoles d'ingénieurs (ENSE3, Polytech Grenoble).

#### 1.2 Synthèse des activités de recherche

Dans cette section, je décris brièvement les problématiques scientifiques auxquelles mes travaux tentent de répondre, ainsi que les principaux résultats obtenus. La présentation reprend la classification de mes activités de recherche en trois grandes thématiques introduite dans la section précédente. Il faut toutefois souligner que, tant du point de vue des questions traitées qu'à travers les outils et techniques utilisés, ces thématiques sont fortement interconnectées.

## 1.2.1 Thème 1 : Transition solide-fluide et déclenchement des instabilités gravitaires

#### 1.2.1.1 Contexte

D'un point de vue rhéologique, les géomatériaux impliqués dans les mouvements gravitaires rapides (boue, neige, grains,...) sont, pour la plupart, des matériaux à seuil. Ils peuvent se comporter, selon les sollicitations auxquelles ils sont soumis, comme des solides ou comme des fluides [Ancey, 2007; Coussot, 2014]. Cette transition solide-fluide joue un rôle essentiel dans le déclenchement des instabilités gravitaires et dans les processus d'érosion et de dépôt qui se produisent lors de la propagation des coulées. Fondamentalement, la modélisation de cette transition nécessite de comprendre l'apparition d'effets de viscosité et d'effets du temps

dans des matériaux qui sont essentiellement plastiques jusqu'à un seuil de contrainte. Dans le cas des matériaux cohésifs, les connaissances sur le comportement rhéologique au voisinage de la transition ont beaucoup progressé ces dernières années [p. ex., Ovarlez et al., 2012]. Les travaux ont notamment mis en évidence des effets de thixotropie et des instabilités (bifurcations de viscosité) qui conduisent à devoir enrichir les lois de comportement par des variables d'histoire [Coussot et al., 2002a; Huynh et al., 2005]. Toutefois, il n'existe pas, à l'heure actuelle, de loi constitutive permettant de décrire ces mécanismes de manière unifiée. Certaines lois de comportement "fluides" intègrent l'existence d'un seuil d'écoulement et/ou d'une bifurcation de viscosité, mais simplifient à l'extrême le comportement dans le régime solide en négligeant les déformations élasto-plastiques [Coussot, 2005; Andreotti et al., 2011]. À l'inverse, les lois élasto-plastiques développées en mécanique des sols permettent de décrire finement le comportement des matériaux dans le régime quasi-statique, ainsi que l'apparition d'instabilités correspondant à la fluidification, mais cessent d'être valables dès que cette transition est atteinte. Le principal défi scientifique réside dans la mise en évidence des paramètres de structure qui pilotent la transition solide-fluide, et dans la formulation d'équations d'évolution adaptées pour ces paramètres.

À plus grande échelle, une autre question importante concerne la caractérisation et la prise en compte de l'hétérogénéité spatiale des propriétés mécaniques des géomatériaux. À l'échelle d'une pente, cette hétérogénéité peut être à l'origine de l'existence de zones faibles qui induisent des effets de concentration de contraintes, et influent ainsi directement sur l'initiation de la rupture et/ou sur la taille de la zone rompue. Ce type de mécanisme joue un rôle fondamental dans le déclenchement des avalanches de plaque [Schweizer, 1999]. Toutefois, les modèles mécaniques qui cherchent à en rendre compte restent encore relativement basiques, réduisant généralement l'hétérogénéité à une zone de faiblesse unique de taille donnée [McClung, 1979; Schweizer et al., 2003].

#### 1.2.1.2 Principales contributions

#### Effets de type rate and state dans les matériaux granulaires

Travaux conduits dans le cadre de ma thèse au Laboratoire de Géologie de l'École Normale Supérieure, en collaboration avec le Laboratoire Navier (A. Corfdir).

Initialement, les effets rate and state ont été mis en évidence pour le frottement solide. Il s'agit d'une dépendance du coefficient de frottement avec la vitesse et l'histoire du glissement, et qui peut être à l'origine d'instabilités de type stick-slip (glissement saccadé) [A1]. Par le biais d'expériences avec un appareil de cisaillement annulaire, nous avons montré que des effets analogues pouvaient être observés dans le comportement quasi-statique des matériaux granulaires. Ces effets apparaissent lors d'essais de paliers de vitesse ou de redémarrages du cisaillement après un temps d'arrêt, et se superposent à la réponse élasto-plastique "classique" du matériau [A2,A6]. Ils peuvent avoir des implications importantes pour la stabilité du glissement sur les failles [A7], et des résultats récents montrent qu'ils sont également susceptibles de jouer un rôle dans l'initiation des mouvements de terrain [Helmstetter et al., 2004]. Le

formalisme rate and state fournit en outre un cadre potentiel pour représenter l'apparition progressive d'effets visqueux en régime quasi-statique.

#### Rôle des fluctuations de vitesse sur la transition solide-fluide dans les matériaux granulaires

Travaux conduits dans le cadre du stage de Master et de la thèse de J. Gaume, en collaboration avec M. Naaim.

Nous nous sommes intéressés à la transition entre les régimes de déformation quasi-statique (régime "solide") et inertiel (régime "fluide") dans les matériaux granulaires. La réalisation et l'analyse de simulations numériques par éléments discrets (DEM) en géométrie de Couette a permis de montrer qu'une loi de comportement à trois variables, reliant le coefficient de frottement  $\mu$  (contrainte adimensionnée), le nombre inertiel I (taux de cisaillement adimensionné) et une mesure adimensionnée des fluctuations de vitesse, pouvait rendre compte de manière unifiée de ces deux régimes [A13]. Cette loi de comportement est compatible avec la relation  $\mu(I)$  qui caractérise le régime inertiel [Jop et al., 2006]. Elle traduit en particulier l'existence, dans le régime quasi-statique, d'effets visqueux de type fluage qui sont activés par les fluctuations et peuvent être observés dès que les zones quasi-statiques coexistent avec des zones inertielles (figure 1.3). Il est apparu en outre que la transition entre les deux régimes de déformation correspondait à un changement dans le mode de production des fluctuations, de non-local et entretenu par les conditions limites en régime quasi-statique, à purement local et auto-entretenu en régime inertiel. Des travaux sont actuellement en cours afin de mieux comprendre les processus de génération et de propagation des fluctuations dans ces différents régimes.

#### Suivi de la transition solide-fluide dans les matériaux argileux

Travaux conduits dans le cadre de la thèse de G. Mainsant, et dans le cadre d'une collaboration avec l'Institut des Sciences de la Terre de Grenoble (D. Jongmans, E. Larose).

Nous avons cherché à mesurer les variations du module élastique de cisaillement lors de la transition solide-fluide d'argiles impliquées dans des glissements de terrain. Ce matériau présente un comportement rhéologique de type fluide à seuil thixotrope, avec une bifurcation de viscosité marquée à la contrainte-seuil. Grâce à des essais rhéométriques de fluage couplés à des oscillations de contrainte, nous avons montré que le module élastique diminuait très significativement lorsque la contrainte-seuil est atteinte [A15], en subissant une bifurcation très similaire celle de la viscosité apparente. Cette chute du module élastique à la transition a également été mise en évidence dans des expériences sur plan incliné. Celles-ci consistaient à amener une masse argileuse à se déstabiliser par augmentation progressive de la pente, tout en suivant la vitesse des ondes S grâce à des capteurs piézoélectriques [S2]. Ces différents résultats montrent que le module élastique de cisaillement constitue un indicateur intéressant pour sonder les modifications de structure du matériau lors de la transition solide-fluide. Ils ouvrent en outre des perspectives prometteuses pour le suivi de la fluidification sur le terrain par des méthodes géophysiques.

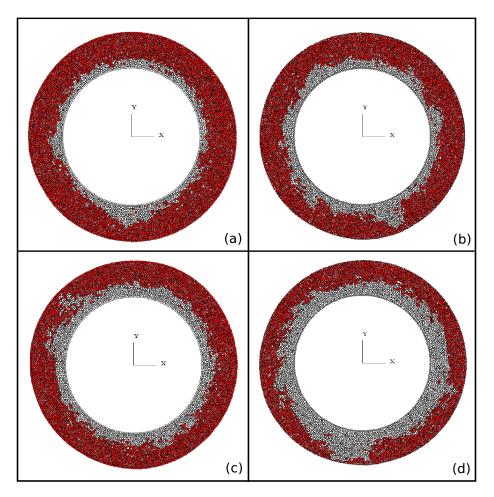


Figure 1.3 Différents instantanés (correspondant à différents temps) illustrant l'existence d'importantes fluctuations de vitesse à l'intérieur d'un matériau granulaire cisaillé dans une cellule de Couette (cylindre interne en rotation, cylindre externe fixe). La couleur distingue les grains dont la vitesse se situe au-dessus (blanc) ou en-dessous (rouge) d'un seuil arbitraire. Les fluctuations se propagent depuis la zone en régime inertiel, au centre, vers la zone en régime quasi-statique située en périphérie de l'échantillon. Figure adaptée de [A13].

## Influence de l'hétérogénéité spatiale de la couche fragile sur les départs d'avalanches de plaque

Travaux conduits dans le cadre de la thèse de J. Gaume, en collaboration avec N. Eckert et M. Naaim (Irstea Grenoble).

À l'échelle de la pente, nous nous sommes intéressés au cas des avalanches de plaque qui résultent de la rupture et/ou de l'effondrement d'une couche de neige de faible cohésion (dite couche fragile) enfouie sous une couche plus cohésive (la plaque). Le système a été simulé en éléments finis par une couche élastique reposant sur une interface quasi-fragile. L'originalité de notre approche consistait à prendre explicitement en compte l'hétérogénéité des propriétés mécanique de la couche fragile par le biais d'un champ de cohésion aléatoire caractérisé par une longueur de corrélation. Des séries de simulations ont été lancées pour différentes réalisa-

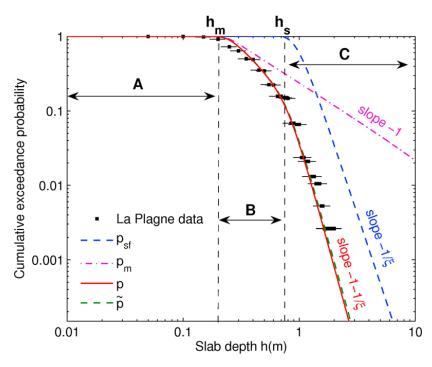


Figure 1.4 Distribution d'épaisseurs de départ d'avalanches (probabilités de dépassement) : comparaison entre des données de terrain provenant de la station de La Plagne (Savoie) et la prédiction du modèle couplé p. Le modèle intègre les contributions de : (1) la distribution des épaisseurs critiques de déclenchement obtenue par simulations éléments finis  $(p_m)$ , et (2) la distribution des chutes de neige sur le site  $(p_{sf})$ . On observe que c'est bien la combinaison de ces deux ingrédients qui permet d'expliquer les données. Figure adaptée de [A14].

tions de cette hétérogénéité, permettant d'obtenir des distributions statistiques de l'épaisseur critique de déclenchement. Nous avons montré que la réponse du système, notamment l'écart-type de ces distributions d'épaisseur critique, était largement contrôlée par le rapport entre la longueur de corrélation de l'hétérogénéité et une longueur caractéristique dépendant de l'épaisseur et des propriétés élastiques de la plaque [A17]. Typiquement, l'écart-type diminue avec ce rapport car les redistributions élastiques de contraintes dans la plaque tendent à lisser l'effet de l'hétérogénéité. Un formalisme permettant de coupler ce modèle mécanique à la distribution des chutes de neige a également été proposé, dans le but de prédéterminer les distributions d'épaisseurs de départ d'avalanches [A14]. Le modèle couplé ainsi obtenu a été validé par comparaison avec des données de terrain (figure 1.4). En termes d'applications, il offre des perspectives prometteuses pour l'amélioration des pratiques de zonage du risque.

#### Comportement mécanique des couches de neige fragiles

Travaux conduits dans le cadre du post-doc d'E. Podolskiy.

Parallèlement aux travaux précédents à l'échelle de la pente, nous nous sommes intéressés au comportement mécanique à la rupture des couches de neige fragiles. Il s'agit en effet d'un ingrédient essentiel intervenant dans tout modèle de déclenchement d'avalanches, mais restant

très mal connu à l'heure actuelle. Cette méconnaissance s'explique notamment par la difficulté à soumettre ce type de neige à des essais mécaniques bien contrôlés. Nous nous sommes appuyés sur une des rares campagnes expérimentales existantes, qui avait consisté soumettre des échantillons de neige contenant une couche fragile à des accélérations oscillantes de fréquence croissante jusqu'à atteindre la rupture [Podolskiy et al., 2010]. Un modèle éléments finis permettant de simuler ces expériences a été mis en place, dans le but de ré-analyser les données et d'inverser rigoureusement les paramètres mécaniques à la rupture (cohésion, angle de frottement). Nous avons ainsi pu montrer qu'un critère de rupture de type Mohr-Coulomb permettait de reproduire de façon satisfaisante les différentes expériences [S1]. Ceci met clairement en évidence l'effet de la contrainte normale sur le comportement mécanique de la couche fragile, effet qui est rarement pris en compte dans les modèles actuels.

#### 1.2.2 Thème 2 : Rhéologie et comportement mécanique des "géofluides"

#### 1.2.2.1 Contexte

Les coulées boueuses et les laves torrentielles sont constituées de mélanges d'eau et de particules solides de toutes tailles, depuis des argiles micrométriques jusqu'à des blocs de taille métrique [Takahashi, 1991;  $Bardou\ et\ al.$ , 2003] [G3]. De nombreuses études rhéométriques menées au cours des deux dernières décennies ont permis de montrer que les suspensions de particules fines (de taille typiquement inférieure à 40  $\mu$ m) se comportaient, du moins en régime stationnaire, comme des matériaux viscoplastiques régis par une loi de comportement de type Herschel-Bulkley (fluides à seuil rhéofluidifiants) [p. ex., Coussot, 1995]. Une hypothèse classique consiste alors à supposer que le comportement mécanique effectif du matériau complet, qui peut être vu comme un mélange de particules grossières dans une matrice constituée d'eau et de particules fines, reste également viscoplastique tant que la concentration en particules grossières est suffisamment faible pour que les contacts directs entre grains soient négligeables. Des expériences récentes ont d'ailleurs permis de confirmer cette hypothèse dans le cadre d'écoulements viscosimétriques au laboratoire [ $Mahaut\ et\ al.$ , 2008].

Toutefois, la capacité des modèles viscoplastiques à prédire les caractéristiques d'écoulements complexes (non-viscosimétriques) et/ou de grande échelle, et notamment d'écoulements à surface libre, a été relativement peu étudiée. Dans des configurations non-stationnaires, des effets rhéologiques additionnels dépendants du temps, liés à la thixotropie ou à la viscoélasticité des matériaux, sont susceptibles de se manifester. En présence d'une surface libre, la complexité provient aussi de la coexistence entre des zones cisaillées (contrainte supérieure au seuil) et des zones plug non-cisaillées (contrainte inférieure au seuil). De plus, l'existence de tels plugs et la position de l'interface avec la zone cisaillée peuvent être influencées par le développement de contraintes normales dans le matériau [Piau, 1996; Balmforth and Craster, 1999]. La prise en compte de ces caractéristiques implique donc d'utiliser, et de valider, des formulations complètement tensorielles des lois de comportement viscoplastiques.

Une autre thématique d'intérêt concerne les processus de migration et de ségrégation des grains qui peuvent se produire dans les suspensions, et conduire à des hétérogénéités de composition. Ces mécanismes sont fréquemment invoqués pour expliquer, par exemple, l'origine du front granulaire des coulées de laves torrentielles. Toutefois, à l'heure actuelle,

la formation de ces hétérogénéités, ainsi que leur influence sur les propriétés hydrauliques des coulées, restent très mal comprises. Des modèles de migration ont été proposés pour les suspensions Newtoniennes [p. ex., Leighton and Acrivos, 1987; Boyer et al., 2011], mais leur extension au cas de distributions granulométriques fortement polydisperses et à des fluides interstitiels de rhéologie complexe n'a pas encore été entreprise. Ces questions constituent un défi majeur pour la modélisation des écoulements naturels en phase de propagation.

#### 1.2.2.2 Principales contributions

#### Caractéristiques hydrauliques d'écoulements à surface libre de fluides à seuil

Travaux conduits dans le cadre de la thèse d'A. Ghemmour.

Afin de tester les capacités prédictives des modèles hydrauliques fondés sur la loi de comportement de Herschel-Bulkley, nous avons cherché à les confronter à des mesures fines effectuées sur des écoulements en canal. Un dispositif de canal à fond mobile permettant de générer des coulées gravitaires qui restent globalement stationnaires dans le référentiel du laboratoire a été développé [Pi4]. Différents fluides à seuil modèles ont été utilisés (kaolin, carbopol), en prenant soin de systématiquement déterminer leurs paramètres rhéologiques au rhéomètre. Dans un premier temps, les expériences se sont concentrées sur la zone uniforme des coulées, dont les caractéristiques peuvent être prédites par un modèle analytique simple. Des séries d'expériences, associées à une analyse approfondie des diverses incertitudes de mesure, ont permis de montrer que l'épaisseur et les profils de vitesse dans la zone uniforme étaient globalement bien compatibles avec les prédictions théoriques fondées sur la loi de Herschel-Bulkley (figure 1.5). Toutefois, pour l'un des fluides testés (le carbopol), il est apparu que les valeurs des paramètres rhéologiques (contrainte-seuil et consistance) obtenus en reconstruisant une courbe d'écoulement effective à partir des profils de vitesse, étaient supérieures d'environ 10-20% à celles mesurées au rhéomètre [A24]. Cette correction a été interprétée comme la signature d'effets d'échelle dans ce fluide. De manière générale, ce résultat met en évidence la nécessité de déterminer les caractéristiques rhéologiques des fluides complexes à l'échelle de l'écoulement considéré, si possible en utilisant l'écoulement lui-même comme rhéomètre.

#### Comportement de mélanges fluides à seuil - grains

Travaux conduits dans le cadre de la thèse d'A. Ghemmour.

Des expériences préliminaires visant à étudier la dynamique de particules isolées dans un écoulement à surface libre de fluide viscoplastique ont été réalisée en utilisant le dispositif de canal à fond mobile. Les vitesses de chute des particules ont été mesurées et comparées à une vitesse de Stokes calculée à partir d'une valeur de viscosité apparente locale. Globalement, les ordres de grandeur se sont avérés compatibles. Toutefois, il est apparu que les vitesses mesurées expérimentalement étaient systématiquement plus grandes que les vitesses théoriques [Po16]. Ceci se traduit en particulier, et de manière spectaculaire, par des vitesses de chute positives, i.e. vers le bas, pour des particules dont la densité est inférieure à celle du fluide. Ces résultats restent encore à interpréter, mais pourraient traduire l'existence d'un effet de migration vers les zones de fort cisaillement spécifique au caractère non-Newtonien du fluide utilisé.

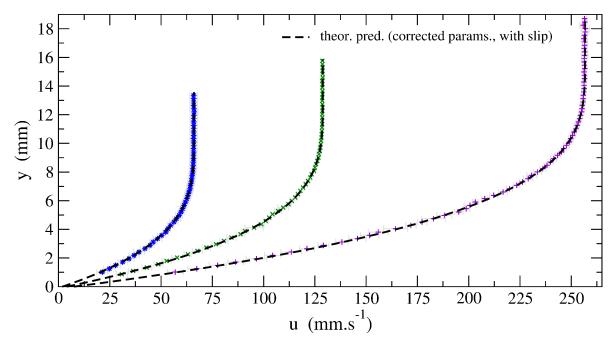


Figure 1.5 Profils verticaux de vitesse u(y) mesurés dans un écoulement à surface libre de carbopol en régime permanent uniforme, et comparaison avec la prédiction théorique fondée sur la loi de Herschel-Bulkley (paramètres rhéologiques corrigés par rapport aux valeurs déterminées au rhéomètre). Les trois profils correspondent à trois épaisseurs d'écoulement différentes. Figure adaptée de [A24].

#### Comportement rhéologique des lahars

Travaux conduits dans le cadre de plusieurs stages et de la thèse de N. Lafarge, et dans le cadre d'une collaboration avec le Laboratoire Magmas et Volcans de Clermont-Ferrand (J.-C. Thouret).

Les lahars sont des coulées boueuses se produisant sur les flancs des volcans. Le matériau composant ces coulées a la particularité de ne présenter généralement qu'une faible proportion de particules argileuses [ $Bardou\ et\ al.$ , 2003], et son comportement rhéologique reste encore mal connu. Nous nous sommes intéressés à cette question en exploitant les données provenant d'un site Indonésien où l'on dispose à la fois de mesures hydrauliques relativement précises (débits, épaisseurs, concentrations) effectuées dans plusieurs sections de contrôle, et de matériaux prélevés in situ dans les coulées. Une campagne d'essais rhéométriques menée sur la fraction fine de ces matériaux a révélé un comportement de type fluide granulaire, caractérisé par une faible dépendance de la contrainte cisaillante vis-à-vis du taux de cisaillement [A11] (figure 1.6) et une quasi-proportionnalité entre contrainte cisaillante et contrainte normale. Ce résultat, obtenu à petite échelle, a ensuite pu être confirmé à l'échelle de l'écoulement par l'analyse des relations débit-hauteur mesurées sur le terrain [Pi8]. Une dépendance en puissance 5/2 a été mise en évidence entre ces deux quantités, ce qui est compatible avec un comportement de type granulaire en régime inertiel ou collisionnel [MiDi, 2004]. La formalisation d'une loi de comportement adaptée sur la base de ces données est en cours.

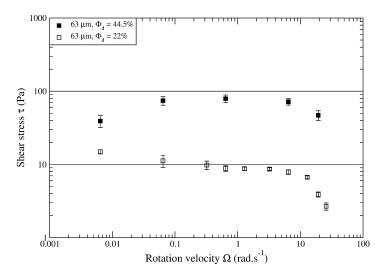


Figure 1.6 Essais rhéométriques sur des matériaux de la hars (fraction fine écrétée à 63  $\mu$ m): évolution de la contrainte cisaillante  $\tau$  en fonction de la vitesse de rotation du rhéomètre  $\Omega$  en régime stationnaire pour deux valeurs de concentration volumique  $\Phi_d$ . Figure adaptée de [A11].

## 1.2.3 Thème 3 : Modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes

#### 1.2.3.1 Contexte

La modélisation des écoulements à surface libre est généralement fondée sur une approximation de couche mince permettant d'aboutir à des équations moyennées dans l'épaisseur (équations shallow-water) [Iverson, 2005; Ancey, 2007]. La formulation de ces modèles dans le cas de fluides complexes, et particulièrement de fluides à seuil, pose des problèmes théoriques importants du fait notamment de l'existence de zones non-cisaillées (plug) caractérisées par une divergence de la viscosité apparente. En conséquence, les modèles utilisés dans les applications opérationnelles reposent le plus souvent sur des hypothèses fortes, issues de l'approximation de lubrification (inertie négligée), concernant la forme du profil de vitesse dans l'écoulement et l'épaisseur du plug [Coussot, 1994; Ancey et al., 2012]. Récemment, des développements mathématiques ont permis de relaxer ces hypothèses et d'aboutir à une nouvelle génération de modèles shallow-water complètement consistants avec les équations primitives [Ruyer-Quil and Manneville, 2000; Fernandez-Nieto et al., 2010]. Notons que, dans le cas de rhéologies complexes, ces développements se sont limités pour l'instant aux fluides en loi puissance et aux fluides à seuil de type Bingham. En outre, par suite des approximations asymptotiques réalisées, les calculs fournissent en fait plusieurs modèles mathématiquement équivalents. Ces modèles de nouvelle génération doivent à présent être testés et validés par confrontation à des données expérimentales et des données de terrain. Pour ce faire, des mesures fines et bien documentées de la dynamique interne d'écoulements à surface libre de fluides complexes sont requises, données qui restent encore très rares dans la littérature [Andreini et al., 2012].

En parallèle, il est également important de progresser dans le développement de méthodes numériques performantes permettant de résoudre des problèmes d'écoulements à surface libre de fluides complexes à partir des équations primitives complètes. Ceci en premier lieu pour pouvoir traiter les situations où l'hypothèse de couche mince perd sa validité, comme en présence d'obstacles ou de variations brutales dans la topographie basale. Avec un objectif de validation des modèles *shallow-water*, de telles simulations numériques directes peuvent aussi permettre de suppléer au moins partiellement le manque de données expérimentales, et d'accéder à certaines quantités dont la mesure directe est difficile (champ de contraintes par exemple).

#### 1.2.3.2 Principales contributions

#### Fronts des coulées viscoplastiques

Travaux conduits dans le cadre de la thèse d'A. Ghemmour et du stage de Master de T. Geay.

Nous avons cherché à explorer les limites de validité des modèles shallow-water classiquement utilisés pour les fluides à seuil. Pour ce faire, les formes des fronts générés dans le dispositif de canal à fond mobile ont été mesurées par une technique de projection de ligne laser à incidence faible, et comparées aux prédictions des modèles. La configuration d'une coulée stationnaire obtenue dans ces expériences permet de réduire les modèles shallow-water à une équation différentielle ordinaire unique pour la forme du front. En outre, une adimensionnalisation particulière permet de s'affranchir presque complètement des incertitudes liées aux valeurs des paramètres rhéologiques du fluide (kaolin). Globalement, movennant les incertitudes de mesure, l'accord entre prédictions théoriques et mesures expérimentales s'est révélé satisfaisant, y compris dans le voisinage de la ligne de contact où les modèles sont pourtant censés perdre leur validité [A9] (figure 1.7). Certaines différences systématiques ont toutefois pu être notées, vraisemblablement liées aux hypothèses réalisées dans le modèle concernant l'évolution de l'interface entre zones cisaillée et non-cisaillée (plug). Une analyse de sensibilité a ainsi montré que l'accord avec les données expérimentales pouvait être amélioré en considérant que le plug disparaissait plus rapidement dans la zone de front que ce qui est supposé dans le modèle classique. Ces résultats ouvrent des pistes intéressantes pour améliorer la prise en compte de la rhéologie viscoplastique dans les modèles shallow-water.

#### Solutions auto-similaires

Travaux conduits en collaboration avec M. Naaim (Irstea Grenoble).

Nous nous sommes intéressés à l'existence de solutions auto-similaires pour les modèles shallow-water. Il s'agit de solutions asymptotiques valables aux temps longs lorsque l'influence des conditions initiales a disparu. Nous avons considéré le cas particulier d'écoulements régis par un modèle constitutif de type Voellmy, généralement utilisé pour décrire les avalanches de neige. Une solution auto-similaire a pu être dérivée analytiquement pour des écoulements à volume constant. La validité de cette solution a été démontrée par comparaison avec des simulations numériques [A10]. En outre, nous avons montré que cette solution donnait lieu à des lois d'échelle très simples entre l'épaisseur ou la longueur des coulées, d'une part, et leur

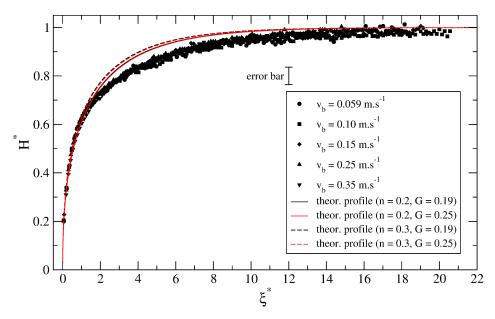


Figure 1.7 Profils d'épaisseur  $H^*(\xi^*)$  (normalisés par l'épaisseur dans la zone uniforme) de coulées à surface de fluides viscoplastiques : comparaison entre données expérimentales (pour différentes valeurs de la vitesse basale du canal  $v_b$ ) et prédictions théoriques fondées sur le modèle shallow-water classique. Le front est situé à l'abscisse  $\xi^* = 0$ . Figure adaptée de [A9].

volume et distance de parcours d'autre part. De manière remarquable, ces lois d'échelle sont indépendantes des paramètres rhéologiques de la neige, ce qui leur confère un intérêt opérationnel évident. Par exemple, elles peuvent être utilisées pour comparer, en prédétermination, les caractéristiques de deux avalanches de volumes différents en un point donné d'un couloir.

#### Modélisation SPH

Travaux conduits dans le cadre des stages de Master de S. Dizdar et R. Bouvarel, et en collaboration avec D. Laigle et M. Naaim (Irstea Grenoble).

Le développement d'un outil numérique fondé sur la méthode SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) et permettant de simuler la propagation d'écoulements gravitaires à surface libre par résolution des équations de Navier-Stokes complètes, a été initié au sein de l'UR ETNA dans le cadre d'une thèse soutenue en 2003 [Lachamp, 2003]. Par rapport aux logiciels existants, cet outil est spécialement adapté à l'utilisation de lois de comportement complexes, notamment de lois à seuil. Nous avons poursuivi ces développements, en nous concentrant en particulier sur l'implantation d'une loi de comportement granulaire caractérisée par une viscosité apparente dépendant à la fois du taux de cisaillement et de la pression [A12]. L'intégration de cette loi a nécessité la mise en place de techniques de lissage spécifiques pour stabiliser les solutions. Le code a ensuite été validé dans diverses configurations, aussi bien en régime permanent (par rapport à des solutions analytiques) qu'en régime transitoire (par rapport à des données expérimentales issues de la littérature). Inversement, la qualité des prédictions fournies par le modèle peut aussi être interprétée comme une validation de la loi

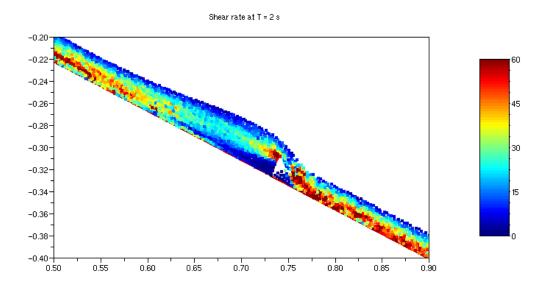


Figure 1.8 Simulation SPH de l'interaction entre un écoulement granulaire et un obstacle. Le champ de couleur représente le taux de cisaillement local (en s<sup>-1</sup>). Les graduations sur les axes correspondent aux échelles spatiales (en m). À l'amont de l'obstacle, on observe la formation d'une zone morte non-cisaillée de forme triangulaire, un mécanisme très spécifique de la loi de comportement utilisée.

de comportement granulaire, laquelle n'avait que rarement été appliquée à des écoulements transitoires jusqu'alors. Ce code SPH constitue aujourd'hui un outil disponible et opérationnel qui permet d'investiguer, à petite échelle, des problèmes inaccessibles avec les modèles hydrauliques *shallow-water* (figure 1.8). Il est ainsi utilisé actuellement dans le cadre d'une thèse portant sur les interactions écoulement-obstacles (thèse de M. Labbé, encadrée par D. Laigle).

#### 1.3 Grille de lecture du mémoire

Mes activités de recherche couvrent un spectre relativement large, aussi bien en termes d'objets d'étude (matériaux, régimes de déformation et d'écoulement) que d'approches et de disciplines scientifiques. Afin de conserver une certaine cohérence à ce mémoire, j'ai choisi de me concentrer, dans la suite, sur un volet particulier de mes travaux et de ne présenter en détail que les résultats ayant trait, au sens large, à la modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes. Ce choix permettra de revenir sur les thèmes 2 et 3 introduits ci-dessus. Je m'intéresserai essentiellement au cas de coulées gravitaires de fluides à seuil, qui peuvent représenter génériquement des laves torrentielles, des coulées de boue ou certains types d'avalanches de neige. Je discuterai les différentes approches permettant de modéliser la propagation de ces écoulements, et présenterai les études que nous avons initiées pour tester et évaluer la pertinence de ces modèles. Cette ligne directrice me permettra de mettre en évidence l'intérêt d'aborder ce type de problèmes par une combinaison d'approches théoriques, expérimentales et numériques. Elle illustrera également le dialogue

entre questions fondamentales et problématiques opérationnelles qui sous-tend l'essentiel de mes activités de recherche, en lien ici avec la production de modèles fiables et utilisables par les ingénieurs.

Le chapitre 2 revient sur les différentes approches théoriques permettant de modéliser les écoulements à surface libre de fluides à seuil. Il s'appuie principalement sur une revue de la littérature et vise à remettre en perspective, dans un cadre unique, les différents modèles existants. Après avoir rappelé les équations primitives qui régissent le problème, je m'intéresserai plus spécifiquement aux modèles hydrauliques shallow-water intégrés dans l'épaisseur. L'objectif est d'expliciter clairement les différentes hypothèses impliquées dans ces modèles et de discuter les approximations et problèmes de consistance mathématique associés. Je considérerai tout particulièrement le cas des relations de fermeture, en soulignant les spécificités liées à la prise en compte de rhéologies viscoplastiques. Je proposerai enfin une dérivation formelle, inspirée de travaux publiés pour d'autres types de lois de comportement, permettant d'aboutir à la formulation d'un modèle hydraulique complètement consistant pour un fluide régi par une loi de comportement de Herschel-Bulkley. Cette dernière partie constitue, à ma connaissance, un développement nouveau et n'a pas encore été publiée.

Le chapitre 3 illustre les différents types de modèles introduits ci-dessus à partir de deux exemples d'applications. Le premier exemple concerne une méthode de résolution des équations primitives complètes dans le cas de fluides granulaires caractérisés par une rhéologie viscoplastique généralisée. Après avoir présenté rapidement la méthode numérique utilisée (SPH), je discuterai les tests de validation qui ont été conduits en régime permanent et illustrerai les capacités prédictives de l'outil en régime transitoire. Le second exemple concerne la résolution d'un modèle hydraulique intégré dans l'épaisseur. Contrairement aux approches consistantes décrites dans le chapitre 2, le modèle considéré ici est fondé sur une relation de fermeture empirique classiquement utilisée pour décrire la rhéologie de la neige. Je montrerai que, dans le cas de coulées à volume constant, ce modèle admet des solutions analytiques très simples de type autosimilaire. Une comparaison avec une résolution numérique complète des équations permettra de prouver que ces solutions capturent bien la dynamique des coulées aux temps longs. Les résultats présentés dans ce chapitre sont fondés sur des travaux publiés en 2010 [A10] et 2011 [A12].

Le chapitre 4 propose d'évaluer les capacités prédictives des modèles hydrauliques à l'aune de confrontations détaillées avec des données expérimentales. Après avoir décrit un dispositif de laboratoire spécifiquement conçu pour étudier la dynamique de coulées gravitaires de fluides complexes, deux études particulières sont présentées. La première se concentre sur le cas simple du régime permanent uniforme, pour lequel des modèles complètement analytiques peuvent être dérivés. La confrontation avec les données permet d'éprouver la validité de la loi de comportement de Herschel-Bulkley et de comparer les valeurs des paramètres rhéologiques (contrainte-seuil notamment) obtenues à différentes échelles. La seconde étude s'intéresse aux zones non-uniformes de l'écoulement, et plus spécifiquement à la zone du front. Sur la base de mesures de la forme de la surface libre, je discuterai la qualité des prédictions fournies par les modèles shallow-water classiques, et montrerai comment des ajustements de la relation de fermeture utilisée pour représenter la rhéologie viscoplastique peuvent contribuer à améliorer l'accord avec les données expérimentales. Les résultats présentés dans ce chapitre sont fondés sur des travaux publiés en 2009 [A9] et 2014 [A24].

Pour finir, le chapitre 5 dresse un rapide tableau des principales perspectives de recherche ouvertes par ces travaux et des projets futurs auxquels je compte me consacrer. Dans ce chapitre, j'élargirai à nouveau la perspective, en revenant à la fois sur les problématiques liées à la modélisation de la propagation des écoulements gravitaires, mais aussi à celles liées à la phase de déclenchement des instabilités et à la transition solide-fluide dans les géomatériaux.

## Chapitre 2

# Modélisation des écoulements à surface libre de fluides viscoplastiques : aspects théoriques

L'objectif de ce chapitre est de faire le point sur les différentes approches théoriques existantes pour modéliser les écoulements à surface libre de fluides à seuil. On considérera le cas général d'un fluide viscoplastique régi par une loi de Herschel-Bulkley, ce qui amènera à étendre certains résultats de la littérature obtenus pour des fluides de Bingham ou des fluides en loi puissance (pseudoplastiques). Les formulations correspondant au cas Newtonien seront aussi mentionnées à titre de comparaison <sup>1</sup>. Le chapitre commence par expliciter les équations primitives régissant la dynamique de ce type d'écoulements, ainsi que quelques solutions analytiques particulières. On s'intéresse ensuite plus spécifiquement aux modèles hydrauliques intégrés dans l'épaisseur. Après avoir rappelé la formulation standard du modèle de Saint-Venant et sa déclinaison dans le cas des fluides viscoplastiques, on examinera en détail les différentes hypothèses permettant d'aboutir à ce modèle. En particulier, l'influence de certaines spécificités des fluides à seuil, liées à l'existence de zones non-cisaillées et de contraintes normales, sera discutée. Enfin, en suivant une démarche proposée dans la littérature, on présentera la dérivation d'un modèle intégré dans l'épaisseur complètement consistant pour les fluides viscoplastiques.

#### 2.1 Équations primitives

#### 2.1.1 Formulation du modèle

On considère l'écoulement d'une couche de fluide viscoplastique d'épaisseur h sur un plan incliné formant un angle  $\theta$  par rapport à l'horizontale (figure 2.1). Dans tout ce chapitre, pour simplifier les équations, on se limitera à une configuration purement 2D. Toutefois, l'extension à 3D des résultats présentés ne pose pas de difficulté de principe. On désigne par x l'axe de la pente et par y l'axe orthogonal à la pente, le fond correspondant à la droite d'équation

<sup>1.</sup> Les paragraphes dédiés au cas Newtonien sont identifiés par une police de caractères plus petite.

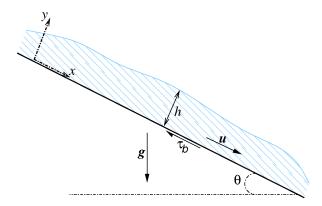


Figure 2.1 Représentation schématique de la configuration d'écoulement considérée.

y=0. L'écoulement est provoqué par la gravité  $\mathbf{g}=(g\sin\theta,-g\cos\theta)$  et décrit par sa vitesse locale  $\mathbf{u}=(u,v)$ . Le champ de pression dans le fluide est noté p et les composantes du tenseur des extra-contraintes sont notées  $\sigma_{ij}$ . Ce tenseur est relié au tenseur des taux de déformation  $\dot{\gamma}_{ij}=\partial_j u_i+\partial_i u_j$  par le biais de la loi de comportement du fluide. On considère ici un fluide viscoplastique de type Herschel-Bulkley caractérisé par 3 paramètres : la contrainte-seuil  $\tau_c$ , la consistance K, et l'indice d'écoulement n. Enfin  $\rho$  désigne la masse volumique du fluide, supposée constante (écoulement incompressible).

La dynamique de l'écoulement est décrite par le système d'équations primitives récapitulées dans le tableau 2.1. Ce système repose sur les classiques relations locales de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (2.1), (2.2) et (2.3) (équations de Navier-Stokes). On y adjoint deux types de conditions-limites :

- les conditions (2.4) et (2.5) traduisent l'adhérence (vitesse nulle) au fond. On ne considère donc pas ici la possibilité d'un éventuel glissement du fluide sur son substratum.
- les conditions (2.6) et (2.7) traduisent l'annulation des contraintes à la surface libre et proviennent de l'identité tensorielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} - p & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} - p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\partial_x h \\ 1 \end{pmatrix} = 0. \tag{2.10}$$

En accord avec les applications qui seront traitées dans la suite, on néglige donc ici les effets de tension de surface.

L'équation cinématique (2.8) traduit l'existence d'une surface libre, en spécifiant que cette surface libre correspond à une surface matérielle. Enfin l'équation (2.9) représente l'écriture tensorielle de la loi de comportement de Herschel-Bulkley telle que proposée par Piau [1996]. Celle-ci fait intervenir les deuxièmes invariants  $\tau$  et  $\dot{\gamma}$  des tenseurs de contraintes et de taux de déformation.

<u>Cas Newtonien.</u> Le fluide Newtonien, qui est caractérisé par une loi de comportement linéaire :

$$\sigma_{ij} = \eta \dot{\gamma}_{ij}, \tag{2.11}$$

où  $\eta$  est la viscosité dynamique, est obtenu comme un cas particulier du fluide de Herschel-Bulkley avec  $\tau_c=0$  et n=1.

Conservation de la masse :

$$\partial_x u + \partial_y v = 0 \tag{2.1}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho(\partial_t u + u\partial_x u + v\partial_y u) = -\partial_x p + \rho g \sin \theta + \partial_x \sigma_{xx} + \partial_y \sigma_{xy}$$
 (2.2)

$$\rho(\partial_t v + u\partial_x v + v\partial_y v) = -\partial_y p - \rho g \cos \theta + \partial_x \sigma_{xy} + \partial_y \sigma_{yy}$$
 (2.3)

Conditions limites au fond :

Conditions limites à la surface libre :

$$u_{|y=0} = 0$$
 (2.4)

$$v_{|y=0} = 0$$
 (2.5)

$$(\sigma_{xy})_{|y=h} = \frac{\partial_x h}{1 - (\partial_x h)^2} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{|y=h}$$
 (2.6)

$$p_{|y=h} = \frac{1}{1 - (\partial_x h)^2} [\sigma_{yy} - (\partial_x h)^2 \sigma_{xx}]_{|y=h}$$
 (2.7)

Équation cinématique à la surface libre :

$$\partial_t h + u_{|y=h} \, \partial_x h = v_{|y=h} \tag{2.8}$$

Loi de comportement :

$$\begin{cases}
\sigma_{ij} = \left(\frac{\tau_c}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1}\right)\dot{\gamma}_{ij} & \text{si } \tau > \tau_c, \\
\dot{\gamma}_{ij} = 0 & \text{si } \tau \leq \tau_c,
\end{cases}$$
(2.9)

avec

$$\tau = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i,j} \sigma_{ij} \sigma_{ij}}$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i,j} \dot{\gamma}_{ij} \dot{\gamma}_{ij}}$$

**Table 2.1** Équations primitives régissant la dynamique d'un écoulement à surface libre de fluide de Herschel-Bulkley.

À l'exclusion de certains cas particuliers très simples, dont deux exemples sont traités ci-dessous, ce système d'équations doit généralement être résolu numériquement. Du fait de la prise en compte conjointe d'une surface libre et d'une loi de comportement fortement non-linéaire (discontinue), le développement de schémas numériques adaptés est délicat, et relativement peu d'études se sont attaquées à ce type de problèmes [Vola et al., 2004; Laigle et al., 2007; Prime et al., 2011; Balmforth et al., 2014]. Un exemple de stratégie numérique possible, que nous avons mise en œuvre et testée dans le cas de fluides granulaires caractérisés par une rhéologie viscoplastique généralisée, sera présenté au chapitre 3.

#### 2.1.2 Solutions analytiques

#### 2.1.2.1 Régime permanent uniforme (RPU)

En régime permanent uniforme (RPU), l'écoulement ne dépend ni de la coordonnée longitudinale x ni du temps  $t:h=\mathrm{cst}$  et  $\mathbf{u}=(u(y),0)$ . Comme on le verra, ce régime d'écoulement très simple est particulièrement important car il sert de référence pour les modèles hydrauliques intégrés dans l'épaisseur. Dans ce régime, les équations primitives se simplifient fortement et se réduisent au système récapitulé dans le tableau 2.2. La loi de comportement de Herschel-Bulkley se réduit en particulier à sa forme classique en cisaillement simple, puisqu'on a ici  $\dot{\gamma}=du/dy$  et  $\tau=\sigma_{xy}$ .

$$\frac{d\sigma_{xy}}{dy} = -\rho g \sin \theta \qquad (2.12)$$
 
$$\frac{dp}{dy} = -\rho g \cos \theta \qquad (2.13)$$
 Condition limite au fond : 
$$u_{|y=0} = 0 \qquad (2.14)$$
 Conditions limites à la surface libre : 
$$v_{|y=0} = 0 \qquad (2.14)$$
 
$$v_{|y=h_n} = 0 \qquad (2.15)$$
 
$$v_{|y=h_n} = 0 \qquad (2.16)$$
 Loi de comportement : 
$$\begin{cases} \sigma_{xy} = \tau_c + K \left(\frac{du}{dy}\right)^n & \text{si } \sigma_{xy} > \tau_c, \\ \frac{du}{dy} = 0 & \text{si } \sigma_{xy} \leq \tau_c, \end{cases}$$
 (2.17)

**Table 2.2** Équations régissant la dynamique d'un écoulement à surface libre de fluide de Herschel-Bulkley en régime permanent uniforme.

Par intégration des équations (2.12) et (2.13), on trouve que la contrainte cisaillante  $\sigma_{xy}$ 

et la pression p suivent une évolution linéaire avec la profondeur :

$$\sigma_{xy} = \rho g \sin \theta \ (h - y), \tag{2.18}$$

$$p = \rho g \cos \theta \ (h - y). \tag{2.19}$$

La relation (2.19) correspond à un champ de pression de type hydrostatique. La relation (2.18) indique qu'il existe, en surface de l'écoulement, une zone non-cisaillée, ou plug, dans laquelle  $\sigma_{xy} < \tau_c$ . L'épaisseur  $h_p$  de ce plug est donnée par :

$$h_p = \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta}.\tag{2.20}$$

Une intégration supplémentaire, après prise en compte de la loi de comportement, permet alors d'obtenir le profil de vitesse dans l'écoulement :

$$u(y) = \begin{cases} \frac{n}{n+1} \left(\frac{\rho g \sin \theta}{K}\right)^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h_s}\right)^{(n+1)/n}\right] & \text{si } y < h_s \\ \frac{n}{n+1} \left(\frac{\rho g \sin \theta}{K}\right)^{1/n} h_s^{(n+1)/n} & \text{si } y \ge h_s \end{cases}$$
(2.21)

où  $h_s = h - h_p$  représente l'épaisseur de la zone cisaillée sous le plug.

Enfin, le RPU est également caractérisé par la relation suivante entre la vitesse moyenne (ou vitesse débitante)  $\bar{u}=(1/h)\int_0^h udy$  et l'épaisseur h de l'écoulement, relation qui dérive directement de l'expression du profil de vitesse :

$$h\bar{u} = \left(\frac{\rho g \sin \theta}{K}\right)^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left(\frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p\right). \tag{2.22}$$

<u>Cas Newtonien.</u> Dans le cas où  $\tau_c = 0$  et n = 1, le plug est absent et  $h_s = h$ . Le profil de vitesse présente alors une forme parabolique :

$$u(y) = \frac{1}{2} \frac{\rho g \sin \theta}{\eta} h^2 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{h} \right)^2 \right]. \tag{2.23}$$

D'où l'expression classique de la relation entre vitesse débitante  $\bar{u}$  et épaisseur h (relation de Poiseuille) :

$$\bar{u} = \frac{1}{3} \frac{\rho g \sin \theta}{\eta} h^2. \tag{2.24}$$

#### 2.1.2.2 Régime de lubrification

Le régime de lubrification (ou régime d'écoulement rampant) est obtenu dans le cadre d'une approximation de couche mince et en supposant, de plus, que les effets d'inertie sont négligeables (§2.2.3.3). Les équations primitives se réduisent alors au système présenté dans le tableau 2.3.

L'équation (2.27) se traduit par une pression localement hydrostatique dans le fluide:

$$p = \rho g \cos \theta \ [h(x,t) - y]. \tag{2.34}$$

Conservation de la masse :

$$\partial_x u + \partial_v v = 0 \tag{2.25}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$-\partial_x p + \rho g \sin \theta + \partial_y \sigma_{xy} = 0 (2.26)$$

$$-\partial_u p - \rho q \cos \theta = 0 \tag{2.27}$$

Conditions limites au fond :

$$u_{|y=0} = 0$$
 (2.28)

$$(\sigma_{xy})_{|y=h} = 0 (2.30)$$

$$v_{|y=0} = 0 (2.29)$$

$$p_{|y=h} = 0 (2.31)$$

Équation cinématique à la surface libre :

$$\partial_t h + u_{|y=h} \, \partial_x h = v_{|y=h} \tag{2.32}$$

Loi de comportement :

$$\begin{cases}
\sigma_{xy} = \tau_c + K \left(\frac{du}{dy}\right)^n & \text{si } \sigma_{xy} > \tau_c, \\
\frac{du}{dy} = 0 & \text{si } \sigma_{xy} \le \tau_c,
\end{cases}$$
(2.33)

**Table 2.3** Équations primitives régissant la dynamique d'un écoulement à surface libre de fluide de Herschel-Bulkley en régime de lubrification.

L'équation (2.26) peut alors se récrire sous la forme suivante :

$$\partial_y \sigma_{xy} = -\rho g \sin \theta (1 - \cot \theta \, \partial_x h), \tag{2.35}$$

soit, par intégration:

$$\sigma_{xy} = \rho g \sin \theta (1 - \cot \theta \, \partial_x h) \, (h - y). \tag{2.36}$$

Ainsi on obtient, comme en RPU, que l'évolution de la contrainte cisaillante dans l'épaisseur est linéaire. En régime de lubrification, l'influence des gradients d'épaisseur se limite donc à une modification locale de la force motrice subie par le fluide.

