



**HAL**  
open science

# Que peut-on attendre des Super Modèles en hydrologie ? Évaluation d'une approche de combinaison dynamique de modèles pluie-débit

Léonard Santos

## ► To cite this version:

Léonard Santos. Que peut-on attendre des Super Modèles en hydrologie ? Évaluation d'une approche de combinaison dynamique de modèles pluie-débit. Sciences de l'environnement. Doctorat en Hydrologie, AgroParisTech, 2018. Français. NNT: . tel-02609262

**HAL Id: tel-02609262**

**<https://hal.inrae.fr/tel-02609262>**

Submitted on 16 May 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Doctorat AgroParisTech

### THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**L'Institut des Sciences et Industries  
du Vivant et de l'Environnement**

**(AgroParisTech)**

**Spécialité : Hydrologie**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Léonard SANTOS**

le 27 novembre 2018

**Que peut-on attendre des Super Modèles en hydrologie ?**

**Évaluation d'une approche de combinaison dynamique  
de modèles pluie-débit**

Directeur de thèse : **Vazken ANDRÉASSIAN**  
Co-encadrement de la thèse : **Guillaume THIREL**

#### Jury

**Mme Anne-Catherine FAVRE**, Professeure, G-INP, Grenoble  
**M. Roger MOUSSA**, Directeur de recherche, INRA, Montpellier  
**Mme Bettina SCHAEFLI**, Professeure assistante, UNIL, Lausanne  
**M. Ludovic OUDIN**, Maître de conférences, Sorbonne Université, Paris  
**Mme Sophie RICCI**, Chargée de recherche, CERFACS, Toulouse  
**M. Vazken ANDRÉASSIAN**, ICPEF, Irstea, Antony  
**M. Guillaume THIREL**, Chargé de recherche, Irstea, Antony

Présidente  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examinateur  
Examinatrice  
Directeur  
Co-encadrant



# Remerciements

Eh oui, les remerciements... Il paraît que la plupart des gens ne lisent que ça. Du coup, je vais essayer de faire ça bien.

Pour commencer, il est important pour moi de rendre hommage à mes encadrants. Il est vrai que, sans eux, la qualité de ce travail (quelle qu'elle soit) aurait été bien moindre. Je remercie tout d'abord l'un des principaux artisans de cette thèse, Guillaume, pour tout ce qu'il a pu faire pour m'aider à la terminer. Ses idées et ses interventions salutaires ont permis de me maintenir sur le droit chemin malgré mes tentatives d'en dévier. Je le remercie aussi pour l'application et la patience dont il a fait preuve en relisant chacun de mes écrits. Je remercie aussi Charles pour avoir aidé, de la même manière, à améliorer la qualité de mes écrits. De même, je le remercie pour le suivi de mon travail et pour ses idées qui m'ont permis d'avancer. Je leur suis reconnaissant à tous les deux pour la gentillesse et la bienveillance dont ils ont fait preuve à mon égard, travailler avec eux fut un plaisir. Enfin, je me dois aussi de remercier Vazken pour avoir accepté de diriger cette thèse et pour les discussions intéressantes que nous avons pu avoir.

Je remercie aussi les membres du jury. Comme je l'ai souligné lors de la soutenance, je ne m'attendais pas à trouver si facilement des gens intéressés par le sujet. Merci à Bettina Schaeffli et Roger Moussa d'avoir accepté de relire ma thèse. Et merci à eux, ainsi qu'à Anne-Catherine Favre, Sophie Ricci et Ludovic Oudin pour les discussions intéressantes survenues lors de la soutenance.

Par ailleurs, je remercie aussi les personnes qui ont suivi mes travaux via mon comité. François Anctil, Julien Boé, Isabelle Braud, Paul-Henry Cournède et Nicolas Le Moine m'ont apporté une aide précieuse et leurs expertises ont guidé ces travaux dans la bonne direction. Merci aussi à Thierry Morel pour l'aide qu'il m'a fourni lors de la prise en main du logiciel OpenPALMS.

Ces remerciements ne seraient pas complets sans les membres de l'équipe Hydrologie des bassins versants. Avant tout, je tiens à remercier mes trois collègues de bureau. Je remercie tout d'abord Cédric. Trois ans... Trois ans passés dans le même bureau. Je pense que, pour moi, cette thèse sera toujours indissociable de notre amitié. Je remercie aussi Sylvia de m'avoir accompagné durant la première année de thèse. Encore aujourd'hui, j'éprouve énormément de respect et d'admiration pour elle. Et puis, je remercie Daniela, qui m'a accompagné durant la dernière année et pour qui j'ai beaucoup d'affection. Je n'oublierai pas le bonheur éprouvé lors de ces moments passés avec elle de si tôt. Pour terminer la liste de mes co-bureau, je me dois aussi de remercier Antoine et Philippe pour leurs passages fugaces. Je remercie aussi tout mes comparses doctorants avec qui j'ai passé de bons moments : Louise, Carine, Andrea, Angelica, Philippe, Gaia, Manon, Morgane, José, Fernando, Anthony, Paul et Antoine. Je n'oublierai pas les autres membres de l'équipe et stagiaires. Merci à Helena, Pierre, Olivier, Alban,



Laure, Julie, François, Benoît, Carina, Julien, Imane, Jeff, Audrey, Claire, Thomas, Alexis, Chiara, Lila, Arnaud, Sacha, Peng, Claire. Merci à vous tous, ces trois années ont été bien agréables en votre charmante compagnie (sauf quand on m'a volé mes chaussures...).

Merci aussi aux autres représentants de l'unité HBAN. Je regrette que cette unité ait été scindée, elle était bien sympathique. Merci en particulier à Thomas que j'ai eu l'honneur de suppléer, à Yannick, qui m'a écouté et qui a pris Sigthorsson ainsi qu'à Francis, Guillaume, Mathieu, Simon, Sylvain et Timo pour m'avoir ridiculisé à mon petit gazon et aussi dans des vrais sports. Par ailleurs, merci à toutes les personnes avec qui j'ai pu partager au sport, le midi. Ce fut vraiment un plaisir.

Merci aussi à tous mes amis, si d'aventure vous tombez sur ce manuscrit, vous vous reconnaîtrez. Je vous fais, à tous, de gros bisous, vous le méritez bien.

Je ne peux pas terminer ces remerciements sans m'adresser à mes proches. Merci à ma famille : mes parents, mes sœurs et mon frère. Ils ont toujours été là pour moi et rien n'aurait été possible sans eux. Leur seule présence à mes côtés explique en grande partie la réussite de mon travail. Merci aussi à ma petite amie pour tout son soutien. Sans elle l'écriture de ce manuscrit aurait été bien plus compliquée.



# Résumé

Il existe une grande diversité de réponses hydrologiques des bassins versants à des précipitations données. Cette diversité vient du fait que ces réponses résultent d'un ensemble de processus hydrologiques dont la présence et l'importance sont très variables. Dès lors, il devient difficile de leur trouver une représentation suffisamment riche et flexible pour qu'elle s'adapte à toutes les conditions. Les modèles hydrologiques, représentations mathématiques de ces réponses hydrologiques via la transformation de variables climatiques (en particulier la pluie) en variables hydrologiques (en particulier le débit), sont parfois limités dans leur capacité à reproduire correctement cette réponse. Une option pour pallier ces difficultés est de combiner l'utilisation de plusieurs modèles présentant des caractéristiques complémentaires. Ces méthodes de combinaisons sont appelées "méthodes multimodèles". Elles consistent généralement à utiliser plusieurs modèles en parallèle et à combiner leurs sorties sans qu'il n'y ait d'interactions entre les différents modèles.

Cette thèse a pour but d'étudier une méthode multimodèle dynamique couplant plusieurs modèles en leur faisant échanger de l'information tout au long du processus de simulation. La méthode utilisée, baptisée Super Modèle, a été mise au point par des climatologues et l'objectif de ce travail était d'en évaluer l'intérêt pour l'hydrologie. La méthode repose sur la modification des états internes de chaque modèle en fonction des valeurs d'états internes correspondants des autres modèles (on pourrait faire le parallèle avec une assimilation de données qui seraient simulées par d'autres modèles). Les modèles hydrologiques utilisés pour tester cette méthode sont des modèles pluie-débit à réservoirs. La mise en place du Super Modèle a, tout d'abord, nécessité une réécriture complète de ces modèles en représentation d'états (sous formes d'équations différentielles).

Cette thèse présente deux couplages (Super Modèles) entre modèles à réservoirs :

- l'un réalisé à partir de deux modèles GR4J paramétrés sur différentes gammes de débits, à des fins d'analyse du comportement du Super Modèle ;
- le second basé sur deux modèles différents, GR4J et HYMOD, afin de déterminer l'apport potentiel de la méthode.

Cette méthode du Super Modèle apporte des améliorations intéressantes en termes de qualité de simulations des débits. Sur les 650 bassins testés en France, les débits simulés sur une période de validation par le Super Modèle sont globalement de meilleure qualité que ceux qui sont simulés par des méthodes multimodèles simples qui reposent sur les moyennes (pondérées ou non) des débits. De plus, la méthode est susceptible de corriger efficacement les modèles GR4J et HYMOD sur plus d'un tiers des bassins testés. Par ailleurs, comme la méthode agit sur les modèles au niveau interne, elle permet aussi de diagnostiquer certaines erreurs commises par les modèles.

Le Super Modèle n'est, cependant, pas adaptée à tous les bassins et sa difficulté de mise en place incite donc à effectuer une analyse préalable de son intérêt potentiel. Cette thèse propose un portrait-robot des bassins sur lesquels le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD est le plus intéressant. Les caractéristiques de ces bassins découlent des lacunes de chaque modèle et dépendront donc des modèles utilisés.



# Abstract

A large variety of hydrological responses of catchments exist. This diversity is due to the multiplicity of hydrological processes that govern these responses. Consequently, it is difficult to find a representation that is rich and flexible enough to be adapted to all possible conditions. The hydrological models, which are mathematical representations of hydrological responses built to transform climatic variables (*i.e.* the rainfall) to hydrological variables (*i.e.* the river flow), are sometimes limited by their capacity to correctly reproduce these responses. One option to overcome this issue is to combine different models that are complementary in terms of processes representation. These combination methods are called “multimodel approaches”. Such methods are based on the mixture of models simulated flows without any interaction between the models.

This thesis aims at testing a multimodel approach based on the dynamical coupling of several models by transferring information during the run. The used method, called “supermodel”, was set up by climatologists and the present work aims at evaluating its transferability to the context of hydrological modelling. The method relies on the modification of each model’s internal states values regarding the values of the other models corresponding internal states (a parallel can be made with a simulated data assimilation technique). The hydrological models used in this thesis are bucket-type models. An implementation of the models into state-space representations was made prior to the set up of the supermodel.

This thesis presents two applications of this method using bucket-type rainfall-runoff models:

- The first application tested is a supermodel that combine two GR4J models that are parametrised to focus on different flow ranges. It is used to analyse the Super Model behaviour.
- The second one combines two different models, namely GR4J and HYMOD, to determine the potential gain provided by the approach.

This approach improves the quality of flow simulations. Over the 650 test catchments over France, the supermodel simulated flows are globally better than the ones simulated by multimodel approaches that are based on flows averages (weighted or not). The method can also provide efficient corrections to the GR4J and HYMOD models on about the third of the tested catchments. The method can also be used to diagnose model errors by analysing the internal fluxes that are created between models.

Due to the fact that the use of supermodel is not adapted to all catchments and that its implementation is complex, the choice of using this method should be challenged by prior analysis. An identification of catchments on which the supermodel seems the most interesting was drawn. The identified characteristics can be deduced from the weaknesses of the used models.

# Sommaire

<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Positionnement scientifique de la thèse</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Modélisation pluie-débit . . . . .	5
1.2.1 Intérêt de la modélisation hydrologique . . . . .	5
1.2.2 Une grande variété de modèles . . . . .	7
1.2.3 Principes généraux du calage des modèles . . . . .	8
1.2.4 Que faire lorsque les paramètres ne permettent pas d’adapter correctement les sorties du modèle aux observations ? . . . . .	8
1.3 Inventaire des méthodes multimodèles . . . . .	9
1.3.1 Différents types d’approches . . . . .	9
1.3.2 Approches ensemblistes . . . . .	10
1.3.3 Approches par combinaison des sorties . . . . .	11
1.3.4 Modèles flexibles et sélection de modèles . . . . .	14
1.4 Méthode du Super Modèle . . . . .	14
1.4.1 Bases théoriques . . . . .	14
1.4.2 Application en climatologie . . . . .	15
1.4.3 Application à l’hydrologie . . . . .	16
1.5 Conclusion . . . . .	20
<b>2 Méthodologie de l’étude</b>	<b>23</b>
2.1 Introduction . . . . .	23
2.2 Données de bassins utilisées . . . . .	23
2.2.1 De la nécessité de tester la méthode sur un grand nombre de bassins . . . . .	23
2.2.2 Une base de données adaptée à la modélisation globale à réservoir	24
2.2.3 Sélection d’un échantillon de bassins . . . . .	25
2.2.4 Caractéristiques des bassins de l’échantillon . . . . .	26
2.3 Présentation des modèles pluie-débit utilisés . . . . .	33
2.3.1 Le modèle GR4J . . . . .	33
2.3.2 Le modèle HYMOD . . . . .	37
2.4 Méthodes de calage et d’évaluation . . . . .	39
2.4.1 Fonctions objectif et critères d’évaluation des modèles . . . . .	39
2.4.2 Transformation des débits pour les calculs de critères et fonctions objectif . . . . .	41
2.4.3 Algorithmes de calage . . . . .	42
2.4.4 Algorithme de calage utilisé : la méthode “pas-à-pas” . . . . .	43

2.4.5	Tests statistiques permettant d'évaluer les différences entre valeurs de critères . . . . .	45
2.5	Implémentation du Super Modèle . . . . .	46
2.5.1	Exemple en climatologie : le modèle de Lorenz (Lorenz, 1963) . . . . .	47
2.5.2	Implémentation en hydrologie . . . . .	48
2.6	Conclusion . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Réécriture en représentation d'états de deux modèles hydrologiques</b>	<b>51</b>
3.1	Introduction . . . . .	51
3.2	Résumé en français de l'article détaillant la représentation d'état de GR4	51
3.3	Article : "Continuous state-space representation of a bucket-type rainfall-runoff model : a case study with the GR4 model using State-Space GR4 (version 1.0)" . . . . .	52
3.3.1	Introduction . . . . .	53
3.3.2	GR4 and its new state-space representation . . . . .	55
3.3.3	Implementation and testing methodology . . . . .	60
3.3.4	Results and discussion . . . . .	64
3.3.5	Conclusions and perspectives . . . . .	69
3.3.6	Code and data availability . . . . .	71
3.4	Discussions autour de l'article . . . . .	71
3.4.1	Intérêt pour le Super Modèle . . . . .	71
3.4.2	Discussion des méthodes de résolution numérique des équations	72
3.4.3	Précisions sur la dépendance temporelle du modèle . . . . .	75
3.5	Représentation d'états de HYMOD . . . . .	77
3.6	Conclusion . . . . .	79
<b>4</b>	<b>Un premier Super Modèle hydrologique : couplage de deux modèles GR4J</b>	<b>81</b>
4.1	Introduction . . . . .	81
4.2	Mise en place . . . . .	81
4.2.1	Calage des deux modèles . . . . .	81
4.2.2	Choix des variables échangées . . . . .	82
4.2.3	Choix de la variable de sortie utilisée pour le calage . . . . .	84
4.2.4	Calage des coefficients correcteurs . . . . .	85
4.3	Résultats de la méthode . . . . .	85
4.3.1	Résultats globaux sur les bassins . . . . .	86
4.3.2	Analyse multiobjectif . . . . .	91
4.3.3	Comparaison à une méthode multimodèle <i>a posteriori</i> . . . . .	92
4.3.4	Synthèse des performances . . . . .	93
4.4	Analyse du fonctionnement . . . . .	94
4.4.1	Significations des valeurs de coefficients . . . . .	94
4.4.2	Sensibilité aux paramètres . . . . .	98
4.4.3	Synchronisation des variables internes . . . . .	101
4.4.4	Analyse des quantités d'eau échangées . . . . .	103
4.4.5	Lien entre sensibilité et performances . . . . .	105
4.5	Conclusion . . . . .	105

<b>5</b>	<b>De l'implémentation d'un Super Modèle couplant deux modèles dif-</b>	
	<b>férents</b>	<b>109</b>
5.1	Introduction . . . . .	109
5.2	Complémentarité entre GR4J et HYMOD . . . . .	109
5.2.1	Analyse structurelle globale . . . . .	110
5.2.2	Performances globales sur l'échantillon de bassins versants . . .	111
5.2.3	Étude des relations entre paramètres . . . . .	113
5.2.4	Analyse des corrélations entre variables . . . . .	115
5.3	Implémentation du Super Modèle . . . . .	117
5.3.1	Calage des modèles initiaux . . . . .	117
5.3.2	Choix des variables couplées . . . . .	118
5.3.3	Mise à l'échelle des variables testées . . . . .	120
5.4	Sélection des variables échangées et de leurs mises à l'échelle par des	
	tests systématiques . . . . .	125
5.4.1	Intérêt des tests . . . . .	125
5.4.2	Arbre des tests . . . . .	125
5.4.3	Résultats . . . . .	126
5.4.4	Synthèse des tests . . . . .	133
5.5	Conclusion . . . . .	134
<b>6</b>	<b>Comment le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD se comporte-</b>	
	<b>t-il sur les bassins étudiés ?</b>	<b>135</b>
6.1	Introduction . . . . .	135
6.2	Analyse détaillée du Super Modèle GR4J-HYMOD . . . . .	136
6.2.1	Analyse du fonctionnement . . . . .	136
6.2.2	Analyse des deux modèles corrigés . . . . .	142
6.2.3	Évaluation détaillée des performances . . . . .	142
6.2.4	Comparaison à des méthodes de moyennes pondérées . . . . .	146
6.3	Caractérisation des bassins pour lesquels le Super Modèle fonctionne . .	149
6.3.1	Deux sous-échantillons de bassins versants . . . . .	150
6.3.2	Performance des modèles par sous-échantillon . . . . .	150
6.3.3	Liens avec les caractéristiques des bassins . . . . .	151
6.3.4	Différences de fonctionnement du Super Modèle . . . . .	156
6.3.5	Caractérisation des bassins aux performances dégradées . . . . .	158
6.4	Conclusion . . . . .	159
<b>7</b>	<b>Un cas d'application de la méthode : la correction de GR4J et HY-</b>	
	<b>MOD par le Super Modèle</b>	<b>161</b>
7.1	Introduction . . . . .	161
7.2	Analyse globale sur l'échantillon de bassins . . . . .	162
7.2.1	De l'intérêt de ne corriger que l'un des modèles . . . . .	162
7.2.2	Performances globales . . . . .	163
7.2.3	Analyse des échanges . . . . .	165
7.3	Analyse de deux cas particuliers . . . . .	166
7.3.1	Présentation des bassins . . . . .	166
7.3.2	Difficultés liées à la modélisation de ces bassins . . . . .	167
7.3.3	Performances du Super Modèle sur les bassins . . . . .	169
7.3.4	Analyse du comportement du Super Modèle . . . . .	172



7.3.5 Synthèse . . . . .	177
7.4 Conclusion . . . . .	177
<b>Conclusion Générale</b>	<b>179</b>
<b>Annexes</b>	<b>194</b>
<b>A Précisions sur la méthode du Super Modèle en climatologie</b>	<b>195</b>
<b>B Implémentations et équations du modèle HYMOD</b>	<b>197</b>
B.1 Implémentation discrète du modèle . . . . .	197
B.2 Représentation d'états du modèle . . . . .	199
B.3 Précisions sur l'implémentation . . . . .	201
<b>C Article : "Technical note : Pitfalls in using log-transformed flows within the KGE criterion"</b>	<b>203</b>
C.1 Résumé en français . . . . .	203
C.2 Abstract . . . . .	203
C.3 Introduction . . . . .	204
C.4 The KGE and KGE' formulations . . . . .	205
C.5 Issues associated with the use of a prior logarithmic transformation . . . . .	206
C.5.1 Instability when the moments of log-transformed flows become close to zero . . . . .	206
C.5.2 Dependence on the flow unit chosen . . . . .	206
C.5.3 Dependence on the constant added to avoid the zero-flow issue . . . . .	206
C.6 Testing methodology . . . . .	207
C.6.1 Catchment set and data . . . . .	207
C.6.2 Model and calibration . . . . .	207
C.7 Results . . . . .	208
C.7.1 Instability when the moments of log-transformed flows become close to zero . . . . .	208
C.7.2 Dependence on the flow unit chosen . . . . .	209
C.7.3 Dependence on the value added to avoid the zero-flow issue . . . . .	210
C.7.4 The case of the Box-Cox transformation . . . . .	210
C.8 Summary . . . . .	212
C.8.1 Log transformation should not be used in the KGE or KGE' criterion . . . . .	212
C.8.2 Alternatives . . . . .	213
C.8.3 Final remarks . . . . .	214
<b>D Tests de résolution numérique</b>	<b>215</b>
D.1 Méthodes numériques testées : les méthodes d'Euler . . . . .	215
D.1.1 Méthode d'Euler explicite . . . . .	216
D.1.2 Méthode d'Euler implicite . . . . .	216
D.1.3 Méthode des trapèzes . . . . .	217
D.2 Outils d'implémentation des méthodes . . . . .	218
D.2.1 Solveur de Newton-Raphson . . . . .	218
D.2.2 Importance du pas . . . . .	220
D.3 Comparaison des trois méthodes pour GR4J . . . . .	220

D.3.1	Comparaison à la méthode d'Euler implicite à 100 sous-pas de temps . . . . .	220
D.3.2	Choix de la méthode . . . . .	221



# Table des figures

1.1	Définition du système de bassin versant. . . . .	6
1.2	Structure d'un réseau de neurones simple à appliquer pour calculer un débit $Q_{c,i}$ à partir de débits simulés par différents modèles hydrologiques au pas de temps $i$ . . . . .	13
1.3	Modélisations de l'anomalie de températures de surface de la mer (isolignes, en °C), de précipitations (en couleur, en $\text{mm} \cdot \text{j}^{-1}$ ) et de vitesses de vent (flèches) dues au phénomène "El Niño" par deux modèles COSMOS différents et un Super Modèle couplant les deux (Shen et al., 2016)	16
1.4	Schéma de communication entre deux modèles GR4J et le code du Super Modèle (SUMO) couplés avec OpenPALM. Le couplage opéré par OpenPALM est matérialisé par les flèches reliant la boîte SUMO aux deux boîtes GR4J. . . . .	20
2.1	Contours des 650 bassins de l'échantillon en France. Les bassins du sous-échantillon de tests ont une couleur différente. . . . .	26
2.2	Distributions des six indices topographiques calculés sur l'échantillon de 650 bassins versants. Les trois quartiles de chaque distribution sont représentés par des points. . . . .	28
2.3	Distributions des six indices climatiques calculés sur l'échantillon de 650 bassins versants. Les trois quartiles de chaque distribution sont représentés par des points. . . . .	30
2.4	Distributions des six indices hydrologiques calculés sur l'échantillon de 650 bassins versants. Les trois quartiles de chaque distribution sont représentés par des points. . . . .	32
2.5	Diagramme de Turc-Budyko permettant d'évaluer les bilans en eau de chacun des 650 bassins de l'échantillon. . . . .	33
2.6	Schéma conceptuel du modèle GR4J (Perrin et al., 2003). Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge. . . . .	34
2.7	Schéma conceptuel du modèle HYMOD. Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge. . . . .	37
2.8	Génération de ruissellement lors de deux pluies successives P1 et P2 sur un ensemble de réservoirs à un état initial de remplissage donné au temps $t_0$ . . . . .	38
2.9	Débits observés, simulés par GR4J et erreurs absolues du modèle GR4J sur la Gélise à Mézin en 2005. En haut les débits ne sont pas transformés, au milieu la racine carrée des débits est tracée et en bas c'est l'inverse des débits qui est tracé. . . . .	43

2.10	Schématisation des méthodes d'optimisation de la fonction objectif dans un espace à deux paramètres (p1 et p2). Méthode locale à gauche et méthode globale à droite. Les courbes noires représentent les valeurs de la fonction objectif. . . . .	44
2.11	Exemple de pré-filtrage dans un espace à deux paramètres. Les croix vertes représentent chaque jeu de paramètre testé. Les isolignes représentent les valeurs de la fonction objectif $\Phi$ (qu'il faut ici minimiser). $3^2 = 9$ jeux de paramètres sont testés. . . . .	44
2.12	Exemple de pas-à-pas, les flèches représentent les directions testées depuis le jeu de paramètres le plus efficace lors de l'itération précédente (croix verte). . . . .	45
2.13	Représentation dans l'espace (x,z) des différents modèles de Lorenz 63 perturbés (en noir) par rapport au modèle initial (en gris) (van den Berge et al., 2011). . . . .	47
2.14	Représentation dans l'espace (x,z) du super modèle (en noir) par rapport au modèle initial (en gris) (van den Berge et al., 2011). . . . .	48
2.15	Impact du Super Modèle sur les vidanges $Q_1$ et $Q_2$ de deux réservoirs $R_1$ et $R_2$ . Les coefficients de vidange $k_1$ et $k_2$ sont différents mais le Super Modèle permet de modifier la vidange ( $Q'_1$ et $Q'_2$ ) pour synchroniser les niveaux des réservoirs. . . . .	48
3.1	Schemes of the reference GR4 model ((a), Perrin et al., 2003) and the state-space (b) structures. $P$ : rainfall ; $E$ : potential evapotranspiration ; $Q$ : streamflow ; $x_i$ : model parameter ; other letters are model state variables or fluxes. A Nash cascade replaces the unit hydrograph in the state-space representation (Santos et al., 2018a). . . . .	56
3.2	Impulse response with a $x_4 = 2$ time steps for the unit hydrograph of GR4 (dotted line) and the Nash cascade with $n_r = 11$ stores and $k_c = \frac{11-1}{x_4}$ (dashed line). D'après Santos et al. (2018a). . . . .	58
3.3	Location of the 240 flow gauging stations used for the tests and their associated catchments. The River Azergues at Châtillon is used as an example for the results. D'après Santos et al. (2018a). . . . .	63
3.4	Performance comparisons obtained in validation between the reference (with unit hydrograph), the discrete state-space (with Nash cascade) and the continuous state-space daily GR4, on 240 catchments, focusing on high (left), intermediate (middle) and low (right) flows after calibration with the $C_{2M}(\sqrt{Q})$ (i.e. focusing on intermediate flow). The large points represent the mean performance and the smaller ones represent the outliers. The 5, 25, 50, 75 and 95 percentiles are represented by the boxplots. D'après Santos et al. (2018a). . . . .	65
3.5	Simulated hydrograph of the River Azergues in the first half of 2012 during the validation period. The reference GR4 model (output in blue), the GR4 discrete state-space solution (output in green) and the continuous state-space solution (output in red) were calibrated with $C_{2M}(\sqrt{Q})$ as the objective function. D'après Santos et al. (2018a). . . . .	65

3.6 Scatter plots of the four free parameters of the different versions of the models obtained by calibration with  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as an objective function on the basins of the data set. Parameter comparison between unit hydrograph and Nash cascade is in black and parameter comparison between discrete and continuous state-space parameters is in red. The values of  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$  are similar for the models (the line represents the  $y = x$  line). The  $x_4$  values are higher in the discrete state-space model than for the other model versions. D’après Santos et al. (2018a). . . . . 66

3.7 Daily inputs in the routing store of the River Azergues in the first half of 2012. The models are calibrated with the  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as the objective function. The peaks are lower with the discrete state-space GR4 (green lines) and occur sooner with the continuous state-space GR4 (red lines). D’après Santos et al. (2018a). . . . . 67

3.8 Daily routing store filling of the River Azergues in the first half of 2012. The reference GR4 (blue line) and the continuous state-space representation (red line) are calibrated with the  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as the objective function. D’après Santos et al. (2018a). . . . . 67

3.9 Scatter plots representing the four parameters of the reference (daily and hourly) GR4 models obtained by calibration with  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as objective function. The solid line represents the  $y = x$  regression and the dashed lines the transformation relations of Table 3.3. D’après Santos et al. (2018a). . . . . 68

3.10 Scatter plots representing the four parameters of the continuous state-space (daily and hourly) GR4 models obtained by calibration with  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as the objective function. The solid line represents the  $y = x$  line. D’après Santos et al. (2018a). . . . . 69

3.11 Performance comparisons obtained in validation between the reference (with unit hydrograph), the discrete state-space (with Nash cascade) and the continuous state-space hourly GR4, on 240 catchments, focusing on high (left), intermediate (middle) and low (right) flows after calibration with the  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  (i.e. focusing on intermediate flow). The points represent the mean performance. D’après Santos et al. (2018a). . . . . 70

3.12 Comparaison du KGE’ sur 240 bassins versants pour GR4J en représentation d’états résolue de manière implicite sans sous-pas de temps et avec un nombre adaptatif de sous-pas de temps. Le calage a été effectué avec pour fonction objectif le KGE’ calculé sur les racines carrées des débits. D’après Santos et al. (2018b). . . . . 72

3.13 Différences entre les valeurs de paramètres horaires et journaliers de GR4 sans sous-pas de temps. Les paramètres ont été obtenus aux deux résolutions temporelles par deux calages avec pour fonction objectif le KGE’ calculé sur les racines des débits. Cette figure est à comparer à la figure 3.10. D’après Santos et al. (2018b). . . . . 73

3.14 Relation entre le nombre de sous-pas de temps utilisés par GR4 et le résultat de la neutralisation lorsque la pluie est supérieure à l’ETP (gauche) et lorsque l’ETP est supérieure à la pluie (droite) dans le cas du bassin de la Bourbre à Tigneu-Jameysieu. . . . . 73

3.15	Nombre moyen de sous-pas de temps utilisés pour chaque bassin par GR4J en représentation d'états en fonction de la hauteur moyenne de précipitations annuelles (calculée sur la période 1959-2008). Le nombre de sous-pas de temps est représenté par la couleur de l'exutoire (vert si il est faible, rouge si il est fort). . . . .	74
3.16	Différences de performances du modèle horaire GR4 en représentation d'états lorsque les paramètres sont calés au pas de temps journalier et au pas de temps horaire. La fonction objectif utilisée est le KGE' calculé sur les racines des débits. Les limites des boîtes correspondent aux trois quartiles et les moustaches correspondent à l'intervalle de confiance 95%. . . . .	75
3.17	Différences entre les valeurs des quatre paramètres initiaux horaires et journaliers de GR5-int sans sous-pas de temps. Les paramètres ont été obtenus aux deux pas de temps par deux calages avec pour fonction objectif le KGE' calculé sur les racines carrées des débits. Le fait d'utiliser un réservoir d'interception permet de stabiliser les valeurs de paramètres entre pas de temps. . . . .	76
3.18	Différence entre les valeurs de capacité maximale du réservoir d'interception ( $x_{int}$ ) calées aux pas de temps horaire et journalier. Le calage a été réalisé avec pour fonction objectif le KGE' calculé sur les racines carrées des débits. . . . .	77
3.19	Différences de performances du modèle horaire GR5-int lorsque les paramètres sont calés au pas de temps journalier et au pas de temps horaire. La fonction objectif utilisée est le KGE' calculé sur les racines carrées des débits. . . . .	77
3.20	Schéma conceptuel du modèle HYMOD en représentation d'états. Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge. . . . .	78
3.21	Différence de performance entre HYMOD implémenté de manière discrète et continue. La fonction objectif utilisée est le KGE' calculé sur les débits non transformés. . . . .	79
4.1	Illustration de la séparation des données de débits disponibles en une première période destinée au calage des modèles et une deuxième période destinée à leur évaluation. Une période destinée à l'initialisation des modèles est ajoutée à ces dernières. . . . .	82
4.2	Hydrogrammes des débits observés et simulés de la Gélise à Mézin durant l'année hydrologique 2003-2004 (période de validation). Les débits simulés par GR4J après calage sur des débits sans transformation (GR4J HQ) sont tracés en bleu alors que ceux qui sont simulés par GR4J après calage sur l'inverse des débits (GR4J BQ) sont tracés en rouge. . . . .	83
4.3	Schéma des variables échangées (flèches rouges) par le Super Modèle entre les deux versions de GR4J. . . . .	83
4.4	Diagramme des différents calages effectués et des séries de débits qui en résultent. . . . .	86

4.5	Distributions des performances en validation du Super Modèle en fonction du débit sortant choisi pour le calage du Super Modèle. Les performances des chroniques obtenues après trois calages des coefficients du Super Modèle sur différentes fonctions objectif sont évaluées selon trois critères d'évaluation. les KGE' de chaque série de débits sortant du Super Modèle est représenté par une couleur différente et les points représentent la performance moyenne sur les 650 bassins. . . . .	87
4.6	Comparaisons des performances de GR4J avec les performances des GR4J hauts et bas débits corrigés par le Super Modèle. Les performances des chroniques obtenues après trois calages des coefficients du Super Modèle sur différentes fonctions objectif sont évaluées selon trois critères d'évaluation. Le KGE' de chaque série de débits sortant du Super Modèle est représenté par une couleur différente et les points représentent la performance moyenne sur les 650 bassins. . . . .	89
4.7	Comparaisons des performances de GR4J avec les performances de la moyenne des débits sortants des deux modèles corrigés par le Super Modèle. Les performances des chroniques obtenues après trois calages des coefficients du Super Modèle sur différentes fonctions objectif sont évaluées selon trois critères d'évaluation. Le KGE' de chaque série de débits sortant du Super Modèle est représenté par une couleur différente et les points représentent la performance moyenne sur les 650 bassins. . . . .	90
4.8	Fronts de Pareto obtenus dans l'espace multiobjectif formé du KGE' sur les débits non transformés et du KGE' sur l'inverse des débits par GR4J et par le Super Modèle composé de deux versions de ce modèle. Les résultats sur ces trois bassins ont été obtenus à l'aide de l'outil "caRamel" (Le Moine et al., 2018). . . . .	91
4.9	Comparaisons des performances de GR4J avec les performances de la moyenne des débits sortants des deux modèles corrigés par le Super Modèle. Les performances des chroniques obtenues après trois calages des coefficients du Super Modèle sur différentes fonctions objectif sont évaluées selon trois critères d'évaluation. Le KGE' de chaque série de débits sortant du Super Modèle est représenté par une couleur différente et les points représentent la performance moyenne sur les 650 bassins. . . . .	93
4.10	Fronts de Pareto obtenus dans l'espace multiobjectif formé du KGE' sur les débits non transformés et du KGE' sur l'inverse des débits par GR4J et par le Super Modèle composé de deux versions de ce modèle. Les résultats sur ces trois bassins ont été obtenus à l'aide de l'outil "caRamel" (Le Moine et al., 2018). Les résultats de la méthode d'Oudin et al. (2006) sont représentés par une étoile noire. . . . .	93
4.11	Schéma du Super Modèle entre les deux versions de GR4J ne couplant que les réservoirs de production. . . . .	94
4.12	Taux de remplissage du réservoir de production du GR4J sur le bassin de la Gélise à Mézin sur l'année hydrologique 1995-1996. Le taux de remplissage du modèle GR4J bas débits modifié par le Super Modèle est représenté en fonction du coefficient correcteur et comparé aux taux de remplissage des deux modèles GR4J initiaux. . . . .	96



4.13	Modification (en termes de différence absolue journalière moyenne sur deux ans, équation 4.6) du taux de remplissage du réservoir de production induite par différentes valeurs de coefficients modifiant le modèle hauts débits (gauche) et bas débits (droite). Chaque trajectoire de couleur représente les différences dues aux coefficients modifiant le modèle bas débits (gauche) et hauts débits (droite). La trajectoire en pointillés noirs indique la différence de taux de remplissage induite lorsque les deux valeurs de coefficients sont égales. . . . .	97
4.14	Différence absolue journalière moyenne de taux de remplissage du réservoir de production (équation 4.6) en fonction du ratio entre les coefficients du Super Modèle appliqués aux réservoirs de production des deux modèles GR4J couplés. Chaque point représente un couple de paramètres testé. Les courbes pointillées noires représentent les fonctions de type Michaelis-Menten que pourraient suivre les différences absolues.	98
4.15	Sensibilité du KGE' aux coefficients d'échange du Super Modèle obtenue par la méthode de Morris sur le bassin de l'Avance à Montpouillan. Plus le point est en haut à droite du graphique, plus le KGE' est sensible au paramètre. Le cercle bleu figurant la sensibilité au coefficient de production du modèle au débit se trouve sous le cercle rouge. . . . .	99
4.16	Synchronisation des niveaux de réservoirs de production par le Super Modèle pour le bassin de l'Avance à Montpouillan. Les niveaux des réservoirs de production des deux modèles GR4J constituant le Super Modèle étant similaires, celui-ci n'est pas sensible. . . . .	100
4.17	Synchronisation des niveaux de réservoirs de production par le Super Modèle pour le bassin de la Gélise à Mézin. Les niveaux des réservoirs de production des deux modèles GR4J constituant le Super Modèle étant différents, celui-ci est efficace. . . . .	101
4.18	Sensibilité du KGE' aux coefficients d'échange du Super Modèle obtenues par la méthode de Morris sur le bassin de la Gélise à Mézin. Plus le point est en haut à droite du graphique, plus le KGE' est sensible au paramètre. . . . .	101
4.19	Valeurs de KGE' calculées entre les taux de remplissage des réservoirs de production des modèles hauts (pris comme référence) et bas débits et entre ceux des réservoirs de routage de ces mêmes modèles sur 650 bassins. La figure met en opposition les KGE' sans et avec utilisation du Super Modèle afin de quantifier le degré de synchronisation des états du modèle. Il ne s'agit pas là de KGE' calculés par rapport aux débits observés. . . . .	102
4.20	Distribution des valeurs des quatre coefficients du Super Modèle calés sur les 650 bassins avec le KGE' sur la moyenne des débits non transformés comme fonction objectif. Le graphique de droite est un zoom de celui de gauche. . . . .	103
4.21	Échanges dus au Super Modèle et taux de remplissage du réservoir de production du GR4J sur le bassin de la Gélise à Mézin sur l'année hydrologique 1995-1996. Les échanges et le taux de remplissage du modèle GR4J bas débits modifié par le Super Modèle sont représentés en fonction du coefficient correcteur. Le taux de remplissage est comparé aux taux de remplissage des deux modèles GR4J initiaux. . . . .	104

4.22	Quantités échangées à partir du réservoir de production sur deux ans en fonction du ratio entre les coefficients du Super Modèle appliqués aux réservoirs de production des deux modèles GR4J couplés sur le bassin de la Gélise à Mézin. Chaque point représente un couple de paramètres testé. . . . .	105
4.23	Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle (expérience GR4J_av_HQ) et le modèle hauts débits non couplé à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de validation. . . . .	106
5.1	Performances globales, en validation sur 650 bassins, de GR4J et HYMOD calés avec le KGE' sur les débits non transformés comme fonction objectif. . . . .	111
5.2	Localisation des stations de mesure pour lesquelles les débits simulés par GR4J (en vert) et HYMOD (en orange) obtiennent un meilleur KGE' sur la période de validation. Sur les bassins figurés en noir, la différence de performance est inférieure à 0.01. . . . .	112
5.3	Analyse des composantes du KGE' en validation sur 650 bassins de GR4J et HYMOD calés avec le KGE' sur les débits non transformés comme fonction objectif. $r$ représente la corrélation entre débits simulés et observés, $\beta$ représente le biais et $\gamma$ donne la différence en termes de variabilité des débits observés et simulés. . . . .	113
5.4	Répartition sur 650 bassins des valeurs de KGE' entre les débits simulés de HYMOD (pris comme référence) et de GR4J. Les KGE' sont calculés sur la période de validation. . . . .	113
5.5	Nuages de points obtenus pour chaque combinaison de paramètres possible entre GR4J et HYMOD calés avec le KGE' sur les débits non transformés comme fonction objectif sur les 650 bassins testés. . . . .	114
5.6	Nuages de points représentant le paramètre $x_2$ de GR4J sur 650 bassins en fonction des paramètres de production de HYMOD calés avec le KGE' sur les débits non transformés comme fonction objectif. . . . .	115
5.7	Répartitions des corrélations sur 650 bassins entre les niveaux des réservoirs (ou groupe de réservoirs) de HYMOD et les niveaux de chaque réservoir (ou groupe de réservoirs) de GR4J. . . . .	116
5.8	Corrélations sur 650 bassins entre les niveaux des trois réservoirs rapides de HYMOD et ceux de chacun des onze réservoirs de la cascade de Nash de GR4J ( $S_{h1}$ à $S_{h11}$ ). . . . .	118
5.9	Schéma des états potentiellement couplés par le Super Modèle entre GR4J et HYMOD. . . . .	119
5.10	Impact des mises à l'échelle calculées à partir de la normalisation des états (équation 5.4) sur les trois états couplés de GR4J et HYMOD sur le bassin du Cher à Chambonchard. . . . .	123
5.11	Impact des mises à l'échelle calculées à partir de l'harmonisation des flux de chaque modèle (équations 5.6, 5.8 et 5.10) sur les trois états couplés de GR4J et HYMOD sur le bassin du Cher à Chambonchard. . . . .	124
5.12	Les différents tests effectués pour analyser l'impact des opérateurs de mise à l'échelle d'états (en italique) pour chaque couplage. . . . .	127