Les expressions des profils de vitesse établies en RPU restent donc également valables en régime de lubrification, moyennant le remplacement de g par une gravité "effective"  $g' = g \ (1 - \cot \theta \ \partial_x h)$ . En particulier, il existe aussi une zone plug non-cisaillée en surface de l'écoulement, dont l'épaisseur est ici donnée par :

$$h_p = \frac{\tau_c}{\rho q \sin \theta (1 - \cot \theta \ \partial_x h)}. (2.37)$$

On note que l'épaisseur de ce plug n'est pas constante mais varie en fonction de la pente locale de la surface libre. Ceci a conduit certains auteurs à remettre en cause la validité des modèles de lubrification pour les fluides à seuil. En effet, ces variations d'épaisseur impliquent nécessairement l'existence de déformations élongationnelles dans le plug, ce qui semble contredire son caractère rigide [Piau, 1996]. Ce paradoxe apparent a été résolu par Balmforth and Craster [1999] qui ont montré que, sous l'influence des contraintes normales, le plug était en fait très faiblement cisaillé et ont introduit la notion de pseudo-plug (voir §2.3.1).

#### 2.2 Modèle de Saint-Venant

La complexité du système d'équations primitives présenté dans la section précédente le rend difficilement exploitable dans le cadre d'applications opérationnelles. En particulier, la sensibilité des schémas numériques à mettre en œuvre, lesquels doivent être adaptés à chaque configuration d'écoulement particulière, ainsi que les temps de calcul généralement importants, sont incompatibles avec de telles applications. C'est pourquoi, depuis le 19ème siècle, il est d'usage en hydraulique à surface libre d'utiliser un jeu d'équations simplifié appelé modèle de Saint-Venant. Ce modèle résulte d'une intégration dans l'épaisseur des équations primitives dans le cadre d'une approximation de couche mince (shallow-flow approximation). Initialement développé pour des écoulements d'eau en régime turbulent, ce modèle a depuis été étendu à de nombreux autres types de comportements : fluides Newtoniens [Hunt, 1994], fluides granulaires [Savage and Hutter, 1989; Pouliquen, 1999b], fluides viscoplastiques [Coussot, 1994; Ancey, 2007; Fernandez-Nieto et al., 2010], etc.

Dans cette section, nous présentons la version du modèle de Saint-Venant la plus couramment utilisée pour traiter les fluides à seuil. Nous décrivons ensuite la démarche permettant de dériver ce modèle à partir des équations primitives, ceci afin de discuter la signification physique et la consistance mathématique des différentes hypothèses et approximations mises en jeu.

#### 2.2.1 Formulation du modèle

Le modèle de Saint-Venant classique, indépendant à ce stade du type de fluide considéré, est présenté dans le tableau 2.4. Il se présente comme un système de deux équations différentielles (à 2D) couplées décrivant l'évolution de l'épaisseur h(x,t) et de la vitesse moyenne  $\bar{u}(x,t) = (1/h) \int_0^h u(x,y,t) dy$  de la couche de fluide. L'équation (2.38) exprime la conservation de la masse; les équations (2.39) ou (2.40) correspondent à deux écritures équivalentes de la conservation de la quantité de mouvement. Le terme  $\tau_b \equiv (\sigma_{xy})_{|y=0}$  représente, par définition, la contrainte cisaillante à la base de l'écoulement (figure 2.1). Il s'agit du seul terme de contrainte qui subsiste dans ces équations, et donc du seul terme permettant de prendre en compte la rhéologie du fluide dans le modèle.

Grâce à la considération de variables moyennées dans l'épaisseur, le modèle de Saint-Venant comporte, pour une même dimensionnalité, une relation de conservation de moins que les équations primitives. De plus, il ne nécessite pas de traitement spécifique de la surface libre. En revanche, la structure verticale de l'écoulement (profils de vitesse et de contraintes)

Conservation de la masse :

$$\partial_t h + \partial_x (h\bar{u}) = 0 \tag{2.38}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho \left( \partial_t (h\bar{u}) + \partial_x (h\bar{u}^2) \right) + \rho g \cos\theta h \partial_x h = \rho g \sin\theta h - \tau_b$$
 (2.39)

011

$$\partial_t \bar{u} + \bar{u}\partial_x \bar{u} + g\cos\theta \partial_x h = g\sin\theta - \frac{\tau_b}{\rho h}$$
 (2.40)

Table 2.4 Équations du modèle de Saint-Venant.

est "perdue". Plus exactement, comme nous allons le voir ci-dessous, cette structure verticale est en fait implicitement *intégrée* dans le modèle, notamment au travers de l'expression de la contrainte basale  $\tau_b$ .

Ce modèle présente en outre une structure mathématique de type hyperbolique qui a permis le développement de schémas numériques performants [Godunov, 1959; Vila, 1986; Le Veque, 2002]. Dans certains cas, il est également possible d'obtenir des solutions analytiques, souvent de type autosimilaire [Savage and Hutter, 1989; Hunt, 1994; Gratton and Vigo, 1994; Hogg and Pritchard, 2004], dont nous verrons un exemple au chapitre 3. Ces caractéristiques expliquent pourquoi ce modèle a été, et continue d'être, très utilisé en hydraulique pour simuler des problèmes variés tels que, par exemple, les ruptures de barrage [Whitham, 1955; Chanson et al., 2006; Ancey and Cochard, 2009], l'étalement d'une couche de fluide [Coussot and Proust, 1996; Balmforth et al., 2006], ou encore la stabilité des écoulements à surface libre [Ruyer-Quil and Manneville, 2000; Balmforth and Liu, 2004].

Rappelons pour finir que nous nous limitons ici au cas d'écoulements bidimensionnels se propageant sur une pente constante. L'extension à trois dimensions du modèle de Saint-Venant ne pose pas de difficultés de principe [Iverson, 2005]. Des versions améliorées du modèle permettant de prendre en compte l'existence de variations de pente par le biais de termes de courbure formulés dans un repère curviligne ont également été développées [Gray et al., 1999; Naaim et al., 2013].

#### 2.2.2 Relation de fermeture

La fermeture rhéologique du modèle de Saint-Venant consiste à spécifier la relation, appelée aussi loi de résistance, entre la contrainte basale  $\tau_b$  et les variables hydrauliques  $\bar{u}$  et h. Une condition importante concernant cette loi de résistance est qu'elle doit permettre de retrouver les caractéristiques du régime permanent uniforme. Plus précisément, en RPU, l'équation (2.39) se réduit à :

$$\tau_b(\bar{u}, h) = \rho g h \sin \theta, \tag{2.41}$$

et cette expression doit être équivalente à la relation reliant  $\bar{u}$  et h dans ce régime (voir §2.1.2.1). L'approche généralement utilisée pour dériver  $\tau_b$  consiste alors à supposer que l'écoulement est partout localement en RPU, c'est-à-dire que le profil de vitesse est localement identique à celui qu'on aurait dans un écoulement permanent uniforme de même épaisseur h et de même vitesse moyenne  $\bar{u}$ . Cette hypothèse revient à généraliser le résultat – exact – qui est obtenu en régime de lubrification (§2.1.2.2).

Historiquement, de nombreuses études ont ainsi proposé des expressions de  $\tau_b$  empiriques ou semi-empiriques compatibles avec des lois d'écoulement mesurées expérimentalement. C'est le cas des classiques lois de résistance de Chézy ou de Manning-Strickler en hydraulique d'eau claire, ou de la loi de Voellmy pour simuler les avalanches de neige [Barbolini et al., 2000; Naaim et al., 2013]. De telles approches empiriques sont parfois utilisées aussi pour décrire la rhéologie des coulées boueuses, en exprimant  $\tau_b$  comme une combinaison de termes censés représenter l'effet du seuil de contrainte, de la viscosité, ou encore des interactions granulaires dans le matériau [Chambon and Laigle, 2013]. Toutefois, quand la loi de comportement locale du fluide considéré est connue, comme c'est le cas dans le problème auquel on s'intéresse ici, il est également possible d'en déduire directement la relation  $\tau_b(\bar{u}, h)$ . Ce type d'approche a d'abord été mis en œuvre pour les fluides Newtoniens [Hunt, 1994; Hogg and Pritchard, 2004]. Afin de clarifier la démarche, nous commençons par présenter ci-dessous ce cas simple, avant de discuter ensuite sa généralisation au cas des fluides viscoplastiques.

<u>Cas Newtonien.</u> Dans le cas Newtonien, l'expression du profil de vitesse en RPU peut être paramétrisée uniquement en fonction des variables  $\bar{u}$  et h. À partir des relations (2.23) et (2.24), on obtient :

$$u = \frac{3}{2}\bar{u}\left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right]. \tag{2.42}$$

On en déduit l'expression suivante pour la contrainte basale  $\tau_b = (\sigma_{xy})_{|y=0} = \eta (du/dy)_{|y=0}$ :

$$\tau_b = 3\eta \frac{\bar{u}}{h}.\tag{2.43}$$

L'hypothèse d'un écoulement localement identique au RPU revient alors à supposer que cette dernière expression reste localement valable partout dans l'écoulement. L'expression (2.43) constitue donc la relation de fermeture classiquement utilisée pour les fluides Newtoniens dans le cadre de modèles de Saint-Venant. Une fois incluse dans l'équation (2.39), cette loi de fermeture permet effectivement de retrouver la relation (2.24) caractéristique du RPU.

Dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley, la même approche peut être mise en œuvre. En paramétrisant par  $\bar{u}$  et h l'expression (2.21) du profil de vitesse établie en RPU, on obtient :

$$u(y) = \begin{cases} \bar{u} \frac{(2n+1)h}{(n+1)h + nh_p} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{h_s} \right)^{(n+1)/n} \right] & \text{si } y < h_s \\ \bar{u} \frac{(2n+1)h}{(n+1)h + nh_p} & \text{si } y \ge h_s. \end{cases}$$
 (2.44)

D'où la contrainte à la base, qui s'exprime ici comme  $\tau_b = \tau_c + K[(du/dy)_{|y=0}]^n$  [Huang and Garcia, 1998]:

$$\tau_b = \tau_c + K \left[ \frac{(2n+1)}{n} \frac{\bar{u}}{h_s} \frac{h}{h + \frac{n}{n+1} h_p} \right]^n.$$
(2.45)

Cependant, contrairement au cas Newtonien, cette expression de  $\tau_b$  ne dépend pas seulement des variables hydrauliques  $\bar{u}$  et h, mais elle fait aussi intervenir l'épaisseur du plug  $h_p$ . Pour fermer complètement le problème, il est donc également nécessaire d'exprimer  $h_p$  en fonction des variables  $\bar{u}$  et h.

La démarche qui semble a priori la plus cohérente avec l'hypothèse d'un écoulement localement permanent uniforme consiste à utiliser pour  $h_p$  la même valeur, constante, qu'en RPU [éq. (2.20)] [Ancey, 2007]. Toutefois, cette approche ne permet pas de simuler d'écoulements dont l'épaisseur serait inférieure à cette constante, et rend donc impossible la modélisation de fronts, par exemple. De plus, physiquement, on s'attend à ce que l'épaisseur du plug puisse varier dans l'écoulement [Piau, 1996], comme le montre le cas du régime de lubrification (§2.1.2.2). Une autre approche, plus classiquement utilisée, consiste alors à extrapoler le résultat obtenu pour  $h_p$  dans le cadre de cette hypothèse de lubrification. On peut employer directement l'expression (2.37) qui relie  $h_p$  à h et  $\partial_x h$ , ou encore la récrire sous la forme suivante :

$$\frac{h_p}{h} = \frac{\tau_c}{\tau_b}. (2.46)$$

C'est cette dernière alternative, qui présente l'avantage de fournir pour  $\tau_b$  une expression indépendante de la pente  $\theta$ , qui est généralement privilégiée [Coussot, 1994; Pastor et al., 2004; Chambon et al., 2009; Ancey et al., 2012].

En injectant l'expression (2.46) dans (2.45), il vient, après quelques manipulations :

$$\tau_b \left( 1 - \frac{\tau_c}{\tau_b} \right)^{n+1} \left( 1 + \frac{n}{n+1} \frac{\tau_c}{\tau_b} \right)^n = K \left( \frac{2n+1}{n} \frac{\bar{u}}{h} \right)^n \tag{2.47}$$

Contrairement au cas Newtonien, on ne peut pas exprimer ici explicitement la contrainte basale  $\tau_b$  en fonction des variables  $\bar{u}$  et h. L'équation algébrique (2.47) doit être résolue numériquement pour chaque valeurs de ces variables [Chambon et al., 2009]. Mentionnons toutefois le cas particulier du fluide de Bingham (n=1) pour lequel l'équation (2.47) se ramène à une équation polynomiale d'ordre 3 qui peut être résolue analytiquement [Pastor et al., 2004]. Dans le cas n=0.3, Coussot [1994] a proposé une approximation numérique de la solution de (2.47) qui s'écrit :

$$\tau_b = \tau_c \left( 1 + 1.93 \ H_b^{-0.9} \right),$$
(2.48)

avec  $H_b = (\tau_c/K)(h/\bar{u})^{0.3}$ .

#### 2.2.3 Dérivation à partir des équations primitives

Le modèle de Saint-Venant, constitué des lois de conservation du tableau 2.4 et de la relation de fermeture présentée au paragraphe précédent, peut être dérivé à partir des équations primitives (§2.1) dans le cadre d'une approximation de couche mince, ou d'ondes longues. La démarche la plus fréquemment présentée dans la littérature [Iverson, 2005; Ancey, 2006] consiste à simplifier les équations "à vue" après les avoir adimensionnalisées. Nous proposons ci-dessous une approche plus formelle, inspirée notamment des travaux de Fernandez-Nieto et al. [2010], qui est fondée sur un développement asymptotique rigoureux. Cette approche permet de mettre plus clairement en évidence la consistance mathématique des différentes approximations impliquées.

#### 2.2.3.1 Adimensionnalisation

La dérivation du modèle de Saint-Venant est fondée sur la définition d'échelles caractéristiques de longueur et de vitesse différentes dans les directions x et y:

$$x = L\hat{x}, \quad y = H\hat{y}, \quad u = U\hat{u}, \quad V\hat{v},$$

où la notation : désigne les variables adimensionnées. De plus, d'après l'équation de conservation de la masse (2.1), la relation suivante doit être vérifiée entre ces échelles caractéristiques :

$$V = \frac{H}{L}U.$$

Le taux de cisaillement (deuxième invariant du tenseur des taux de déformation)  $\dot{\gamma}$  peut être adimensionné par :

$$\dot{\gamma} = \frac{U}{H} \dot{\hat{\gamma}}.$$

Pour la pression p, on choisit une échelle hydrostatique :

$$p = \rho g H \cos \theta \ \hat{p}.$$

Enfin, conformément à la plupart des études existantes  $^2$ , on adopte pour l'instant des échelles "visqueuses" pour les extra-contraintes et l'invariant  $\tau$ :

$$\sigma_{xx} = K \frac{U^n}{H^{n-1}L} \hat{\sigma}_{xx}, \quad \sigma_{yy} = K \frac{U^n}{H^{n-1}L} \hat{\sigma}_{yy}, \quad \sigma_{xy} = K \left(\frac{U}{H}\right)^n \hat{\sigma}_{xy}, \quad \tau = K \left(\frac{U}{H}\right)^n \hat{\tau}.$$

En injectant ces variables adimensionnées dans les équations primitives, on obtient le système récapitulé dans le tableau 2.5. Par simplicité, on omettra dans la suite les notations "chapeau" pour les variables adimensionnées, le contexte permettant toujours de préciser si les équations considérées sont dimensionnelles ou non. On a introduit les 4 nombres sans dimension classiques suivants <sup>3</sup>:

$$\epsilon = \frac{H}{L}, \quad Re = \frac{\rho U^{2-n} H^n}{K}, \quad Fr = \frac{U}{\sqrt{gH\cos\theta}}, \quad Bi = \frac{\tau_c}{K} \left(\frac{H}{U}\right)^n.$$
 (2.49)

On définit également le paramètre de chargement  $\lambda$  qui représente l'effet de la gravité dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement selon x (2.52) :

$$\lambda = \frac{Re}{Fr^2} \tan \theta. \tag{2.50}$$

<sup>2.</sup> Il convient de noter que les études existantes se limitent généralement aux cas Newtonien ou Bingham (n=1). Ainsi, cette proposition d'échelles caractéristiques pour les contraintes, qui est adaptée à une dépendance en loi puissance dans la loi de comportement, est néanmoins originale. En particulier, les échelles introduites pour les contraintes normales  $\sigma_{xx}$  et  $\sigma_{yy}$  permettent d'éviter l'apparition de termes en puissance de n dans les équations adimensionnées, tout en se ramenant aux définitions habituelles dans le cas n=1 [Fernandez-Nieto et al., 2010].

<sup>3.</sup> Là encore, les définitions utilisées pour les nombres de Reynolds Re et de Bingham Bi se ramènent bien aux expressions habituelles dans le cas n = 1.

Conservation de la masse :

$$\partial_x u + \partial_y v = 0 \tag{2.51}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\epsilon Re(\partial_t u + u\partial_x u + v\partial_y u) = -\frac{\epsilon Re}{Fr^2}\partial_x p + \lambda + \epsilon^2 \partial_x \sigma_{xx} + \partial_y \sigma_{xy}$$
 (2.52)

$$\epsilon^{3} Re(\partial_{t} v + u \partial_{x} v + v \partial_{y} v) = -\frac{\epsilon Re}{Fr^{2}} (\partial_{y} p + 1) + \epsilon^{2} (\partial_{x} \sigma_{xy} + \partial_{y} \sigma_{yy})$$
 (2.53)

Conditions limites au fond :

$$u_{|y=0} = 0$$
 (2.54)

 $v_{|y=0} = 0$  (2.55)

Conditions limites à la surface libre :

$$(\sigma_{xy})_{|y=h} = \frac{\epsilon^2 \partial_x h}{1 - \epsilon^2 (\partial_x h)^2} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})_{|y=h} \quad (2.56)$$

$$p_{|y=h} = \frac{\epsilon F r^2}{Re} \frac{\left(\sigma_{yy} - \epsilon^2 (\partial_x h)^2 \sigma_{xx}\right)_{|y=h}}{1 - \epsilon^2 (\partial_x h)^2} \quad (2.57)$$

Équation cinématique à la surface libre :

$$\partial_t h + u_{|y=h} \, \partial_x h = v_{|y=h} \tag{2.58}$$

Loi de comportement :

Si  $\tau > Bi$ :

$$\sigma_{xx} = -\sigma_{yy} = 2\left(\frac{Bi}{\dot{\gamma}} + \dot{\gamma}^{n-1}\right)\partial_x u$$
 (2.59)

$$\sigma_{xy} = \left(\frac{Bi}{\dot{\gamma}} + \dot{\gamma}^{n-1}\right) (\partial_y u + \epsilon^2 \partial_x v) \tag{2.60}$$

Si  $\tau \leq Bi : \dot{\gamma}_{ij} = 0$ , avec

$$\tau = \sqrt{\sigma_{xy}^2 + \frac{1}{2}\epsilon^2(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2)} = \sqrt{\sigma_{xy}^2 + \epsilon^2\sigma_{xx}^2}$$
 (2.61)

$$\dot{\gamma} = \sqrt{(\partial_y u + \epsilon^2 \partial_x v)^2 + 2\epsilon^2 \left[ (\partial_x u)^2 + (\partial_y v)^2 \right]} = \sqrt{(\partial_y u + \epsilon^2 \partial_x v)^2 + 4\epsilon^2 (\partial_x u)^2}$$
 (2.62)

**Table 2.5** Équations primitives régissant la dynamique d'un écoulement à surface libre de fluide de Herschel-Bulkley : écriture adimensionnée.

#### 2.2.3.2 Intégration dans l'épaisseur

Le passage aux variables hydrauliques  $\bar{u}$  et h du modèle de Saint-Venant se fait au travers d'une intégration dans l'épaisseur des équations primitives.

**Conservation de la masse.** L'intégration sur y de l'équation (2.51) fournit :

$$\int_0^h (\partial_x u) dy + \int_0^h (\partial_y v) dy = 0.$$

Le deuxième terme de cette somme est simplement égal à :  $v_{|y=h} - v_{|y=0} = v_{|y=h}$ . Par application de la formule de Leibniz, le premier terme peut être transformé en :

$$\int_0^h (\partial_x u) dy = \partial_x \left( \int_0^h u dy \right) - \left( u_{|y=h} - u_{|y=0} \right) \partial_x h = \partial_x (h\bar{u}) - u_{|y=h} \partial_x h.$$

Au final, on obtient donc:

$$\partial_x(h\bar{u}) + v_{|y=h} - u_{|y=h}\partial_x h = 0,$$

et, en utilisant l'équation cinématique à la surface libre (2.58), on retrouve bien la relation (2.38). Il est important de noter que cette écriture intégrée de l'équation de conservation de la masse est exacte et n'implique aucune approximation.

Conservation de la quantité de mouvement. Comme on le verra, seule l'équation de conservation de la quantité de mouvement en x doit être intégrée. En exploitant là-aussi la formule de Leibniz, les conditions limites à la base et l'équation cinématique à la surface libre, on obtient à partir de (2.52):

$$\epsilon Re \left( \partial_t (h\bar{u}) + \partial_x \int_0^h u^2 dy \right) = -\frac{\epsilon Re}{Fr^2} \left( \partial_x \int_0^h p dy - p_{|y=h} \right) + \lambda h 
+ (\sigma_{xy})_{|y=h} - (\sigma_{xy})_{|y=0} + \epsilon^2 \left( \partial_x \int_0^h \sigma_{xx} dy - (\sigma_{xx})_{|y=h} \partial_x h \right).$$

Dans le dernier terme, on a utilisé la condition  $(\sigma_{xx})_{|y=0} = 0$ , qui découle de (2.54) et de la loi de comportement <sup>4</sup>. Par ailleurs, on peut montrer qu'en vertu des conditions limites en contrainte (2.56) et (2.57) à la surface libre, les différents termes évalués en y = h dans l'équation ci-dessus se simplifient. Au final, il reste donc :

$$\epsilon Re\left(\partial_t(h\bar{u}) + \partial_x \int_0^h u^2 dy\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x \int_0^h p dy = \lambda h - \tau_b + \epsilon^2 \partial_x \int_0^h \sigma_{xx} dy, \tag{2.63}$$

où l'on a identifié  $\tau_b = (\sigma_{xy})_{|y=0}$ . Ainsi, le fait que seule la contrainte cisaillante à la base intervienne dans l'équation finale découle directement du moyennage dans l'épaisseur, et n'implique pas non plus d'approximation particulière. En revanche, à ce stade, un terme de contraintes normales est encore présent dans l'équation (2.63). Afin d'aboutir au modèle de Saint-Venant, il est nécessaire d'exprimer en fonction des variables  $\bar{u}$  et h les termes impliquant  $\int_0^h u^2$ ,  $\int_0^h p$ , et  $\int_0^h \sigma_{xx}$  qui apparaissent dans cette équation. C'est à ce niveau qu'intervient l'approximation de couche mince.

<sup>4.</sup> En supposant que  $\dot{\gamma} \neq 0$  en y = 0.

#### 2.2.3.3 Approximation de couche mince

L'approximation de couche mince consiste à supposer que  $\epsilon \ll 1$ . Pour pouvoir simplifier les équations, il est également nécessaire de fixer l'ordre de grandeur des autres nombres sans dimension du problème. En accord avec les applications considérées dans les chapitres suivants, on supposera que Re et Fr sont d'ordre 1, ce qui signifie que les termes d'inertie ne sont pas négligeables. On supposera également que le nombre Bi est d'ordre 1, ce qui signifie que les contributions plastiques et visqueuses intervenant dans la loi de comportement sont du même ordre. Enfin, concernant  $\lambda$ , on peut montrer à partir des résultats du §2.1.2.1 qu'en régime permanent uniforme, ce paramètre est solution de l'équation suivante  $^5$ :

$$\lambda = \left[ \frac{n}{2n+1} \left( 1 - \frac{Bi}{\lambda} \right)^{2n+1} + \frac{n}{n+1} \frac{Bi}{\lambda} \left( 1 - \frac{Bi}{\lambda} \right)^{n+1} \right]^{-1}.$$
 (2.64)

Pour un fluide Newtonien, cette équation se réduit simplement à  $\lambda=3$ . Si l'on veut que le modèle asymptotique obtenu puisse redonner le régime permanent uniforme, on est donc également amené à considérer que  $\lambda$  est d'ordre 1. Au final, l'approximation de couche mince considérée ici se ramène donc aux hypothèses suivantes :

$$\epsilon \ll 1,$$
 $Re, Fr, Bi, \lambda = \mathcal{O}(1).$ 

Au passage, on remarque aussi que les équations du régime de lubrification présentées au  $\S 2.1.2.2$  sont obtenues à partir des équations primitives du tableau 2.5 en négligeant les termes de contrainte en  $\epsilon^2$  et les termes d'inertie en  $\epsilon Re$ , mais en conservant le terme de pression en  $\epsilon Re/Fr^2$ . La différence entre le modèle de lubrification et l'approximation de couche mince considérée dans le cadre des équations de Saint-Venant réside donc dans le fait de négliger les termes d'inertie, ce qui revient à supposer que  $Re \ll 1$ .

#### 2.2.3.4 Développement asymptotique à l'ordre 0

Dans le cadre de l'approximation de couche mince explicitée au paragraphe précédent, on peut déterminer une solution à l'ordre 0 en  $\epsilon$  des équations primitives (tableau 2.5). Pour ce faire, on introduit les développements asymptotiques à l'ordre 0 des différentes variables locales :  $u^{(0)}$ ,  $p^{(0)}$ ,  $\sigma_{ij}^{(0)}$ , etc. À l'ordre 0 en  $\epsilon$ , les équations de conservation de la quantité de mouvement se réduisent alors à :

$$\lambda + \partial_y \sigma_{xy}^{(0)} = 0, \tag{2.65}$$

$$\partial_y p^{(0)} + 1 = 0, (2.66)$$

avec les conditions limites  $u_{|y=0}^{(0)}=v_{|y=0}^{(0)}=0$  et  $\sigma_{|y=h}^{(0)}=p_{|y=h}^{(0)}=0$ . De plus,

$$\dot{\gamma}^{(0)} = \partial_y u^{(0)} \tag{2.67}$$

<sup>5.</sup> En considérant ici la vitesse moyenne comme échelle caractéristique de vitesse selon  $\boldsymbol{x}.$ 

 $\operatorname{et}$ 

$$\tau^{(0)} = \sigma_{xy}^{(0)}. (2.68)$$

La loi de comportement à l'ordre 0 se réduit donc à :

$$\sigma_{xx}^{(0)} = -\sigma_{yy}^{(0)} = 2 \left[ \frac{Bi}{\partial_y u^{(0)}} + (\partial_y u^{(0)})^{n-1} \right] \partial_x u^{(0)}$$
 (2.69)

$$\sigma_{xy}^{(0)} = Bi + \left(\partial_y u^{(0)}\right)^n \tag{2.70}$$

si 
$$\sigma_{xy}^{(0)} > Bi$$
, et  $\partial_y u^{(0)} = 0$  si  $\sigma_{xy}^{(0)} \leq Bi$ .

Hormis pour les contraintes normales (voir  $\S 2.3.1$ ), il apparaît que ces équations régissant l'écoulement à l'ordre 0 en  $\epsilon$  sont les mêmes que celles du RPU (voir  $\S 2.1.2.1$ ). Ainsi, le champ de pression à l'ordre 0 est localement hydrostatique :

$$p^{(0)}(x, y, t) = h(x, t) - y, (2.71)$$

et la contrainte cisaillante est linéaire dans l'épaisseur :

$$\sigma_{xy}^{(0)}(x,y,t) = \lambda [h(x,t) - y]. \tag{2.72}$$

Par intégration, on retrouve donc un profil de vitesse à l'ordre 0 qui est localement identique à celui obtenu en RPU :

$$u^{(0)}(x,y,t) = \begin{cases} \frac{n}{n+1} \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left( 1 - \zeta^{(n+1)/n} \right) & \text{si } y < h_s(x,t) \\ \frac{n}{n+1} \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} & \text{si } y \ge h_s(x,t) \end{cases}$$
(2.73)

avec  $h_s(x,t) = h(x,t) - h_p$ , et l'épaisseur du plug en surface de l'écoulement donnée par :

$$h_n = Bi/\lambda. (2.74)$$

Pour simplifier les notations, on a introduit l'ordonnée modifiée  $\zeta = 1 - y/h_s(x,t)$ . On en déduit immédiatement l'approximation d'ordre 0 du débit :

$$q^{(0)} = \int_0^h u^{(0)} dy = \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right). \tag{2.75}$$

Enfin, on peut également calculer l'expression de la vitesse verticale  $v^{(0)}$  en utilisant la relation de conservation de la masse  $(2.51): v^{(0)} = -\int_0^y \partial_x u(x,y',t)dy' = -h_s \int_{\zeta}^1 \partial_x u(x,\zeta',t)d\zeta'$ . Tous calculs faits, on obtient :

$$v^{(0)}(x,y,t) = \begin{cases} -\lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \partial_x h \left( \frac{1}{n+1} - \zeta + \frac{n}{n+1} \zeta^{(n+1)/n} \right) & \text{si } y < h_s \\ -\lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \partial_x h \left( \frac{1}{n+1} - \zeta \right) & \text{si } y \ge h_s. \end{cases}$$
(2.76)

#### 2.2.3.5 Obtention des équations de Saint-Venant

Comme on vient de le voir, à l'ordre 0 en  $\epsilon$ , les équations de la dynamique d'une couche de fluide à surface libre se réduisent à celles du RPU. Le modèle de Saint-Venant est obtenu, quant à lui, dans le cadre d'une approximation à l'ordre 1 en  $\epsilon$ . Si l'on repart de l'équation intégrée (2.63), il apparaît alors qu'on peut négliger le terme impliquant les contraintes normales  $\sigma_{xx}$ , puisque celui-ci est en facteur de  $\epsilon^2$ . En ne conservant que les termes d'ordre 1, il reste :

$$\epsilon Re\left(\partial_t(h\bar{u}) + \partial_x \int_0^h u^2 dy\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x \int_0^h p dy = \lambda h - \tau_b. \tag{2.77}$$

Par ailleurs, le terme de pression dans cette équation est en facteur de  $\epsilon Re/Fr^2$ . Pour obtenir un modèle à l'ordre 1 en  $\epsilon$ , il est donc suffisant d'évaluer ce terme à partir d'une approximation d'ordre 0 de la pression, c'est-à-dire, d'après (2.71), en considérant un profil de pression hydrostatique :

$$\frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x \int_0^h p dy \approx \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x \int_0^h p^{(0)} dy = \partial_x \left(\frac{h^2}{2}\right). \tag{2.78}$$

Enfin, le terme faisant intervenir  $\int_0^h u^2$  dans (2.77) est en facteur de  $\epsilon Re$ . Là-aussi, une approximation d'ordre 0 du champ de vitesse est donc formellement suffisante dans le cadre d'un modèle à l'ordre 1 en  $\epsilon$ :

$$\epsilon Re \ \partial_x \int_0^h u^2 dy \approx \epsilon Re \ \partial_x \int_0^h u^{(0)^2} dy.$$

On pourrait ainsi exploiter l'expression (2.73) afin de relier  $\int_0^h u^2 = h \overline{u^2}$  et  $h \overline{u}^2$ . Cette approche rigoureuse est à la base d'une classe de modèles intégrés dans l'épaisseur qui sera présentée au §2.4.1. Le modèle de Saint-Venant s'obtient, lui, au prix d'une approximation plus drastique consistant à identifier "brutalement"  $h \overline{u^2}$  et  $h \overline{u}^2$ . On pose donc :

$$\int_0^h u^2 dy \approx h\bar{u}^2. \tag{2.79}$$

Cette approximation revient à supposer que le profil de vitesse dans l'écoulement est uniforme (indépendant de y) et, mathématiquement, n'est pas consistante avec un développement à l'ordre 1 en  $\epsilon$ .

Moyennant ces différentes approximations, (2.77) peut se récrire sous la forme suivante :

$$\epsilon Re \left(\partial_t (h\bar{u}) + \partial_x (h\bar{u}^2)\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} h \partial_x h = \lambda h - \tau_b.$$
 (2.80)

Cette équation correspond bien à la version adimensionnée de la relation de conservation de la quantité de mouvement (2.39) du modèle de Saint-Venant.

#### 2.2.3.6 Retour sur les relations de fermeture

On peut montrer que la relation de fermeture (2.45) introduite précédemment, qui repose sur l'hypothèse d'un écoulement localement permanent et uniforme, correspond en fait à une approximation de la contrainte basale à l'ordre 0 en  $\epsilon$ . Pour expliciter ce point, on repart du développement asymptotique des équations primitives à l'ordre 0. D'après (2.72), on a :

$$\tau_b^{(0)} \equiv \left(\sigma_{xy}^{(0)}\right)_{|y=0} = \lambda h = \lambda (h_s + h_p) = Bi + \lambda h_s,$$
(2.81)

en exploitant l'expression (2.74) pour  $h_p$ . Par ailleurs, on a aussi établi qu'à l'ordre 0, la vitesse moyenne pouvait s'écrire comme [éq. (2.75)] :

$$h\bar{u} = q^{(0)} = \int_0^h u^{(0)} dy = \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right). \tag{2.82}$$

Par identification entre (2.81) et (2.82), on déduit alors directement que :

$$\tau_b^{(0)} = Bi + \left[ \frac{h\bar{u}}{h_s \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right)} \right]^n.$$
 (2.83)

Cette expression est effectivement équivalente, en écriture adimensionnée, à la relation de fermeture (2.45).

Toutefois, l'examen de l'équation intégrée (2.80) montre aussi qu'une telle approximation à l'ordre 0 en  $\epsilon$  de la contrainte basale  $\tau_b$  n'est pas suffisante. En effet, dans le cadre d'un modèle à l'ordre 1 en  $\epsilon$ , une approximation d'ordre 1 de  $\tau_b$  serait nécessaire. D'un point de vue mathématique, le modèle obtenu en couplant les équations de conservation de Saint-Venant classiques aux relations de fermeture fondées sur l'hypothèse du RPU local n'est donc pas consistant. Par ailleurs, la démarche présentée au §2.2.2 pour dépasser l'hypothèse d'une épaisseur de plug  $h_p$  constante, telle que le prédit la solution à l'ordre 0 [éq. (2.74)], ne permet pas d'améliorer la consistance du modèle, puisqu'elle ne repose en aucun cas sur un développement asymptotique rigoureux à l'ordre 1.

Cas Newtonien. Dans le cas Bi = 0 et n = 1, l'expression (2.83) se réduit à :

$$\tau_b = 3\frac{\bar{u}}{h},\tag{2.84}$$

qui correspond bien à la version adimensionnée de (2.43).

#### 2.2.3.7 Bilan sur les approximations réalisées

En résumé, le modèle de Saint-Venant classique présenté dans cette section repose sur les hypothèses suivantes :

- 1. Approximation de couche mince à l'ordre 1 en  $\epsilon$ . Dans le cadre de cette approximation, il est suffisant de considérer un développement asymptotique du champ de pression à l'ordre 0 en  $\epsilon$ , c'est-à-dire une pression hydrostatique.
- 2.  $\overline{u^2} \approx \overline{u}^2$ . Cette hypothèse revient à négliger la forme du profil de vitesse dans l'écoulement. Elle n'est pas consistante avec l'approximation de couche mince à l'ordre 1 en  $\epsilon$ , dans la mesure où celle-ci devrait conduire à considérer un profil de vitesse ayant la même forme qu'en RPU.

3. Loi de fermeture pour la contrainte basale dérivant d'un profil de vitesse de type RPU, c'est-à-dire d'une approximation d'ordre 0 en ε. Là encore, cette hypothèse n'est pas consistante puisqu'un modèle d'ordre 1 en ε devrait impliquer un développement à l'ordre 1 du terme de contrainte basale, et donc des corrections du profil de vitesse par rapport à la solution RPU. Dans le cas des fluides à seuil, la loi de fermeture utilisée repose en plus sur une hypothèse relativement arbitraire concernant l'évolution de l'épaisseur du plug dans l'écoulement.

Il apparaît donc clairement que ce modèle de Saint-Venant ne peut pas être considéré comme mathématiquement consistant. On remarque en outre que les défauts de consistance proviennent des termes qui dépendent de la loi de comportement du fluide considéré, à savoir de la forme du profil de vitesse et de la contrainte basale  $\tau_b$ . Ces problèmes expliquent certaines limitations bien connues des modèles de Saint-Venant, comme par exemple leur incapacité à prédire correctement le seuil d'instabilité des écoulements permanents uniformes. Pour aller plus loin et retrouver des prédictions correctes, il est nécessaire de formuler des modèles intégrés dans l'épaisseur qui soient consistants à l'ordre 1 en  $\epsilon$  (voir §2.4).

<u>Cas Newtonien.</u> Pour un fluide Newtonien, le seuil d'instabilité d'un écoulement permanent uniforme, calculé à partir d'une analyse de stabilité linéaire des équations primitives, est donné par une valeur critique du nombre de Froude :  $Fr_c = \sqrt{5/18} \approx 0.527$  [Chen, 1995; Ruyer-Quil and Manneville, 1998]. Le seuil d'instabilité obtenu à partir du modèle de Saint-Venant classique est légèrement différent :  $Fr_c = 1/2 = 0.5$ .

Pour finir, mentionnons également que, dans le cas des fluides à seuil, certains auteurs ont proposé des modèles de type Saint-Venant bi-couches, dans lesquels l'épaisseur du plug  $h_p$  est traitée comme une variable additionnelles en plus de h et  $\bar{u}$  [Huang and Garcia, 1998; Balmforth and Liu, 2004]. Ces modèles évitent de devoir ajouter explicitement dans la relation de fermeture une hypothèse sur l'évolution de  $h_p$ . Toutefois, ils comportent une équation différentielle supplémentaire (à 2D) et présentent donc une structure mathématique plus complexe. De plus, ils ne résolvent pas pour autant les problèmes de consistance mentionnés ci-dessus. Dans la suite de ce chapitre, nous nous limiterons aux modèles mono-couches qui restent les plus employés, notamment dans les applications. En principe, un développement asymptotique rigoureux à partir des équations primitives devrait permettre d'obtenir un modèle intégré dans l'épaisseur consistant y compris dans le cadre d'une approche mono-couche.

## 2.3 Spécificités des fluides viscoplastiques : pseudo-plugs et contraintes normales

La section précédente a introduit la formulation classique du modèle de Saint-Venant adaptée au cas des fluides à seuil. Dans ce modèle, la rhéologie spécifique du fluide n'intervient que dans la relation de fermeture utilisée pour exprimer la contrainte basale. En particulier, la dérivation des relations de conservation intégrées à partir des équations primitives (§2.2.3) est très générique, et ne dépend quasiment pas de la rhéologie du fluide. Toutefois, comme nous allons le voir, certaines étapes de cette dérivation méritent d'être ré-examinées plus en détail en prenant en compte les spécificités de la loi de comportement viscoplastique.

#### 2.3.1 Notion de pseudo-plug

#### 2.3.1.1 Paradoxe du plug

Le premier point qui mérite d'être rediscuté concerne la présence de zones non-cisaillées, ou plugs, dans l'écoulement. Comme on l'a vu au §2.2.3.4, le développement asymptotique du champ de vitesse à l'ordre 0 en  $\epsilon$  prédit l'existence d'un tel plug près de la surface libre. Toutefois, l'équation (2.73) montre que la vitesse de ce plug est fonction de l'épaisseur locale h de la couche de fluide, et varie donc avec x dès que l'écoulement ne semble pas strictement uniforme. Ces variations spatiales de vitesse entraînent nécessairement l'existence de déformations, ce qui n'est pas compatible avec un "vrai" plug rigide comme celui observé en RPU. Il s'agit là d'une nouvelle illustration du paradoxe du plug déjà mentionné dans le cas des modèles de lubrification (§2.1.2.2).

Comme l'ont montré Balmforth and Craster [1999], l'origine de ce paradoxe est révélée lorsqu'on cherche à évaluer les contraintes normales dans l'écoulement. D'après le développement asymptotique de la loi de comportement (2.69), il apparaît qu'à l'ordre 0,  $\sigma_{xx}^{(0)}$  et  $\sigma_{yy}^{(0)}$  divergent dans le plug puisque  $\partial_y u^{(0)}$  y est nul. Comme on va le montrer ci-dessous, ce problème provient en fait de la mise à l'échelle du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ , qui doit être revue dans la zone plug. D'ores et déjà, toutefois, l'apparition de cette divergence montre clairement que les contraintes normales ne sont pas négligeables dans cette zone, et que l'approximation  $\tau^{(0)} = \sigma_{xy}^{(0)}$  [éq. (2.68)] utilisée pour évaluer l'invariant du tenseur des contraintes n'y est donc pas forcément valable.

#### 2.3.1.2 Correction du développement asymptotique dans le pseudo-plug

Le paradoxe du plug a été résolu rigoureusement par Balmforth and Craster [1999] et Balmforth and Liu [2004]. Ces auteurs ont introduit la notion de pseudo-plug, en considérant que la zone plug prédite par le développement asymptotique à l'ordre 0 était en fait, en général, faiblement cisaillée. Précisément, ils font l'hypothèse que le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  dans cette zone est  $\mathcal{O}(\epsilon)$ . Dans ce cas, le développement à l'ordre 0 de la loi de comportement introduit précédemment (§2.2.3.4), qui reposait sur l'hypothèse d'un taux de cisaillement  $\mathcal{O}(1)$  (moyennant l'adimensionnalisation utilisée), n'est plus correct. En particulier, l'évaluation à l'ordre 0 des termes de contraintes normales, qui font intervenir le facteur  $\dot{\gamma}$  au dénominateur (tableau 2.5), impose alors de considérer le développement du champ de vitesse jusqu'à l'ordre 1 en  $\epsilon$ .

Suivant Balmforth and Craster [1999], on suppose donc que la vitesse  $u_{pp}$  dans le pseudoplug peut s'écrire sous la forme suivante :

$$u_{pp} = u_0(x,t) + \epsilon u_1(x,y,t) + \mathcal{O}(\epsilon^2),$$
 (2.85)

avec, d'après (2.73),  $u_0 = \frac{n}{n+1} \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n}$  (vitesse du plug prédite par la solution à l'ordre 0). On en déduit immédiatement, d'après (2.62), l'expression du taux de cisaillement dans cette zone :

$$\dot{\gamma} = \epsilon \sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2} + \mathcal{O}(\epsilon^2). \tag{2.86}$$

Le développement de la loi de comportement devient donc :

$$\sigma_{xx} = -\sigma_{yy} = Bi \frac{2\partial_x u_0}{\epsilon \sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2}} + \mathcal{O}(1 + \epsilon^{n-1}), \qquad (2.87)$$

$$\sigma_{xy} = Bi \frac{\partial_y u_1}{\sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2}} + \mathcal{O}(\epsilon^{2n-1} + \epsilon). \qquad (2.88)$$

$$\sigma_{xy} = Bi \frac{\partial_y u_1}{\sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2}} + \mathcal{O}(\epsilon^{2n-1} + \epsilon). \tag{2.88}$$

On observe ainsi que le terme dominant du développement des contraintes normales est  $\mathcal{O}(\epsilon^{-1})$ dans le pseudo-plug, ce qui explique le problème de divergence rencontré précédemment. En introduisant ces expressions dans le développement de l'invariant des contraintes  $\tau$  [éq. (2.61)], on obtient alors, à l'ordre en 0 en  $\epsilon$ :

$$\tau^{(0)} = \sqrt{\left(Bi \frac{\partial_y u_1}{\sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2}}\right)^2 + \epsilon^2 \left(Bi \frac{2\partial_x u_0}{\epsilon \sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2}}\right)^2} = Bi. \quad (2.89)$$

Il faut noter qu'on a supposé ici  $^6$  que n > 0.5 ce qui permet de négliger, à l'ordre 0, les restes  $\mathcal{O}(\epsilon^{2n-1})$ . Finalement, l'expression de  $\tau$  à l'ordre 0 dans le pseudo-plug est donc effectivement qualitativement modifiée par rapport à celle obtenue au §2.2.3.4 [éq. (2.68)], laquelle reste valable dans la zone cisaillée. On trouve en particulier que le pseudo-plug est partout exactement au seuil de plasticité, ce qui est cohérent avec l'existence d'un taux de cisaillement  $\mathcal{O}(\epsilon)$  dans cette zone. Enfin, on constate que cette valeur de  $\tau$  résulte d'une combinaison entre contraintes cisaillantes et contraintes normales. Les contraintes normales jouent donc un rôle très important dans la dynamique du pseudo-plug.

#### 2.3.2 Plasticité et contraintes normales

Comme on vient de le mettre en évidence, les contraintes normales sont susceptibles d'être élevées au sein d'écoulements de fluides viscoplastiques, notamment dans les zones pseudo-plug. Pourtant, les termes correspondants ont été négligés dans la dérivation du modèle de Saint-Venant, et n'apparaissent plus dans la version finale des équations [éq. (2.80)]. Le premier auteur à avoir souligné cette difficulté est Piau [1996]. Nous commençons ci-dessous par rappeler son raisonnement. Nous reprenons ensuite la dérivation présentée au §2.2.3 à la lumière de la nouvelle évaluation de l'ordre de grandeur des contraintes normales dans le pseudo-plug. Pour ce faire, une adimensionnalisation alternative des termes de contraintes, permettant de mettre mieux l'accent sur la contribution de la plasticité, est proposée.

#### 2.3.2.1 Mise en évidence de l'influence des contraintes normales : raisonnement de Piau

Rappelons que la non-prise en compte des contraintes normales dans le modèle de Saint-Venant repose sur le fait que le terme correspondant est en facteur de  $\epsilon^2$  dans l'équation

<sup>6.</sup> Cette hypothèse, cruciale, sera implicitement supposée dans toute la suite. À l'heure actuelle, le développement formel dans le cas n < 0.5 reste à mener.

intégrée (2.63). Cependant, Piau [1996] a montré de manière heuristique que cette approximation conduisait à une difficulté dans le cas des fluides à seuil. Son raisonnement consiste à développer explicitement les expressions des contraintes prédites par la loi de comportement en fonction de  $\epsilon$ , et à les injecter dans les équations de conservation de la quantité de mouvement. Pour bien illustrer ce raisonnement, il est utile de différencier les parties plastiques et visqueuses dans l'écriture de la loi de comportement pour  $\tau > Bi$ :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^p + \sigma_{ij}^v, \tag{2.90}$$

avec:

$$\sigma_{xx}^{p} = -\sigma_{yy}^{p} = \frac{2Bi}{\dot{\gamma}} \partial_{x} u$$

$$\sigma_{xy}^{p} = \frac{Bi}{\dot{\gamma}} (\partial_{y} u + \epsilon^{2} \partial_{x} v)$$
et
$$\sigma_{xy}^{v} = -\sigma_{yy}^{v} = 2\dot{\gamma}^{n-1} \partial_{x} u$$

$$\sigma_{xy}^{v} = \dot{\gamma}^{n-1} (\partial_{y} u + \epsilon^{2} \partial_{x} v).$$

Le développement de l'expression du taux de cisaillement (2.62) jusqu'à l'ordre  $\epsilon^2$  fournit :

$$\dot{\gamma} = \partial_y u \left[ 1 + \epsilon^2 \left( 2 \left( \frac{\partial_x u}{\partial_y u} \right)^2 + \frac{\partial_x v}{\partial_y u} \right) \right] + \mathcal{O}(\epsilon^4). \tag{2.91}$$

On en déduit les expressions suivantes pour les contraintes (toujours pour  $\tau > Bi$ ):

$$\sigma_{xx}^{p} = -\sigma_{yy}^{p} = 2Bi \frac{\partial_{x}u}{\partial_{y}u} + \mathcal{O}(\epsilon^{2}Bi)$$

$$\sigma_{xx}^{v} = 2(\partial_{y}u)^{n-1}\partial_{x}u + \mathcal{O}(\epsilon^{2})$$

$$et = -\sigma_{yy}^{v}$$

$$\sigma_{xy}^{p} = Bi \left[ 1 - 2\epsilon^{2} \left( \frac{\partial_{x}u}{\partial_{y}u} \right)^{2} \right] + \mathcal{O}(\epsilon^{4}Bi)$$

$$et = -\sigma_{yy}^{v}$$

$$\sigma_{xy}^{v} = (\partial_{y}u)^{n} + O(\epsilon^{2}).$$

Notons qu'on relaxe ici, temporairement, l'hypothèse  $Bi = \mathcal{O}(1)$ . En injectant ces expressions dans les équations de conservation de la quantité de mouvement (2.52) et (2.53), et en négligeant les termes en  $\mathcal{O}(\epsilon^2)$  et  $\mathcal{O}(\epsilon^4Bi)$ , on obtient alors :

$$\epsilon Re(\partial_t u + u \partial_x u + v \partial_y u) = -\frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x p + \lambda + \partial_y (\partial_y u)^n \\
- 2\epsilon^2 Bi \partial_y \left(\frac{\partial_x u}{\partial_y u}\right)^2 + \epsilon^2 Bi \partial_x \left(\frac{\partial_x u}{\partial_y u}\right), \quad (2.92)$$

et

$$0 = -\frac{\epsilon Re}{Fr^2} (\partial_y p + 1) + \epsilon^2 Bi \partial_y \left( \frac{\partial_y v}{\partial_y u} \right). \tag{2.93}$$

On s'aperçoit donc que, par le truchement de la dérivation par rapport à y, le terme  $\sigma_{xy}^p$  ne produit aucune contribution d'ordre 1 dans l'équation (2.92) <sup>7</sup>. Ainsi, si on se place comme précédemment dans l'hypothèse  $Bi = \mathcal{O}(1)$ , seule la contribution de la partie visqueuse de la contrainte de cisaillement subsiste dans le cadre d'un modèle d'ordre 1 en  $\epsilon$ . Autrement dit,

<sup>7.</sup> D'où l'intérêt d'être allé jusqu'à l'ordre  $\epsilon^2 Bi$  dans le développement de  $\sigma^p_{xy}$  dans (2.3.2.1).

moyennant la même procédure d'intégration dans l'épaisseur qu'au §2.2.3, l'équation finale (2.80) peut être récrite sous la forme suivante :

$$\epsilon Re \left(\partial_t (h\bar{u}) + \partial_x (h\bar{u}^2)\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} h\partial_x h = \lambda h - \tau_b^v, \tag{2.94}$$

avec  $\tau_b^v \equiv (\sigma_{xy}^v)_{|y=0} = (\partial_y u)^n_{|y=0}$ . Au final, le modèle ne dépend donc que de la partie visqueuse de la contrainte à la base. Comme l'a souligné Piau [1996], ceci paraît contradictoire avec le fait de vouloir développer un modèle adapté aux fluides viscoplastiques. De plus, ceci semble également incompatible avec les relations de fermeture classiquement utilisées pour ces fluides (§2.2.2), lesquelles intègrent bien la contribution de la plasticité.