5.13	Les différentes combinaisons de deux et trois états couplés testés pour évaluer la complexité nécessaire du Super Modèle. . . . .	128
5.14	Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins de Super Modèles couplant les réservoirs de production de GR4J et HYMOD en fonction de l'opérateur choisi (Pr_Norm et Pr_Harm). Ces Super Modèles sont comparés à la moyenne des débits simulés par GR4J et HYMOD lorsqu'ils ne sont pas couplés (REF av). . . . .	129
5.15	Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins de Super Modèles couplant les cascades de Nash de GR4J et HYMOD en fonction de l'opérateur choisi (NC_Norm et NC_Harm). Ces Super Modèles sont comparés à la moyenne des débits simulés par GR4J et HYMOD lorsqu'ils ne sont pas couplés (REF av). . . . .	129
5.16	Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins de Super Modèles couplant les réservoirs de routages de GR4J et HYMOD en fonction de l'opérateur choisi (Ro_Norm et Ro_Harm). Ces Super Modèles sont comparés à la moyenne des débits simulés par GR4J et HYMOD lorsqu'ils ne sont pas couplés (REF av). . . . .	129
5.17	Distribution des valeurs des trois composantes (corrélation $r$ , biais $\beta$ et indice de variabilité $\gamma$ ) du KGE' calculé sur les débits non transformés sur 650 bassins en période de validation obtenus par les Super Modèles couplant une seule variable entre GR4J et HYMOD et par la moyenne de ces modèles non couplés. . . . .	131
5.18	Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins obtenues par les Super Modèles couplant les réservoirs de production (Pr_Norm) et les cascades de Nash (NC_Harm) de GR4J et HYMOD ainsi que les deux réunis (Pr_NC). Ces Super Modèles sont comparés à la moyenne des débits simulés par GR4J et HYMOD lorsqu'ils ne sont pas couplés (REF av). . . . .	131
5.19	Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins obtenues par les Super Modèles combinant plusieurs couplages de variables entre GR4J et HYMOD (Pr_NC à Pr_NC_Ro). . . . .	132
5.20	Distribution des valeurs des trois composantes (corrélation $r$ , biais $\beta$ et indice de variabilité $\gamma$ ) du KGE' calculé sur les débits non transformés sur 650 bassins en période de validation obtenus par les Super Modèles combinant plusieurs couplages de variables entre GR4J et HYMOD (Pr_NC à Pr_NC_Ro). . . . .	133
6.1	Schéma des variables échangées par la configuration Pr_NC du Super Modèle entre GR4J et HYMOD ainsi que des opérateurs de mise à l'échelle qui sont utilisés. . . . .	135
6.2	Distribution des valeurs des quatre coefficients du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD (configuration Pr_NC) calés sur le KGE'. Le graphique de droite est un zoom de celui de gauche. . . . .	137
6.3	Répartition sur 650 bassins de chaque combinaison de ratios entre coefficients du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD (configuration Pr_NC). . . . .	137

6.4	Répartition des moyennes annuelles des valeurs absolues d'échange affectant GR4J et ses deux réservoirs couplés (en bleu à gauche) et HYMOD et ses deux réservoirs couplés (en rouge à droite) . . . . .	138
6.5	Distribution sur 650 bassins des échanges mensuels moyens affectant GR4J et HYMOD. . . . .	139
6.6	Répartition sur 650 bassins des valeurs de KGE' calculées entre les niveaux de réservoirs couplés de GR4J (pris comme référence) et les niveaux de réservoirs couplés mis à l'échelle de HYMOD. La figure met en opposition les distributions avec et sans utilisation du Super Modèle. Ces KGE' ne sont pas calculés par rapport aux débits observés. . . . .	140
6.7	Modification par le Super Modèle de la vidange de la cascade de Nash de GR4J. Cet exemple est issu de la simulation du bassin versant de la Gélise à Mézin alors que, suite au calage, seul le paramètre $C_{Sh5,GR}$ est non nul (il est égal à 0.54). Le graphique du bas représente la chronique des différences entre les vidanges de GR4J initial et de GR4J modifié. . . . .	140
6.8	Hydrogrammes des débits observés et simulés par chaque modèle non couplé ainsi que par le Super Modèle sur le bassin du Verdouable à Tautavel. Le graphique du bas représente l'erreur journalière de la moyenne des débits de GR4J et HYMOD (en jaune) et du Super Modèle (en violet). . . . .	141
6.9	Hydrogramme des débits observés et simulés par chaque modèle corrigé par le Super Modèle et leur moyenne sur le bassin du Verdouable à Tautavel. Le graphique en bas représente l'erreur journalière de GR4J corrigé (en bleu) et de HYMOD corrigé (en rouge). . . . .	143
6.10	Répartition des valeurs de critère d'évaluation sur 650 bassins obtenus par GR4J et HYMOD corrigés par un Super Modèle calé sur leurs moyennes. Ces répartitions sont comparées à celles qui sont obtenues lorsque les modèles ne sont pas couplés. . . . .	143
6.11	Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD et la moyenne de ces modèles non couplés à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de validation. . . . .	144
6.12	Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD et la moyenne de ces modèles non couplés à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de calage. . . . .	145
6.13	Répartition des valeurs de critères d'évaluation sur 650 bassins obtenus par GR4J, HYMOD, leur moyenne et le Super Modèle les couplant (configuration Pr_NC). Ces valeurs sont calculées sur la période de validation. . . . .	146
6.14	Répartition sur 650 bassins des valeurs des composantes du KGE' sur les débits non transformés obtenues par GR4J, HYMOD, leur moyenne et le Super Modèle les couplant (configuration Pr_NC). Ces valeurs sont calculées sur la période de validation. . . . .	146
6.15	Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD et le meilleur de ces modèles non couplés à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de validation. . . . .	147

6.16	Répartition sur 650 bassins des valeurs de composantes du KGE' sur les débits non transformés obtenues par la méthode des moyennes pondérées et celle du Super Modèle (configuration Pr_NC). Ces valeurs sont calculées sur la période de validation. . . . .	148
6.17	Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD et la moyenne pondérée calée de ces modèles non couplés à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de validation. . . . .	148
6.18	Répartition sur 650 bassins des valeurs de composantes du KGE' sur les débits non transformés, obtenues par la méthode des moyennes pondérées de Li et Sankarasubramanian (2012) et celle du Super Modèle (configuration Pr_NC). Ces valeurs sont calculées sur la période de validation. . . . .	149
6.19	Répartition des valeurs de critères d'évaluation pour GR4J, HYMOD, leur moyenne et le Super Modèle couplant les deux (configuration Pr_NC) selon le sous-échantillon d'appartenance des bassins. Les critères sont calculés sur la période de validation. . . . .	150
6.20	Répartition des valeurs des trois composantes du KGE' sur les débits non transformés, obtenues par la méthode des moyennes pondérées et par le Super Modèle (configuration Pr_NC) selon le sous-échantillon d'appartenance des bassins. Ces valeurs sont calculées sur la période de validation. . . . .	151
6.21	Répartition de six caractéristiques topographiques des bassins versants en fonction du sous-échantillon auquel ils appartiennent. . . . .	152
6.22	Répartition de six caractéristiques climatiques des bassins versants en fonction du sous-échantillon auquel ils appartiennent. . . . .	153
6.23	Répartition de six caractéristiques hydrologiques des bassins versants en fonction du sous-échantillon auquel ils appartiennent. . . . .	155
6.24	Répartition sur les deux sous-échantillons de bassins de chaque combinaison de ratio entre coefficients du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD (configuration Pr_NC). . . . .	156
6.25	Répartition des quantités annuelles moyennes apportées ou retirées aux réservoirs couplés selon le sous-échantillon auquel appartient le bassin. . . . .	157
6.26	Répartition sur chaque sous-échantillon de bassins des valeurs de KGE' calculées entre les niveaux de réservoirs couplés mis à l'échelle de GR4J initial (utilisé comme référence pour calculer le KGE') et les niveaux de réservoirs couplés de HYMOD initial. Ces KGE' ne sont pas calculés par rapport aux débits observés. . . . .	158
7.1	Schéma des variables échangées par la configuration Pr_NC_Ro du Super Modèle entre GR4J et HYMOD ainsi que des opérateurs de mise à l'échelle d'états qui sont utilisés. . . . .	162
7.2	Répartition sur 650 bassins des valeurs de critères d'évaluation obtenues par GR4J et HYMOD et comparées à celles obtenues par le Super Modèle lorsque les sorties corrigées de l'un et l'autre sont utilisées. Les critères sont calculés sur la période de validation. . . . .	163

7.3	Cartes représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD selon que la sortie prise en compte est le débit corrigé de l'un ou l'autre des modèles et ces modèles non couplés (GR4J à gauche et HYMOD à droite) à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de calage. . . . .	164
7.4	Meilleure performance à chaque station de mesure en fonction de la sortie prise en compte par le Super Modèle (à gauche) et des références (à droite). Ces performances sont calculées en période de validation. . .	164
7.5	Répartition sur 650 bassins des moyennes mensuelles de quantités d'eau échangées depuis les réservoirs couplés de GR4J par le Super Modèle calé sur GR4J corrigé. . . . .	165
7.6	Répartition sur 650 bassins des moyennes mensuelles de quantités d'eau échangées depuis les réservoirs couplés de HYMOD par le Super Modèle calé sur HYMOD corrigé. . . . .	166
7.7	Hydrogrammes des débits observés et simulés par GR4J sur le bassin du Grand Morin à Pommeuse. En bas sont représentées les différences à chaque pas de temps entre le débit simulé par GR4J et les observations.	168
7.8	Courbe des débits classés observés et simulés par GR4J du Grand Morin sur la période de validation. . . . .	168
7.9	Hydrogrammes des débits observés et simulés par HYMOD sur le bassin de la Vézère à Bugeat. En bas sont représentées les différences à chaque pas de temps entre le débit simulé par HYMOD et les observations. . .	169
7.10	Rendements moyens mensuels en fonction de la température moyenne mensuelle sur le bassin de la Vézère. Les observations en noir sont comparées aux résultats de HYMOD en orange. . . . .	169
7.11	Hydrogrammes des débits observés et simulés par GR4J avec et sans la correction par le Super Modèle sur le bassin du Grand Morin à Pommeuse. En bas sont représentées les différences à chaque pas de temps entre le débit simulé par GR4J corrigé ou non par le Super Modèle et les observations. . . . .	170
7.12	Courbe des débits classés observés et simulés par GR4J et GR4J corrigé par le Super Modèle du Grand Morin sur la période de validation. . . .	170
7.13	Hydrogrammes des débits observés et simulés par HYMOD avec et sans la correction par le Super Modèle sur le bassin de la Vézère à Bugeat. En bas sont représentées les différences à chaque pas de temps entre le débit simulé par HYMOD corrigé ou non par le Super Modèle et les observations. . . . .	171
7.14	Rendements moyens mensuels en fonction de la température moyenne mensuelle sur le bassin de la Vézère. Les observations, en noir, sont comparées aux résultats de HYMOD en orange et de HYMOD corrigé, en rouge. . . . .	171
7.15	Lame d'eau totale échangée à chaque pas de temps depuis (négative) et vers (positive) les réservoirs couplés de GR4J dans le cadre de la modélisation par le Super Modèle du bassin du Grand Morin à Pommeuse.	172
7.16	Lame d'eau totale échangée à chaque pas de temps depuis (négative) et vers (positive) les réservoirs couplés de HYMOD dans le cadre de la modélisation par le Super Modèle du bassin de la Vézère à Bugeat. . .	173

7.17	Modification par le Super Modèle des niveaux des trois réservoirs couplés (réservoir de production en haut, réservoir numéro 5 de la cascade de Nash au centre et réservoir de routage en bas) sur le bassin du Grand Morin à Pommeuse. Les échanges négatifs signifient que les réservoirs perdent de l'eau durant le pas de temps et les échanges positifs signifient, au contraire, qu'ils en gagnent. . . . .	174
7.18	Modification par le Super Modèle des niveaux des trois réservoirs couplés (réservoir de production en haut, réservoir rapide numéro 1 au centre et réservoir lent en bas) sur le bassin de la Vézère à Bugeat. Les échanges négatifs signifient que les réservoirs perdent de l'eau durant le pas de temps et les échanges positifs signifient, au contraire, qu'ils en gagnent. . . . .	176
B.1	Schéma conceptuel du modèle HYMOD. Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge. . . . .	197
B.2	Schéma conceptuel du modèle HYMOD en représentation d'états; Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge. . . . .	200
C.1	Location of the 240 flow gauging stations in France used for the tests and their associated catchments. D'après Santos et al. (2018c). . . . .	208
C.2	Values of KGE' on log-transformed flows ((a) and (b)) versus the mean of the log-transformed observed and simulated flows compared. As a benchmark, the same plots are drawn with untransformed flows ((c) and (d)). Each dot represents the performance obtained in validation for one catchment after calibration with the KGE' on untransformed flows as an objective function. In plots (a) and (c), the axis values represent the observed log-transformed flow averages and the color represents the simulated ones while in plots (b) and (d) it is the opposite. D'après Santos et al. (2018c). . . . .	209
C.3	Values of KGE' on square root ((a) and (b)) and inverse ((c) and (d)) transformed flows versus the mean of the log-transformed observed and simulated flows. Each dot represents the performance obtained in validation for one catchment after calibration with the KGE' on untransformed flows as an objective function. In plots (a) and (c), the axis values represent the observed log-transformed flow averages and the color represents the simulated ones while in plots (b) and (d) it is the opposite. D'après Santos et al. (2018c). . . . .	210
C.4	Comparison between KGE' and NSE values on the validation period using a calibration with KGE' on untransformed flows as an objective function. The red dots represent the catchments where the average of log-transformed observed (a) or simulated (b) flows is around 0. D'après Santos et al. (2018c). . . . .	211
C.5	Dependence on flow units of the KGE' using untransformed flows (a) and log-transformed flows (b) on the 240 catchments. The parameters used for simulation evaluation were obtained by calibrating GR4J using KGE' on untransformed flows. D'après Santos et al. (2018c). . . . .	211

C.6 Sensitivity of NSE and KGE' to the fraction of average flows that is added to flows to avoid zero flows in the logarithmic transformation for 240 catchments over the validation period. This graph is inspired by Fig. 9 in Pushpalatha et al. (2012). D'après Santos et al. (2018c). . . . . 212

C.7 Values of KGE' on Box-Cox transformed flows versus the mean of the log-transformed observed (a) and simulated (b) flows. Each dot represents the performance obtained in validation for one catchment after calibration with the KGE' on untransformed flows as an objective function. In plot (a), the axis values represent the observed log-transformed flow averages and the color represents the simulated ones while in plot (b) it is the opposite. D'après Santos et al. (2018c). . . . . 212

C.8 Dependence on flow units of the KGE' using Box-Cox transformed flows without adaptation ((a), Eq. C.9) and with adaptation ((b), Eq. C.10) on the 240 catchments. The parameters used for simulation evaluation were obtained by calibrating GR4J using KGE' on untransformed flows. D'après Santos et al. (2018c). . . . . 213

C.9 Values of KGE' on modified Box-Cox transformed flows (Eq. C.10) versus the mean of this transformed observed (a) and simulated (b) flows. Each dot represents the performance obtained in validation for one catchment after calibration with the KGE' on untransformed flows as an objective function. In plot (a), the axis values represent the observed transformed flow averages and the color represents the simulated ones while in plot (b) it is the opposite. D'après Santos et al. (2018c). . . . . 213

C.10 Comparison between KGE' values on Box-Cox and modified Box-Cox transformed flows on the validation period using a calibration with KGE' on untransformed flows as an objective function. The red dots represent the catchments where the average of log-transformed observed (a) or simulated (b) flows is around 0. D'après Santos et al. (2018c). . . . . 214

D.1 Exemple d'utilisation de la méthode d'Euler explicite pour estimer  $u(2)$  par rapport à  $u(1)$  avec  $u(x) = -\frac{1}{x}$ . . . . . 216

D.2 Exemple d'utilisation de la méthode d'Euler implicite pour estimer  $u(2)$  par rapport à  $u(1)$  avec  $u(x) = -\frac{1}{x}$ . . . . . 217

D.3 Exemple d'utilisation de la méthode des trapèzes pour estimer  $u(2)$  par rapport à  $u(1)$  avec  $u(x) = -\frac{1}{x}$ . . . . . 218

D.4 Exemple d'utilisation de la méthode de Newton-Raphson pour trouver le 0 de la fonction  $g(x) = x^2 - 2$ . . . . . 219

D.5 Exemple d'utilisation de la méthode d'Euler explicite sur plusieurs pas pour estimer  $u(2)$  par rapport à  $u(1)$  avec  $u(x) = -\frac{1}{x}$ . . . . . 220

D.6 Erreurs en termes de KGE' calculées pour les trois méthodes d'Euler en fonction du nombre de sous-pas de temps utilisé. . . . . 221





# Liste des tableaux

1.1	Classification des différentes sources d’erreurs pouvant affecter le résultat du calage du modèle. . . . .	9
2.1	Caractéristiques topographiques des dix bassins du sous-échantillon. . .	27
2.2	Caractéristiques climatiques des dix bassins du sous-échantillon. . . .	29
2.3	Caractéristiques hydrologiques des dix bassins du sous-échantillon. . . .	31
2.4	Paramètres libres de GR4J (Perrin et al., 2003) . . . . .	36
2.5	Paramètres libres de HYMOD (Boyle, 2001). . . . .	39
3.1	Details of the equations of the GR4 model, discrete and continuous formulations. The discrete formulations are the continuous equations integrated individually over the modelling time step using the operator splitting technique while continuous equations correspond to the terms of the water balance differential equation of each store. (*) The values of $UH_2$ are calculated using Eq. (17) in Perrin et al. (2003). Please note that the two discrete formulations use either the Unit hydrograph equations or the Nash cascade formulation. . . . .	61
3.2	Meaning of the free and fixed parameters (from Perrin et al., 2003, except for $U_t$ and $n_r$ ) . . . . .	62
3.3	Temporal transformations of the GR4 parameters (Ficchi et al., 2016) .	62
4.1	Résumé des calages effectués pour mettre en place le Super Modèle composé de deux GR4J. Les noms des expériences utilisées pour l’analyse sont détaillés dans ce tableau. . . . .	85
4.2	Résultats des neuf tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d’évaluation pour différencier l’utilisation de chaque sortie du Super Modèle. Le test a été effectué pour chacune des trois fonctions objectif testées et chacun des critères testés. Chaque lettre désigne un groupe différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon leur rang, les résultats se lisent horizontalement entre deux lignes verticales.	88
4.3	Probabilités de non dépassement des différences de performances moyennes entre le Super Modèle calé sur la moyenne des sorties corrigées (GR4J_av_*) et les sorties corrigées individuellement (GR4J_HQ_* et GR4J_BQ_*). Les différences non significatives sont surlignées en rouge. L’amélioration de performance par le Super Modèle calé sur l’une des sorties corrigées par rapport à celui qui est calé sur la moyenne des deux est significative lorsque la valeur est proche de 1 (la dégradation est significative lorsque la valeur est proche de 0). . . . .	88

4.4	Résultats des neuf tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour différencier l'utilisation des sorties corrigées du Super Modèle et GR4J sans couplage. Le test a été effectué pour chacune des trois fonctions objectif testées et chacun des critères testés. Chaque lettre désigne un groupe différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon leur rang, les résultats se lisent horizontalement entre deux lignes verticales. . . . .	89
4.5	Probabilités de non dépassement des différences de performances moyennes entre GR4J (REF *) et les Super Modèles calés sur les sorties corrigées individuellement (GR4J_HQ_* et GR4J_BQ_*). Les différences non significatives sont surlignées en rouge. L'amélioration de performance par le Super Modèle calé sur l'une des sorties corrigées par rapport à GR4J lorsque la valeur est proche de 1 (la dégradation est significative lorsque la valeur est proche de 0). . . . .	89
4.6	Résultats des neuf tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour différencier l'utilisation de la moyenne des sorties corrigées du Super Modèle et GR4J sans couplage. Le test a été effectué pour chacune des trois fonctions objectif testées et chacun des critères testés. Chaque lettre désigne un groupe différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon leur rang, les résultats se lisent horizontalement entre deux lignes verticales. . . . .	90
4.7	Probabilités de non dépassement des différences de performances moyennes entre GR4J (REF *) et le Super Modèle calé sur la moyenne des sorties corrigées (GR4J_av_*). Les différences non significatives sont surlignées en rouge. L'amélioration de performance par le Super Modèle calé sur la moyenne des sorties corrigées par rapport à GR4J lorsque la valeur est proche de 1 (la dégradation est significative lorsque la valeur est proche de 0). . . . .	90
5.1	Résumé des tests effectués pour évaluer les mises à l'échelle de variables adaptées à chaque couplage. . . . .	126
5.2	Résumé des tests utilisés comme référence pour évaluer chaque configuration de Super Modèle testé. . . . .	126
5.3	Résumé des tests utilisés pour évaluer la complexité optimale du Super Modèle en termes de nombre de couplages. . . . .	126
5.4	Résultats des neuf tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour différencier l'utilisation de chaque opérateur. Le test a été effectué pour chacun des trois couplages testés. Chaque lettre désigne un groupe différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon leur rang. Les résultats se lisent horizontalement et entre chaque ligne verticale (le meilleur des opérateurs est surligné en vert). . . . .	130
5.5	Significativité (en terme de <i>p-value</i> ) de l'amélioration ou de la dégradation des moyennes de KGE' sur 650 bassins de chaque opérateur choisi obtenue après rééchantillonnage. Les différences non significatives sont surlignées en rouge. . . . .	130

5.6	Résultats des tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour évaluer l'intérêt de la combinaison de couplages. Chaque lettre désigne un groupe de traitement significativement différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon le rang (le meilleur des opérateurs est surligné en vert). . . . .	132
5.7	Résultats des tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour évaluer l'intérêt de la complexification du Super Modèle. Chaque lettre désigne un groupe de traitement significativement différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon le rang (le meilleur des opérateurs est surligné en vert). . . . .	132
5.8	Significativités obtenues après rééchantillonnage de l'amélioration des moyennes de KGE' sur 650 bassins apportée par la configuration Pr_NC par rapport à la référence et aux autres configurations du Super Modèle testées. Les différences non significatives sont surlignées en rouge. . . .	132
6.1	Statistiques des différences de performance entre période de calage et de validation sur 650 bassins de HYMOD, GR4J, leur moyenne et le Super Modèle en terme de KGE'. . . . .	144
7.1	Caractéristiques des deux bassins d'étude. . . . .	167
C.1	Pros (+) and cons (-) of different flow transformations to improve consideration of low flows in KGE'. In the second column, the number of (+) represents the intensity of low flow weight increase. There are parentheses around the last + for inverted root and Box-Cox transformations because the low flow weight depends on parameters. D'après Santos et al. (2018c). . . . .	214



# Introduction générale

## Contexte

“D’où vient l’eau d’une rivière?”. Cette question simple peut trouver une réponse tout aussi simple. D’aucun serait tenté de répondre à cette question en quelques mots : “de la pluie”. Cette réponse est, en première approche, la plus vraie qui puisse être donnée. Cette eau qui défile devant nos yeux lorsque nous nous promenons sur les rives d’un cours d’eau provient bien de l’atmosphère : elle y a résidé à un moment ou à un autre. En repensant au cycle de l’eau, un promeneur serait tenté de se dire que cette eau qu’il voit s’écouler devant ses yeux est peut-être déjà passée par ce lit de rivière, il y a plus ou moins longtemps.

Cependant, la réponse à la question “comment l’eau de pluie parvient-elle à la rivière?” est beaucoup moins évidente. Cette réponse est complexe car l’eau peut emprunter une multitude de chemins et être affectée par une multitude de mécanismes avant d’atteindre la rivière. L’ensemble de ces chemins et mécanismes seront appelés “flux” ou “processus hydrologiques” dans ce manuscrit.

Pour évaluer la quantité de pluie susceptible d’atteindre un point donné d’un cours d’eau, les hydrologues ont limité géographiquement l’espace en se basant sur la topographie. C’est ainsi qu’ils ont défini comme objet d’étude les bassins versants topographiques comme des territoires limités par une ligne de crête dont les eaux alimentent un exutoire commun. De plus, dans le but de prédire les débits des rivières, ces mêmes hydrologues ont créé des modèles décrivant mathématiquement et de manière simplifiée les processus hydrologiques actifs sur ces bassins versants.

Un modèle est un ensemble structuré d’équations qui régissent l’évolution temporelle des valeurs de variables d’états qui permettent de décrire le système. Pour être adaptés à différents cas d’étude, le modèle dispose de paramètres. Ces derniers sont des éléments des équations dont la valeur varie selon les caractéristiques des bassins étudiés. Le modèle est donc un ensemble d’équations permettant de transformer des données d’entrées en variables de sorties et de décrire l’état du système au cours du temps. Il est implémenté en intégrant les équations au pas de temps souhaité et en adaptant les paramètres sur une série temporelle d’observations.

Les travaux des hydrologues à travers le monde ont abouti à la création de nombreux modèles permettant de calculer un débit sortant d’un bassin versant. Cependant, parce que les modèles sont une simplification de la réalité et qu’ils ne visent pas à représenter l’infinité de processus hydrologiques existants, nombre d’hydrologues ont fait des choix qui sont propres à leurs besoins. Il existe donc actuellement une grande quantité de modèles de structures différentes qui sont capables de reproduire des processus hydrologiques très variés.

La conséquence directe des simplifications induites par la conception d’un modèle est qu’il n’existe pas un seul modèle qui puisse représenter de manière acceptable la

réponse du débit d'une rivière à la pluie dans tous les cas d'étude au monde. En revanche, pour chacun des cas d'étude, il existe potentiellement un modèle capable de reproduire la réponse pluie-débit de manière acceptable. Partant de ce principe, certains travaux récents tendent à créer des outils permettant d'accéder facilement à de nombreux modèles différents. Le but est de faciliter la construction de modèles hydrologiques en permettant à l'hydrologue de choisir lui-même les processus qu'il souhaite représenter (Fenicia et al., 2011 ; Clark et al., 2015).

## Problématique de la thèse

Les progrès des outils cités ci-dessus permettent donc à un utilisateur d'avoir le choix du modèle dont il va se servir. Cela dit, ce choix est complexe. Il peut se faire selon plusieurs critères distincts. Le choix peut provenir d'un héritage historique. Au travers d'une étude bibliométrique, Addor et Melsen (2019) ont montré que les principaux instituts de recherche en hydrologie utilisent préférentiellement des modèles qu'ils ont développé et ce, quelles que soient les caractéristiques de leurs cas d'étude. Ainsi, pour Irstea, en tenant compte de sept modèles différents, c'est le modèle qui y a été développé, GR4J, qui est utilisé dans 70% des études parues dans des journaux à comité de lecture.

Toutefois, d'un point de vue plus pragmatique, un modélisateur arrêtera son choix de modèle en fonction de ses propres objectifs et des données dont il dispose. L'idéal serait aussi de choisir un modèle bien adapté aux processus affectant le bassin versant étudié. Malheureusement, les données disponibles sont souvent limitées et les processus affectant un bassin versant ne sont pas forcément tous connus à l'avance. De plus, les processus pour lesquels un modèle est spécialisé ne sont pas forcément bien connus non plus. Pour ces raisons, de nombreux travaux contemporains à cette thèse visent à améliorer les techniques de sélection des modèles.

Certains travaux, plutôt que de se concentrer sur la sélection des modèles, se focalisent sur des méthodes basées sur l'utilisation concomitante de plusieurs modèles. Ces méthodes permettent de prendre en compte différents modèles en partant du principe que leur diversité permettra d'obtenir une modélisation correcte sur des cas d'étude très variés. Le problème est que ces méthodes, basées la plupart du temps sur le post-traitement des débits simulés par les modèles, ne prennent le plus souvent pas en compte les états internes et ne permettent pas de comprendre en profondeur quels sont les problèmes rencontrés par chaque modèle. Les états internes représentent pourtant une source d'information importante sur le fonctionnement d'un bassin versant.

Cette thèse est un travail exploratoire visant à expérimenter une méthode prenant en compte plusieurs modèles mais, à la différence des méthodes testées par le passé en hydrologie, celle-ci est basée sur la correction interne des modèles durant le calcul plutôt que sur du post-traitement des débits simulés. Le but est de mettre en place un ensemble de modèles liés les uns aux autres via leurs variables d'état et qui se corrigent mutuellement. Cette méthode, inventée par des climatologues, porte le nom de Super Modèle (van den Berge et al., 2011). À notre connaissance, cette thèse est le premier essai d'application de cette méthode à l'hydrologie. Elle sera appliquée à des modèles pluie-débits conceptuels pour des raisons de simplicité.

En mettant en place cette méthode, l'apport à la modélisation hydrologique attendu est double :

1. disposer d'un cadre de modélisation permettant de s'adapter à des cas d'étude

les plus variés possible en prenant en compte plusieurs modèles ;

2. mieux comprendre les erreurs des modèles et les processus qu'ils représentent de manière imparfaite.

Pour évaluer la méthode, plusieurs questions, auxquelles la plupart des analyses présentées dans ce manuscrit ont pour but de répondre, sont posées :

- Dans quelle mesure la méthode est applicable aux modèles hydrologiques ?
- Comment adapter ces modèles à l'utilisation du Super Modèle ?
- Comment fonctionne la méthode et comment modifie-t-elle le comportement des modèles hydrologiques ?
- Quel est l'intérêt de l'utilisation de cette méthode plutôt que d'une méthode multimodèle plus simple à mettre en place ?
- Dans quels cas spécifiques la méthode est-elle intéressante ?
- La méthode peut-elle être utilisée pour diagnostiquer les déficiences des modèles ?

En répondant à toutes ces questions, le but est d'évaluer le potentiel de la méthode du Super Modèle en hydrologie et, le cas échéant, de mettre en place un cadre d'utilisation pour la méthode.

### **Contenu du manuscrit**

Ce manuscrit comporte six chapitres visant à présenter les travaux menés pour adapter la méthode du Super Modèle à l'hydrologie.

Les deux premiers chapitres ont pour but de préciser le positionnement scientifique de la thèse ainsi que de présenter les outils de modélisation utilisés.

Le chapitre 3 présente une méthode visant à réécrire les modèles hydrologiques pour qu'ils soient utilisables dans le contexte du Super Modèle. Il décrit les équations différentielles temporelles qui régissent les différents modèles utilisés et leurs méthodes de résolution numérique.

Le chapitre 4 décrit un premier exemple simple d'utilisation du Super Modèle en utilisant deux versions (paramétrées différemment) du modèle GR4J. Ce chapitre décrit l'implémentation de la méthode et le fonctionnement du Super Modèle.

Les chapitres 5 et 6 présentent une analyse d'un Super Modèle couplant les modèles GR4J et HYMOD. Le chapitre 5 présente la méthodologie d'implémentation de la méthode ainsi que ses performances. Le chapitre 6 évalue l'utilisation de la méthode pour corriger et diagnostiquer un modèle.

Enfin, la conclusion générale tire les principaux enseignements de ces trois années de recherche et identifie les principales perspectives.





# Chapitre 1

## Positionnement scientifique de la thèse

### 1.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de situer cette thèse dans le contexte général de la modélisation hydrologique pluie-débit. Il contient une introduction à la modélisation hydrologique ainsi qu'à ses enjeux et problématiques. Cette présentation de la modélisation en hydrologie est suivie d'un inventaire des méthodes multimodèles et d'une présentation de la méthode du Super Modèle qui a été implémentée durant cette thèse.

### 1.2 Modélisation pluie-débit

#### 1.2.1 Intérêt de la modélisation hydrologique

Gupta et al. (2012) ont réparti les modélisateurs hydrologiques en quatre communautés :

- ceux qui s'intéressent aux eaux souterraines et dont les modèles s'appuient majoritairement sur des équations différentielles physiques comme par exemple la loi de Darcy ;
- ceux qui s'intéressent à la zone non saturée et aux écoulements de subsurface dont les modèles s'appuient aussi sur des équations physiques telles que l'équation de Richards ;
- ceux qui s'intéressent aux eaux de surface dont les modèles s'appuient sur une simplification (plus ou moins importante) d'équations physiques ;
- ceux qui s'intéressent aux phénomènes hydro-météorologiques dont les modèles sont là aussi basés sur des équations simples.

Au regard de cette classification, les membres de l'équipe Hydrologie des bassins versants, au sein de laquelle cette thèse a été préparée, appartiennent aux deux dernières communautés, cherchant à interpréter de manière simple les équations physiques pour comprendre les processus hydrologiques.

Ici, le terme modélisation hydrologique se rapportera donc à la modélisation pluie-débit car les travaux effectués durant cette thèse n'ont pas dépassé les limites de la communauté des modélisateurs d'eau de surface.

Les modèles utilisés ont pour but de calculer le débit des cours d'eau en un point donné. Ce débit est principalement calculé à partir de la pluie. On restreint ici l'utilisation à des précipitations liquides, mais la neige peut également être prise en compte

avec des outils dédiés. Cependant, d'autres variables météorologiques, comme la température et l'évapotranspiration potentielle, sont prises en compte. Le calcul s'effectue toujours sur une entité géographique appelée bassin versant topographique (figure 1.1). Il s'agit d'une entité géographique délimitée, drainée par un cours d'eau et ses tributaires, dont elle constitue l'aire d'alimentation. L'intérêt de cette entité est que le flux d'eau de surface à ses frontières est nul bien que les flux d'eau souterrains ne le soient, eux, pas forcément. Malgré cela, le bassin versant reste l'une des principales unités spatiales en hydrologie.

En résumé, la modélisation hydrologique se définit donc comme le calcul d'un débit en un point à partir du forçage météorologique affectant le bassin versant défini par ce point.

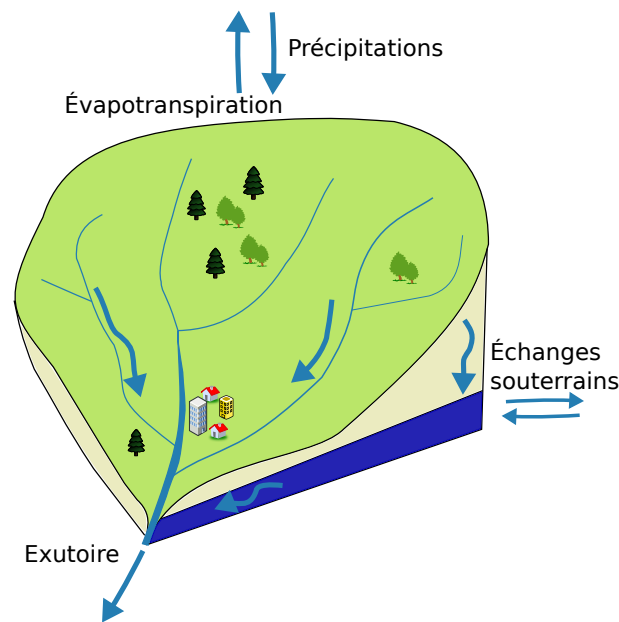


FIGURE 1.1 – Définition du système de bassin versant.

La modélisation hydrologique est utilisée lorsque les données de mesures de débit ne sont pas disponibles en un endroit et sur une période d'intérêt. Perrin (2000) cite quatre applications classiques de la modélisation qui sont toujours d'actualité :

- le comblement de séries de données de débit non-continues ;
- la création ou l'allongement de séries de données dans le but de déterminer les débits de crues et d'étiages par analyse fréquentielle ;
- la prévision de crues et d'étiages pour des délais allant de quelques heures à quelques jours ou semaines ;
- l'étude de l'impact de changements d'occupation du sol, d'aménagements ou du changement climatique sur l'hydrologie.

Ces applications s'inscrivent dans le contexte de l'évaluation des risques ou de la gestion de la ressource. On peut aussi trouver à la modélisation hydrologique un intérêt plus théorique d'étude des processus hydrologiques à l'œuvre sur un bassin. La connaissance de ces processus permet alors de s'intéresser à d'autres applications liées au transport de polluants ou de matière au sein du bassin. La modélisation hydrologique répond donc à un besoin réel, qu'il soit scientifique ou opérationnel.

### 1.2.2 Une grande variété de modèles

Ces besoins variés ont poussé les hydrologues à produire un grand nombre de modèles possédant des caractéristiques propres. Ces caractéristiques dépendent de l'objectif pour lequel le modèle a été créé et du contexte d'application. Hrachowitz et Clark (2017) évoquent quatre classifications (qui se recoupent souvent entre elles) :

- selon la spatialisation ou non de l'information : le modèle peut être distribué (discrétisation par mailles de l'espace), semi-distribué (présence de sous-unités) ou global (pas de discrétisation du tout) ;
- selon la représentation des processus dans le système : le modèle est à bases physiques si les processus ont une correspondance directe avec des phénomènes observables, conceptuels si le système est conceptualisé (par exemple par l'utilisation de réservoirs) ou empirique si le système n'est représenté que par une relation entre données d'entrée et données de sortie ;
- selon l'architecture des équations des modèles : un modèle peut être basé sur des équations temporelles gouvernant des niveaux de réservoirs ou sur un continuum spatio-temporel d'équations élémentaires (comme par exemple les équations de Richards) ;
- selon la stratégie de mise à l'échelle des processus : cette stratégie peut être ascendante, partant de l'échelle locale pour aller jusqu'à l'échelle globale, ou descendante, du global au local.

À ces classifications peut s'ajouter la nature statistique des sorties. Elle peut être déterministe, c'est-à-dire qu'une seule valeur de débit est simulée par pas de temps, ou stochastique, c'est-à-dire qu'elle simule le débit par pas de temps sous la forme d'un ensemble associé à des probabilités d'occurrence.

Ces classifications de modèles sont néanmoins souvent remises en cause. Par exemple, un modèle déterministe peut être utilisé de manière stochastique (par exemple avec la méthode GLUE de Beven et Binley, 1992). De même, les limites entre les différentes catégories de modèles citées ci-dessus sont floues (Hrachowitz et Clark, 2017).

Malgré cela, en s'en tenant à ces classifications, les modèles utilisés dans cette thèse sont classés comme globaux avec une stratégie descendante, conceptuels et structurés en utilisant des réservoirs. Les sorties qu'ils produisent sont déterministes. Ces modèles sont assez simples et donc plus faciles à manipuler pour tester les concepts appliqués durant cette thèse.

Il existe une grande variété de ces modèles (Perrin, 2000 ; Seiller et al., 2012, ont utilisé respectivement 38 et 20 de ces modèles) et ils ont déjà été très souvent utilisés pour mettre en place des méthodes multimodèles (Oudin et al., 2006 ; Velázquez et al., 2010 ; Seiller et al., 2012).

À cette variété s'ajoute l'existence de modèles adaptables comme FUSE (Clark et al., 2008) ou SUPERFLEX (Fenicia et al., 2011) permettant de créer un grand nombre de modèles différents en combinant divers réservoirs. Ces outils proposent une bibliothèque de réservoirs qui forment des "briques" unitaires qui peuvent être assemblées pour former un modèle complet. Ils permettent donc de potentiellement créer un grand nombre de combinaisons différentes.

### 1.2.3 Principes généraux du calage des modèles

Pour pouvoir être utilisé sur différents bassins versants, chaque modèle dispose de paramètres qui permettent d’adapter son fonctionnement à leurs spécificités physiques. Cependant, comme les modèles à réservoirs ne représentent pas directement les processus hydrologiques, il est difficile d’estimer les valeurs de ces paramètres en se basant sur des mesures physiques (Johnston et Pilgrim, 1976). L’adaptation d’un modèle se fait donc par la recherche du jeu de paramètres optimal pour représenter un bassin versant. Ce processus est appelé calage. Le calage d’un modèle hydrologique se base sur un jeu de débits observés qu’il faut reproduire (ou du moins approcher). En d’autres termes, le calage a pour but de réduire l’erreur entre les débits simulés par le modèle et les débits observés. Durant le processus de calage, l’erreur est représentée par la valeur d’une fonction objectif. Cette dernière est généralement une expression mathématique de l’erreur. Le calage réduit donc l’erreur entre le débit simulé et le débit observé en optimisant la valeur de la fonction objectif.

Les paramètres obtenus par l’optimisation de la fonction objectif sur une période donnée sont ensuite utilisés pour simuler une période indépendante présentant des conditions hydroclimatiques différentes. Le but de cette simulation est d’évaluer la robustesse du modèle, c’est-à-dire sa capacité à maintenir un niveau d’erreur peu différent de celui du calage. Encore une fois, l’évaluation se fait à partir d’expressions de l’erreur que l’on appelle critères d’évaluation. Souvent, plusieurs critères d’évaluation sont utilisés et la fonction objectif n’en fait pas forcément partie. Cette étape est appelée validation (ou contrôle).

Cette manière de procéder est le premier niveau du *split sample test* (Klemeš, 1986) qui est presque systématiquement utilisé en hydrologie. Le test de Klemeš généralise l’évaluation de la robustesse du modèle, en évaluant sa transposabilité à la fois temporelle et spatiale, dans des conditions éventuellement très différentes de celles du calage. Ce test s’opère sur quatre niveaux qui ne seront pas détaillés ici car seul le premier (*standard split-sample test*) est utilisé dans cette thèse.

### 1.2.4 Que faire lorsque les paramètres ne permettent pas d’adapter correctement les sorties du modèle aux observations ?

Lorsque le calage ne produit pas les résultats attendus, c’est-à-dire lorsque l’erreur ne parvient pas à être réduite de manière satisfaisante, plusieurs explications peuvent être avancées. Le tableau 1.1 recense les causes possibles du manque d’adaptation d’un modèle hydrologique. Il peut s’agir d’erreurs dues aux mesures des données d’entrée ou de sortie du modèle, de problèmes dus à l’algorithme de calage en lui-même ou encore d’erreurs internes aux modèles.

L’essentiel des travaux de cette thèse va s’orienter autour de l’étude des deux dernières causes d’erreurs internes aux modèles présentées dans ce tableau (en gras). L’étude de l’impact de la résolution numérique des équations sera présentée dans le chapitre 3 de la thèse. Les autres chapitres auront davantage pour but de réduire les erreurs dues au manque d’adaptation des équations du modèle à différents bassins.