L'équation (2.92) montre que, si l'on veut obtenir un modèle dans lequel la partie plastique de la contrainte cisaillante à la base est également prise en compte, il est nécessaire conserver les termes  $\mathcal{O}(\epsilon^2 Bi)$ . Toutefois, dans ce cas, on ne peut pas négliger les contributions provenant des parties plastiques des contraintes normales qui sont aussi  $\mathcal{O}(\epsilon^2 Bi)$ . Les équations (2.92) et (2.93) doivent donc être considérées dans leur intégralité. Piau [1996] se place ainsi dans l'hypothèse  $\epsilon^2 Bi = \mathcal{O}(1)$  et propose un modèle intégré dans l'épaisseur modifié impliquant une contribution des contraintes normales plastiques. En revenant aux variables dimensionnées, ce modèle s'écrit sous la forme suivante :

$$\partial_t \bar{u} + \bar{u}\partial_x \bar{u} + g\cos\theta\partial_x h + g\sin\theta - \frac{\tau_b}{\rho h} + \frac{1}{\rho h} \int_0^h \partial_x (\sigma_{xx}^p - \sigma_{yy}^p) dy. \tag{2.95}$$

Il reste que l'hypothèse  $\epsilon^2 Bi = \mathcal{O}(1)$  ne correspond pas au cas de la plupart des expériences conduites sur les écoulements de fluides à seuil, dans lesquelles on a plutôt  $Bi = \mathcal{O}(1)$ . De plus, la difficulté mentionnée ci-dessus concernant l'équation (2.94) n'est en fait qu'apparente. En effet, considérer uniquement la partie visqueuse de la contrainte à la base ne signifie pas pour autant que la plasticité ne joue aucun rôle. L'expression de  $\tau_b^v$  dépend de la forme du profil de vitesse et donc, indirectement, de la position du plug qui est conditionnée par les effets plastiques. Dans le détail, le raisonnement proposé par Piau [1996] s'avère donc discutable. Néanmoins, comme on va le voir, sa conclusion sur la nécessité de prendre en compte les contraintes normales reste valable dans le pseudo-plug. De plus, ce raisonnement présente l'avantage de montrer que les parties plastiques et visqueuses des contraintes peuvent ne pas être du même ordre de grandeur dans l'écoulement. Il illustre donc l'intérêt d'une modification de l'adimensionnalisation des contraintes utilisée jusqu'à présent.

#### 2.3.2.2 Modification de l'adimensionnalisation des contraintes

L'adimensionnalisation introduite au §2.2.3.1 repose sur l'utilisation d'échelles caractéristiques identiques – de type visqueuses – pour évaluer les parties plastiques et visqueuses des contraintes. Une estimation plus correcte de l'ordre de grandeur de la partie plastique des contraintes consiste à l'adimensionnaliser par la contrainte-seuil  $\tau_c$ . En considérant toujours la séparation des termes de contraintes sous la forme (2.90), on propose donc d'utiliser une adimensionnalisation mixte des contraintes plastiques et visqueuses :

$$\sigma_{xx}^p = au_c \hat{\sigma}_{xx}^p, \quad \sigma_{yy}^p = au_c \hat{\sigma}_{yy}^p, \quad \sigma_{xy}^p = au_c \hat{\sigma}_{xy}^v,$$

$$\sigma_{xx}^v = K \frac{U^n}{H^{n-1}L} \hat{\sigma}_{xx}^v, \quad \sigma_{yy}^v = K \frac{U^n}{H^{n-1}L} \hat{\sigma}_{yy}^v, \quad \sigma_{xy} = K \left(\frac{U}{H}\right)^n \hat{\sigma}_{xy}^v.$$

Pour l'invariant  $\tau$  on utilise toujours l'adimensionnalisation visqueuse définie au §2.2.3.1. Les équations primitives modifiées par l'utilisation de cette nouvelle adimensionnalisation sont récapitulées dans le tableau 2.6.

Cette adimensionnalisation mixte met clairement en évidence le fait que les contributions des parties plastiques et visqueuses des termes de contraintes normales ne sont pas du même ordre de grandeur dans les équations de conservation de la quantité de mouvement (2.96) et (2.97). En revenant ici à l'hypothèse  $Bi = \mathcal{O}(1)$ , une première conséquence importante en est une modification du développement asymptotique à l'ordre 0 du champ de pression. En effet, le terme de contrainte normale plastique  $\sigma_{yy}^p$  n'est plus négligeable dans (2.97), et l'équation (2.66) doit donc être remplacée par :

$$\partial_y p^{(0)} + 1 - \frac{Bi \ Fr^2}{Re} \ \partial_y \sigma_{yy}^{p(0)} = 0.$$
 (2.103)

Par ailleurs, la condition limite à la surface libre (2.99) est également modifiée. Elle s'écrit, toujours à l'ordre 0,  $p_{|y=h}^{(0)} = (BiFr^2/Re)(\sigma_{yy}^{p(0)})_{|y=h}$ . Par intégration, on obtient donc :

$$p^{(0)} = h - y + \frac{Bi Fr^2}{Re} \sigma_{yy}^{p(0)}.$$
 (2.104)

Ainsi, il apparaît que le champ de pression à l'ordre 0 n'est plus simplement hydrostatique.

Concernant l'équation (2.96), son développement à l'ordre 0 reste identique à celui obtenu au §2.2.3.4 et indépendant des contraintes normales :

$$\partial_y(\sigma_{xy}^{v(0)} + Bi\sigma_{xy}^{p(0)}) = -\lambda, \tag{2.105}$$

de même que la condition limite (2.99) :  $(\sigma_{xy}^{v(0)} + Bi\sigma_{xy}^{p(0)})_{|y=h} = 0$ . L'expression (2.73) du profil de vitesse à l'ordre 0 est donc inchangée.

#### 2.3.2.3 Retour sur la dérivation du modèle intégré dans l'épaisseur

On reprend à présent la dérivation du modèle de Saint-Venant en considérant la nouvelle adimensionnalisation des contraintes. Dans le cadre d'un modèle à l'ordre 1 en  $\epsilon$ , le terme de contraintes normales visqueuses, qui est en facteur de  $\epsilon^2$  dans l'équation (2.96), peut toujours être négligé. En revanche, le terme impliquant les contraintes normales plastiques, qui est en facteur de  $\epsilon Bi$ , n'est a priori plus négligeable. Ainsi, l'équation intégrée (2.77) doit-elle être remplacée par :

$$\epsilon Re\left(\partial_t(h\bar{u}) + \partial_x \int_0^h u^2 dy\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x \int_0^h p dy = \lambda h - \tau_b + \epsilon Bi \partial_x \int_0^h \sigma_{xx}^p dy, \tag{2.106}$$

avec ici  $\tau_b \equiv (\sigma^v_{xy})_{|y=0} + Bi(\sigma^p_{xy})_{|y=0}$ . En injectant l'expression (2.104) du champ de pression à l'ordre 0, et en exploitant l'identité  $\sigma^p_{yy} = -\sigma^p_{xx}$ , on obtient alors :

$$\epsilon Re\left(\partial_t(h\bar{u}) + \partial_x \int_0^h u^2 dy\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} h\partial_x h = \lambda h - \tau_b + 2\epsilon Bi\partial_x \int_0^h \sigma_{xx}^p dy. \tag{2.107}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\epsilon Re(\partial_t u + u\partial_x u + v\partial_y u) = -\frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x p + \lambda + \epsilon^2 \partial_x \sigma_{xx}^v + \epsilon Bi\partial_x \sigma_{xx}^p + \partial_y \sigma_{xy}^v + Bi\partial_y \sigma_{xy}^p \qquad (2.96)$$

$$\epsilon^{3}Re(\partial_{t}v + u\partial_{x}v + v\partial_{y}v) = -\frac{\epsilon Re}{Fr^{2}}(\partial_{y}p + 1) + \epsilon^{2}\partial_{x}\sigma_{xy}^{v} + \epsilon^{2}Bi\partial_{x}\sigma_{xy}^{p} + \epsilon Bi\partial_{y}\sigma_{yy}^{p} + \epsilon Bi\partial_{y}\sigma_{yy}^{p}$$

$$+ \epsilon^{2}\partial_{y}\sigma_{yy}^{v} + \epsilon Bi\partial_{y}\sigma_{yy}^{p}$$
 (2.97)

Conditions limites à la surface libre :

$$(\sigma_{xy}^v + Bi\sigma_{xy}^p)_{|y=h} = \frac{\epsilon^2 \partial_x h}{1 - \epsilon^2 (\partial_x h)^2} \left( \sigma_{xx}^v + \frac{Bi}{\epsilon} \sigma_{xx}^p - \sigma_{yy}^v - \frac{Bi}{\epsilon} \sigma_{yy}^p \right)_{|y=h}$$
(2.98)

$$(1 - \epsilon^2 (\partial_x h)^2) p_{|y=h} = \frac{\epsilon F r^2}{Re} \left( \sigma_{yy}^v + \frac{Bi}{\epsilon} \sigma_{yy}^p - \epsilon^2 (\partial_x h)^2 \left( \sigma_{xx}^v + \frac{Bi}{\epsilon} \sigma_{xx}^p \right) \right)_{|y=h} (2.99)$$

Loi de comportement :

Si  $\tau > Bi$ :

$$\sigma_{xx}^{p} = -\sigma_{yy}^{p} = \frac{2\epsilon}{\dot{\gamma}} \partial_{x} u$$

$$\sigma_{xx}^{p} = \frac{1}{\dot{\gamma}} (\partial_{y} u + \epsilon^{2} \partial_{x} v)$$

$$\sigma_{xy}^{v} = \dot{\gamma}^{n-1} \partial_{x} u$$

$$\sigma_{xy}^{v} = \dot{\gamma}^{n-1} (\partial_{y} u + \epsilon^{2} \partial_{x} v).$$

$$(2.100)$$

Si  $\tau \leq Bi : \dot{\gamma}_{ij} = 0$ , avec

$$\tau = \sqrt{(\sigma_{xy}^v + Bi\sigma_{xy}^p)^2 + (\epsilon \sigma_{xx}^v + Bi\sigma_{xx}^p)^2}$$
 (2.101)

$$\dot{\gamma} = \sqrt{(\partial_y u + \epsilon^2 \partial_x v)^2 + 4\epsilon^2 (\partial_x u)^2} \tag{2.102}$$

**Table 2.6** Équations primitives régissant la dynamique d'un écoulement à surface libre de fluide de Herschel-Bulkley : écriture adimensionnée en utilisant une adimensionnalisation mixte pour les contraintes (à comparer au tableau 2.5). L'équation de conservation de la masse, les conditions limites à la base et l'équation cinématique à la surface libre ne sont pas modifiées par cette nouvelle adimensionnalisation.

Il est intéressant de constater que ce modèle est le même que celui proposé par Piau [1996] [éq. (2.95)].

L'équation (2.107) peut encore être simplifiée en ne considérant que la contribution des contraintes normales dans le pseudo-plug :

$$\epsilon Re\left(\partial_t(h\bar{u}) + \partial_x \int_0^h u^2 dy\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} h\partial_x h = \lambda h - \tau_b + 2\epsilon Bi\partial_x \int_{h_s}^h \sigma_{xx}^p dy, \tag{2.108}$$

où l'on rappelle que  $h_s = h - Bi/\lambda$  représente l'épaisseur de la zone cisaillée. En effet, en restant toujours dans le cadre d'un modèle à l'ordre 1 en  $\epsilon$ , le terme impliquant les contraintes normales plastiques dans (2.107) peut être évalué à partir d'un développement à l'ordre 0 de  $\sigma_{xx}^p$ . Or, l'examen de la loi de comportement (2.100) montre immédiatement que, dans la zone cisaillée, on a :

$$\sigma_{xx}^{p(0)} = \sigma_{yy}^{p(0)} = 0, \tag{2.109}$$

puisque  $\dot{\gamma} = \mathcal{O}(1)$ . La contribution liée aux contraintes normales reste donc négligeable dans la zone cisaillée. En revanche, cette contribution n'est *a priori* pas négligeable dans le pseudoplug où  $\dot{\gamma} = \mathcal{O}(\epsilon)$  (voir §2.3.1).

#### 2.3.2.4 Évaluation des contraintes normales dans le pseudo-plug

L'objectif de ce paragraphe est de dériver une approximation d'ordre 0 des contraintes normales plastiques dans le pseudo-plug qui puisse être injectée dans l'équation intégrée (2.108). En repartant du développement (2.85) proposé pour la vitesse dans le pseudo-plug, on obtient les expressions suivantes pour les contraintes, en utilisant ici l'adimensionnalisation mixte :

$$\sigma_{xx}^p = -\sigma_{yy}^p = \frac{2\partial_x u_0}{\sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2}} + \mathcal{O}(\epsilon), \tag{2.110}$$

$$\sigma_{xy}^p = \frac{\partial_y u_1}{\sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2}} + \mathcal{O}(\epsilon). \tag{2.111}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\sigma_{xx}^{v} = -\sigma_{yy}^{v} = 2\epsilon^{n-1}\partial_{x}u_{0}\sqrt{(\partial_{y}u_{1})^{2} + 4(\partial_{x}u_{0})^{2}} + \mathcal{O}(\epsilon^{2n-1}),$$
 (2.112)

$$\sigma_{xy}^{v} = \epsilon^{2n-1} \partial_{y} u_{1} \sqrt{(\partial_{y} u_{1})^{2} + 4(\partial_{x} u_{0})^{2}} + \mathcal{O}(\epsilon^{3n-1}).$$
 (2.113)

Au passage, on remarque que cette nouvelle adimensionnalisation évite de voir apparaître des termes de contrainte  $\mathcal{O}(\epsilon^{-1})$ . À présent, les parties plastiques des contraintes normales et cisaillantes sont toutes  $\mathcal{O}(1)$ . À l'ordre 0, et en supposant comme dans le §2.3.1 que n > 0.5, l'invariant  $\tau$  s'écrit donc comme :

$$\tau^{(0)} = Bi\sqrt{(\sigma_{xy}^p)^2 + (\sigma_{xx}^p)^2} = Bi.$$
 (2.114)

Ainsi, à l'ordre le plus bas, ce sont uniquement les parties plastiques des contraintes qui contribuent à l'expression de  $\tau$ , et qui imposent le fait que le pseudo-plug soit exactement au seuil de plasticité.

La correction  $u_1$  du champ de vitesse dans le pseudo-plug peut être déterminée explicitement à partir de l'expression (2.111). En effet, moyennant toujours l'hypothèse n > 0.5, les contraintes cisaillantes visqueuses sont négligeables à l'ordre 0, et l'intégration de la relation de conservation de la quantité de mouvement (2.105) fournit donc :

$$Bi\sigma_{xy}^{p(0)} = Bi \frac{\partial_y u_1}{\sqrt{(\partial_y u_1)^2 + 4(\partial_x u_0)^2}} = \lambda(h - y).$$

On en déduit :

$$\partial_y u_1 = \frac{2\lambda(h-y)}{\sqrt{Bi^2 - \lambda^2(h-y)^2}} |\partial_x u_0|.$$

De plus, on rappelle que :  $\partial_x u_0 = \lambda^{1/n} h_s^{1/n} \partial_x h$ . Par intégration, on obtient finalement :

$$u_1 = 2\lambda^{(1-n)/n} h_s^{1/n} |\partial_x h| \sqrt{Bi^2 - \lambda^2 (h-y)^2} + u^+(x,t),$$
(2.115)

où  $u^+(x,t) = u_1(x,y_0,t)$  représente la condition limite en  $y = h_s$ . La détermination de cette condition limite impose un développement du champ de vitesse à l'ordre 1 dans la zone cisaillée, ce qui sera effectué au §2.4.2.1.

Pour l'heure, l'expression (2.115) est suffisante pour obtenir une approximation à l'ordre 0 des contraintes normales plastiques. En l'injectant dans l'équation (2.110), on obtient :

$$\sigma_{xx}^{p(0)} = \operatorname{sgn}(\partial_x h) \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{Bi}\right)^2 (h - y)^2}.$$
 (2.116)

Enfin, on peut donc évaluer l'intégrale  $\int_{h_s}^h \sigma_{xx}^p$  intervenant dans l'équation intégrée (2.108) :

$$\int_{h_s}^{h} \sigma_{xx}^{p(0)} dy = \operatorname{sgn}(\partial_x h) h_p \int_0^1 \sqrt{1 - u^2} du = \frac{\pi}{4} \operatorname{sgn}(\partial_x h) h_p, \tag{2.117}$$

puisque  $h_p = Bi/\lambda$ . Ce terme est donc constant tant que  $\partial_x h$  ne change pas de signe.

Pour récapituler, les développements précédents montrent donc que les contraintes normales plastiques dans le pseudo-plug sont  $\mathcal{O}(1)$ . Formellement, leur contribution dans le modèle intégré dans l'épaisseur (2.108) ne peut donc effectivement pas être négligée. Toutefois, tous calculs faits, il s'avère qu'à l'ordre 0, le terme  $\int_{h_s}^h \sigma_{xx}^p$  est constant 8. Finalement, il vient donc :

$$\partial_x \int_{h_s}^h \sigma_{xx}^{p(0)} dy = 0.$$

On obtient ainsi le résultat inattendu que, même si les contraintes normales ne sont pas négligeables dans le pseudo-plug, leur contribution à l'ordre 0 dans le modèle intégré dans l'épaisseur est, de fait, nulle. L'équation (2.108) se ramène donc simplement à :

$$\epsilon Re \left( \partial_t (h\bar{u}) + \partial_x \int_0^h u^2 dy \right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} h \partial_x h = \lambda h - \tau_b, \tag{2.118}$$

et on retrouve le même modèle que celui dérivé au  $\S 2.2.3.5$  en négligeant directement tous les termes de contraintes normales.

<sup>8.</sup> Si  $\partial_x h$  ne change pas de signe.

#### 2.4 Modèles intégrés dans l'épaisseur consistants

Dans cette section, on propose la dérivation d'un modèle intégré dans l'épaisseur consistant à l'ordre 1 en  $\epsilon$  pour les fluides de Herschel-Bulkley. Cela implique de lever les différentes inconsistances mathématiques pointées au §2.2.3.7. On repart de l'équation intégrée (2.118), qui est bien consistante à l'ordre 1 et s'applique effectivement au cas des écoulements de fluides à seuil même si elle ne comporte pas de contribution directe des termes de contraintes normales (§2.3.2.4). L'objectif est donc d'obtenir des évaluations consistantes du terme d'inertie  $\int_0^h u^2$  et de la contrainte basale  $\tau_b$  (relation de fermeture) en fonction des variables  $\bar{u}$  et h. Ces deux termes dépendent directement de la loi de comportement du fluide.

#### 2.4.1 Traitement des termes d'inertie

Une évaluation consistante du terme en  $\int_0^h u^2$  dans l'équation (2.118) implique de considérer une approximation d'ordre 0 du profil de vitesse, c'est-à-dire un profil de vitesse présentant la même forme qu'en RPU. Il est alors possible de remplacer l'hypothèse (2.79) par une relation exacte, à l'ordre 0 en  $\epsilon$ , entre  $\int_0^h u^2 = h\overline{u^2}$  et  $h\overline{u}^2$ . L'expression de  $h\overline{u}$  à l'ordre 0 est donnée par (2.75). Par ailleurs, en repartant de l'expression (2.73) pour le profil de vitesse, on obtient :

$$\int_0^h \left(u^{(0)}\right)^2 dy = \lambda^{2/n} h_s^{2(n+1)/n} \left(\frac{2n^2}{(3n+2)(2n+1)} h_s + \frac{n^2}{(n+1)^2} h_p\right). \tag{2.119}$$

Au final, on peut donc écrire, à l'ordre 0 en  $\epsilon$ :

$$\int_{0}^{h} u^{2} dy = \beta(h) h \bar{u}^{2}, \tag{2.120}$$

avec

$$\beta(h) = h \left( h_s + \frac{2n+1}{n+1} h_p \right)^{-2} \left( \frac{2(2n+1)}{(3n+2)} h_s + \frac{(2n+1)^2}{(n+1)^2} h_p \right). \tag{2.121}$$

En injectant cette relation dans l'équation (2.118), on obtient un modèle intégré dans l'épaisseur dont les termes d'inertie et de pression sont évalués de manière consistante à l'ordre 1 en  $\epsilon$ . Ce modèle est récapitulé dans le tableau 2.7. Il est intéressant de constater qu'à la différence du modèle de Saint-Venant classique, la rhéologie du fluide intervient dans ce nouveau modèle non seulement au travers de la contrainte basale  $\tau_b$ , mais également via le coefficient  $\beta$  présent dans le terme d'inertie.

<u>Cas Newtonien.</u> Pour un fluide Newtonien, le coefficient  $\beta$  est constant –  $\beta = 6/5$  – et l'équation (2.124) devient :

$$\epsilon Re \left( \partial_t \bar{u} + \frac{7}{5} \bar{u} \partial_x \bar{u} + \frac{1}{5} \frac{\bar{u}^2}{h} \partial_x h \right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h = \lambda - \tau_b.$$
 (2.125)

Si l'on compare (2.125) à la relation de conservation de la quantité de mouvement du modèle de Saint-Venant (2.40), on remarque que la correction apportée implique à la fois une modification du coefficient devant le terme  $\bar{u}\partial_x\bar{u}$  ainsi que l'apparition d'un nouveau terme en  $(\bar{u}^2/h)\partial_x h$ . Cette correction des termes d'inertie modifie donc qualitativement la structure du modèle <sup>9</sup>. Dans le cas d'un fluide à seuil, le coefficient  $\beta$  est en plus fonction de h, ce qui introduit encore des termes supplémentaires liés à la dérivée  $\beta'(h)$ .

<sup>9.</sup> Lorsqu'il est couplé à la loi de fermeture classique (2.43) pour les fluides Newtoniens, ce modèle est parfois appelé modèle de Skhadov dans la littérature. La relation de conservation de la quantité de mouvement

Conservation de la masse :

$$\partial_t h + \partial_x (h\bar{u}) = 0 \tag{2.122}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\epsilon Re \left(\partial_t (h\bar{u}) + \partial_x (\beta(h)h\bar{u}^2)\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} h\partial_x h = \lambda h - \tau_b$$
 (2.123)

ou

$$\epsilon Re \left( \partial_t \bar{u} + (2\beta - 1)\bar{u}\partial_x \bar{u} + \left( \beta'(h) + \frac{\beta - 1}{h} \right) \bar{u}^2 \partial_x h \right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h = \lambda - \frac{\tau_b}{h}$$
 (2.124)

Table 2.7 Modèle intégré dans l'épaisseur avec formulation consistante des termes d'inertie.

#### 2.4.2 Traitement de la contrainte basale

Comme on l'a expliqué au §2.2.3.6, les relations de fermeture classiquement utilisées pour exprimer la contrainte basale  $\tau_b$  dans le cadre du modèle de Saint-Venant sont fondées sur un développement du champ de vitesse à l'ordre 0 en  $\epsilon$ . Or, d'après l'équation intégrée (2.118), un développement à l'ordre 1 est nécessaire afin d'obtenir une évaluation consistante de  $\tau_b$ . Autrement dit, il convient de considérer des corrections d'ordre 1 par rapport aux relations obtenues en supposant un profil de vitesse identique à celui du RPU [éq. (2.83)]. Pour évaluer ces corrections, nous suivons ci-dessous l'approche décrite par Fernandez-Nieto et al. [2010] dans le cas de fluides en loi puissance et de fluides à seuil de type Bingham (n=1). À notre connaissance, l'expression consistante de la contrainte basale dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley n'a encore jamais été publiée dans la littérature.

En repartant de la relation de fermeture à l'ordre 0 (2.83), on cherche donc à exprimer la contrainte basale sous la forme suivante :

$$\tau_b = Bi + \left[ \frac{h\bar{u}}{h_s \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right)} \right]^n + \kappa, \tag{2.127}$$

où  $\kappa$  représente la correction d'ordre 1. L'évaluation de cette correction en fonction des variables  $\bar{u}$  et h implique de dériver une approximation à l'ordre 1 du champ de vitesse dans l'écoulement. Pour ce faire, on repart des équations primitives obtenues avec l'adimensionnalisation mixte des termes de contraintes (tableau 2.6).

s'écrit alors :

$$\epsilon Re \left( \partial_t \bar{u} + \frac{7}{5} \bar{u} \partial_x \bar{u} + \frac{1}{5} \frac{\bar{u}^2}{h} \partial_x h \right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h = \lambda - 3 \frac{\bar{u}}{h^2}. \tag{2.126}$$

Rappelons toutefois que la relation de fermeture (2.43) n'est pas consistante à l'ordre 1 en  $\epsilon$ .

#### 2.4.2.1 Développement asymptotique à l'ordre 1

Rappelons que le développement à l'ordre 1 du champ de vitesse dans le pseudo-plug a déjà été établi au §2.3.2.4 (au terme de condition limite  $u^+$  près). On s'intéresse donc ici principalement à la zone cisaillée  $(y < h_s)$ . On introduit des développements asymptotiques à l'ordre 1 des différentes variables locales :  $u^{(1)}$ ,  $p^{(1)}$ ,  $\sigma^{(1)}_{ij}$ , etc. À l'ordre 1 en  $\epsilon$ , l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.96) s'écrit :

$$\partial_y \sigma_{xy}^{(1)} = -\lambda + \epsilon Re \left( \partial_t u^{(0)} + u^{(0)} \partial_x u^{(0)} + v^{(0)} \partial_y u^{(0)} \right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x p^{(0)} - \epsilon Bi \partial_x \sigma_{xx}^{p(0)}, \quad (2.128)$$

avec  $\sigma_{xy}^{(1)} = \sigma_{xy}^{v(1)} + Bi\sigma_{xy}^{p(1)}$ . On observe donc que la correction d'ordre 1 sur le gradient de contrainte peut être évaluée complètement à partir des développements d'ordre 0 déterminés au §2.2.3.4 et au §2.3.2. En particulier, en utilisant l'expression (2.104) pour le champ de pression, on déduit immédiatement :

$$\partial_y \sigma_{xy}^{(1)} = -\lambda + \epsilon Re \left( \partial_t u^{(0)} + u^{(0)} \partial_x u^{(0)} + v^{(0)} \partial_y u^{(0)} \right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h - 2\epsilon Bi \partial_x \sigma_{xx}^{p(0)}. \tag{2.129}$$

**Évaluation de la contrainte cisaillante dans la zone cisaillée.** L'intégration de l'équation (2.129) fournit :

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \lambda(h - y) - \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h(h - y) + \epsilon Re \, \mathcal{I}(y) + 2\epsilon Bi \int_y^h \partial_x \sigma_{xx}^{p(0)} + (\sigma_{xy}^{(1)})_{|y=h}, \qquad (2.130)$$

où  $\mathcal{I}(y)$  représente la contribution des termes d'inertie :

$$\mathcal{I}(y) = -\int_{y}^{h} \left( \partial_{t} u^{(0)} + u^{(0)} \partial_{x} u^{(0)} + v^{(0)} \partial_{y} u^{(0)} \right).$$

Commençons par évaluer les termes de condition limite et de contraintes normales présents dans (2.130). À l'ordre 1, la condition limite à la surface libre (2.98) se réduit à :

$$(\sigma_{xy}^{(1)})_{|y=h} = 2\epsilon Bi \ \partial_x h \ (\sigma_{xx}^{p(0)})_{|y=h}. \tag{2.131}$$

De plus, l'expression des contraintes normales dans le pseudo-plug établie précédemment [éq. (2.116)] indique que  $(\sigma_{xx}^{p(0)})_{|y=h} = \operatorname{sgn}(\partial_x h)$ . On peut donc écrire :

$$(\sigma_{xy}^{(1)})_{|y=h} = 2\epsilon Bi |\partial_x h|. \tag{2.132}$$

Concernant le terme de contrainte normale, on rappelle que  $\sigma_{xx}^{p(0)} = 0$  dans la zone cisaillée [éq. (2.109)]. Ainsi, si l'on se restreint au cas  $y < h_s$ , l'intégrale présente dans l'équation (2.130) se réduit à  $\int_{h_s}^h \partial_x \sigma_{xx}^{p(0)}$ . Ce terme peut également être évalué à partir de l'expression des contraintes normales dans le pseudo-plug [éq. (2.116)], et on obtient simplement <sup>10</sup>:

$$\int_{h_s}^{h} \partial_x \sigma_{xx}^{p(0)} = -\frac{|\partial_x h|}{h_p} \int_{h_s}^{h} \frac{h-y}{\sqrt{h_p^2 - (h-y)^2}} dy = -|\partial_x h|. \tag{2.133}$$

<sup>10.</sup> En supposant toujours que  $\partial_x h$  ne change pas de signe.

Au final, il s'avère donc que les termes de condition limite et de contrainte normale se simplifient, et l'équation (2.130) devient donc (dans la zone cisaillée) :

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \lambda(h - y) - \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h(h - y) + \epsilon Re \, \mathcal{I}(y). \tag{2.134}$$

Le terme d'inertie  $\mathcal{I}(y)$  peut être évalué explicitement à partir des expressions de  $u^{(0)}$  et  $v^{(0)}$  établies au §2.2.3.4. En se focalisant toujours sur la zone cisaillée  $(y < h_s)$ , on obtient, tous calculs faits :

$$\mathcal{I}(y) = -\lambda^{1/n} h_s^{1/n} \partial_t h \left[ h_s \left( \zeta - \frac{n}{n+1} \zeta^{(n+1)/n} \right) + h_p \right] \\
- \frac{n}{n+1} \lambda^{2/n} h_s^{(n+2)/n} \partial_t h \left[ h_s \left( \zeta - \zeta^{(n+1)/n} + \frac{1}{2n+1} \zeta^{(2n+1)/n} \right) + h_p \right], \quad (2.135)$$

où l'on rappelle que  $\zeta = 1 - y/h_s(x,t)$ . Cette expression (2.135) peut être récrite sous une forme équivalente en utilisant l'identité suivante, valable à l'ordre 0 :

$$\partial_t h = -\lambda^{1/n} h_s^{1/n} h \partial_x h. \tag{2.136}$$

Cette identité résulte de l'approximation d'ordre 0 du terme  $h\bar{u}$  (2.75) combinée à la relation de conservation de la masse (2.38). Elle permet d'intervertir les termes en  $\partial_t h$  et  $\partial_x h$  dans (2.135) tout en conservant, après multiplication par le facteur  $\epsilon Re$ , une approximation de  $\sigma_{xy}^{(1)}$  valable à l'ordre 1. Ainsi, en ne gardant que des termes en  $\partial_x h$ , il vient :

$$\mathcal{I}(y) = \lambda^{2/n} h_s^{2/n} \partial_x h \left[ h_s^2 \left( \frac{1}{n+1} \zeta - \frac{n}{(2n+1)(n+1)} \zeta^{(2n+1)/n} \right) + h_s h_p \left( \frac{1}{n+1} + \zeta - \frac{n}{n+1} \zeta^{(n+1)/n} \right) + h_p^2 \right]. \quad (2.137)$$

**Loi de comportement.** Si l'on ne s'intéresse qu'à la contrainte cisaillante, le développement à l'ordre 1 de loi de comportement (2.100) dans la zone cisaillée est le même qu'à l'ordre 0, à savoir :

$$\sigma_{xy}^{(1)} = Bi + \left(\partial_y u^{(1)}\right)^n. \tag{2.138}$$

Par combinaison avec (2.134), on obtient donc l'expression suivante pour le gradient de vitesse :

$$\partial_y u^{(1)} = \left[ \lambda h_s \zeta - \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h(h - y) + \epsilon Re \, \mathcal{I}(y) \right]^{1/n} \tag{2.139}$$

$$= (\lambda h_s \zeta)^{1/n} + \frac{1}{n} (\lambda h_s \zeta)^{(1-n)/n} \left[ -\frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h(h-y) + \epsilon Re \, \mathcal{I}(y) \right], \qquad (2.140)$$

où l'on a utilisé un développement limité à l'ordre 1 et exploité l'identité  $h_p = Bi/\lambda$ .

Évaluation du profil de vitesse dans la zone cisaillée. L'intégration de l'équation (2.140), moyennant l'expression (2.137) pour  $\mathcal{I}(y)$  et la condition limite à la base  $u^{(1)}|_{y=0}=0$ , fournit directement l'expression du profil de vitesse à l'ordre 1  $u^{(1)}$  dans la zone cisaillée. On obtient, après des calculs relativement lourds :

$$u^{(1)} = \frac{n}{n+1} \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left( 1 - \zeta^{(n+1)/n} \right) - \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \mathcal{U}_{\mathcal{P}}(y) + \epsilon Re \, \mathcal{U}_{\mathcal{I}}(y)$$
(2.141)

avec  $\mathcal{U}_{\mathcal{P}}(y)$  la correction associée au terme de gradient de pression et  $\mathcal{U}_{\mathcal{I}}(y)$  la correction associée au terme d'inertie. Les expressions de ces termes sont les suivantes :

$$\mathcal{U}_{\mathcal{P}}(y) = \lambda^{(1-n)/n} h_s^{1/n} \partial_x h \left[ \frac{1}{n+1} h_s \left( 1 - \zeta^{(n+1)/n} \right) + h_p \left( 1 - \zeta^{1/n} \right) \right]$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\begin{split} \mathcal{U}_{\mathcal{I}}(y) &= \lambda^{(3-n)/n} \; h_s^{3/n} \partial_x h \left[ h_s^{\; 2} \left( \frac{3n+2}{(2(n+1)^2(2n+1)} - \frac{1}{(n+1)^2} \zeta^{(n+1)/n} + \frac{n}{2(n+1)^2(2n+1)} \zeta^{2(n+1)/n} \right) \right. \\ &\left. + h_s h_p \left( \frac{n+4}{(n+1)(n+2)} - \frac{1}{n+1} \zeta^{1/n} - \frac{1}{n+1} \zeta^{(n+1)/n} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} \zeta^{(n+2)/n} \right) + h_p^{\; 2} \left( 1 - \zeta^{1/n} \right) \right]. \end{split}$$

Ce développement du profil de vitesse dans la zone cisaillée permet également de calculer le terme  $u^+$  qui restait indéterminé dans l'expression du profil de vitesse du pseudo-plug  $u_{pp}$  dérivée au §2.3.2.4 [éqs. (2.85) et (2.115)]. En effet, les deux expressions obtenues pour  $u^{(1)}$  et  $u_{pp}$  sont exactes à l'ordre 1 en  $\epsilon$  et, par continuité, on peut donc écrire  $u_{pp}(h_s) = u^{(1)}(h_s)$ . On obtient ainsi :

$$\frac{n}{n+1}\lambda^{1/n}h_s^{(n+1)/n} + \epsilon u^+(x,t) = \frac{n}{n+1}\lambda^{1/n}h_s^{(n+1)/n} - \frac{\epsilon Re}{Fr^2}\mathcal{U}_{\mathcal{P}}(h_s) + \epsilon Re\,\mathcal{U}_{\mathcal{I}}(h_s),$$

ou encore, en utilisant les expressions établies ci-dessus pour  $\mathcal{U}_{\mathcal{P}}$  et  $\mathcal{U}_{\mathcal{I}}$ ,

$$\epsilon u^{+}(x,t) = -\frac{\epsilon Re}{Fr^{2}} \lambda^{(1-n)/n} h_{s}^{1/n} \partial_{x} h \left[ \frac{1}{n+1} h_{s} + h_{p} \right]$$

$$+ \epsilon Re \lambda^{(3-n)/n} h_{s}^{3/n} \partial_{x} h \left[ \frac{3n+2}{(2(n+1)^{2}(2n+1)} h_{s}^{2} + \frac{n+4}{(n+1)(n+2)} h_{s} h_{p} + h_{p}^{2} \right]. \quad (2.142)$$

**Évaluation du débit.** Enfin, les expressions du profil de vitesse obtenues dans la zone cisaillée et dans le pseudo-plug permettent de calculer le développement à l'ordre 1 du débit :

$$q^{(1)} = \int_0^{h_s} u^{(1)} dy + \int_{h_s}^h u_{pp} dy.$$
 (2.143)

L'intégrale sur la zone cisaillée dérive directement de (2.141) :

$$\int_0^{h_s} u^{(1)} dy = \frac{n}{2n+1} \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} - \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \lambda^{(1-n)/n} h_s^{(n+1)/n} \partial_x h \left[ \frac{1}{2n+1} h_s + \frac{1}{n+1} h_p \right] + \epsilon Re \lambda^{(3-n)/n} h_s^{(n+3)/n} \partial_x h \left[ \frac{2}{(3n+2)(2n+1)} h_s^2 + \frac{7n+4}{2(n+1)^2(2n+1)} h_s h_p + \frac{1}{n+1} h_p^2 \right].$$

La contribution de la zone pseudo-plug s'écrit, d'après (2.85) et (2.115):

$$\int_{h_s}^{h} u_{pp} dy = \frac{n}{n+1} \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} h_p + 2\epsilon \lambda^{(1-n)/n} h_s^{1/n} |\partial_x h| \int_{h_s}^{h} \sqrt{Bi^2 - \lambda^2 (h-y)^2} dy + \epsilon u^+ h_p,$$

ou encore, en utilisant l'expression (2.142) déterminée ci-dessus pour  $u^+$  :

$$\begin{split} \int_{h_s}^h u_{pp} dy &= \frac{n}{n+1} \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} h_p + \epsilon B i \frac{\pi}{2} \lambda^{(1-n)/n} \ h_s^{1/n} h_p |\partial_x h| \\ &- \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \ \lambda^{(1-n)/n} \ h_s^{1/n} h_p \partial_x h \left[ \frac{1}{n+1} h_s + h_p \right] \\ &+ \epsilon Re \ \lambda^{(3-n)/n} \ h_s^{3/n} h_p \partial_x h \left[ \frac{3n+2}{(2(n+1)^2(2n+1)} h_s^2 + \frac{n+4}{(n+1)(n+2)} h_s h_p + h_p^2 \right]. \end{split}$$

Finalement, on obtient donc l'expression suivante pour le débit :

$$\begin{split} q^{(1)} &= \lambda^{1/n} \; h_s^{(n+1)/n} \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right) + \epsilon B i \frac{\pi}{2} \lambda^{(1-n)/n} \; h_s^{1/n} h_p |\partial_x h| \\ &- \frac{\epsilon Re}{F r^2} \lambda^{(1-n)/n} \; h_s^{1/n} \partial_x h \left[ \frac{1}{2n+1} h_s^2 + \frac{2}{n+1} h_s h_p + h_p^2 \right] \\ &+ \epsilon Re \; \lambda^{(3-n)/n} \; h_s^{3/n} \partial_x h \left[ \frac{2}{(3n+2)(2n+1)} h_s^3 + \frac{5n+3}{(n+1)^2(2n+1)} h_s^2 h_p + \frac{2(n+3)}{(n+1)(n+2)} h_s h_p^2 + h_p^3 \right]. \end{split}$$

$$(2.144)$$

On reconnaît dans le premier terme l'approximation classique à l'ordre 0 [éq. (2.75)]. Trois corrections d'ordre 1 s'y ajoutent. La première, en  $\epsilon Bi$ , représente une contribution du champ de vitesse dans le pseudo-plug qui, comme on l'a vu, est directement piloté par les contraintes normales dans cette zone. Le terme en  $\epsilon Re/Fr^2$  représente la correction liée au gradient de pression. Le terme en  $\epsilon Re$  représente la correction liée à l'inertie.

#### 2.4.2.2 Relation de fermeture

On dispose à présent de tous les éléments pour établir l'expression de la relation de fermeture à l'ordre 1 en  $\epsilon$ . D'une part, l'évaluation en  $y=0 \Leftrightarrow \zeta=1$  des équations (2.134) et (2.137) fournit l'expression suivante pour la contrainte basale à l'ordre 1 :

$$\tau_h^{(1)} = \lambda h + C_1 = Bi + \lambda h_s + C_1,$$
(2.145)

avec  $C_1$  la correction d'ordre 1 :

$$C_1 = -\frac{\epsilon Re}{Fr^2} h \partial_x h + \epsilon Re \lambda^{2/n} h_s^{2/n} \partial_x h \left( \frac{1}{2n+1} h_s^2 + \frac{2}{n+1} h_s h_p + h_p^2 \right).$$

D'autre part, le développement du débit [éq. (2.144)] peut être récrit sous la forme suivante :

$$q^{(1)} = \lambda^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right) + \mathcal{C}_2, \tag{2.146}$$

où  $C_2$  représente là-aussi la correction d'ordre 1. Comme au §2.2.3.6 on en déduit donc, par identification :

$$\tau_b^{(1)} = Bi + \left[ \frac{q^{(1)} - \mathcal{C}_2}{h_s \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right)} \right]^n + \mathcal{C}_1,$$

ou encore, en utilisant un développement limité à l'ordre 1 :

$$\tau_b^{(1)} = Bi + \left[ \frac{q^{(1)}}{h_s \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right)} \right]^n - n \lambda^{(n-1)/n} h_s^{-1/n} \frac{\mathcal{C}_2}{\frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p} + \mathcal{C}_1.$$

En introduisant les expressions de  $C_1$  et  $C_2$ , on obtient finalement la relation de fermeture recherchée à l'ordre 1 :

$$\tau_b = Bi + \left[ \frac{h\bar{u}}{h_s \left( \frac{n}{2n+1} h_s + \frac{n}{n+1} h_p \right)} \right]^n + \kappa_n + \kappa_p + \kappa_i, \tag{2.147}$$

où les expressions des termes correctifs  $\kappa_n$ ,  $\kappa_p$  et  $\kappa_i$  liés, respectivement, aux contraintes normales, au gradient de pression et à l'inertie, sont données plus loin (tableau 2.8) <sup>11</sup>.

<u>Cas Newtonien.</u> Dans le cas Bi = 0 et n = 1, seul le terme correctif  $\kappa_i$  est non-nul. La relation de fermeture à l'ordre 1 se réduit alors à :

$$\tau_b = 3\frac{\bar{u}}{h} - \frac{1}{15}\epsilon Re\lambda^2 h^4 \partial_x h. \tag{2.148}$$

#### 2.4.3 Modèle complètement consistant

#### 2.4.3.1 Formulation

En regroupant les formulations dérivées dans les paragraphes précédents pour les termes d'inertie (§2.4.1) et la relation de fermeture (§2.4.2), on aboutit à un modèle intégré dans l'épaisseur complètement consistant à l'ordre 1 en  $\epsilon$  pour les fluides de Herschel-Bulkley. Ce modèle est récapitulé dans le tableau 2.8. Il est intéressant de constater que même si, comme on l'a vu (§2.3.2.4), les contraintes normales qui se développent dans le pseudo-plug ne contribuent pas directement aux équations moyennées dans l'épaisseur, ces contraintes normales jouent néanmoins un rôle dans le modèle final via la relation de fermeture et le terme  $\kappa_n$ . En un sens, ce résultat confirme la conclusion de Piau [1996] selon laquelle les contraintes normales induisent nécessairement des termes supplémentaires dans les modèles intégrés dans l'épaisseur pour les fluides viscoplastiques.

Le terme correctif lié à la pression  $\kappa_p$  peut être récrit sous forme "conservative" :

$$\kappa_p = \frac{\epsilon Re}{Fr^2} h_p \frac{n}{n+1} \partial_x \left[ h + \frac{n(2n+1)}{n+1} h_p \ln \left( \frac{1}{2n+1} h_s + \frac{1}{n+1} h_p \right) \right]. \tag{2.155}$$

Concernant le terme lié à l'inertie  $\kappa_i$ , Fernandez-Nieto et al. [2010] ont montré que celui-ci pouvait également être mis sous forme conservative dans le cas d'un fluide de Bingham ou d'un fluide en loi puissance. En revanche, dans le cas général d'un fluide de Herschel-Bulkley, il n'existe pas d'expression analytique simple de la primitive correspondante. Enfin, le terme lié aux contraintes normales  $\kappa_n$ , qui implique le facteur singulier  $|\partial_x h|$ , n'admet évidemment pas de forme conservative.

#### 2.4.3.2 Complexités mathématiques

Le développement à l'ordre 1 présenté ci-dessus est purement formel, et un certain nombre de complexités mathématiques ont été passées sous silence. Une première difficulté provient du fait que la viscosité apparente du fluide diverge lorsque que le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  tend vers 0, c'est-à-dire au voisinage du pseudo-plug. Dans le cas de la loi de comportement de Herschel-Bulkley considérée ici, et si n < 1, cette divergence a une origine double : elle résulte à la fois de l'existence d'un seuil de contrainte et de la loi puissance liant contrainte et taux de cisaillement. Comme l'ont montré Fernandez-Nieto et al. [2010] et Balmforth and Craster [1999], la prise en compte rigoureuse de cette singularité implique de considérer l'existence

<sup>11.</sup> On peut vérifier qu'on retrouve bien les expressions de  $\tau_b$  obtenues par Fernandez-Nieto et al. [2010] dans les cas-limites du fluide en loi puissance (Bi = 0) et du fluide de Bingham (n = 1).

Conservation de la masse :

$$\partial_t h + \partial_x (h\bar{u}) = 0 \tag{2.149}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\epsilon Re\left(\partial_t(h\bar{u}) + \partial_x(\beta(h)h\bar{u}^2)\right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2}h\partial_x h = \lambda h - Bi - \left[\frac{h\bar{u}}{h_s\left(\frac{n}{2n+1}h_s + \frac{n}{n+1}h_p\right)}\right]^n - \kappa_n - \kappa_p - \kappa_i$$
(2.150)

avec

$$\beta(h) = h \left( h_s + \frac{2n+1}{n+1} h_p \right)^{-2} \left( \frac{2(2n+1)}{3n+2} h_s + \frac{(2n+1)^2}{(n+1)^2} h_p \right)$$
 (2.151)

$$\kappa_n = -\epsilon B i \frac{\pi}{2} \frac{h_p |\partial_x h|}{\frac{1}{2n+1} h_s + \frac{1}{n+1} h_p}$$

$$(2.152)$$

$$\kappa_p = \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h \, \frac{n}{n+1} \frac{\frac{1}{2n+1} h_s h_p + h_p^2}{\frac{1}{2n+1} h_s + \frac{1}{n+1} h_p}$$
 (2.153)

$$\kappa_i = -\epsilon Re \lambda^{2/n} h_s^{2/n} \partial_x h \frac{a_n h_s^3 + b_n h_s^2 h_p + c_n h_s h_p^2 + d_n h_p^3}{\frac{1}{2n+1} h_s + \frac{1}{n+1} h_p}$$
(2.154)

et 
$$a_n = \frac{n}{(2n+1)^2(3n+2)}$$
;  $b_n = \frac{2n}{(n+1)^2(2n+1)}$ ;  $c_n = \frac{n(3n^2+10n+5)}{(n+1)^2(n+2)(2n+1)}$ ;  $d_n = \frac{n}{n+1}$ 

**Table 2.8** Modèle intégré dans l'épaisseur complètement consistant pour un fluide de Herschel-Bulkley.

d'une couche de transition, d'épaisseur  $\mathcal{O}(\epsilon^a)^{12}$ , entre la zone cisaillée et le pseudo-plug. Toutefois, il semble qu'en général  $^{13}$  cette couche de transition n'ait pas d'influence sur le modèle intégré dans l'épaisseur à l'ordre 1 en  $\epsilon$ . Par ailleurs, Fernandez-Nieto et al. [2010] ont aussi prouvé que l'hypothèse  $\partial_x h \neq 0$ , qui a été invoquée à plusieurs reprises pour pouvoir différencier le terme singulier  $|\partial_x h|$ , pouvait être relaxée sans modifier la forme du modèle final. Enfin, rappelons que la dérivation du profil de vitesse et des contraintes normales dans le pseudo-plug a été réalisée sous l'hypothèse n > 0.5. Cette hypothèse permet d'assurer que c'est la partie plastique des contraintes qui est dominante dans le pseudo-plug. En l'état actuel, nous ne disposons d'aucun élément permettant d'évaluer la robustesse du modèle obtenu vis-à-vis de cette hypothèse.

#### 2.4.3.3 Non-unicité du modèle

Pour finir, il convient de rappeler que l'expression du modèle consistant présenté dans le tableau 2.8 a été obtenue grâce à une simplification des termes d'ordre 1 intervenant dans l'expression de la contrainte basale, simplification reposant sur l'identité (2.136). Cette identité dérive de la relation entre  $\bar{u}$  et h à l'ordre 0, et permet d'intervertir les facteurs  $\partial_x h$  et  $\partial_t h$ 

<sup>12.</sup> Avec a < 1 si n < 1.

<sup>13.</sup> Ce résultat reste néanmoins à prouver dans le cas d'un fluide de Herschel-Bulkley.

dans toutes les expressions à l'ordre 0. On peut généraliser ce raisonnement et montrer que, toujours à l'ordre 0, la relation entre  $\bar{u}$  et h conduit aussi aux différentes identités ci-dessous :

$$\partial_t(h\bar{u}) = -\lambda^{1/n} h_s^{1/n} h \, \partial_x(h\bar{u}) = -\lambda^{2/n} h_s^{2/n} h^2 \, \partial_x h. \tag{2.156}$$

Ainsi, tous les facteurs différentiels intervenant dans l'équation (2.150) peuvent-ils en fait être intervertis entre eux, tout en conservant un modèle valable à l'ordre 1 en  $\epsilon$ . Il existe donc une infinité de formulations de modèles intégrés dans l'épaisseur, toutes équivalentes à l'ordre 1 [voir aussi *Noble and Vila*, 2013]. Pour autant, comme on le montrera au chapitre 4 (§4.4.3.2), les prédictions associées à ces différents modèles ne sont pas nécessairement identiques.

<u>Cas Newtonien.</u> Dans le cas Newtonien, l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.150) se réduit à :

$$\epsilon Re \left( \partial_t \bar{u} + \frac{7}{5} \bar{u} \partial_x \bar{u} + \frac{1}{5} \left( \frac{\bar{u}^2}{h} - \frac{1}{3} \lambda^2 h^3 \right) \partial_x h \right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h = \lambda - 3 \frac{\bar{u}}{h^2}. \tag{2.157}$$

On reconnaît, au premier membre, le terme provenant de la correction d'ordre 1 de la contrainte basale [éq. (2.148)]. Le modèle ci-dessus correspond, dans le cas Newtonien, à celui dérivé par Fernandez-Nieto et al. [2010]. En utilisant une approche différente, Ruyer-Quil and Manneville [2000] ont également proposé un modèle intégré dans l'épaisseur consistant pour les fluides Newtoniens, qui s'écrit :

$$\epsilon Re \frac{6}{5} \left( \partial_t \bar{u} + \frac{10}{7} \bar{u} \partial_x \bar{u} + \frac{1}{7} \frac{\bar{u}^2}{h} \partial_x h \right) + \frac{\epsilon Re}{Fr^2} \partial_x h = \lambda - 3 \frac{\bar{u}}{h^2}. \tag{2.158}$$

Bien que qualitativement différents à première vue, ces deux modèles sont en fait équivalents à l'ordre 1 par le biais des identités provenant de la relation entre  $\bar{u}$  et h à l'ordre 0. Dans le cas Newtonien, ces identités peuvent être récrites sous la forme suivante :

$$\partial_t(h\bar{u}) = -3\bar{u}\partial_x(h\bar{u}) = -9\bar{u}^2\partial_x h = -\lambda^2 h^4 \partial_x h. \tag{2.159}$$

Ces deux formulations (2.157) et (2.158), mathématiquement équivalentes, illustrent bien la non-unicité des modèles intégrés dans l'épaisseur à l'ordre 1. On peut noter que Ruyer-Quil and Manneville [1998] ont d'ailleurs proposé une troisième formulation, également équivalente aux deux précédentes par le bais des identités (2.159).

Un point important, qui valide ces différents modèles, est qu'ils permettent tous de retrouver le seuil d'instabilité correct pour les écoulements permanents uniformes, à savoir  $Fr_c = \sqrt{1/3}$  [Ruyer-Quil and Manneville, 2000; Fernandez-Nieto et al., 2010]. Cette amélioration significative par rapport au modèle de Saint-Venant classique (voir §2.2.3.7) provient essentiellement de la prise en compte des corrections d'ordre 1 du profil de vitesse dans l'expression de la contrainte basale. La correction des termes d'inertie seule [modèle de Skhadov : éq. (2.126)] est insuffisante pour obtenir la valeur correcte du seuil.

### **Chapitre 3**

# Deux exemples de modèles d'écoulements à surface libre de fluides complexes

Ce chapitre présente deux exemples d'applications des différentes approches de modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes introduites au chapitre 2. Le premier exemple concerne le développement et la validation d'une méthode numérique permettant de résoudre les équations primitives complètes (équations de Navier-Stokes) dans le cas de matériaux de type viscoplastique. Le deuxième exemple traite, quant à lui, d'un modèle intégré dans l'épaisseur de type Saint-Venant et concerne la dérivation d'une solution analytique approchée pour décrire la propagation d'avalanches à volume constant.

#### 3.1 Modélisation des écoulements granulaires par la méthode SPH

Cette section synthétise les principaux éléments d'un article publié dans Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics : Chambon et al. [2011]. Les travaux ont été conduits avec l'aide de deux stagiaires : S. Dizdar et R. Bouvarel.

Le modèle considéré ici est fondé sur les équations primitives complètes présentées dans le tableau 2.1. On s'intéresse au cas particulier d'une loi de comportement viscoplastique généralisée proposée récemment pour décrire la rhéologie des matériaux granulaires denses en écoulement [Jop et al., 2006; Forterre and Pouliquen, 2008]. En reprenant les notations du chapitre 2, cette loi s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases}
\sigma_{ij} = \frac{\mu(I)p}{\dot{\gamma}} \dot{\gamma}_{ij} & \text{si } \tau > \mu_s p, \\
\dot{\gamma}_{ij} = 0 & \text{si } \tau \leq \mu_s p,
\end{cases}$$
(3.1)

où les invariants  $\tau$  et  $\dot{\gamma}$  sont définis comme dans le tableau 2.1. Les quantités  $\mu_s$  et  $\mu(I)$  représentent respectivement les coefficients de frottement statique et dynamique du matériau.

Le coefficient de frottement dynamique est considéré comme dépendant à la fois du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  et de la pression p à travers le nombre inertiel I [MiDi, 2004] :

$$I = \frac{2\dot{\gamma}d}{\sqrt{p/\rho_g}},\tag{3.2}$$

avec d le diamètre des grains et  $\rho_p$  leur masse volumique. Sur la base de données expérimentales, l'expression empirique suivante a été proposée pour représenter la fonction  $\mu(I)$ :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_l - \mu_s}{I_0/I + 1},\tag{3.3}$$

où  $\mu_l$  et  $I_0$  sont deux paramètres additionnels de la loi. Dans la suite, les calculs sont réalisés en utilisant des valeurs typiques de ces paramètres déduites des données expérimentales [Jop et al., 2006] :  $\mu_s = 0.38$ ,  $\mu_l = 0.64$ ,  $I_0 = 0.279$ ,  $\rho_p = 2450$  kg.m<sup>-3</sup>.

Formellement, cette loi de comportement diffère de la loi de Herschel-Bulkley utilisée au chapitre 2 en ce que le seuil de contrainte,  $\mu_s p$ , et la viscosité apparente du matériau,  $\eta_{\rm app} = \mu(I) p/(2\dot{\gamma})$ , sont tous deux fonctions de la pression p. Cette propriété reflète la nature frictionnelle des interactions microscopiques dans les matériaux granulaires denses. On peut noter que cette loi de comportement a été complétée récemment pour prendre en compte les variations volumiques du matériau induites par le cisaillement [Pouliquen et al., 2006; Pailha and Pouliquen, 2009]. Nous ne considérons pas ces effets dans la suite, en nous plaçant dans le cadre d'un écoulement incompressible.

Les non-linéarités multiples impliquées dans cette loi de comportement rendent particulièrement délicate son implémentation dans un modèle numérique. Pour cette raison, les exemples d'applications à des situations d'écoulements complexes et/ou fortement transitoires, requérant des résolutions numériques complètes, restent encore rares [Lagrée et al., 2011; Chauchat and Médale, 2014; Staron et al., 2014]. Nous présentons ci-dessous une stratégie d'implémentation dans un modèle numérique de type SPH qui est bien adapté à la simulation d'écoulements à surface libre.

#### 3.1.1 Méthode SPH

La SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) est une méthode numérique Lagrangienne qui est fondée sur la discrétisation du milieu continu en un ensemble de particules qui peuvent être vues comme des volumes élémentaires de fluide. Dans le contexte d'un modèle SPH appliqué à un matériau granulaire, il convient de bien souligner que ces particules SPH sont complètement distinctes des grains physiques constituant le milieu. À chaque particule SPH sont associées des valeurs de masse volumique, contraintes, vitesses, etc., qui représentent un échantillonnage discret des champs continus sous-jacents. Le cœur de la méthode consiste en une interpolation permettant de calculer la valeur d'une fonction f en tout point r du fluide à partir de ces valeurs discrètes échantillonnées sur les particules [Monaghan, 1992; Liu and Liu, 2003]:

$$f(\mathbf{r}) \approx \sum_{b} \frac{m_b}{\rho_b} f_b \, \mathcal{W}_{\nu}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_b),$$
 (3.4)

où  $f_b = f(\mathbf{r_b})$ , et  $\mathbf{r_b}$ ,  $m_b$  et  $\rho_b$  représentent respectivement la position, la masse et la masse volumique de la particule b. La fonction  $\mathcal{W}_{\nu}$  est un noyau d'interpolation dont le support a une taille caractéristique  $\nu$ . Ce paramètre, appelé longueur de lissage, caractérise la résolution spatiale des calculs et est généralement choisi de manière à englober environ 21 particules (à 2D) dans la sommation de l'expression (3.4). L'interpolation SPH introduite ci-dessus présente l'intérêt de fournir également des approximations des dérivées spatiales de la fonction f à partir des dérivées du noyau  $\mathcal{W}_{\nu}$ :

$$\nabla f(\mathbf{r}) \approx \sum_{b} \frac{m_b}{\rho_b} f_b \nabla W_{\nu}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_b).$$
 (3.5)

Il est ainsi possible d'obtenir des approximations SPH des équations différentielles de conservation de la masse et de la quantité de mouvement écrites sous forme Lagrangienne [voir Chambon et al., 2011, pour les détails]. Ces équations discrétisées permettent alors de calculer l'évolution temporelle des positions et des propriétés des particules. Grâce à l'approche Lagrangienne et à l'absence de maillage, l'évolution des surfaces libres est obtenue "naturellement" comme la frontière de l'ensemble des particules, et ne requiert pas de considérer une équation additionnelle spécifique.

Sur la base de ces principes, nous avons développé un code SPH bidimensionnel spécifiquement adapté aux problèmes d'écoulements gravitaires à surface libre et permettant de tester différents types de lois de comportement complexes. L'implémentation de la loi de comportement granulaire a nécessité la résolution de deux problèmes particuliers. Premièrement, nous avons été amenés à introduire une régularisation du seuil d'écoulement afin d'éviter la divergence de la viscosité apparente à l'approche de ce seuil, ainsi que le caractère non-défini du tenseur des contraintes dans le régime solide [Frigaard and Nouar, 2005]. Nous avons employé une régularisation de type bivisqueuse consistant à fixer une valeur-seuil  $\eta_t$  de viscosité apparente de telle sorte que, si  $\eta_{\rm app} > \eta_t$ , le matériau se comporte comme un fluide Newtonien de viscosité  $\eta_t$ . Le modèle constitutif originel (3.1) est donc remplacé par :

$$\begin{cases}
\sigma_{ij} = \frac{\mu(I)p}{\dot{\gamma}}\dot{\gamma}_{ij} & \text{si } \frac{\mu_s p}{2\dot{\gamma}} < \eta_t, \\
\sigma_{ij} = 2\eta_t \dot{\gamma}_{ij} & \text{si } \frac{\mu_s p}{2\dot{\gamma}} \ge \eta_t.
\end{cases}$$
(3.6)

En pratique, le choix de la viscosité seuil  $\eta_t$  résulte d'un compromis. D'une part, sa valeur doit être suffisamment grande si l'on veut s'approcher d'un "vrai" comportement viscoplastique et, par exemple, calculer avec précision la localisation des zones *plugs* où les contraintes sont situées sous le seuil. D'autre part, le pas de temps étant inversement proportionnel à  $\eta_t$ , des valeurs trop élevées conduisent à des temps de calcul prohibitifs.

La deuxième difficulté était liée à la résolution du champ de pression. Même si on considère des écoulements incompressibles, les équations de conservation sont en fait résolues dans le cadre d'une hypothèse de faible compressibilité [Morris et al., 1997; Laigle et al., 2007]. Ainsi, on calcule la pression p à partir de la masse volumique  $\rho$  via l'équation d'état suivante :

$$p = c^2(\rho - \rho_0), (3.7)$$

où  $\rho_0$  est une masse volume de référence et c la vitesse du son. En pratique, cette vitesse du son c doit être vue comme un paramètre numérique, et choisie suffisamment grande pour

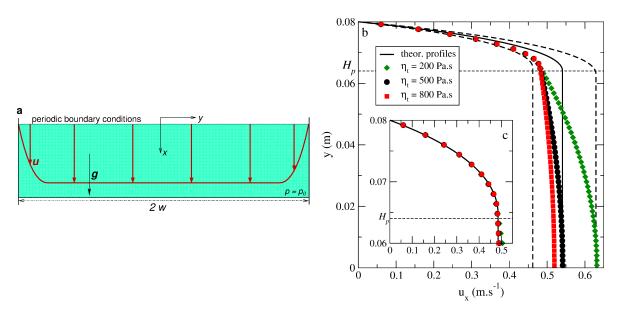


Figure 3.1 Écoulement de type chute verticale. (a) Configuration considérée et allure du profil de vitesse théorique. (b) Comparaison entre profils de vitesse théoriques et profils de vitesse calculés en régime stationnaire pour 3 valeurs de viscosité seuil  $\eta_t$ . Seule la moitié du domaine de calcul est représentée. Afin de prendre en compte l'incertitude liée à la résolution numérique, les profils théoriques ont été calculés en considérant l'épaisseur de plug théorique  $y_{p,t}=64$  mm (courbe pleine) ainsi que les valeurs  $y_{p_t}\pm\nu$  (courbes pointillées). (c) Zoom sur la zone cisaillée. Le profil théorique représenté ici a été ajusté sur les résultats numériques et correspond à une épaisseur de plug  $y_p=64.7$  mm.

garantir que la compressibilité numérique n'interfère pas avec l'écoulement physique. Ceci revient à s'assurer que le nombre de Mach M=u/c, où u est ici la vitesse caractéristique de l'écoulement, est toujours inférieur à 0,1 [Liu and Liu, 2003]. Néanmoins, le champ de pression ainsi calculé est généralement assez bruité, notamment près des parois [Ferrari et al., 2009; Gomez-Gesteira et al., 2010]. Ce bruit numérique s'est révélé particulièrement problématique dans le cas de la rhéologie granulaire du fait du fort couplage entre la viscosité apparente et la pression. Nous avons donc été amenés à développer une procédure de lissage spécifique qui, appliquée toutes les quatre ou cinq itérations, permet de stabiliser efficacement le champ de pression.

#### 3.1.2 Tests de validation

Le code SPH a été testé dans deux configurations d'écoulements stationnaires décrites ci-dessous.

- Un écoulement de type chute entre deux parois verticales parallèles (figure 3.1a). Cette configuration permet de tester l'implémentation de la loi de comportement dans un cas simple où la pression est constante. Par ailleurs, on s'attend à obtenir la coexistence entre une zone plug, au centre de l'écoulement, et des zones cisaillées, près des parois.
- Un écoulement permanent uniforme à surface libre, d'épaisseur imposée, sur une pente (figure 3.2a). Cette configuration permet d'introduire les complexités liées à l'existence

de la surface libre et d'un gradient de pression hydrostatique. Du fait du couplage entre seuil d'écoulement et pression, et contrairement au cas de fluides viscoplastiques de type Herschel-Bulkley (voir §2.1.2.1), l'intégralité de la couche s'écoule lorsqu'on considère une rhéologie granulaire (profil de vitesse en  $y^{3/2}$ , sans plug) [MiDi, 2004].

Numériquement, les régimes stationnaires sont générés grâce à l'utilisation de conditions limites périodiques dans la direction de l'écoulement. Ces cas-tests ont été utilisés pour explorer l'influence des différents paramètres numériques (vitesse du son c, viscosité seuil  $\eta_t$ , résolution  $\nu$ , ...) sur les résultats. Dans la suite, on discutera essentiellement l'effet de  $\eta_t$  et de  $\nu$ , les valeurs de c ayant été préalablement fixées par rapport au critère sur le nombre de Mach.

Dans les deux configurations considérées, les résultats numériques peuvent être confrontés à des prédictions analytiques complètes [voir *Chambon et al.*, 2011, pour les détails]. Toutefois, il est important de souligner la forte sensibilité de ces prédictions vis à vis des dimensions spatiales caractéristiques du problème, que ce soit l'épaisseur de la zone plug (cas de la chute) ou l'épaisseur de l'écoulement (cas de l'écoulement surface libre). Cette forte sensibilité, couplée à la résolution spatiale finie des simulations numériques, introduit de fait une marge d'incertitude qu'il convient de prendre en compte dans les comparaisons entre résultats numériques et solutions théoriques.

La figure 3.1b présente un exemple de résultat obtenu dans la configuration de chute. Pour les valeurs de paramètres considérées ici, la théorie prédit une épaisseur de zone plug  $y_{p,t}=64$  mm. Les simulations ont été réalisés en utilisant  $N=10\,000$  particules SPH, ce qui permet d'avoir environ 20 particules dans l'épaisseur des zones cisaillées, et une longueur de lissage  $\nu=0.96$  mm. On observe que les profils de vitesse calculés dans les zones cisaillées ne sont pas complètement en accord avec la prédiction théorique. Toutefois, les différences sont explicables par l'incertitude liée à la résolution spatiale des simulations. En effet, les résultats numériques peuvent être parfaitement ajustés en considérant un profil théorique calculé avec une épaisseur de zone plug  $y_p=64.7$  mm, épaisseur qui diffère de la valeur théorique  $y_{p,t}$  d'une quantité inférieure à la longueur de lissage  $\nu$  (figure 3.1c). Dans le plug, au lieu d'une vitesse parfaitement constante, le profil calculé présente une forme parabolique liée à la régularisation bivisqueuse. L'amplitude de cette dépendance parabolique décroît lorsque la viscosité seuil  $\eta_t$  augmente, et devient négligeable pour  $\eta_t \geq 800$  Pa.s.

La figure 3.2 présente des résultats typiques obtenus dans le cas de l'écoulement à surface libre sur pente. L'épaisseur de l'écoulement considéré ici est de  $H_t=28$  mm. Le domaine de calcul est carré et des simulations avec deux résolutions différentes ont été réalisées : (1)  $N=40\times40=1600$  particules SPH et  $\nu=0.84$  mm, et (2)  $N=20\times20=400$  particules SPH et  $\nu=1.68$  mm. Dans le premier cas, les profils de vitesse (figure 3.2b) et de pression (figure 3.2c) calculés sont parfaitement superposés aux prédictions théoriques. Dans le deuxième cas, l'accord est légèrement moins bon, mais reste toutefois parfaitement acceptable moyennant l'incertitude associée à la résolution spatiale. Nous avons vérifié que ces résultats pouvaient être généralisés à une large gamme de pente, et ne dépendaient pas de l'arrangement initial des particules SPH dans la couche de fluide (ordonné ou désordonné).

Ces tests constituent une validation du code SPH et de l'implémentation de la loi de comportement granulaire. Ils démontrent que, malgré le fort couplage entre viscosité et pression, les formulations retenues permettent d'obtenir des résultats stables et précis même avec des résolutions spatiales relativement grossières. Typiquement, 20 particules SPH dans l'épaisseur

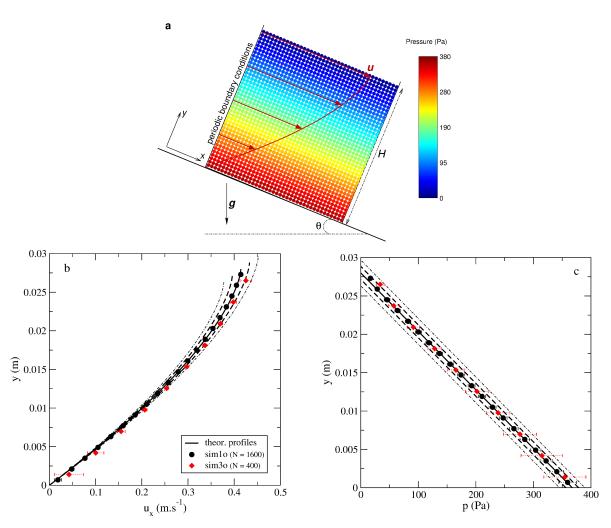


Figure 3.2 Écoulement permanent et uniforme sur une pente d'angle  $\theta$ . (a) Configuration considérée et allure des profils de vitesse et de pression théoriques. (b) Comparaison entre profils de vitesse théoriques et profils de vitesse calculés en régime stationnaire dans le cas  $\theta=24.5^{\circ}$  et pour les deux résolutions considérées. Afin de prendre en compte l'incertitude liée à la résolution numérique, les profils théoriques ont été calculés en considérant l'épaisseur théorique  $H_t=28$  mm de l'écoulement (courbe pleine) ainsi que pour  $H_t\pm\nu$  avec les deux valeurs de  $\nu$  (courbes pointillées). Les barres d'erreur représentent la variabilité observée entre les différentes particules SPH situées à une même ordonnée y. (c) Idem pour les profils de pression.

sont suffisantes pour décrire correctement la dynamique d'une couche cisaillée. Il convient aussi de souligner que les résultats restent très satisfaisants au voisinage de la surface libre (figure 3.2), même si le bruit numérique est nécessairement un peu plus important dans cette zone du fait d'effets liés à la fois à la méthode SPH (manque de voisins induisant une légère dilatation de la surface avec le temps) et à la loi de comportement considérée (erreurs dans le calcul de la viscosité apparente du fait d'une pression p et d'un taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  tendant simultanément vers 0).

#### 3.1.3 Simulations d'écoulements transitoires

Le code SPH a ensuite été utilisé pour simuler la propagation de coulées transitoires sur un plan incliné de pente  $\theta=24.5^\circ$  (figure 3.3). Le matériau s'écoule à partir d'une ouverture d'épaisseur constante percée dans un réservoir rectangulaire situé à l'amont de la pente. Les simulations ont été réalisées avec  $N=27\,889$  particules SPH et une longueur de lissage  $\nu=1.8$  mm. Ceci permet de satisfaire presque partout le critère des 20 particules dans l'épaisseur de la coulée mis en évidence dans les tests de validation. Différentes valeurs de viscosité seuil  $\eta_t$  ont été testées.

Comme on l'observe dans la figure 3.3, les coulées générées se propagent de manière stable, avec une surface libre lisse et un front bien défini, sur toute la longueur du domaine de calcul. À l'arrière du front, l'épaisseur de la coulée devient constante et une zone d'écoulement uniforme se forme. L'épaisseur de la coulée dans cette zone uniforme est de l'ordre de  $H_u \approx 29$  mm, et le nombre de Froude typique  $Fr \approx 0.5-0.6$ . On a constaté que, hormis aux temps courts, la dynamique et les caractéristiques des coulées étaient essentiellement indépendantes de la valeur de viscosité seuil  $\eta_t$  utilisée (dans la gamme 200-800 Pa.s). La figure 3.4b montre ainsi que, moyennant la barre d'erreur associée à la résolution spatiale des calculs, la forme des coulées est effectivement indépendante de ce paramètre.

La figure 3.4a permet de constater que, pour toute valeur de t, la vitesse moyennée sur l'épaisseur  $\bar{u}$  de la coulée est indépendante de l'abscisse x. De plus, même si les fluctuations sont plus importantes dans ce cas, la vitesse du front apparaît également identique à cette vitesse moyenne  $\bar{u}$ . Comme on le verra plus en détail dans le chapitre 4, ces observations indiquent que la coulée se propage globalement sans déformation, à la manière une onde progressive. Pour confirmer ce résultat, on a comparé les formes de surface libre extraites des simulations SPH et les prédictions d'un modèle théorique fondé sur les équations de Saint-Venant et reposant précisément sur l'hypothèse d'une propagation de type onde progressive  $^1$  [Pouliquen, 1999b]. Globalement, un très bon accord est observé (figure 3.4b), sauf au voisinage du front où les coulées SPH sont plus raides que les prédictions du modèle de Saint-Venant. Cette différence au front peut être attribué à la résolution insuffisante des calculs SPH dans cette région (nombre de particules dans l'épaisseur insuffisant).

Ces différentes observations, à savoir l'existence d'une zone uniforme derrière le front et une propagation de type onde progressive <sup>2</sup>, sont qualitativement en bon accord avec les résultats d'expériences réalisées dans la même configuration et pour des nombres de Froude

<sup>1.</sup> Ce modèle théorique est du même type que ceux qui seront développés au §4.4.1

<sup>2.</sup> On peut d'ailleurs remarquer que ces deux propriétés sont liées, comme le montrent les prédictions du modèle théorique fondé sur une solution onde progressive des équations de Saint-Venant (figure 3.4b).

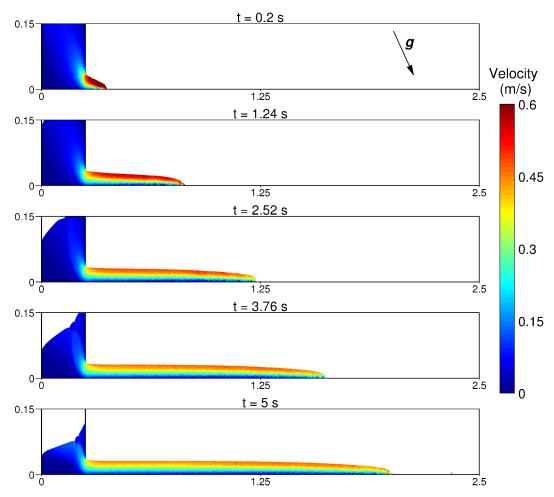


Figure 3.3 Instantanés montrant la propagation de la coulée granulaire à différents temps t (cas  $\eta_t = 500$  Pa.s).

similaires [Pouliquen, 1999a,b]. Dans les expériences, c'est précisément l'exploitation de ces propriétés particulières qui a permis de remonter à la loi de comportement granulaire à partir des mesures. Les données expérimentales montrent également que la vitesse des coulées reste quasi-constante au cours de la propagation. Ceci n'est pas tout à fait corroboré par les simulations numériques puisqu'on peut noter, après la phase transitoire initiale, une légère décroissance continue de la vitesse moyenne  $\bar{u}$  avec le temps (figure 3.4a). Cette différence provient vraisemblablement du comportement du matériau à l'intérieur du réservoir amont, et de la représentation imparfaite du seuil d'écoulement liée à la régularisation bivisqueuse de la loi ce comportement. On a constaté en effet que le débit en sortie du réservoir n'était pas tout à fait constant dans les simulations, contrairement à ce qui est attendu pour un matériau granulaire [Nedderman et al., 1982].

#### 3.1.4 Bilan

Outre un bon test des capacités prédictives du code SPH développé, les résultats présentés ci-dessus, notamment l'accord avec les observations expérimentales dans le cas de coulées

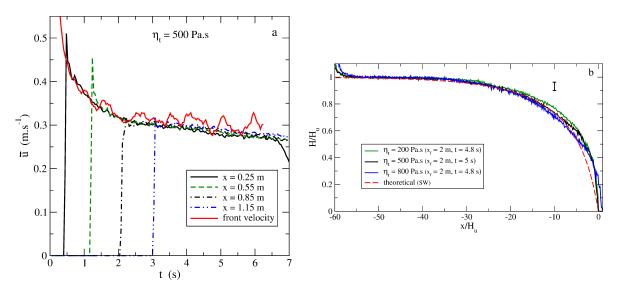


Figure 3.4 (a) Vitesse moyennée dans l'épaisseur  $\bar{u}$  en fonction du temps t et en 4 positions différentes le long du plan incliné (x est défini à partir de la sortie du réservoir) (cas  $\eta_t = 500$  Pa.s). La vitesse du front est également représentée. (b) Profils de la surface libre de la coulée obtenus après une distance de propagation de 2 m et pour 3 valeurs de viscosité seuil  $\eta_t$ . Pour faciliter la comparaison avec le modèle théorique (voir texte), le profil est rescalé par l'épaisseur de la zone uniforme  $H_u$ . La barre d'erreur représente la résolution spatiale des simulations SPH (longueur de lissage  $\nu$ ).

transitoires, peuvent également être vus comme une validation de la loi de comportement granulaire utilisée. À ce titre, l'obtention d'une propagation de type onde progressive, qui constitue un comportement très spécifique des matériaux granulaires, est un résultat remarquable  $^3$ . On a également pu démontrer que les résultats SPH étaient largement indépendants de la valeur du paramètre  $\eta_t$  utilisé dans la régularisation du seuil de contrainte, tant que cette viscosité-seuil reste grande par rapport à la viscosité apparente du matériau dans les conditions d'écoulement considérée. Notons toutefois que l'effet de cette régularisation pourrait certainement être plus important dans des configurations où l'écoulement est fortement influencé par l'existence de zones non-cisaillées (écoulements autour d'obstacles par exemple). Le développement de formulations SPH intégrant rigoureusement l'existence d'un seuil d'écoulement, sur la base par exemple des approches utilisées en éléments finis [Vola et al., 2004], reste donc certainement souhaitable. Il convient néanmoins de souligner que la loi de comportement elle-même ne représente qu'imparfaitement les phénomènes qui se produisent au voisinage du seuil [MiDi, 2004; Forterre and Pouliquen, 2008]. La formulation de lois physiques mieux à-même de reproduire la transition solide-fluide dans toute sa complexité [Pouliquen and Forterre, 2009; Gaume et al., 2011] constituerait donc une étape préalable indispensable à un raffinement des méthodes numériques.

Sur un plan plus général, ces résultats montrent également qu'il est possible de développer des outils numériques performants permettant de résoudre les équations de Navier-Stokes complètes dans le cas d'écoulements à surface libre et de lois comportement complexes de

<sup>3.</sup> Avec un fluide visqueux "simple", la propagation serait caractérisée, dans la même configuration, par un étalement et une accélération continue du front [Hogg and Pritchard, 2004].

type viscoplastique. Le passage de notre code à trois dimensions ne pose pas de difficultés de principe, mais nécessiterait une parallélisation massive afin de pouvoir envisager des calculs avec plusieurs millions de particules. Ce type de simulations directes impliquera toutefois toujours des temps de calcul relativement longs, et restera certainement encore longtemps inenvisageable à l'échelle d'écoulements naturels. Ceci justifie pleinement le développement d'outils opérationnels fondés sur des modèles approchés, dont nous allons voir un exemple dans la section suivante. Pour autant, disposer en complément d'outils performants de simulation numérique directe est très utile pour, d'une part, valider ces modèles approchés dans des configurations simplifiées et, d'autre part, pouvoir explorer à l'échelle locale les configurations particulières dans lesquelles les modèles approchés perdent leur validité (voisinage de singularités par exemple).

## 3.2 Solution autosimilaire d'un modèle de Saint-Venant pour les avalanches

Cette section synthétise les principaux éléments d'un article publié dans Annals of Glaciology : Chambon and Naaim [2010].

Dans ce deuxième exemple, on considère le cas d'un écoulement gravitaire bidimensionnel décrit par le modèle de Saint-Venant (tableau 2.4). Plus spécifiquement, on s'intéresse à la propagation d'une avalanche de neige dense sur une pente constante d'angle  $\theta$  (figure 3.5). La relation de fermeture entre contrainte basale  $\tau_b$ , vitesse moyenne  $\bar{u}$  et épaisseur h de l'écoulement est exprimée ici par la loi de Voellmy [Voellmy, 1955]:

$$\tau_b = \left(\mu_0 + \frac{1}{\xi} \frac{\bar{u}^2}{h}\right) \rho g \cos \theta, \tag{3.8}$$

où  $\mu_0$  et  $\xi$  représentent respectivement les coefficients de frottement statique et dynamique du modèle. Il s'agit de la loi la plus classique pour décrire le comportement mécanique de la neige dense et sèche [Ancey, 2006; Naaim et al., 2013]. À la différence des relations de fermeture dérivées dans le chapitre 2, la loi de Voellmy est purement empirique. Elle exprime  $\tau_b$  comme la somme d'un terme de frottement Coulombien, proportionnel à la contrainte normale, et d'un terme de résistance "turbulent" de type Chézy. Avec cette loi, des écoulements permanents uniformes ne sont possibles que pour  $\tan \theta > \mu_0$ , condition que l'on supposera vérifiée dans la suite.

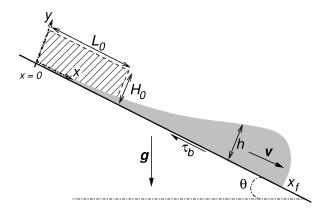
On note  $x_f(t)$  la position du front de la coulée (figure 3.5). Le système est complété par les conditions limites suivantes au front et à l'amont :

$$h(x_f(t), t) = 0,$$
 (3.9)

$$\bar{u}(0,t) = 0. (3.10)$$

La deuxième condition exprime la présence, à l'amont de la coulée (x = 0), d'un mur de neige "imperméable" empêchant l'écoulement de s'étaler vers le haut. Enfin, on se restreint dans la suite au cas particulier d'avalanches à volume constant, qui vérifient donc :

$$\int_0^{x_f(t)} h(x,t)dx = \mathcal{A},\tag{3.11}$$



**Figure 3.5** Représentation schématique de l'écoulement d'avalanche considéré. L'aire hachurée correspond à la position initiale de la masse de neige.

où  $\mathcal{A}$  possède, à 2D, la dimension d'une surface.

On va s'intéresser ci-dessous à l'existence de solutions analytiques de type autosimilaire pour ce problème. Ces solutions présentent l'intérêt, quand elles existent, de constituer l'asymptotique aux temps longs de toutes les solutions particulières du système différentiel considéré, indépendamment des conditions initiales vérifiées par ces solutions particulières [Grundy and Rottmann, 1985; Dresner, 1999]. Autrement dit, on s'attend à ce que toutes les solutions particulières convergent vers la solution autosimilaire lorsque l'influence des conditions initiales disparaît.

#### 3.2.1 Approximation d'onde cinématique et solution autosimilaire

Puisqu'on s'intéresse au cas de coulées à volume constant, le régime permanent uniforme ne peut jamais être atteint. Toutefois, il est raisonnable de penser qu'aux temps longs, la dynamique de l'avalanche sera contrôlée, tout comme en régime permanent uniforme, par un équilibre entre gravité et résistance basale. On suppose donc qu'aux temps longs, l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.40) se réduit simplement à la relation suivante :

$$\bar{u}^2 = \kappa h, \tag{3.12}$$

avec  $\kappa = \xi(\tan \theta - \mu_0)$ . On peut noter que cette hypothèse revient à spécifier que le nombre de Froude de l'avalanche, défini ici comme  $Fr = u/\sqrt{gh}$ , est constant :

$$Fr = \sqrt{\kappa/g}. (3.13)$$

En injectant (3.12) dans l'équation de conservation de la masse (2.38), on obtient :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{3}{2}\sqrt{\kappa h} \frac{\partial h}{\partial x} = 0. \tag{3.14}$$

Moyennant l'hypothèse considérée, le problème étudié se ramène donc à une équation d'onde cinématique non-linéaire pour l'épaisseur de l'écoulement h. Cette équation est complétée par la condition limite (3.10), qui se récrit, d'après (3.12):

$$h(0,t) = 0. (3.15)$$

En revanche, toujours d'après (3.12), la condition limite au front (3.9) ne peut pas être respectée dans ce cadre <sup>4</sup>. Comme va le voir, cette approximation d'onde cinématique revient en fait à traiter le front comme un choc, c'est-à-dire une discontinuité d'épaisseur.

On peut montrer que, de par ses propriétés de symétrie, l'équation d'onde (3.14) admet une solution autosimilaire de la forme suivante :

$$h(x,t) \propto t^{2/3} P(\zeta),\tag{3.16}$$

où la variable de similarité est définie comme  $\zeta = x/t^{2/3}$ . L'injection de (3.16) dans (3.14) fournit une équation différentielle ordinaire pour la fonction P, laquelle peut être résolue analytiquement en imposant la condition limite (3.15). Tous calculs faits, cette solution autosimilaire s'exprime sous la forme très simple suivante :

$$h(x,t) = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{2}{3} \frac{x}{t}\right)^2. \tag{3.17}$$

La surface libre de l'avalanche présente donc une forme parabolique entre x = 0 et le front. La position du front s'obtient aisément à partir de la relation de conservation du volume (3.11) :

$$x_f(t) = \frac{3}{2} (2\kappa A)^{1/3} t^{2/3},$$
 (3.18)

et l'épaisseur du front  $h_f$  est donnée par :

$$h_f(t) = \left(\frac{2\mathcal{A}}{\sqrt{\kappa} t}\right)^{2/3}.$$
 (3.19)

Cette épaisseur  $h_f$  correspond aussi à l'épaisseur maximale de l'avalanche, et le front est donc effectivement caractérisé par une discontinuité d'épaisseur (choc). Enfin, la relation (3.12) permet d'obtenir le profil de vitesse qui présente, pour tout t, une forme linéaire :

$$u(x,t) = \frac{2}{3} \frac{x}{t}. (3.20)$$

### 3.2.2 Lois d'échelle

La solution autosimilaire obtenue ci-dessus présente la propriété intéressante de ne dépendre de la pente  $\theta$  et des coefficients de frottement  $\mu_0$  et  $\xi$  qu'au travers du paramètre composite  $\kappa$ . D'après (3.13), cette solution est donc complètement paramétrisée par le nombre de Froude Fr de l'avalanche. Un autre résultat intéressant s'obtient en combinant (3.19) et (3.18) pour exprimer l'épaisseur du front  $h_f$  en fonction de sa position  $x_f$ :

$$h_f = 3 \frac{\mathcal{A}}{x_f}. ag{3.21}$$

On constate ainsi que, lorsqu'elle est exprimée en fonction de  $x_f$  qui représente aussi la distance de parcours de la coulée, l'épaisseur maximale de l'avalanche  $h_f$  ne dépend même plus du paramètre  $\kappa$ . Autrement dit, pour un observateur situé en un point donné d'un couloir d'avalanche, les épaisseurs des coulées susceptibles de l'atteindre ne dépendent que de leur "volume"  $\mathcal{A}$ , et pas des coefficients de frottement  $\mu_0$  et  $\xi$  ni de la pente  $\theta$ . Un résultat analogue peut être obtenu pour la longueur de la coulée (définie moyennant un seuil).

<sup>4.</sup> Mathématiquement, l'approximation d'onde cinématique revient à diminuer l'ordre du système différentiel résolu, et donc le nombre de conditions limites nécessaires.

### 3.2.3 Validation numérique

Afin d'éprouver la validité de cette solution autosimilaire, nous l'avons confrontée à des solutions numériques du système de Saint-Venant complet. Ces calculs ont été réalisés avec l'outil numérique développé à Irstea Grenoble, qui repose sur un schéma de type Godunov-van Leer [Vila, 1986]. On a considéré une distribution de masse initiale rectangulaire, avec une épaisseur  $H_0$  et une longueur  $L_0$  (figure 3.5), et la propagation de coulées de différentes aires  $\mathcal{A} = H_0 L_0$  a été simulée. Des valeurs typiques ont été choisies pour les coefficients de frottement :  $\mu_0 = 0.25$  et  $\xi = 750$  m.s<sup>-2</sup> [Ancey, 2006; Naaim et al., 2013], et différentes valeurs de pente  $\theta$  ont été testées.

La figure 3.6 présente un exemple de comparaison directe entre solution autosimilaire et solution numérique. Dans tous les cas testés, on observe que les résultats numériques convergent effectivement bien vers la solution théorique aux temps longs. Ceci valide notamment, aux temps longs, l'approximation d'onde cinématique. Les profils d'épaisseur et de vitesse acquièrent rapidement les formes caractéristiques, respectivement parabolique et linéaire, prédites par la solution autosimilaire. On remarque toutefois que la convergence de la position du front vers la valeur théorique est relativement lente (figure 3.6c). Une analyse détaillée a montré qu'il était possible d'accélérer significativement cette convergence en considérant une version légèrement modifiée de la solution autosimilaire dans laquelle l'origine des temps est décalée d'une quantité constante  $t_0>0$ :

$$h(x,t) = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{2}{3} \frac{x}{t - t_0}\right)^2,$$
 (3.22)

$$x_f(t) = \frac{3}{2} (2\kappa A)^{1/3} (t - t_0)^{2/3}.$$
 (3.23)

Ces expressions (3.22) et (3.23) définissent une autre solution de l'équation d'onde (3.14), solution qui satisfait également aux conditions limites et de volume constant. On l'appellera dans la suite solution offset. Comme il se doit, cette solution offset converge bien vers la solution autosimilaire pour  $t \gg t_0$ . Pour chaque simulation, il est possible de trouver une valeur de  $t_0$  de manière à optimiser la convergence entre résultats numériques et solution offset (figure 3.6). Physiquement, on interprète cette quantité  $t_0$  comme le temps nécessaire pour que l'épaisseur de l'écoulement devienne négligeable en x=0. Sa valeur est généralement comprise entre 2 et 20 s et dépend des différents paramètres de simulation, y compris de l'épaisseur et de la longueur initiales  $H_0$  et  $L_0$ .

Afin de caractériser plus quantitativement la convergence entre résultats numériques et théoriques, on définit l'index suivant :

$$I_{CV} = 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{Fm}{Fr},$$
 (3.24)

où  $Fm = \langle u \rangle / \sqrt{g \langle h \rangle}$  est le nombre de Froude moyen de l'avalanche (moyennes spatiales) et Fr le nombre de Froude local donné par (3.13). On montre aisément que  $I_{CV} = 0$  aussi bien pour la solution autosimilaire que pour toutes les solutions offset (indépendamment de la valeur de  $t_0$ ) <sup>5</sup>. L'index  $I_{CV}$  permet donc de quantifier la convergence entre les résultats

<sup>5.</sup> Le nombre  $2/\sqrt{3}$  intervenant dans (3.24) peut être vu comme caractéristique de la forme de ces solutions.

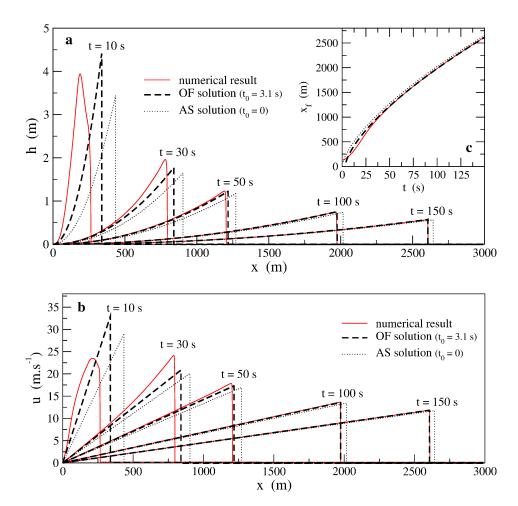


Figure 3.6 Comparaison entre résultats numériques, solution autosimilaire (AS) et solution offset (OF) pour un cas avec  $\theta = 30^{\circ}$  et  $\mathcal{A} = 500 \text{ m}^2$ . (a) Épaisseur de l'écoulement en fonction de x pour différents temps t. (b) Vitesse moyennée dans l'épaisseur  $\bar{u}$  en fonction de x pour différents temps t. (c) Position du front  $x_f$  en fonction de t.

numériques et la (meilleure) solution offset. Pour toutes les simulations, on observe que  $I_{CV}$  décroît très rapidement au début de la propagation, avant d'atteindre un minimum légèrement négatif puis de tendre progressivement vers 0 (figure 3.7a). Dans le détail, la distance de propagation nécessaire pour atteindre un niveau de convergence voulu dépend de manière non-triviale de tous les paramètres de la simulation. Il apparaît toutefois que la convergence est principalement contrôlée par la longueur caractéristique  $\sqrt{\mathcal{A}}$ . On observe en effet que les évolutions de  $I_{CV}$  obtenues pour les différents cas considérés se regroupent toutes, en première approximation, sur une courbe maîtresse lorsqu'elles sont représentées en fonction de  $x_f/\sqrt{\mathcal{A}}$  (figure 3.7b). Typiquement, des valeurs de  $I_{CV}$  inférieures à 10% sont atteintes pour des distances de propagation de l'ordre de  $10-15\times\sqrt{\mathcal{A}}$ .

Enfin, la figure 3.8 illustre l'accord entre les résultats numériques et la loi d'échelle (3.21) prédite pour la position du front. Il faut noter que cette loi d'échelle, dérivée à partir de la solution autosimilaire, reste également valable pour toutes les solutions offset. On constate cependant que les solutions numériques ne convergent vers cette loi que pour des distances de

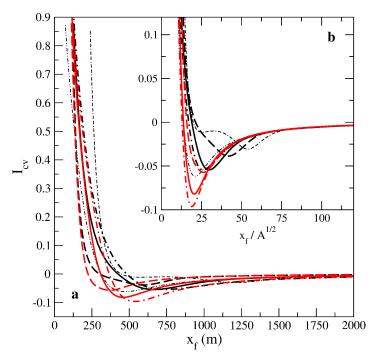


Figure 3.7 (a) Index de convergence  $I_{CV}$  en fonction de la position du front  $x_f$  (ou distance de propagation de l'avalanche) pour 8 simulations caractérisées par des valeurs d'aire  $\mathcal{A}$  et de pente  $\theta$  différentes. (b) Idem, mais en fonction de la position renormalisée  $x_f/\sqrt{\mathcal{A}}$ .

propagation relativement grandes, de l'ordre de  $40-60\times\sqrt{\mathcal{A}}$ , qui sont nettement supérieures aux distances requises pour atteindre le critère de convergence de 10% en termes de  $I_{CV}$ . Cette différence peut être attribuée, au moins pour partie, à la représentation très simplifiée du front dans l'approximation d'onde cinématique (choc). Comme on l'observe bien sur la figure 3.6a, les fronts "réels" calculés à partir du modèle de Saint-Venant complet sont raides mais non-discontinus, et présentent une longueur finie. En conséquence, l'épaisseur du front prédite par la solution offset est systématiquement surestimée. Physiquement, cela s'explique par le fait que les termes liés au gradient de pression dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.40) ne peuvent pas être négligés dans la région du front. L'approximation d'onde cinématique cesse donc d'être valide dans cette région, et la relation (3.12) doit être remplacée par un équilibre entre gravité, résistance basale et gradient de pression [Whitham, 1955; Hogg and Pritchard, 2004].

### 3.2.4 Bilan

Les résultats présentés dans cette section montrent que la dynamique d'avalanches à volume constant, représentées dans le cadre du modèle de Saint-Venant couplé à une loi de Voellmy, est bien capturée par une solution analytique approchée correspondant à un équilibre dynamique entre gravité et friction. Quelles que soient les conditions initiales, la convergence vers cette solution approchée est relativement rapide, et ce d'autant plus que le volume (ou l'aire) de l'avalanche est petit. Cette solution approchée fait intervenir un paramètre ajustable, à savoir le décalage temporel  $t_0$ , qui reste difficile à déterminer a priori mais peut aisément être

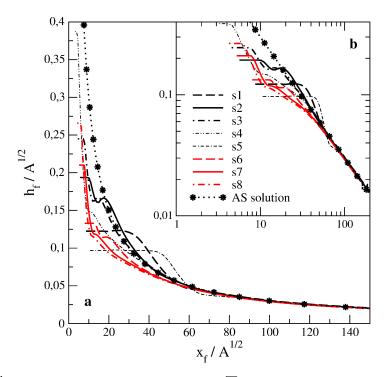


Figure 3.8 (a) Épaisseur du front adimensionnée  $h_f/\sqrt{\mathcal{A}}$  en fonction de la position du front adimensionnée  $x_f/\sqrt{\mathcal{A}}$  pour 8 simulations caractérisées par des valeurs d'aire  $\mathcal{A}$  et de pente  $\theta$  différentes, et comparaison avec la loi d'échelle (3.21). (b) Idem, en coordonnées log-log.

calibré partir de la position du front. Pour des temps longs, cette solution approchée converge elle-même vers une solution autosimilaire générique, mais ceci se produit typiquement pour des distances de propagation qui sont irréalistes pour des avalanches réelles.