Une solution pour estimer ou réduire ces erreurs dues au modèle en lui-même est d’utiliser plusieurs modèles en supposant que l’erreur commise par chaque modèle n’est pas liée aux mêmes processus hydrologiques. Les méthodes consistant à utiliser plusieurs modèles seront appelées “méthodes multimodèles” dans ce manuscrit.

TABLEAU 1.1 – Classification des différentes sources d’erreurs pouvant affecter le résultat du calage du modèle.

Source d’erreur	Causes
Calage	Le choix de la fonction objectif est mal adapté
	L’algorithme de calage n’a pas mené aux paramètres optimaux (la formulation du modèle conduit à un manque de sensibilité ou une équifinalité de certains paramètres ou l’algorithme est mal adapté)
Données	Les données de pluie sont entachées d’erreurs (erreurs de mesures ou problème de spatialisation)
	L’évapotranspiration potentielle est mal calculée
	Le débit observé est mal mesuré
Modèle	Les états sont mal initialisés
	La discrétisation spatiale et/ou temporelle choisies ne sont pas adaptées pour décrire les processus en jeu
	<b>La résolution temporelle numérique des équations du modèle entraîne des erreurs</b>
	<b>Les processus hydrologiques sur le bassin sont mal représentés par les équations du modèle</b>

### 1.3 Inventaire des méthodes multimodèles

L’objectif de cette thèse est d’appliquer une méthode multimodèle (le Super Modèle) sur un grand nombre de bassins français afin d’estimer son apport comparativement à une simple application d’un modèle déterministe.

#### 1.3.1 Différents types d’approches

De nombreuses études ont eu pour but d’améliorer la robustesse des modèles hydrologiques en proposant d’améliorer les formulations ou les paramétrisations des modèles (en se concentrant sur l’une des causes d’erreurs du tableau 1.1). Plusieurs de ces études ont été analysées au cours de cette thèse :

- Gupta et al. (2009) et Ehret et Zehe (2011) sont des exemples d’études proposant des améliorations de fonctions objectif ;
- Barco et al. (2008) et Samaniego et al. (2010) proposent, quant à eux, des méthodes pour améliorer les processus de calage ;
- les incertitudes sur les données ont aussi été abordées (Di Giuseppe et al., 2013 ; Bourgin et al., 2015 ; Guo et al., 2017, respectivement pour prendre en compte les incertitudes sur la pluie, le débit simulé et l’évapotranspiration potentielle) ;
- de même, plusieurs études permettent de mieux comprendre les relations entre processus hydrologiques et équations du modèle (Fencia et al., 2014 ; de Boer-Euser et al., 2017).

Malgré cette abondance de travaux, le rêve d’un modèle qui pourrait correctement simuler les débits sortants de n’importe quel bassin sur n’importe quelle période semble impossible à atteindre. Quel que soit le modèle étudié, il sera forcément dépassé par un autre pour certaines applications ou certains bassins. Pour cette raison, il peut donc être intéressant de se baser sur la combinaison de plusieurs modèles existant dans la littérature. Cet argument est d’ailleurs repris par de nombreuses publications préconisant l’utilisation de plusieurs modèles (Shamseldin et al., 1997 ; Oudin et al.,

2006 ; Velázquez et al., 2010). Cela peut s’expliquer par le fait que chaque modèle a ses forces et ses faiblesses pour représenter différents processus hydrologiques (Duan et al., 2007). Plus largement, l’utilisation d’un nombre conséquent de modèles permet d’être moins sensible à toutes les sources d’erreurs présentées dans le tableau 1.1 (Seiller et al., 2012), si ce n’est les éventuelles erreurs sur les données. Pour illustrer cela, imaginons que les états d’un modèle soient mal initialisés. Si ce modèle est le seul à être utilisé, cela va être un écueil important quant à la qualité des simulations. Si plusieurs modèles sont utilisés, l’impact de cette erreur sur les sorties de l’ensemble sera atténué. L’utilisation d’une méthode multimodèle a donc pour but de lisser les erreurs éventuelles apportées par chaque modèle. Nous proposons ci-dessous un inventaire non exhaustif des méthodes de combinaison de modèles proposées dans le passé.

L’idée générale est que chaque modèle a des “spécialités” et des “points faibles”. Un modèle pourrait être, par exemple, plus apte à modéliser les cas (périodes climatiques ou bassins) proches de celui pour lequel il a été développé mais aura potentiellement du mal à s’adapter pour des cas très différents. Plusieurs types de méthodes ont ainsi été mises en place pour tirer parti des spécialités de chaque modèle :

- **approches ensemblistes.** Il est possible de constituer un ensemble de simulations dont les membres sont tous les modèles pris en compte par le multimodèle (Velázquez et al., 2010). L’intérêt est que l’ensemble de simulations ainsi formé aura beaucoup plus de chance d’inclure le débit réel qu’un modèle seul. Cela permet aussi d’adopter une approche probabiliste de la modélisation du débit ;
- **combinaisons de sorties de différents modèles.** Une autre possibilité est de calculer un débit moyen à partir des débits simulés par plusieurs modèles (Oudin et al., 2006 ; Kayastha et al., 2013) ;
- **sélection et modèles adaptables.** Il ne s’agit pas là de méthodes multimodèles à proprement parler mais plutôt de l’analyse d’un nombre important de modèles afin de choisir la meilleure structure pour chaque bassin versant. Ces méthodes de sélection ont été facilitées par l’apparition de modèles adaptables comme FUSE (Clark et al., 2008), SUPERFLEX (Fencia et al., 2011) ou encore SUMMA (Clark et al., 2015) permettant d’implémenter un grand nombre de modèles de structures différentes.

### 1.3.2 Approches ensemblistes

L’application la plus immédiate des méthodes multimodèles est de simplement conserver les sorties de chaque modèle utilisé afin de créer un ensemble de simulations. Ici, le terme “immédiat” est préféré au terme “simple” car si la mise en place de la méthode est en effet extrêmement simple, l’analyse des résultats nécessite une bonne connaissance des scores probabilistes appliqués aux ensembles hydrologiques.

Georgakakos et al. (2004) ont testé plusieurs scores probabilistes sur un ensemble de six modèles, arrivant à la conclusion que l’importance du calage est moins forte dans le contexte d’un ensemble que pour une simulation déterministe. Ils ont aussi comparé le multimodèle à un ensemble produit avec un unique modèle en prenant uniquement en compte les incertitudes sur les paramètres et sont arrivés à la conclusion que les scores obtenus avec une méthode multimodèle étaient meilleurs que ceux obtenus avec un ensemble mis en place à l’aide d’un modèle unique.

Des travaux sur ce genre d’approche ont été menés par Velázquez et al. (2010). Ils

ont évalué l'apport d'informations que permet l'utilisation d'un ensemble de simulations par rapport à une moyenne déterministe en comparant l'erreur absolue moyenne de la moyenne des modèles et le CRPS (indice continu de probabilité) moyen. Leur conclusion est que l'utilisation d'un ensemble de modèles est plus intéressante en termes de fiabilité qu'un modèle déterministe.

Ces approches ne seront toutefois pas prises en compte lors de ces travaux de thèse car, si elles apportent de bonnes performances en termes de simulation de débits, le comportement des modèles utilisés pris individuellement reste difficile à interpréter. De plus, la compréhension des erreurs des modèles en utilisant des scores probabilistes reste limitée.

### 1.3.3 Approches par combinaison des sorties

Ce style d'approche, déterministe, est le plus proche de la méthode du Super Modèle, présentée dans la suite de cette thèse. Ces approches seront donc plus documentées que les autres.

Dans une étude menée sur les multimodèles, Shamseldin et al. (1997) définissaient trois types de méthodes de combinaison de sorties de modèle. Ils distinguent les méthodes de moyenne simple, les méthodes de moyennes pondérées et les méthodes de réseaux de neurones.

#### Méthodes de moyenne simple

Cette méthode consiste à calculer le débit du multimodèle comme la moyenne des débits de tous les modèles y prenant part (Shamseldin et al., 1997). Le débit combiné  $Q_{c,i}$  se calcule donc au pas de temps  $i$  par la formule :

$$Q_{c,i} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Q_{j,i} \quad (1.1)$$

Ici,  $N$  est le nombre de modèles couplés et  $Q_{j,i}$  le débit simulé par le modèle  $j$  au pas de temps  $i$ .

La théorie des estimations met en avant que la moyenne d'un ensemble de simulations non biaisées est plus juste qu'une simulation individuelle (Georgakakos et al., 2004). Lorsque le nombre de modèles utilisés est suffisamment élevé, cette méthode peut donc apporter une amélioration significative de la modélisation.

Les travaux de Georgakakos et al. (2004) ont montré sur six bassins que la moyenne des simulations était meilleure que les performances individuelles du meilleur des modèles.

Cette formule a été utilisée dans la perspective d'études d'impact de changement de conditions climatiques (Seiller et al., 2012). Dans cette étude, la méthode donne de bons résultats en termes d'adaptation au changement. Sa simplicité rend son utilisation intéressante lorsque le nombre de modèles pris en compte est élevé.



### Méthodes de moyennes pondérées

Shamseldin et al. (1997) définissent les méthodes de moyennes pondérées de  $N$  modèles par la formule suivante :

$$Q_{c,i} = \sum_{j=1}^N a_{i,j} Q_{j,i} + e_i \quad (1.2)$$

avec  $a_{i,j}$  le poids assigné au débit simulé au pas de temps  $i$  par le modèle  $j$ . Bien sûr, les poids sont choisis tels que :  $\sum_{j=1}^N a_{i,j} = 1$ , quel que soit le pas de temps  $i$ . Pour chaque pas de temps  $i$ , il est possible d'ajouter un terme d'erreur  $e_i$ .

Georgakakos et al. (2004) ont comparé les performances d'une moyenne pondérée à celles d'une moyenne simple et ont déduit que la moyenne pondérée est avantageuse lorsque la qualité des modèles varie beaucoup. Ce résultat est somme toute logique car il est normal qu'en donnant un poids faible aux modèles les moins performants le résultat soit meilleur qu'en les prenant pleinement en compte.

Cela dit, la difficulté que présente ce genre de méthode est de pouvoir déterminer une valeur pour ces poids conduisant à la meilleure efficacité du multimodèle. Ces poids pourraient être calés comme le sont les paramètres de chaque modèle. Certains auteurs, pour éviter ce calage, proposent des méthodes pour estimer ces poids en se basant sur différents indicateurs comme par exemple les variances et corrélations entre chaque modèle (Coulibaly et al., 2005) ou encore leurs erreurs (Georgakakos et al., 2004) durant la période de calage.

Cependant, ces études donnent des poids constants alors que des poids variables au cours du temps rendraient la méthode plus souple et plus performante (Kim et al., 2006). Dans cette idée, par exemple, Duan et al. (2007) ont utilisé une méthode bayésienne pour estimer les valeurs de poids. Plusieurs études, détaillées ci-dessous, ont été menées pour tenter d'établir des formules d'estimation des poids plus spécifiques, donnant de bonnes performances (Oudin et al., 2006 ; Duan et al., 2007 ; Li et Sankarasubramanian, 2012 ; Kayastha et al., 2013).

Dans une étude réalisée sur les modèles GR4J et TOPMODEL, Oudin et al. (2006) proposent de calculer ces poids en fonction d'un indice de saisonnalité, ici le niveau de réservoir de production des modèles. Ces travaux sont utilisés dans le contexte de multimodèle entre modèles calés en hauts et bas débits (mais correspondant à une même structure). Ils ont donné de bons résultats et ont apporté une amélioration de performance par rapport aux modèles pris individuellement.

Kayastha et al. (2013) utilisent la logique floue pour proposer une formule de calcul de poids en fonction des données observées. Cette méthode a été appliquée en contexte de prévision. Là encore, c'est une formule adaptée à un contexte de multimodèle entre modèles calés en hauts et bas débits. Les poids calculés sont fonction du rapport entre le débit observé à chaque pas de temps et le débit observé maximal sur une période donnée.

Enfin, Li et Sankarasubramanian (2012) proposent une formule de calcul des poids en période de validation en fonction de l'erreur des modèles à chaque pas de temps de la période de calage. Plus exactement, le poids calculé dépend de l'erreur sur un nombre donné de pas de temps pour lesquels la pluie était la plus proche de celle du pas de temps de calcul  $i$ .

Ces méthodes de moyennes pondérées sont utilisées par plusieurs études pour diverses applications comme la prévision (Kayastha et al., 2013) ou la simulation en contexte non jaugé (Razavi et Coulibaly, 2016).

### Méthodes de réseaux de neurones artificiels

Le dernier type de méthode proposé par Shamseldin et al. (1997) est l'utilisation de réseaux de neurones. La structure du réseau de neurones qu'ils proposent comprend une couche d'entrée, une couche intermédiaire et une couche de sortie (figure 1.2). Il s'agit d'un réseau de neurones assez simple dans ce cas. Pour chaque neurone de la couche intermédiaire (cercles sur la figure 1.2), une fonction  $f_A$  est appliquée à la somme pondérée des éléments entrants et pour chaque transfert (flèches sur la figure 1.2) un poids est appliqué. La fonction  $f_A$  peut par exemple être une fonction sigmoïde :

$$f_A : y \mapsto \frac{1}{1 + \exp(-x)} \quad (1.3)$$

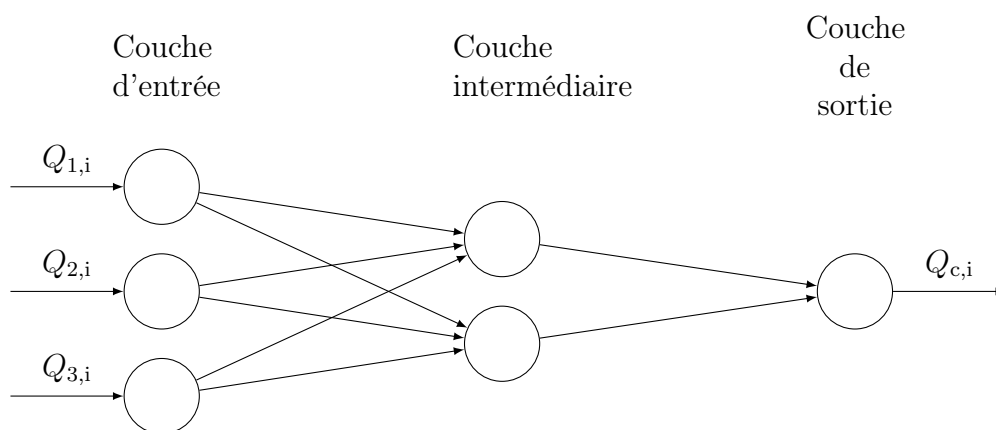


FIGURE 1.2 – Structure d'un réseau de neurones simple à appliquer pour calculer un débit  $Q_{c,i}$  à partir de débits simulés par différents modèles hydrologiques au pas de temps  $i$

Il y a donc, même pour un réseau aussi simple, beaucoup d'inconnues (un poids par transfert, donc 8 sur la figure 1.2) à déterminer. Pour cela, il est possible de passer par un calage (Young et al., 2015) mais le nombre important de paramètres complique beaucoup l'exercice.

Le type de réseau de neurones peut aussi être modifié. Dans une publication visant à prédire les crues liées aux typhons, Young et al. (2015) (en plus d'utiliser cette structure de réseau simple) tentent d'utiliser une structure plus complexe basée sur la logique floue. Ce genre de méthode est compliqué à mettre en œuvre et est, finalement, peu utilisé dans le contexte des multimodèles hydrologiques.

Il existe aussi des méthodes de couplage qui sortent de la classification de Shamseldin et al. (1997). Par exemple, Marshall et al. (2006, 2007) ont utilisé une méthode basée sur les *mixture of experts* (combinaison d'experts) pour estimer les poids de chaque modèle.

### 1.3.4 Modèles flexibles et sélection de modèles

Depuis une dizaine d'années, de nombreux travaux ont été effectués pour créer des modèles aux structures flexibles. Plusieurs ensembles de structures adaptatives ont été proposés pour des modèles à réservoirs (par exemple FUSE et SUPERFLEX, Clark et al., 2008 ; Fenicia et al., 2011) ou à base physique (SUMMA, Clark et al., 2015). L'idée est de considérer que, si aucune structure de modèle n'est idéale partout et tout le temps, un modélisateur devrait pouvoir choisir la structure de son modèle facilement. Partant de ce postulat, les modèles flexibles sont un bon compromis pour remplacer les méthodes multimodèles.

Cependant, l'utilisation de ces modèles flexibles se heurte à une contrainte majeure qui est la sélection des modèles. En effet, en considérant qu'un grand nombre de structures peut être produit par le modèle flexible, la question de savoir quelle structure utiliser se pose. Fenicia et al. (2014) proposent une étude de la correspondance entre le fonctionnement du bassin versant et la structure d'un modèle à réservoir mais cela nécessite une bonne connaissance des processus hydrologiques à l'œuvre au sein du bassin versant. D'autres études prévoient de choisir les structures en fonction de leurs performances (Seiller et al., 2015 ; Jehn et al., 2018). Aucun consensus n'a toutefois été trouvé quant à une méthode claire d'identification de structure et ce sujet reste aujourd'hui activement étudié par la communauté scientifique.

## 1.4 Méthode du Super Modèle

La méthode du Super Modèle, qui sera étudiée durant cette thèse, ne s'inscrit dans aucune des trois catégories présentées ci-dessus. Elle se rapproche des méthodes de combinaison de sorties car il s'agit d'une méthode déterministe utilisant plusieurs modèles. Cependant, au lieu de simplement combiner des sorties de modèles, il s'agit plutôt de corriger les états des modèles durant leur exécution.

### 1.4.1 Bases théoriques

La méthode du Super Modèle (SUMO) a été imaginée par des climatologues (van den Berge et al., 2011). Cette méthode a été mise en place avec pour but d'amener les modèles à se synchroniser, c'est-à-dire à ce que leurs variables internes tendent à évoluer de la même manière. En se synchronisant, le comportement recherché est que les modèles arrivent à une sorte de consensus. Si ce consensus est atteint, c'est un bon indicateur de la réussite du couplage. Boccaletti et al. (2002), dans un article sur la synchronisation des processus physiques, proposent une formule de couplage bilatéral de deux systèmes aboutissant à leur synchronisation :

$$\begin{aligned}\dot{\vec{v}}_1 &= \mathbf{f}_1(\vec{v}_1) + \mathbf{C}(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)^T \\ \dot{\vec{v}}_2 &= \mathbf{f}_2(\vec{v}_2) + \mathbf{C}(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^T\end{aligned}\tag{1.4}$$

Dans cette équation,  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  représentent les vecteurs de variables internes des deux systèmes qui sont corrigées, les équations différentielles de chaque système (les points sur  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  signifient qu'il s'agit des dérivées temporelles des variables, elles peuvent aussi se noter  $\frac{d\vec{v}_1}{dt}$  et  $\frac{d\vec{v}_2}{dt}$ ) sont représentées par des fonctions vectorielles notées  $\mathbf{f}_1$  et  $\mathbf{f}_2$  qui peuvent être vues comme le système en lui-même. Le terme de couplage entre

les deux systèmes est représenté par la multiplication entre la transposée ( $T$ ) de la différence entre les vecteurs de variables et  $\mathbf{C}$ , la matrice contenant les coefficients déterminant la force du couplage.

L'objectif est donc de faire communiquer deux modèles en ajoutant un terme (correspondant à l'équation de Boccaletti et al., 2002) aux équations différentielles régissant l'évolution de leurs variables internes (van den Berge et al., 2011). Cela permettrait de synchroniser les modèles. La synchronisation est indispensable dans le contexte de la climatologie car les modèles sont de nature chaotique, c'est à dire qu'une faible modification des conditions initiales a pour conséquence une importante modification des sorties du modèle.

Mettre en place cette méthode dans le cadre de la climatologie a été l'objectif du projet européen SUMO (Kocarev, 2014) qui s'est déroulé entre 2011 et 2014. La méthodologie utilisée pour le projet SUMO a été de commencer les tests sur des modèles simples (Lorenz 63) pour tester la méthode puis de l'adapter à des modèles de plus en plus compliqués. Ce faisant, des tests ont été menés sur la force du couplage (valeur des coefficients) et sur le nombre idéal de variables internes à coupler.

### 1.4.2 Application en climatologie

Dans un premier temps, le Super Modèle a été testé sur le modèle chaotique de Lorenz 63 (Lorenz, 1963 ; van den Berge et al., 2011 ; Hiemstra et al., 2012 ; Mirchev et al., 2012 ; Schevenhoven et Selten, 2017). Il s'agit d'un modèle assez simple utilisé dans la simulation atmosphérique qui possède seulement trois variables internes ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ).

Par la suite, plusieurs études ont analysé la mise en place de la méthode du Super Modèle sur des modèles climatiques existants. Cependant, la version du Super Modèle implémentée pour ces études est une version simplifiée appelée Super Modèle par pondération (Wiegerinck et al., 2011). Cette version du Super Modèle est décrite dans l'annexe A et sert de cadre aux travaux décrits ci-dessous mais pas à l'application de la méthode en hydrologie.

Les travaux de Selten et al. (2017) expliquent la mise en place d'un Super Modèle couplant le modèle océanique CLIO et plusieurs modèles atmosphériques SPEEDY en vérifiant si les modèles ont pu atteindre la synchronisation. Les performances obtenues sont jugées bonnes, le Super Modèle mis en place donnant de meilleurs résultats que les modèles individuels mais aussi que la moyenne des modèles.

Les travaux de Shen et al. (2016, 2017) ont appliqué la méthode sur deux paramètres du modèle allemand COSMOS. Ils se sont servi de ce Super Modèle pour modéliser la zone intertropicale de l'océan Pacifique. Les résultats obtenus par le Super Modèle ont été très bons. La figure 1.3 montre que seul le Super Modèle réussi à reproduire l'allure générale des trois variables observées.

Ces résultats sont plutôt encourageants dans le contexte de la modélisation climatique en simulation. Cependant, il reste encore des travaux nécessaires pour pouvoir les appliquer à des modèles de structures différentes ainsi qu'à un contexte de prédiction. De plus, les performances intéressantes des Super Modèles qui ont pour le moment été mis en place sont à nuancer du fait que les modèles climatiques ne sont pas fortement contraints par les observations alors que c'est le cas des Super Modèles. Pour évaluer la méthode, il reste donc à comprendre quelle part d'amélioration est due au calage sur les observations et quelle part est due au Super Modèle.

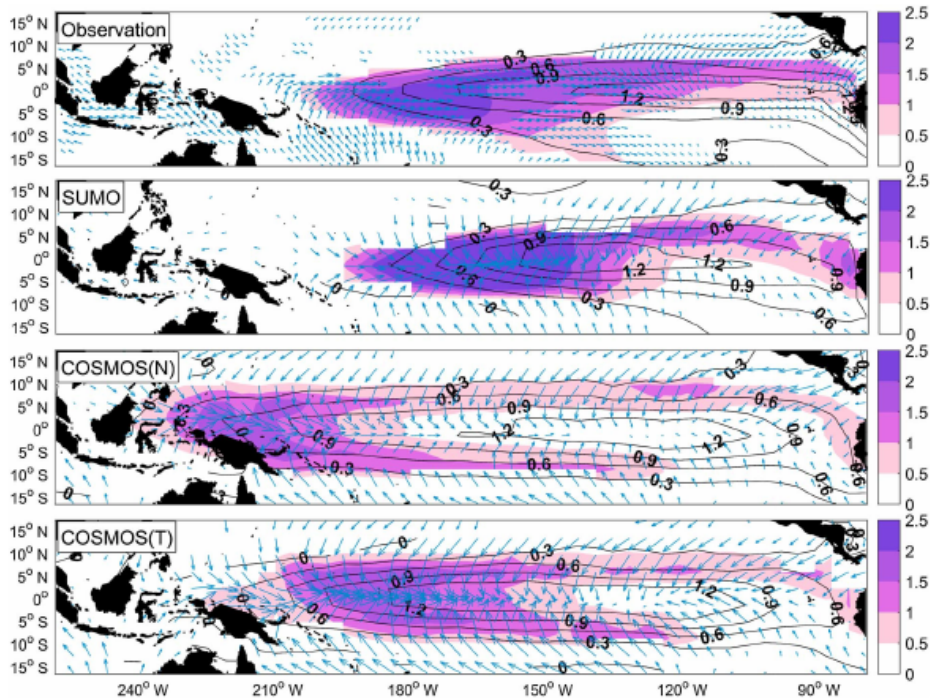


FIGURE 1.3 – Modélisations de l’anomalie de températures de surface de la mer (isolignes, en  $^{\circ}\text{C}$ ), de précipitations (en couleur, en  $\text{mm} \cdot \text{j}^{-1}$ ) et de vitesses de vent (flèches) dues au phénomène “El Niño” par deux modèles COSMOS différents et un Super Modèle couplant les deux (Shen et al., 2016)

En parallèle, dans un domaine complètement différent, des travaux de Dzwiniel et al. (2016) dont l’objectif était d’appliquer la méthode à la modélisation de croissance de tumeur ont aussi montré de bons résultats, prouvant ainsi que la méthode est adaptable à différents domaines de recherche.

### 1.4.3 Application à l’hydrologie

À la différence des méthodes utilisées en hydrologie (*cf.* section 1.3), le Super Modèle agit sur les modèles au niveau interne. En corrigeant ainsi les modèles, cette méthode pourrait donc permettre de mieux comprendre les erreurs internes des modèles. Le fait que les modèles hydrologiques ne décrivent pas des processus chaotiques ne devrait pas poser de gros problèmes car ils présentent tout de même des divergences structurelles. Le Super Modèle aura pour but de réduire ces divergences pour obtenir un multimodèle cohérent au niveau interne.

#### Lien avec l’assimilation de données

Le Super Modèle consiste donc à prendre en compte plusieurs modèles dans un ensemble interactif. À l’intérieur de chaque modèle, certaines variables internes sont corrigées à chaque pas de temps en prenant en compte leurs différences avec les variables correspondantes des autres modèles. La correction est mutuelle, c’est-à-dire que la variable  $R_1$  d’un modèle qui est corrigée par la variable  $R_2$  d’un autre modèle participe réciproquement à la correction de cette même variable  $R_2$ . En prenant l’exemple de la correction des variables  $R_1$  et  $R_2$  dans un Super Modèle composé de deux modèles 1

et 2, l'équation différentielle qui régit l'évolution des deux variables corrigées peut se déduire de l'équation 1.4 et sera :

$$\begin{aligned}\dot{R}_1 &= f_1(R_1) + C_1 \cdot (h_1(R_2) - R_1) \\ \dot{R}_2 &= f_2(R_2) + C_2 \cdot (h_2(R_1) - R_2)\end{aligned}\tag{1.5}$$

Cette équation est une transposition de l'équation 1.4 à deux états couplés (dont les valeurs sont  $R_1$  et  $R_2$ ) de deux modèles différents. Il ne s'agit donc plus ici d'une équation vectorielle. Dans cette équation, les composants du modèle 1 sont les lettres portant l'indice 1 et les composants du modèle 2 celles portant l'indice 2.  $f_1$  et  $f_2$  sont les fonctions représentant l'évolution normale des variables de chaque modèle dans le temps.  $C_1$  et  $C_2$  sont les coefficients correcteurs (uniques, il ne s'agit pas ici de matrices) du Super Modèle et  $h_1$  et  $h_2$ , les fonctions de mise à l'échelle des variables. En effet, lorsque les variables ont un fonctionnement différent, une fonction de mise à l'échelle est employée pour ramener la variable correctrice dans le même espace que la variable corrigée.

D'après Duane et al. (2017), le Super Modèle présente des traits communs avec l'assimilation de données car la théorie de la méthode en découle directement. Dans une certaine mesure, le Super Modèle peut être vu comme une assimilation de données même si, plutôt que des données observées, ce sont des données issues d'autres modèles qui sont assimilées. Ces données sont, d'ailleurs, elles-mêmes impactées par cette "assimilation". Le Super Modèle présente, cependant, quelques différences avec les méthodes d'assimilation de données classiquement utilisées en hydrologie. L'équation de fonctionnement de méthodes d'assimilation de données séquentielles classiques en hydrologie (comme le BLUE ou les filtres de Kalman) se présente sous la forme suivante (Thirel, 2009) :

$$R_a = R_b + K \cdot (y_o - h(R_b))\tag{1.6}$$

Dans le vocabulaire de l'assimilation de données,  $R_b$  représente l'ébauche de la valeur de  $R$ ,  $R_a$  est sa valeur analysée,  $K$  est la matrice de gain,  $y_o$  est la valeur observée à assimiler et  $h$  est l'opérateur de transformation qui permet de mettre  $R$  dans le même espace que  $y_o$ . Après assimilation,  $R_a$  est propagé par le modèle jusqu'à l'assimilation de la donnée suivante pour fournir le nouvel état  $R_b$ .

Cette équation 1.6 est assimilable à la méthode simplifiée du Super Modèle présentée dans la section suivante (sec. 1.4.3). L'ébauche peut y être vue comme la variable d'état calculée par le modèle avant qu'elle ne soit corrigée, la valeur analysée comme la valeur de la variable d'état après correction et le gain correspond au coefficient correcteur du Super Modèle. La différence est que l'observation est remplacée par une donnée modélisée par un autre modèle et que l'opérateur d'observation est remplacé par un opérateur de mise à l'échelle appliqué à la variable correctrice quand il est nécessaire. En plus de cela, l'assimilation implémentée par le Super Modèle est réciproque alors que la donnée observée n'est pas modifiée par l'assimilation de données.

Dans le cas des Super Modèles décrits par les climatologues du projet SUMO (équation 1.5), le fait de travailler sur la forme différentielle de la variable d'état rend la comparaison avec l'assimilation de données classique plus difficile. L'ébauche n'apparaît pas clairement dans l'équation et la valeur analysée est directement calculée en résolvant l'équation différentielle corrigée. En revanche, certaines recherches en assimilation de données fondamentale se sont basées sur la synchronisation, comme le fait le

Super Modèle. Il s'agit là de synchroniser un état de modèle avec une observation. Ce genre de méthodes a notamment été proposé par Yang et al. (2006, équation 2) et Rey et al. (2014, équation 3) qui proposent des équations très proches de celles du Super Modèle.

Ces dernières approches ne sont pas utilisées dans le domaine de l'hydrologie car les modèles ne sont pas chaotiques. Une assimilation de données séquentielle est donc, dans la plupart des cas, suffisante. Il existe aussi une contrainte technique qui explique cette non-utilisation car, pour la plupart des modèles hydrologiques à réservoir, les équations différentielles qui régissent les niveaux de réservoir ne sont pas disponibles (ce point sera discuté dans le chapitre 3).

### **Différences entre les modèles climatiques et les modèles hydrologiques à réservoirs**

Avant d'appliquer la méthode à des modèles hydrologiques, il convient d'être conscient des différences qui peuvent exister entre modèles climatiques et hydrologiques. Prendre conscience de ces différences est important pour orienter les tests d'application de cette méthode sur des modèles tels que ceux qui seront utilisés au cours de cette thèse.

La différence majeure qui oppose les deux catégories modèles est l'aspect chaotique des modèles climatiques qui ne se retrouve pas dans le cas des modèles hydrologiques qui sont fortement contraints par les données de pluies en entrée. L'aspect chaotique des modèles climatiques (c'est-à-dire leur forte dépendance aux conditions initiales) rend indispensable la synchronisation dans la combinaison de plusieurs modèles. Cet aspect chaotique n'existe pas en tant que tel dans les modèles hydrologiques à réservoirs. Cependant, il existe bel et bien une divergence structurale entre deux modèles différents. La synchronisation des états a donc potentiellement un intérêt en hydrologie.

Une autre différence fondamentale porte sur la signification des états de ces modèles. En climatologie, les états ont une réalité physique qui rend leur interprétation claire (de même que pour les modèles hydrologiques physiques qui ne sont pas utilisés durant cette thèse) et sont mesurables. Par exemple, au sein du Super Modèle SPEEDO (Selden et al., 2017), les connexions se font entre les deux modèles d'atmosphère SPEEDY au niveau des équations de calcul des températures de l'air à un moment donné et à une position géographique donnée. Les variables internes utilisées, comme la température ou encore la vitesse du vent, ont donc une réalité physique. Ce n'est pas le cas des niveaux de réservoirs, candidats naturels pour l'application du Super Modèle à l'hydrologie comme on le verra par la suite. Cette absence de réalité physique direct entraîne des problématiques qui ne sont pas forcément rencontrées par les climatologues. Les variables internes de deux modèles à réservoirs n'ont pas forcément la même signification et un travail visant à choisir les variables à échanger et la manière de les mettre à l'échelle pour pouvoir les utiliser pour se corriger mutuellement est nécessaire en hydrologie. Ce travail est un enjeu important de cette thèse. Par ailleurs, Duane (2015) proposait d'ajouter au Super Modèle une composante d'assimilation de données observées. Cela est plus difficile à envisager pour les modèles à réservoirs étant donné que les niveaux de ces réservoirs ne représentent pas directement une donnée observable. Cet aspect des recherches pratiquées sur les Super Modèles en climatologie sera donc laissé de côté dans cette thèse.

La complexité des modèles utilisés dans les deux approches respectives représente

aussi une différence majeure. En effet, les modèles à réservoirs utilisés sont très simples et ne sont composés que d'une dizaine d'états (les réservoirs) tout au plus. De plus, il s'agit de modèles dont les états ne varient pas spatialement. La mise en place d'un Super Modèle hydrologique ne nécessite donc qu'un faible nombre de couplages (*i.e.* correction d'équations différentielles). Le nombre de coefficients correcteurs à estimer est donc relativement faible. Dans le cas de modèles climatiques, les nombreux états sont spatialisés et cela pose de nombreuses questions quant aux choix des états à échanger et à l'estimation des nombreux coefficients correcteurs qui sont nécessaires à la mise en place du couplage. Les temps d'exécution des modèles à réservoirs sont très courts ce qui permet de les exécuter un grand nombre de fois pour estimer au mieux les coefficients correcteurs à l'aide d'algorithmes génétiques.

En résumé, les différences entre les structures générales des modèles climatiques et hydrologiques ont pour conséquence que les principaux défis induits par la mise en place de la méthode diffèrent. En climatologie, des travaux sont nécessaires pour comprendre comment contraindre les coefficients correcteurs du Super Modèle. En revanche, dans le cas des modèles hydrologiques à réservoirs, le fait que les états ne représentent pas directement des valeurs physiques induit la nécessité d'une étude de similarité pour choisir les états échangés et d'une mise en place d'un opérateur de transformation des variables correctrices.

### Test d'un Super Modèle simplifié

Préalablement à cette thèse, un Super Modèle hydrologique simplifié avait été testé par Tunqui Neira (2015) dans l'équipe hydrologie des bassins versant. Le but était de tester un Super Modèle qui couplait trois modèles GR4J dont les valeurs de paramètres différaient. Les paramètres du premier modèle étaient obtenus par un calage optimisant les hauts débits, ceux du second par un calage optimisant les bas débits et ceux du dernier par un calage ne mettant l'accent sur aucune des deux gammes de débits.

Ces trois modèles ont été combinés en corrigeant soit les niveaux des deux réservoirs de GR4J, soit les sorties des hydrogrammes unitaires. Cette configuration du Super Modèle sera davantage détaillée dans le chapitre 2.

La méthode utilisée lors de ces travaux est néanmoins différente de la méthode initiale proposée par van den Berge et al. (2011) et appliquée strictement à l'hydrologie (équation 1.5). Dans ce cas, le terme de Super Modèle n'est pas ajouté à la forme différentielle de la variable interne mais directement à la variable discrète calculée par le modèle :

$$\begin{aligned} R_1^+ &= R_1 + C_1 \cdot (h_1(R_2) - R_1) \\ R_2^+ &= R_2 + C_2 \cdot (h_2(R_1) - R_2) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Dans cette équation,  $R_1^+$  et  $R_2^+$  sont des valeurs corrigées instantanément de  $R_1$  et  $R_2$  à la fin ou au début du pas de temps.

Cette forme du Super Modèle est tout à fait comparable à de l'assimilation de données. À chaque fin de pas de temps, chaque modèle GR4J assimile les valeurs d'états calculées par les autres modèles.

Ce Super Modèle avait été testé sur deux bassins aux caractéristiques différentes via des tests de sensibilité aux coefficients correcteurs sans donner de résultats convaincants. D'un point de vue pratique, Tunqui Neira (2015) a utilisé un coupleur de calcul développé au CERFACS appelé OpenPALM (Duchaine et al., 2015). Ce coupleur a



permis d'échanger des variables entre les différents modèles à chaque pas de temps en suivant le schéma de fonctionnement illustré pour deux modèles GR4J par la figure 1.4.

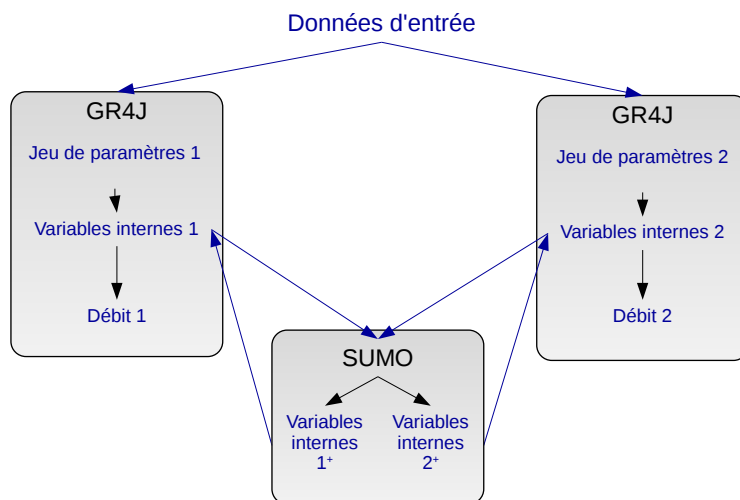


FIGURE 1.4 – Schéma de communication entre deux modèles GR4J et le code du Super Modèle (SUMO) couplés avec OpenPALM. Le couplage opéré par OpenPALM est matérialisé par les flèches reliant la boîte SUMO aux deux boîtes GR4J.

De plus, au début de cette thèse, un Super Modèle composé d'un modèle GR4J calé en favorisant les hauts débits et d'un autre calé en favorisant les bas débits a été testé. Le Super Modèle corrigeait les niveaux des deux réservoirs de GR4J en utilisant la formule 1.7 et le logiciel OpenPALM. Ce Super Modèle a été testé sur 650 bassins (ces bassins seront présentés dans le chapitre 2) sans donner de résultats plus intéressants. À la différence de Tunqui Neira (2015), les coefficients avaient pourtant été calés automatiquement pour améliorer les performances du Super Modèle.

La conclusion de ces travaux préliminaires est que le Super Modèle tel qu'il a été implémenté en version "dégradée" durant ces travaux préalables n'est pas performant. Cela justifie l'implémentation du "véritable" Super Modèle appliqué aux équations différentielles des états internes. Le test de ce "véritable" Super Modèle sera donc décrit dans les chapitres suivants de cette thèse.

## 1.5 Conclusion

Cette thèse se situe dans le domaine de la modélisation pluie-débit à l'aide de modèles à réservoirs. Le but est d'améliorer la simulation des débits par ces modèles et de comprendre leurs erreurs. Pour cela, les travaux se sont orientés autour des méthodes multimodèles. En hydrologie, ces méthodes étant uniquement basées sur les débits sortants de chaque modèle, elles permettent difficilement de comprendre les erreurs commises par chacun des modèles. Pour tenter de trouver un compromis, nous avons choisi une méthode importée de la climatologie qui sera testée dans le cadre de cette thèse.

Cependant, comme la méthode doit permettre d'améliorer la prise en compte de processus hydrologiques variés, il est nécessaire de mettre en place des tests sur un

nombre important de bassins. Le chapitre suivant présentera donc la sélection de ces bassins ainsi que les modèles hydrologiques utilisés et la méthodologie employée pour les coupler au sein du Super Modèle.



# Chapitre 2

## Méthodologie de l'étude

### 2.1 Introduction

Pour pouvoir mettre en place et évaluer l'intérêt de la méthode du Super Modèle dans le domaine de l'hydrologie, il est nécessaire de choisir des modèles à réservoirs simples. Cela permet de se placer dans un contexte de modélisation bien connu de l'équipe d'accueil de cette thèse mais aussi de limiter le nombre de degrés de liberté qui pourraient complexifier l'analyse des Super Modèles. Les modèles HYMOD et GR4J ont été choisis car il s'agit de modèles qui ont peu d'états internes mais présentent des profils différents. Il s'agit, par ailleurs, de modèles adaptés au pas de temps journalier. Un échantillon de bassins versants français variés permet d'évaluer les différents Super Modèles mis en place. Cet échantillon sera décrit dans ce chapitre ainsi que la méthode utilisée pour caler les différents paramètres (qu'il s'agisse de ceux des modèles ou des coefficients du Super Modèle).

### 2.2 Données de bassins utilisées

#### 2.2.1 De la nécessité de tester la méthode sur un grand nombre de bassins

La nécessité de tester un modèle sur un nombre important de bassins versants a été discutée dans la littérature depuis longtemps déjà. De Linsley (1982) à Gupta et al. (2014), de nombreux articles se font les avocats de l'utilisation d'importants échantillons de données pour les analyses hydrologiques. Pour ne citer qu'eux, Andréassian et al. (2006) préconisent de travailler sur un grand échantillon dans le but de comparer des modèles, de vérifier leur robustesse et de les appliquer sur des bassins non-jaugés. D'une manière plus générale, ce genre d'étude permet une compréhension plus globale des processus hydrologiques et du comportement d'un modèle.

Ce travail sur de grands échantillons de données n'a cessé de se développer avec l'augmentation des capacités de calcul. De plus, l'accessibilité des données s'est aussi améliorée. Par exemple, Addor et al. (2017) ont construit CAMELS, une base de données de bassins des États-Unis accessible librement.

Dans un contexte d'analyse de la généralité d'un modèle ou d'une méthode, l'utilisation d'un grand nombre de bassins est importante. En effet, il est impossible de tirer des conclusions générales sur les qualités d'une méthode en n'utilisant que peu de bas-

sins car ces derniers ne pas affectés par la totalité des processus hydrologiques existant. Il est donc impossible de tirer des conclusions générales sur les forces et les faiblesses d'une méthode. Pour faire une analyse complète d'une méthode et pour mieux en cerner le domaine de validité, il est donc essentiel de se baser sur des données hydrologiques les plus variées possible.

De plus, l'impact relatif des éventuelles erreurs de mesures de débits ou encore de pluie qui ne sont pas systématiques est réduit par l'utilisation d'un grand nombre de données. Dans un contexte de modélisation déterministe (donc sensible aux incertitudes sur les données observées), cet aspect est important. L'utilisation d'un grand nombre de bassins a donc pour avantage de limiter l'impact des sources d'erreurs dues aux données pour mieux se concentrer sur celles qui sont dues au modèle (voir pour cela le tableau 1.1).

Pour obtenir une analyse générale de la méthode de Super Modèle, le choix a donc été fait d'effectuer des tests sur un échantillon de bassins important présentant le plus de variabilité possible.

### 2.2.2 Une base de données adaptée à la modélisation globale à réservoir

L'étude présentée dans ce mémoire s'appuie principalement sur une base de données de bassins versants construite à Irstea. Cette base a été construite pour l'application de modèles pluie-débit globaux au pas de temps journalier. Elle fournit (entre autres) des valeurs de précipitations et d'évapotranspiration potentielle journalières globales sur chaque bassin versant ainsi que des débits journaliers à l'exutoire. Ces données sont donc parfaitement adaptées à l'application des modèles utilisés pour tester la méthode du Super Modèle.

Dans le détail, cette base contient les coordonnées de la plupart des stations hydrométriques en France ainsi que les débits observés disponibles. Les débits sont intégrés au pas de temps journalier et les chroniques disponibles couvrent des périodes variables comprises entre 1958 et 2011. Ces données sont mises à disposition par le Ministère de la transition écologique et solidaire sur le site de la banque HYDRO ([www.hydro.eaufrance.fr](http://www.hydro.eaufrance.fr), voir pour plus de détails Leleu et al., 2014).

Enfin, la base contient aussi les données météorologiques issues du modèle de réanalyse SAFRAN (Météo-France, Quintana Seguì et al., 2008 ; Vidal et al., 2010). Ces données, disponibles sur des mailles de 8 kilomètres de côté, sont agrégées sur chaque bassin versant. A partir des données SAFRAN, les chroniques journalières d'évapotranspiration potentielle sont calculées à l'aide de formules empiriques comme celles d'Oudin (Oudin et al., 2005, utilisée durant cette thèse) prenant en compte la température ou de Penman-Monteith (Monteith, 1965) qui repose sur un bilan d'énergie plus détaillé. Les données de précipitations journalières sont directement extraites de SAFRAN.

Le nombre total de stations de mesure (et donc de bassins versants) de cette base de données s'élève à 3704. Ces bassins recouvrent la quasi totalité du territoire métropolitain français (excepté la Corse) mais ne sont pas forcément indépendants les uns des autres, beaucoup sont imbriqués dans des bassins plus grands.

### 2.2.3 Sélection d'un échantillon de bassins

Les bassins d'études proviennent de la base de données décrite ci-dessus. Pour faciliter le tri au sein des 3704 bassins de la base de données, le choix des bassins étudiés s'est fait en s'inspirant de quatre échantillons mis en place par le passé pour des études variées :

- le premier échantillon est issu de la thèse de Coron (2013). Ces bassins sont peu influencés par les activités humaines. Ils sont caractérisés par de longues séries de données et ont potentiellement subi des changements de conditions climatiques ;
- un nombre important de bassins utilisés est issu du réseau de stations "Vigicrues". Le but est d'intégrer à cette étude des bassins de référence pour le suivi des crues, sensibles aux problématiques d'inondations ;
- dans le même ordre d'idée, certains bassins sont issus d'une étude menée sur les étiages (Giuntoli et Renard, 2009). Comme pour les crues, l'échantillon doit comporter des bassins de référence pour le suivi des étiages ;
- enfin, quelques bassins ont été ajoutés dans les zones du territoire français les moins couvertes par les sélections précédentes. L'intérêt est de faire varier au maximum les caractéristiques des bassins étudiés.

Au sein des bassins concernés, un tri a été fait en fonction de différentes caractéristiques. Tout d'abord, les bassins trop grands (avec une surface supérieure à 20 000 km<sup>2</sup>) n'ont pas été pris en compte car ils combinent des problématiques de propagation hydraulique à des problématiques hydrologiques. Les bassins dont la période de donnée disponible n'est pas assez longue (moins de vingt ans) n'ont pas été retenus dans l'échantillon, de même que les bassins dont le taux de lacune des débits observés était supérieur à 10%. Ce tri a pour but d'améliorer les conditions de calage des modèles et la bonne mise en application du *split-sample test* (Klemeš, 1986). Par ailleurs, le fait d'avoir de longues périodes de données est important pour vérifier si le modèle est capable de s'adapter aux variabilités temporelles de débit (variabilité inter-annuelle par exemple). Enfin, les bassins dont la fraction de précipitation solide globale est supérieure à 10% ont été écartés car aucun module de neige ne sera utilisé dans cette thèse afin de ne pas complexifier le Super Modèle. Après cela, un dernier tri, plus visuel, a été effectué. Il a eu pour but de supprimer de la liste les bassins aux débits observés irréalistes, contenant trop d'interpolations linéaires ou de fortes incohérences dans les données. Le nombre total de bassins après ces suppressions est de 650. La figure 2.1 montre leur répartition géographique en France métropolitaine.

Une fois cet échantillon obtenu, un sous-échantillon comprenant 10 bassins a été isolé pour effectuer les tests de routines (figure 2.1), les applications qui nécessitent beaucoup de temps de calcul et les analyses visuelles. Les critères de sélections de ces bassins test sont variés. Premièrement, cet échantillon contient les deux bassins utilisés par Tunqui Neira (2015) durant son stage (l'Ill à Didenheim dont le code HYDRO est A1080330 et le Verdoube à Tautavel dont le code est Y0655010). Il est intéressant de pouvoir comparer les résultats des Super Modèles à ceux qu'il a obtenus. Trois bassins dont le comportement m'est connu font aussi partie de cet échantillon (la Seugne à Saint-Seurin-de-Palenne dont le code HYDRO est R5123320, la Gélise à Mézin dont le code est O6793310 et l'Avance à Montpouillan ayant pour code O9134010). Ces bassins ont une composante souterraine non négligeable, parfois karstique. Cinq autres bassins, les plus variés possible, ont été aussi ajoutés à cet échantillon (la Somme à Abbeville

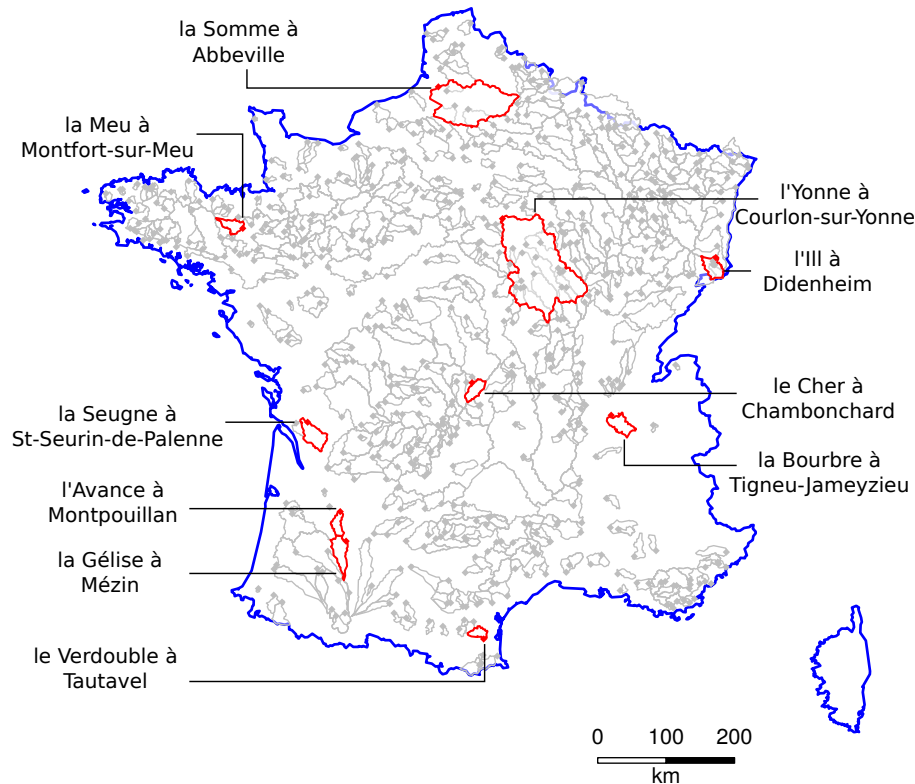


FIGURE 2.1 – Contours des 650 bassins de l'échantillon en France. Les bassins du sous-échantillon de tests ont une couleur différente.

dont le code HYDRO est E6470910, l'Yonne à Courlon-sur-Yonne dont le code est H2721010, la Meu à Montfort-sur-Meu ayant pour code J7353010, le Cher à Chambonchard dont le code est K5090910 et la Bourbre à Tigneu-Jameyzieu ayant pour code V1774010). Au final, le sous-échantillon obtenu présente une variabilité hydrologique, climatique, géologique et de taille de bassin intéressante.

#### 2.2.4 Caractéristiques des bassins de l'échantillon

Pour évaluer la diversité des bassins de l'échantillon, trois catégories de caractéristiques ont été analysées : des caractéristiques topographiques, de climat et de débit. Six caractéristiques sont analysées par catégorie. Cela permet de situer les gammes de valeurs observées de chaque caractéristique pour l'échantillon et de montrer la diversité ou non des bassins de l'échantillon selon ces caractéristiques.

**Caractéristiques topographiques** Six caractéristiques de ce type sont analysées :

- la surface des bassins en  $\text{km}^2$  ;
- la longueur hydraulique en km qui représente la longueur d'écoulement moyenne entre chaque pixel du bassin versant et l'exutoire. Cette longueur est fortement corrélée à la surface ;
- la densité de drainage en  $\text{km}^{-1}$  qui représente la division de la longueur hydraulique par la surface, effectuée afin de décorréliser cette longueur de la surface ;
- l'altitude moyenne du bassin en m ;
- la pente moyenne entre pixels voisins du bassin, qui n'a pas d'unité ;

- l'indice topographique de TOPMODEL (Beven et Kirkby, 1979) qui n'a pas d'unité et est très dépendant de la surface.

La figure 2.2 illustre la répartition de ces six caractéristiques sur l'échantillon. Cette figure montre que les bassins sont en majorité de petite taille (environ 80% d'entre eux font moins de 1000 km<sup>2</sup>). Leur altitude moyenne est comprise entre quelques dizaines de mètres et 1200 mètres et est assez bien répartie entre les bornes. Il s'agit donc principalement de bassins de plaine voire de moyenne montagne. Cette constatation est confirmée par les pentes qui sont généralement faibles. Enfin, les indices topographiques sont, en proportion, bien répartis dans l'échantillon.

Les caractéristiques topographiques des dix bassins du sous-échantillon sont regroupées dans le tableau 2.1. Elles se trouvent en général de part et d'autre de la moyenne mais pas toujours de part et d'autre de la médiane (voir figure 2.2).

TABLEAU 2.1 – Caractéristiques topographiques des dix bassins du sous-échantillon.

	Surface [km <sup>2</sup> ]	Longueur hydrau- lique [km]	Densité de drai- nage [km <sup>-1</sup> ]	Altitude moyenne [m]	Pente moyenne [-]	Indice topogra- phique [-]
l'Ill à Didenheim	668	29	0.044	390	0.07	14.1
la Somme à Abbeville	5643	87	0.015	100	0.04	16.8
l'Yonne à Courlon	10687	148	0.014	263	0.07	16.8
la Meu à Montfort	477	25	0.052	96	0.03	14.4
le Cher à Chambonchard	526	21	0.039	572	0.09	13.5
la Gélise à Mézin	834	34	0.041	147	0.05	14.5
l'Avance à Montpouillan	410	27	0.065	111	0.04	14.0
la Seugne à St-Seurin	910	36	0.039	63	0.03	15.0
la Bourbre à Tigneu	696	31	0.044	375	0.08	14.0
le Verdoble à Tautavel	309	20	0.065	400	0.22	12.2
<b>Moyenne de l'échantillon</b>	<b>977</b>	<b>33</b>	<b>0.086</b>	<b>314</b>	<b>0.09</b>	<b>13.3</b>

**Caractéristiques climatiques** Là encore, six caractéristiques sont évaluées :

- la hauteur de précipitation annuelle moyenne sur le bassin, en mm · an<sup>-1</sup> ;
- la hauteur d'évapotranspiration potentielle (ETP) annuelle moyenne qui affecte le bassin, en mm · an<sup>-1</sup> ;
- l'indice d'aridité du bassin, rapport entre les deux caractéristiques précédentes ;
- l'indice de variabilité de la pluie qui est en fait le coefficient de variation (écart-type sur moyenne) de la pluie journalière ;
- l'indice d'intensité des pluies qui est le rapport entre le quantile 0.99 des pluies journalières et la pluie journalière moyenne ;



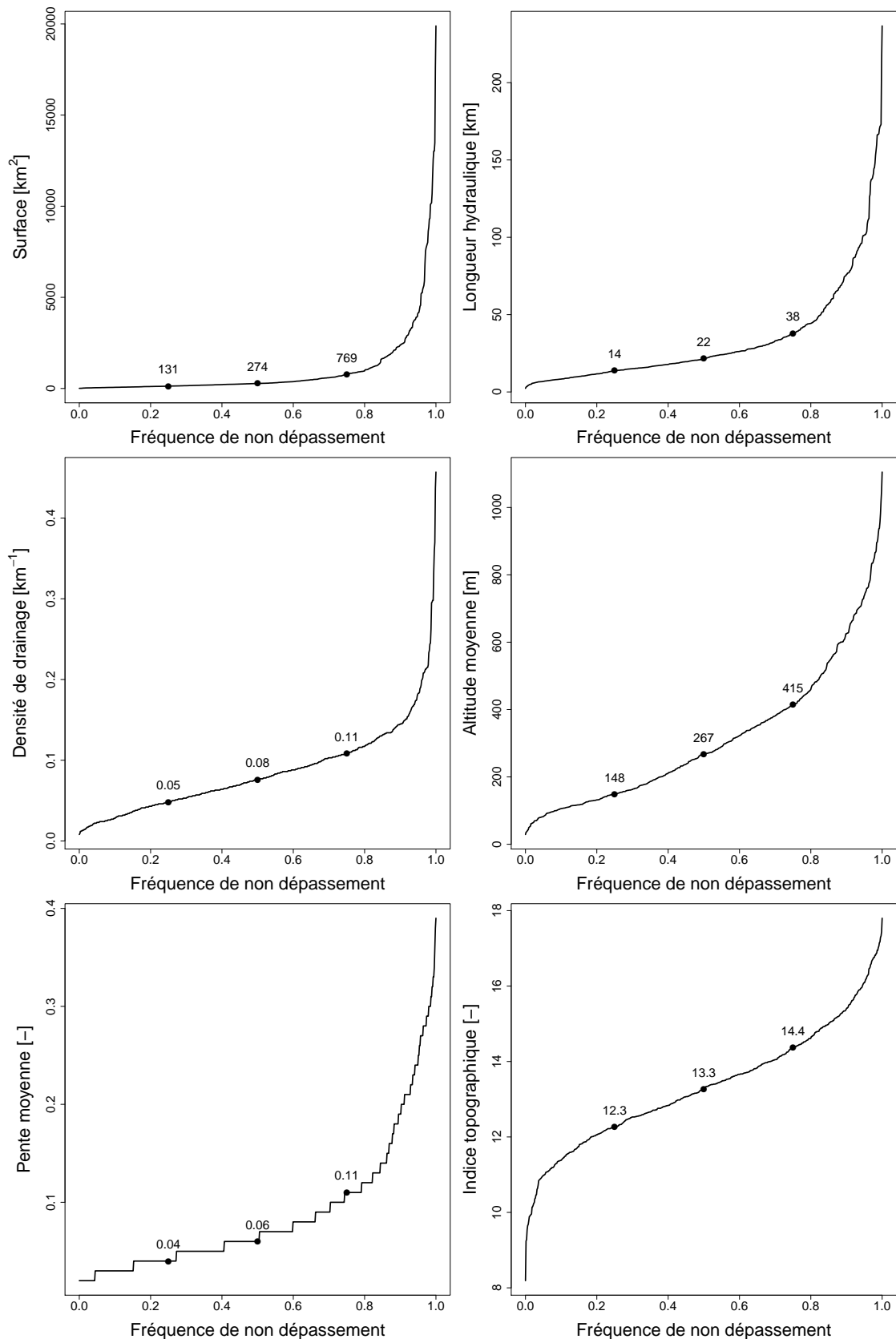


FIGURE 2.2 – Distributions des six indices topographiques calculés sur l'échantillon de 650 bassins versants. Les trois quartiles de chaque distribution sont représentés par des points.

— le taux annuel moyen de jours sans pluies sur le bassin.

La figure 2.3 illustre la répartition de ces six caractéristiques climatiques sur l'échantillon. La pluie annuelle moyenne varie entre 600 et 1800 mm ce qui recouvre presque entièrement la gamme de possibilités en France. L'ETP varie sur une gamme de valeurs moins grande (entre 600 et 850 mm). Les bassins de l'échantillon ont un indice d'aridité plutôt fort et sont en général de type humide ou subhumide, ce que confirme le taux de jours sans pluie qui est rarement inférieur à 30%. Les pluies peuvent être très variables et intenses sur environ 20% des bassins.

Le tableau 2.2 montre que les caractéristiques climatiques des dix bassins tests sont relativement bien réparties au sein de l'échantillon.

TABLEAU 2.2 – Caractéristiques climatiques des dix bassins du sous-échantillon.

	Pluie moyenne annuelle [mm · an <sup>-1</sup> ]	ETP moyenne annuelle [mm · an <sup>-1</sup> ]	Indice d'aridité [-]	Coefficient de varia- tion de la pluie [-]	Indice d'inten- sité de la pluie [-]	Taux de jours sans pluie [-]
l'Ill à Didenheim	954	663	1.44	1.87	8.5	0.40
la Somme à Abbeville	723	629	1.15	1.79	8.1	0.40
l'Yonne à Courlon	852	679	1.25	1.71	7.9	0.38
la Meu à Montfort	769	677	1.14	1.87	8.8	0.37
le Cher à Chambonchard	903	651	1.39	1.91	8.9	0.42
la Gélise à Mézin	834	784	1.06	1.98	9.3	0.46
l'Avance à Montpouillan	813	783	1.04	2.04	9.4	0.50
la Seugne à St-Seurin	852	787	1.08	1.95	9.1	0.44
la Bourbre à Tigneu	1038	721	1.44	2.24	11.0	0.49
le Verdoble à Tautavel	876	801	1.09	3.22	13.6	0.49
<b>Moyenne de l'échantillon</b>	<b>950</b>	<b>689</b>	<b>1.39</b>	<b>2.03</b>	<b>9.6</b>	<b>0.43</b>

**Caractéristiques de débit** Les six caractéristiques hydrologiques des bassins qui sont évaluées sont les suivantes :

- le débit journalier moyen à la station en mm · j<sup>-1</sup> ;
- un indice de variabilité du débit qui est le coefficient de variation des débits journaliers ;
- l'indice de débit de base (BFI) calculé selon la méthode utilisée par Berthet (2010) qui représente la part de débit de base qui s'écoule sur le bassin ;
- la moyenne sur la période d'étude du débit journalier annuel maximal en mm · j<sup>-1</sup> qui permet d'avoir une idée de l'intensité des crues sur le bassin ;
- la moyenne du débit mensuel minimal annuel (QMNA) en mm · mois<sup>-1</sup> qui permet d'avoir une idée de la sévérité des étiages sur le bassin ;

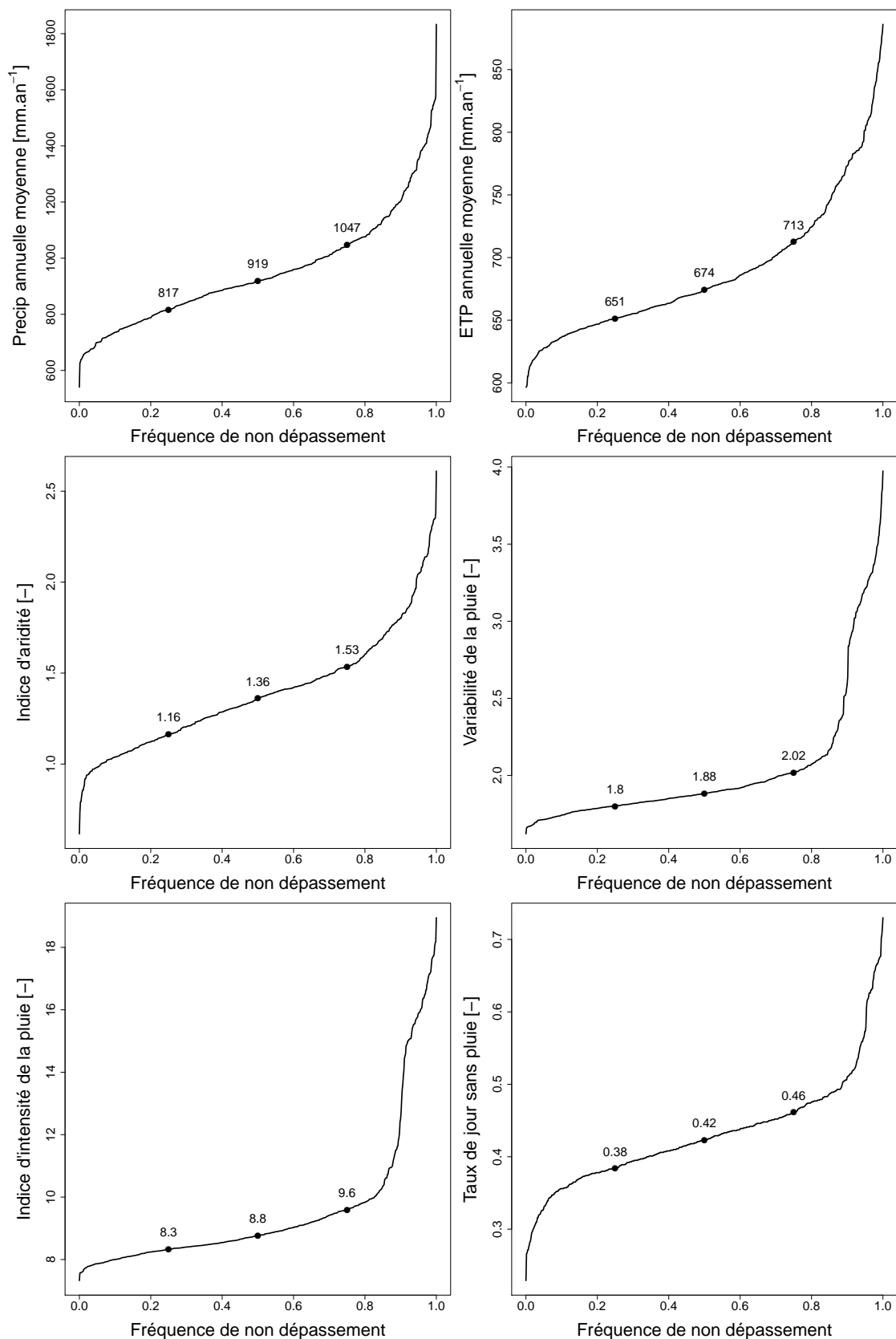


FIGURE 2.3 – Distributions des six indices climatiques calculés sur l'échantillon de 650 bassins versants. Les trois quartiles de chaque distribution sont représentés par des points.

- le rendement moyen des pluies qui correspond au rapport entre la lame d'eau écoulée et la lame d'eau précipitée.

La figure 2.4 montre que les débits moyens, la variabilité des débits et les débits de crue sont en général relativement faibles, ces trois caractéristiques sont probablement corrélées. Les pourcentages de débits de base se situent entre 20% et 100% et recouvrent bien cette plage de données. Enfin, le rendement des pluies est en général relativement faible (en dessous de 50%) mais il peut dépasser 100% sur certains bassins.

Pour compléter cette analyse hydrologique, l'ensemble des bassins de l'échantillon ont été placés sur le diagramme de Turc-Budyko (figure 2.5), tracé selon les recommandations de Andréassian et Perrin (2012). Ce diagramme consiste à placer les bassins dans un graphique selon leur indice d'aridité en abscisse et le rendement des pluies en ordonnée. Deux limites sont tracées : une limite de bilan au delà de laquelle la lame d'eau écoulée est plus importante que la pluie et qui caractérise les bassins excédentaires (en bleu sur la figure) et une limite d'énergie au-delà de laquelle l'ETP annuelle est supérieure à la précipitation annuelle et qui caractérise les bassins déficitaires (en rouge sur la figure). L'échantillon comporte donc trois bassins excédentaires et 40 bassins déficitaires. La plupart des bassins restants sont concentrés légèrement au-dessus de la limite d'énergie.

Les dix bassins versants du sous-échantillon regroupent des bassins aux débits moyens plutôt faibles mais dont les autres caractéristiques sont bien réparties (tableau 2.3).

TABLEAU 2.3 – Caractéristiques hydrologiques des dix bassins du sous-échantillon.

	Débit journalier moyen [mm · j <sup>-1</sup> ]	Coefficient de variation du débit [-]	Part de débit de base [-]	Indice de crue [mm · j <sup>-1</sup> ]	Indice d'étiage [mm · mois <sup>-1</sup> ]	Rendement des pluies [-]
l'Ill à Didenheim	0.85	1.46	0.47	9.8	6.0	0.32
la Somme à Abbeville	0.54	0.40	0.95	0.8	12.0	0.27
l'Yonne à Courlon	0.74	0.94	0.71	3.6	8.3	0.32
la Meu à Montfort	0.57	1.80	0.49	7.1	1.1	0.27
le Cher à Chambonchard	1.01	1.35	0.54	9.8	3.3	0.41
la Gélise à Mézin	0.50	1.70	0.48	6.5	2.8	0.22
l'Avance à Montpouillan	0.42	0.84	0.77	2.5	5.8	0.19
la Seugne à St-Seurin	0.60	1.23	0.73	4.5	3.1	0.26
la Bourbre à Tigneu	0.94	0.74	0.79	3.9	11.7	0.33
le Verdoube à Tautavel	0.59	3.97	0.39	25.1	2.4	0.23
<b>Moyenne de l'échantillon</b>	<b>1.00</b>	<b>1.43</b>	<b>0.58</b>	<b>10.6</b>	<b>6.8</b>	<b>0.37</b>

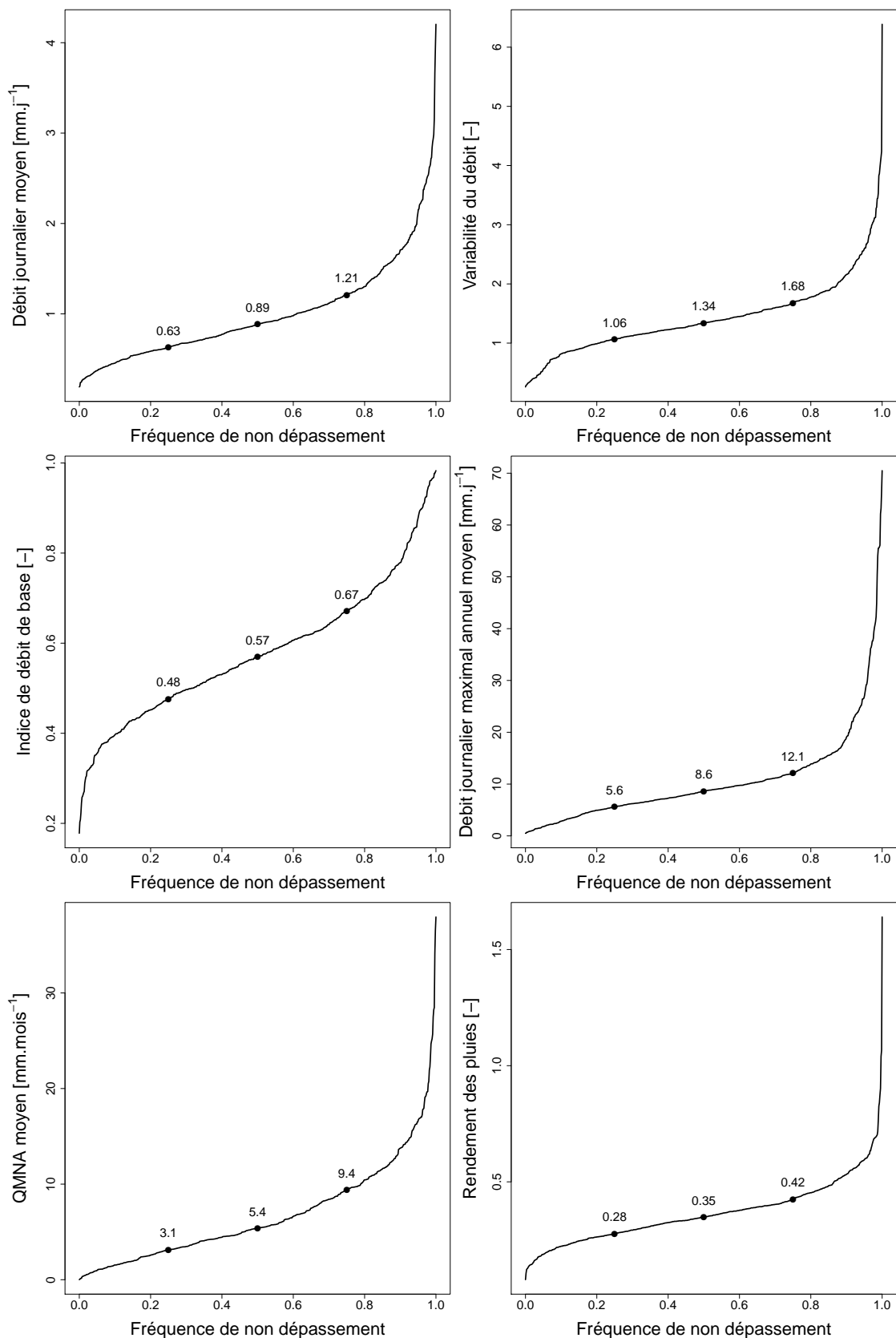


FIGURE 2.4 – Distributions des six indices hydrologiques calculés sur l'échantillon de 650 bassins versants. Les trois quartiles de chaque distribution sont représentés par des points.

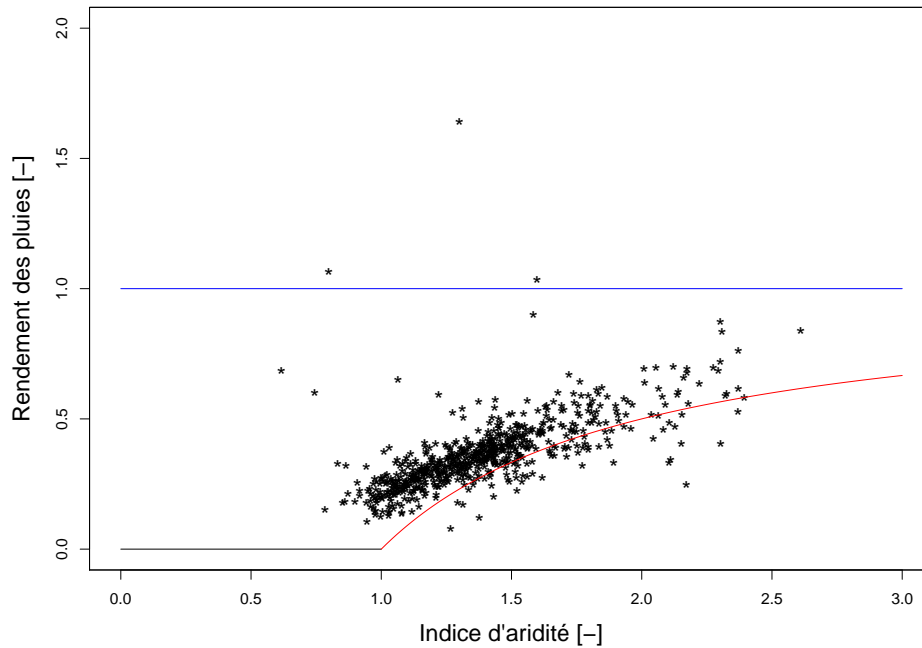


FIGURE 2.5 – Diagramme de Turc-Budyko permettant d’évaluer les bilans en eau de chacun des 650 bassins de l’échantillon.

## 2.3 Présentation des modèles pluie-débit utilisés

Étant donnée la taille de l’échantillon de bassins testés, il est préférable d’utiliser des modèles pluie-débit simples, dont le temps d’exécution est court. De plus, cette simplicité est importante pour pouvoir mettre en place et analyser la méthode du Super Modèle en s’affranchissant des problèmes structuraux des modèles. Dans cette section sont présentés les deux modèles hydrologiques qui seront utilisés lors de cette thèse.

### 2.3.1 Le modèle GR4J

Le modèle GR4J (modèle du Génie Rural à 4 paramètres Journalier) est un modèle pluie-débit développé à Irstea au sein de l’équipe Hydrologie des bassins versants d’Antony depuis plus de trente ans (Perrin et al., 2003). Il permet de simuler un débit à l’exutoire d’un bassin versant en utilisant comme données d’entrée les hauteurs de précipitations et l’évapotranspiration potentielle au pas de temps journalier.

Le modèle est simple : le système hydrologique “bassin versant” est représenté comme une combinaison de réservoirs et de fonctions de transfert. Cette combinaison permet de simuler la réponse d’un bassin versant en termes de débits à son exutoire par rapport à une impulsion météorologique (précipitations et évapotranspiration potentielle). Ici, les précipitations seront appelées pluies car moins de 10% des précipitations sont solides sur les bassins étudiés. De plus, aucun module neige n’est utilisé. La structure de GR4J est explicitée sur la figure 2.6.

**Phase d’interception** Avant que l’eau n’entre dans le système, une phase d’interception de la pluie par l’évapotranspiration potentielle est modélisée. Il s’agit de prélever, sur la pluie totale précipitée, une quantité correspondant à l’évapotranspiration po-

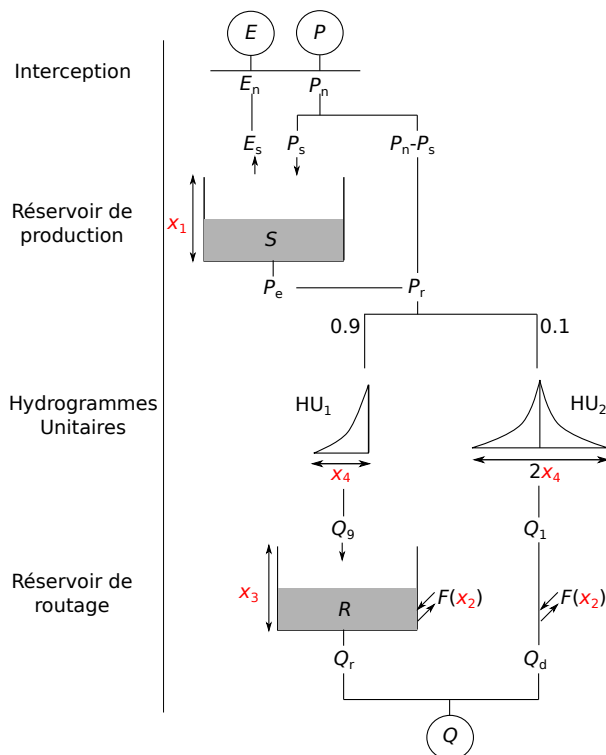


FIGURE 2.6 – Schéma conceptuel du modèle GR4J (Perrin et al., 2003). Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge.

tentielle ( $P$  et  $E$  sur la figure 2.6). Le résultat de ce prélèvement est une pluie nette si  $P \geq E$  ou une évapotranspiration potentielle nette si  $P < E$  (elles sont notées  $P_n$  et  $E_n$  sur la figure 2.6). Il s'agit en fait d'une simple neutralisation de la pluie par l'évapotranspiration.

**Réservoir de production** Le réservoir de production (dont le niveau est noté  $S$ ) permet de calculer la pluie efficace sur le bassin. Une partie de la pluie nette qui est calculée à l'issue de la phase d'interception est utilisée pour remplir ce réservoir. Plus le réservoir est vide et plus la part de la pluie nette qui le remplit ( $P_s$  sur la figure 2.6) est importante. Si, en revanche, l'évapotranspiration nette est non nulle, une partie de l'eau que contient le réservoir de production est évaporée ( $E_s$  sur la figure 2.6). Dans ce cas, lorsque le niveau du réservoir est faible, la quantité d'eau évapotranspirée depuis le réservoir est faible. En plus de cela, une fonction de vidange de ce réservoir est appliquée pour qu'un peu d'eau de ce réservoir contribue au débit du bassin. Cette eau vidangée est appelée "percolation" ( $P_e$  sur la figure 2.6) même s'il ne s'agit pas vraiment de percolation au sens physique du terme. Plus le réservoir est rempli et plus la quantité d'eau vidangée est élevée. Il est important de noter que cette vidange est en moyenne faible par rapport à la pluie ou à l'évapotranspiration efficaces.

Le niveau de ce réservoir peut être considéré comme un indicateur de l'humidité du bassin. En effet, la part de la pluie qui le remplit (et aussi la lame d'eau vidangée) dépend de la quantité d'eau dans le réservoir. Ainsi, lorsqu'il a plu suffisamment longtemps pour remplir le réservoir (donc pour rendre le bassin humide), la part de la hauteur d'eau précipitée qui est transmise à l'exutoire est importante. Ce processus (phénomène de ruissellement par saturation) est souvent observable dans la réalité.

C'est, par exemple, ce qui s'est passé lors des crues survenues début juin 2016 sur le sud du bassin de la Seine et le nord du bassin de la Loire. Le mois de mai a été très pluvieux ce qui a rendu les bassins de certains cours d'eau très humides (Ramos et al., 2017). Puis, lorsque fin mai un événement de précipitation important est survenu, la réponse des cours d'eau (crue) a été importante ce qui a causé des inondations. Il est probable qu'un même événement pluvieux n'aurait pas déclenché une réponse aussi violente s'il avait eu lieu à l'issue d'une période plus sèche.

**Hydrogramme unitaire** La lame d'eau précipitée qui ne remplit pas le réservoir de production ainsi que la lame d'eau vidangée depuis le réservoir de production forment la quantité d'eau à router vers l'exutoire ( $P_r = (P_n - P_s) + P_e$  sur la figure 2.6).

La première étape de ce routage est une séparation entre deux types d'écoulements vers l'exutoire. Un dixième de l'eau est routé par un hydrogramme unitaire unique (HU<sub>2</sub> sur la figure 2.6). Le reste est routé par un hydrogramme unitaire puis un réservoir de routage (HU<sub>1</sub> et  $R$  sur la figure 2.6).

L'hydrogramme unitaire est la réponse produite par une lame d'eau unitaire uniformément répartie dans le temps et dans l'espace sur le bassin versant. En des termes mathématiques, l'hydrogramme unitaire peut être vu comme la réponse à l'impulsion créée par une lame d'eau unitaire entrante. La sortie de l'hydrogramme correspond alors au produit de convolution entre la lame d'eau entrante et l'hydrogramme unitaire. La convolution par un hydrogramme unitaire forme une fonction de retard qui va répartir la lame d'eau entrante dans le temps. L'hydrogramme unitaire de GR4J est caractérisé par un temps de base, c'est-à-dire le nombre de jours sur lequel celui-ci s'étale.

GR4J utilise deux hydrogrammes unitaires différents :

- la sortie de l'hydrogramme unitaire HU<sub>1</sub> ( $Q_9$ ), obtenue par convolution de 90% de  $P_r$ , va alimenter un réservoir de routage. Cet hydrogramme unitaire est croissant ;
- la sortie de l'hydrogramme unitaire HU<sub>2</sub> ( $Q_1$ ), obtenue par convolution de 10% de  $P_r$ , va constituer l'écoulement pseudo-direct ( $Q_d$ ). Cet hydrogramme unitaire comporte un phase croissante et une phase décroissante, son temps de base est le double de celui de HU<sub>1</sub>.

La fonction de ces hydrogrammes unitaires est de simuler un retard entre l'événement de pluie et le pic de crue à l'exutoire. C'est le temps de base de l'hydrogramme qui permet de simuler ce retard.

**Réservoir de routage** Le résultat de la convolution par HU<sub>1</sub> ( $Q_9$  sur la figure 2.6) alimente un réservoir de routage. La sortie principale de ce réservoir est sa vidange ( $Q_r$  sur la figure 2.6), qui est l'une des deux composantes du débit à l'exutoire. La quantité d'eau vidangée dépend du niveau d'eau du réservoir : plus le réservoir est plein, plus il se vidange. Un flux d'échange ( $F$  sur la figure 2.6) affecte aussi le niveau de ce réservoir. Ce flux est entrant ou sortant dans le réservoir en fonction du bassin modélisé. Il s'agit d'eau gagnée ou perdue par le système. La lame d'eau échangée est aussi plus importante lorsque le niveau  $R$  du réservoir est élevé.