En pratique, cette solution analytique peut être utile pour obtenir, en première approche, des estimations du profil longitudinal d'épaisseur et de vitesse d'une l'avalanche. En outre, cette solution donne lieu à des lois d'échelles très simples qui permettent d'exprimer diverses caractéristiques de la coulée, dont l'épaisseur du front  $h_f$ , uniquement en fonction de la distance de propagation et du volume. Les résultats numériques confirment la validité de ces lois d'échelle même si, dans le cas de  $h_f$ , des distances de propagation relativement grandes sont nécessaires pour que la prédiction théorique soit complètement vérifiée. Néanmoins, on obtient des approximations raisonnables de cette quantité, typiquement à 30% près, dès que la distance de propagation excède  $20 \times \sqrt{\mathcal{A}}$  (figure 3.8). Là encore, ces lois d'échelle peuvent constituer des outils pratiques pour estimer, en ordre de grandeur, les propriétés d'une coulée sans avoir besoin de connaître en détail les caractéristiques rhéologiques de la neige. Par exemple, il est ainsi possible de comparer directement, en un point donné d'un couloir, les épaisseurs de deux avalanches différentes issue de la même zone de départ mais impliquant des volumes différents  $\mathcal{A}_1$  et  $\mathcal{A}_2$ :

$$\frac{(h_f)_1}{(h_f)_2} = \frac{A_1}{A_2}. (3.25)$$

Cette relation a été mise en œuvre par Naaim et al. [2010] dans le cas du dimensionnement d'une digue de protection.

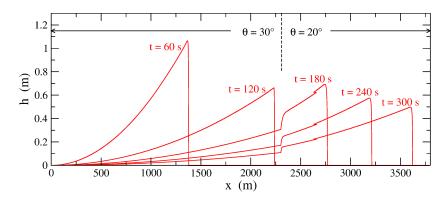


Figure 3.9 Simulation numérique d'une avalanche se propageant sur une rupture de pente située à x=2300 m ( $\theta=30^{\circ}$  en amont et  $\theta=20^{\circ}$  en aval) : épaisseur de la coulée h en fonction de x pour différents temps t. Le cas représenté ici correspond à un volume  $\mathcal{A}=500 \text{ m}^2$ .

En termes de perspectives, il serait certainement intéressant de chercher à généraliser la solution analytique obtenue en relaxant certaines des hypothèses réalisées : volume constant, pente constante, ou encore simplification du front. À titre d'exemple, la figure 3.9 présente le résultat d'une simulation numérique préliminaire de la propagation d'une avalanche (toujours à volume constant) sur une rupture de pente abrupte. On observe que, dans la mesure où la coulée avait convergé vers la forme autosimilaire en amont de la rupture de pente, en aval elle acquiert très rapidement les caractéristiques de la solution autosimilaire correspondant à la nouvelle pente. En principe, il devrait donc être possible de généraliser l'expression (3.17) au cas d'une pente variable en raccordant différentes branches de solution avec des décalages temporels et spatiaux appropriés. La généralisation de ce type de solutions autosimilaires à d'autres types de rhéologies, notamment aux lois de comportement granulaires [Pouliquen, 1999a; MiDi, 2004] qui présentent des analogies avec la loi de Voellmy, constitue également une piste de recherche intéressante.

# Chapitre 4

# Approches expérimentales pour l'étude des écoulements à surface libre de fluides viscoplastiques

Ce chapitre synthétise les résultats de plusieurs campagnes expérimentales qui visaient à étudier au laboratoire les caractéristiques d'écoulements à surface libre de fluides viscoplastiques. À cette fin, un dispositif expérimental spécifique (canal hydraulique à fond mobile) a été développé. Les objectifs de ces expériences étaient multiples. En premier lieu, elles ont été conçues comme un benchmark afin de tester les prédictions, exactes ou approchées, des modèles hydrauliques (voir chapitre 2). Plus généralement, elles doivent aussi permettre de combler un manque de données expérimentales bien documentées concernant les écoulements de fluides à seuil. Dans une optique de confrontation avec des modèles, un soin tout particulier a été apporté à la caractérisation des incertitudes associées à la fois aux mesures hydrauliques et à la détermination des propriétés rhéologiques des fluides. Après avoir brièvement présenté le dispositif et les matériaux utilisés, nous illustrons cette démarche par le biais de deux exemples de comparaisons entre modèles et expériences. Le premier exemple concerne les caractéristiques du régime permanent uniforme, le second traite de la forme de la surface libre au voisinage du front.

# 4.1 Dispositif expérimental

Généralement, les études concernant les écoulements à surface libre au laboratoire s'appuient sur des dispositifs de type canaux hydrauliques ou plans inclinés. Dans le cas des fluides viscoplastiques, la plupart des travaux existants se sont intéressés à des écoulements en régime transitoire : rupture de barrage, étalement du fluide à partir d'une condition initiale donnée, etc [Coussot and Proust, 1996; Balmforth et al., 2006; Cochard and Ancey, 2009; Ancey and Cochard, 2009]. L'étude du régime permanent impose l'utilisation de systèmes de recirculation du fluide et/ou l'utilisation de canaux très longs, ce qui rend les expérimentations relativement lourdes [Coussot, 1994]. Nous avons souhaité développer un dispositif expérimental permettant de générer des coulées à surface libre qui restent stationnaires dans

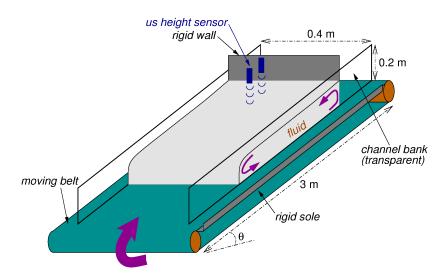


Figure 4.1 Représentation schématique du dispositif de canal à fond mobile (tapis roulant).

le référentiel du laboratoire, rendant ainsi possible leur étude détaillée sur des temps longs. Il s'agit d'un canal incliné dont le fond est constitué par un tapis roulant circulant vers l'amont et "s'opposant" à l'écoulement gravitaire du fluide. Ce système de canal à fond mobile avait déjà été imaginé et appliqué par Davies [1988] sur des écoulements biphasiques eau-grains, mais curieusement le principe n'a pas été poursuivi par la suite et n'a jamais été mis en œuvre avec des matériaux plus simples (fluides homogènes). Ce canal est également à rapprocher des dispositifs de type tambours tournants [Kaitna and Rickenmann, 2006; Kaitna et al., 2014], mais il en évite les désavantages liés à la courbure de la surface libre qui empêchent de générer de véritables écoulements uniformes.

### 4.1.1 Description du dispositif

Le dispositif expérimental utilisé est schématisé sur la figure 4.1. Le canal d'écoulement a une longueur de 3 m et sa largeur est réglable dans la gamme 10–40 cm. La pente peut être variée entre 0 et 30°. Au fond du canal, la vitesse du tapis roulant est contrôlée par un moteur électrique dans la gamme 0–1.5 m.s<sup>-1</sup>. La surface du tapis est constituée de PVC. Bien que lisse, ce matériau présente une bonne adhérence avec les fluides utilisés de sorte que, visuellement, aucun glissement n'est perceptible. Les deux rives latérales, en PMMA transparent, sont fixes. Enfin, une plaque rigide, fixe elle-aussi, vient fermer le canal à l'amont afin de forcer la recirculation du fluide qui, sinon, s'étalerait. Un système de joints en téflon sous les rives et la plaque amont assure l'étanchéité du dispositif.

La vitesse du tapis est contrôlée grâce à deux capteurs opto-électroniques. Selon les expériences, différents dispositifs d'instrumentation sont utilisés afin de mesurer les propriétés des écoulements générés (figure 4.1). La position de la surface libre peut être obtenue directement par imagerie à travers les rives transparentes. Un système de projection de nappe laser à faible incidence est également employé afin de mesurer la forme de la surface libre au centre du canal. En complément, des capteurs de hauteur ultrasoniques fournissent des mesures ponctuelles de l'épaisseur de l'écoulement. Enfin une technique PIV (Particle Imaging

Velocimetry) consistant à éclairer l'écoulement avec une nappe laser et à suivre la position de traceurs réfléchissants, a été mise en œuvre dans quelques expériences afin d'accéder au champ de vitesse à l'intérieur de l'écoulement. Pour plus de détails concernant ces différentes techniques expérimentales et les incertitudes associées, on se référera aux articles suivants : Chambon et al. [2009, 2014].

### 4.1.2 Écoulements générés

Conformément à son objectif, notre dispositif permet effectivement de générer des coulées qui restent globalement stationnaires dans le référentiel du laboratoire, avec un front immobile et une forme fixe. Ces coulées sont obtenues pour une gamme relativement étendue de vitesses basales, typiquement de 0.01 à 0.5 m.s<sup>-1</sup>. En-dessous, le moteur ne parvient pas à assurer une vitesse stable. Au-dessus (la valeur précise du seuil semblant dépendre des propriétés du fluide utilisé), une instabilité de l'écoulement se développe, se traduisant par des oscillations temporelles de la position du front et de l'épaisseur de la coulée. Jusqu'à présent, nous nous sommes limités quasi-exclusivement à l'étude du régime de coulée stationnaire. Dans ce régime, la forme et l'épaisseur des coulées s'adaptent spontanément à des modifications de la vitesse basale, et ne dépendent pas des conditions initiales ni de la manière dont le fluide est déposé dans le canal.

L'aspect typique des écoulements générés est illustré sur la figure 4.2. Schématiquement, trois zones différentes peuvent être distinguées dans les coulées. À l'aval, le front est très raide. Bien que ce ne soit pas apparent sur les images, il semble même que la ligne de contact entre le fluide et le tapis soit légèrement ré-entrante avec les fluides utilisés. Derrière le front proprement dit, la surface libre s'aplanit progressivement jusqu'à devenir parallèle au fond. Toute cette zone sera appelée zone de front. À l'amont de la coulée, on observe une zone où la surface libre est perturbée par la présence de la paroi et la recirculation du fluide. La longueur de cette zone de recirculation n'excède généralement pas 20 cm. Enfin, entre la zone de front et la zone amont, on observe une zone parfaitement uniforme dont la longueur dépend de la quantité de fluide et de la vitesse du tapis. Dans toutes nos expériences, le volume de fluide était ajusté afin de toujours maintenir une longueur de zone uniforme de 40 cm au moins.

L'observation qualitative des trajectoires du fluide à l'intérieur de l'écoulement (figure 4.3) montre clairement que, dans la zone uniforme, les lignes de courant sont bien parallèles à la surface libre. Les vitesses locales sont orientées vers l'amont près du tapis, et vers l'aval près de la surface libre, de sorte que la vitesse moyenne sur l'épaisseur est nulle. Il existe par conséquent une région de vitesse nulle à l'intérieur de la coulée (clairement visible sur la figure 4.3b). Dans la zone de front, les lignes de courant prennent la forme de demiboucles. Les éléments de fluide se trouvant initialement proches de la surface libre se déplacent progressivement vers le fond jusqu'à être incorporés dans la couche basale et repartir vers l'amont. Un champ de vitesse similaire, mais opposé (écoulement du fond vers la surface libre) est observé dans la zone de recirculation amont.

Un dernier point à souligner concerne l'influence relativement mineure des effets de bord dans ce dispositif. Comme on le voit sur la figure 4.2c, le front des coulées ne présente qu'une faible courbure transverse. Les profils de vitesse de surface montrent que, dans une large zone au centre du canal, l'écoulement est purement longitudinal, avec une vitesse constante et



Figure 4.2 Coulées stationnaires obtenues dans le dispositif de canal à fond mobile (fluide utilisé : Kaolin). (a) Vue générale de côté. (b) Vue rapprochée de la zone de front. (c) Vue de dessus du front et visualisation du profil de vitesse de surface.

indépendante de la coordonnée transverse. Le cisaillement est localisé dans deux bandes de quelques centimètres situées au voisinage des rives. On peut donc considérer l'écoulement au centre du canal comme essentiellement bidimensionnel, et non-influencé par le frottement aux parois. Afin de confirmer cette conclusion, on a vérifié que les résultats qui seront présentés dans la suite sont indépendants de la largeur du canal (dans la gamme 10-40 cm). Notons que ceci reste vrai même si le rapport entre épaisseur et largeur de l'écoulement peut parfois être supérieur au seuil de 0.1 établi dans des canaux hydrauliques classiques [Coussot, 1994; Coussot et al., 2002b]. Cette particularité s'explique par la spécificité de notre dispositif, dans lequel la vitesse de l'écoulement est la même, en moyenne, que celle des rives.

# 4.2 Fluides viscoplastiques modèles

## 4.2.1 Description

Nos expériences ont été conduites avec deux fluides différents : un microgel polymérique aqueux, le Carbopol, et une dispersion colloïdale de particules argileuse, le Kaolin. Ces matériaux sont connus pour développer une contrainte-seuil au-delà d'une certaine concentration en constituants. Ils ont été très largement utilisés en tant que fluides viscoplastiques modèles dans la littérature [p. ex., Coussot, 1995; Bossard et al., 2007; Piau, 2007; Tabuteau et al., 2007; Coussot et al., 2009; Coussot, 2014].

Du fait des grands volumes de matériaux nécessaires pour chaque expérience (30 L), des protocoles de préparation et d'agitation spécifiques ont dû être mis au point. Les échantillons de Carbopol (EDT 2623) ont tous été préparés avec une concentration massique identique de 0.1%. Toutefois, il est apparu que les propriétés rhéologiques (contrainte-seuil notamment) des fluides obtenus variaient significativement d'une préparation à l'autre, sans doute à cause de légères fluctuations dans la composition chimique de l'eau ou de petites pollutions non-contrôlées. Dans notre cas, nous avons exploité cette variabilité afin de pouvoir obtenir des matériaux présentant des propriétés rhéologiques différentes sans modifier le protocole de préparation. Les dispersions de Kaolin ont été préparées avec des concentrations massiques

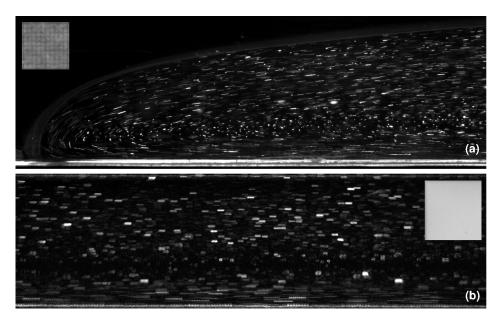


Figure 4.3 Visualisation des trajectoires du fluide au moyen de photographies en exposition longue (fluide utilisé : Carbopol). Les objets visibles correspondent à des petites bulles présentes dans l'écoulement. (a) Zone de front. (b) Zone uniforme. Les carrés représentés ont des dimensions de 10 mm.

variant entre 20 et 30% afin d'obtenir, là encore, des échantillons présentant des propriétés rhéologiques différentes. Un point critique lors de la préparation de ces matériaux consiste à éviter au maximum l'incorporation de bulles d'air, lesquelles sont ensuite piégées du fait du seuil de contrainte. Les vitesses et les temps d'agitation ont été ajustés dans ce but, mais nous n'avons pas réussi à empêcher complètement la présence de petites bulles (taille  $< 500~\mu m$ ) dans les matériaux produits.

### 4.2.2 Propriétés rhéologiques

La caractérisation rhéologique des fluides utilisés s'est essentiellement focalisée sur la détermination de leurs propriétés viscoplastiques en régime de cisaillement simple stationnaire. Il faut toutefois signaler que ces matériaux sont connus pour pouvoir présenter, dans certains cas, des propriétés rhéologiques plus complexes telles que des effets d'anisotropie ou de dépendance avec le temps [Jogun and Zukoski, 1999; Luu and Forterre, 2009; Putz and Burghelea, 2009]. Leur description par une loi de comportement viscoplastique représente donc une simplification, dont la validité doit être examinée pour chaque type d'écoulement considéré.

Les essais rhéométriques ont été réalisés en géométrie plan-plan en utilisant des outils rugueux afin d'éviter les phénomènes de glissement aux parois. Le protocole consiste à appliquer des paliers de taux de cisaillement décroissant, entre 100 et  $10^{-2}$  s<sup>-1</sup>. Comme le montre la figure 4.4, les courbes d'écoulement (relation entre contrainte cisaillante  $\tau$  et taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ ) obtenues avec les deux matériaux sont bien modélisées par des lois de Herschel-Bulkley [éq. (2.17)]. Les paramètres rhéologiques associés – contrainte-seuil  $\tau_c$ , consistance K et in-

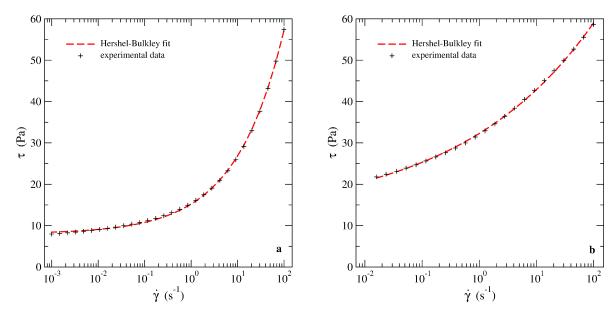


Figure 4.4 Courbes d'écoulement typiques en régime stationnaire obtenues au rhéomètre pour (a) un échantillon de Carbopol et (b) un échantillon de Kaolin. Les courbes en pointillés représentent les ajustements par la loi de Herschel-Bulkley. Les paramètres rhéologiques associés sont :  $\tau_c = 8.03$  Pa, K = 7.18 Pa.s<sup>n</sup>, n = 0.418 pour le Carbopol (a) et  $\tau_c = 12.0$  Pa, K = 20.3 Pa.s<sup>n</sup>, n = 0.182 pour le Kaolin (b)

dice d'écoulement n – ont été déterminés par ajustement non-linéaire pour chaque échantillon. Si  $\tau_c$  et K varient dans une gamme relativement large en fonction des préparations, on s'est aperçu que n était au contraire quasi-constant pour chaque type de matériau :  $n=0.39\pm0.02$  pour le Carbopol et  $n=0.18\pm0.02$  pour le Kaolin. Ce paramètre peut donc être considéré comme une caractéristique intrinsèque de chaque matériau.

Afin de pouvoir exploiter ces mesures rhéométriques, il est essentiel de déterminer également les incertitudes associées. Dans le cadre de nos expériences, on a choisi de caractériser l'incertitude globale sur les courbes d'écoulement. Des campagnes spécifiques ont été conduites consistant à répéter, sur un même échantillon de référence, un grand nombre d'essais rhéométriques nominalement identiques ou avec différentes tailles d'entrefer et différents diamètres d'outils. Varier ces paramètres permet de mettre en évidence l'influence d'artéfacts éventuels liés à la géométrie de l'échantillon (creusement, évaporation,...) [Coussot, 2005]. Ces essais ont montré que, quel que soit le taux de cisaillement imposé, la dispersion des valeurs de contrainte mesurées pouvait être caractérisée par une incertitude relative constante,  $\delta_{\tau}$ , de l'ordre de 5% pour le Carbopol et 7% pour le Kaolin.

En routine, la répétabilité des mesures est vérifiée, pour chaque échantillon testé, en réalisant un petit nombre d'essais (entre 2 et 4) avec des entrefers différents. Une courbe d'écoulement moyenne  $\bar{\tau}(\dot{\gamma})$  est alors calculée, et on construit l'enveloppe d'incertitude autour de cette courbe moyenne d'après l'expression suivante :

$$\tau_{\pm} = \bar{\tau} \pm w \,\delta_{\tau} \,\bar{\tau}.\tag{4.1}$$

Le facteur w est une pondération prenant en compte le nombre d'essais N réalisé pour chaque échantillon :  $w = [(1 + 1/N)/(1 + 1/N_0)]^{0.5}$  (avec  $N_0$  le nombre d'essais pour l'échantillon

de référence). Enfin, les enveloppes d'incertitude inférieure et supérieure sont elles-mêmes ajustées par une loi de Herschel-Bulkley. Au final, chaque échantillon est donc caractérisé par trois jeux de paramètres rhéologiques : ceux correspondant à la courbe d'écoulement moyenne, et ceux correspondant aux deux enveloppes d'incertitude. On peut montrer que l'écart entre ces trois jeux paramètres est également représentatif de l'incertitude sur les paramètres rhéologiques eux-mêmes [Chambon et al., 2014]. Typiquement, on trouve une incertitude sur les valeurs  $\tau_c$  et K de l'ordre de  $\pm 5\%$  pour le Carbopol et de  $\pm 8\%$  pour le Kaolin.

# 4.3 Régime permanent uniforme

Ce paragraphe synthétise les principaux résultats d'un article publié dans Journal of Fluid Mechanics : Chambon et al. [2014]. Les travaux ont été conduits dans le cadre de la thèse d'A. Ghemmour, et avec l'aide de plusieurs stagiaires : A. Ould Mohamed, D.-A. Ruchon, J. Brun, G. Rémy.

Dans cette section, nous nous intéressons spécifiquement à la zone uniforme des coulées. De nombreuses expériences ont été conduites avec des échantillons de Carbopol et de Kaolin de contrainte-seuil  $\tau_c$  variant dans la gamme 1–20 Pa. Nous avons mesuré systématiquement l'évolution de l'épaisseur des coulées en fonction de la vitesse du tapis, de la pente, et des propriétés rhéologiques des fluides. Selon les cas, ces mesures ont été acquises soit au centre du canal grâce à des capteurs ultrasoniques, soit au bord à partir d'images prises de côté. Nous avons vérifié qu' à la précision de nos mesures (inférieure au mm), ces deux types de données coïncidaient parfaitement. Dans le cas du Carbopol, qui est transparent, le profil de vitesse dans la zone uniforme a également été déterminé par PIV sur un échantillon particulier.

Ces données expérimentales ont été comparées aux prédictions théoriques exactes que l'on peut obtenir en régime permanent uniforme pour un fluide de Herschel-Bulkley (§2.1.2.1). L'objectif essentiel de cette étude consistait donc à tester la capacité de la loi de comportement de Herschel-Bulkley, et des paramètres rhéologiques associés mesurés au rhéomètre, à prédire les caractéristiques d'écoulements "réels" à surface libre. L'écoulement considéré ici reste encore relativement modèle, mais présente déjà des dimensions qui sont nettement supérieures à celles du rhéomètre ainsi que des variations spatiales importantes du taux de cisaillement.

### 4.3.1 Prédictions théoriques

On rappelle que l'expression théorique du profil de vitesse dans une couche de fluide de Herschel-Bulkley en régime permanent uniforme a été établie au chapitre 2 [éq. (2.21)]. Cette expression doit ici être légèrement modifiée afin de prendre en compte l'existence d'une vitesse basale  $u_b$  non nulle imposée par le tapis roulant. En supposant pour l'instant l'absence de glissement entre le tapis et le fluide, on obtient, avec les mêmes notations qu'au chapitre 2 :

$$u(y) = \begin{cases} \frac{n}{n+1} \left(\frac{\rho g \sin \theta}{K}\right)^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h_s}\right)^{(n+1)/n}\right] - u_b & \text{si } y < h_s \\ \frac{n}{n+1} \left(\frac{\rho g \sin \theta}{K}\right)^{1/n} h_s^{(n+1)/n} - u_b & \text{si } y \ge h_s \end{cases}$$
(4.2)

où l'on rappelle que  $h_s = h - h_p$  représente l'épaisseur de la zone cisaillée et  $h_p = \tau_c/(\rho g \sin \theta)$  l'épaisseur du plug. Par intégration sur y, on peut alors déterminer l'expression de la vitesse moyenne  $\bar{u}$  qui, par construction, est nulle dans notre dispositif expérimental. On en déduit donc une relation entre la vitesse du tapis  $u_b$  et l'épaisseur h de l'écoulement, qui s'écrit sous la forme suivante :

$$u_b = \frac{n}{n+1} \left( \frac{\rho g \sin \theta}{K} \right)^{1/n} h_s^{(n+1)/n} \left( 1 - \frac{n}{2n+1} \frac{h_s}{h} \right). \tag{4.3}$$

Si les propriétés rhéologiques du fluide sont connues, cette équation peut être résolue numériquement et permet de prédire l'évolution de l'épaisseur de l'écoulement en fonction de la vitesse imposée du tapis  $u_b$  et de l'angle  $\theta$ . De plus, grâce à l'ajustement des enveloppes d'incertitude sur la courbe d'écoulement par des lois de Herschel-Bulkley (§4.2.2), on peut également utiliser l'expression (4.3) afin de propager l'incertitude sur les mesures rhéométriques aux prédictions d'épaisseur.

L'expression (4.3) peut aussi être récrite sous forme d'une relation entre les deux nombres sans dimension suivants :

$$H_b = \frac{\tau_c}{K} \left(\frac{h}{u_b}\right)^n; \quad G = \frac{\rho g h \sin \theta}{\tau_c}.$$
 (4.4)

Le nombre  $H_b$  peut être vu comme (l'inverse d') un taux de cisaillement adimensionné, et le nombre G comme une épaisseur d'écoulement adimensionnée. On obtient :

$$H_b^{-1/n} = \frac{n}{(n+1)(n+2)} G^{-2} [n + (n+1) G] (G-1)^{(n+1)/n}.$$
 (4.5)

L'intérêt de cette dernière relation est d'être formellement indépendante de l'angle  $\theta$  et des propriétés rhéologiques, excepté de l'indice d'écoulement n. De plus, comme on l'a vu, le paramètre n est quasi-constant pour chaque type de fluide (§4.2.2). En termes de nombres  $H_b$  et G, on s'attend donc à ce que toutes les données expérimentales obtenues pour un fluide donné se regroupent sur une courbe maîtresse unique.

### 4.3.2 Relation vitesse-épaisseur

La figure 4.5 présente deux exemples représentatifs des résultats obtenus avec le Carbopol et le Kaolin. Les mesures d'épaisseur de la zone uniforme sont comparées aux prédictions théoriques, en prenant en compte l'incertitude associée aux propriétés rhéologiques des fluides. Ces figures mettent en évidence une différence de comportement marquée entre les deux matériaux. Dans le cas du Kaolin, on obtient toujours un bon accord, moyennant les barres d'erreur, entre épaisseurs expérimentales et théoriques. Avec le Carbopol, au contraire, on observe que les prédictions théoriques sous-estiment systématiquement les données expérimentales. La différence entre les épaisseurs mesurées et prédites est de l'ordre de quelques millimètres, et est généralement légèrement supérieure aux barres d'erreur sur les mesures.

Ces observations sont confirmées par la représentation adimensionnelle en termes de nombres  $H_b$  et G (figure 4.6). Avec le Kaolin, toutes les données expérimentales obtenues pour différents échantillons, différentes pentes et différentes vitesses basales, se regroupent

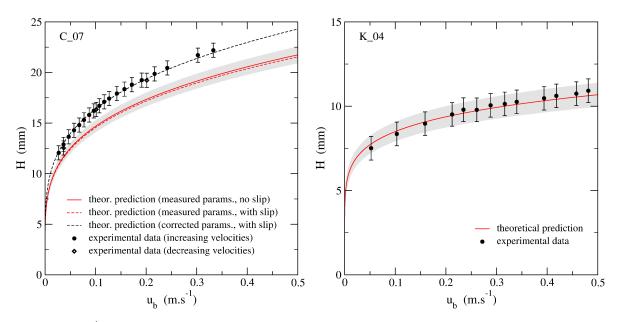


Figure 4.5 Épaisseur d'écoulement h en fonction de la vitesse du tapis  $u_b$  pour deux expériences représentatives : (C\_07) échantillon de Carbopol ; (K\_04) échantillon de Kaolin. La courbe rouge en trait plein représente la prédiction théorique calculée à partir des paramètres rhéologiques moyens déterminés au rhéomètre. La zone grisée correspond à l'enveloppe d'incertitude associée à l'incertitude sur les paramètres rhéologiques. Dans le cas du Carpobol, on a représenté en plus les prédictions obtenues en considérant une légère vitesse de glissement à la base et/ou une correction sur les paramètres rhéologiques (voir §4.3.5).

bien sur la courbe théorique prédite par l'équation (4.5). Dans le cas du Carbopol, on note au contraire un désaccord entre la prédiction et les données. On constate toutefois que tous les points expérimentaux semblent se regrouper sur une courbe maîtresse unique qui est quasi-parallèle à la courbe théorique. Ce caractère systématique du désaccord, associé à une amplitude qui excède ici aussi légèrement les barres d'erreur expérimentales, indique qu'il ne peut être attribué uniquement à des erreurs de mesure.

### 4.3.3 Profils de vitesse

La figure 4.7 présente les profils "verticaux" de vitesse u(y) dans l'écoulement mesurés par PIV avec du Carbopol. Grâce à l'absence de vitesses verticales dans la zone uniforme, on a pu appliquer une technique de corrélation monodimensionnelle sur les lignes des images qui permet d'obtenir une résolution verticale excellente. Ces données expérimentales sont comparées aux profils théoriques calculés à partir de l'équation (4.2). Là encore, on constate une différence marquée entre profils mesurés et les profils prédits (courbes noires en traits pleins). Il s'est toutefois avéré qu'une partie de cette différence provenait de l'existence d'une petite vitesse de glissement à la base de l'écoulement. Bien qu'imperceptible visuellement, ce glissement peut être mesuré précisément à partir des données PIV. On a ainsi pu mettre en évidence une vitesse de glissement de l'ordre de 4% de la vitesse basale  $u_b$ . En prenant en compte cette correction (courbes rouges en pointillés dans la figure 4.7), le désaccord qui existait entre vitesses de surface prédites et mesurées est complètement effacé. Pour autant, il

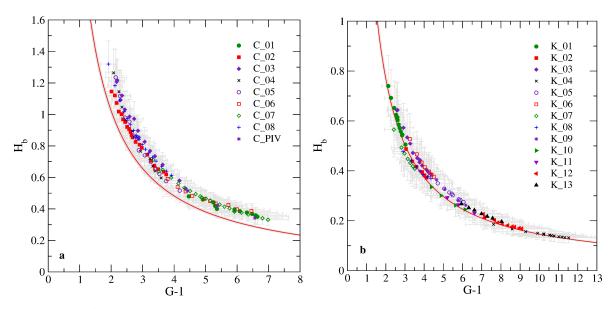


Figure 4.6 Évolution du nombre  $H_b$  en fonction du nombre G-1 pour toutes les expériences réalisées avec (a) le Carbopol et (b) le Kaolin. Les barres d'erreur prennent en compte les incertitudes sur les mesures d'épaisseur et sur les paramètres rhéologiques. Les courbes rouges correspondent aux prédictions théoriques calculées pour n=0.39 (Carbopol) et n=0.18 (Kaolin). La zone grisée autour de ces courbes représente l'enveloppe d'incertitude associée à des variations de  $\pm 0.02$  sur la valeur de n.

subsiste toujours une différence notable dans la forme des profils entre données expérimentales et prédictions théoriques. Signalons aussi que la prise en compte de cette vitesse de glissement ne modifie que marginalement les prédictions d'épaisseur d'écoulement (figure 4.5) et ne permet pas donc pas, là non plus, d'expliquer le désaccord avec les données.

En dépit de la différence avec les prédictions théoriques, on remarque toutefois que l'allure des profils de vitesse mesurés par PIV correspond bien à ce qui est attendu pour un fluide viscoplastique. En particulier, on distingue clairement l'existence d'un plug non-cisaillé au voisinage de la surface libre, et d'une zone cisaillée en-dessous. Plus quantitativement, il est possible de montrer que la forme de ces profils est effectivement compatible avec une loi de comportement de type Herschel-Bulkley d'exposant n identique à celui mesuré dans les essais rhéométriques [Chambon et al., 2014].

### 4.3.4 Loi de comportement apparente

Les données PIV peuvent également être exploitées afin de reconstruire la courbe d'écoulement apparente du fluide. En effet, en régime permanent uniforme, la contrainte cisaillante  $\tau$  est directement proportionnelle à la distance h-y par rapport à la surface libre (§2.1.2.1). Par ailleurs, grâce à la bonne résolution des profils de vitesse mesurés, le taux de cisaillement  $\dot{\gamma} = du/dy$  peut être obtenu par différenciation directe des données. Typiquement, cette approche fournit des valeurs de taux de cisaillement flables dès que  $\dot{\gamma} > 10^{-1} \ {\rm s}^{-1}$ . Les résultats obtenus sont comparés à la courbe d'écoulement fournie par les essais rhéométriques dans la figure 4.8.

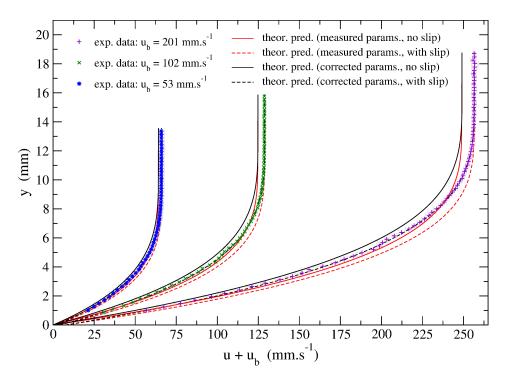


Figure 4.7 Profils de vitesse u(y) mesurés avec un échantillon de Carbopol pour trois valeurs différentes de vitesse basale  $u_b$ . Par souci de lisibilité, les profils ont été translatés de la valeur de  $u_b$ . Quatre types de prédictions théoriques sont également représentées, calculées soit avec les paramètres rhéologiques mesurés soit avec les paramètres corrigés (voir §4.3.4), et en prenant en compte ou pas une vitesse de glissement à la base.

La première observation importante est que les différentes courbes d'écoulement apparentes, obtenues à partir de profils de vitesse correspondant à des valeurs différentes de  $u_b$ , sont toutes superposées entre-elles. Ceci montre que le fluide utilisé peut être décrit par une loi de comportement unique reliant  $\tau$  et  $\dot{\gamma}$ . Sans surprise, toutefois, on constate que cette loi de comportement apparente diffère sensiblement de celle déterminée au rhéomètre. Conformément aux résultats obtenus sur les profils de vitesse, la courbe d'écoulement apparente peut être ajustée par une loi de Herschel-Bulkley d'exposant n=0.405 identique à celui obtenu à partir des essais rhéométriques. L'ajustement fournit les valeurs de contrainte-seuil et de consistance suivantes :  $\tau_c=6.65$  Pa, K=7.90 Pa.s<sup>n</sup>. Celles-ci doivent être comparées aux paramètres déduits des essais rhéométriques, à savoir :  $\tau_c=6.00$  Pa, K=6.65 Pa.s<sup>n</sup>. Pour confirmer la pertinence de cet ajustement, les profils de vitesse théoriques ont été recalculés à partir des nouveaux paramètres rhéologiques (figure 4.7). On observe que la forme de ces profils corrigés (courbes noires) est significativement modifiée et se rapproche des données. Si, de plus, la correction liée au glissement basal est également prise en compte, on obtient alors un excellent accord entre prédictions théoriques et données expérimentales.

### 4.3.5 Discussion

Les expériences conduites sur le régime permanent uniforme ont mis en évidence une différence notable entre les deux fluides utilisés qui, pourtant, obéissent tous deux à une loi de

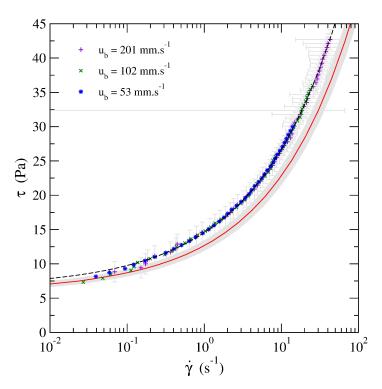


Figure 4.8 Loi de comportement apparente déduite des profils de vitesse locale. Les différents jeux de données correspondent à différentes valeurs de la vitesse basale imposée  $u_b$ . Les barres d'erreur prennent en compte les incertitudes associées aux mesures de vitesse par PIV. La courbe rouge et la zone grisée représentent respectivement la courbe d'écoulement moyenne et l'enveloppe d'incertitude associée obtenues à partir des essais rhéométriques. La courbe en pointillés noirs représente l'ajustement des données PIV par une loi de Herschel-Bulkley (voir texte).

Herschel-Bulkley dans les essais rhéométriques. Dans le cas du Kaolin, les épaisseurs d'écoulement mesurées sont en très bon accord avec les prédictions théoriques basées sur les paramètres rhéologiques obtenus au rhéomètre. Ce résultat valide la description de ce fluide par la loi de Herschel-Bulkley, et montre que les paramètres issus des tests rhéométriques peuvent, dans ce cas, être utilisés pour prédire les caractéristiques d'écoulements plus complexes et à des échelles différentes. Le bon accord observé entre données expérimentales et théorie est d'autant plus remarquable que les épaisseurs prédites sont fortement dépendantes des valeurs des paramètres rhéologiques. En ce sens, ce résultat atteste donc aussi de la précision de nos mesures, à la fois dans le canal à fond mobile et au rhéomètre.

Avec le Carbopol, on observe au contraire une différence systématique, qui ne peut pas être expliquée par les incertitudes de mesure, entre données expérimentales et prédictions théoriques basées sur les essais rhéométriques. Il s'avère cependant que les données acquises restent toutes consistantes avec un comportement apparent de type Herschel-Bulkley. Ainsi, le désaccord observé ne semble-t-il pas dû à des effets rhéologiques qui ne seraient pas pris en compte par la loi de Herschel-Bulkley. On peut par exemple exclure l'influence d'effets du temps <sup>1</sup> car, dans le cas contraire, on s'attendrait à ce que les courbes d'écoulement apparentes

<sup>1.</sup> Effets qui pourraient être liés à la thixotropie ou à la visco-élasticité du fluide.

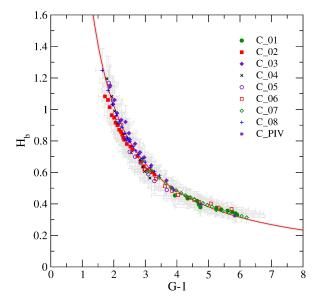


Figure 4.9 Évolution du nombre  $H_b$  en fonction du nombre G-1 pour toutes les expériences réalisées avec le Carbopol. Ces nombres adimensionnels ont été calculés ici avec les paramètres rhéologiques corrigés (voir texte, à comparer avec la figure 4.6a). La courbe rouge correspond à la prédiction théorique calculée pour n=0.39, et la zone grisée représente l'enveloppe d'incertitude associée à des variations de  $\pm 0.02$  sur la valeur de n.

obtenues pour différentes valeurs de la vitesse basale (figure 4.8) ne coïncident pas.

D'après les résultats obtenus, notamment par PIV, nous en sommes venus à supposer que le désaccord observé avec le Carbopol pouvait être dû à une différence systématique entre les paramètres de Herschel-Bulkey déduits des essais rhéométriques et ceux requis pour expliquer les caractéristiques de l'écoulement. En l'absence de données de vitesses locales pour tous les échantillons de Carbopol, nous avons postulé une correction de la contrainte-seuil  $\tau_c$  et de la consistance K de la forme suivante :

$$\tau_{c,\text{corr}} = (1 + \epsilon_{\tau_c})\tau_c, \tag{4.6}$$

$$K_{\rm corr} = (1 + \epsilon_K)K,\tag{4.7}$$

où les valeurs  $\epsilon_{\tau_c} = 0.11$  et  $\epsilon_K = 0.19$  sont celles déduites des données PIV (§4.3.4). Conformément toujours aux données PIV, l'indice d'écoulement n est, lui, supposé inchangé. Ces paramètres rhéologiques corrigés ont alors été utilisés afin de recalculer les épaisseurs d'écoulement et les nombres adimensionnels  $H_b$  et G pour toutes les expériences réalisées. Comme le montre la figure 4.9 (voir aussi la courbe correspondant aux paramètres corrigés dans la figure 4.5), on observe que cette correction permet effectivement de retrouver un bon accord entre prédictions et mesures expérimentales d'épaisseur, et ce pour tous les échantillons de Carbopol testés. Il s'agit d'un résultat remarquable, car il faut souligner que les paramètres de correction ont été établis à partir de données indépendantes (profils de vitesse) et correspondant à un seul échantillon.

L'origine physique de cette correction des paramètres rhéologiques, qui apparaît nécessaire pour expliquer les données d'écoulement obtenues avec le Carbopol, reste encore à élucider.

Différents tests complémentaires nous ont permis d'exclure les explications potentielles liées à des artéfacts lors des essais rhéométriques, à la présence de bulles dans le fluide, ou encore à une possible évolution des paramètres rhéologiques pendant les expériences. En l'état actuel, l'explication qui nous paraît la plus plausible implique l'existence d'effets d'échelle dans le Carbopol. De fait, les essais rhéométriques sont réalisés sur des échantillons dont la dimension typique (mm) est inférieure d'un ordre de grandeur à l'épaisseur des écoulements dans le canal. Si, par ailleurs, la taille caractéristique de la microstructure n'est pas très petite par rapport à ces dimensions, des effets non-locaux peuvent venir affecter les mesures [Goyon et al., 2008]. Les rares données existantes concernant la microstructure du Carbopol indiquent des tailles typiques de micro-éléments pouvant atteindre 10-20 µm [Piau, 2007; Oppong and de Bruyn, 2011]. En considérant que les longueurs caractéristiques de réarrangements entre micro-éléments, ou longueurs de coopérativité, peuvent être de l'ordre de 5 fois la taille de ces micro-éléments [Goyon et al., 2008; Ovarlez et al., 2012], il est possible d'imaginer l'existence d'effets non-locaux jusqu'à des échelles typiquement millimétriques. De telles valeurs sont légèrement supérieures à celles annoncées par Geraud et al. [2013], qui ont observé l'influence d'effets de confinement de la microstructure dans du Carbopol jusqu'à des échelles de l'ordre de  $250-500 \ \mu m$ . Toutefois, ces auteurs mentionnent également que les tailles caractéristiques des microstructures semblent dépendre fortement de l'agitation appliquée durant la préparation, et particulièrement durant la phase de neutralisation, du matériau<sup>2</sup>. Dans notre cas, pour éviter l'incorporation de bulles, une agitation relativement modérée, à comparer aux études précédentes, a été appliquée (voir §4.2.1). Au final, il ne nous semble donc pas impossible que, dans nos expériences, les essais rhéométriques réalisés sur des échantillons de Carbopol de dimensions millimétriques puissent ne pas être complètement représentatifs de la rhéologie globale du matériau. Des études complémentaires seront nécessaires afin de pouvoir confirmer cette hypothèse<sup>3</sup>.

### 4.4 Forme du front

Cette section reprend, en les étendant, les résultats présentés dans un article publié dans Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics : Chambon et al. [2009]. Les travaux ont été conduits dans le cadre de la thèse d'A. Ghemmour et du stage de Master de T. Geay.

Nous nous intéressons à présent la zone de front des coulées (voir §4.1.2). Des campagnes d'expériences ont été conduites afin de mesurer la forme de la surface libre dans cette zone pour différentes valeurs des paramètres expérimentaux (vitesse basale, pente, propriétés rhéologiques du fluide). La mesure est réalisée grâce à la projection d'une nappe laser à incidence faible. La déviation de la trace de la nappe sur la coulée, capturée grâce à une caméra placée au-dessus du dispositif, peut être directement corrélée à l'épaisseur locale de fluide (figure 4.10). Grâce à une procédure de calibration rigoureuse prenant en compte les aberrations

<sup>2.</sup> On peut aussi penser que les tailles caractéristiques de la microstructure doivent dépendre du type précis de Carbopol employé, qui diffère d'une étude à l'autre.

<sup>3.</sup> En principe, cette hypothèse devrait pouvoir être testée simplement en faisant varier la taille de l'entrefer du rhéomètre. Toutefois, du fait des incertitudes de mesure, la gamme d'entrefers accessibles est trop restreinte pour obtenir des résultats significatifs.

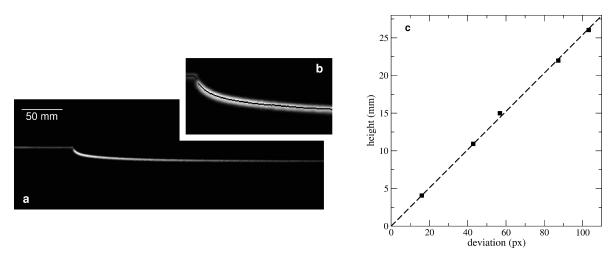


Figure 4.10 Mesure d'épaisseur par projection d'une nappe laser à incidence faible. (a) Vue de dessus de la trace laser déformée par la coulée. (b) Vue rapprochée de la zone du front. (c) Déviation de la ligne laser en fonction de l'épaisseur de fluide.

géométriques liées au dispositifs optiques, on obtient ainsi des profils longitudinaux d'épaisseur présentant une résolution spatiale de 0.3 mm et une précision de  $\pm 0.6$  mm.

Ces données ont ensuite été utilisées afin de tester la validité et les capacités prédictives des modèles hydrauliques développés pour les écoulements non-uniformes (chapitre 2). Une telle analyse nécessite, a priori, de connaître avec précision la loi de comportement et les paramètres rhéologiques des fluides utilisés. Les résultats présentés ci-dessous ont donc été obtenus avec du Kaolin, matériau pour lequel les propriétés rhéologiques mesurées au rhéomètre sont en bon accord avec celles déduites des caractéristiques de la zone uniforme des coulées (voir §4.3). De plus, comme nous allons le voir, une adimensionnalisation particulière nous permet de nous abstraire (presque) complètement des incertitudes restantes sur ces propriétés rhéologiques.

### 4.4.1 Prédictions théoriques

La forme des coulées générées dans notre dispositif expérimental, notamment dans la zone de front, peut être prédite à partir des modèles intégrés dans l'épaisseur introduits au chapitre 2. Rappelons que ces modèles régissent l'évolution de l'épaisseur h et de la vitesse moyenne  $\bar{u}$  de l'écoulement. On considérera pour le moment le cas du modèle de Saint-Venant classique, c'est-à-dire le système formé par les équations de conservation (2.38) et (2.40) couplées, pour un fluide de Herschel-Bulkley, à la relation de fermeture (2.47).

### 4.4.1.1 Solution onde progressive

Par construction, les coulées stationnaires générées dans notre dispositif correspondent, dans un référentiel attaché au fond mobile et se déplaçant à la vitesse  $u_b$ , à des ondes pro-

gressives de la forme suivante :

$$h(x,t) = H(\xi),\tag{4.8}$$

$$\bar{u}(x,t) = U(\xi), \tag{4.9}$$

avec  $\xi = u_b t - x$ . Sans perte de généralité, on considérera dans la suite que le front est situé en  $\xi = 0$ . En injectant cette forme de solution dans l'équation de conservation de la masse (2.38), on obtient :

$$\frac{d}{d\xi}\left[(u_b - U)H\right] = 0. \tag{4.10}$$

Ainsi, le terme  $(u_b - U)H$  est constant et, comme H = 0 au front, l'existence de solutions non-triviales impose nécessairement l'identité suivante, pour toute valeur de  $\xi$ :

$$U(\xi) = u_b. (4.11)$$

On retrouve donc simplement le fait que la vitesse moyenne est constante dans toute la coulée.

En considérant à présent l'équation de conservation de la quantité de mouvement (2.38), il vient :

$$\frac{d}{d\xi} \left[ (u_b - U)U \right] - g\cos\theta \frac{dH}{d\xi} = g\sin\theta - \frac{\tau_b}{\rho h}.$$
(4.12)

D'après l'identité (4.11), on trouve que les termes d'inertie, au premier membre, sont uniformément nuls pour ces solutions ondes progressives. Il reste donc simplement :

$$\cot \theta \frac{dH}{d\xi} = \frac{\tau_b}{\rho g H \sin \theta} - 1. \tag{4.13}$$

On se ramène ainsi à une équation différentielle ordinaire du premier ordre pour  $H(\xi)$ . Couplée à la condition limite au front H(0) = 0 et à l'expression de la contrainte basale  $\tau_b(u_b, H)$ , la résolution de cette équation permet d'obtenir une prédiction de la forme de la surface libre des coulées. On remarque que loin du front, si  $dH/d\xi \to 0$ , l'équation (4.13) se réduit à :

$$\tau_b(u_b, H) = \rho g H \sin \theta. \tag{4.14}$$

La solution de (4.14) correspond, par définition, à l'épaisseur d'écoulement en régime permanent uniforme pour la vitesse  $u_b$  (voir §2.2.2), que l'on notera  $H_N(u_b)$  dans cette section.