Ce réservoir a pour fonction de lisser temporellement la réponse du bassin à un événement de pluie. Ce réservoir permet notamment de simuler les phases de récession de débit (décroissance progressive après cessation de la pluie). Dans une certaine



mesure, ce réservoir est un indicateur des quantités d'eau disponibles dans le réseau hydrographique et les nappes d'accompagnement. Par ailleurs, la fonction d'échange sert à prendre en compte les échanges souterrains qui ont lieu entre le bassin de surface et les nappes profondes ou avec les bassins voisins (dans le cas de non-correspondance entre les contours topographiques et géologiques des bassins). Ces échanges entre bassins ne peuvent pas être pris en compte autrement par le modèle. Si le réservoir est bien rempli, le bassin est humide et le niveau des nappes élevé, la quantité d'eau échangée est donc plus importante.

**Calcul du débit à l'exutoire** Le débit à l'exutoire est la somme des deux composantes du débit :

- l'écoulement pseudo-direct ( $Q_d$  sur la figure 2.6) qui est calculé à partir de la convolution par l'hydrogramme  $HU_2$  ( $Q_1$  sur la figure 2.6) et auquel est ajouté ou soustrait le flux échangé déterminé à partir du niveau du réservoir  $R$  ;
- le débit routé (noté  $Q_r$  sur la figure 2.6) qui est la vidange du réservoir de routage.

**Caractéristiques générales du modèle** Cette représentation du devenir de l'eau sur le bassin est globale, c'est-à-dire qu'on utilise en entrée les quantités moyennes d'eau précipitées à l'échelle du bassin (sans représenter explicitement leur variabilité spatiale). Ce modèle a été construit seulement pour simuler le débit à l'exutoire du bassin. Les processus présentés précédemment sont globaux (c'est-à-dire à l'échelle du bassin) et permettent de calculer les quantités écoulées et leur distribution temporelle.

Quatre paramètres, dits libres, permettent d'adapter le modèle à différents bassins versants (en rouge sur la figure 2.6). Ces paramètres entrent en compte dans différentes étapes du processus de modélisation (tableau 2.4).

TABLEAU 2.4 – Paramètres libres de GR4J (Perrin et al., 2003)

Nom	Signification	Unité
$x_1$	Capacité maximale du réservoir de production	mm
$x_2$	Coefficient d'échange	mm · j <sup>-1</sup>
$x_3$	Capacité du réservoir de routage	mm
$x_4$	Temps de base de l'hydrogramme unitaire	j

Quatre est un nombre de paramètres très faible comparé à ce qui se fait habituellement en hydrologie (*cf.* tableau 2 dans de Boer-Euser et al., 2017). Cependant, ce faible nombre de paramètres ne nuit pas forcément à la généralité du modèle qui peut être performant sur des bassins très variés (Perrin, 2000). En plus de cela, ce modèle a l'avantage d'être simple et de nécessiter de très faibles temps de calcul (*cf.* tableau B.3 dans Coron et al., 2017). Les équations de calcul des processus décrits ci-dessus sont compilées dans la colonne "Discrete formulations" du tableau 3.1.

Le principal inconvénient de ce modèle est que sa conceptualisation rend le comportement du modèle parfois difficile à lier à des phénomènes physiques. De plus, les paramètres libres n'étant pas liés à des variables physiques, un calage automatique (et donc l'utilisation de données de débits observées) est nécessaire.

### 2.3.2 Le modèle HYMOD

Le modèle HYMOD (Boyle, 2001) est un modèle très simple composé d'une fonction de production issue du modèle de Moore (1985) et d'une fonction de routage en deux branches parallèles. Comme GR4J, HYMOD permet de simuler un débit journalier à l'exutoire à partir des données de précipitations et d'évapotranspiration potentielle.

Ce modèle est fréquemment utilisé en modélisation hydrologique à travers le monde. Par exemple, Kim et al. (2018) utilisent ce modèle pour étudier l'influence de la période d'initialisation des modèles hydrologiques. Jung et al. (2017) et Tang et al. (2018) ont testé des méthodes de calage multiobjectif sur ce modèle alors que Pathiraja et al. (2018) l'ont utilisé pour tester un calage variant dans le temps. Par ailleurs, HYMOD fait partie des modèles utilisés par Leach et al. (2018) pour tester l'assimilation de données de télédétection dans des modèles à réservoirs. La figure 2.7 représente le schéma structurel du modèle.

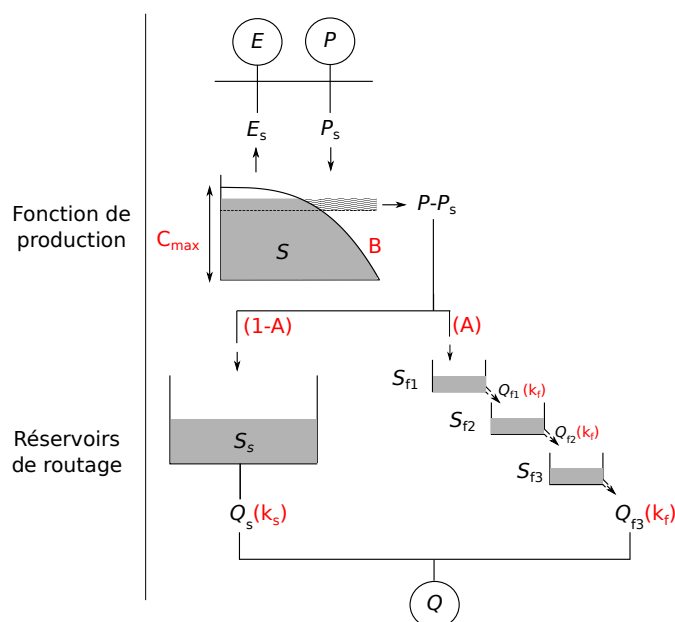


FIGURE 2.7 – Schéma conceptuel du modèle HYMOD. Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge.

**Phase de production** Le modèle de Moore est un modèle de production de ruissellement basé sur l'estimation de la distribution spatiale des capacités de production du bassin. Le bassin versant n'est pas représenté par un réservoir de production de capacité fixe mais par une infinité de réservoirs de différentes capacités. La figure 2.8 explique comment la quantité de ruissellement est calculée en fonction de l'humidité du bassin au début du pas de temps. La courbe noire représente la fonction de répartition des capacités des différents réservoirs. Au temps initial  $t_0$ , la quantité d'eau sur le bassin est représentée par l'aire bleutée. Les réservoirs les plus petits (dont les capacités sont les plus faibles) qui se situent à gauche de la ligne en pointillés rouges sont déjà pleins. Supposons maintenant qu'une pluie de 25 mm survienne au temps  $t_1$ , les 25 mm tombés sur les réservoirs qui étaient déjà pleins ruissellent intégralement. Ce ruissellement est matérialisé par l'aire verte qui se situe à gauche de la première ligne pointillée rouge. Ces 25 mm sont ajoutés aux autres réservoirs faisant déborder

certains d'entre eux et provoquant la deuxième partie du ruissellement (l'aire verte qui se situe entre les deux lignes pointillées rouges). En ajoutant au temps  $t_2$  une pluie de 40 mm, la totalité des réservoirs débordent, le niveau d'humidité du bassin atteint le paramètre  $C_{\max}$  (la deuxième ligne pointillée noire) qui est la capacité maximale des réservoirs du bassin. Seule la quantité de pluie qui a été nécessaire pour remplir les réservoirs qui n'étaient pas encore pleins ne ruisselle pas.

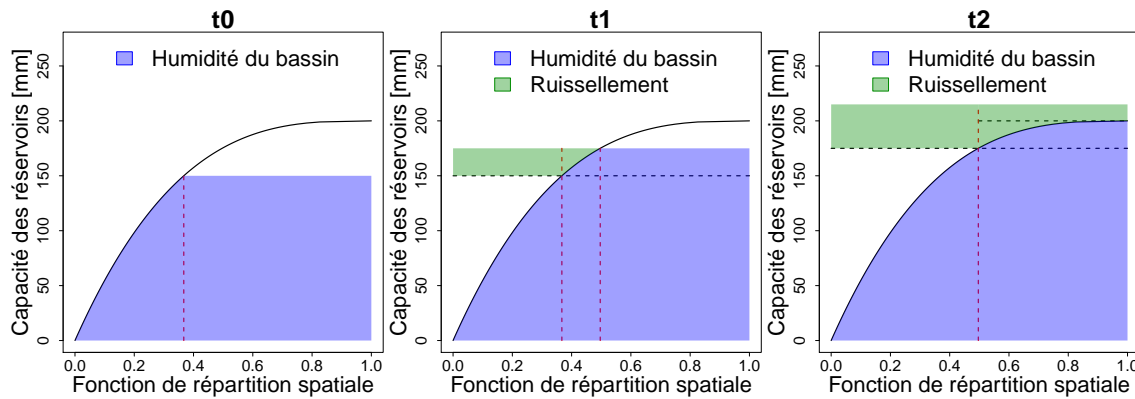


FIGURE 2.8 – Génération de ruissellement lors de deux pluies successives P1 et P2 sur un ensemble de réservoirs à un état initial de remplissage donné au temps  $t_0$

Lorsqu'il ne pleut pas, l'évapotranspiration potentielle est retirée linéairement à l'humidité du bassin. Cela permet de vider les réservoirs en période sèche.

En résumé, le modèle de Moore calcule à chaque pas de temps la quantité d'eau ajoutée aux réservoirs par la pluie ( $P_s$  sur la figure 2.7) et retirée au réservoir par évapotranspiration ( $E_s$  sur la figure 2.7). Ces valeurs sont dépendantes du taux de saturation des réservoirs représenté par le niveau  $S$  sur la figure 2.7.

**Phase de routage** La pluie ruisselée  $P - P_s$  est ensuite transmise à la fonction de routage du modèle. Cette eau est séparée entre un écoulement "lent" représenté par un réservoir linéaire et un écoulement "rapide" représenté par une série de réservoirs linéaires. Le pourcentage d'eau qui emprunte l'une ou l'autre des branches d'écoulement est un paramètre du modèle (le paramètre  $A$ ) :

- la branche d'écoulement lent a, comme son nom l'indique, pour but d'étaler la réponse hydrologique dans le temps. Elle est représentée par un réservoir linéaire ( $S_s$  sur la figure 2.7) dont la vidange ( $Q_s$  sur la figure 2.7) a une vitesse relativement faible par rapport à celles des réservoirs de la branche rapide ;
- la branche d'écoulement rapide est donc représentée par une série de trois réservoirs linéaires ( $S_{F1}$ ,  $S_{F2}$  et  $S_{F3}$ ) avec une vitesse de vidange plus rapide. Le fait d'utiliser une série de trois réservoirs linéaires permet d'obtenir une réponse à une impulsion de pluie qui est composée d'une phase montante et d'une phase descendante. Cette structure de réservoirs en série porte le nom de "cascade de Nash" (Nash, 1957). Le nombre de réservoirs peut varier au sein d'une cascade de Nash mais pour obtenir une phase montante suivie d'une phase descendante il faut un minimum de trois réservoirs. Cette branche du ruissellement permet donc d'obtenir la réponse rapide à un épisode pluvieux, composée d'une phase de montée de crue et d'une phase de décrue.

**Calcul du débit à l'exutoire** Comme pour GR4J, le débit à l'exutoire est la somme des deux composantes du débit :

- l'écoulement "rapide" calculé comme étant la vidange du troisième réservoir de la branche rapide ( $Q_{\text{R3}}$  sur la figure 2.7) ;
- l'écoulement "lent" qui est la vidange du réservoir de la branche lente ( $Q_{\text{s}}$  sur la figure 2.7).

**Caractéristiques générales du modèle** Tout comme GR4J, HYMOD représente le bassin versant de manière globale. Les processus qu'il représente sont donc, eux aussi, globaux à l'échelle du bassin.

Le modèle HYMOD a été choisi car, malgré la complexité apparente de sa fonction de production, il est parcimonieux (il n'utilise que cinq paramètres libres). Il a aussi l'avantage de ne pas comporter d'hydrogramme unitaire, ce qui simplifie la résolution de ses équations différentielles et sera important pour son intégration dans la méthode du Super Modèle. Parmi les cinq paramètres libres du modèle, les deux premiers permettent d'adapter la fonction de production aux caractéristiques de différents bassins alors que les trois autres jouent sur la fonction de routage (tableau 2.5).

TABLEAU 2.5 – Paramètres libres de HYMOD (Boyle, 2001).

Nom	Signification	Unité
$C_{\text{max}}$	Capacité maximale de l'ensemble des réservoirs de production	mm
$B$	Exposant de la distribution des tailles de réservoirs de production	–
$A$	Coefficient de partage entre écoulement lent et rapide	–
$k_{\text{f}}$	Coefficient de vidange des réservoirs de routage rapides	$\text{j}^{-1}$
$k_{\text{s}}$	Coefficient de vidange du réservoir de routage lent	$\text{j}^{-1}$

Les équation d'implémentation des différents processus décrits ci-dessus sont disponibles dans l'annexe B.1.

## 2.4 Méthodes de calage et d'évaluation

### 2.4.1 Fonctions objectif et critères d'évaluation des modèles

Il a été évoqué dans le chapitre 1 qu'il existe une très grande variété de critères d'évaluation des performances d'un modèle hydrologique (par exemple, Crochemore et al., 2015, en comparant un grand nombre). Quelques critères d'évaluation sont décrits dans les paragraphes qui suivent ; ces critères sont adaptés aux modèles déterministes. Les analyses probabilistes de modèles stochastiques ne seront pas abordées dans cette thèse.

Comme leur nom l'indique, ces critères d'évaluation permettent d'évaluer la qualité d'un modèle. Ils peuvent aussi être optimisés pour ajuster les valeurs de paramètres. Un critère d'évaluation ainsi optimisé par un processus de calage est appelé fonction objectif du calage.

Il peut s'agir de mesures d'erreur très classiques comme la RMSE (*Root Mean Square Error*). Pour une période de  $n$  pas de temps simulés, la RMSE (notée  $E_{\text{RMS}}$ )

appliquée aux débits se calcule de la façon suivante :

$$E_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_{o,i} - Q_{s,i})^2}{n}} \quad (2.1)$$

avec  $n$  le nombre de pas de temps où une donnée de débit est disponible,  $Q_{o,i}$  et  $Q_{s,i}$  les débits observés et simulés au pas de temps  $i$ .

Il existe par ailleurs des critères plus spécifiques à l'hydrologie comme le *Nash-Sutcliffe Efficiency* (NSE, Nash et Sutcliffe, 1970). Ce critère (ici noté  $E_{\text{NS}}$ ) est basé sur le rapport entre l'erreur quadratique de la simulation et la variance des débits observés :

$$E_{\text{NS}} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{o,i} - Q_{s,i})^2}{\sum_{i=1}^n (Q_{o,i} - \overline{Q_o})^2} \quad (2.2)$$

Dans cette équation,  $\overline{Q_o}$  représente le débit observé moyen. Les valeurs de ce critère varient dans l'intervalle  $]-\infty; 1]$ . Plus la valeur du critère est proche de 1, moins l'erreur du modèle est importante. En général, un modèle dont le critère dépasse 0.8 est considéré comme bon sur la période testée (certains auteurs sont plus ou moins exigeants que cela). L'un des avantages de ce critère est donc d'être assez facile à interpréter. C'est aussi un critère qui, tout en restant global, permet de prendre en compte l'erreur à chaque pas de temps, ce qui n'est pas le cas de certains des critères présentés par la suite.

Cependant, l'utilisation du NSE a été critiquée (Schaeffli et Gupta, 2007 ; Gupta et al., 2009) et est de plus en plus délaissée par la communauté hydrologique. Ces publications soulèvent trois problèmes inhérents à la formulation mathématique du critère de Nash-Sutcliffe :

- comme le critère est indexé par rapport à la moyenne des débits, il surestime les qualités du modèle lorsque la variabilité saisonnière est importante car la moyenne devient alors un faible prédicteur des débits ;
- l'erreur quadratique étant normalisée par la variance, le bilan en eau a moins de poids sur des bassins aux débits variables ;
- avec le critère de Nash-Sutcliffe, l'écart-type des valeurs simulées (et donc la variabilité des débits) est sous-estimé par rapport à celui des valeurs observées car le rapport entre les deux est indexé au coefficient de corrélation linéaire.

En réponse à ces limites, Gupta et al. (2009) proposent un nouveau critère appelé KGE (*Kling-Gupta Efficiency*). La formule de ce dernier (noté  $E_{\text{KG}}$ ) est la suivante :

$$E_{\text{KG}} = 1 - \sqrt{(r - 1)^2 + \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_o} - 1\right)^2 + \left(\frac{\mu_s}{\mu_o} - 1\right)^2} \quad (2.3)$$

Dans cette formule, le rapport  $\frac{\mu_s}{\mu_o}$  représente le rapport entre la moyenne des valeurs simulées et la moyenne des valeurs observées.

Kling et al. (2012) proposent une version un peu modifiée du KGE dans laquelle le rapport entre les coefficients de variation ( $C_v = \frac{\sigma}{\mu}$ ) remplace le rapport entre les

écarts-types. Ce changement a pour but d'éviter que ce rapport soit corrélé avec le biais  $\left(\frac{\mu_s}{\mu_o}\right)$  :

$$E'_{\text{KG}} = 1 - \sqrt{(r - 1)^2 + \left(\frac{\sigma_s \mu_o}{\sigma_o \mu_s} - 1\right)^2 + \left(\frac{\mu_s}{\mu_o} - 1\right)^2} \quad (2.4)$$

Ces critères permettent donc de prendre en compte de manière globale les erreurs faites à chaque pas de temps. Notons tout de même que l'utilisation de ces critères globaux est de plus en plus critiquée et que la tendance est plutôt à l'utilisation de critères plus spécialisés (en utilisant les signatures hydrologiques par exemple, Gupta et al., 2008). Cette thèse n'abordera toutefois pas ces aspects.

Dans les travaux de cette thèse, c'est le critère KGE' qui est utilisé car il est intégrateur des erreurs du modèle sur une longue chronique sans être sujet aux problématiques citées ci-dessus comme pour le NSE. Le KGE' a d'ailleurs déjà été utilisé pour des travaux antérieurs sur les modèles GR (Coron, 2013). Il peut aussi être décomposé pour comprendre les raisons de l'erreur (erreur de bilan, d'amplitude ou de timing). Le critère sera aussi appliqué à des débits transformés.

### 2.4.2 Transformation des débits pour les calculs de critères et fonctions objectif

En général, les erreurs absolues commises par les modèles sont hétéroscédastiques par rapport aux valeurs de débits, c'est-à-dire que la variance de l'erreur du modèle est dépendante de la gamme de débits observés et simulés. En pratique, ces erreurs sont plus importantes pour les hauts débits. Les critères tels que le NSE et le KGE (ou KGE') sont donc, en général, plus sensibles aux erreurs du modèle sur les hauts débits.

Lorsqu'un modèle est calé ou évalué en utilisant le KGE, le KGE' ou le NSE en tant que fonction objectif, le critère utilisé a donc tendance à favoriser la bonne simulation des hauts débits par le modèle. Cela pose problème si l'application que l'on veut faire du modèle est d'étudier les débits faibles (par exemple si l'étude concerne des débits minimum environnementaux). La solution généralement appliquée par les hydrologues est de transformer les débits pour que l'erreur soit davantage prise en compte pour certaines gammes de débits. L'article de Pushpalatha et al. (2012) fait un inventaire des transformations mathématiques possibles et des gammes de débits qu'elles permettent de prendre en compte.

Durant cette thèse, en plus des débits non transformés, les KGE' sont calculés à partir des inverses des débits et des racines carrées des débits. Le calcul en utilisant les inverses des débits permet de mettre davantage l'accent sur les erreurs commises lorsque le débit observé est faible. La transformation par la racine carrée des débits est un intermédiaire entre l'utilisation de l'inverse et le calcul sans transformation sur les débits. Notons toutefois que la racine est plus proche des débits sans transformation que de l'inverse des débits. Ainsi, par abus de langage, je parle de modèle calé sur les hauts débits, les débits intermédiaires et les bas débits dans le manuscrit.

La figure 2.9 montre bien l'impact de la transformation sur le calcul de l'erreur. Lorsqu'il n'y a pas de transformation, l'erreur est plus forte en hiver et au printemps mais elle est quasiment nulle en été. Lorsque l'inverse du débit est utilisé, l'erreur devient particulièrement importante en été. La racine crée représente un compromis entre les deux.

Le logarithme des débits est une transformation moins extrême que l'inverse qui est elle aussi régulièrement utilisée et pourrait tout de même produire une erreur qui est plus forte en été. Cependant, une analyse réalisée durant cette thèse a montré que cette transformation n'est pas applicable au KGE ou au KGE'. En effet, l'utilisation de la transformation logarithmique n'est pas adaptée à ces critères pour des raisons numériques. Cette transformation fait perdre aux critères leur caractère adimensionnel, les rend sensibles lorsque la moyenne des débits observés ou simulés est proche de 1 et les rend sensibles à l'ajout de constantes pour éviter les valeurs nulles. Ces limites d'utilisation de la transformation logarithmique du KGE et du KGE' n'avaient pas été identifiées jusqu'alors et certains travaux l'ont utilisée (Pechlivanidis et al., 2014 ; Seeger et Weiler, 2014 ; Beck et al., 2016 ; Quesada-Montano et al., 2018). Cette analyse a donc donné lieu à la publication d'une note technique dans le journal *Hydrology and Earth System Sciences* qui figure en annexe de ce manuscrit (Santos et al., 2018c, annexe C).

### 2.4.3 Algorithmes de calage

Une fois la fonction objectif et la transformation appliquée aux débits choisies, il faut choisir une méthode pour optimiser sa valeur le mieux possible. Tester des jeux de paramètres manuellement pouvant s'avérer très fastidieux, il existe des méthodes automatiques d'optimisation de la fonction objectif. Ces méthodes peuvent être classées en deux ensembles, les méthodes globales et locales (figure 2.10). Sur la figure 2.10, les courbes noires représentent les isolignes de valeurs de la fonction objectif en fonction des paramètres. Dans l'espace des paramètres, il existe alors un optimum que l'on souhaite atteindre (sur la figure 2.10, la fonction objectif  $\Phi$  doit être minimisée).

Pour atteindre cet optimum, les méthodes globales ont pour but d'explorer une grande partie de l'espace des paramètres pour arriver à l'optimum. Il y a plusieurs manières de procéder (et donc un grand nombre de méthodes différentes). Les jeux de paramètres testés sont choisis au hasard ou selon une grille régulière, dans tout l'espace des paramètres ou dans un sous-espace. Dans le contexte des modèles hydrologiques, la méthode SCE-UA (*Shuffled complex evolution - University of Arizona*, Duan et al., 1992) est un exemple de ce genre de méthode.

Les méthodes locales offrent une manière différente d'aborder l'optimisation. Le but est de partir d'un jeu de paramètre donné et de progresser vers l'optimum par une stratégie de déplacement prédéfinie dans l'hyper-espace des paramètres. Là encore, le choix de la trajectoire peut se faire de plusieurs manières différentes. Par exemple, on peut évaluer la variation de la fonction objectif dans différentes directions ou la dérivée de la fonction objectif par rapport aux paramètres pour déduire la pente. La méthode de Rosenbrock (1960) est un exemple de ce genre de méthode.

Ces méthodes ont chacune des avantages et des inconvénients qui ne seront pas développés dans ce manuscrit. Notons néanmoins qu'une méthode locale aura tendance à demander moins d'appels au modèle (donc à être plus rapide) qu'une méthode globale. En contrepartie une méthode globale sera plus fiable qu'une méthode locale (qui peut avoir tendance à donner des paramètres sous-optimaux).

Il est important de souligner que le résultat du calage, s'il est fonction de la méthode utilisée, dépend bien plus de la fonction objectif et des variables observées.

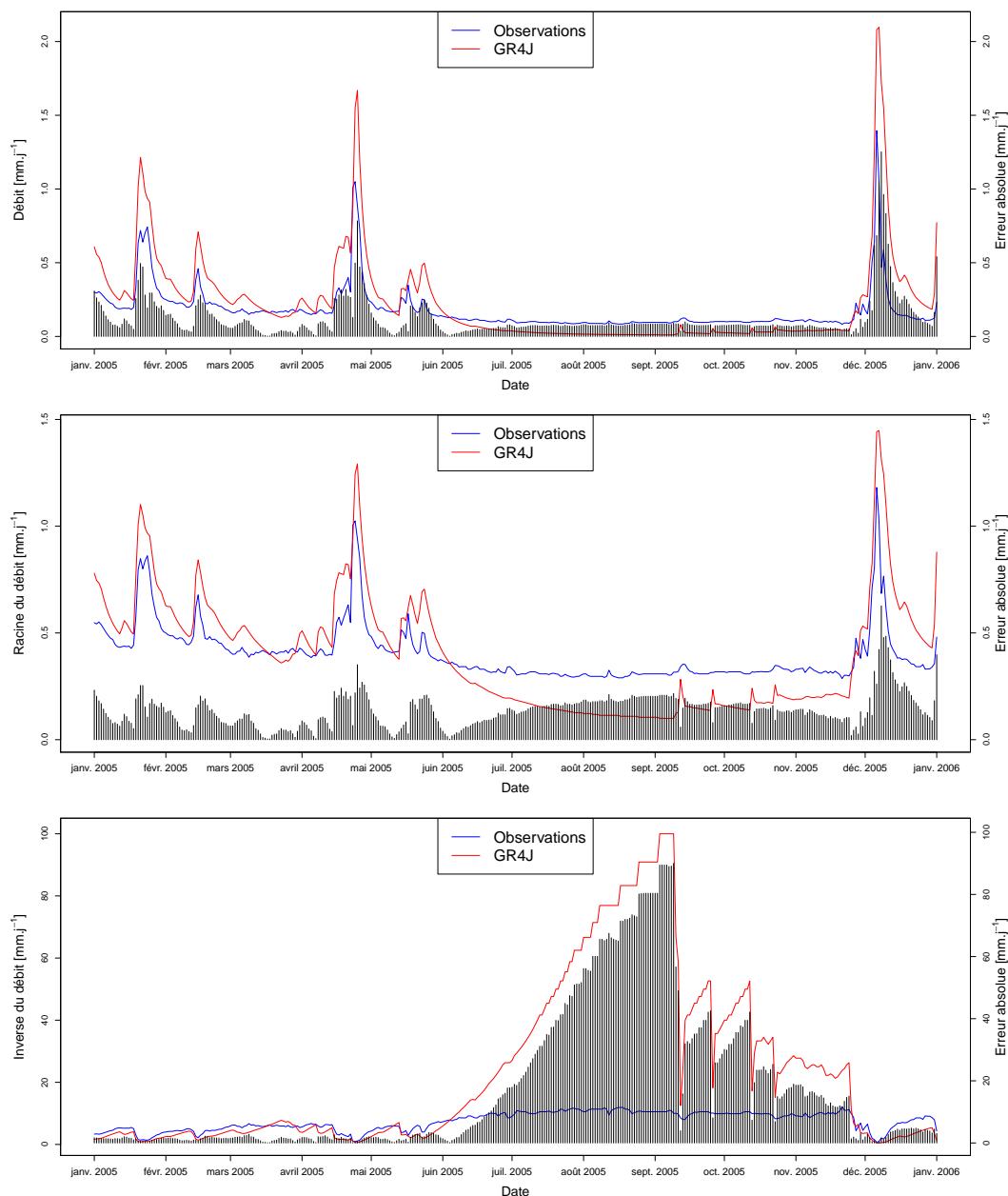


FIGURE 2.9 – Débits observés, simulés par GR4J et erreurs absolues du modèle GR4J sur la Gélise à Mézin en 2005. En haut les débits ne sont pas transformés, au milieu la racine carrée des débits est tracée et en bas c'est l'inverse des débits qui est tracé.

#### 2.4.4 Algorithme de calage utilisé : la méthode “pas-à-pas”

Pour les calages réalisés durant cette thèse, c'est une méthode baptisée “pas-à-pas” qui a été utilisée. Cette méthode a été mise au point par Michel (1991). Elle est traditionnellement utilisée pour le calage des modèles de la famille GR (Coron et al., 2017).

Au regard de la classification des méthodes donnée dans la section 2.4.3, la méthode pas-à-pas peut être considérée comme une combinaison entre un algorithme global et un algorithme local. Le but est d'essayer de tirer parti des avantages de chacune de ces classes de méthodes. Pour cela, le calage pas-à-pas se fait en deux phases.

La première phase, baptisée “pré-filtrage”, est la phase globale de l'algorithme. La



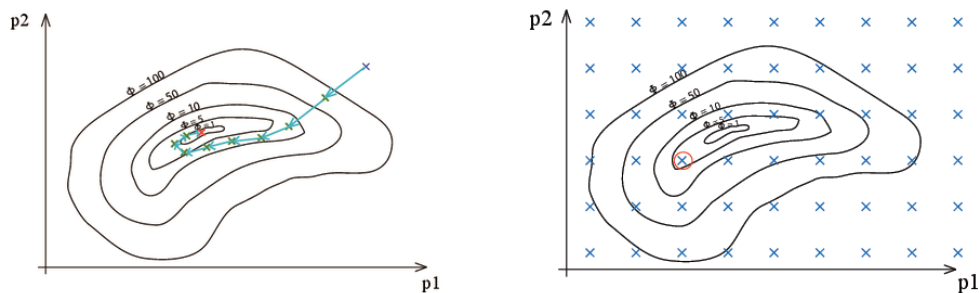


FIGURE 2.10 – Schématisation des méthodes d'optimisation de la fonction objectif dans un espace à deux paramètres ( $p_1$  et  $p_2$ ). Méthode locale à gauche et méthode globale à droite. Les courbes noires représentent les valeurs de la fonction objectif.

version utilisée lors de cette thèse a été introduite par Mathevet (2005). Il s'agit de quadriller l'espace des paramètres en générant plusieurs points de départ possibles pour trouver la zone probable de l'espace des paramètres dans laquelle se situe l'optimum. Un nombre donné de valeurs (2 ou 3 selon le nombre de paramètres à caler) est testé pour chaque paramètre de manière à échantillonner l'espace des paramètres. Si  $n$  est le nombre de paramètres calés du modèle,  $2^n$  ou  $3^n$  jeux de paramètres sont ainsi testés. Le jeu de paramètres donnant les meilleurs résultats est ensuite utilisé comme point de départ pour la deuxième phase du calage qui s'apparente plus à une méthode locale. Cette phase a pour but de réduire l'impact des paramètres sous-optimaux (qui sont la conséquence de la présence d'optimums locaux) dans le calage en choisissant le meilleur point de départ possible (figure 2.11).

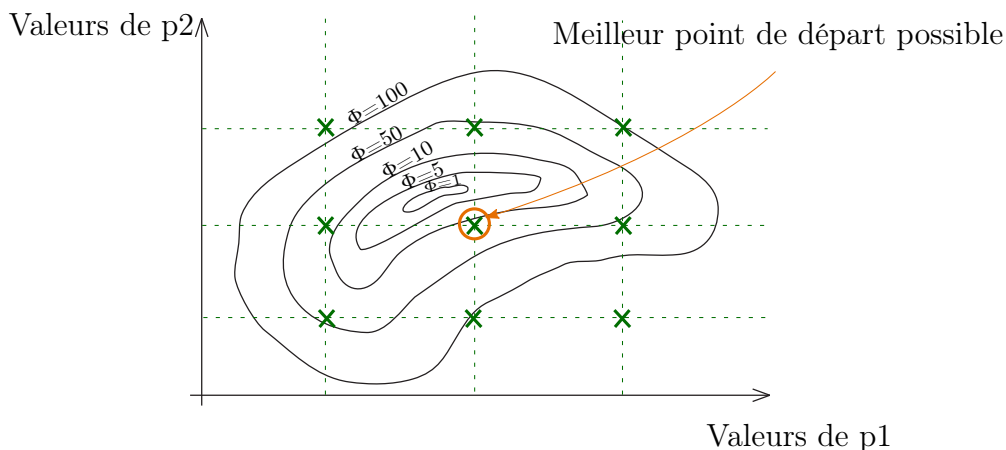


FIGURE 2.11 – Exemple de pré-filtrage dans un espace à deux paramètres. Les croix vertes représentent chaque jeu de paramètre testé. Les isolignes représentent les valeurs de la fonction objectif  $\Phi$  (qu'il faut ici minimiser).  $3^2 = 9$  jeux de paramètres sont testés.

La deuxième phase du calage constitue la méthode pas-à-pas à proprement parler. Il s'agit d'une méthode locale qui fonctionne en testant la fonction objectif aux environs de chaque paramètre. Un pas est ajouté ou soustrait à la valeur de chaque paramètre (figure 2.12). Une fois chaque paramètre testé, le jeu de paramètres qui donne la meilleure fonction objectif est alors conservé (flèche rouge sur la figure 2.12). L'opération est répétée à partir du nouveau jeu de paramètres. En revanche, l'ancien jeu de paramètre n'est pas testé à nouveau car il est forcément moins bon. Nous parlerons d'itération pour cette série de tests. Lorsqu'aucune amélioration n'est constatée

durant l'itération, le pas est réduit. Lorsqu'un certain nombre d'itérations consécutives ont apporté une amélioration sur un paramètre, le pas est augmenté. Le modèle est considéré comme calé lorsque le pas devient inférieur à une valeur seuil.

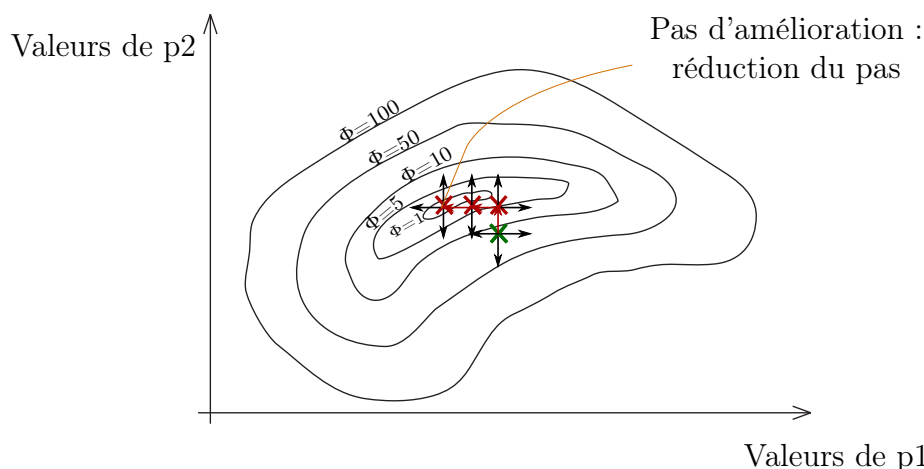


FIGURE 2.12 – Exemple de pas-à-pas, les flèches représentent les directions testées depuis le jeu de paramètres le plus efficace lors de l'itération précédente (croix verte).

Pour utiliser cette méthode, il faut généralement transformer les paramètres pour qu'ils soient tous contenus dans la même gamme de valeurs afin d'utiliser le même pas de recherche.

### 2.4.5 Tests statistiques permettant d'évaluer les différences entre valeurs de critères

Étant donné que le nombre de bassins étudiés est élevé, il n'est pas envisageable d'analyser les différences entre les valeurs des critères d'évaluation présentés ci-dessus (section 2.4.1) sur chaque bassin versant séparément. La plupart des analyses qui suivent reposent donc sur l'analyse de distribution de performances sur l'échantillon de bassins au moyen de boîtes à moustaches et des moments statistiques d'ordre 1 et 2 (moyenne et écarts-type). Cependant, cette analyse est globale et ne prend pas en compte les modifications dues aux différents traitements (les méthodes de modélisation) sur chaque bassin séparément. Par ailleurs, les différences entre les méthodes comparées peuvent s'avérer très faibles. Pour ces deux raisons, afin d'évaluer la significativité des différences entre deux procédures de modélisation sur l'échantillon, deux tests statistiques ont été appliqués.

Le test de Friedman (1937) permet d'analyser le rang moyen obtenu sur un échantillon par différents traitements. Il s'agit de déterminer si une tendance au niveau du rang des traitements est observable ou non sur l'échantillon. Ce test est simple et applicable sur une comparaison telle que celles qui sont effectuées au sein de ce mémoire. Il ne nécessite pas que les échantillons aient une distribution normale, ni qu'ils soient indépendants. Il a d'ailleurs été utilisé pour des études similaires (Ficchi et al., 2016 ; Riboust et al., 2019). Le test est accompagné d'une analyse permettant de classer chaque groupe de traitement qui sont significativement différents (Conover, 1999). Le seuil de rejet de l'hypothèse nulle est fixé à 0.01, c'est à dire que si la probabilité (*p-value*) estimée que les échantillons traités soient identiques est inférieure au seuil, les échantillons sont considérés comme significativement différents. Pour illustrer les résultats du test,

une lettre est donnée à chaque groupe de traitements significativement différents. De plus, les lettres qui caractérisent les groupes sont classées par ordre alphabétique selon leur performance. Par exemple, si trois traitements (trois modèles) sont comparés par le test, le fait que les traitements 1 et 3 portent la lettre “a” et le traitement 2 porte la lettre “b” signifie que le traitement 2 est significativement différents des traitements 1 et 3 mais est moins performant.

Ce test comporte néanmoins certains défauts. Dans le contexte de cette thèse, sa principale lacune est qu’il se base uniquement sur le rang et ne prend pas du tout en compte les valeurs de différences de performances entre les traitements. Or, ces différences sont importantes dans l’analyse globale. Par exemple, une différence de KGE’ de 0.01 n’a pas du tout la même signification qu’une différence de 0.1.

Pour réduire l’impact de ce défaut, le test de Friedman est complété par un test de rééchantillonnage. La méthode utilisée est inspirée des travaux de Hamill (1999). Elle permet de tester la significativité des différences entre les valeurs statistiques de l’échantillon de performances (ici la moyenne et la médiane). La comparaison de ces valeurs statistiques entre deux traitements se fait en effectuant un grand nombre de tirages aléatoires (10 000 ici) pour chaque bassin parmi ces deux traitements. Une densité de probabilité (et une fonction de répartition) des valeurs statistiques possibles est déduite de ces tirages et la significativité des différences est déduite de la fonction de répartition. Le résultat de la méthode est la probabilité de non dépassement de la différence observée entre les valeurs statistiques de l’échantillon de performances. Le seuil de rejet de l’hypothèse nulle (qui est que les traitements n’ont pas d’impact significatif) est fixé en dessous de 0.05 et au dessus de 0.95. En d’autres termes, si la probabilité de non dépassement est inférieure à 0.05 les échantillons sont significativement différents et le traitement constituant le premier terme de la différence donne de moins bons résultats. Si la probabilité de non dépassement est supérieure à 0.95, les échantillons sont aussi significativement différents mais le traitement constituant le premier terme de la différence donne de meilleurs résultats. La méthode a, par exemple, été utilisée en modélisation pluie-débit par Randrianasolo et al. (2014).

## 2.5 Implémentation du Super Modèle

La méthode du Super Modèle est adaptée aux modèles hydrologiques présentés dans la section 2.3 selon un protocole bien établi.

Une première étape consiste à caler individuellement chaque modèle hydrologique constituant le Super Modèle en utilisant la méthode pas-à-pas. Une fois ces modèles calés, la méthode du Super Modèle est implémentée avec ces modèles. La troisième étape est de caler les coefficients d’échange du Super Modèle pour chaque bassin toujours avec la méthode pas-à-pas. Les résultats sont ensuite évalués pour comprendre le fonctionnement du Super Modèle et analyser son intérêt potentiel.

D’un point de vue méthodologique, la mise en place du couplage sur les modèles à réservoirs constitue l’étape critique. Pour tester la méthode, les climatologues l’ont tout d’abord mise en place sur un modèle simple.

### 2.5.1 Exemple en climatologie : le modèle de Lorenz (Lorenz, 1963)

Les modèles climatiques étant très complexes, les équations montrées en exemple ici seront celles du modèle de Lorenz. Cet exemple simple constitue la première mise en application du Super Modèle (van den Berge et al., 2011). Il permet de comprendre comment la méthode est implémentée.

Le modèle de Lorenz est un modèle utilisé dans la simulation atmosphérique qui possède trois variables internes ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ). La formule de l'attracteur de Lorenz est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \zeta(y(t) - x(t)) \\ \dot{y}(t) = \rho x(t) - y(t) - x(t)z(t) \\ \dot{z}(t) = x(t)y(t) - \psi z(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

( $\zeta$ ,  $\rho$ ,  $\psi$ ) sont les paramètres du modèle dont les valeurs de référence sont  $(10, 28, \frac{8}{3})$ . Lorsque l'on utilise ces valeurs de référence, les équations mènent à un attracteur de la forme d'un papillon (en gris sur la figure 2.13). van den Berge et al. (2011) proposent de perturber ce jeu de paramètres dans trois modèles distincts qui deviennent alors très différents (ces trois modèles perturbés sont représentés sur la figure 2.13). Ensuite, ils tentent de synchroniser ces trois modèles dans un Super Modèle pour revenir à un attracteur semblable à la référence.

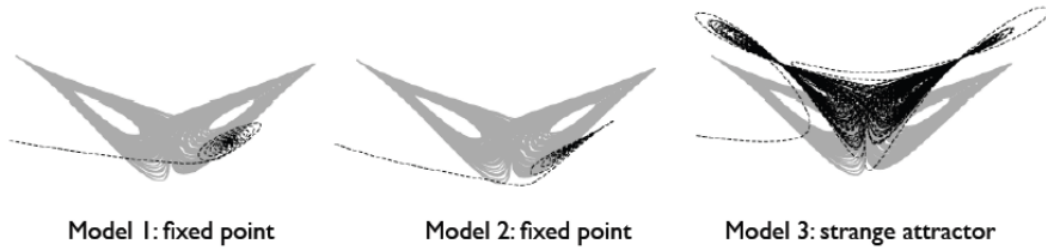


FIGURE 2.13 – Représentation dans l'espace ( $x,z$ ) des différents modèles de Lorenz 63 perturbés (en noir) par rapport au modèle initial (en gris) (van den Berge et al., 2011).

Les équations de calcul des variables de chaque modèle  $k$  composant le super modèle prennent ainsi la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_k(t) = \zeta_k(y_k(t) - x_k(t)) + \sum_{j \neq k} C_{kj}^x (x_j(t) - x_k(t)) \\ \dot{y}_k(t) = \rho_k x_k(t) - y_k(t) - x_k(t)z_k(t) + \sum_{j \neq k} C_{kj}^y (y_j(t) - y_k(t)) \\ \dot{z}_k(t) = x_k(t)y_k(t) - \psi_k z_k(t) + \sum_{j \neq k} C_{kj}^z (z_j(t) - z_k(t)) \end{cases} \quad (2.6)$$

Ici,  $C_{kj}^x$  représente le coefficient appliqué pour corriger la variable interne  $x$  du modèle  $k$  par rapport à la variable interne  $x$  du modèle  $j$ .

Avec cette configuration, le Super Modèle réussit bien à reproduire l'attracteur de Lorenz (figure 2.14) à partir de modèles perturbés (figure 2.13).

Diverses méthodes de calage ont été appliquées pour estimer les coefficients  $C$  de ce Super Modèle simple. Mirchev et al. (2012) ont implémenté l'algorithme CMA-ES pour estimer les valeurs de ces coefficients alors que Schevenhoven et Selten (2017) ont privilégié une méthode de pollinisation.

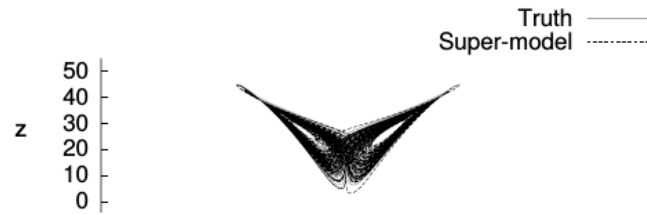


FIGURE 2.14 – Représentation dans l'espace  $(x,z)$  du super modèle (en noir) par rapport au modèle initial (en gris) (van den Berge et al., 2011).

## 2.5.2 Implémentation en hydrologie

Dans le cas des modèles pluie-débit à réservoirs, les variables internes utilisables dans le Super Modèle les plus évidentes sont les niveaux des réservoirs. Pour implémenter le Super Modèle, un terme correcteur des variables internes des autres modèles pris en compte doit donc être ajouté à l'équation différentielle de calcul du niveau de réservoir (il s'agit des deuxièmes termes des équations 1.5). Ce terme, en fonction de la variable externe assimilée, va permettre d'infléchir le remplissage ou la vidange du réservoir en question (figure 2.15). L'objectif est de synchroniser les niveaux de réservoirs de chacun des modèles pour parvenir à un compromis entre ces derniers. Cependant, chaque terme correcteur est paramétré par un coefficient correcteur. Selon la valeur de ces coefficients correcteurs, la synchronisation des états n'est pas forcément atteinte.

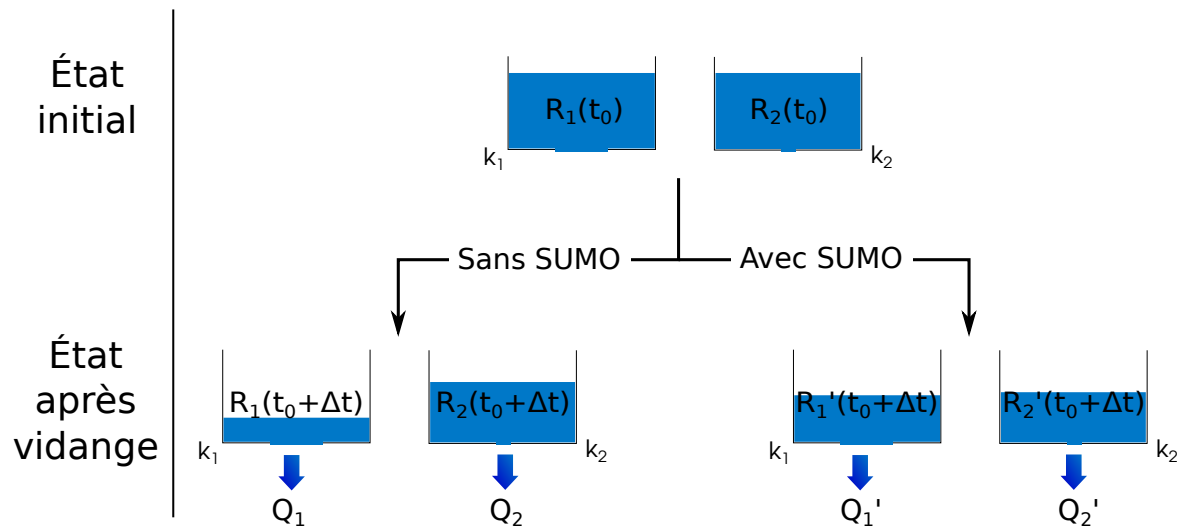


FIGURE 2.15 – Impact du Super Modèle sur les vidanges  $Q_1$  et  $Q_2$  de deux réservoirs  $R_1$  et  $R_2$ . Les coefficients de vidange  $k_1$  et  $k_2$  sont différents mais le Super Modèle permet de modifier la vidange ( $Q_1'$  et  $Q_2'$ ) pour synchroniser les niveaux des réservoirs.

D'un point de vue pratique, la méthode du Super Modèle nécessite donc de disposer des équations différentielles des modèles et de les résoudre à nouveau en prenant en compte le terme ajouté. Dans le contexte de la modélisation pluie-débit, cela représente un réel enjeu car les équations différentielles des modèles à réservoirs ne sont pas forcément explicitées. De plus, la résolution numérique de ces équations différentielles n'est pas toujours optimale.

Cette difficulté due à la résolution des équations différentielles n'est cependant pas la seule à entraver l'implémentation de la méthode. Le principal enjeu dans le cadre de cette implémentation est de choisir les variables (niveaux de réservoirs) échangées.

Les modèles étant, en général, différents, il peut s'avérer problématique de trouver une correspondance entre les variables d'état disponibles et de choisir lesquelles échanger. Ce choix constitue l'une des difficultés majeures de la thèse. De plus, les gammes de valeurs dans lesquelles évoluent les variables de différents modèles étant différentes, il est nécessaire de mettre à l'échelle chaque variable échangée pour l'adapter au modèle qui doit la recevoir (ce qui explique la présence des opérateurs  $h$  dans l'équation 1.5). Plusieurs choix de mise à l'échelle seront testés durant cette thèse.

Une fois l'implémentation menée à bien, chacun des modèles simule un débit modifié. Il y a donc, en théorie, autant de sorties possibles au Super Modèle que de modèles pris en compte. En introduisant la méthode, van den Berge et al. (2011) proposaient de faire une moyenne de chacune des sorties. Il serait aussi possible de conserver chacune de ces sorties de manière à produire un ensemble de simulations ou encore de seulement prendre en compte les sorties de l'un des modèles en considérant les autres comme des outils pour améliorer le-dit modèle.

Quelle que soit la sortie qui est choisie, les coefficients correcteurs ( $C_1$  et  $C_2$  dans l'équation 1.5) doivent être calés pour adapter au mieux la méthode aux données disponibles.

## 2.6 Conclusion

Nous avons posé dans ce chapitre les bases méthodologiques qui ont permis d'effectuer les travaux de cette thèse (bases de données, modèles hydrologiques, critères de performance, algorithme de calage et principe du Super Modèle).

Pour cette thèse, le couplage Super Modèle sera mis en place pour deux combinaisons différentes de modèles hydrologiques. Pour commencer, un Super Modèle couplant deux modèles GR4J paramétrés différemment sera mis en place. Cette combinaison permet d'obtenir un Super Modèle simple composé de modèles dont la structure ne varie pas. Le test sur cette structure permet de mettre en place la méthode et de pouvoir analyser le comportement du Super Modèle en s'affranchissant de l'impact des différences structurelles entre modèles. Dans un second temps, le Super Modèle combinant HYMOD et GR4J a pu être mis en place en tenant compte des enseignements apportés par le premier test utilisant GR4J.

Cependant, ces modèles hydrologiques ne sont pas adaptés, tels quels, à la mise en place de la méthode du Super Modèle. La raison à cela est que cette dernière nécessite, pour être implémentée, de travailler au niveau des équations différentielles. Ces équations ne sont toutefois généralement pas disponibles directement dans les documentations et implémentations actuelles des modèles. Avant de pouvoir utiliser la méthode du Super Modèle, il est donc nécessaire de réécrire les modèles de manière à rendre explicites ces équations différentielles. Le chapitre suivant explique ce travail de réécriture.



# Chapitre 3

## Réécriture en représentation d'états de deux modèles hydrologiques

### 3.1 Introduction

Le travail présenté dans ce chapitre a pour but de réécrire les modèles à réservoirs de manière à rendre accessibles les équations différentielles des modèles. Cette étape est primordiale pour l'adaptation de la méthode du Super Modèle à la modélisation hydrologique car les interactions qu'elle induit se font au niveau des équations différentielles. Ce travail a représenté une partie importante des travaux durant la thèse et a donné lieu à la publication d'un article dans le journal *Geoscientific Model Development* (GMD, Santos et al., 2018a). Ce dernier se base sur un échantillon de données permettant de faire de la modélisation à plusieurs pas de temps, différent de celui qui a été présenté dans la section 2.2.3. Cet échantillon de données a été mis en place par Ficchi (2017) durant sa thèse. L'article est intégré tel quel au manuscrit de thèse, bien que sa mise en forme ait été adaptée pour s'intégrer à ce manuscrit et que quelques notations aient été modifiées pour éviter d'éventuelles confusions avec d'autres éléments du manuscrit. Les références citées dans l'article ont été intégrées à celles du manuscrit de thèse.

### 3.2 Résumé en français de l'article détaillant la représentation d'état de GR4

L'article qui suit présente une réécriture du modèle GR4J en représentation d'états. La base du travail présenté dans cet article a été de séparer la représentation mathématique du bassin versant par le modèle de sa mise en place informatique. Dans le cas de GR4 (nous omettons le J, qui signifie "journalier", car cela vaut pour tous les pas de temps possibles), le modèle mathématique est représenté par une série d'équations différentielles qui régissent l'évolution des niveaux de réservoirs et de fonctions de retard. L'implémentation informatique consiste alors à résoudre ces équations différentielles. Historiquement (Michel, 1991), le choix a été fait d'intégrer les équations différentielles au pas de temps voulu en scindant les composantes des modèles et en résolvant séquentiellement chaque terme d'équation différentielle correspondant à ces composantes. Les fonctions de retard, elles, sont implémentées sous la forme d'hydrogrammes unitaires. Dans la documentation actuelle du modèle (Perrin et al., 2003), seules les implémen-



tations au pas de temps journalier des équations sont explicitées. Santos et al. (2018a) présentent les équations différentielles qui régissent les évolutions des niveaux de réservoirs en continu ainsi qu'une solution plus robuste d'intégration numérique de ces équations sans avoir à les scinder en plusieurs morceaux.

Nous proposons, dans Santos et al. (2018a), de remplacer les hydrogrammes unitaires par une série de réservoirs linéaires qui se vident les uns dans les autres, produisant une réponse à une impulsion (*i.e.* précipitations) similaire à celle de l'hydrogramme unitaire. Cette série de réservoirs porte le nom de "cascade de Nash" (Nash, 1957). Cette modification a pour but de représenter la fonction de retard par des états. C'est utile car cela simplifie la résolution numérique des équations du modèle ainsi que son implémentation. C'est aussi utile dans le contexte du Super Modèle car cela permet de représenter le retard par des états dont les équations différentielles peuvent être modifiées. Ce remplacement a été pensé de telle manière que, pour une résolution numérique robuste, le temps de résidence des réservoirs de la cascade de Nash ( $x_4$ ) ait la même signification que le temps de concentration ( $x_4$ ) d'un hydrogramme unitaire.

Le modèle en représentation d'états, intégré dans un premier temps séquentiellement de la même manière que la version de base de GR4 (Michel, 1991) puis, dans un second temps, en utilisant une résolution numérique robuste, a été testé sur 240 bassins français et comparé au modèle GR4 actuel.

Le résultat est que le modèle en représentation d'états donne des performances et des simulations de débits similaires à celles du modèle actuel. De plus, les états internes des deux versions de GR4J en question sont très semblables.

En plus de ne pas dégrader les performances par rapport au modèle GR4J actuel, le modèle, bien résolu numériquement, a l'avantage de produire des valeurs de paramètres plus stables entre différents pas de temps (notamment dans le cas du paramètre  $x_4$ ).

### 3.3 Article : "Continuous state-space representation of a bucket-type rainfall-runoff model: a case study with the GR4 model using State-Space GR4 (version 1.0)"

#### Abstract

In many conceptual rainfall-runoff models, the water balance differential equations are not explicitly formulated. These differential equations are solved sequentially by splitting the equations into terms that can be solved analytically with a technique called "operator splitting". As a result, only the solutions of the split equations are used to present the different models. This article provides a methodology to make the governing water balance equations of a bucket-type rainfall-runoff model explicit and to solve them continuously. This is done by setting up a comprehensive state-space representation of the model. By representing it in this way, the operator splitting, which complexifies the structural analysis of the model, could be removed. In this state-space representation, the lag functions (unit hydrographs), which are frequent in rainfall-runoff models and make the resolution of the representation difficult, are first replaced by a so-called "Nash cascade" and then solved with a robust numerical integration technique. To illustrate this methodology, the GR4J model is taken as an

example. The substitution of the unit hydrographs with a Nash cascade, even if it modifies the model behaviour when solved using operator splitting, does not modify it when the state-space representation is solved using an implicit integration technique. Indeed, the flow time series simulated by the new representation of the model are very similar to those simulated by the classic model. The use of a robust numerical technique that approximates continuous-time model also improves the lag parameter consistency across time steps and provides a more time-consistent model with time-independent parameters.

### 3.3.1 Introduction

**On the need for an adequate mathematical and computational hydrological model** Hydrological modelling is a widely used tool to manage rivers at the catchment scale. It is used to predict floods and droughts as well as groundwater recharge and water quality. In a review on the different existing hydrological models, Gupta et al. (2012) determined that all the existing models follow three modelling steps:

- Establish a conceptual representation of reality,
- Represent this conceptualization in a mathematical model,
- Set up a computational model to be used on computer.

In terms of conceptual representation, many models exist and conceptualize the hydrological processes in the catchment differently, resulting in models with various levels of complexity. In this study, we will focus on the bucket-type models, which are among the simplest. These models, such as VIC (Wood et al., 1992), HBV (Bergström et Forsman, 1973) and Sacramento (Burnash, 1995), describe various conceptualizations of the hydrological processes at the catchment scale. Their parsimony (they usually need few input data and use few parameters) make them very useful for research as well as in operational applications thanks to their robustness and good performance (Michel et al., 2006).

In the context of this study, bucket-type models are advantageous because, even if the concepts are often well documented, this is not the case of the mathematical and the computational models. In the models documentations, the water balance equations that would govern the models are rarely explicitly formulated (Clark et Kavetski, 2010). The authors of the models often specify the discrete time equations, i.e. the result of the analytical or numerical temporal integration of the governing water balance equations. The problem is that the temporal resolution of the differential governing equations is part of the computational model. As a consequence, when the discrete time equations are the only ones available, the real mathematical model does not appear clearly. In addition, the descriptions of the numerical method used to solve the water balance equations and to obtain these discrete equations are rarely detailed.

However, several studies in the last decade (see for example Clark et Kavetski, 2010 ; Kavetski et Clark, 2010 ; Schoups et al., 2010) point out that the numerical solutions implemented to solve the differential equations that govern the models are sometimes poorly adapted. Clark et Kavetski (2010) showed that the use of the explicit Euler scheme (which is frequent for this type of model) can introduce significant errors in the simulated variables compared to more stable numerical schemes. Moreover, other studies prove that poorly adapted numerical treatment causes discontinuities and local optima in the parameter hyperspace (Kavetski et al., 2003 ; Kavetski et Kuczera, 2007 ; Schoups et al., 2010). This results in problems efficiently calibrating the models and in

uncertainty on parameter values.

Another numerical approximation is commonly applied for bucket-type models: the operator splitting (OS) technique (Kavetski et al., 2003). The aim is to split a differential equation into more simple equations that can be solved analytically in order to reduce inaccuracies in the numerical treatment. In the case of hydrological modelling, operator splitting results from the sequential calculation of processes such as runoff, evaporation and percolation (Schoups et al., 2010). Kavetski et al. (2003), Clark et Kavetski (2010) and Schoups et al. (2010) identified several widely used models in which the differential equations are solved using this type of treatment, e.g. VIC (Wood et al., 1992), Sacramento (Burnash, 1995) and GR4J (Perrin et al., 2003). However, even if OS may reduce numerical errors, Fenicia et al. (2011) cite several limitations to its use in hydrology. Indeed, it is physically unsatisfying to separate the different processes in time because, in reality, they are concomitant. In addition, it creates numerical splitting errors that are difficult to identify.

According to different studies, an inadequate numerical treatment like OS can lead to inconsistencies in flux simulations (see for example the study conducted by Michel et al., 2003, on an exponential store). It may also create inconsistencies in the model state variables (Clark et Kavetski, 2010 ; Kavetski et Clark, 2010). This results in the model inaccurately simulating flows.

For these reasons, it is important to use a robust numerical treatment to better estimate the other uncertainties (for example, parameter uncertainty).

**Scope of this study** The first step to improve the numerical treatment of rainfall-runoff models is to properly separate the mathematical model from the computational model (Kavetski et Clark, 2010 ; Gupta et al., 2012). This article proposes a method to do this by setting up a continuous state-space representation of a rainfall-runoff model. A state-space representation is a matrixial function of a system that depends on input, output and state variables. At all times, the system is described by the values of its state variables (referred to as “states” in this article). In the case of rainfall-runoff models, inputs can be potential evapotranspiration and precipitation and output can be the flow at the outlet of the catchment. The soil water content or the amount of water in the hydrographic network are physical examples of possible state variables. The level of the bucket-type model stores is a conceptual example of possible state variables. This state-space representation will give the governing equations to be solved over time. This resolution will be proceeded by using an operator splitting technique to be used as a comparison point and by using a more robust numerical technique, *i.e.* implicit Euler with an adaptive sub-step number. The model solved by implicit Euler will be called continuous state-space because it approximates a continuous model. By opposition, the operator splitted state-space representation will be named as discrete.

In addition to a clearer mathematical model, we hope that the state-space representation will gain stability due to the direct implementation of the time step in the numerical resolution. We thus hope to obtain more stable parameter values across time steps (Young et Garnier, 2006).

To illustrate the methodology proposed, the widely used GR4J model (Perrin et al., 2003) will be taken as an example. Indeed, this model is currently implemented using the operator splitting technique. A state-space representation will be set up, following the GR4J's conceptualization of the hydrological processes as well as possible. Its behaviour, both with a discrete and a continuous solving, will be compared to the current

formulation of the GR4J model on a wide range of French catchments with different time steps (day and hour), in terms of performance and parameters.

### 3.3.2 GR4 and its new state-space representation

Hereafter, the notation GR4 will be used to refer to structure of the GR4J model (J stand for *Journalier*, i.e. daily, Perrin et al., 2003), which is transformed and used at different time steps. This is a lumped bucket-type model described in its current form and in its state-space form. A discussion on the Nash cascade introduced in the GR4 state-space form is given in the third paragraph of this section. The continuous differential equations of the state-space form are described in the fourth one. The adaptations needed to change the model time step will be described in the fifth paragraph.

**Reference GR4 model** GR4 (Perrin et al., 2003) is a lumped bucket-type daily rainfall-runoff model with four free parameters. It is widely used for various hydrological applications in France (Grouillet et al., 2016 ; van Esse et al., 2013) and in other countries (Dakhlaoui et al., 2017 ; Seiller et al., 2017). It has shown good performances on a wide range of catchments (Coron et al., 2012). The equations of the reference GR4J model (Perrin et al., 2003) are the result of the integration of the water balance equations at a discrete time step (here the daily or hourly time step).

The version of GR4 used here is slightly different from the one presented by Perrin et al. (2003) because the two unit hydrographs were replaced by a single one placed before the flow separation (Fig. 3.1 (a), Mathevet, 2005). This simplification of the model does not substantially change the resulting simulated flows.

The equations of the model are given by Perrin et al. (2003) and listed in Table 3.1. GR4 represents the rainfall-runoff relationship at the catchment scale using an interception function, two stores, a unit hydrograph and an exchange function (see Fig. 3.1 (a)). The model structure can be split into water balance and routing operators.

The water balance operators evaluate effective rainfall (i.e. the part of rainfall that will reach the catchment outlet) by estimating several quantities: actual evaporation, storage within the catchment and groundwater exchange. It involves an interception function and a production (soil moisture accounting) store ( $S$  in Fig. 3.1 (a)). The interception corresponds to a neutralization of rainfall by potential evapotranspiration. The remaining rainfall ( $P_n$ ), if any, is split into a part going into the production store ( $P_s$  in Fig. 3.1 (a)) and a complementary part ( $P_n - P_s$  in Fig. 3.1 (a)) that is directed to the routing component of the model. The quantity of rainfall that feeds the production store depends on the level of water in the store at the beginning of the time step. In case there is remaining energy for evapotranspiration after interception ( $E_n$  in Fig. 3.1 (a)), some water is evaporated from the production store at an actual rate depending on the level of the production store ( $E_s$  in Fig. 3.1 (a)). The higher the level is at the beginning of the time step, the closer  $E_s$  is to  $E_n$ . Thus, the production store represents the evolution of the catchment moisture content at each time step. The last water balance operator is a groundwater exchange term ( $F$  in Fig. 3.1 (a), positive or negative), which acts on the routing part of the model.

The routing function of the model is fed with the rainfall that does not feed the production store ( $P_s - P_n$ ) plus a percolation term ( $P_e$  in Fig. 3.1 (a)) from the production store, which generally represents a small amount of water. The total amount ( $P_r$  in Fig. 3.1 (a)) is lagged by a symmetric unit hydrograph and then split into two

flow components. The main component (90% of  $P_r$ ,  $Q_9$  in Fig. 3.1 (a)) is routed by a nonlinear routing store ( $R$  in Fig. 3.1 (a)). The complementary component (10% of  $P_r$ ,  $Q_1$  in Fig. 3.1 (a)) directly reaches the outlet. The groundwater exchange term ( $F$ ) is added or removed from the routing store and from the  $Q_1$  component.

The simulated flow at the catchment outlet ( $Q$  in Fig. 3.1 (a)) is the sum of the outputs of the two flow components ( $Q_r$  and  $Q_d$  in Fig. 3.1 (a)).

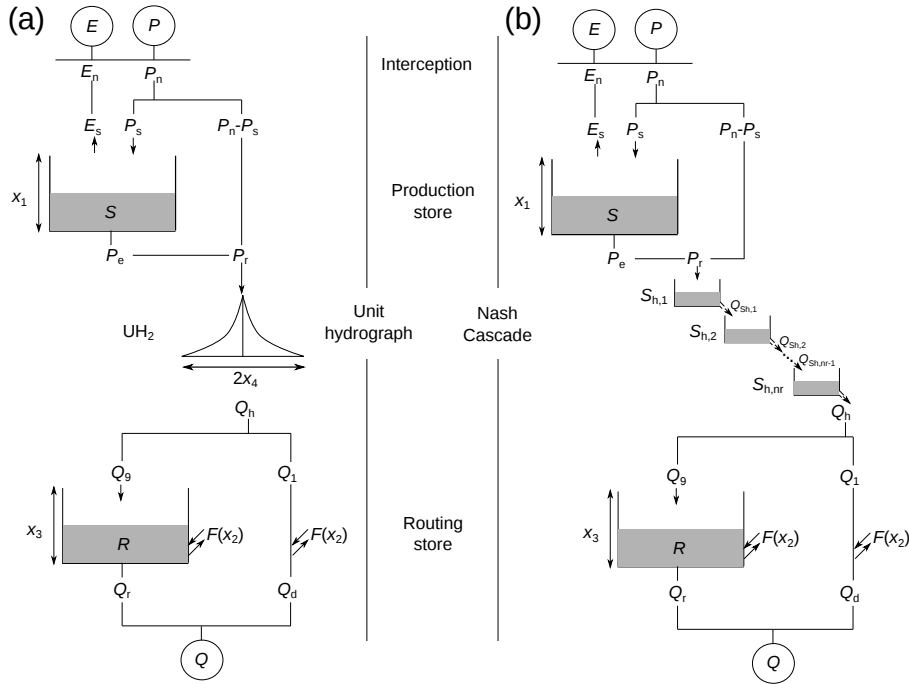


FIGURE 3.1 – Schemes of the reference GR4 model ((a), Perrin et al., 2003) and the state-space (b) structures.  $P$ : rainfall;  $E$ : potential evapotranspiration;  $Q$ : streamflow;  $x_i$ : model parameter; other letters are model state variables or fluxes. A Nash cascade replaces the unit hydrograph in the state-space representation (Santos et al., 2018a).

Four free parameters (called  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  and  $x_4$ ) are used to adapt the model to the variety of catchments. Their meanings are given in Table 3.2.

As mentioned in the introduction, the governing water balance equations of the model are solved using operator splitting. By considering that inputs to the store are added at the beginning of the time step as Dirac functions (Michel, 1991), it becomes possible to find analytical expressions of the model processes when equations are integrated over the time step. Consequently, the model processes are treated sequentially.

**A state-space formulation for the GR4 model** To create this state-space representation, it is important to identify the different model state variables. In the GR4 model, two obvious states are the levels of the production and routing stores. The main challenge to describe the state-space formulation is to deal with the unit hydrograph. The discrete form used in GR4 corresponds to a convolution product in the state space as implemented in SUPERFLEX (Kavetski et Fenicia, 2011). This convolution product complexifies the mathematical resolution of the model that is necessary for the continuous version that will be introduced latter. Here we chose to replace this unit hydrograph with a series of linear stores in order to simplify this resolution. The use of stores is also convenient because it creates a model that is only composed of stores.

Different combinations of linear stores were tested and the choice was made to replace the unit hydrograph with a ‘‘Nash cascade’’ (Nash, 1957). It is implemented at the same location in the model structure as the unit hydrograph (Fig. 3.1 (b)). The ‘‘Nash cascade’’ is a chain of linear stores that empty into each other. It has two parameters to govern the shape of the outflow response, namely the number of stores and the outflow coefficient, which is identical for all stores. In our case, we decided to fix the number of stores and to only consider the outflow coefficient as a free parameter. This choice will be discussed in the following paragraph. With this type of model, the outflow of the last store has a similar shape to a unit hydrograph.

**Parameterisation of the Nash cascade** As introduced in the previous paragraph, the Nash cascade has two parameters, namely the number of stores and the outflow coefficient. The number of stores can only take integer values, which is an issue for automatic calibration because it introduces threshold effects. As a consequence, the number of stores was not optimized automatically and the outflow coefficient is the preferential parameter to calibrate.

To obtain a response that is equivalent to the GR4 unit hydrograph response, we attempted to determine whether a relationship exists between the Nash cascade parameters and the GR4  $x_4$  parameter. To manage this, the determination of the Nash cascade parameter is based on the comparison of the impulse response of the Nash cascade and the response of the unit hydrograph.

The impulse response of the Nash cascade is (Nash, 1957):

$$l_{\text{NC}}(t) = \frac{k_c}{\Gamma(n_r)} (k_c t)^{n_r-1} \exp(-k_c t) \quad (3.1)$$

where  $l_{\text{NC}}(t)$  is the impulse response of the Nash cascade at time  $t$ ,  $n_r$  is the number of stores,  $k_c$  is the outflow coefficient (in  $t^{-1}$ ) and  $\Gamma(n_r)$  corresponds to the gamma function of  $n_r$ .

The impulse response of the GR4 symmetrical unit hydrograph is (Perrin et al., 2003):

$$l_{\text{UH}}(t) = \begin{cases} \frac{2.5}{2x_4} \left(\frac{t}{x_4}\right)^{1.5} & , \text{ for } 0 \leq t \leq x_4 \\ \frac{2.5}{2x_4} \left(2 - \frac{t}{x_4}\right)^{1.5} & , \text{ for } x_4 < t \leq 2x_4 \\ 0 & , \text{ for } t > 2x_4 \end{cases} \quad (3.2)$$

where  $l_{\text{UH}}(t)$  is the impulse response of the unit hydrograph at time  $t$ ,  $x_4$  is the time to peak of the hydrograph.

The Nash cascade parameters are calculated depending on  $x_4$  in such a way that the time to peak ( $t_p$ ) and the peak flow ( $q_p$ ) would be the same for the two impulse responses. According to Szöllösi-Nagy (1982), the time to peak of the Nash cascade is equal to:

$$t_p = \frac{n_r - 1}{k_c} \quad (3.3)$$

and the peak flow is equal to:

$$q_p = \frac{k_c}{\Gamma(n_r)} (n_r - 1)^{n_r-1} \exp(1 - n_r) \quad (3.4)$$

Using Eq. 3.2, the time to peak of the GR4 unit hydrograph is equal to:

$$t_p = x_4 \quad (3.5)$$

and the peak flow to:

$$q_p = \frac{1.25}{x_4} \quad (3.6)$$

So, from these values the following system can be deduced:

$$\begin{cases} x_4 &= \frac{n_r - 1}{k_c} \\ \frac{1.25}{x_4} &= \frac{k_c}{\Gamma(n_r)} (n_r - 1)^{n_r - 1} \exp(1 - n_r) \end{cases} \quad (3.7)$$

which can be transformed into:

$$\begin{cases} k_c &= \frac{n_r - 1}{x_4} \\ 1.25 &= \frac{(n_r - 1)^{n_r}}{\Gamma(n_r)} \exp(1 - n_r) \end{cases} \quad (3.8)$$

A number of stores  $n_r = 11$  is the best integer approximation to solve the second equation of Eq. 3.8. The outflow coefficient is deduced from this number of stores and from  $x_4$ . By fixing the parameters in this way, only the  $x_4$  parameter has to be calibrated. This method allows a direct comparison between the parameters of the Nash cascade and the parameter of the unit hydrograph. For a given  $x_4$  parameter, the unit hydrograph and the Nash cascade impulse responses have the same time to peak and the same peak flow (see the dotted and the dashed curve in Fig. 3.2).

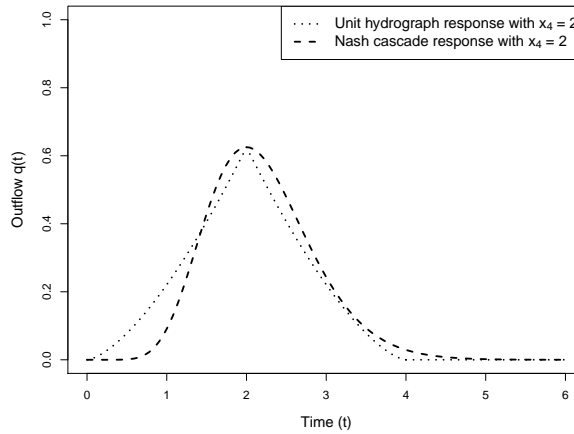


FIGURE 3.2 – Impulse response with a  $x_4 = 2$  time steps for the unit hydrograph of GR4 (dotted line) and the Nash cascade with  $n_r = 11$  stores and  $k_c = \frac{11-1}{x_4}$  (dashed line). D'après Santos et al. (2018a).

Using this formula, the  $x_4$  parameters of the two models are equivalent and it can be argued that their meaning is nearly identical.

Fixing the number of stores in the Nash cascade also provides another advantage. Indeed, one of the potential issues that arise when replacing the unit hydrograph with a Nash cascade was the equifinality with the routing store. Given that the recession curve of the cascade is theoretically infinite, it could have the same function as the routing store. Calculating the parameters of the cascade regarding the  $x_4$  parameter makes it possible to reduce the possibility of an infinite impulse response.

**Continuous differential equations of the state-space model** Once the model is only represented by stores, a differential equation can be written for each store (details are provided in Table 3.1). For the production and routing stores, the equations were built by adding all the processes that affect the stores. For example, the differential equation for the production store is the sum of the differential equations of evaporation, rainfall and the percolation (respectively,  $E_s$ ,  $P_s$  and  $P_e$  in Fig. 3.1). This means that all the processes that are a function of this state are treated simultaneously, unlike the initial model version in which the processes are treated sequentially. The state-space representation of the Nash cascade is the same as the one proposed by Szöllösi-Nagy (1982).

The resulting model is composed of the differential equations governing the states' evolution (here represented as a vector in the Eq. 3.9, taking into account  $n_r$  stores in the Nash cascade):

$$\begin{pmatrix} \dot{S} \\ \dot{S}_{h,1} \\ \dot{S}_{h,2} \\ \vdots \\ \dot{S}_{h,n_r} \\ \dot{R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_s - E_s - P_e \\ P_r - Q_{Sh,1} \\ Q_{Sh,1} - Q_{Sh,2} \\ \vdots \\ Q_{Sh,n_r-1} - Q_h \\ Q_g + F - Q_r \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

The notation  $\dot{S}$  stands for  $\frac{dS}{dt}$ , the derivative of  $S$  against time  $t$  and the different elements of this equation are specified in Table 3.1.

The output equation to calculate the instantaneous output flow ( $q(t)$  in Eq. 3.10) completes the model:

$$q(t) = Q_r + Q_d \quad (3.10)$$

The different elements in Eq. 3.9 and 3.10 are shown in Table 3.1.

The input, state variable and output values are:

- Inputs:  $E_n$  and  $P_n$  are the potential evapotranspiration (after the interception) and the precipitation amounts after the interception phase in  $\text{mm} \cdot \text{t}^{-1}$ . We decided to keep the interception out of the state-space representation, because it is not represented by a store in the reference GR4J and we wanted to avoid introducing an additional difference between the state-space and the reference models.
- Output:  $Q$  is the output flow, it corresponds to the integration of  $q(t)$  (Eq.3.10) over the time step.
- State variables:  $S$ ,  $R$  and  $S_{h,k}$  are respectively the levels of the production store, the routing store and the Nash cascade store number  $k$  (with  $k \in \{1, \dots, n_r\}$ ) in mm.
- Fluxes:  $P_s$  and  $E_s$  are, respectively, the rainfall added to the production store and the evapotranspiration extracted from the production store.  $P_e$  is the outflow from the production store.  $P_r$  is the amount of water that reaches the model routing operators.  $Q_{Sh,k}$  is the outflow of the Nash cascade store number  $k$  (with  $k \in \{1, \dots, n_r - 1\}$ ).  $Q_h$  is the outflow of the Nash cascade store number  $n_r$  (this notation is used to be consistent with the discrete model).  $Q_g$  and  $Q_r$  are, respectively, the inflow and the outflow of the routing store and  $F$  is the inter-catchment groundwater exchange.  $Q_d$  is the outflow of the complementary flow component.



The parameter meanings are explained in Table 3.2. The model is constructed to ensure that the parameters ( $x_1, \dots, x_4$  in the equations) have the same meaning in the continuous model and in the discrete GR4. The state-space formulation was sought to be as close as possible to the original model's formulation, to keep the same general model structure. We expect similar results to be obtained by the different tested model versions.

**Hourly model** The GR4 model was first designed for daily time step modelling and it was adapted for the hourly time step (GR4H, Mathevet, 2005 ; Ficchi et al., 2016). The structure and the equations are similar in GR4H (hourly) and in GR4J (daily). The hourly versions of the GR4 models used here are the same as the ones showed in Fig. 3.1.

The adaptation to the time step is handled by a change in the parameter values, which depend on time. Ficchi et al. (2016) gave the theoretical relationships to transform the GR4 free parameter values as a function of the time step length (Table 3.3). The fixed percolation coefficient ( $m_7$  in Table 3.1) is also time-dependent.

The continuous state-space GR4 model used for the hourly time step is exactly the same as the one used at the daily time step, with no change in the percolation coefficient. The time step change is not managed by a change in parameter values but by the numerical integration. For the daily time step, the model is integrated on  $\Delta t = 1$  day while, for the hourly time step, it is integrated on  $\Delta t = 1$  hour.

### 3.3.3 Implementation and testing methodology

**Numerical integration of the model** The integration of Eq. 3.9 (necessary to adapt the model to discrete input data) cannot be made analytically. It is therefore necessary to implement a numerical method to solve this integration.

Following the recommendation in Clark et Kavetski (2010), an implicit Euler algorithm is used to perform this numerical integration. Our choice was to set up an adaptive sub-step algorithm (Press et al., 1992) to avoid the majority of numerical errors. The implicit equation is solved using a secant method when necessary.

The choice of using adaptive sub-step rather than single-step implicit method (as recommended by Clark et Kavetski, 2010) is a result of several tests that are not shown here. We compared the modelling results with single-step integration to those obtained with the adaptive sub-step algorithms and found some differences in resulting flows (in particular for high flows). The differences found this way were not negligible. In this case, we can say that the stability of the implicit single-step integration is not sufficient to sufficiently reduce the integration errors.

For both hourly and daily time steps, the inputs are considered as constant during the time step. Even if this assumption is a simplification of the truth, we chose to keep it constant to simplify the calculation and not to introduce treatment differences between hourly and daily time step models.

**Catchment set and data** To compare the performance and behaviour of the reference and the discrete and continuous state-space GR4 model versions, a large data set of 240 catchments across France was set up (Fig. 3.3). Testing the models on many catchments will help obtain general conclusions (Andréassian et al., 2006 ; Gupta et al., 2012).

TABLEAU 3.1 – Details of the equations of the GR4 model, discrete and continuous formulations. The discrete formulations are the continuous equations integrated individually over the modelling time step using the operator splitting technique while continuous equations correspond to the terms of the water balance differential equation of each store. (\*) The values of  $UH_2$  are calculated using Eq. (17) in Perrin et al. (2003). Please note that the two discrete formulations use either the Unit hydrograph equations or the Nash cascade formulation.

Model state name	Notation	Flux name	Discrete formulations	Continuous formulation
Production store	$S$	Precipitation in the store	$P_s = \frac{x_1 \left(1 - \left(\frac{S}{x_1}\right)^{m_1}\right) \tanh\left(\frac{P_n}{x_1}\right)}{1 + \frac{S}{x_1} \tanh\left(\frac{P_n}{x_1}\right)}$	$P_s = P_n \left(1 - \left(\frac{S}{x_1}\right)^{m_1}\right)$
		Evaporation from the store	$E_s = \frac{(2S - \frac{S^{m_1}}{x_1}) \tanh\left(\frac{E_n}{x_1}\right)}{1 + \left(1 - \frac{S}{x_1}\right) \tanh\left(\frac{E_n}{x_1}\right)}$	$E_s = E_n \left(2\frac{S}{x_1} - \left(\frac{S}{x_1}\right)^{m_1}\right)$
		Percolation	$P_e = S - S \left(1 + \left(\frac{m_7 S}{x_1}\right)^{m_2 - 1}\right)^{\frac{1}{1 - m_2}}$	$P_e = \frac{x_1^{1 - m_2}}{(m_2 - 1)U_t} m_7^{m_2 - 1} S^{m_2}$
Unit Hydrograph	$UH_2$	UH inflow	$P_r = P_n - P_s + P_e$	-
		UH outflow	$Q_h = P_r * UH_2^*$ (convolution)	
		Precipitation inflow in store 1	$P_r = P_n - P_s + P_e$	$P_r = P_n - P_s + P_e$
	$S_{h,1}$	Store 1 outflow	$Q_{Sh,1} = S_{h,1} \left(1 - \exp\left(\frac{1 - n_r}{x_4}\right)\right)$	$Q_{Sh,1} = \frac{n_r - 1}{x_4} S_{h,1}$
	$S_{h,2}$	Store 2 inflow	$Q_{Sh,1}$	$Q_{Sh,1}$
		Store 2 outflow	$Q_{Sh,2} = S_{h,2} \left(1 - \exp\left(\frac{1 - n_r}{x_4}\right)\right)$	$Q_{Sh,2} = \frac{n_r - 1}{x_4} S_{h,2}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$S_{h,nr}$	Store $n_r$ inflow	$Q_{Sh,nr-1} = S_{h,nr-1} \left(1 - \exp\left(\frac{1 - n_r}{x_4}\right)\right)$	$Q_{Sh,nr-1} = \frac{n_r - 1}{x_4} S_{h,nr-1}$
		Store $n_r$ outflow	$Q_h = S_{h,nr} \left(1 - \exp\left(\frac{1 - n_r}{x_4}\right)\right)$	$Q_h = \frac{n_r - 1}{x_4} S_{h,nr}$
Routing store	$R$	Routing store inflow	$Q_9 = m_6 Q_h$	$Q_9 = m_6 Q_h$
		Inter-catchment exchanges	$F = \frac{x_2}{x_3} R^{m_4}$	$F = \frac{x_2}{x_3} R^{m_4}$
		Routing store outflow	$Q_r = R - R \left(1 + \left(\frac{R}{x_3}\right)^{m_3 - 1}\right)^{\frac{1}{1 - m_3}}$	$Q_r = \frac{x_3^{1 - m_3}}{(m_3 - 1)U_t} R^{m_3}$
Output flow	$Q = Q_r + Q_d$	Routing store outflow	$Q_r$	$Q_r$
		Direct flow	$Q_d = \max(0 ; (1 - m_6)Q_h - F)$	$Q_d = \max(0 ; (1 - m_6)Q_h - F)$

TABLEAU 3.2 – Meaning of the free and fixed parameters (from Perrin et al., 2003, except for  $U_t$  and  $n_r$ )

Type	Name	Signification	Value	Unit
Free	$x_1$	Max capacity of the production store	-	mm
	$x_2$	Inter-catchment exchange coefficient	-	$\text{mm} \cdot \text{t}^{-1}$
	$x_3$	Max capacity of the routing store	-	mm
	$x_4$	Base time of the unit hydrograph	-	t
Fixed	$m_1$	Production precipitation exponent	2	-
	$m_2$	Percolation exponent	5	-
	$m_3$	Routing outflow exponent	5	-
	$m_4$	Exchange exponent	$\frac{7}{3}$	-
	$m_5$	Unit hydrograph coefficient	$\frac{3}{2}$	-
	$m_6$	Partition between routing store and direct flow	0.9	-
	$m_7$	Percolation coefficient	$\frac{4}{9}$	-
	$U_t$	One time step length	1	t
	$n_r$	Number of stores in Nash cascade	11	-

TABLEAU 3.3 – Temporal transformations of the GR4 parameters (Ficchi et al., 2016)

GR4 model parameter	Theoretical transformation from the daily ( $\Delta t_d$ ) to the hourly ( $\Delta t_h$ ) time step	Source of time step dependency
$m_7$	$m_{7(\Delta t_h)} = m_{7(\Delta t_d)} \left( \frac{\Delta t_d}{\Delta t_h} \right)^{\frac{1}{4}}$	Integration of the percolation power 5 function from the production store
$x_1$	$x_{1(\Delta t_h)} = x_{1(\Delta t_d)}$	-
$x_2$	$x_{2(\Delta t_h)} = x_{2(\Delta t_d)} \left( \frac{\Delta t_d}{\Delta t_h} \right)^{-\frac{1}{8}}$	Integration of the exchange flux formulation (dependent on the routing store level)
$x_3$	$x_{3(\Delta t_h)} = x_{3(\Delta t_d)} \left( \frac{\Delta t_d}{\Delta t_h} \right)^{\frac{1}{4}}$	Integration of the fueling power 5 function of the routing store
$x_4$	$x_{4(\Delta t_h)} = x_{4(\Delta t_d)} \left( \frac{\Delta t_d}{\Delta t_h} \right)$	Discrete concentration time in time step units of the unit hydrographs

The data set was built by Ficchi et al. (2016) to test GR4 at different time steps. In this article, we only used daily and hourly data. The climate data of the SAFRAN daily reanalysis (Quintana Seguí et al., 2008 ; Vidal et al., 2010) are used as input data (precipitation and temperature). Precipitation and temperature are spatially aggregated on each catchment since the GR4 models are lumped. The hourly precipitation data were obtained by disaggregating the daily SAFRAN precipitation using the subdaily distribution of rain gauge measurements. Potential evapotranspiration at the daily time step was calculated from the SAFRAN temperature using the Oudin formula (Oudin et al., 2005) and hourly spread with a Gaussian distribution. Full details on this data set are available in Ficchi et al. (2016).