### 4.4.1.2 Adimensionnalisation

Il est intéressant d'adimensionnaliser l'équation différentielle (4.13) par l'épaisseur  $H_N(u_b)$  en régime permanent uniforme. On définit donc les variables sans dimension suivantes :

$$H^{\star} = \frac{H}{H_N}; \quad \xi^{\star} = \frac{\xi}{H_N}; \quad \tau_b^{\star} = \frac{\tau_b}{\rho g H_N \sin \theta}.$$

L'équation pour la forme de la coulée se récrit alors sous la forme :

$$\cot \theta \frac{dH^{\star}}{d\xi^{\star}} = \frac{\tau_b^{\star}}{H^{\star}} - 1. \tag{4.15}$$

Par ailleurs la relation de fermeture (2.47) pour  $\tau_b$  devient :

$$\tau_b^{\star} \left( \frac{1 - p/\tau_b^{\star}}{1 - p} \right)^{n+1} \left( \frac{n + 1 + np/\tau_b^{\star}}{n + 1 + np} \right)^n = \left( \frac{1}{H^{\star}} \right)^n, \tag{4.16}$$

où l'on a défini le paramètre  $p = \tau_c/(\rho g H_N \sin \theta)$ . Pour établir cette dernière expression, on a utilisé la relation (4.3) entre l'épaisseur du régime uniforme  $H_N$  et la vitesse basale  $u_b$ .

<u>Cas Newtonien.</u> Dans le cas d'un fluide Newtonien, (4.16) se réduit à :

$$\tau_b^{\star} = \frac{1}{H^{\star}},\tag{4.17}$$

et l'équation différentielle pour la forme de la coulée s'écrit donc simplement comme :

$$\cot \theta \frac{dH^*}{d\xi^*} = \frac{1}{H^{*2}} - 1. \tag{4.18}$$

On constate que cette équation adimensionnée ne dépend plus des paramètres rhéologiques du fluide ni de la vitesse basale  $u_b$ . Autrement dit, la forme de la coulée peut être considérée comme indépendante de ces paramètres, lesquels n'interviennent que dans le facteur d'échelle  $H_N$ . Notons que l'équation (4.18) admet une solution analytique, qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\xi^* = \cot \theta \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + H^*}{1 - H^*} \right) - H^* \right]. \tag{4.19}$$

Au voisinage du front  $(H \to 0)$ , cette solution se réduit à

$$H^* \sim (3\xi^*)^{1/3}.$$
 (4.20)

On constate donc que la surface libre devient verticale au front, et suit asymptotiquement une loi puissance.

Dans le cas général d'un fluide de Herschel-Bulkley, les équations (4.15)-(4.16) doivent être résolues numériquement. Contrairement au cas Newtonien, l'expression (4.16) reste formellement dépendante de la contrainte-seuil  $\tau_c$  et de la vitesse basale  $u_b$  via le paramètre sans dimension p. Toutefois, numériquement, il s'avère que  $\tau_b$  ne dépend que faiblement de p. Pour la gamme explorée dans notre étude, à savoir  $0.2 \le p \le 0.3$ , on peut même considérer que  $\tau_b$  est quasi-indépendant de ce paramètre (figure 4.11). Au final, la forme des coulées dans nos expériences peut donc, comme dans le cas Newtonien, être considérée comme indépendante de  $u_b$  et des paramètres rhéologiques du fluide, hormis n (voir les prédictions théoriques calculées dans les figures 4.12 et 4.13). Ainsi, une fois adimensionnés par  $H_N$ , on s'attend à ce que les profils d'épaisseur mesurés pour différents échantillons de fluide (qui présentent des valeurs de n quasi-constantes) et différentes vitesses basales se regroupent sur une même courbe maîtresse.

### 4.4.2 Résultats expérimentaux

La figure 4.12 présente les profils d'épaisseur bruts et adimensionnés obtenus pour plusieurs valeurs de la vitesse basale  $u_b$  dans une expérience particulière (un seul fluide, pente  $\theta = 10^{\circ}$ ).

<sup>4.</sup> Notons que p est l'inverse du nombre sans dimension G introduit au §4.3.1.

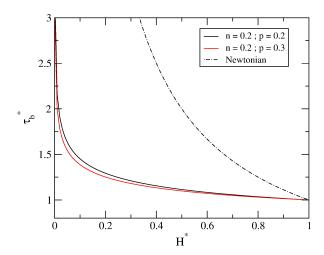


Figure 4.11 Évolution de la contrainte basale adimensionnée  $\tau_b^{\star}$  en fonction de l'épaisseur adimensionnée  $H^{\star}$  pour une valeur de n=0.2 représentative du Kaolin et les deux valeurs extrêmes du paramètre p dans nos expériences. Ces courbes proviennent de la résolution numérique de l'équation (4.16). À titre de comparaison, la contrainte basale correspondant au cas Newtonien [éq. (4.17)] est également représentée.

On retrouve bien la forme très raide de la surface libre au front, quasi-verticale au voisinage de la ligne de contact. À l'arrière, le raccord avec la zone uniforme s'effectue sur une longueur de l'ordre de 10 à 20 fois l'épaisseur de la coulée. L'adimensionnalisation est réalisée en considérant, pour  $H_N$ , la valeur d'épaisseur mesurée dans cette zone uniforme. Comme prévu par la théorie, on constate que cette adimensionnalisation permet effectivement de regrouper les profils correspondant à différentes valeurs de  $u_b$ . La même conclusion est valable pour toutes les valeurs de pente que nous avons testées. Conformément à l'équation (4.15), il est d'ailleurs possible de regrouper les profils correspondant à différentes pentes en rescalant l'abscisse adimensionnée  $\xi^*$  par le facteur  $\tan \theta$ . Moyennant les incertitudes expérimentales, on observe alors que les données obtenues pour différentes vitesses basales, différentes pentes, et différents échantillons de fluide, se superposent toutes sur une unique courbe maîtresse (figure 4.13).

Le fait que les profils d'épaisseur adimensionnés soient effectivement indépendants des paramètres rhéologiques du fluide (hormis n) permet de comparer les données expérimentales aux prédictions théoriques sans être affecté par l'incertitude sur ces paramètres rhéologiques. En particulier, l'adimensionnalisation par  $H_N$  permet de s'abstraire des problèmes liés à une éventuelle déviation entre paramètres rhéologiques mesurés au rhéomètre et paramètres rhéologiques requis pour expliquer l'écoulement dans le canal (voir §4.3). En effet, la possibilité de mesurer le facteur  $H_N$  directement sur l'écoulement revient implicitement à prendre en compte les paramètres rhéologiques qui sont "optimaux" pour représenter les caractéristiques hydrauliques de la coulée.

Globalement, comme le montrent les figures 4.12 et 4.13, l'accord entre données expérimentales et profils théoriques peut être considéré comme satisfaisant. Les différences observées entre mesures et prédictions n'excèdent jamais la barre d'erreur expérimentale. L'accord est particulièrement bon au voisinage du front, où profils mesurés et prédits sont quasiment su-

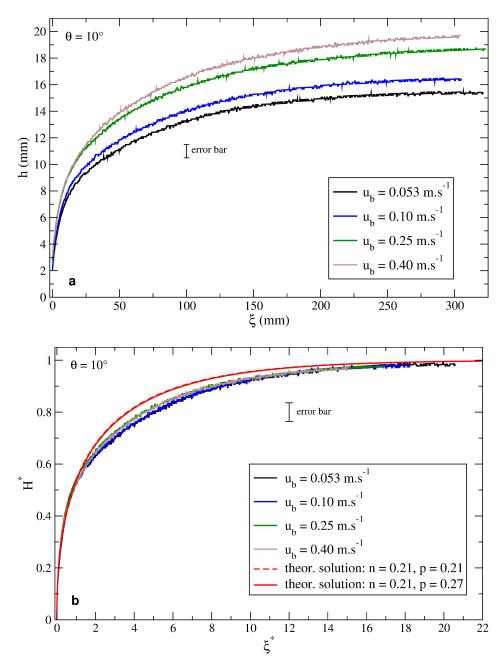


Figure 4.12 Formes de la surface libre pour un angle  $\theta=10^\circ$  et 4 valeurs de vitesse basale  $u_b$ . (a) Données brutes (b) Données adimensionnées par l'épaisseur  $H_N$  mesurée dans la zone uniforme, et comparaison avec les profils théoriques obtenus par résolution numérique des équations (4.15)-(4.16). Les deux profils théoriques représentés, quasiment identiques, correspondent aux valeurs extrêmes du paramètre p relevées dans cette expérience.

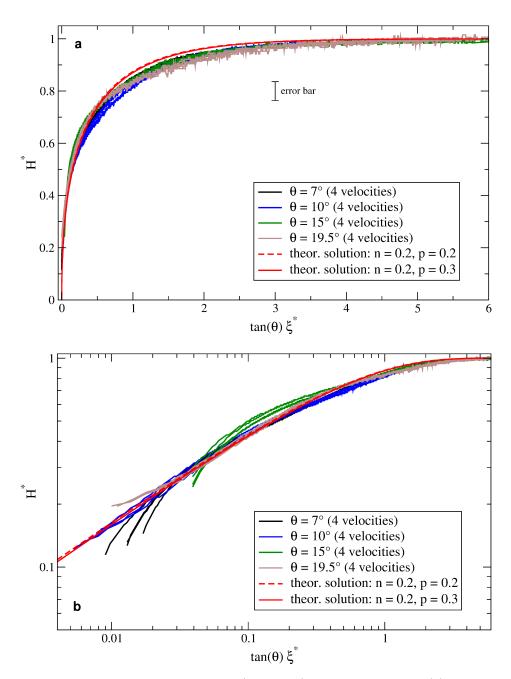


Figure 4.13 Forme de la surface libre rescalée (voir texte) en échelles linéaires (a) et logarithmiques (b) pour toutes les expériences réalisées : différentes vitesses basales  $u_b$ , différentes pentes  $\theta$  et différents échantillons de fluides caractérisés par des valeurs de contrainte-seuil  $\tau_c$  et de consistance K différentes. Les profils théoriques correspondant aux valeurs extrêmes du paramètre p relevées dans nos expériences sont également représentés.

perposés. On note toutefois, à l'arrière du front, dans la région intermédiaire de raccord avec la zone uniforme (typiquement, pour  $\xi^* > 1$ ), l'existence d'un léger biais systématique visible sur tous les jeux de données. Dans cette région, le modèle tend à surestimer légèrement les valeurs d'épaisseur effectivement mesurées.

### 4.4.3 Discussion

### 4.4.3.1 Considérations générales

Le bon accord observé entre les formes de surface libre mesurées et prédites constitue une validation intéressante du modèle de Saint-Venant qui a été utilisé. Il est important de souligner que, grâce à la considération de quantités adimensionnées, cet accord est obtenu sans aucun paramètre ajustable. Il apparaît donc que les différentes approximations réalisées dans la dérivation du modèle, et notamment les hypothèses employées pour y intégrer un comportement rhéologique viscoplastique (voir §2.2.3.7), n'altèrent pas de façon significative la qualité des prédictions. En particulier, les résultats obtenus montrent que la loi de fermeture utilisée pour calculer la contrainte basale semble effectivement à même de représenter les effets dominants induits par un comportement rhéologique viscoplastique.

À première vue, l'observation d'un accord excellent entre données et prédictions dans la zone proche du front pourrait même paraître surprenant. En effet, le modèle de Saint-Venant reposant sur une hypothèse de couche mince, il ne devrait pas, a priori, s'appliquer à cette zone marquée par des gradients d'épaisseur importants. Cette robustesse des modèles de type Saint-Venant, et leur capacité à prédire de manière fiable les formes d'écoulements à surface libre y compris au voisinage de fronts, ont déjà été notées dans de précédentes études pour différents types de fluides [Hunt, 1994; Huang and Garcia, 1998; Pouliquen, 1999b; Balmforth et al., 2006; Ancey and Cochard, 2009]. Un argument simple permettant de comprendre ce résultat a été proposé par Huang and Garcia [1998]. Comme le montre la figure 4.14, si l'on considère le mouvement d'un front idéalisé durant un temps infinitésimal  $\Delta t$ , la conservation de la masse permet d'écrire :

$$(y - \Delta y)\Delta x = x\Delta y. \tag{4.21}$$

En négligeant le terme d'ordre supérieur  $\Delta x \Delta y$ , on obtient donc :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y}{x} = \mathcal{O}(\epsilon),\tag{4.22}$$

ou encore:

$$\frac{v}{u} = \frac{\Delta y/\Delta t}{\Delta x/\Delta t} = \frac{y}{x} = \mathcal{O}(\epsilon). \tag{4.23}$$

Ces identités signifient que si l'approximation de couche mince ( $\epsilon \ll 1$ ) est valable pour le "corps" de la coulée, elle doit le rester également au front (sauf peut-être au voisinage immédiat de la ligne de contact). Ainsi, contrairement à l'intuition initiale, et sous réserve d'une démonstration plus rigoureuse, les équations de couche mince doivent donc également rester pertinentes pour décrire la zone de front.

On pourrait néanmoins objecter que la comparaison entre données et prédictions au voisinage du front n'est pas très discriminante car, comme on l'a noté pour les fluides Newtoniens

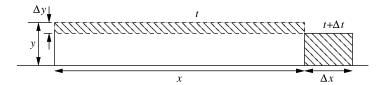


Figure 4.14 Représentation schématique de la propagation d'une coulée à surface libre durant un temps infinitésimal  $\Delta t$ .

[éq. (4.20)], le modèle prédit l'apparition d'une surface libre verticale dès qu'un terme de résistance visqueuse est pris en compte [Whitham, 1955; Hogg and Pritchard, 2004]. Toutefois, comme le montre la figure 4.13b en coordonnées log-log, l'accord constaté avec les données expérimentales va plus loin que la simple raideur du front. On constate en effet que les profils expérimentaux présentent au front le même comportement asymptotique, en loi puissance, que celui prédit par le modèle. À l'instar du cas Newtonien [éq. (4.20)], ce comportement asymptotique peut être relié à la relation de fermeture en remarquant que les effets plastiques doivent rester négligeables au voisinage du front, où le taux de cisaillement est très grand. La relation de fermeture (4.16) peut alors être ramenée à celle d'un fluide en loi puissance :

$$\tau_b^{\star} = \left(\frac{1}{H^{\star}}\right)^n,\tag{4.24}$$

et, si  $H \to 0$ , l'équation différentielle (4.15) devient :

$$\cot \theta \frac{dH^{\star}}{d\mathcal{E}^{\star}} \approx \frac{\tau_b^{\star}}{H^{\star}} \approx \left(\frac{1}{H^{\star}}\right)^{n+1}. \tag{4.25}$$

On obtient donc effectivement une loi puissance :

$$H^* \sim (\xi^*)^{1/(n+2)},$$
 (4.26)

dont l'exposant est directement lié à l'indice d'écoulement n du fluide. Le bon accord constaté avec les données  $^5$ , et notamment le fait que l'exposant observé soit bien celui prédit par le modèle, peut donc être considéré comme une validation de la relation de fermeture utilisée, ou tout du moins de la prise en compte des effets visqueux dans cette relation de fermeture.

### 4.4.3.2 Vers une amélioration des modèles

Nous revenons à présent sur le léger désaccord systématique qui semble apparaître entre prédictions théoriques et données expérimentales dans la région de transition entre le front et la zone uniforme (figure 4.12b). Contrairement au voisinage immédiat du front, les effets plastiques (influence du seuil de contrainte) ne sont plus négligeables dans cette région. Ainsi, bien qu'il soit du même ordre que la résolution de nos mesures, ce léger désaccord pourrait traduire les limites de la relation de fermeture utilisée, et notamment de la prise en compte

<sup>5.</sup> Notons cependant que, dans la figure 4.13b, l'allure des profils d'épaisseur expérimentaux au voisinage du front est très sensible aux incertitudes sur la position exacte du front, laquelle intervient dans le calcul de l'abscisse  $\xi$ . Nous avons légèrement joué sur cette position (dans des quantités compatibles avec les erreurs expérimentales) afin d'optimiser l'accord avec une loi puissance.

du seuil de contrainte. En d'autres termes, ce désaccord pourrait donc être exploité afin de tester et comparer différents modèles hydrauliques alternatifs. Nous nous attachons cidesssous à justifier cette hypothèse grâce à deux approches différentes : (1) une approche purement empirique consistant à examiner l'influence d'une modification de la relation de fermeture (4.16) sur les prédictions théoriques, et (2) une approche plus formelle fondée sur les formulations consistantes développées dans le chapitre 2.

### Influence de la forme du plug

Comme nous l'avons expliqué au §2.2.2, la relation de fermeture utilisée pour rendre de compte des comportements rhéologiques viscoplastiques dans le modèle de Saint-Venant repose sur une hypothèse concernant l'évolution de l'épaisseur  $h_p$  du (pseudo-)plug dans l'écoulement. L'expression (2.46) employée jusqu'à présent pour calculer  $h_p$  revient à supposer que le plug s'amincit progressivement en s'approchant du front, à l'instar de qui est obtenu en régime de lubrification (termes d'inertie négligés). Toutefois, il n'existe pas, à notre connaissance, de données expérimentales permettant de confirmer cette hypothèse. Comme le souligne Piau [1996], il est tout aussi possible d'imaginer des scénarios où ce plug disparaîtrait de manière plus abrupte au front.

Afin d'examiner l'influence de cette hypothèse concernant l'épaisseur du plug, nous avons comparé les prédictions du modèle classique utilisé jusqu'à présent, qui sera nommé SPE (soft plug evolution) dans ce paragraphe, à un modèle alternatif nommé HPE (hard plug evolution). Dans le modèle HPE, le plug disparaît dès que la pente de la surface libre excède une valeur limite. L'évolution de l'épaisseur du plug  $h_p$  est décrite par une expression purement empirique revenant à seuiller la relation (2.37) fournie par le modèle de lubrification :

$$h_p = \frac{\tau_c}{\rho g \sin \theta (1 - \cot \theta \ dH/d\xi)} \frac{1 + \tanh[s \ (g_c + \cot \theta \ dH/d\xi)]}{2}.$$
 (4.27)

Dans cette expression, le paramètre s, considéré très grand, règle la pente de la fonction de seuillage, alors que le paramètre  $g_c$  détermine le seuil de disparition du plug. En injectant cette relation (4.27) dans l'expression générale (2.45) pour  $\tau_b$ , on obtient une nouvelle relation de fermeture qui peut être adimensionnée et utilisée pour résoudre l'équation différentielle (4.15). La figure 4.15 compare les épaisseurs de coulées et de plugs prédites avec les deux modèles SPE et HPE. On observe bien les différences attendues concernant la forme du plug. Dans le cas du modèle HPE, le lieu de disparition du plug se déplace progressivement vers l'amont de la coulée à mesure que le paramètre  $g_c$  diminue. De manière intéressante, on constate en outre que ces différences d'évolution du plug se traduisent par des différences légères mais significatives dans la forme de la surface libre. Ainsi, les épaisseurs prédites par le modèle HPE sont-elles systématiquement plus faibles que celles du modèle SPE dans la zone où le plug disparaît brutalement.

Lorsqu'on le confronte aux données expérimentales, le modèle HPE permet d'améliorer l'accord avec les profils mesurés. Pour ce faire, la valeur du paramètre  $g_c$  doit être ajustée de manière à ce que la zone dans laquelle le désaccord avec le modèle SPE était observée corresponde à la zone de disparition du plug. De plus, comme le montre la figure 4.16 (à comparer

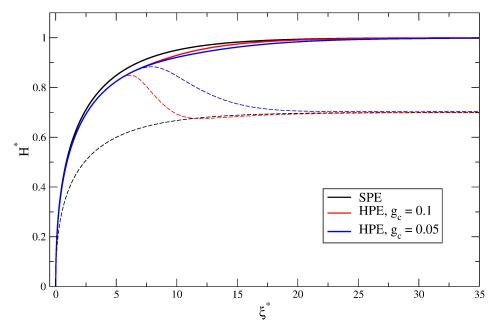


Figure 4.15 Comparaison de la forme de la surface libre (traits pleins) et de la position du plug (traits pointillés) prédites par les modèles SPE et HPE, pour deux valeurs du paramètre  $g_c$ . Les solutions représentées correspondent à  $\theta = 10^\circ$ , n = 0.2, p = 0.3.

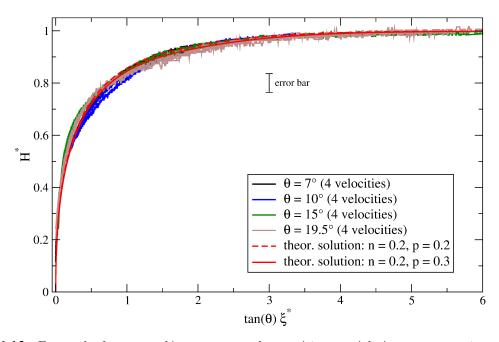


Figure 4.16 Forme du front rescalée pour toutes les expériences réalisées et comparaison avec les prédictions du modèle HPE pour  $g_c = 0.05$ .

avec la figure 4.13a), tous les profils obtenus pour différentes pentes, différentes vitesses basales, et différents échantillons, peuvent être convenablement ajustés avec une unique valeur de  $g_c = 0.05$ . Ce résultat ne doit certainement pas être considéré comme une validation de la loi d'évolution (4.27) postulée pour  $h_p$ , laquelle ne repose sur aucun fondement théorique. Il démontre toutefois clairement que le désaccord observé entre données expérimentales et modèle de Saint-Venant classique (SPE) peut être réduit par une légère modification de la loi de fermeture utilisée, et notamment de l'hypothèse concernant la forme du plug. Il permet aussi d'arguer que, contrairement aux expressions dérivées des modèles de lubrification, les données expérimentales sembleraient plutôt en faveur d'une disparition abrupte du plug à l'approche du front.

### Influence des termes correctifs de consistance

Le paragraphe précédent nous a permis de montrer qu'une modification empirique de la loi de fermeture utilisée dans le modèle Saint-Venant était de nature à améliorer l'accord entre prédictions théoriques et résultats expérimentaux concernant la forme des coulées. Plus généralement, comme nous l'avons expliqué au chapitre 2, la prise en compte du comportement rhéologique du fluide dans ce type de modèles peut être enrichie grâce à la dérivation d'expressions qui sont formellement consistantes dans le cadre de l'approximation asymptotique sous-jacente. Cette approche aboutit à des modèles intégrés dans l'épaisseur présentant des termes additionnels par rapport au modèle de Saint-Venant classique. Nous souhaitons examiner ici si ces termes correctifs peuvent être de nature à modifier la forme des coulées prédites. Étant donnée la complexité du modèle dérivé pour les fluides viscoplastiques (tableau 2.8), nous nous contenterons, dans le cadre de cette étude préliminaire, de traiter le cas Newtonien.

Rappelons que, pour un ordre d'approximation donné, la dérivation de formulations consistantes n'aboutit pas à un modèle unique, mais à une famille de modèles formellement équivalents (§2.4.3.3). À titre d'illustration, nous comparons ci-dessous les prédictions obtenues avec 3 modèles différents :

- le modèle de Skhadov, décrit par l'équation (2.126), dans lequel seule l'expression des termes d'inertie est consistante (l'expression de la contrainte basale restant identique à celle du modèle de Saint-Venant);
- le modèle complètement consistant no 1 décrit par l'équation (2.157);
- le modèle complètement consistant  $no\ 2$  décrit par l'équation (2.158), qui est mathématiquement équivalent au précédent.

Pour ces trois modèles, l'équation de conservation de la masse est identique. Lorsqu'on cherche des solutions de type ondes progressive, l'identité (4.11) entre vitesse moyenne  $\bar{u}$  et vitesse basale  $u_b$  reste donc valable dans tous les cas. Il est ainsi toujours possible de se ramener à une équation différentielle ordinaire pour la forme de la surface libre  $H(\xi)$ , laquelle peut être résolue analytiquement. Les équations et solutions correspondant à chaque modèle sont récapitulées dans le tableau 4.1. Elles doivent être comparées à celles obtenues précédemment pour le modèle de Saint-Venant (§4.4.1). On remarque en particulier que, en utilisant toujours les variables adimensionnées  $H^*$  et  $\xi^*$ , les termes additionnels apparaissant dans ces nouveaux

Modèle de Skhadov : équation (2.126)

équation d'évolution adimensionnée :

$$\cot \theta \left( 1 + \frac{1}{5} \frac{Fr^2}{H^*} \right) \frac{dH^*}{d\xi^*} = \frac{1}{H^{*2}} - 1 \tag{4.28}$$

solution analytique:

$$\xi^* = \cot \theta \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + H^*}{1 - H^*} \right) - H^* - \frac{1}{10} Fr^2 \ln(1 - H^{*2}) \right]$$
 (4.29)

Modèle consistant no 1 : équation (2.157)

équation d'évolution adimensionnée :

$$\cot \theta \left( 1 + \frac{1}{5} \frac{Fr^2}{H^*} (1 - 3H^{*4}) \right) \frac{dH^*}{d\xi^*} = \frac{1}{H^{*2}} - 1 \tag{4.30}$$

solution analytique:

$$\xi^* = \cot \theta \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + H^*}{1 - H^*} \right) - H^* + \frac{1}{5} F r^2 \ln(1 - H^{*2}) + \frac{3}{10} F r^2 H^{*2} + \frac{3}{20} F r^2 H^{*4} \right]$$
(4.31)

Modèle consistant no 2 : équation (2.158)

équation d'évolution adimensionnée :

$$\cot \theta \left( 1 + \frac{6}{35} \frac{Fr^2}{H^*} \right) \frac{dH^*}{d\xi^*} = \frac{1}{H^{*2}} - 1 \tag{4.32}$$

solution analytique:

$$\xi^* = \cot \theta \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + H^*}{1 - H^*} \right) - H^* - \frac{3}{35} Fr^2 \ln(1 - H^{*2}) \right]$$
 (4.33)

**Table 4.1** Équations différentielles régissant la forme de la surface libre, et solutions analytiques associées, pour les 3 modèles intégrés dans l'épaisseur considérés dans ce paragraphe. On rappelle que ces modèles s'appliquent au cas d'un fluide Newtonien.

modèles sont tous proportionnels au facteur  $Fr^2$ , où le nombre de Froude est défini ici comme :

$$Fr = \frac{u_b}{\sqrt{gH_N\cos\theta}}. (4.34)$$

La figure 4.17 présente les formes de surface libre obtenues avec ces différents modèles pour des valeurs typiques des paramètres  $\theta$  et Fr. L'observation principale est que les termes additionnels présents dans ces modèles influent effectivement sur la forme de la surface libre, les différences avec le modèle de Saint-Venant s'accroissant lorsque le nombre de Froude Fr augmente. De plus, les résultats obtenus diffèrent d'un modèle à l'autre, les épaisseurs calculées pouvant être inférieures ou supérieures à celles prédites par le modèle de Saint-Venant selon les cas et les zones considérées. Qualitativement, l'amplitude de ces différences apparaît compatible avec le désaccord observé entre mesures et modèle de Saint-Venant dans nos expériences. On peut donc penser que la prise en compte de modèles consistants adaptés aux fluides viscoplastiques pourra permettre d'obtenir un meilleur accord avec les données expérimentales. De plus, la confrontation entre données et prédictions sera également susceptible de fournir des critères de sélection entre les différents modèles mathématiquement équivalents  $^6$ .

### 4.5 Bilan

Le dispositif expérimental original que nous avons développé nous a permis d'acquérir des données de grande qualité concernant les caractéristiques hydrauliques (hauteur, vitesse, forme de la surface libre) d'écoulements à surface libre de fluides viscoplastiques. Ces résultats constituent, à notre connaissance, la base de données la plus complète sur ce type d'écoulements. La mesure systématique des propriétés rhéologiques des fluides utilisés, et la caractérisation précise des incertitudes associées, offrent en outre la possibilité de confronter de manière complètement objective ces résultats expérimentaux à des prédictions de modèles.

En régime permanent et uniforme, les prédictions théoriques exactes issues de la loi de Herschel-Bulkley (§2.1.2.1) sont très sensibles aux valeurs des paramètres rhéologiques du fluide. La comparaison avec les données expérimentales nous a donc permis d'évaluer les capacités prédictives de cette loi de comportement qui, en général, ne constitue qu'une idéalisation du comportement rhéologique réel des matériaux. Le premier résultat important est que, pour les deux types de fluides utilisés, les prédictions théoriques permettent de rendre compte de manière très précise de toutes les données obtenues. La loi de Herschel-Bulkley apparaît donc suffisante pour décrire ce type d'écoulements à surface libre, du moins en régime permanent. Toutefois, quantitativement, il est apparu que pour l'un des fluides étudiés (le Carbopol), les paramètres rhéologiques  $\tau_c$  et K déterminés au rhéomètre devaient être augmentés d'environ 10 et 20%, respectivement, pour retrouver les mesures expérimentales. Ceci met en évidence la difficulté de caractériser les propriétés rhéologiques de ce type de fluides complexes par des moyens de rhéométrie conventionnels. En particulier, il est toujours préférable de privilégier,

<sup>6.</sup> On constate en particulier que, dans le cas des modèles considérés ici, le comportement asymptotique au front est qualitativement modifié par rapport au modèle de Saint-Venant (figure 4.17b). Ceci apparaît en contradiction avec ce qui avait été observé sur les données (figure 4.13b). Ce résultat pourrait constituer un argument de sélection des modèles, dans l'hypothèse où il serait effectivement possible de construire des modèles consistants conduisant au même comportement asymptotique que le modèle de Saint-Venant.

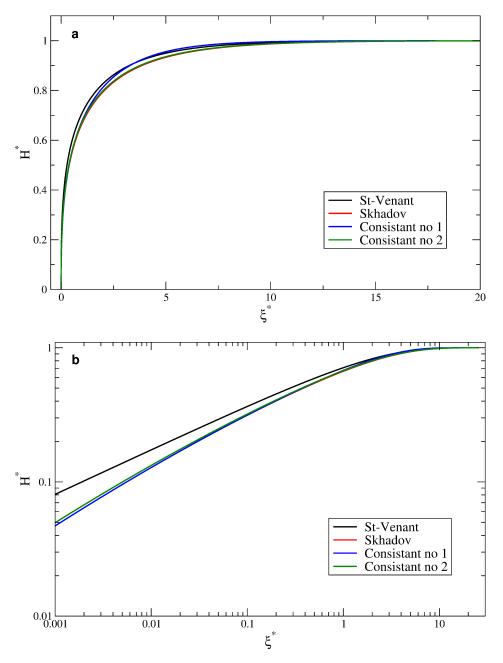


Figure 4.17 Formes de la surface libre prédites, pour un fluide Newtonien, par le modèle de Saint-Venant et les 3 modèles corrigés considérés dans ce paragraphe. Les calculs ont été réalisés avec  $\theta=10^\circ$  et Fr=0.8. (a) Échelles linéaires. (b) Échelles logarithmiques.

si c'est possible, des procédures de caractérisation rhéologique opérant à la même échelle que celle de l'écoulement étudié. Typiquement, le dispositif expérimental de canal à fond mobile que nous avons développé peut ainsi jouer le rôle d'un rhéomètre à grande échelle. La détermination du comportement rhéologique aux petits taux de cisaillement impose toutefois la mise en œuvre de techniques d'investigation locales qui ne sont pas utilisables avec tous les matériaux [Chambon et al., 2014].

Concernant la forme de la surface libre dans la zone du front, les données obtenues ont permis d'illustrer les bonnes performances des modèles hydrauliques de type Saint-Venant. Les prédictions de ces modèles se sont avérées en bon accord avec les mesures, moyennant l'incertitude expérimentale. Notons que, pour cette étude, la recommandation précédente concernant la nécessité de déterminer les paramètres rhéologiques du fluide à l'échelle de l'écoulement a été, de fait, prise en compte via l'adimensionnalisation des données par l'épaisseur de la zone uniforme. Un léger désaccord entre mesures et prédictions a toutefois été noté dans la région située entre le front proprement dit et la zone uniforme. Des tests préliminaires de sensibilité, consistant à modifier empiriquement le modèle de Saint-Venant, ont permis de montrer que ce désaccord était vraisemblablement lié aux hypothèses impliquées dans l'intégration de la loi de comportement viscoplastique, et en particulier aux hypothèses concernant l'évolution de l'épaisseur de la couche plug. L'étude de la forme des coulées, notamment au voisinage du front, semble donc offrir un cadre bien adapté pour éprouver et améliorer les modèles hydrauliques développés pour les fluides complexes. Ceci tient également au fait que ces modèles se réduisent alors à une simple équation différentielle ordinaire pour l'évolution de l'épaisseur, équation dont la résolution est beaucoup plus simple que celle du système initial complet et ne nécessite par de solveur numérique élaboré.

En termes de perspective, nous prévoyons de poursuivre l'exploitation des expériences réalisées dans notre dispositif de canal à fond mobile dans le but de tester et valider les modèles hydrauliques intégrés dans l'épaisseur, en nous intéressant notamment aux modèles consistants développés récemment (chapitre 2). À cette fin, des techniques expérimentales permettant de réduire encore l'incertitude sur les mesures d'épaisseur devront probablement être mises en œuvre. Ces données d'épaisseur pourront aussi être complétées par des mesures du champ de vitesse dans la région frontale, par PIV, avec l'objectif de déterminer directement l'évolution du (pseudo-)plug dans cette région.

Pour clore ce chapitre, nous souhaitons revenir sur l'approche qui a été utilisée pour obtenir les prédictions théoriques concernant la forme du front. Celle-ci est fondée sur la recherche de solutions de type ondes progressives, et pourrait donc sembler très spécifique de notre dispositif expérimental. Il est toutefois possible de montrer que cette approche est en fait très générique, et peut également s'appliquer à des configurations plus classiques de fronts situés en tête de coulées se propageant en régime transitoire. Ce résultat découle de l'équation intégrée de conservation de la masse (2.38) – laquelle, rappelons-le, est exacte et ne dépend pas de l'approximation de couche mince – en effectuant un changement de variable permettant de : (1) se placer dans un référentiel attaché au front, et (2) "zoomer" sur la zone frontale. Suivant Hunt [1994], on définit ainsi l'abscisse rescalée

$$\zeta = \frac{x - x_f}{s},\tag{4.35}$$

où  $x_f(t)$  représente la position instantanée du front et s est un facteur d'échelle qui sera considéré petit. L'équation (2.38) se récrit alors sous la forme suivante :

$$s\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \zeta} h \left( \bar{u} - \frac{dx_f}{dt} \right) = 0, \tag{4.36}$$

ou encore, en considérant la limite  $s \to 0$  et en intégrant par rapport à  $\zeta$ :

$$h\left(\bar{u} - \frac{dx_f}{dt}\right) = \operatorname{cst} = h(\zeta = 0, t) = 0. \tag{4.37}$$

On trouve donc qu'au voisinage du front, la vitesse moyenne est toujours constante spatialement et égale à la vitesse de propagation du front :

$$\bar{u} = \frac{dx_f}{dt}.\tag{4.38}$$

Ce résultat signifie que la région du front se comporte effectivement toujours comme une onde progressive dont la vitesse instantanée est pilotée par l'écoulement en amont [Huang and Garcia, 1998]. Les formes de surface libre mesurées dans notre dispositif, ainsi que les solutions numériques et analytiques développées dans ce chapitre, sont donc également représentatives de fronts qui seraient obtenus avec d'autres types de conditions limites.

# **Chapitre 5**

# Perspectives et travaux futurs

Dans tout ce chapitre, mes publications sont citées en utilisant la nomenclature de la liste des publications et travaux figurant en Annexe B.

Dans ce dernier chapitre, je reviens sur les principales perspectives et voies de recherche émanant de mes travaux. D'une manière générale, les études à mener pour progresser dans la connaissance des processus impliqués dans les phases de déclenchement et de propagation des écoulements gravitaires devront nécessairement, à mon sens, s'appuyer sur deux piliers. D'une part, une caractérisation fine du comportement mécanique complexe des matériaux en jeu est indispensable. Une telle démarche d'investigation rhéométrique nécessite la mise en œuvre et la confrontation d'approches multiples, à la fois expérimentales et numériques, dans des configurations variées et à différentes échelles, afin de pouvoir faire le lien entre microstructure et propriétés macroscopiques. D'autre part, il convient aussi de s'attacher à une meilleure prise en compte des fortes hétérogénéités spatiales et temporelles qui sont généralement associées aux phénomènes gravitaires, que ces hétérogénéités soient "gelées" (cas des propriétés mécaniques d'une pente par exemple) ou au contraire générées dynamiquement et couplées au phénomène lui-même (coexistences de zones solides et fluides, phénomènes de migration des grains,...).

Trois grandes thématiques vont être discutées plus spécifiquement dans ce chapitre. Dans la lignée des chapitres précédents, je commencerai par expliciter les questions ouvertes en lien avec la modélisation des écoulements de fluides viscoplastiques, en revenant d'abord sur la nécessaire validation des modèles intégrés dans l'épaisseur, puis en mentionnant la prise en compte d'effets rhéologiques plus complexes liés à la polydispersité des matériaux. J'évoquerai ensuite la modélisation de la transition solide-fluide, en exploitant les compétences acquises sur la rhéométrie et l'étude des écoulements de fluides à seuil au laboratoire, pour proposer des expériences susceptibles d'apporter un éclairage nouveau sur les processus actifs au voisinage du seuil. Enfin, je terminerai en présentant des travaux en cours concernant la modélisation du déclenchement des avalanches de plaque et l'étude du comportement mécanique des couches de neige fragiles. Parmi les différents chantiers qui vont être cités, certains ont déjà été initiés dans le cadre d'études en cours alors que d'autres en sont encore au stade de projets pour le futur.

## 5.1 Modélisation des écoulements de fluides à seuil

# 5.1.1 Validation expérimentale des modèles intégrés dans l'épaisseur de nouvelle génération

Travaux initiés dans le cadre de la thèse de P. Freydier, actuellement en cours, et dans le cadre de collaborations avec l'Institut de Mathématiques de Toulouse (J.-P. Vila) et le Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (V. Botton).

Cette thématique de recherche découle directement des développements théoriques décrits dans le chapitre 2 et des résultats présentés dans le chapitre 4. Les nouveaux modèles intégrés dans l'épaisseur et consistants qui ont été dérivés pour les fluides de Herschel-Bulkley comportent plusieurs termes supplémentaires par rapport aux modèles de Saint-Venant classiques. Ces termes additionnels proviennent à la fois à des corrections du profil de vitesse dans la zone cisaillée, et de l'influence des contraintes normales dans le plug. En pratique, ces modèles de nouvelle génération n'ont encore jamais été mis en œuvre. Nous nous proposons donc de les tester en les confrontant aux coulées expérimentales générées dans le dispositif de canal à fond mobile. Afin de poursuivre la valorisation de la base de données déjà acquise au laboratoire, une première étude va être entreprise consistant à examiner l'influence des différents termes additionnels sur les formes de fronts prédites. On s'attachera à comparer l'accord avec les données expérimentales fourni par les modèles classiques (voir §4.4.2) et les modèles de nouvelle génération. Comme on l'a souligné, l'intérêt de cette approche est qu'elle ne nécessite pas de solveur numérique élaboré, les modèles hydrauliques se réduisant à une unique équation différentielle ordinaire pour la forme du front.

En parallèle, de nouvelles campagnes expérimentales vont être conduites afin de mesurer les champs de vitesse dans la zone du front et, plus généralement, dans les zones non-uniformes des coulées (par exemple, à l'aplomb de modifications dans la topographie basale). Avec les travaux récents de Andreini et al. [2012], il s'agira des seules données existantes concernant la dynamique interne d'écoulements à surface libre de fluides à seuil. Couplées à la caractérisation rhéométrique fine des matériaux utilisés, ces données permettront de tester directement les hypothèses impliquées dans les modèles concernant la forme des profils de vitesse et la position de l'interface entre zones cisaillées et plug. Indirectement, la mesure de l'évolution du plug permettra aussi de tester la validité des prédictions fournies par la loi de Herschel-Bulkley au voisinage du seuil d'écoulement, notamment en termes de contraintes normales.

À terme, les modèles de nouvelle génération devront ensuite être implantés dans les outils numériques existants afin de pouvoir simuler des écoulements plus complexes. Une comparaison systématique avec le modèle de Saint-Venant classique pourra alors être menée afin de quantifier l'influence des termes additionnels et de décider de leur utilité réelle en contexte opérationnel (rapport entre coût de calcul et grain de précision). Inversement, cette analyse permettra aussi de mieux contraindre les incertitudes associées aux hypothèses utilisées dans le modèle classique.

## 5.1.2 Polydispersité et rôle de la migration

La polydispersité des matériaux naturels intervient dans la formation des hétérogénéités et dans les processus de structurations dynamiques qui caractérisent les écoulements géophysiques [Ancey, 2007; Iverson, 2013] [G3]. Un objectif important est de parvenir à une meilleure prise en compte de cette polydispersité dans les lois de comportement utilisées. Dans un premier temps, et au moins pour certaines classes d'applications, les matériaux considérés peuvent être vus comme des suspensions de grains dans un fluide à seuil. Nous envisageons d'aborder la question du comportement mécanique de ce type de suspensions par deux voies d'étude complémentaires.

D'une part, nous souhaitons utiliser une approche de type rhéologique, à différentes échelles, afin de préciser les limites de l'utilisation de lois de comportement "monophasiques" lorsque la distribution granulométrique de ces suspensions devient complexe. En d'autres termes, on cherchera à examiner si l'utilisation d'une loi viscoplastique effective est à même, ou pas, de décrire le comportement macroscopique de la suspension. Pour ce faire, nous comptons notamment exploiter les capacités rhéométriques du canal à fond mobile, dans lequel des matériaux comportant des particules de tailles millimétriques à centimétriques peuvent être testés. Dans les années à venir, ce type d'analyses devrait également pouvoir se généraliser à l'échelle de matériaux naturels grâce à l'acquisition de données hydrauliques de plus en plus précises sur les écoulements réels. Comme on l'a montré dans une étude récente [A20], de telles données peuvent en effet être exploitées afin d'obtenir directement des estimations des paramètres rhéologiques du matériau (figure 5.1).

D'autre part, nous avons l'ambition d'aborder la question des processus de ségrégation et de migration des grains sous cisaillement. L'étude entreprise sur la dynamique d'une particule isolée (voir §1.2.2) a montré que la rhéologie complexe du fluide interstitiel semblait être à l'origine de mécanismes de migration qui sont absents dans le cas de fluides Newtoniens. On peut toutefois s'interroger sur le rôle joué par l'inertie de la particule dans ces résultats [Matas et al., 2004]. Nous comptons donc poursuivre cette analyse dans des géométries plus simples (rhéomètre) afin d'isoler plus clairement les différents mécanismes en jeu. Dans un deuxième temps, nous nous intéresserons aux processus de migration collectifs dans les suspensions concentrées, en examinant si les lois qui ont été mises en évidence dans les suspensions Newtoniennes [Leighton and Acrivos, 1987; Boyer et al., 2011] peuvent être étendues au cas de fluides interstitiels non-Newtoniens. Des techniques expérimentales permettant d'accéder à la concentration locale et à la microstructure des écoulements, de type IRM [Ovarlez et al., 2006] ou adaptation d'indice optique [Blanc et al., 2011; Wiederseiner et al., 2011], devront être mises en œuvre. Ceci impliquera de relever d'importants défis techniques dans la conception de matériaux modèles afin de parvenir à contrôler simultanément de multiples propriétés de ces fluides (densité, propriétés mécaniques, propriétés optiques).

Enfin, à terme, l'extension des modèles shallow-water pour y intégrer ces effets de migration constitue également un objectif important dans la perspective de simuler la propagation de coulées naturelles. La prise en compte de ces processus, qui sont essentiellement pilotés par des gradients "verticaux", dans des modèles visant justement à éliminer la structure verticale de l'écoulement, peut apparaître comme une gageure. Des pistes existent, par le biais notamment de modélisations multi-couches ou de techniques de reconstruction locale du champ de

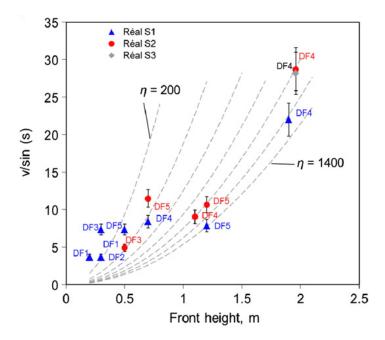


Figure 5.1 Relation entre la vitesse (divisée ici par le sinus de la pente) et l'épaisseur de différents fronts de laves torrentielles (torrent du Réal, Alpes-Maritimes). Les différents symboles correspondent à des épisodes de crues différents. Les courbes en pointillés fournissent des estimations de la viscosité apparente du matériau en Pa.s (courbes établies en supposant un écoulement en régime permanent uniforme). Figure adaptée de [A20].

vitesse complet [Gray and Ancey, 2009], et devront être explorées en détail.

## 5.2 Transition solide-fluide dans les matériaux à seuil

#### 5.2.1 Suivi expérimental de la transition

Travaux initiés dans le cadre des post-docs de L.-H. Luu et Y. Jiang, actuellement en cours, et dans le cadre de collaborations avec Irstea-Aix en Provence (P. Philippe) et le laboratoire 3SR (F. Dufour).

Tant du point de vue fondamental que des applications géophysiques, le développement de modèles numériques permettant de simuler, dans un cadre unique, la transition solide-fluide dans les géomatériaux constitue un objectif majeur. Numériquement, ceci pose généralement des difficultés importantes liées à la gestion du maillage et des grandes déformations. Toutefois, des développements récents, reposant notamment sur la méthode FEMLIP (éléments finis à points d'intégration Lagrangiens) ou la méthode SPH, ont permis d'aboutir à des outils capables de gérer à la fois les régimes de déformation quasi-statiques et l'écoulement de matériaux à seuil [Prime et al., 2014]. La poursuite de ces développements se heurte à présent à la méconnaissance du comportement rhéologique des matériaux au voisinage de la transition, et à l'absence de loi de comportement permettant de décrire les régimes solide et fluide de manière unifiée. Dans le cas particulier de certains fluides viscoplastiques non thixotropes,

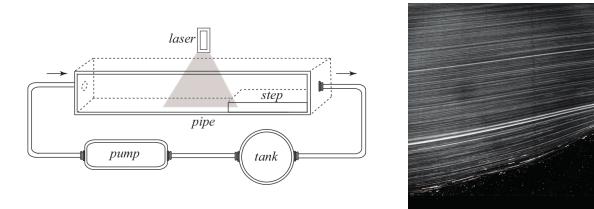


Figure 5.2 Interaction entre un écoulement de fluide à seuil dans une cellule hydraulique et un obstacle (marche) : schéma du dispositif expérimental et visualisation de l'écoulement à l'aplomb de la zone morte (photo en pause longue; l'obstacle se situe à la droite de l'image). Sur la photo, on distingue bien la région de transition entre la zone morte (en bas) et l'écoulement de type Poiseuille (en haut). Figure adaptée de [S6].

il semble néanmoins possible d'obtenir une description rhéologique relativement réaliste de ces deux régimes grâce à des lois de comportement élasto-visco-plastiques généralisées [Saramito, 2007]. Pour ces matériaux, un modèle complet de transition solide-fluide peut donc être développé. Nous nous proposons de tester la validité et les capacités prédictives de telles approches en les confrontant à des données expérimentales. Du fait de la quasi-absence, dans la littérature, d'études expérimentales fines concernant le suivi de la transition solide-fluide pour des configurations autres que rhéométriques, nous nous sommes engagés dans un programme d'expériences reposant sur deux dispositifs complémentaires.

La première expérience consistera à placer un volume donné de matériau viscoplastique transparent (carbopol) dans un canal dont l'angle sera augmenté progressivement jusqu'à initier l'écoulement. La forme globale du volume déposé sera suivie au cours de l'expérience, ainsi que les champs de déformation et de vitesse à l'intérieur de l'échantillon (par PIV). On pourra ainsi observer avec précision l'initiation et la dynamique de la fluidification. En parallèle, ces expériences seront simulées par la méthode FEMLIP en utilisant une loi de comportement élasto-visco-plastique a priori bien adaptée au cas du matériau utilisée. La richesse des données expérimentales acquises permettra de tester en détail les prédictions du modèle. En particulier, on pourra examiner la validité de la loi de comportement utilisée dans une configuration d'écoulement non-viscosimétrique et, si nécessaire, proposer des modifications. À terme, cette expérience sera ensuite utilisée avec d'autres types de géomatériaux et, par combinaison avec la modélisation, constituera un rhéomètre complexe spécialement adapté à la caractérisation du comportement mécanique au voisinage de la transition solide-fluide.

La deuxième expérience est dédiée plus spécifiquement à l'étude de la coexistence entre une zone en écoulement et une zone quasi-statique. Des premiers travaux ont déjà été menés dans lesquels cette situation de coexistence est générée par l'interaction entre un écoulement en conduite de type Poiseuille et un obstacle [S6]. Il se crée alors une zone "morte", quasi-immobile, en amont de l'obstacle. Dans la suite, l'étude va se concentrer sur le voisinage de l'interface entre cette zone morte et l'écoulement (figure 5.2). Là encore, l'utilisation d'un

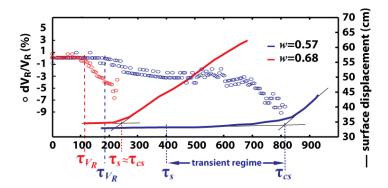


Figure 5.3 Variations relatives de la vitesse des ondes de Rayleigh  $V_R$  (symboles), directement corrélées au module élastique de cisaillement, et déplacements de surface (lignes pleines) lors de l'inclinaison progressive d'une masse d'argile sur une pente, pour deux valeurs de la teneur en eau w. L'axe des abscisses représente la contrainte de cisaillement exercée sur le matériau, calculée à partir de l'angle de la pente. On remarque que la vitesse des ondes de surface commence à décroître avant le début de mouvement. Figure extraite de [S2].

fluide transparent et la PIV nous permettront d'avoir accès aux profils de vitesse dans cette région. Dans un premier temps, nous souhaitons examiner si la loi de Herschel-Bulkley classique, qui décrit très bien l'écoulement dans la zone Poiseuille loin de l'interface [S6], permet également de rendre compte des profils de vitesse dans la région de transition. Des confrontations avec des modèles relativement simples, fondés sur une hypothèse de type ondes longues et supposant une interface rigide, seront menées. Dans un deuxième temps, le rôle spécifique joué par le comportement de la zone morte sera examiné via des modèles plus élaborés intégrant une rhéologie élasto-visco-plastique.

#### 5.2.2 Recherche d'indicateurs microstructuraux

Travaux initiés dans le cadre de la thèse de S. Carrière, actuellement en cours, et dans le cadre d'une collaboration avec l'Institut des Sciences de la Terre de Grenoble (D. Jongmans).

À la suite des travaux au rhéomètre et sur plan incliné qui ont permis de mettre en évidence une chute significative du module élastique de cisaillement lors de la transition solide-fluide dans les matériaux argileux (voir §1.2.1), nous souhaitons continuer la recherche d'indicateurs indirects permettant de suivre cette transition. Outre leur intérêt en tant que proxys géophysiques pour le monitoring des glissements de terrain, ces indicateurs sont également riches d'informations sur le plan mécanique en ce qu'ils permettent de sonder l'évolution de la microstructure du matériau lors de la transition. À court terme, nous prévoyons de nous intéresser plus particulièrement au cas de la conductivité électrique. Des outils rhéométriques spécifiques sont en cours de développement afin de pouvoir suivre l'évolution de cette quantité lors d'essais de fluage, et ainsi d'examiner si elle susceptible de montrer des variations lors de la fluidification du matériau sous contrainte. Nous nous intéresserons également à la dynamique propre de ces différents indicateurs (module élastique, conductivité) à l'approche du seuil. En effet, des travaux préliminaires sur plan incliné ont révélé l'existence de variations anticipées

du module élastique par rapport à l'occurrence de la fluidification [S2] (figure 5.3). Ces variations pourraient être associées à des signaux précurseurs détectables sur le terrain. Nous souhaitons confirmer l'existence de ces effets par des essais plus systématiques au rhéomètre, et tenter de les relier aux temps de réponse caractéristiques de la microstructure.

# 5.3 Modélisation du déclenchement des avalanches de plaque

### 5.3.1 Évaluation de l'aire des zones de départ et de la stabilité des pentes

Travaux initiés dans le cadre d'une collaboration avec l'institut SLF de Davos (J. Gaume, J. Schweizer).

Le modèle mécanique-statistique de déclenchement d'avalanches développé dans le cadre de la thèse de J. Gaume (voir §1.2.1) a ouvert de nombreuses pistes d'investigation prometteuses. En effet, outre les distributions d'épaisseur de départ [A14], ce modèle est à même de fournir plusieurs types de prédictions très utiles en contexte opérationnel. Rappelons que son originalité principale réside dans la prise en compte rigoureuse du couplage entre l'hétérogénéité des propriétés mécaniques de la couche fragile et l'élasticité de la plaque sus-jacente. Ce couplage se traduit notamment par un effet de lissage de l'hétérogénéité dépendant de l'épaisseur de la plaque. À ce jour, deux études ont été initiées et sont en cours.

Premièrement, en complétant le modèle par un critère de rupture en traction pour la plaque, il est possible d'obtenir des distributions de taille des zones de départ. Pour l'instant, l'étude s'est concentrée sur la position de la rupture dans la plaque, en distinguant deux régimes : (1) un régime où la rupture se produit à l'intérieur de la pente et est gouvernée par l'hétérogénéité de la couche fragile, et (2) un régime où la rupture se produit au sommet de la pente, au niveau des conditions limites [S7]. La proportion relative de ces deux modes de rupture est essentiellement influencée par les propriétés de la plaque (module d'Young et résistance en traction). On observe ainsi que les plaques rigides et cohésives conduisent principalement à des ruptures totales de la pente. Replacé dans un contexte naturel, ce résultat implique que la superficie de départ des grandes avalanches est essentiellement contrôlée par les caractéristiques du terrain (ruptures de pente, points d'ancrage), et est donc a priori prédictible à partir d'une analyse géomorphologique (figure 5.4).

Deuxièmement, la stabilité globale d'une pente, c'est-à-dire la probabilité de déclenchement d'une avalanche pour une épaisseur de neige donnée, peut également être calculée à partir du modèle [S5]. Il s'agit d'un indicateur essentiel pour la prévision à court terme du risque d'avalanche. Les premiers résultats obtenus mettent en évidence un effet de knock-down de l'hétérogénéité sur la stabilité. La probabilité de déclenchement augmente ainsi significativement avec l'amplitude de l'hétérogénéité. De même, une augmentation du rapport entre la longueur de corrélation de l'hétérogénéité et la longueur caractéristique de lissage tend également à diminuer la stabilité. Ces résultats peuvent être confrontés aux nombreuses mesures de terrain existantes concernant la longueur critique de rupture de la couche fragile (longueur de rupture nécessaire pour initier le déclenchement de l'instabilité). Les variations de cette longueur critique sont en effet directement liées à la stabilité globale de la pente considérée. Les comparaisons menées jusqu'à présent montrent un accord relativement satisfaisant entre

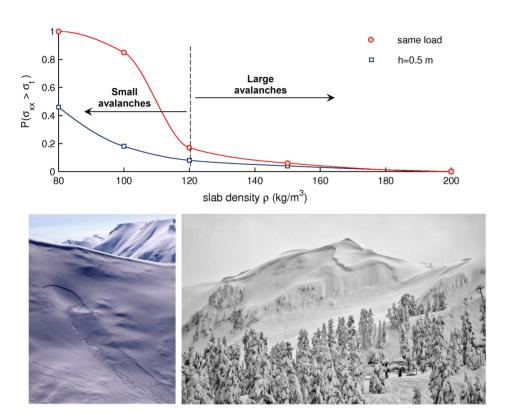


Figure 5.4 Probabilité de rupture en traction à l'intérieur de la pente P en fonction de la masse volumique de la plaque  $\rho$ . Les calculs prennent en compte une augmentation du module d'Young et de la résistance en traction de la plaque avec la masse volumique. Les deux courbes représentent des conditions de chargement différentes, et montrent que plus la plaque est dense et "dure", plus l'avalanche a tendance à impliquer l'intégralité de la pente. Les deux photos illustrent ce résultat : à gauche une plaque "molle" et peu épaisse de petites dimensions ; à droite une plaque dure et plus épaisse impliquant toute la pente. Figure extraite de [S7].

données et modèle, compte-tenu des nombreuses incertitudes de mesure (figure 5.5). Ceci constitue une validation prometteuse du modèle, et ouvre également des perspectives intéressantes pour l'estimation des caractéristiques de l'hétérogénéité mécanique sur le terrain.

### 5.3.2 Microstructure et comportement mécanique des couches de neige fragiles

Travaux initiés dans le cadre de la thèse de P. Hagenmuller et du post-doc d'E. Podolskiy, actuellement en cours, et dans le cadre de collaborations avec le Centre d'Étude de la Neige (S. Morin, F. Flin), l'Institut Polytechnique de Turin (M. Barbero, B. Chiaia) et le laboratoire 3SR (C. Viggiani, J. Desrues).

En dépit de ses résultats très prometteurs, le modèle de déclenchement d'avalanches mentionné ci-dessus repose sur un ingrédient relativement mal connu, à savoir la loi de comportement de la couche fragile. Celle-ci est prise en compte dans la formulation éléments finis

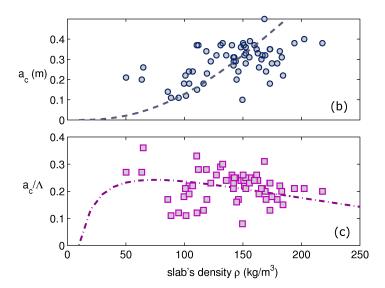


Figure 5.5 Évolution de la longueur critique de rupture dans la couche fragile  $a_c$ , brute ou normalisée par la longueur de lissage élastique  $\Lambda$ , en fonction de la masse volumique de la plaque  $\rho$ : mesures de terrain (symboles) et prédictions du modèles (courbes). Le modèle prend en compte une augmentation du module d'Young et de la résistance en traction de la plaque avec la masse volumique. Figure extraite de [S5].

(FEM) sous forme d'une loi d'interface reliant contraintes et déplacements relatifs. Le modèle suppose un comportement de type quasi-fragile. Nos travaux antérieurs ont montré que les rares données expérimentales existantes tendaient à accréditer un critère de rupture de type Mohr-Coulomb (voir §1.2.1), mais ce résultat doit être confirmé. Par ailleurs, il n'existe quasiment aucune donnée sur les caractéristiques de la phase d'adoucissement post-pic. Enfin, une dernière question en suspens concerne le couplage entre déformations cisaillantes et normales à la rupture, sachant qu'un éventuel effondrement de la couche fragile peut jouer un rôle significatif sur le déclenchement des instabilités [Heierli et al., 2008].

Sur le terrain, les couches fragiles sont généralement minces et constituées d'assemblages de grains de neige relativement lâches et peu cohésifs [Schweizer et al., 2003]. Il est très difficile de soumettre de tels matériaux à des essais mécaniques bien contrôlés [Reiweger and Schweizer, 2010, 2013]. Toutefois, grâce aux avancées récentes en microtomographie par rayons X et à des techniques d'imprégnation, il est aujourd'hui possible d'accéder directement à la microstructure de ces couches en 3 dimensions et à très haute résolution (de l'ordre de quelques microns) [A19]. Il devient dès lors possible d'utiliser cette information microstructurale comme donnée d'entrée de modèles mécaniques, et d'étudier le comportement d'échantillons "réels" par le biais d'expériences numériques. Du fait de la complexité de la structure et des réarrangements massifs qu'elle est susceptible de subir sous chargement, la méthode des éléments discrets (DEM) apparaît comme la plus adaptée. Toutefois, un préalable indispensable consiste alors à prédéfinir les "grains" de neige en identifiant les zones de rupture préférentielles dans la matrice de glace. Un algorithme de segmentation novateur, permettant de simplifier une microstructure de neige en un matériau granulaire, a été développé dans ce but. Il a été éprouvé par comparaison avec des simulations éléments finis en régime élastique qui révèlent les zones de concentration de contraintes dans la structure [A23] (figure 5.6).

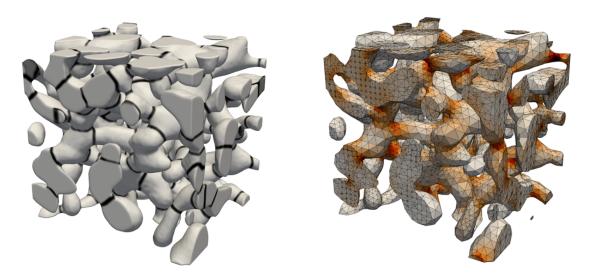


Figure 5.6 Segmentation en grains d'une microstructure de neige (gauche), et comparaison avec les zones de concentrations préférentielles des contraintes révélées par des simulations éléments finis en tension (droite). Figure adaptée de [A23].

L'implantation de ce type de microstructures dans un modèle éléments discrets cohésifs est actuellement en cours. Dans la suite, deux voies sont envisagées pour l'exploitation des résultats. D'une part, des campagnes d'expériences numériques systématiques vont être entreprises sur différents types de couches fragiles et en considérant différentes conditions de chargement. Ceci devrait permettre de formaliser des lois de comportement représentatives, que ce soit sous forme de véritables lois tensorielles 3D ou de lois d'interface effectives aptes à être intégrées dans les modélisations FEM à l'échelle de la pente. Toutefois, cette approche impliquera vraisemblablement une simplification forte des comportements observés, et une prise en compte au mieux partielle de la variabilité associée à la réponse mécanique de tels assemblages granulaires très lâches. Une voie alternative, que nous souhaitons également explorer, pourrait alors consister à développer des modèles hybrides FEM-DEM. Dans ces modèles, la loi de comportement de la couche fragile n'est pas spécifiée explicitement, mais résulte de la résolution d'un problème éléments discrets à chaque point de Gauss du maillage éléments finis [Nitka et al., 2011]. Ce type d'approche, très novateur, paraît bien adapté au caractère intrinsèquement multi-échelles du problème abordé. Pour conserver des temps de calcul raisonnables, il sera toutefois certainement nécessaire d'identifier au préalable un petit nombre de microstructures génériques "caractéristiques" des couches fragiles.

En parallèle, l'objectif d'arriver à réaliser des expériences physiques sur des couches de neige fragiles ne doit pas être abandonné. De telles données expérimentales resteront indispensables pour pouvoir valider et calibrer les simulations numériques. Nous nous sommes ainsi engagés dans le développement d'une cellule de cisaillement spécifique conçue pour permettre de tester ces couches in-situ, sans nécessité de les prélever ni de les remanier (figure 5.7). Des premiers essais réalisés en chambre froide sur des interfaces [S3] et des couches fragiles synthétiques ont permis de valider le concept de l'instrument.

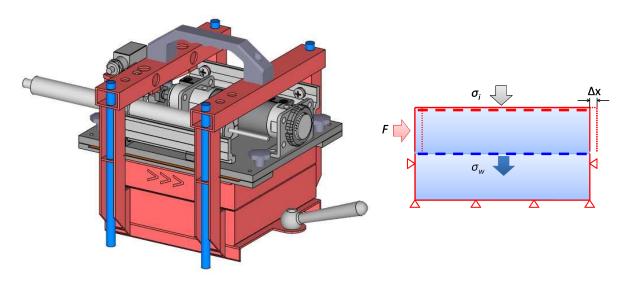


Figure 5.7 Boite de cisaillement conçue pour tester le comportement mécanique des couches fragiles. Le dispositif peut être inséré "verticalement" dans le manteau neigeux de telle sorte que la couche fragile soit placée entre les deux casiers rouges mobiles l'un par rapport à l'autre. La couche fragile est ensuite sollicitée à contraintes normales et cisaillantes contrôlées. Figure adaptée de [S3].

# Références

- Ancey, C., *Dynamique des Avalanches*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2006.
- Ancey, C., Plasticity and geophysical flows: A review, J. Non-Newton. Fluid, 142, 4–35, 2007.
- Ancey, C., and S. Cochard, The dam-break problem for herschel-bulkley viscoplastic fluids down steep flumes, *J. Non-Newton. Fluid*, 158(1-3), 18–35, 2009.
- Ancey, C., N. Andreini, and G. Epely-Chauvin, Viscoplastic dambreak waves: Review of simple computational approaches and comparison with experiments, *Adv. Water Res.*, 48, 79–91, 2012.
- Andreini, N., G. Epely-Chauvin, and C. Ancey, Internal dynamics of Newtonian and visco-plastic fluid avalanches down a sloping bed, *Phys. Fluids*, 24, 053101, 2012.
- Andreotti, B., Y. Forterre, and O. Pouliquen, Les Milieux Granulaires: Entre Fluide et Solide, EDP Sciences, 2011.
- Balmforth, N. J., and R. V. Craster, A consistent thin-layer theory for Bingham plastics, J. Non-Newton. Fluid, 84, 65–81, 1999.
- Balmforth, N. J., and J. J. Liu, Roll waves in mud, J. Fluid Mech., 519, 33-54, 2004.
- Balmforth, N. J., R. V. Craster, A. C. Rust, and R. Sassi, Viscoplastic flow over an inclined surface, J. Non-Newton. Fluid, 139(1-2), 103–127, 2006.
- Balmforth, N. J., I. A. Frigaard, and G. Ovarlez, Yielding to stress: Recent developments in viscoplastic fluid mechanics, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 46, 121–146, 2014.
- Barbolini, M., U. Gruber, C. J. Keylock, M. Naaim, and F. Savi, Application of statistical and hydraulic-continuum dense-snow avalanche models to five real european sites, *Cold. Reg. Sci. Technol.*, 31(2), 133–149, 2000.
- Bardou, E., C. Ancey, C. Bonnard, and L. Vulliet, A typological approach of debris flow useful for hazard assessment in the alpine area, in *Third International Conference on Debris-flow Hazards Mitigation, Mechanics, Prediction and Assessment*, edited by D. Rickenmann and C. Cheng-lun, pp. 799–808, Millpress, Rotterdam, 2003.
- Blanc, F., F. Peters, and E. Lemaire, Particle Image Velocimetry in concentrated suspensions: Application to local rheometry, *Appl. Rheol.*, 21, 23,735, 2011.

- Bossard, F., M. Moan, and T. Aubry, Linear and nonlinear viscoelastic behavior of very concentrated plate-like kaolin suspensions, *J. Rheol.*, 51(6), 1253–1270, 2007.
- Boyer, F., O. Pouliquen, and E. Guazzelli, Dense suspensions in rotating-rod flows: normal stresses and particle migration, *J. Fluid Mech.*, 686, 5–25, 2011.
- Chambon, G., and D. Laigle, Les laves torrentielles, in *Torrents et Rivières de Montagne*. *Dynamique et Aménagement*, edited by A. Recking, D. Richard, and G. Degoutte, pp. 200–266, Editions QUAE, 2013.
- Chambon, G., and M. Naaim, Scaling relationships for constant-volume snow avalanches, *Ann. Glaciol.*, 51, 129–138, 2010.
- Chambon, G., A. Ghemmour, and D. Laigle, Gravity-driven surges of a viscoplastic fluid: An experimental study, *J. Non-Newton. Fluid*, 158, 54–62, 2009.
- Chambon, G., R. Bouvarel, D. Laigle, and M. Naaim, Numerical simulations of granular free-surface flows using smoothed particle hydrodynamics, *J. Non-Newton. Fluid*, 166, 698–712, 2011.
- Chambon, G., A. Ghemmour, and M. Naaim, Experimental investigation of viscoplastic free-surface flows in steady uniform regime, *J. Fluid Mech.*, 754, 332–364, 2014.
- Chanson, H., S. Jarny, and P. Coussot, Dam break wave of thixotropic fluid, *J. Hydraul. Eng.*, 132(3), 280–293, 2006.
- Chauchat, J., and M. Médale, A three-dimensional numerical model for dense granular flows based on the  $\mu(i)$  rheology, J. Comput. Phys., 256, 696–712, 2014.
- Chen, C.-L., Free-surface stability criterion as affected by velocity distribution, *J. Hydraul. Eng.*, 121(10), 736–743, 1995.
- Cochard, S., and C. Ancey, Experimental investigation of the spreading of viscoplastic fluids on inclined planes, *J. Non-Newton. Fluid*, 158(1-3), 73–84, 2009.
- Coussot, P., Steady, laminar, flow of concentrated mud suspensions in open channel, *J. Hydraul. Res.*, 32(4), 535–559, 1994.
- Coussot, P., Structural similarity and transition from Newtonian to Non-Newtonian behavior for clay-water suspensions, *Phys. Rev. Lett.*, 74 (20), 3971–3974, 1995.
- Coussot, P., Rheometry of pastes, suspensions, and granular materials. Applications in industry and environment, Wiley-Interscience, 2005.
- Coussot, P., Yield stress fluid flow: A review of experimental data, *J. Non-Newton. Fluid*, 211, 31–49, 2014.
- Coussot, P., and S. Proust, Slow, unconfined spreading of a mudflow, J. Geophys. Res., 101(B11), 25,217–25,229, 1996.

- Coussot, P., Q. D. Nguyen, H. T. Huynh, and D. Bonn, Viscosity bifurcation in thixotropic, vielding fluids, J. Rheol., 46(3), 573–589, 2002a.
- Coussot, P., J. S. Raynaud, F. Bertrand, P. Moucheront, J. P. Guilbaud, H. T. Huynh, S. Jarny, and D. Lesueur, Coexistence of liquid and solid phases in flowing soft-glassy materials, *Phys. Rev. Lett.*, 88(21), 218301, 2002b.
- Coussot, P., L. Tocquer, C. Lanos, and G. Ovarlez, Macroscopic vs. local rheology of yield stress fluids, *J. Non-Newton. Fluid*, 158(1-3), 85–90, 2009.
- Davies, T. R. H., Debris flow surges A laboratory investigation, *Mitt. d. Versuchsanstalt f. Wasserbau*, *Hydrologie u. Glaziologie*, *ETHZ*, 96, 1–122, 1988.
- Dresner, L., Applications of Lie's Theory of Ordinary and Partial Differential Equations, IOP Publishing, 1999.
- Fernandez-Nieto, E. D., P. Noble, and J. P. Vila, Shallow Water equations for Non-Newtonian fluids, *J. Non-Newton. Fluid*, 165 (13-14), 712–732, 2010.
- Ferrari, A., M. Dumbser, E. F. Toro, and A. Armanini, A new 3D parallel SPH scheme for free surface flows, *Comput. Fluids*, 38(6), 1203–1217, 2009.
- Forterre, Y., and O. Pouliquen, Flows of dense granular media, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 40, 1–24, 2008.
- Frigaard, I., and C. Nouar, On the usage of viscosity regularisation methods for visco-plastic fluid flow computation, *J. Non-Newton. Fluid*, 127(1), 1–26, 2005.
- Gaume, J., G. Chambon, and M. Naaim, Quasistatic to inertial transition in granular materials and the role of fluctuations, *Phys. Rev. E*, 84, 051304, 2011.
- Geraud, B., L. Bocquet, and C. Barentin, Confined flows of a polymer microgel, Eur. Phys. J. E, 36(3), 30, 2013.
- Godunov, S. K., Finite difference method for numerical computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics (in russian), *Mat. Sb.*, 47, 251–306, 1959.
- Gomez-Gesteira, M., B. D. Rogers, R. A. Dalrymple, and A. J. C. Crespo, State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows, *J. Hydraul. Res.*, 48 (Extra Issue), 6–27, 2010.
- Goyon, J., A. Colin, G. Ovarlez, A. Adjari, and L. Bocquet, Spatial cooperativity in soft glassy flows, *Nature*, 454, 84–87, 2008.
- Gratton, J., and C. Vigo, Self-similar gravity currents with variable inflow revisited: plane currents., J. Fluid Mech., 258, 77–104, 1994.
- Gray, J. M. N. T., and C. Ancey, Segregation, recirculation and deposition of coarse particles near two-dimensional avalanche fronts, *J. Fluid Mech.*, 629, 387–423, 2009.
- Gray, J. M. N. T., M. Wieland, and K. Hutter, Gravity-driven free surface flow of granular avalanches over complex basal topography, *Phil. Trans. R. S. A*, 455, 1841–1874, 1999.

- Grundy, R. E., and J. W. Rottmann, The approach to self-similarity of the solutions of the shallow water equations representing gravity current releases, *J. Fluid Mech.*, 156, 39–53, 1985.
- Heierli, J., P. Gumbsch, and M. Zaiser, Anticrack nucleation as triggering mechanism for snow slab avalanches, *Science*, 321, 240–243, 2008.
- Helmstetter, A., D. Sornette, J.-R. Grasso, J. V. Andersen, G. S., and V. Pisarenko, Slider block friction model for landslides: Application to Vaiont and La Clapière landslides, J. Geophys. Res., 109, B02409, 2004.
- Hogg, A. J., and D. Pritchard, The effects of hydraulic resistance on dam-break and other shallow inertial flows, *J. Fluid Mech.*, 501, 179–212, 2004.
- Huang, X., and M. H. Garcia, A Herschel-Bulkley model for mud flow down a slope, *J. Fluid Mech.*, 374, 305–333, 1998.
- Hunt, B., Newtonian fluid mechanics treatment of debris flows and avalanches, J. Hydraul. Eng., 120 (12), 1350–1363, 1994.
- Huynh, H. T., N. Roussel, and P. Coussot, Aging and free surface flow of a thixotropic fluid, *Phys. Fluids*, 17, 033101, 2005.
- Iverson, R. M., Debris-flow mechanics, in *Debris-flow hazards and related phenomena*, edited by M. Jakob and O. Hungr, pp. 105–134, Springer, Berlin Heidelberg, 2005.
- Iverson, R. M., Mechanics of debris flows and avalanches, in *Handbook and Environmental Fluid Dynamics*, edited by H. J. S. Fernando, pp. 573–587, CRC Press / Taylor and Francis, 2013.
- Jogun, S. M., and C. F. Zukoski, Rheology and microstructure of dense suspensions of plate-shaped colloidal particles, *J. Rheol.*, 43(4), 847–871, 1999.
- Jop, P., Y. Forterre, and O. Pouliquen, A constitutive law for dense granular flows, *Nature*, 441, 727–730, 2006.
- Kaitna, R., and D. Rickenmann, A new experimental facility for laboratory debris flow investigation, J. Hydraul. Res., 45(6), 797–810, 2006.
- Kaitna, R., W. E. Dietrich, and L. Hsu, Surface slopes, velocity profiles and fluid pressure in coarse-grained debris flows saturated with water and mud, *J. Fluid Mech.*, 741, 337–403, 2014.
- Lachamp, P., Modélisation numérique de l'effet d'un obstacle sur les écoulements de fluides à seuil par le méthode SPH, Ph.D. thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, in french, 2003.
- Lagrée, P.-Y., L. Staron, and S. Popinet, The granular column collapse as a continuum : validity of a two-dimensional navier-stokes model with a  $\mu(i)$ -rheology, J. Fluid Mech., 686, 378–408, 2011.

- Laigle, D., P. Lachamp, and M. Naaim, SPH-based numerical investigation of mudflow and other complex fluid flow interactions with structures, *Computat. Geosci.*, 11(4), 297–306, 2007.
- Leighton, D., and A. Acrivos, The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions, *J. Fluid Mech.*, 181, 415–439, 1987.
- LeVeque, R. J., Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.
- Liu, G. R., and M. B. Liu, Smoothed Particle Hydrodynamics A Meshfree Particle Method, World Scientific Publishing Company, 2003.
- Luu, L. H., and Y. Forterre, Drop impact of yield-stress fluids, *J. Fluid Mech.*, 632, 301–327, 2009.
- Mahaut, F., X. Chateau, P. Coussot, and G. Ovarlez, Yield stress and elastic modulus of suspensions of noncolloidal particles in yield stress fluids, *J. Rheol.*, *52*, 287–313, 2008.
- Matas, J., J. F. Morris, and E. Guazzelli, Lateral forces on a sphere, Oil & Gas Science and Technology Rev. IFP, 59(1), 59–70, 2004.
- McClung, D. M., Shear fracture precipitated by strain softening as a mechanism of dry slab avalanche release, J. Geophys. Res., 84 (B7), 3519–3525, 1979.
- MiDi, G. D. R., On dense granular flows, Eur. Phys. J. E, 14(4), 341–365, 2004.
- Monaghan, J. J., Smoothed particle hydrodynamics, Annu. Rev. Astron. Astrophys., 30, 543–574, 1992.
- Morris, J. P., P. J. Fox, and Y. Zhu, Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH, *J. Comput. Phys.*, 136, 214–226, 1997.
- Naaim, M., T. Faug, F. Naaim, and N. Eckert, Return period calculation and passive structure design at the Taconnaz avalanche path, France, Ann. Glaciol., 51(54), 89–97, 2010.
- Naaim, M., Y. Durand, N. Eckert, and G. Chambon, Dense avalanche friction coefficients: influence of physical properties of snow, *J. Glaciol.*, 59, 771–782, 2013.
- Nedderman, R. M., U. Tüzün, S. B. Savage, and G. T. Houlsby, The flow of granular materials I Discharge rates from hoppers, *Chem. Eng. Sci.*, 37(11), 1597–1609, 1982.
- Nitka, M., G. Combe, C. Dascalu, and J. Desrues, Two-scale modeling of granular materials: a DEM-FEM approach, *Gran. Matter*, 13, 277–281, 2011.
- Noble, P., and J. P. Vila, Thin power-law film flow down an inclined plane: consistent shallow-water models and stability under large-scale perturbations, *J. Fluid Mech.*, 735, 29–60, 2013.
- Oppong, F. K., and J. R. de Bruyn, Microrheology and jamming in a yield stress fluid, *Rheol. Acta*, 50, 317–326, 2011.

- Ovarlez, G., F. Bertrand, and S. Rodts, Local determination of the constitutive law of a dense suspension of noncolloidal particles through MRI, J. Rheol., 50, 259–292, 2006.
- Ovarlez, G., S. Cohen-Addad, K. Krishan, J. Goyon, and P. Coussot, On the existence of a simple yield stress fluid behavior, *J. Non-Newton. Fluid*, 193, 68–79, 2012.
- Pailha, M., and O. Pouliquen, A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches, *J. Fluid Mech.*, 633, 115–135, 2009.
- Pastor, M., M. Quecedo, E. Gonzalez, M. I. Herreros, J. A. Fernandez Merodo, and P. Mira, Simple approximation to bottom friction for Bingham fluid depth integrated models, J. Hydraul. Eng., 130(2), 149–155, 2004.
- Piau, J. M., Flow of a yield stress fluid in a long domain. Application to flow on an inclined plane, J. Rheol., 40(4), 711-723, 1996.
- Piau, J.-M., Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges. Meso- and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws, *J. Non-Newton. Fluid*, 144, 1–29, 2007.
- Podolskiy, E. A., K. Nishimura, O. Abe, and P. A. Chernous, Earthquake-induced snow avalanches: II. Experimental study, *J. Glaciol.*, 56(197), 447–458, 2010.
- Pouliquen, O., Scaling laws in granular flows down rough inclined planes, *Phys. Fluids*, 11(3), 542–548, 1999a.
- Pouliquen, O., On the shape of granular fronts down rough inclined planes, *Phys. Fluids*, 11(7), 1956–1958, 1999b.
- Pouliquen, O., and Y. Forterre, A non-local rheology for dense granular flows, *Phil. Trans. R. S. A*, 367, 5091–5107, 2009.
- Pouliquen, O., C. Cassar, P. Jop, Y. Forterre, and M. Nicolas, Flow of dense granular material: towards simple constitutive laws, *J. Stat. Mech.-Theory E.*, P07020, 2006.
- Prime, N., F. Dufour, and F. Darve, Modeling of landslides with a Finite Element Method with Lagrangian Integration Points, in *Proceedings of the 2nd International Symposium on Computational Geomechanics COMGEO II*, pp. 354–363, Dubrovnik, Croatia, 2011.
- Prime, N., F. Dufour, and F. Darve, Solid-fluid transition modelling in geomaterials and application to a mudflow interacting with an obstacle, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, in press, 2014.
- Putz, A. M. V., and T. I. Burghelea, The solid-fluid transition in a yield stress shear thinning physical gel, *Rheol. Acta*, 48, 673–689, 2009.
- Reiweger, I., and J. Schweizer, Failure of a layer of buried surface hoar, *Geophys. Res. Lett.*, 37, L24501, 2010.
- Reiweger, I., and J. Schweizer, Weak layer fracture: facets and depth hoar, *The Cryosphere*, 7, 1447–1453, 2013.

- Ruyer-Quil, C., and P. Manneville, Modeling film flows down inclined planes, Eur. Phys. J. B, 6, 277–292, 1998.
- Ruyer-Quil, C., and P. Manneville, Improved modeling of flows down inclined planes, Eur. Phys. J. B, 15, 357–369, 2000.
- Saramito, P., A new constitutive equation for elastoviscoplastic flows, J. Non-Newton. Fluid, 145, 1–14, 2007.
- Savage, S. B., and K. Hutter, The motion of a finite mass of granular material down a rough incline, *J. Fluid Mech.*, 199, 177–215, 1989.
- Schweizer, J., Review of dry snow slab avalanche release, Cold. Reg. Sci. Technol., 30, 43–57, 1999.
- Schweizer, J., J. B. Jamieson, and M. Schneebeli, Snow avalanche formation, *Rev. Geophys.*, 41(4), 1016, 2003.
- Staron, L., P.-Y. Lagrée, and S. Popinet, Continuum simulation of the discharge of the granular silo. a validation test for the  $\mu(i)$  visco-plastic flow law, Eur. Phys. J. E, 37, 5, 2014.
- Tabuteau, H., P. Coussot, and J. R. de Bruyn, Drag force on a sphere in steady motion through a yield-stress fluid, *J. Rheol.*, 51(1), 125–137, 2007.
- Takahashi, T., *Debris Flow*, IAHR Monograph Series, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1991.
- Vila, J. P., Simplified Godunov schemes for 2x2 systems of conservation, SIAM J. Num. Anal., 23, 1173–1192, 1986.
- Voellmy, A., über die Zerstörungskraft von Lawinen, Schweizerische Bauzeitung, 12, 159–285, 1955.
- Vola, D., F. Babik, and J. C. Latché, On a numerical strategy to compute gravity currents of non-Newtonian fluids, *J. Comput. Phys.*, 201(2), 397–420, 2004.
- Whitham, G., The effects of hydraulic resistance in the dam-break problem, *Proc. R. Soc. Lond. A*, 227(1170), 399–407, 1955.
- Wiederseiner, S., N. Andreini, G. Epely-Chauvin, and C. Ancey, Refractive-index and density mathching in concentrated particle suspensions: a review, *Exp. Fluids*, 50, 1183–1206, 2011.

# Annexes

# Annexe A

# **Curriculum Vitæ**

#### **Curriculum Vitae**

#### **Guillaume CHAMBON**

Né le 1<sup>er</sup> septembre 1977. Marié, sans enfant. Chargé de Recherche CR1 Irstea
Unité de Recherche
Erosion Torrentielle, Neige
et Avalanches (Grenoble)
guillaume.chambon@irstea.fr

#### **Formation**

2003 Doctorat en Géodynamique et Physique de la Terre (Université Paris XI), préparé

au sein du Laboratoire de Géologie de L'Ecole Normale Supérieure sous la direction de J. Schmittbuhl (mention très honorable). Sujet : *Caractérisation expérimentale* 

du frottement effectif des zones de faille.

2000 DEA de Physique des Liquides (Université Paris VI, mention très bien)

2000 Magistère de Sciences de la Terre (Université Paris VI / ENS, mention très bien)

1997 – 2001 Elève de l'Ecole Normale Supérieure de Paris

#### Déroulement de carrière

2009 –	Chargé de Recherche CR1 à Irstea – Grenoble
2004 – 2009	Chargé de Recherche CR2 à Irstea – Grenoble (anciennement Cemagref)
2001 – 2004	Moniteur à l'Université Paris XI
2000 – 2003	Doctorant à l'Ecole Normale Supérieure de Paris (financement AMN)

#### Activités de recherche

Thèmes de recherche

Thème 1 : transition fluide-solide et déclenchement des instabilités gravitaires matériaux à seuil granulaires et cohésifs, modèles unifiés, bifurcation de viscosité et évolution des modules élastiques, rôle de l'hétérogénéité spatiale, modèles couplés mécanique-statistique

Thème 2 : rhéologie et comportement mécanique des « géofluides »

suspensions granulaires, lois de comportement viscoplastiques, écoulements à surface libre, dynamique interne des coulées, phénomènes de migration et de ségrégation, rhéométrie à différentes échelles

Thème 3 : modélisation des écoulements à surface libre de fluides complexes modèles *shallow-water* pour les fluides à seuil (équations de Saint-Venant), forme des fronts, solutions autosimilaires, approches SPH

Encadrements Co-encadrement de 6 doctorants (3 thèses soutenues, 3 thèses en cours)

Co-encadrement de 4 post-docs

Publications 24 articles dans des revues internationales à comité de lecture

15 actes de colloques internationaux

#### Activités d'enseignement

**Formation** 

initiale

Chargé de cours sur les laves torrentielles et les risques naturels au niveau Master

à Polytech Grenoble, l'ENSE<sup>3</sup>, et l'Université de Savoie

Intervention sur la rhéologie des fluides naturels à l'Ecole Doctorale TUE

Participation à la rédaction d'un support de cours en ligne sur les risques naturels

en montagne dans le cadre de l'UVED

**Formation** continue

Participation à des sessions de formation destinées aux services RTM

### Principales responsabilités

Projets de Coordination d'un projet ANR Jeunes Chercheurs (2007 – 2011)

recherche Participation à 4 projets européens, 6 projets nationaux, 5 projets régionaux

Membre du LabeX TEC21

Expertise scientifique Relectures d'articles pour différents journaux scientifiques, dont Journal of Fluid

Mechanics, Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, Journal of Hydraulic

Engineering, Geophysical Research Letters,...

Membre extérieur dans 2 jurys de thèse

Responsabilités Membre du comité de pilotage de la fédération Fed3G (depuis 2012)

collectives

Membre du comité de direction du LabeX TEC21

Organisateur d'un colloque national sur la transition solide-fluide dans les

géomatériaux (Lyon, 12/01/2011)

Participation à l'organisation des séminaires internes du laboratoire

Responsable de plusieurs plates-formes expérimentales

# Annexe B

# Liste des publications et travaux

# Liste des publications et travaux

Liste établie au 08 août 2014

*NB* : Dans les listes de publications et communications à des colloques, les noms des <u>étudiants et post-docs encadrés</u> sont soulignés. Pour les colloques, l'orateur\* est indiqué par un astérisque.

## Sommaire

1. Publications scientifiques	
1.1. Articles de revues scientifiques à comité de lecture	2
1.2. Chapitres d'ouvrages	3
1.3. Actes de colloques internationaux	3
1.4. Actes de colloques nationaux	4
1.5. Articles soumis	5
1.6. Autres publications	5
2. Publications techniques	6
2.1. Articles de revues techniques à comité de lecture	6
2.2. Chapitres de manuels et guides techniques	6
2.3. Rapports d'expertise	6
3. Séminaires et colloques	7
3.1. Communications orales dans des congrès et colloques internationaux	7
3.2. Communications orales dans des congrès et colloques nationaux	9
3.3. Posters	11
3.4. Résumés soumis	
3.5. Séminaires invités	12
4. Encadrements	13
4.1. Thèses	13
4.2. Post-docs	
4.3. Stages	
5. Participation à des projets scientifiques	15
5.1. Projets européens	15
5.2. Projets nationaux	15
5.3. Projets régionaux	15
5.4. Projets en cours d'évaluation	16
5.5. Projets soumis mais non retenus	16
6. Activités d'enseignement	17
6.1. Formation initiale	17
6.2. Formation continue	17
6.3. Autres activités d'enseignement	17
7. Activités d'expertise scientifique	18
7.1. Edition scientifique	18
7.2. Organisation de colloques	18
7.3. Evaluation de projets	18
7.4. Jurys et comités de thèse (hors étudiants encadrés)	
7.5. Participations à des instances	18
8. Activités d'expertise et d'appui technique	19
8.1. Etudes d'ingénierie	
8.2. Avis post-évènements	19
9 Formations suivies	20

### 1. Publications scientifiques

#### 1.1. Articles de revues scientifiques à comité de lecture

- [A1] **Chambon G.**, Rudnicki J. W. Effects of normal stress variations on frictional stability of a fluid-infiltrated fault, *J. Geophys. Res.*, 106 (B6), 11353-11372, 2001.
- [A2] **Chambon G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Laboratory gouge friction: Seismic-like slip weakening and secondary rate- and state-effects, *Geophys. Res. Lett.*, 29, 10.1029/2001GL014467, 2002.
- [A3] **Chambon G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A., Vilotte J.-P., Roux S. Shear with comminution of a granular material: Microscopic deformations outside the shear band, *Phys. Rev. E*, 68, 011304, 2003.
- [A4] Schmittbuhl J., **Chambon G.**, Hansen A., Bouchon M. Are stress distributions along faults the signature of asperity squeeze? *Geophys. Res. Lett.*, 33, L13307, 2006.
- [A5] **Chambon G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A., Orellana N., Diraison M., Géraud Y. The thickness of faults: From laboratory experiments to field scale observations, *Tectonophys.*, 426, 77-94, 2006.
- [A6] **Chambon G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Frictional response of a thick gouge sample: I Mechanical measurements and microstructures, *J. Geophys. Res.*, 111, B09308, 2006.
- [A7] **Chambon G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Frictional response of a thick gouge sample: II Friction law and implications for faults, *J. Geophys. Res.*, 111, B09309, 2006.
- [A8] Corfdir A., De Gennaro V., **Chambon G.** Discussion on "Some observations of the effects of time on the capacity of piles driven in sand", by R. J. Jardine, J. R. Standing, F. C. Chow, *Géotechnique*, 57(3), 323-327, 2007.
- [A9] **Chambon G.**, Ghemmour A., Laigle D. Gravity-driven surges of a viscoplastic fluid: an experimental study, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 158, 54-62, 2009.
- [A10] **Chambon G.**, Naaim M. Scaling relationships for constant-volume snow avalanches, *Ann. Glaciol.*, 51(54), 129-138, 2010.
- [A11] <u>Dumaisnil C.</u>, Thouret J.-C., **Chambon G.**, Doyle E. E., Cronin S. J. Hydraulic, physical and rheological characteristics of rain-triggered lahars at Semeru volcano, Indonesia, *Earth Surf. Land. Proc.*, 35, 1573-1590, 2010.
- [A12] **Chambon G.**, <u>Bouvarel R.</u>, Laigle D., Naaim M. Numerical simulations of granular free-surface flows using smoothed particle hydrodynamics, *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, 166, 698-712, 2011.
- [A13] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Naaim M. Quasi-static to inertial transition in granular materials and the role of fluctuations, *Phys. Rev. E*, 84, 051304, 2011.
- [A14] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M. Relative influence of mechanical and meteorological factors on avalanche release depth distributions: An application to French Alps, *Geophys. Res. Lett.*, 39, L12401, 2012.
- [A15] <u>Mainsant G.</u>, Jongmans D., **Chambon G.**, Larose E., Baillet L. Shear-wave velocity as an indicator for rheological changes in clay materials: lessons from laboratory experiments. *Geophys. Res. Lett.*, 39, L19301, 2012.
- [A16] <u>Gaume J.</u>, Eckert N., **Chambon G.**, Naaim M. Mapping extreme snowfalls in the French Alps using Max-Stable processes. *Water Resour. Res.*, 49, 1-20, 2013.

- [A17] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M. Influence of weak layer heterogeneity on slab avalanche release: Application to the evaluation of avalanche release depths. *J. Glaciol.*, 59, 423-437, 2013.
- [A18] Naaim M., Durand Y., Eckert N., **Chambon G.** Dense avalanche friction coefficients: influence of physical properties of snow. *J. Glaciol.*, 59(216), 771-781, 2013.
- [A19] <u>Hagenmuller P.</u>, **Chambon G.**, Lesaffre B., Flin F., Naaim M. Energy-based binary segmentation of snow microtomographic images. *J. Glaciol.*, 59(217), 859-873, 2013
- [A20] Navratil O., Liébault F., Bellot H., Travaglini E., Theule J., **Chambon G.**, Laigle D. High-frequency monitoring of debris-flow propagation along the Réal Torrent, Southern French Prealps. *Geomorphology*, 201, 157-171, 2013.
- [A21] <u>Podolskiy E. A.</u>, **Chambon G.**, Naaim M., <u>Gaume J.</u> A review of finite element modelling in snow mechanics. *J. Glaciol.*, 59(218), 1189-201, 2013.
- [A22] <u>Gaume J.</u>, Eckert N., **Chambon G.**, Naaim M. Prédétermination des hauteurs de départ d'avalanches : une approche par extrêmes spatiaux. *La Houille Blanche*, 5, 30-36, 2013.
- [A23] <u>Hagenmuller P.</u>, **Chambon G.**, Flin F., Morin S., Naaim M. Snow as a granular material: assessment of a new grain segmentation algorithm. *Granul. Matter*, 16, 421-432, 2014.
- [A24] **Chambon G.**, Ghemmour A., Naaim M. Experimental investigation of viscoplastic free-surface flows in steady uniform regime. *J. Fluid Mech.*, 754, 332-364, 2014.

#### 1.2. Chapitres d'ouvrages

- [C1] Faug T., Naaim M., Naaim-Bouvet F., Eckert N., Thibert E., **Chambon G.** Les récents progrès dans l'étude de la dynamique des avalanches de neige, des effets des obstacles et de la pression d'impact, *in « Neige, Paravalanches et Constructions »*, F. Nicot et A. Limam eds., Traité MIM, Lavoisier, 2010.
- [C2] Laigle D., Favier L., Daudon D., <u>Bouvarel R.</u>, **Chambon G.** Simulation numérique de l'interaction entre un écoulement granulaire et un obstacle, *in « Neige, Paravalanches et Constructions »*, F. Nicot et A. Limam eds., Traité MIM, Lavoisier, 2010.
- [C3] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Naaim M., Eckert N. Influence of weak layer heterogeneity on slab avalanche release using a finite element method, in "Advances in Bifurcation and Degradation in Geomaterials Proceedings of the 9th International Workshop on Bifurcation and Degradation in Geomaterials", Springer, 2011.

#### 1.3. Actes de colloques internationaux

- [Pi1] **Chambon G.**, Corfdir A., Lerat P., Schmittbuhl J. Essais d'interface sol/structure utilisant l'appareil de cisaillement simple annulaire, *Proceedings of PARAM 2002, International symposium on identification and determination of soil and rock parameters for geotechnical design*, J.P. Magnan ed., 259-266, Paris, France, 2002.
- [Pi2] **Chambon G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Non-linear slip-weakening in a rotary gouge friction experiment. *Proceedings of the 11th International Conference on Fracture*, Torino, Italy, 2005.
- [Pi3] Schmittbuhl J., **Chambon G.**, Hansen A., Bouchon M. Correlations of stress distributions along the fault: From laboratory fracture roughness to fault asperity squeeze. *Proceedings of the 11th International Conference on Fracture*, Torino, Italy, 2005.
- [Pi4] **Chambon G.**, Ghemmour A., Laigle D. A conveyor belt setup for studying gravitary free–surface flows of complex fluids. *Proceedings of the XVth International Congress on Rheology*, Monterey, USA, 2008.

- [Pi5] <u>Ghemmour A.</u>, **Chambon G.**, Naaim M. Gravitary free surface flows used as a rheometrical tool: the case of viscoplastic fluids. *Proceedings of the XVth International Congress on Rheology*, Monterey, USA, 2008.
- [Pi6] Naaim M., Faug T., Thibert E., Eckert N., **Chambon G.**, Naaim-Bouvet F., Bellot H. Snow avalanche pressure on obstacles. *Proceedings of the International Snow Science Workshop: A Merging of Theory and Practice*, Whistler, Canada, 2008.
- [Pi7] <u>Mainsant G.</u>, Jongmans D., Larose E., Baillet L., **Chambon G.**, Bièvre G. The solid-to-liquid transition in the Trièves clay: the lessons from rheometric and seismic tests. *Proceedings of the International Conference Mountain Risks: Bringing Science to Society*, Firenze, Italy, 2010.
- [Pi8] <u>Lafarge N.</u>, **Chambon G.**, Thouret J.-C., Laigle D. Monitoring and modelling lahar flows at Semeru Volcano (Java, Indonesia). *Proceedings of the 12th Congress INTERPRAEVENT 2012*, Grenoble, France, 2012.
- [Pi9] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M. Relative influence of mechanical and meteorological factors on avalanche release depth distributions: an application to French Alps. *Proceedings of the International Snow Science Workshop ISSW 2012*, Anchorage, USA, 2012.
- [Pi10] <u>Podolskiy E. A.</u>, **Chambon G.**, Naaim M., Gaume J. Mechanics of weak layer snow under cyclic loading studied by FEM. *Proceedings of the International Snow Science Workshop ISSW 2012*, Anchorage, USA, 2012.
- [Pi11] Flin F., Wang X., <u>Hagenmuller P.</u>, Calonne N., Lesaffre B., Dufour A., Coeurjolly D., **Chambon G.**, Geindreau C., Rolland du Roscoat S. Computation of grain sizes from microtomographic images of snow. *Proceedings of the International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, 2013.
- [Pi12] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M., Influence of slab tensile strength and weak-layer spatial variations on slab tensile failure propensity. *Proceedings of the International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, 2013.
- [Pi13] <u>Gaume J.</u>, Schweizer J., **Chambon G.**, Naaim M., The effect of spatial variations of snowpack properties on snow slope stability. *Proceedings of the International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, 2013.
- [Pi14] <u>Hagenmuller P.</u>, **Chambon G.**, Flin F., Wang X., Lesaffre B., Naaim M., Description of the snow microstructure as a 3D assembly of snow grains. *Proceedings of the International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, 2013.
- [Pi15] <u>Podolskiy E. A.</u>, Barbero, M., Barpi, F., Borri-Brunetto M., Pallara O., Chiaia B., **Chambon G.**, Naaim M., Testing a new shear loading apparatus for in-situ studies of weak snow layers. *Proceedings of the International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, 2013.