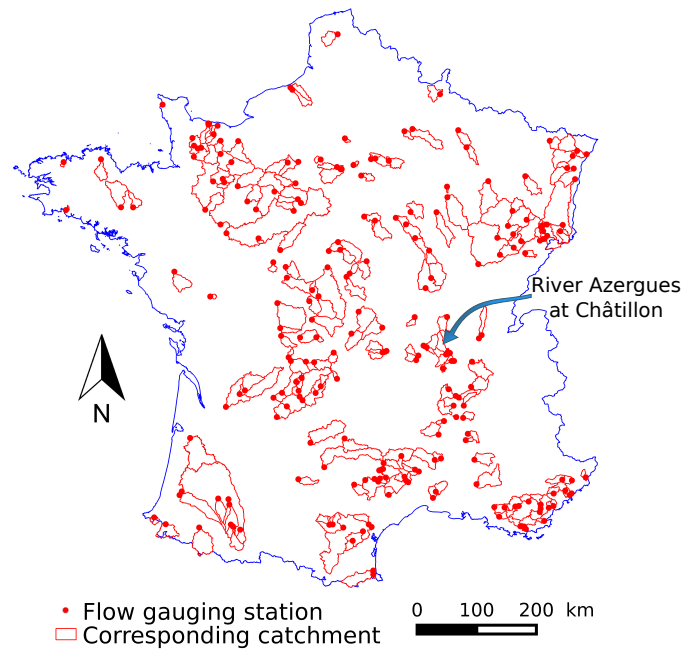


FIGURE 3.3 – Location of the 240 flow gauging stations used for the tests and their associated catchments. The River Azergues at Châtillon is used as an example for the results. D’après Santos et al. (2018a).

Hourly observed flows are available at each catchment outlet and come from the *Banque HYDRO* (<http://www.hydro.eaufrance.fr/>, French Ministry of the Environment). For daily modelling, hourly measurements are aggregated at the daily time step. Their availability covers the 2003-2013 period.

The catchments were selected to have less than 10% precipitation falling as snow, to avoid requiring a snow model.

**Testing methodology** Three versions of the model were assessed on the 240 catchments following a split-sample test (Klemeš, 1986). These three versions are the reference model, a discrete state-space model (with a Nash Cascade but solved using operator splitting) and a continuous state-space model. Comparing the reference and discrete state-space models allows to measure the impact of replacing the unit hydrograph with a Nash cascade. Comparing the discrete and continuous state-space models allows to measure the impact of a nearly continuous numerical integration. For every catchment, the observed flow data period was divided into a calibration period (the

first half) and a validation period (the second half). A 2-year warm up period was used for each catchment, before both the calibration and validation periods. The calibration was made automatically with an algorithm used in Coron et al. (2017) and based on the work of Michel (1991).

The objective function used for calibration is the Kling-Gupta Efficiency (KGE', Kling et al., 2012). This objective function is often used in hydrology and assesses different components of the error made by the model (mean bias, variance bias, correlation). In addition, to target different flow levels, mathematical transformations are applied (Pushpalatha et al., 2012). The logarithm is applied to analyse the errors in low-flow conditions (KGE' ( $\log(Q)$ )), no transformation is applied to preferentially analyse the error on high flows (KGE' ( $Q$ )) and the root square of the flow is used as a compromise representing the error on intermediate flows (KGE' ( $\sqrt{Q}$ )). In the case of logarithm transformation, following the recommendations made by Pushpalatha et al. (2012), a small quantity which corresponds to one hundredth of the catchment mean flow is added to avoid troubles with null flows. These three transformations represent three distinct objective functions. The models were calibrated separately and successively on the three objective functions. To avoid strongly negative values of the KGE' criterion, we used the  $C_{2M}$  formulation which restricts the variation range into  $[-1; 1]$  (see Mathevet et al., 2006).

The results of the calibrations were also analysed in terms of performance in validation on the three evaluation criteria (i.e.  $C_{2M}(Q)$ ,  $C_{2M}(\log(Q))$  and  $C_{2M}(\sqrt{Q})$ ). Given the large number of catchments, it is possible to draw a conclusion on the global difference in performance between the three studied model versions. This avoids a discrepancy due to specific catchment conditions. In addition to the performance analysis, the simulated hydrographs were visually analysed to detect discrepancies in the flow simulation. An analysis of the time series of internal fluxes and state variables also provided further insights to interpret the difference between the model versions. Last, the differences in parameter values between the models was analysed. It is important to verify that the parameter values are similar and do not take outlier values that would compensate for model inconsistencies.

A second test was carried out in order to analyse the time step dependency of the models. The split-sample test was performed at the hourly time step and the parameter values were compared to those obtained at the daily time step. With the reference model, the calibrated parameter values were compared to those theoretically obtained using the equations in Table 3.3. With the continuous state-space model, we verified the stability of the parameters. This stability is very important for designing a model that is not dependent on its time step.

### 3.3.4 Results and discussion

**Comparison of tested models at the daily time step** Figure 3.4 shows that performances are globally similar between the different versions of the model with a calibration using the  $C_{2M}$  on square-rooted flows. The performances of the reference model and the continuous state-space solution are also similar after calibration with the two other transformations of the flow in the objective function (not shown). In the case of the discrete state-space solution, the model does not seem to be able to well reproduce high flows but performs better on low flows than the two other models when the used objective function is the  $C_{2M}$  with logarithmic transformation.

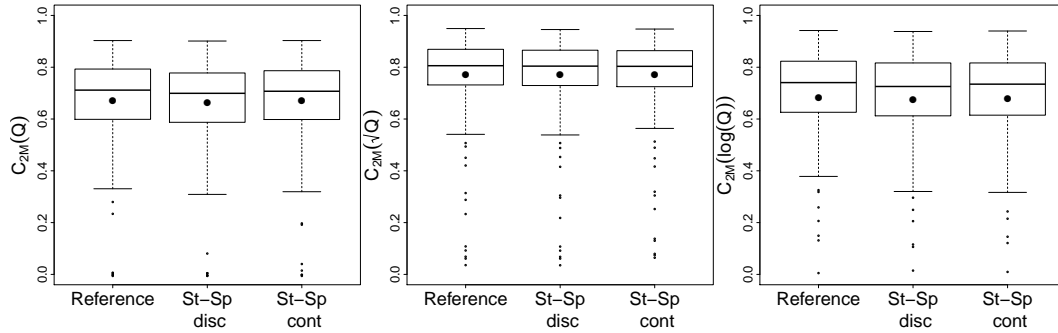


FIGURE 3.4 – Performance comparisons obtained in validation between the reference (with unit hydrograph), the discrete state-space (with Nash cascade) and the continuous state-space daily GR4, on 240 catchments, focusing on high (left), intermediate (middle) and low (right) flows after calibration with the  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  (i.e. focusing on intermediate flow). The large points represent the mean performance and the smaller ones represent the outliers. The 5, 25, 50, 75 and 95 percentiles are represented by the boxplots. D’après Santos et al. (2018a).

The study of the hydrographs provides complementary information. The reference GR4 model and the continuous state-space solution are very similar while the discrete state-space solution simulates lower peak flows (see example hydrograph in Fig. 3.5). This behaviour can be explained because solving the eleven linear stores introduces errors that propagate and amplify across the Nash cascade.

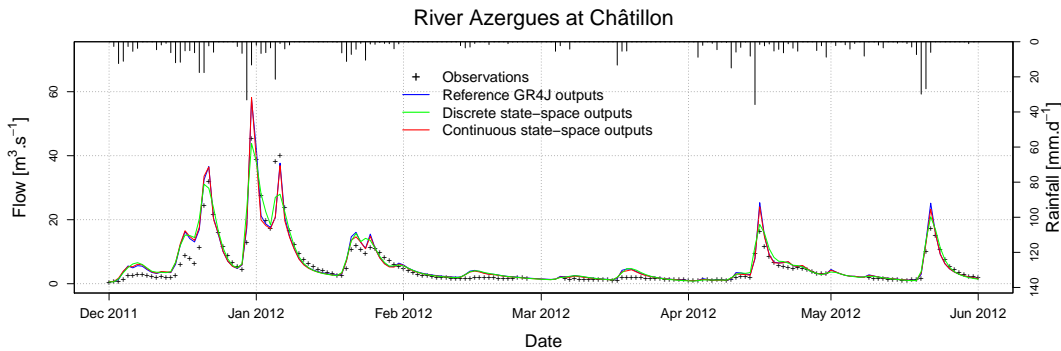


FIGURE 3.5 – Simulated hydrograph of the River Azergues in the first half of 2012 during the validation period. The reference GR4 model (output in blue), the GR4 discrete state-space solution (output in green) and the continuous state-space solution (output in red) were calibrated with  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as the objective function. D’après Santos et al. (2018a).

To extend the analysis on the similarity of the models, we compared the parameter values obtained by calibration. As shown in Fig. 3.6, the parameters have the same range of values. We still can note differences in the values of the  $x_4$  parameter, which are systematically higher for the discrete state-space model. These differences in the values are probably due to the differences in response shape between the Nash cascade and the unit hydrograph (see Fig. 3.2) and to the errors produced by operator splitting solving of the Nash cascade. The assumption that the differences in  $x_4$  values are due to errors caused by unsuitable solving is confirmed by the fact that the  $x_4$  parameter values are similar for the three models at hourly time step (not shown here).

Last, to understand the internal impact of the state-space formulation on the model, we analysed state variables and internal fluxes. Two differences are induced by the model’s state-space formulation. First, the discrete Nash cascade output peaks are

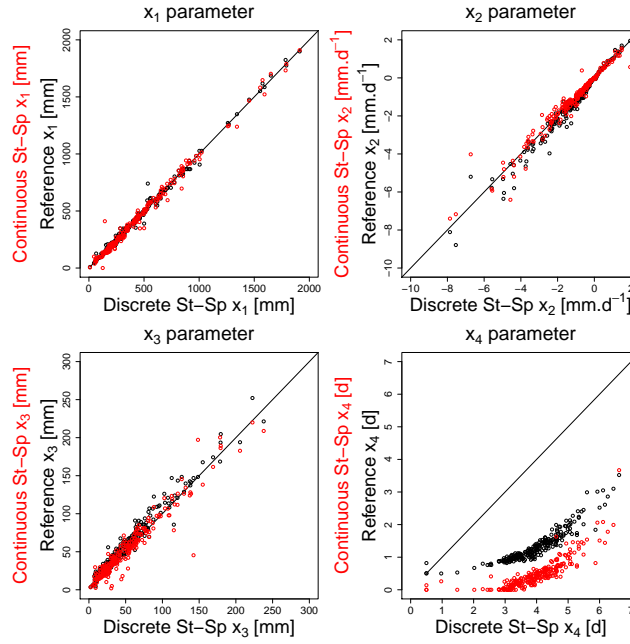


FIGURE 3.6 – Scatter plots of the four free parameters of the different versions of the models obtained by calibration with  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as an objective function on the basins of the data set. Parameter comparison between unit hydrograph and Nash cascade is in black and parameter comparison between discrete and continuous state-space parameters is in red. The values of  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$  are similar for the models (the line represents the  $y = x$  line). The  $x_4$  values are higher in the discrete state-space model than for the other model versions. D’après Santos et al. (2018a).

lower than the peaks of the unit hydrograph (Fig. 3.7). The peaks of the continuous state-space representation are more similar with the reference but the peaks occur sooner. The second difference between the models concerns the levels of the routing store (Fig. 3.8). Here we only compared the reference GR4 to the continuous state-space solution because the input in the routing store are too different for the discrete state-space solution. The peak levels are higher in the continuous state-space representation, even sometimes higher than the maximum capacity of the routing store. The reason for this is that we shifted from the discrete model in which the processes are treated sequentially to a continuous model in which all the processes are solved simultaneously. In the discrete model, the exchanges are first calculated based on the routing level at the beginning of the time step, then the output of the unit hydrograph is added and last the outflow of the routing store is calculated. Due to this sequential treatment, in high-flow conditions, the quantity of exchanged water and the outflow of the routing store in the discrete model is lower than those of the continuous state-space representation. Given that most of the time the exchange parameter is negative, the lower outflow of the routing store is compensated by less water loss with the groundwater exchange in the complementary flow branch. This can explain why the simulated flows are similar despite these internal differences.

Moreover, by analysing the differences between the two models, it is also important to take into account the computational time. Indeed, running the original model version is on average three times faster than the continuous state-space version due to the adaptive sub-step method. This is important to consider for some applications.

This computational time rise is essentially due to the adaptive sub-step algorithm. For example, in the River Azergues at Châtillon catchment, the mean number of sub-

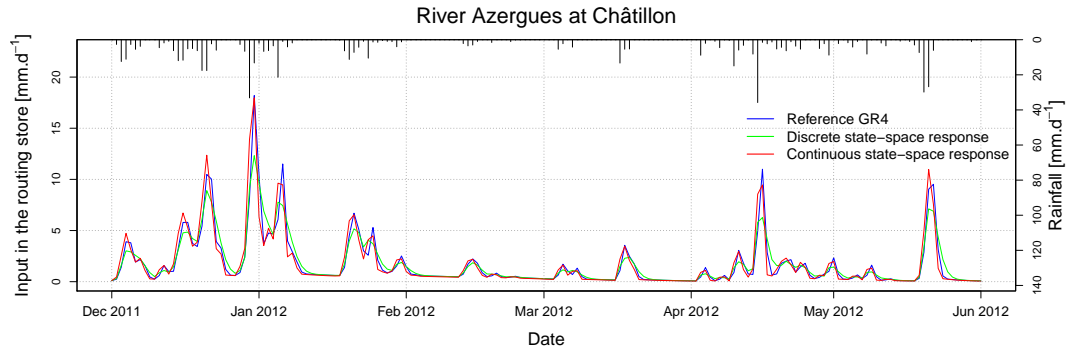


FIGURE 3.7 – Daily inputs in the routing store of the River Azergues in the first half of 2012. The models are calibrated with the  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as the objective function. The peaks are lower with the discrete state-space GR4 (green lines) and occur sooner with the continuous state-space GR4 (red lines). D’après Santos et al. (2018a).

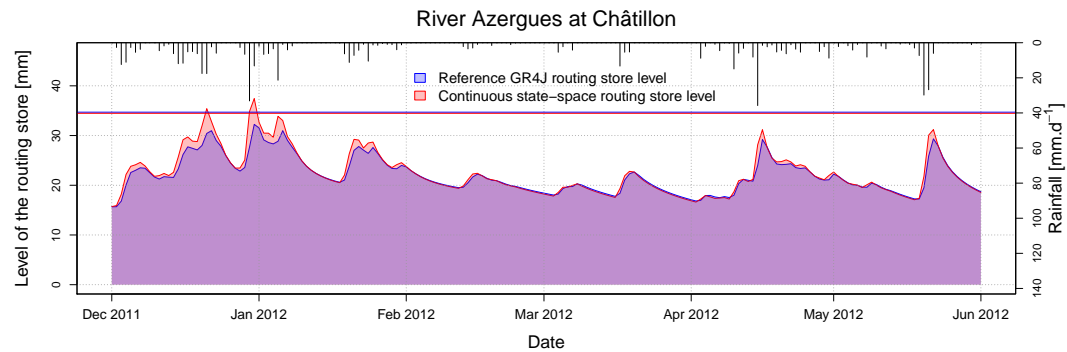


FIGURE 3.8 – Daily routing store filling of the River Azergues in the first half of 2012. The reference GR4 (blue line) and the continuous state-space representation (red line) are calibrated with the  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as the objective function. D’après Santos et al. (2018a).

steps is 22 and it can reach 100 during some days. However, in Sect. 3.3.3 we argued that the adaptive sub-step method seems necessary to avoid numerical errors.

To conclude with these results, we can argue that the modifications brought by the continuous state-space representation, although they modify the model’s internal fluxes, do not degrade the model’s performance, but only slightly modify the model’s internal fluxes. It is important to underline that the operator splitting solving of a Nash cascade creates more errors than a discrete unit hydrograph. To be equivalent to the reference model, the state-space representation of GR4 needs to be solved with a robust numerical technique.

**Consistency of the state-space representation through time steps** The analysis of temporal consistency provides the most valuable result produced by the continuous state-space representation. The work of Ficchi et al. (2016) resulted in a GR4 model that is nearly consistent across time steps. However, to adapt the model, they chose to include the time step variations in a theoretical transformation between the free parameter values and the percolation fixed coefficient (Table 3.3) at different time steps. In this section, we only compare the reference GR4 with the continuous solution of the state-space representation. The parameters of the state-space representation discrete solution show the same behaviour as the reference GR4 ones so it was chosen not to show them. This proves that all the improvements shown in this section are only



due to the continuous resolution of the state-space model.

In Fig. 3.9, the free parameter values obtained by calibration at the hourly time step are compared to those obtained at the daily time step using the reference GR4 version. The dashed lines represent the regression obtained by the theoretical relations reported in Table 3.3. One can note that the calibrated parameters (the dots in Fig. 3.9) are quite different between the two time steps but it is important to note that the values of the  $x_3$  parameter follow the relations proposed by Ficchi et al. (2016) (the dashed lines). The high values of  $x_1$  are underestimated compared to the theoretical relation as are the low values of the  $x_2$  parameter. There is also an issue with the unit hydrograph parameter ( $x_4$  in Fig. 3.9) for which calibrated hourly parameter values are systematically lower than the values it would have by following the transformation. Kavetski et al. (2011) and Littlewood et Croke (2008) encountered the same issue with the lag parameter of their models.

The values of  $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_4$  are inconsistent compared to the values expected using the theoretical transformations. Regarding the work of Ficchi (2017), we can argue that the changes in the high values of  $x_1$  and the low values of  $x_2$  are due to temporal inconsistencies in the interception calculation. The case of the  $x_4$  parameter is more problematic. The differences in the  $x_4$  values probably stem from the discretization of the unit hydrograph at different time steps.

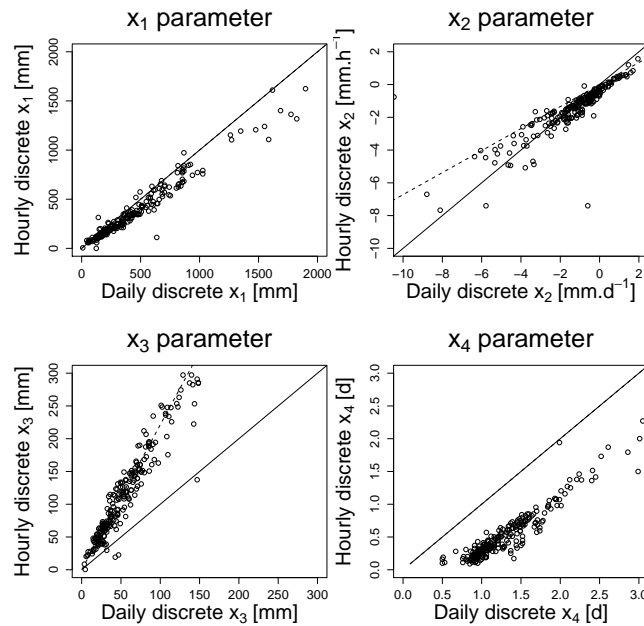


FIGURE 3.9 – Scatter plots representing the four parameters of the reference (daily and hourly) GR4 models obtained by calibration with  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as objective function. The solid line represents the  $y = x$  regression and the dashed lines the transformation relations of Table 3.3. D’après Santos et al. (2018a).

In the continuous state-space model, the time step is taken into account in the temporal numerical integration of the model. For this reason, in theory there is no need to adapt the values of the parameters. This is confirmed in Fig. 3.10, where the values of calibrated parameters remain approximately constant despite the time step change. Only the high values of  $x_1$  and the values of  $x_2$  slightly diverge from the  $x = y$  line.

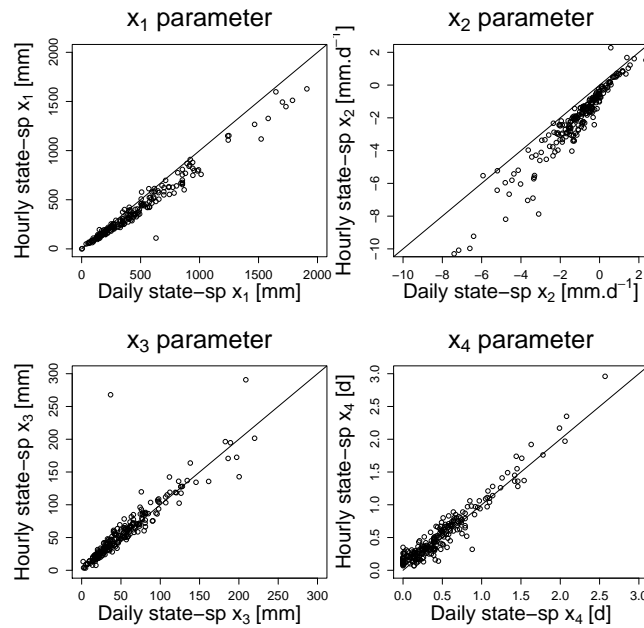


FIGURE 3.10 – Scatter plots representing the four parameters of the continuous state-space (daily and hourly) GR4 models obtained by calibration with  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  as the objective function. The solid line represents the  $y = x$  line. D’après Santos et al. (2018a).

This result is useful in building a model that can adapt its time step resolution depending on given conditions. The results are particularly interesting for the case of  $x_4$  values because the  $x_4$  values are constant between the two time steps, resolving the issue encountered by Littlewood et Croke (2008), Kavetski et al. (2011) and Ficchi et al. (2016) with lag parameters. As explained in the work of Littlewood et Croke (2013), this improvement can be explained by the fact that the adaptive sub-step integration approximates a continuous time input in the Nash cascade. The results obtained with the  $x_4$  parameter here tend to confirm on a wide range of catchments this earlier work. However, in addition to the input errors, the lack of  $x_4$  time consistency can also be explained by the integration errors produced by the operator splitting at daily time step.

The outliers in  $x_3$  values that occur in Fig. 3.10 are also present in Fig. 3.9. No explanations relating to physical characteristics of these catchments or simulation performance were found. We assume that these outliers values are due to the non sensitivity of the  $x_3$  parameter for these catchments.

Finally, to verify stability, we also need to compare the performance of the models at the hourly time step. Figure 3.11 shows that, as at the daily time step, the performance is similar for the different versions.

Thus, the continuous state-space representation shows better temporal stability in the  $x_4$  parameter values with similar performance.

### 3.3.5 Conclusions and perspectives

The objective of this study was to present a version of a bucket-type rainfall-runoff model with a robust numerical resolution of the governing water balance equations by setting up a continuous state-space representation. The methodology is based on (i) identifying the state variables, (ii) writing their differential equations, (iii) replacing

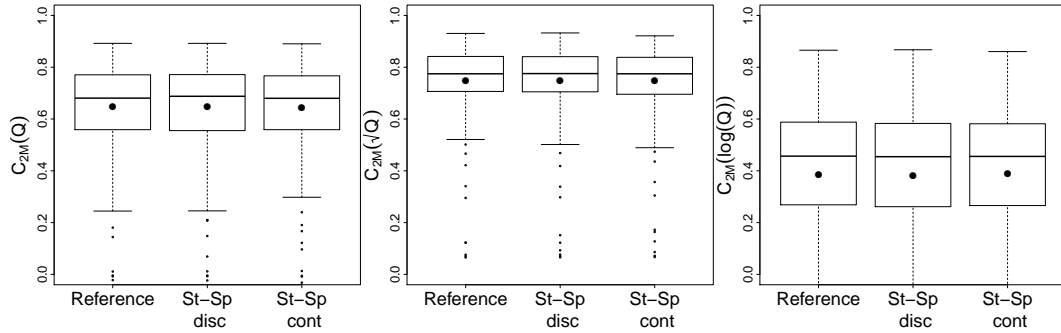


FIGURE 3.11 – Performance comparisons obtained in validation between the reference (with unit hydrograph), the discrete state-space (with Nash cascade) and the continuous state-space hourly GR4, on 240 catchments, focusing on high (left), intermediate (middle) and low (right) flows after calibration with the  $C_{2M}(\sqrt{Q})$  (i.e. focusing on intermediate flow). The points represent the mean performance. D’après Santos et al. (2018a).

certain components of the model with more easily described components in terms of differential equations (namely replacing the unit hydrograph with a Nash cascade here), (iv) solve these equations with a robust numerical integration technique. Finally, all the fluxes that form the water balance equation governing a state are solved simultaneously while they are solved sequentially in operator splitted models. As stated by Fenicia et al. (2011), this is more physically satisfying.

This work was presented using the example of the GR4 model. The new version was created to be as close as possible to the initial model but a single modification was implemented: a Nash cascade substitutes the model’s unit hydrograph.

When analysing the results and the output flows, it was shown that the new formulation, when solved with a robust numerical technique, has a limited impact on performance. However, the analysis of the parameter values and of the internal fluxes of the model shows that some discrepancies occur when running the model. The peak flow of the Nash cascade occurs sooner than the peak flow of the unit hydrograph. The amount of water in the routing store and exchanged by the groundwater exchange function is also higher for the state-space representation, particularly during high-flow periods.

Nonetheless, the continuous state-space representation simulates flows that are very similar to the flows simulated by the original GR4 version and performs equally well. It also seems to provide greater stability in the parameter values, particularly regarding different modelling time steps. Moreover, the use of the Nash cascade rather than the unit hydrograph improves (when solved with implicit Euler) the lag parameter value stability with time steps. This improved stability can make it easier to calibrate the model with a given data set and to apply it at a finer time step for which no discharge data are available. It can also allow using a model that runs at a finer time step in high-flow periods and a larger time step in low-flow periods.

Furthermore, the comparison between the discrete and continuous state-space model shows that the benefits provided by the continuous state-space representation are a result of the use of a robust numerical integration technique. Indeed, solving the state-space representation using operator splitting introduces errors that impact the simulated flow values and do not result in parameter stability. Thus, the real benefit of the use of the Nash cascade is to simplify the numerical solving application.

The performance obtained with the continuous state-space model is not better than

that of the original model. In addition, because the number of sub-steps sometimes needs to be high, the computational time is longer with the continuous state-space representation of the model. Consequently, the use of this representation would be helpful for particular applications such as time-variable modelling. It might also be useful for certain data assimilation techniques (typically variational methods) because all the components are represented as states and the governing equations are clearly defined.

In addition, it could also be advantageous to find a way to adapt the number of stores of the Nash cascade to the catchment studied.

Although it is necessary to adapt the Nash Cascade to different unit hydrograph shapes, this article suggests a sufficiently general methodology to erase operator splitting in hydrological bucket-type modelling and can be transposed to other models.

### 3.3.6 Code and data availability

The Fortran code used in this article can be freely downloaded from GitHub at: <http://github.com/HYDRO-group-Irstea-Antony/GR4-State-space-version-1.0> The state-space model can be tested on an example catchment data set with already calibrated model parameters. The full reference for this code can be found in the references (Santos, 2017), it is referenced with the following doi: <http://doi.org/10.5281/zenodo.1118183>.

## 3.4 Discussions autour de l'article

Dans le cadre de cette thèse mais aussi de manière plus générale, plusieurs aspects de cet article peuvent être discutés. En effet, les résultats obtenus peuvent être complétés pour permettre de mieux les comprendre.

### 3.4.1 Intérêt pour le Super Modèle

L'application de la méthode du Super Modèle à GR4J est le principal enjeu qui a motivé ce travail de réécriture en représentation d'états. Le principal attrait de cette représentation d'états est qu'elle rend les équations différentielles du modèle disponibles. Il suffit alors d'ajouter le terme correcteur à l'équation différentielle. De plus, la résolution numérique est assez souple pour pouvoir prendre en compte ce nouveau terme. La cascade de Nash permet de représenter l'hydrogramme unitaire sous forme de réservoirs et donc sous forme d'états adaptés à l'utilisation du Super Modèle. Ainsi, la fonction de retard devient une variable d'état susceptible de caractériser la réponse du bassin versant et d'être corrigée par le Super Modèle.

Par ailleurs, les résultats de l'article montrent que les performances et débits simulés produits par le modèle d'états sont similaires à ceux du modèle GR4J tel qu'il est implémenté actuellement. Il en va de même pour les flux internes et les niveaux de réservoirs qui sont très semblables entre les deux versions. La représentation d'états du modèle est donc utilisable pour implémenter le Super Modèle sans pour autant que GR4 en soit dénaturé.

### 3.4.2 Discussion des méthodes de résolution numérique des équations

La résolution numérique des équations différentielles n'est pas évoquée longuement dans l'article présenté précédemment, mais elle a été étudiée durant le processus de mise en place de ce modèle en représentation d'états. Le choix de la méthode est le résultat d'une analyse bibliographique ainsi que d'une série de tests sur les méthodes d'Euler. Ces tests, dont une partie sont présentés au sein de l'annexe D, ont abouti à l'implémentation de la méthode d'Euler implicite avec un nombre de sous-pas de temps adaptatif. Le choix de cette méthode à sous-pas de temps adaptatif entre en conflit avec certaines publications très citées en hydrologie qui concluent que la méthode d'Euler implicite sans sous-pas de temps est suffisante (c'est par exemple le cas des travaux de Clark et Kavetski, 2010). Cependant, comme l'indique la réponse faite à l'un des relecteurs de l'article présenté au début de ce chapitre (Santos et al., 2018b), l'utilisation d'Euler implicite sans sous-pas de temps dégrade les performances (figure 3.12) et réduit la stabilité temporelle des paramètres (figure 3.13) par rapport au modèle basé sur un nombre de sous-pas de temps adaptatif. L'utilisation d'un nombre de sous-pas de temps adaptatif a donc un réel intérêt pour réduire de manière non négligeable l'erreur numérique due à l'intégration et la dépendance temporelle des paramètres.

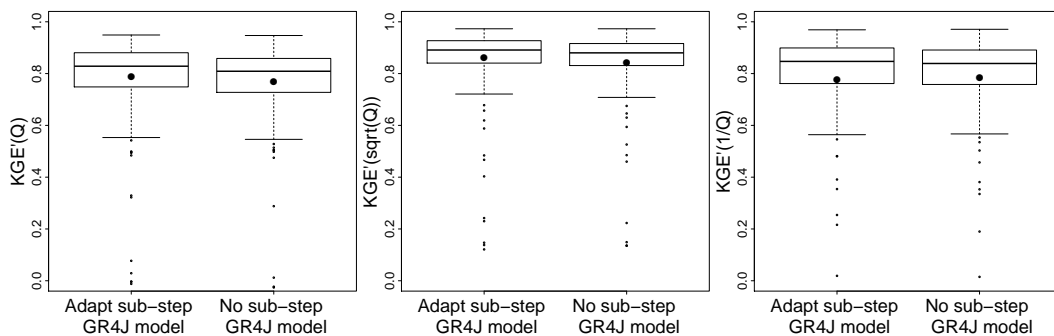


FIGURE 3.12 – Comparaison du KGE' sur 240 bassins versants pour GR4J en représentation d'états résolue de manière implicite sans sous-pas de temps et avec un nombre adaptatif de sous-pas de temps. Le calage a été effectué avec pour fonction objectif le KGE' calculé sur les racines carrées des débits. D'après Santos et al. (2018b).

Par ailleurs, le nombre de sous-pas de temps obtenu à chaque pas de temps peut être analysé pour comprendre ce qui rend les sous-pas de temps nécessaires à la résolution des équations différentielles. En premier lieu, j'ai voulu identifier des liens potentiels entre certaines variables et le nombre de sous-pas de temps. Pour cela, des nuages de points ont été tracés pour chaque bassin en fonction de différentes variables d'entrée, de sortie et internes. Seules les variables d'entrée (l'évapotranspiration potentielle et la hauteur d'eau précipitée du jour, neutralisés par la phase d'interception de GR4) ont montré un lien avec le nombre de sous-pas de temps. La figure 3.14 montre le lien existant entre données d'entrée journalières et nombre de sous-pas de temps dans le cas de la Bourbre à Tigneu-Jameyzieu (un bassin de 696 km<sup>2</sup> dont le code de bassin HYDRO2 est V1774010) qui est l'un des 10 bassins du sous-échantillon de test (voir pour cela la figure 2.1).

La figure 3.14 montre qu'une relation quasi linéaire existe entre l'impulsion d'entrée et le nombre de sous-pas de temps. Les pentes des droites de la figure 3.14 sont à peu près les mêmes (l'échelle des graphiques donne l'impression du contraire). La valeur de

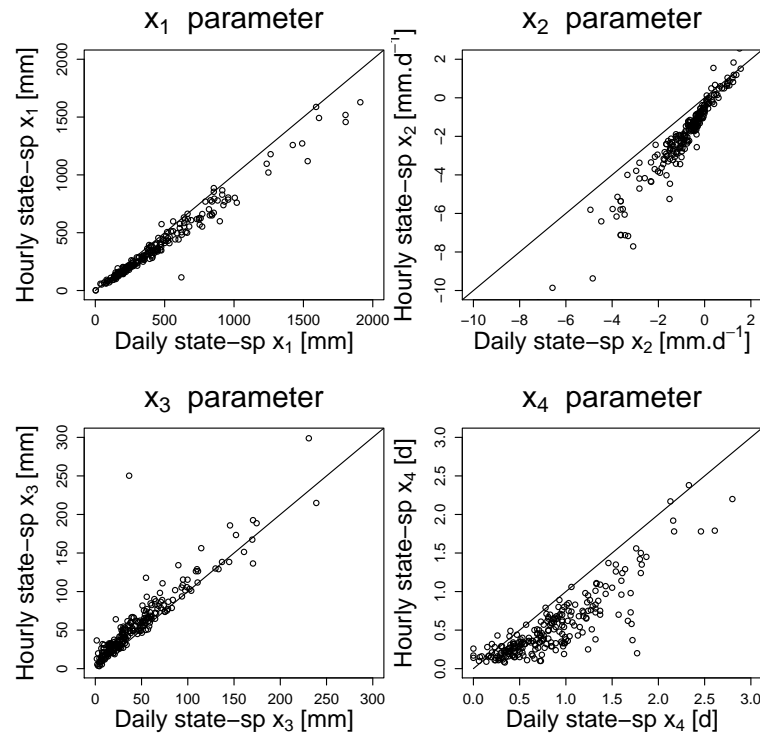


FIGURE 3.13 – Différences entre les valeurs de paramètres horaires et journaliers de GR4 sans sous-pas de temps. Les paramètres ont été obtenus aux deux résolutions temporelles par deux calages avec pour fonction objectif le KGE' calculé sur les racines des débits. Cette figure est à comparer à la figure 3.10. D'après Santos et al. (2018b).

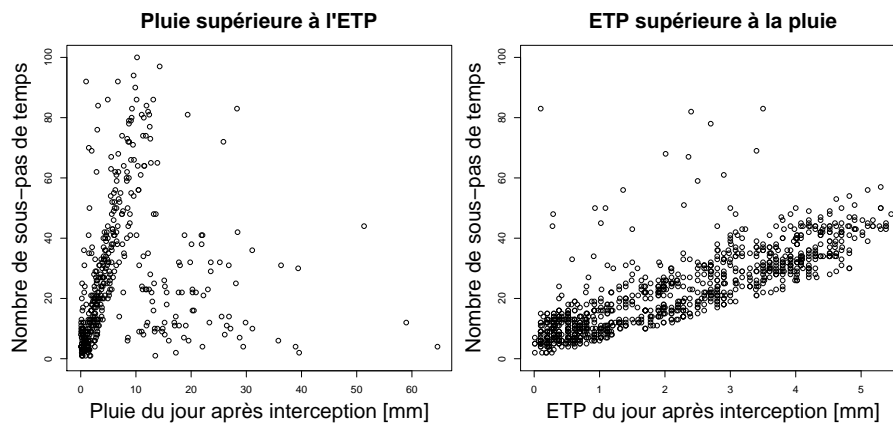


FIGURE 3.14 – Relation entre le nombre de sous-pas de temps utilisés par GR4 et le résultat de la neutralisation lorsque la pluie est supérieure à l'ETP (gauche) et lorsque l'ETP est supérieure à la pluie (droite) dans le cas du bassin de la Bourbe à Tigneu-Jameysieu.

l'impulsion d'entrée est donc le principal facteur de calcul du nombre de sous-pas de temps.

La relation linéaire entre la pluie interceptée et le nombre de sous-pas de temps employés par le modèle n'est cependant pas valable lorsque la pluie est forte. Cela peut être dû au fait que le nombre de sous-pas de temps a été limité à 100 (pour des raisons de temps de calcul) ou au fait que d'autres mécanismes interviennent dans le modèle lors de pluies fortes. De plus, si globalement ces droites s'observent sur tous les bassins

de l'échantillon, la dispersion des données autour de la droite peut varier. Sur certains bassins, la pente est aussi modifiée. Là encore, cela montre que l'impulsion d'entrée n'est pas le seul facteur à entrer en compte dans le calcul du nombre de sous-pas de temps nécessaires.

En dehors des variables d'entrée, il n'a ni été possible de trouver de relation claire entre le nombre de sous-pas de temps et les variables d'états, ni entre ce nombre et le débit sortant.

Comme les variables météorologiques sont les principaux facteurs explicatifs du nombre de sous-pas de temps, la répartition géographique du nombre moyen de sous-pas de temps par bassin est assez homogène (figure 3.15). La carte montre une correspondance plutôt bonne entre le nombre moyen de sous-pas de temps sur un bassin et la pluviométrie annuelle moyenne. Sur les bassins très humides il est donc préférable d'utiliser un algorithme de résolution plus fin que sur un bassin sec.

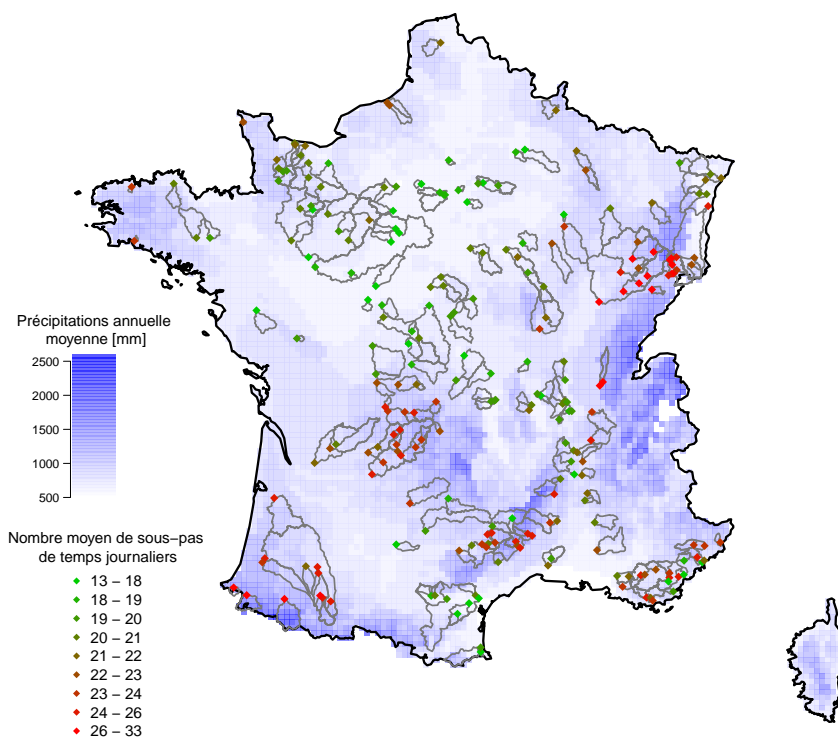


FIGURE 3.15 – Nombre moyen de sous-pas de temps utilisés pour chaque bassin par GR4J en représentation d'états en fonction de la hauteur moyenne de précipitations annuelles (calculée sur la période 1959-2008). Le nombre de sous-pas de temps est représenté par la couleur de l'exutoire (vert si il est faible, rouge si il est fort).