#### 1.4. Actes de colloques nationaux

- [Pn1] **Chambon G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Loi de comportement d'une gouge lors d'un cisaillement plurimétrique : implications géophysiques. *Actes du XVème Congrès Français de Mécanique*, Nancy, 2001.
- [Pn2] Naaim M., Frey P., Boehm T., Bigillon F., **Chambon G.** Mouvements gravitaires rapides. Apports des méthodes de visualisation et de traitement d'images à la compréhension et la quantification des mécanismes physiques. *Actes du Colloque FluVisu 11*, Lyon, 2005.
- [Pn3] **Chambon G.**, Ghemmour A., Laigle D., Magnin A. Ecoulement gravitaire de fluides complexes: modélisation expérimentale des laves torrentielles. *Actes du 18ème Congrès Français de Mécanique*, Grenoble, 2007.

- [Pn4] <u>Gaume J.</u>, Eckert N., **Chambon G.**, Naaim M. Prédétermination des hauteurs de départ d'avalanches : une approche par extrêmes spatiaux. *Actes du Colloque SHF : Eaux en montagne*, Lyon, France, 2011.
- [Pn5] <u>Mainsant G.</u>, Jongmans D., Larose E., Baillet L., **Chambon G.** Rhéologie de l'argile du Trièves et implication sur la dynamique des glissements de terrain. *Actes des Journées « Aléa Gravitaire » JAG 2011*, Strasbourg, 2011.
- [Pn6] <u>Luu\* L.-H.</u>, Philippe P., **Chambon G.** Ecoulement d'un fluide à seuil à travers un obstacle : étude de l'interface solide-liquide. *Actes du 21*<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Bordeaux, 2013.
- [Pn7] <u>Mainsant G.</u>, **Chambon G.**, Jongmans D., Larose E., Baillet L. Chute de la vitesse des ondes S précédant le mouvement d'une masse argileuse lors de tests de plan incliné. *Actes des Journées « Aléa Gravitaire » JAG 2013*, Grenoble, 2013.

#### 1.5. Articles soumis

- [S1] <u>Podolskiy E. A.</u>, **Chambon G.**, Naaim M., <u>Gaume J.</u> Evaluating snow weak-layer rupture parameters through Finite Element modeling of shaking-platform experiments. Soumis à *Natural Hazards and Earth System Sciences*.
- [S2] <u>Mainsant G.</u>, **Chambon G.**, Jongmans D., Larose E., Baillet L. Shear-wave-velocity drop prior to clayey mass movement in laboratory flume experiments. Soumis à *Eng. Geol.*
- [S3] <u>Podoloskiy E. A.</u>, Barbero M., Barpi F., **Chambon G.,** Borri-Brunetto M., Pallara O., Frigo B., Chiaia B., Naaim M. Healing of snow surface-to-surface contacts by isothermal sintering. Soumis à *The Cryosphere*.
- [S4] <u>Hagenmuller P.</u>, Calonne N., **Chambon G.**, Flin F., Geindreau C., Naaim M. Min cut surface as a new characterization of the snow microstructural bonding system. Soumis à *Cold Reg. Sci. Tech.*
- [S5] Gaume J., Schweizer J., van Herwijnen A., **Chambon G.**, Reuter B., Eckert N., Naaim M. Evaluation of slope stability with respect to snowpack spatial variability. Soumis à *J. Geophys. Res.*
- [S6] <u>Luu L.-H.</u>, Philippe P., **Chambon G.** Experimental study of the solid-liquid interface in a yield-stress fluid flow upstream of a step. Soumis à *Phys. Rev. E*
- [S7] Gaume J., **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M., Schweizer J. Influence of weak layer heterogeneity and slab properties on slab tensile failure propensity and avalanche release areas. Soumis à *The Cryosphere*.

#### 1.6. Autres publications

[U1] **Chambon G.** Caractérisation expérimentale du frottement effectif des zones de faille. *Thèse de Doctorat de l'Université Paris XI*, spécialité Sciences de la Terre, 2003.

## 2. Publications techniques

#### 2.1. Articles de revues techniques à comité de lecture

[T1] **Chambon G.**, Richard D., Segel V. Diagnostic du fonctionnement d'un bassin versant générateur de laves torrentielles et estimation de l'aléa : le cas du Réal (Alpes-Maritimes, France). *Sciences & Territoires*, 2, 140-150, 2010.

#### 2.2. Chapitres de manuels et guides techniques

- [G1] <u>Gaume J.</u>, Eckert N., **Chambon G.**, Naaim M. Prédétermination des chutes de neige : une approche par extrêmes spatiaux. *In « Manuel pour l'évaluation et l'analyse de la zone de déclenchement des avalanches (projet Alcotra DYNAVAL) »*, pp. 13-35, 2012.
- [G2] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M. Modélisation statistique-mécanique du déclenchement des avalanches de plaque. *In « Manuel pour l'évaluation et l'analyse de la zone de déclenchement des avalanches (projet Alcotra DYNAVAL) »*, pp. 37-48, 2012.
- [G3] **Chambon G.**, Laigle D. Les laves torrentielles. *In « Dynamique et aménagement des torrents et rivières de montagne »*, A. Recking, D. Richard et G. Degoutte eds., éditions QUAE, pp. 200-266, 2013.

#### 2.3. Rapports d'expertise

- [R1] **Chambon G.**, Richard D. Diagnostic du fonctionnement torrentiel du bassin versant du Réal (Péone Alpes Maritimes). *Etude d'ingénierie réalisée au profit de l'ONF Service RTM*, 93 p., 2004.
- [R2] **Chambon G.**, Delval C., Laigle D., Tacnet J.-M. Compte-rendu des visites de terrain des 30 juin et 29 juillet 2005 au torrent du St Bernard (St-Martin-la-Porte, Savoie). *Avis post-évènement émis à la demande de l'ONF Service RTM*, 6 p., 2005.
- [R3] **Chambon G.**, Escande S., Laigle D., Tacnet J.-M. Compte-rendu de la visite de terrain du 31 août 2005 au torrent du Nant d'Armancette (Contamines-Montjoie, Haute-Savoie). *Avis post-évènement émis à la demande de l'ONF Service RTM*, 19 p., 2005.
- [R4] **Chambon G.**, Richard D. Torrent du Réal (Péone Alpes Maritimes) : Propositions d'aménagements complémentaires. *Etude d'ingénierie réalisée au profit de l'ONF Service RTM*, 35 p., 2007.

## 3. Séminaires et colloques

- 3.1. Communications orales dans des congrès et colloques internationaux
  - [Ci1] **Chambon G.**,Rudnicki\* J. W. Effects of normal stress variations on frictional stability of a fluid-infiltrated fault. *AGU Fall Meeting*, San Francisco, USA, décembre 1999.
  - [Ci2] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Frictional response of a simulated gouge in a large displacement shearing apparatus. *AGU Fall Meeting*, San Francisco, USA, décembre 2000.
  - [Ci3] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. How can granular assemblies generate seismic-like friction weakening length scales? *EGS General Assembly*, Nice, France, mars 2001.
  - [Ci4] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Rheology of fault gouges: Micromechanical apects and friction law. *EGS General Assembly*, Nice, avril 2002.
  - [Ci5] **Chambon G.**, Corfdir\* A., Lerat P., Schmittbuhl J. Essais d'interface sol/structure utilisant l'appareil de cisaillement simple annulaire, *PARAM 2002, International symposium on identification and determination of soil and rock parameters for geotechnical design*, Paris, France, septembre 2002.
  - [Ci6] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Bouchon M. Correlations of stress distributions along the fault: From laboratory fracture roughness to fault asperity squeeze. *AGU Fall Meeting*, San Francisco, USA, décembre 2002.
  - [Ci7] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J. et Corfdir A. Major power law slip-weakening in laboratory gouge friction. EGS-AGU-EUG Joint Assembly, Nice, France, avril 2003.
  - [Ci8] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A., Orellana N., Diraison M., Géraud Y. Weakening and deformation inside a faut gouge during sliding: An experimental study. *2nd colloque du projet européen Corinth Rift Laboratory*, Aegion, Grèce, juin 2003.
  - [Ci9] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Apparent rupture energy in laboratory friction experiments: influence of fault gouge thickness. *EGU General Assembly*, Nice, France, avril 2004.
  - [Ci10] **Chambon G.**, Schmittbuhl\* J., Corfdir A. Non-linear slip-weakening in a rotary gouge friction experiment. *11th International Conference on Fracture*, Torino, Italy, mars 2005.
  - [Ci11] Schmittbuhl\* J., **Chambon G.**, Hansen A., Bouchon M. Correlations of stress distributions along the fault: From laboratory fracture roughness to fault asperity squeeze. *11th International Conference on Fracture*, Torino, Italy, mars 2005.
  - [Ci12] **Chambon G.**, Schmittbuhl\* J., Corfdir A. Non-linear slip weakening in a rotary gouge friction experiments. *19th Kongsberg Seminar: Deformation on all scales*, Kongsberg, Norway, mai 2006.
  - [Ci13] **Chambon\* G.**, <u>Ould Mohamed A. S.</u>, Laigle D., Magnin A. Experimental study of debris flow front dynamics. AGU Fall Meeting, San Francisco, USA, décembre 2006.
  - [Ci14] Schmittbuhl\* J., **Chambon G.**, Corfdir A., Messen Y. Slip-rate-and-state friction law in thick gouge friction experiment. *EGU General Assembly*, Vienne, Autriche, avril 2007.
  - [Ci15] <u>Ghemmour A.</u>, **Chambon\* G.**, Magnin A. Experimental investigation of viscoplastic free surface flows Application to debris flows. *Workshop Viscoplastic Fluids : from theory to application*, Monte Verita, Suisse, octobre 2007.
  - [Ci16] <u>Bouvarel R.</u>, **Chambon\* G.**, Laigle D., Naaim M. Numerical simulations of granular free surface flows using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). *EGU General Assembly*, Vienne, Autriche, avril 2008.

- [Ci17] <u>Ghemmour\* A.</u>, **Chambon G.**, Laigle D. Experimental modelling of debris flows using a conveyor belt channel. *EGU General Assembly*, Vienne, Autriche, avril 2008.
- [Ci18] **Chambon\* G.**, <u>Ghemmour A.</u>, Laigle D. A conveyor belt setup for studying gravitary free–surface flows of complex fluids. *XVth International Congress on Rheology*, Monterey, USA, août 2008.
- [Ci19] <u>Ghemmour\* A.</u>, **Chambon G.**, Naaim M. Gravitary free surface flows used as a rheometrical tool: the case of viscoplastic fluids. *XVth International Congress on Rheology*, Monterey, USA, août 2008.
- [Ci20] Naaim\* M., Faug T., Thibert E., Eckert N., **Chambon G.**, Naaim-Bouvet F., Bellot H. Snow avalanche pressure on obstacles. *International Snow Science Workshop: A Merging of Theory and Practice*, Whistler, Canada, septembre 2008.
- [Ci21] **Chambon\* G.**, Naaim M. Scaling relationships for constant-volume snow avalanches. *International Symposium on Snow and Avalanches IGS-SASE*, Manali, India, avril 2009.
- [Ci22] Faug\* T., **Chambon G.**, Naaim M. Granular flows: from small-scale experiments to full-scale avalanches. Flow dynamics and forces on structures. *ALERT Workshop*, Aussois, France, octobre 2009 (*présentation invitée*).
- [Ci23] **Chambon\* G.**, <u>Ghemmour A.</u> On the shape of viscoplastic surge fronts: experimental results and thin-layer models. *Workshop Viscoplastic fluids: from theory to application*, Limassol, Chypre, novembre 2009.
- [Ci24] <u>Ghemmour\* A.</u>, **Chambon G.** A conveyor belt channel used to study the behavior of a complex mixture: rigid particles in a viscoplastic fluid. *Workshop Viscoplastic fluids: from theory to application*, Limassol, Chypre, novembre 2009.
- [Ci25] <u>Gaume\* J.</u>, **Chambon G.**, Naaim M., Eckert N. Predetermination of snow avalanche release depths using a finite element method. *Workshop Triggering of Rapid Mass Movements in Steep Terrains Mechanisms and Risks*, Monte Verita Suisse, avril 2010.
- [Ci26] <u>Gaume\* J.</u>, Eckert N., **Chambon G.**, Naaim M. Predetermination of snow avalanches release depths using a Spatial Extreme statistical approach. *EGU General Assembly*, Vienne, Autriche, mai 2010.
- [Ci27] <u>Mainsant\* G.</u>, Jongmans D., Larose E., Baillet L., **Chambon G.**, Bièvre G. The solid-to-liquid transition in the Trièves clay: the lessons from rheometric and seismic tests. *International Conference Mountain Risks: Bringing Science to Society*, Firenze, Italy, novembre 2010.
- [Ci28] <u>Gaume J.</u>, **Chambon\* G.**, Eckert N., Naaim M. Couplage des facteurs mécaniques et météorologiques dans les distributions de hauteurs de départ d'avalanches : Application aux Alpes françaises. *Journée de restitution du projet Interreg DYNAVAL*, Chamonix, France, mars 2012.
- [Ci29] <u>Lafarge\* N.</u>, **Chambon G.**, Thouret J.-C., Laigle D. Monitoring and modelling lahar flows at Semeru Volcano (Java, Indonesia). *12th Congress INTERPRAEVENT 2012*, Grenoble, France, avril 2012.
- [Ci30] <u>Gaume\* J.</u>, **Chambon G.**, Naaim M., Eckert N. Relative influence of mechanical and meteorological factors on avalanche release depth distributions. Application to French Alps. *EGU General Assembly*, Vienne, Autriche, avril 2012.
- [Ci31] <u>Lafarge\* N.</u>, **Chambon G.**, Thouret J.-C., Laigle D. Rheological behaviour of lahar flows. *EGU General Assembly*, Vienne, Autriche, avril 2012.
- [Ci32] <u>Hagenmuller\* P.</u>, **Chambon G.**, Lesaffre B., Flin F., Calonne N., Naaim\* M. Specific surface area computed with X-ray micro-tomography: impact of the segmentation technique and the

- effective resolution. *Snow Grain Size Workshop Measurements and Applications*, Grenoble, France, avril 2013.
- [Ci33] Mainsant\* G., Jongmans D., **Chambon G.**, Larose E., Baillet L. S-wave velocity as an indicator of solid-liquid transition in clay. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2013.
- [Ci34] <u>Podolskiy\* E. A.</u>, **Chambon G.**, Naaim M., <u>Gaume J.</u> Extraction of Mohr-Coulomb failure properties of snow weak layers using FEM. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2013.
- [Ci35] <u>Hagenmuller\* P.</u>, **Chambon G.**, Lesaffre B., Flin F., Calonne N., Naaim\* M. Energy-based binary segmentation of snow microtomographic images. *1st International Conference on Tomography of Materials and Structures*, Ghent, Belgium, juillet 2013.
- [Ci36] <u>Gaume\* J.</u>, Eckert N., **Chambon G.**, Naaim M., Bel L. Max-stable mapping of extreme snowfalls in the French Alps. *Davos Atmosphere and Cryosphere Assembly DACA-13*, Davos, Switzerland, juillet 2013.
- [Ci37] <u>Gaume\* J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M. Influence of weak layer heterogeneity on snowpack stability. *Davos Atmosphere and Cryosphere Assembly DACA-13*, Davos, Switzerland, juillet 2013.
- [Ci38] <u>Hagenmuller\* P.</u>, Wang X., Flin F., **Chambon G.**, Flin F., Naaim M. Segmentation of snow grains from microtomographic data to derive the specific grain contact area as a mechanical indicator. *Davos Atmosphere and Cryosphere Assembly DACA-13*, Davos, Switzerland, juillet 2013.
- [Ci39] Flin\* F., Wang X., <u>Hagenmuller P.</u>, Calonne N., Lesaffre B., Dufour A., Coeurjolly D., **Chambon G.**, Geindreau C., Rolland du Roscoat S. Computation of grain sizes from microtomographic images of snow. *International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, octobre 2013.
- [Ci40] <u>Gaume\* J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M., Influence of slab tensile strength and weak-layer spatial variations on slab tensile failure propensity. *International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, octobre 2013.
- [Ci41] **Chambon\* G.**, Ghemmour A., Naaim M. Experimental investigation of viscoplastic free-surface flows in steady uniform regime. *Workshop Viscoplastic fluids: from theory to application*, Paris, France, novembre 2013.
- [Ci42] <u>Luu\* L.-H.</u>, Philippe P., **Chambon G.** Flow of a yield stress fluid above an obstacle: solid/liquid interface. *Workshop Viscoplastic fluids: from theory to application*, Paris, France, novembre 2013.
- [Ci43] Larose\* E. F., <u>Mainsant G.</u>, Carrière S., **Chambon G.**, Jongmans D., Michoud C., Jaboyedoff M., Toward predicting clay landslide with ambient seismic noise. *AGU Fall Meeting*, San Francisco, USA, décembre 2013.
- [Ci44] <u>Luu\* L.-H.</u>, Philippe P., **Chambon G.** Erosion of a model geophysical fluid. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2014.

# 3.2. Communications orales dans des congrès et colloques nationaux

- [Cn1] **Chambon G.**, Schmittbuhl\* J., Corfdir A. Loi de comportement d'une gouge lors d'un cisaillement plurimétrique : implications géophysiques. *XVème Congrès Français de Mécanique*, Nancy, septembre 2001.
- [Cn2] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Loi de frottement d'une gouge lors d'un cisaillement plurimétrique ; Implications géophysiques. *Ecole d'été « Milieux Divisés » du GdR MiDi*, Porquerolles, septembre 2001.

- [Cn3] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Champ de déformation dans un matériau granulaire cisaillé : Détermination expérimentale. *Rencontres du GdR MiDi*, Carry-le-Rouet, mars 2002.
- [Cn4] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A., Vilotte J.-P., Roux S. Champ de déformation post-localisation dans une gouge de faille cisaillée. *Rencontres du GdR MiDi*, Paris, juin 2002.
- [Cn5] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Loi de frottement macroscopique d'un matériau granulaire : Applications à la mécanique des failles. *4èmes rencontres du PPF Dynamique des Systèmes Complexes de l'UJF*, Pinsot, octobre 2004 **(présentation invitée)**.
- [Cn6] Naaim\* M., Frey P., Boehm T., Bigillon F., **Chambon G.** Mouvements gravitaires rapides. Apports des méthodes de visualisation et de traitement d'images à la compréhension et la quantification des mécanismes physiques. *Colloque FluVisu 11*, Lyon, juin 2005.
- [Cn7] **Chambon\* G.** Les laves torrentielles : Phénoménologie et modélisation au laboratoire. *Ecole d'été « Mécanique Physique » du GdR MiDi*, Porquerolles, septembre 2006.
- [Cn8] **Chambon\* G.**, <u>Ghemmour A.</u>, Laigle D., Magnin A. Ecoulement gravitaire de fluides complexes: modélisation expérimentale des laves torrentielles. *18ème Congrès Français de Mécanique*, Grenoble, septembre 2007.
- [Cn9] **Chambon\* G.**, Ghemmour A. Ecoulements à surface libre de fluides viscoplastiques Applications à la modélisation des laves torrentielles au laboratoire. *Ateliers scientifiques de la fédération VOR*, Grenoble, juin 2008 **(présentation invitée)**.
- [Cn10] **Chambon\* G.** Front de coulées viscoplastiques : fermeture rhéologique dans les modèles Saint-Venant et comparaison avec l'expérience. *Colloque de clôture du projet ANR SWECF*, Lyon, février 2010 *(présentation invitée)*.
- [Cn11] **Chambon\* G.**, <u>Gaume J.</u>, Naaim M. Transition quasi-statique inertielle dans les matériaux granulaires : rôle des fluctuations. *Colloque de clôture du projet ANR MONHA*, Lyon, janvier 2011.
- [Cn12] <u>Gaume\* J.</u>, Eckert N., **Chambon G.**, Naaim M. Prédétermination des hauteurs de départ d'avalanches : une approche par extrêmes spatiaux. *Colloque SHF : Eaux en montagne*, Lyon, France, mars 2011.
- [Cn13] <u>Mainsant\* G.</u>, Jongmans D., Larose E., Baillet L., **Chambon G.** Rhéologie de l'argile du Trièves et implication sur la dynamique des glissements de terrain. *Journées « Aléa Gravitaire » JAG 2011*, Strasbourg, septembre 2011.
- [Cn14] **Chambon\* G.**, <u>Gaume J.</u>, Naaim M. Transition quasi-statique inertielle dans les matériaux granulaires : rôle des fluctuations. *Journées scientifiques de la Fed3G*, Grenoble, mai 2011 *(présentation invitée)*.
- [Cn15] **Chambon\* G.** Ecoulements naturels et suspensions. *Colloque GISEC33 « Ecoulements de suspensions concentrées non browniennes et de matériaux granulaires non cohésifs »*, Bordeaux, novembre 2011 *(présentation invitée)*.
- [Cn16] <u>Luu\* L.-H.</u>, Philippe P., **Chambon G.** Ecoulement d'un fluide à seuil à travers un obstacle : étude de l'interface solide-liquide. *21*<sup>ème</sup> *Congrès Français de Mécanique*, Bordeaux, août 2013.
- [Cn17] Mainsant\* G., Chambon G., Jongmans D., Larose E., Baillet L. Chute de la vitesse des ondes S précédant le mouvement d'une masse argileuse lors de tests de plan incliné. *Journées « Aléa Gravitaire » JAG 2013*, Grenoble, septembre 2013.
- [Cn18] **Chambon\* G.** Debris flows: From field observation to laboratory modelling. *Colloque* « *Fluides Géophysiques Complexes : Glaciers, Boues et Laves Torrentielles » Atelier de Réflexion Prospective de l'ANR*, Toulouse, septembre 2013 *(presentation invitee)*.

[Cn19] Chambon G., Laigle D., Naaim M. Simulations d'écoulements granulaires et viscoplastiques à surface libre par méthode SPH. *Journée « Simulations Numériques » du Labex TEC21*, février 2014.

#### 3.3. Posters

- [Po1] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A. Réponse en frottement d'un matériau granulaire soumis à un cisaillement simple annulaire, *Colloque Physique et Mécanique des Matériaux Granulaires*, ENPC Champs-sur-Marne, France, septembre 2000.
- [Po2] Corfdir A., **Chambon\* G.**, Schmittbuhl, J. Major power law slip-weakening in laboratory gouge friction: Micromechanical origin and implications for faults. *AGU Fall Meeting*, San Francisco, décembre 2002.
- [Po3] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Bouchon M. Correlations of stress distributions along the fault: From laboratory fracture roughness to fault asperity squeeze. *EGS-AGU-EUG Joint Assembly*, Nice, France, avril 2003.
- [Po4] **Chambon\* G.**, Schmittbuhl J., Corfdir A., Orellana N., Diraison M. et Géraud Y. Effective fault core thickness: from laboratory experiments to field scale observations. *EGU General Assembly*, Nice, France, avril 2004.
- [Po5] **Chambon G.**, Schmittbuhl\* J., Catheline S. Kinematic modelling of super-shear rupture: an experimental approach. *EGU General Assembly*, Nice, France, avril 2004.
- [Po6] Schmittbuhl\* J., **Chambon G.**, Hansen A., Bouchon M. Are stress distributions along faults the signature of asperity squeeze? *EGU General Assembly*, Vienne, Autriche, avril 2006.
- [Po7] **Chambon\* G.**, <u>Ould Mohamed A. S.</u>, Laigle D., Magnin A., Jossic L. Formation and influence of granular fronts in debris flows: an experimental approach. *EGU General Assembly*, Vienne, Autriche, avril 2006.
- [Po8] Lominé\* F., Chambon G., Naaim M., Faug T. Smoothed Particle Hydrodynamics method to study water wave breaking and runup. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2009.
- [Po9] <u>Jeong\* S.-W.</u>, Locat J., Leroueil S., **Chambon G.**, Naaim M. A preliminary study on the mobility of debris flow in terms of grain-size dependent rheology. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2009.
- [Po10] <u>Jeong\* S.-W.</u>, **Chambon G.**, Naaim M. Fluidization process in landslides from failure to post-failure: geotechnical and rheological characteristics, *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, mai 2010.
- [Po11] <u>Mainsant\* G.</u>, **Chambon G.**, Jongmans D., Baillet L., Larose E., Bièvre G. Rheological behaviour of Trièves clay, and applications to landslide dynamics. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2011.
- [Po12] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Naaim\* M., Eckert N. Influence of weak layer heterogeneity on slab avalanche release. Finite Element Modeling. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2011.
- [Po13] <u>Gaume\* J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M. Influence of weak layer heterogeneity on slab avalanche release. Application to the evaluation of avalanche release depths. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2012.
- [Po14] <u>Gaume J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim\* M. Relative influence of mechanical and meteorological factors on avalanche release depth distributions: an application to French Alps. *International Snow Science Workshop ISSW 2012*, Anchorage, USA, septembre 2012.

[Po15] <u>Podolskiy\* E. A.</u>, **Chambon G.**, Naaim M., Gaume J. Mechanics of weak layer snow under cyclic loading studied by FEM. *International Snow Science Workshop ISSW 2012*, Anchorage, USA, septembre 2012.

[Po16] **Chambon\* G.**, <u>Ghemmour A.</u>, Naaim M. Particle migration within free-surface flow of a viscoplastic fluid. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2013.

[Po17] <u>Luu\* L.-H.</u>, Philippe P., **Chambon G**. Erosion of a yield stress fluid. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2013.

[Po18] <u>Gaume\* J.</u>, **Chambon G.**, Eckert N., Naaim M. Influence of tensile strength and weak layer heterogeneity on slab tensile failure propensity. *Davos Atmosphere and Cryosphere Assembly DACA-13*, Davos, Switzerland, juillet 2013.

[Po19] <u>Gaume\* J.</u>, Schweizer J., **Chambon G.**, Naaim M., The effect of spatial variations of snowpack properties on snow slope stability. *International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, octobre 2013.

[Po20] <u>Hagenmuller\* P.</u>, **Chambon G.**, Flin F., Wang X., Lesaffre B., Naaim M., Description of the snow microstructure as a 3D assembly of snow grains. *International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, octobre 2013.

[Po21] <u>Podolskiy\* E. A.</u>, Barbero, M., Barpi, F., Borri-Brunetto M., Pallara O., Chiaia, B., **Chambon G.**, Naaim M., Testing a new shear loading apparatus for in-situ studies of weak snow layers. *International Snow Science Workshop ISSW 2013*, Grenoble, France, octobre 2013.

[Po22] <u>Podolskiy\* E. A.</u>, Barbero, M., Barpi, F., Borri-Brunetto M., Pallara O., Frigo B., Chiaia, B., **Chambon G.**, Naaim M., Healing of snow interfaces: cold laboratory experiments on isothermal snow sintering. *AGU Fall Meeting*, San Francisco, USA, décembre 2013.

[Po23] Gaume\* J., Schweizer J., van Herwijnen A., Reuter B., **Chambon G.** Critical length derived from weak layer shear strength spatial variability. *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2014.

[Po24] Gaume\* J., Schweizer J., van Herwijnen A., **Chambon G.** Why are hard snow slabs more prone to wide-scale crack propagation? *EGU General Assembly*, Vienne Autriche, avril 2014.

#### 3.4. Résumés soumis

Jongmans\* D., Baillet L., Larose E., Bottelin P., <u>Mainsant G.</u>, **Chambon G.** Application of ambient vibration techniques for monitoring the triggering of rapid landslides. *IAEG XII Congress*, Torino, september 2014.

Gaume\* J., van Hervijnen A., Schweizer J., **Chambon G.** Discrete element modelling of crack propagation in weak snowpack layers. *International Snow Science Workshop ISSW 2014*, Banff, Canada, septembre 2014.

Gaume J., **Chambon G.**, van Hervijnen A., Schweizer J. On the failure criterion of collapsible weak-snow layers using the discrete element method. *International Snow Science Workshop ISSW 2014*, Banff, Canada, septembre 2014.

# 3.5. Séminaires invités

Séminaires au Laboratoire de Sismologie de l'Institut de Physique du Globe de Paris (2002), au Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique (Grenoble, 2002), à l'Institut de Physique de l'Université d'Oslo (2002), au laboratoire PMMH (Paris, 2003), au Laboratoire d'Hydraulique Environnementale de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (2004), au Laboratoire de Mécanique des Fluides et Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon (2008).

### 4. Encadrements

## 4.1. Thèses

[PhD AG] **Assia Ghemmour**: Ecoulements à surface de libre de fluides à seuil: rhéométrie et validation des caractéristiques hydrauliques dans un canal à fond mobile – Application aux laves torrentielles. Thèse de l'Université de Grenoble, soutenue le 24/10/2011 (financement: Irstea) (taux d'encadrement: 80%, avec M. Naaim).

[PhD JG] **Johan Gaume**: *Prédétermination des hauteurs de départ d'avalanches – Modélisation combinée statistique – mécanique*. Thèse de l'Université de Grenoble, soutenue le 30/10/2012 (financement : projet Interreg DYNAVAL) (taux d'encadrement : 60%, avec N. Eckert, M. Naaim).

[PhD GM] **Guénolé Mainsant**: Variation de la vitesse des ondes S lors de la transition solide-fluide au sein des argiles - Application à la prévision des glissements de terrain argileux. Thèse de l'Université de Grenoble, soutenue le 17/04/2013 (financement: projet ANR SISCA) (taux d'encadrement: 30%, avec D. Jongmans, E. Larose).

[PhD NL] **Nicolas Lafarge**: *Modélisation hydraulique et rhéologique des écoulements de lahars – Application au cas du volcan Semeru (Indonésie)*. Thèse de l'Université de Grenoble, soutenance prévue en 2014 (financement : projet ANR LAHARISK) (taux d'encadrement : 70%, avec D. Laigle).

[PhD PH] **Pascal Hagenmuller**: *Modélisation du comportement mécanique des couches de neige fragiles*. Thèse de l'Université de Grenoble, soutenance prévue en 2014 (financement : FCPR) (taux d'encadrement : 60%, avec F. Flin, M. Naaim).

[PhD PF] **Perrine Freydier**: *Dynamique interne des écoulements à surface libre de fluides viscoplastiques*. Thèse de l'Université de Grenoble, soutenance prévue en 2016 (financement : Irstea) (taux d'encadrement : 100%).

### 4.2. Post-docs

[PD FL] **Franck Lominé**: *Modélisation SPH du déferlement et run-up des vagues près des berges,* 2008–2009 (financement : projet ANR TSUMOD) (taux d'encadrement : 20%, avec M. Naaim, T. Faug).

[PD SJ] **Sueng-Won Jeong**: *Mechanical analysis of landslide fluidization processes*, 2009–2010 (financement: projet RTN Marie Curie Mountain Risks) (taux d'encadrement : 30%, avec M. Naaim, D. Jongmans).

[PD EP] **Evgeny Podolskiy**: *Triggering mechanisms of snow slab avalanches*, 2011–2014 (financement: Irstea et bourse Marie Curie) (taux d'encadrement: 70%, avec M. Naaim).

[PD LL] **Li-Hua Luu** : *Mécanismes d'érosion par un fluide à seuil*, 2012–2014 (financement : Irstea) (taux d'encadrement: 40%, avec P. Philippe).

## 4.3. Stages

#### Niveau Master 2

[Ms AM] **Ahmed Salem Ould Mohamed**: Modélisation des laves torrentielles boueuses: développement d'un nouveau dispositif expérimental et utilisation d'un fluide à seuil modèle (Carbopol). Stage de M2 de l'Université Paris XI, 6 mois, 2006.

[Ms SD] **Sabahatin Dizdar**: *Validation d'un code de calcul d'écoulements à surface libre par la méthode SPH*. Stage de M2 de l'UJF Grenoble, 7 mois, 2006 (co-encadrement avec D. Laigle).

[Ms RB] **Romain Bouvarel**: Validation d'un code de calcul d'écoulements granulaire par la méthode SPH. Stage de M2 de l'UJF Grenoble, 6 mois, 2007 (co-encadrement avec D. Laigle).

[Ms CD] **Céline Dumaisnil**: Synthèse des caractéristiques physiques et rhéologiques des lahars. Stage pré-doctoral de l'UBP Clermont-Ferrand, 2 mois, 2008 (co-encadrement avec J.-C. Thouret).

[Ms TG] **Thomas Geay**: Etude du front de coulées viscoplastiques. Stage de fin d'études de l'ENSHMG Grenoble, 8 mois, 2008.

[Ms JG] **Johan Gaume**: Comportement des milieux granulaires denses — Applications à la rhéologie de la neige. Stage de M2 de l'INPG Grenoble, 5 mois, 2008 (co-encadrement avec M. Naaim).

[Ms NL] **Nicolas Lafarge**: Etude par éléments discrets des instabilités de pente d'un sol granulaire. Stage de M2 de l'UJF Grenoble, 5 mois, 2009 (co-encadrement avec P. Philippe).

[Ms TM] **Tijan Mede**: Etude par éléments discrets du comportement mécanique des couches de neige fragiles. Stage de M2R de l'UJF Grenoble, 5 mois, 2014 (co-encadrement avec P. Hagenmuller et M. Naaim)

#### Niveau Master 1 / Licence

[St TB] **Thomas Boyer**: Quelques caractéristiques physiques et rhéologiques des dépôts de lahar du volcan Semeru. Stage de TER de l'UBP de Clermont-Ferrand, 3 mois, 2005 (co-encadrement evec J.-C. Thouret).

[St CB] **Carine Bernard** : *Quelques caractéristiques physiques et rhéologiques des dépôts de lahar du volcan Semeru*. Stage de TER de l'UBP de Clermont-Ferrand, 3 mois, 2006 (co-encadrement evec J.-C. Thouret).

[St DR] **David-Alexandre Ruchon**: Etude expérimentale du comportement hydraulique des laves torrentielles. Stage de L3 de l'UJF Grenoble, 2 mois, 2007.

[St ET] **Elsa Tharaud** : *Visualisation en 3 dimensions par la méthode de projection de franges.* Stage de M1 de l'Université de Savoie, 2 mois, 2007.

[St JB] **Julien Brun**: *Exploitation d'un nouveau dispositif expérimental pour l'étude des laves torrentielles*. Stage de prépa-INPG Grenoble, 1,5 mois, 2008.

[St GR] **Guillaume Rémy**: Ecoulements à surface libre de fluides viscoplastiques. Stage de 1<sup>ère</sup> année de l'ENS de Paris, 1 mois, 2012 (co-encadrement avec D. Bresch).

# 5. Participation à des projets scientifiques

#### 5.1. Projets européens

**IRASMOS**: Integral *risk management of extremely rapid mass movements*, 2005-2008 (participant). Projet 6ème PCRD, coordonné par J. Rhyner, SLF Suisse (partenaires principaux : SLF, Uni. Pavia, Uni. Trento, BOKU Vienne, Météo France, Cemagref, Politecnico di Milano, Norwegian Geotechnical Institute).

**Mountain Risks**, 2007-2010 (participant). Projet RTN Marie Curie, coordonné par J.-P. Malet, IPGS (partenaires principaux: IPGS, Uni. Caen, UJF, Cemagref, EPFL, Uni. Utrecht, Uni. Firenze, Uni. Milano, Uni. Vienne, Technical University of Catalunya, Uni. Delft, Uni. Kingston).

**DYNAVAL**: Dynamique des avalanches : départ et interactions écoulement/obstacle, 2009-2012 (participant). Projet Interreg-Alcotra, coordonné par V. Segor, Région Val d'Aoste (partenaires : Cemagref, Uni. Torino, Politecnico di Torino).

MAP<sup>3</sup>: Monitoring for avalanche prevision, prediction, and protection, 2011-2014 (participant, membre du comité de pilotage). Projet Interreg-Alcotra, coordonné par V. Segor, Région Val d'Aoste (partenaires : Cemagref, Uni. Torino, Politecnico di Torino).

## 5.2. Projets nationaux

**PIGE**: *Physique des Instabilités Gravitaires et Erosives*, 2005-2008 (participant). Projet ANR CaTell, coordonné par O. Pouliquen, IUSTI (partenaires : IUSTI, PMMH, LMM, Cemagref).

**TSUMOD**: Amélioration de la modélisation numérique et de la connaissance des processus de génération, propagation et amplification des tsunamis, 2005-2008 (participant). Projet ANR CaTell, coordonné par H. Hébert, CEA (partenaires: CEA, ENS-Paris, Géosciences Azur, Cemagref, LEGEM).

**MONHA**: Mountain zone natural hazards: physics and mechanics of gravitational flows, 2007-2011 (coordinateur). Projet ANR JCJC, coordonné par **G. Chambon**, Cemagref (partenaires: Cemagref Grenoble, Cemagref Aix-en-Provence).

**SISCA**: Système intégré de surveillance de crises de glissements de terrain argileux (accélération, fluidification), 2009-2012 (participant). Projet ANR Risknat, coordonné par O. Maquaire, Uni. Caen (partenaires: Uni. Caen, BRGM, IPGS, LGIT – Cemagref, LHA, LCPC).

**LAHARISK**: Lahars (coulées de débris volcaniques et inondations associées): métrologie in situ, rhéologie et modèles d'écoulement, évaluation quantitative des dommages, prévention et couverture financière, 2010-2013 (responsable de tâche). Projet ANR Risknat, coordonné par J.-C. Thouret, LMV (partenaires: LMV, Cemagref, CNAM, LAMETA, Massey University New-Zealand).

**TEC21**: Ingénierie de la Complexité : la mécanique et ses interfaces au service des enjeux sociétaux du 21ème siècle, 2012-2020 (participant, membre du comité de pilotage). Projet LabeX, coordonné par A. Cartellier, LEGI.

Mouvements gravitaires rapides : modéliser pour mieux protéger, 2014 (coordinateur). Projet INSU – Terre Solide coordonné par **G. Chambon**, Irstea (partenaires : Irstea Grenoble, L3SR, IMT).

## 5.3. Projets régionaux

Rhéologie des laves torrentielles : influence et formation du front granulaire, 2005-2006 (coordinateur). Projet du Pôle Grenoblois Risques Naturels, coordonné par G. Chambon, Cemagref (partenaires : Cemagref, Laboratoire de Rhéologie).

Rhéologie de la neige dense – Transition solide-fluide, 2008-2009 (coordinateur). Projet de la plate-forme de recherche VOR, coordonné par **G. Chambon**, Cemagref (partenaires : Cemagref, L3SR).

Etude de la fluidification des argiles du Trièves par expériences analogiques et études sismiques, 2010-2011 (participant). Projet de la plate-forme de recherche VOR, coordonné par D. Jongmans, LGIT (partenaires : LGIT, Cemagref).

Obtention d'images tomographiques de neiges de faible cohésion pour la modélisation du comportement mécanique des couches de neige fragiles, 2012-2013 (participant). Projet de la plate-forme de recherche VOR, coordonné par F. Flin, CEN (partenaires : CEN, Cemagref, L3SR).

Evaluation de la résistivité électrique comme paramètre marquant la transition solide-fluide observée dans les glissements argileux, 2014 (participant). Projet de la plate-forme de recherche VOR, coordonné par G. Bièvre, ISTErre (partenaires : ISTErre, Irstea Grenoble).

## 5.4. Projets en cours d'évaluation

**SWIFTNNEW**: Shallow water: instabilities and fronts in non- Newtonian fluids, 2014 (reponsable de tâche). Projet soumis à l'AO Générique de l'ANR, coordonné par V. Botton, LMFA (partenaires: LMFA, Irstea, FAST, IMT).

**GEMORAC:** Geophysical monitoring of rapid mass movements in clayey slopes – Search for precursors, 2014 (responsable de tâche). Projet soumis à l'AO Générique de l'ANR, coordonné par D. Jongmans, ISTerre (partenaires : ISTerre, Géoazur, IPGS, Univ. Lausanne, Irstea Grenoble).

#### 5.5. Projets soumis mais non retenus

**MODEM**: Modelling of scenarios, mitigation techniques and tools for management of risks derived from flash floods in Mountain basins, 2008 (coordinateur de la contribution Cemagref). Projet soumis à l'AO 7ème PCRD, coordonné par M. Pastor, Cedex (partenaires principaux : Cedex, Uni. Politecnica de Catalunya, Cemagref, L3SR, Politecnico di Milano, Uni. Bologna, ETH Zurich, Uni. Fribourg, National Technical Uni. Athens).

**MERIVAL**: Approche multi-échelle de la rupture du manteau neigeux pour la sûreté hivernale des zones urbaines et des réseaux de communication, 2009 (participant). Projet soumis à l'AO RGCU, coordonné par D. Daudon, L3SR (partenaires : L3SR, LGGE, CEN, Cemagref).

# 6. Activités d'enseignement

#### 6.1. Formation initiale

#### **Niveau Doctorat**

- 2007 : cours dans le cadre de l'Ecole d'Eté organisée par le RTN Mountain Risks : Rheology of rapid mass movements (1h de cours).
- 2007 : cours à l'Ecole Doctorale TUE de l'UJF, module Risques naturels : *Rhéologie des mouvements gravitaires rapides, Laves torrentielles* (2x3h de cours).
- **2010, 2014** : cours à l'Ecole Doctorale TUE de l'UJF, module Risques naturels : *Rhéologie des géofluides, Dérivation des équations de Saint-Venant* (2x3h de cours).

### Niveau Master 2

- 2005 à 2013 : cours en 5<sup>ème</sup> année de Polytech' Grenoble, module Risques Gravitaires : *Introduction aux laves torrentielles* (2h de cours).
- 2013 : cours en 3<sup>ème</sup> année de l'ENSE<sup>3</sup> (+ Master International Hydraulic Engineering): Landslides and mass movements : gravity-driven processes in moutainous regions (8h de cours).

### Niveau Master 1 / Licence

- 2002 à 2004 : TDs et TPs d'informatique, de Physique, de Géologie Générale et de Pétrographie Miscroscopique en DEUG de Sciences de la Terre (64h par an).
- 2006: intervention dans le cadre des Summer Courses de l'NPG: *Torrential floods and debris flows* (3h de cours).
- 2007, 2009 : cours-conférence dans le cadre d'un stage de terrain de l'Université de Franche-Comté : *Les crues torrentielles* (3h de cours).
- 2012 à 2014 : cours donné dans le cadre du Master GAIA de l'Université de Savoie : *Prévention des risques générés par les laves torrentielles* (3h de cours, 4h de TD, 1 journée de terrain).

### 6.2. Formation continue

- 2006 : participation à une session de formation auprès des services RTM : Diagnostic et évaluation des aléas liés aux laves torrentielles ; modèle LAVE2D du Cemagref (2h de cours).
- 2007 : participation à une session de formation auprès des services RTM : Aménagement de bassins versants torrentiels (4h de cours).

## 6.3. Autres activités d'enseignement

- 2007: Participation à la rédaction d'un support de cours en ligne sur les risques naturels en montagne, dans le cadre de l'Université Virtuelle Environnement et Développement Durable (UVED).
- chaque année : encadrement conseil auprès d'étudiants en classes préparatoires dans le cadre des projets de TIPE.

# 7. Activités d'expertise scientifique

## 7.1. Edition scientifique

- Relecture d'articles pour les journaux : J. Fluid Mech. (4), J. Non-Newton. Fluid. (2), J. Hydraul. Eng. (3), Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech. (3), Ann. Glaciol. (2), Geophys. Res. Lett. (2), J. Glaciol. (1), Earth Surf. Process. Landforms (1), Cold Reg. Sci. Technol. (1), Adv. Wat. Resour. (1), Pure Appl. Geophys. (1), Géotechnique (1), Ital. J. Geosci. (1), Nat. Haz. (1), KSCE J. Civil Eng. (1), Eur. J. Env. Civil Eng. (1), Int. J. Earth Sci. (1).
- Relecture d'un chapitre de l'ouvrage : Géomécanique des instabilités rocheuses, du déclenchement à l'ouvrage, S. Lambert et F. Nicot eds, traité MIM, Hermès Lavoisier, 2010.

## 7.2. Organisation de colloques

■ 2011 : Organisation du colloque de clôture du projet ANR MONHA : Déclenchement des mouvements gravitaires rapides — Transition solide-fluide dans les géomatériaux et effets du temps (Lyon, 12/01/2011).

## 7.3. Evaluation de projets

■ Evaluations de projets de recherche soumis à la campagne BQR de l'INSA de Lyon (2008), à la fédération VOR (2008, 2011), à l'US Army Research Office (2012).

## 7.4. Jurys et comités de thèse (hors étudiants encadrés)

#### Jurys

- 2009 : examinateur dans le jury de **F. Mahaut** : *Comportement rhéologique de suspensions de particules non-colloidales plongées dans des fluides à seuil* (thèse de l'université Paris Est, encadrée par G. Ovarlez et P. Coussot).
- 2012: rapporteur dans le jury de N. Andreini: Dam break of Newtonian fluids and granular suspensions: internal dynamics measurements (thèse de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, encadrée par C. Ancey).

### Comités de pilotage

- 2009 : participation au comité de pilotage de la thèse de M. Aris : Investigations expérimentales des effets de la microstructure sur le comportement des matériaux granulaires et sur la transition solidefluide (thèse encadrée par N. Benahmed et S. Bonelli, Irstea Aix-en-Provence).
- 2009-2012 : participation au comité de pilotage de la thèse de **F. Bonnet** : *Déstabilisation d'un matériau granulaire immergé* (thèse encadrée par P. Philippe et F. Nicot, Irstea Aix-en-Provence).
- 2014-2017 : participation au comité de pilotage de la thèse de **F. Kneib** : Écoulements granulaires au voisinage d'obstacles : identification du rôle de la transition fluide-solide dans les fluctuations de contrainte (thèse encadrée par T. Faug et F. Dufour, Irstea Grenoble L3SR).

# 7.5. Participations à des instances

- Depuis 2012 : membre du Steering Committee de la fédération Fed3G.
- Depuis 2013 : membre du comité de direction (*Task Leader Committee*) du Labex TEC21.

# 8. Activités d'expertise et d'appui technique

## 8.1. Etudes d'ingénierie

- 2004-2005 : Diagnostic du fonctionnement torrentiel du bassin versant du Réal (Péone, Alpes-Maritimes), étude réalisée au profit de l'ONF – Service RTM (40 jours).
- 2006-2007 : Torrent du Réal (Péone, Alpes-Maritimes) : propositions d'aménagements complémentaires, étude réalisée au profit de l'ONF Service RTM (30 jours).
- 2011 : Expertise glacier de Tête-Rousse ; évaluation des risques de crue consécutifs à la rupture de la poche sous-glaciaire, visites de terrain et relecture du rapport final (4 jours).

# 8.2. Avis post-évènements

- 2005 : Avis sur la lave torrentielle du 22 juin 2005 dans le torrent du Saint-Bernard (Saint-Martin-la-Porte, 73), au profit de l'ONF Service RTM (5 jours).
- 2005 : Avis sur la lave torrentielle d'août 2005 dans le torrent d'Armancette (Contamines-Montjoie, 74), au profit de l'ONF Service RTM (4 jours).
- 2006: Reconnaissance de terrain et avis sur l'évènement de lave torrentielle du Rieu Benoît à Valloire en août 2006 (73), au profit de l'ONF – Service RTM (2 jours).
- 2009 : Evaluation des caractéristique de la lave torrentielle de juin 2009 sur le torrent de l'Abéous (Méolans-Revel, 04), au profit de l'ONF Service RTM (4 jours).

# 9. Formations suivies

- 2001 : Participation à l'école d'été « Milieux Divisés » organisée par le GdR MiDi (10 jours).
- 2003 : Participation à l'école d'hiver « From elasticity to plastic flow in condensed media » organisée par l'UJF (10 jours).
- 2005 : Formation à l'évolution en terrains difficiles de montagne, organisée par l'ENSA (5 jours).
- 2005 : Voyage d'étude en Autriche : Méthodes de prévention des risques naturels dans les montagnes autrichiennes, organisée par le RTM (6 jours).
- 2006 : Participation à l'école d'été « Mécanique Physique » oganisée par le GdR MiDi (10 jours).
- 2006 : Formation en traitement d'images, organisée par l'INPG (3 jours).
- 2008 : Formation sécurité laser, organisée par M. Sauron (formateur indépendant) (0,5 jours).
- 2008 : Formation à la *méthode des éléments finis* (applications à la mécanique des structures), organisée par l'INPG (5 jours, suivi partiel).
- 2010 : Formation au logiciel de calcul par éléments finis CAST3M, organisée par le CEA (3 jours).
- 2014 : Formation « Habilitation laser », organisée par M. Sauron (formateur indépendant) (2 jours).