Ces résultats sont intéressants mais ne rendent compte que de l'aspect numérique de l'intégration temporelle (le nombre de sous-pas de temps représente en quelques sorte les temps caractéristiques des équations différentielles). Ils ne permettent pas de rendre compte du pas de temps de données nécessaire à la bonne modélisation du débit sur le bassin en se basant sur les processus à l'œuvre sur ce bassin. Par exemple, un bassin soumis aux crues éclair ne nécessite pas forcément un nombre de sous-pas de temps important pour l'intégration des équations différentielles du modèle mais peut nécessiter l'utilisation de données à pas de temps plus fin pour modéliser correctement les débits.

### 3.4.3 Précisions sur la dépendance temporelle du modèle

Dans l'article, nous avons souligné l'amélioration de la stabilité du paramètre  $x_4$  (temps de base de l'hydrogramme unitaire, figure 3.10). Cependant, il est important de noter que les paramètres  $x_1$  (capacité maximale du réservoir de production) et  $x_2$  (coefficient d'échange inter-bassins) ne sont pas tout à fait stables d'un point de vue temporel. En horaire, le paramètre  $x_1$  a tendance à être plus petit que sa valeur en journalier (surtout pour les fortes valeurs) et le paramètre  $x_2$  à tendance à être plus négatif qu'en journalier. Ces résultats sont conformes à ceux trouvés par Ficchi (2017) durant sa thèse. Au sein du paragraphe intitulé "Consistency of the state-space representation through time steps" de l'article, les différences qui existent entre les valeurs de  $x_1$  et  $x_2$  n'ont pas été abordées en profondeur alors qu'elles ne sont pas négligeables. Pour preuve, les performances d'un modèle horaire utilisant les paramètres calés au pas de temps journalier sont largement moins bonnes que celles d'un modèle horaire calé au pas de temps horaire (figure 3.16). De plus, il est important de noter que le paramètre  $x_4$  n'est pas non plus complètement stable. En effet, les valeurs du paramètre sont très différentes pour les bassins pour lesquels il est inférieur à 0.5 jour. Même si, contrairement au modèle discret, le modèle en représentation d'états est capable de simuler des paramètres  $x_4$  inférieurs à cette valeur, la réponse hydrologique des bassins versants en question est trop rapide pour être bien décrite par les données journalières.

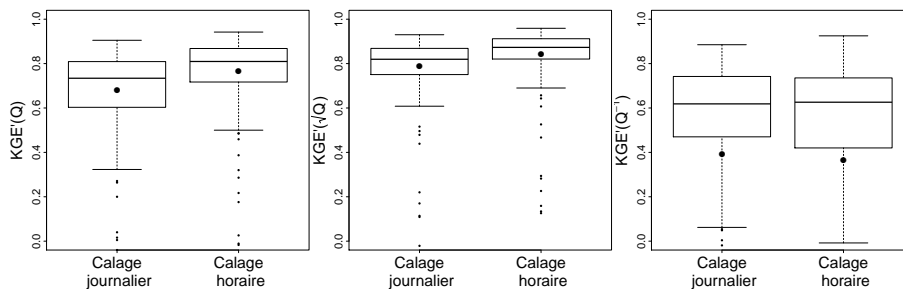


FIGURE 3.16 – Différences de performances du modèle horaire GR4 en représentation d'états lorsque les paramètres sont calés au pas de temps journalier et au pas de temps horaire. La fonction objectif utilisée est le KGE' calculé sur les racines des débits. Les limites des boîtes correspondent aux trois quartiles et les moustaches correspondent à l'intervalle de confiance 95%.

Durant sa thèse, Ficchi (2017) est parvenu à stabiliser les valeurs de  $x_1$  et  $x_2$  en ajoutant un réservoir d'interception au modèle. Pour vérifier son hypothèse dans le cas de GR4 en représentation d'états, un réservoir d'interception a été ajouté au modèle d'état aux pas de temps horaires et journaliers. Le réservoir ajouté est identique au réservoir d'interception utilisé par Fenicia et al. (2014) dans certains des modèles qui ont servi à leur étude. Il s'agit d'un réservoir à débordement décrit par une équation différentielle pseudo-linéaire qui est paramétré par sa capacité maximale. Le modèle ainsi obtenu comporte donc un paramètre supplémentaire que nous appellerons  $x_{int}$ . Ce modèle sera appelé GR5-int dans ce chapitre.

Après calage, les quatre paramètres du modèle GR5-int qui correspondent à ceux du modèle GR4 ont une meilleure stabilité temporelle que ceux de GR4 (figure 3.17). En particulier, les paramètres  $x_1$  et  $x_2$  ne sont plus systématiquement inférieurs pour le modèle horaire par rapport au modèle journalier comme c'était le cas pour GR4 (figure 3.10). Les valeurs de  $x_3$  semblent, en revanche, légèrement moins stables et les



problèmes de sensibilité pour les faibles  $x_4$  persistent assez logiquement (dans ce cas, il s'agit d'un manque d'information des données journalières). Malgré cette relative stabilité des paramètres initiaux de GR4, le paramètre nouvellement ajouté ( $x_{int}$ ) n'est lui pas du tout stable : il existe une différence systématique entre les valeurs de paramètres calés en utilisant le pas de temps journalier et celles qui sont issues d'un calage utilisant le pas de temps horaire (figure 3.18). Cela peut être dû à un manque de sensibilité de ce paramètre et confirme les travaux de Ficchi (2017) qui avait choisi de ne pas caler ce paramètre pour éviter la surparamétrisation du modèle. Il avait par ailleurs montré que la capacité du réservoir doit être la même aux deux pas de temps car l'interception est un processus typiquement journalier. Le fait que les valeurs soient différentes après calage est potentiellement dû à un problème de sensibilité.

Il semble donc que les différences d'informations sur les processus hydrologiques qu'apportent les observations de données d'entrées et de sortie à chaque pas de temps se répercute sur les valeurs de paramètres. Il s'agit là d'un problème insurmontable numériquement qui est dû au surplus d'information qu'apportent les données horaires par rapport aux données journalières.

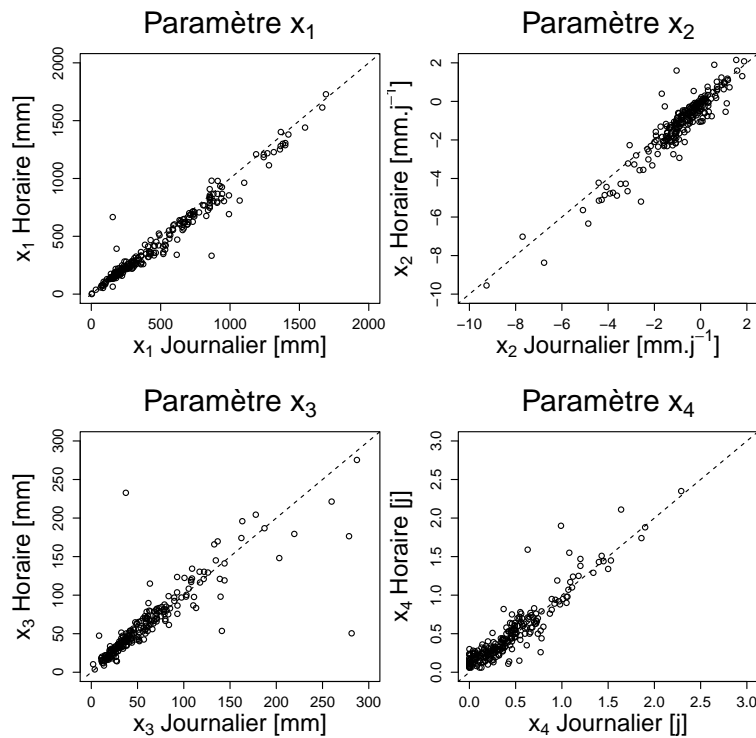


FIGURE 3.17 – Différences entre les valeurs des quatre paramètres initiaux horaires et journaliers de GR5-int sans sous-pas de temps. Les paramètres ont été obtenus aux deux pas de temps par deux calages avec pour fonction objectif le KGE' calculé sur les racines carrées des débits. Le fait d'utiliser un réservoir d'interception permet de stabiliser les valeurs de paramètres entre pas de temps.

Le manque d'information apportée par les données journalières s'observe aussi au niveau des performances lorsque les modèles utilisés au pas de temps horaire ont été calés au pas de temps journalier (figure 3.19). En effet, les performances obtenues par GR5-int au pas de temps horaire après calage au pas de temps journalier sont toujours nettement inférieures à celles obtenues après calage au pas de temps horaire. La perte de performance est cependant beaucoup moins accentuée que dans le cas de GR4 (figure 3.16).

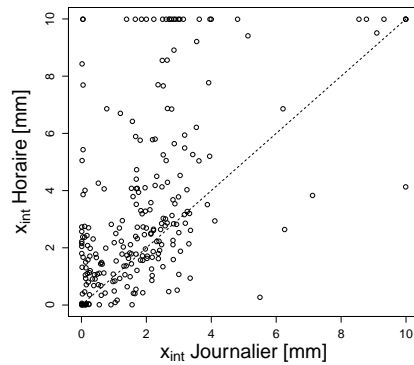


FIGURE 3.18 – Différence entre les valeurs de capacité maximale du réservoir d'interception ( $x_{\text{int}}$ ) calées aux pas de temps horaire et journalier. Le calage a été réalisé avec pour fonction objectif le KGE' calculé sur les racines carrées des débits.

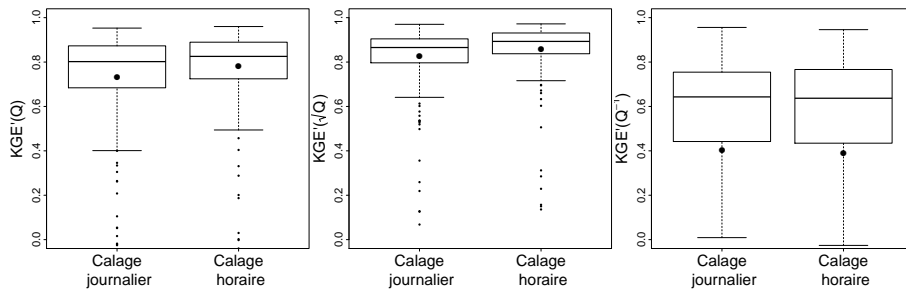


FIGURE 3.19 – Différences de performances du modèle horaire GR5-int lorsque les paramètres sont calés au pas de temps journalier et au pas de temps horaire. La fonction objectif utilisée est le KGE' calculé sur les racines carrées des débits.

### 3.5 Représentation d'états de HYMOD

Le modèle HYMOD (Boyle, 2001, figure 2.7) est le second modèle à avoir été implémenté dans un Super Modèle durant ma thèse. Nous discuterons donc ici de sa réécriture en représentation d'états.

Comme dans le cas de GR4J, le modèle mathématique et l'implémentation informatique de HYMOD ne sont pas clairement différenciés. Cela s'explique par deux facteurs :

- la phase de production du modèle (le modèle de Moore) n'est pas directement implémentée à partir d'équations différentielles et la quantité d'eau produite est calculée discrètement à chaque pas de temps en tenant compte de la répartition statistique des capacités de réservoirs et de leur remplissage au début du pas de temps ;
- les équations différentielles linéaires qui régissent l'évolution des niveaux des réservoirs de routage sont résolues en utilisant la méthode d'Euler explicite sans sous-pas de temps.

Ces deux problématiques ont pour conséquence que le modèle HYMOD n'est pas non plus utilisable dans le cadre du Super Modèle tel qu'il est implémenté habituellement. Plusieurs modifications ont donc été apportées pour le rendre plus adapté aux travaux de cette thèse.

La première de ces modifications, qui n'est pas en rapport avec les problèmes d'im-

plémentation du modèle, est l'ajout d'une phase d'interception sous la forme d'une neutralisation entre les précipitations et l'évapotranspiration potentielle à la manière de GR4J. Cet ajout permet d'améliorer la comparabilité des deux modèles en leur fournissant les mêmes entrées.

Ensuite, la phase de production, composée d'une infinité de réservoirs, a été remplacée par un réservoir unique au comportement similaire. L'équivalence entre le modèle de Moore et un réservoir unique n'est pas nouvelle puisque elle a été étudiée par Moore (1985) dans les travaux proposant le modèle. Les équations différentielles régissant ce réservoir sont d'ailleurs explicitées dans sa publication. Elles sont aussi données dans l'annexe B.2. Le modèle ainsi obtenu n'est composé que de réservoirs (figure 3.20), il s'agit donc bien d'une représentation d'états. Les paramètres de ce modèle ont la même signification que pour le modèle discret (tableau 2.5).

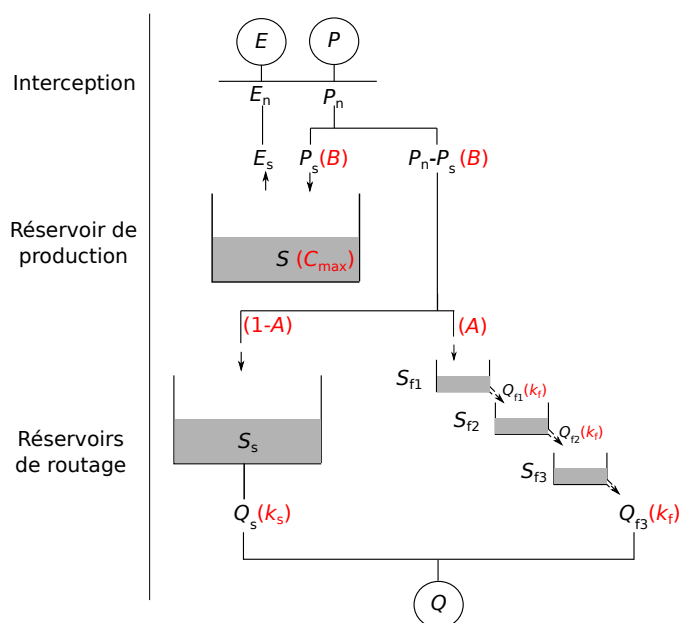


FIGURE 3.20 – Schéma conceptuel du modèle HYMOD en représentation d'états. Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge.

Enfin, les équations différentielles sont résolues par la méthode d'Euler implicite à sous-pas de temps adaptatifs. Cette méthode numérique est plus robuste que ne l'est la méthode d'Euler explicite. Il est aussi primordial pour l'implémentation du Super Modèle que les deux modèles couplés utilisent la même méthode de résolution.

Il est important de souligner que la représentation d'états ainsi créée a de meilleures performances que le modèle HYMOD tel qu'il est implémenté habituellement (figure 3.21). Cette différence de performance peut s'expliquer par les erreurs importantes qu'engendre la méthode d'Euler explicite et par l'apport du calcul de l'interception. Une analyse (non présentée ici) a permis d'identifier que la cause de dégradation des KGE' calculés sur les racines carrées et sur les inverses était plutôt l'utilisation de la méthode d'Euler explicite alors qu'il s'agirait plutôt de l'absence de phase de neutralisation dans le cas du KGE' calculé sur les débits non transformés.

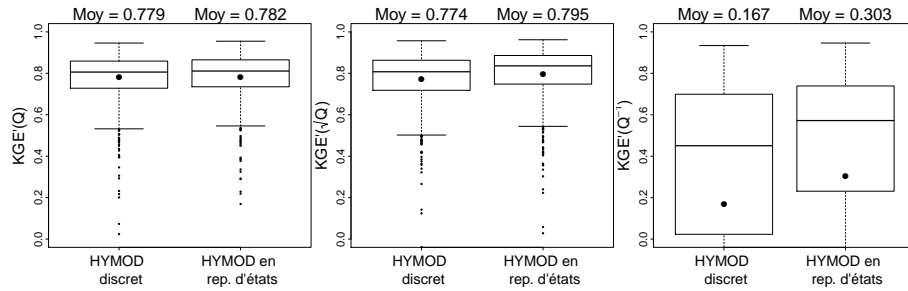


FIGURE 3.21 – Différence de performance entre HYMOD implémenté de manière discrète et continue. La fonction objectif utilisée est le  $KGE'$  calculé sur les débits non transformés.

## 3.6 Conclusion

Les deux modèles utilisés durant cette thèse ont été adaptés pour pouvoir appliquer la méthode du Super Modèle. L'adaptation s'est faite en deux phases :

- les modèles ont été représentés sous forme de combinaisons exclusives de réservoirs. L'évolution du niveau de chaque réservoir est régie par une équation différentielle ;
- les équations différentielles des modèles sont ensuite résolues en utilisant une méthode numérique robuste et adaptable à la méthode du Super Modèle.

Cette façon de procéder ne dégrade pas les performances des modèles (elle les améliore même dans le cas de HYMOD) et ne change pas fondamentalement leurs comportements. La réécriture des modèles permet aussi d'augmenter la stabilité temporelle des paramètres de délai. Cependant, l'instabilité temporelle des paramètres n'est pas uniquement due aux problèmes de résolution numérique des équations, elle est aussi la conséquence du gain d'information apporté par les données mesurées à des pas de temps plus fins. Cette amélioration est donc à nuancer.

Enfin, même si cela n'a été qu'évoqué dans ce chapitre (en conclusion de l'article, section 3.3.5), les modèles en représentation d'états pourraient être utilisés pour l'application de certaines méthodes d'assimilation de données qui sont très rarement utilisées en hydrologie (comme par exemple la méthode proposée par Rey et al., 2014) et qui nécessitent de travailler au niveau des équations différentielles des modèles.



# Chapitre 4

## Un premier Super Modèle hydrologique : couplage de deux modèles GR4J

### 4.1 Introduction

La première version du Super Modèle testée durant cette thèse couple deux modèles GR4J paramétrés différemment. La version de GR4J utilisée est la version en représentation d'états décrite dans le chapitre 3. Le premier de ces deux modèles est paramétré pour reproduire au mieux les hauts débits et le second est davantage tourné vers les bas débits. Les jeux de paramètres distincts de ces modèles ont été obtenus par un calage en utilisant le KGE' comme fonction objectif mais avec deux transformations des débits différentes. Cette façon de procéder, permettant de mettre en place une version simple du Super Modèle, est inspirée des travaux d' Oudin et al. (2006).

Cette version simple du Super Modèle permet de mieux comprendre les modifications des variables internes qu'il engendre. Le fait que les modèles couplés soient de structure identique permet de s'affranchir des différences structurales et donc de mieux appréhender les corrections entraînées par le Super Modèle. Ce procédé s'apparente à ceux mis en place par les climatologues qui ont, jusqu'ici, essentiellement testé leur méthode sur des modèles identiques mais paramétrés différemment (van den Berge et al., 2011 ; Shen et al., 2016 ; Selten et al., 2017).

Comme les modèles couplés ont un comportement très semblable, l'utilisation de la méthode du Super Modèle n'entraîne pas d'amélioration drastique des performances. Par ailleurs, le but *in fine* de l'application du Super Modèle à l'hydrologie est de tirer bénéfice de modèles hydrologiques différents et complémentaires. C'est pour cette raison que ce chapitre est davantage orienté autour de la compréhension du Super Modèle que sur l'étude des gains réels apportés par la méthode.

### 4.2 Mise en place

#### 4.2.1 Calage des deux modèles

Ce chapitre ayant pour but de tester un Super Modèle couplant deux versions de GR4J, il est nécessaire de mettre en place un protocole pour créer deux versions suffi-

samment différentes de ce modèle. Ces versions sont différenciées durant leurs phases de calage en choisissant deux fonctions objectif différentes.

Les modèles GR4J sont calés en utilisant l’algorithme pas-à-pas (voir section 2.4.4). Le calage se fait sur chacun des 650 bassins de l’échantillon décrit dans la section 2.2.3. Sur chaque bassin, un *split-sample test* de niveau 1 est réalisé. Cela signifie que, pour chaque bassin, la période pour laquelle les données de débits observés sont disponibles est divisée en deux sous-périodes (figure 4.1). La première moitié est désignée comme la période de calage. La seconde moitié est la période de validation et permettra d’évaluer le modèle.

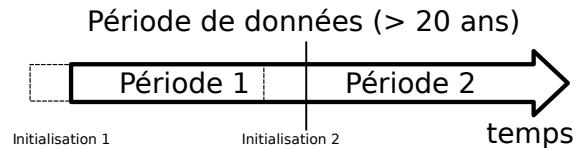


FIGURE 4.1 – Illustration de la séparation des données de débits disponibles en une première période destinée au calage des modèles et une deuxième période destinée à leur évaluation. Une période destinée à l’initialisation des modèles est ajoutée à ces dernières.

Le KGE’ (Kling et al., 2012) est choisi comme fonction objectif pour caler les modèles GR4J sur les données disponibles. Cependant, pour différencier les deux versions du modèle qui sont couplées, différentes transformations du débit sont appliquées (voir pour cela la section 2.4.2). Le premier modèle, qui sera appelé GR4J “hauts débits” (abrégé HQ), est calé sans transformer les débits. Cela permet au modèle de se focaliser sur une gamme de débits plutôt forts. Le second modèle, baptisé GR4J “bas débits” (abrégé BQ), est calé en calculant le KGE’ sur les inverses des débits. Cela permet au modèle de se focaliser davantage sur les bas débits. La figure 4.2 montre bien que, après calage, chacun de ces deux modèles a ses points forts et points faibles. Le modèle calé sur les débits non transformés (en bleu sur la figure 4.2) simule des débits de pointe plus élevés et souvent plus proches de la réalité que ceux du modèle calé sur l’inverse des débits (en rouge sur la figure 4.2). En revanche, ce dernier simule des étiages plus proches de la réalité. Cela peut par exemple être constaté en décembre 2003 sur la figure 4.2.

Les paramètres obtenus par ce calage sont conservés pour être réutilisés lors de la mise en place des Super Modèles.

## 4.2.2 Choix des variables échangées

Les deux modèles pris en compte dans le Super Modèle ayant une structure identique, le choix des variables échangées ne représente pas une difficulté majeure pour mettre en place le Super Modèle. C’est d’ailleurs un des principaux intérêts de cette configuration. Le choix a été fait d’échanger les niveaux des deux principaux réservoirs de GR4J : le réservoir de production  $S$  et le réservoir de routage  $R$  (voir figure 4.3).

Bien que les réservoirs de chaque modèle soient régis par les mêmes équations, une fonction de mise à l’échelle ( $h$  dans l’équation 1.5) est appliquée au niveau de réservoir correcteur. Cette mise à l’échelle consiste à diviser les niveaux de réservoirs par leur capacité maximale respective (équations 4.1 et 4.2). Le but est d’échanger les taux de remplissage plutôt que les niveaux en eux-mêmes pour éviter qu’un réservoir corrigé ne dépasse sa capacité maximale.

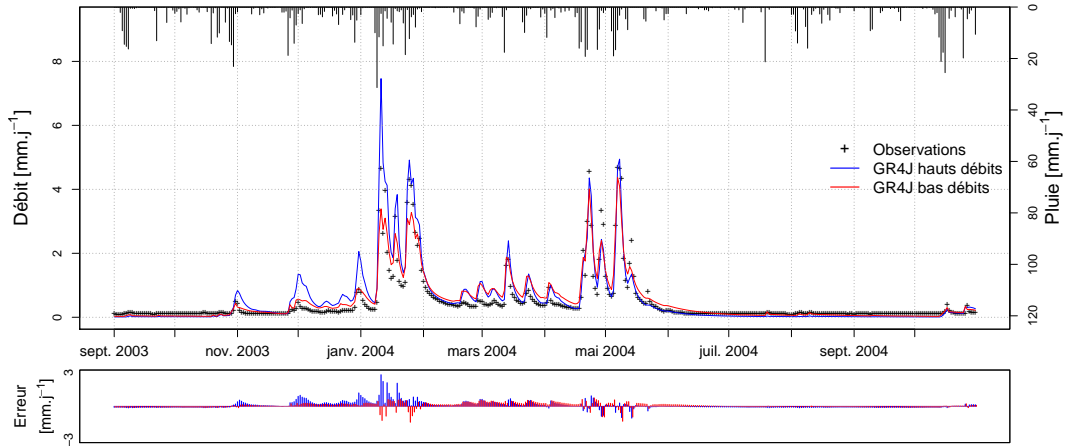


FIGURE 4.2 – Hydrogrammes des débits observés et simulés de la Gélise à Mézin durant l’année hydrologique 2003-2004 (période de validation). Les débits simulés par GR4J après calage sur des débits sans transformation (GR4J HQ) sont tracés en bleu alors que ceux qui sont simulés par GR4J après calage sur l’inverse des débits (GR4J BQ) sont tracés en rouge.

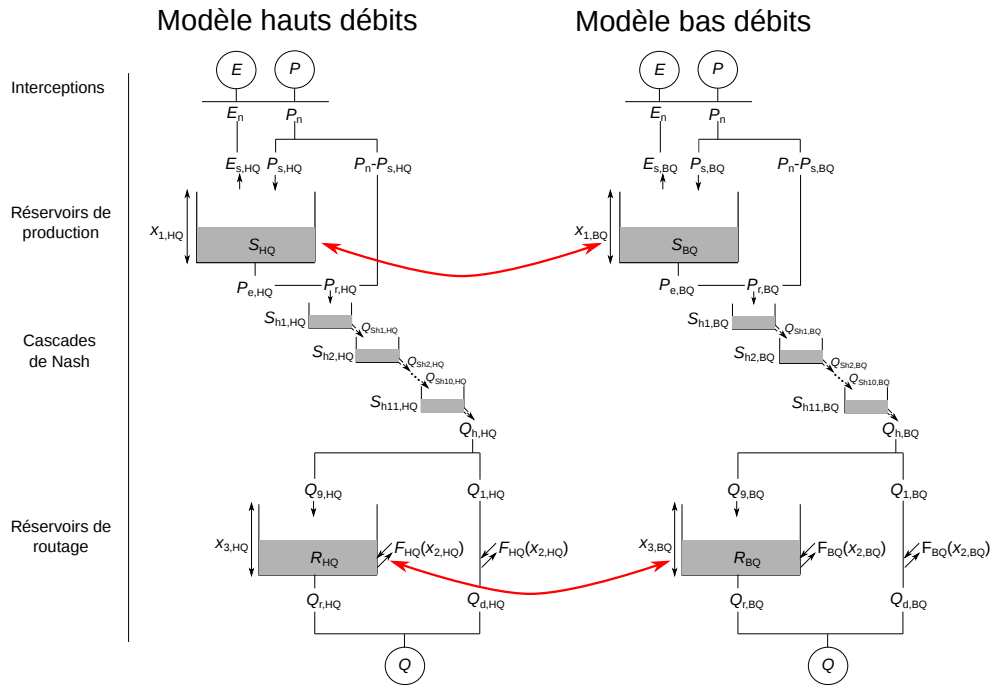


FIGURE 4.3 – Schéma des variables échangées (flèches rouges) par le Super Modèle entre les deux versions de GR4J.

Pour le réservoir de production, l’équation d’implémentation du Super Modèle est déduite de la première équation du système 3.9 à laquelle est ajouté le terme correcteur :

$$\begin{aligned} \dot{S}_{HQ} &= P_{s,HQ} - E_{s,HQ} - P_{e,HQ} + C_{S,HQ} \cdot x_{1,HQ} \left( \frac{S_{BQ}}{x_{1,BQ}} - \frac{S_{HQ}}{x_{1,HQ}} \right) \\ \dot{S}_{BQ} &= P_{s,BQ} - E_{s,BQ} - P_{e,BQ} + C_{S,BQ} \cdot x_{1,BQ} \left( \frac{S_{HQ}}{x_{1,HQ}} - \frac{S_{BQ}}{x_{1,BQ}} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Les flux de chaque équation différentielle ( $P_s$ ,  $E_s$  et  $P_e$ ) sont explicités dans le tableau 3.1. L’indice HQ indique que ce flux est affilié au modèle hauts débits alors que l’indice BQ concerne les bas débits. Dans ces équations,  $S_{HQ}$  et  $S_{BQ}$  sont respectivement les niveaux de réservoirs de production des modèles GR4J hauts débits et bas



débits,  $\dot{S}_{\text{HQ}}$  et  $\dot{S}_{\text{BQ}}$  représentent la dérivée des niveaux de réservoirs par rapport au temps. Enfin, les derniers termes des sommes sont les termes correcteurs liés au Super Modèle.  $C$  représente le coefficient correcteur du Super Modèle, il est indiqué en fonction de la variable qu'il corrige (ici  $S$ ) et du modèle auquel cette variable corrigée appartient (HQ et BQ).  $x_1$  représente la capacité maximale du réservoir de production et est lui aussi indiqué en fonction du modèle dont il est le paramètre.

Pour le réservoir de routage, les équations sont déduites de la dernière équation du système 3.9 :

$$\begin{aligned}\dot{R}_{\text{HQ}} &= Q_{9,\text{HQ}} + F_{\text{HQ}} - Q_{\text{r,HQ}} + C_{\text{R,HQ}} \cdot x_{3,\text{HQ}} \left( \frac{R_{\text{BQ}}}{x_{3,\text{BQ}}} - \frac{R_{\text{HQ}}}{x_{3,\text{HQ}}} \right) \\ \dot{R}_{\text{BQ}} &= Q_{9,\text{BQ}} + F_{\text{BQ}} - Q_{\text{r,BQ}} + C_{\text{R,BQ}} \cdot x_{3,\text{BQ}} \left( \frac{R_{\text{HQ}}}{x_{3,\text{HQ}}} - \frac{R_{\text{BQ}}}{x_{3,\text{BQ}}} \right)\end{aligned}\quad (4.2)$$

Dans ces équations, les flux  $Q_9$ ,  $F$  et  $Q_{\text{r}}$  sont aussi explicités dans le tableau 3.1,  $R_{\text{HQ}}$  et  $R_{\text{BQ}}$  sont respectivement les niveaux de réservoirs de routage des modèles GR4J hauts débits et bas débits, les autres sont indiquées de la même manière que pour l'équation 4.1. Étant donné qu'il est ajouté à l'équation différentielle, le terme de Super Modèle n'entraîne pas de niveaux négatifs.

Ces équations différentielles sont intégrées aux deux modèles et sont résolues en utilisant la même méthode numérique que pour la représentation d'états de GR4J présenté dans le chapitre 3 : la méthode d'Euler implicite à sous-pas de temps adaptatifs. La différence est que les équations des modèles ne sont plus résolues l'une après l'autre mais simultanément. La méthode numérique a donc été implémentée en prenant en compte un solveur de Newton-Raphson (annexe D.2.1) destiné à résoudre simultanément deux équations (en l'occurrence, les systèmes d'équations 4.1 ou 4.2). La conséquence au niveau de l'implémentation est qu'il n'existe qu'une routine regroupant les deux modèles corrigés.

### 4.2.3 Choix de la variable de sortie utilisée pour le calage

Le choix de la variable de sortie utilisée dans le calcul de la fonction objectif est un problème qui a été peu évoqué jusqu'ici. Les climatologues qui ont proposé la méthode du Super Modèle ont pris le parti de calculer la moyenne des sorties des modèles corrigés et de concentrer leurs analyses sur celle-ci. Cependant, il est aussi possible de ne prendre en compte que la sortie de l'un des modèles voire même les deux. Ce choix dépendra de l'objectif poursuivi et de la configuration du Super Modèle. Calculer la moyenne des sorties de chaque modèle permet d'arriver à un compromis entre ces derniers alors que conserver une (ou plusieurs) sortie(s) corrigée(s) telle(s) quelle(s) permet de corriger un modèle grâce à la méthode.

Dans le cas d'un Super Modèle composé de deux modèles GR4J, la moyenne n'est pas forcément la meilleure solution car elle va à la fois dégrader la simulation des hauts et des bas débits ce qui n'est pas forcément souhaitable. Il sera pourtant intéressant de voir comment le Super Modèle parvient à améliorer la moyenne des débits. Dans ce chapitre, trois sorties du Super Modèle que sont la moyenne, la sortie corrigée du modèle hauts débits et la sortie corrigée du modèle bas débits, seront testées.

#### 4.2.4 Calage des coefficients correcteurs

Les coefficients correcteurs du Super Modèle sont calés de la même manière que les paramètres des modèles pluie-débit individuels. La méthode pas-à-pas a été adaptée au Super Modèle et les périodes de *split sample test* employées restent les mêmes (figure 4.1). Les fonctions objectif utilisées ne sont autres que des KGE' calculés à partir des débits non transformés, de l'inverse des débits et de leurs racines carrées.

En plus de cela, plusieurs calages sont effectués en fonction de la sortie du Super Modèle prise en compte. Neuf calages des coefficients du Super Modèle sont donc réalisés : chacune des trois fonctions objectif est utilisée successivement pour caler les paramètres du Super Modèle, et pour chacune d'entre elles, chacune des trois sorties (débits corrigés du modèle hauts débits, débits corrigés du modèle bas débits et moyenne des deux séries de débits corrigés) est utilisée comme sortie pour l'optimisation (tableau 4.1).

TABLEAU 4.1 – Résumé des calages effectués pour mettre en place le Super Modèle composé de deux GR4J. Les noms des expériences utilisées pour l'analyse sont détaillés dans ce tableau.

Transformation du débit \ Éléments calés	Aucune (hauts débits)	Racine (débits intermédiaires)	Inverse (bas débits)
Paramètres de GR4J pour couplage SUMO	REF HQ		REF BQ
Paramètres de GR4J pour référence	REF IQ		
Coefficients de SUMO couplant 2 GR4J			
Moyennes des débits	GR4J_av_HQ	GR4J_av_IQ	GR4J_av_BQ
Débits GR4J hauts débits corrigés	GR4J_HQ_HQ	GR4J_HQ_IQ	GR4J_HQ_BQ
Débits GR4J bas débits corrigés	GR4J_BQ_HQ	GR4J_BQ_IQ	GR4J_BQ_BQ

Au total, douze séries de débits sont obtenues sur la période de validation pour chaque bassin afin de mener à bien l'analyse du Super Modèle. La méthode d'obtention de ces douze séries est explicitée par la figure 4.4. Au total, trois de ces séries correspondent aux trois calages de GR4J sur les trois fonctions objectif et servent de référence pour analyser le Super Modèle. Pour simplifier les explications, ces séries portent le code REF HQ (pour hauts débits), REF BQ (pour bas débits) et REF IQ (pour débits intermédiaire). Cette dernière série est obtenue à partir de paramètres calés avec le KGE' calculé sur la racine carrée des débits comme fonction objectif qui ne seront pas utilisés par le Super Modèle. Elle a pour but de servir de point de comparaison par rapport aux séries issues du Super Modèle. Les neuf séries issues du Super Modèle portent le code GR4J\_\* (pour parler d'un Super Modèle couplant deux modèles GR4J) auquel est associé la sortie choisie et la transformation utilisée pour le calage. Les codes sont explicités dans le tableau 4.1 et la figure 4.4. Les trois fonctions objectif utilisées lors des calages sont aussi utilisées comme critères d'évaluation de chacune de ces séries de débits afin d'analyser les performances du Super Modèle sous plusieurs aspects.

### 4.3 Résultats de la méthode

Une fois les Super Modèles calés, leurs performances sont évaluées sur la période de validation. Si le principal objectif de ce test de Super Modèles est d'analyser le

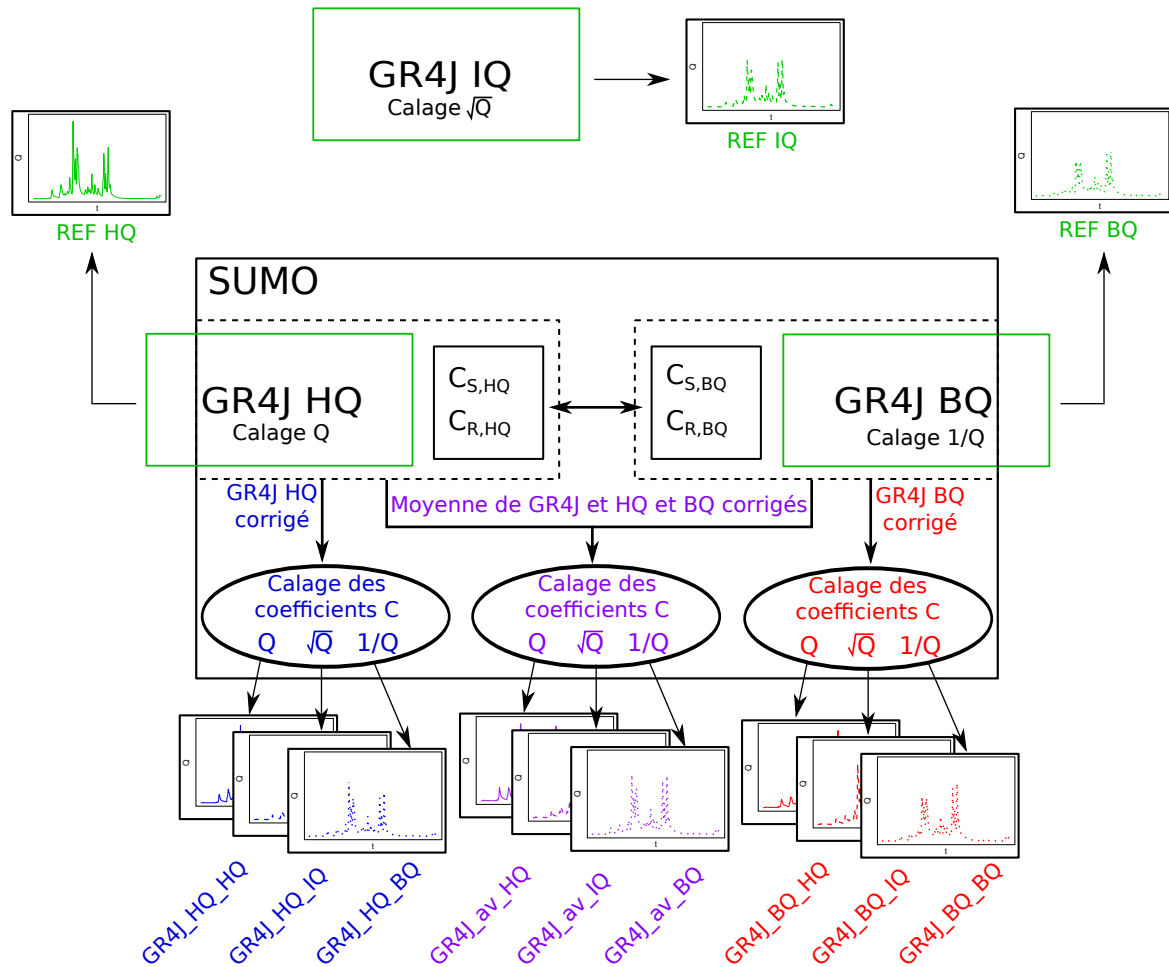


FIGURE 4.4 – Diagramme des différents calages effectués et des séries de débits qui en résultent.

fonctionnement de la méthode, il peut être intéressant d'évaluer les performances de ces Super Modèles. Le fait que les modèles couplés soient de même structure a pour conséquence que l'amélioration des performances ne soit pas globalement intéressante mais il est toutefois possible d'y déceler divers comportements.

Cette évaluation a pour but d'estimer si l'application de ce Super Modèle peut apporter un plus sur certains aspects de la modélisation pluie-débit.

### 4.3.1 Résultats globaux sur les bassins

La multiplicité des séries à comparer rend nécessaire de compartimenter l'analyse pour pouvoir avoir une meilleure compréhension des performances. Une première comparaison sera menée avec calage sur les trois sorties possibles du Super Modèle et sur les trois fonctions objectif utilisées (GR4J\_\* dans le tableau 4.1). Cette comparaison a pour objectif de comprendre l'apport de chaque sortie du Super Modèle en termes de performances sur différents critères d'évaluation. La deuxième phase de comparaison oppose les performances des deux sorties de modèles corrigés (GR4J\_HQ\_\* et GR4J\_BQ\_\*) à celles de GR4J sans couplage (REF HQ, REF BQ et REF IQ). Cette comparaison permet d'évaluer l'intérêt du couplage par rapport à GR4J sans couplage. Enfin, une dernière comparaison se fera entre la moyenne des sorties du Super Modèle (GR4J\_av\_\*) et le modèle GR4J (REF HQ, REF BQ et REF IQ) dans le but de

savoir si cette moyenne apporte une amélioration en termes de performances.

**Comparaison des performances des neuf séries issues du Super Modèle (GR4J\_\*)** La figure 4.5 synthétise les résultats obtenus dans le cadre de la comparaison entre les différentes sorties possibles du Super Modèle. Cette figure montre que les deux versions corrigées de GR4J (GR4J\_HQ\_\* et GR4J\_BQ\_\*) ont de meilleurs résultats lorsque le critère évalué correspond à la fonction objectif qui a permis de caler les paramètres de GR4J qu'ils utilisent (le KGE' sur les débits non transformés pour le modèle hauts débits et le KGE' sur les inverses pour le modèle bas débits). Cependant, d'un point de vue global, la moyenne des deux modèles corrigés (GR4J\_av\_\*) présente des performances plus homogènes : il s'agit de la sortie la plus performante des trois si l'ensemble des critères d'évaluation est pris en compte. Il est important de noter pour conclure sur cette figure que, pour une même fonction objectif, le Super Modèle n'arrive pas aux mêmes résultats en fonction de la sortie de modèle prise en compte. Le Super Modèle est donc dépendant de la sortie de modèle sur laquelle il se base pour le calage. Il est donc important de bien choisir la sortie de Super Modèle la plus intéressante pour l'optimisation avant toute application de la méthode.

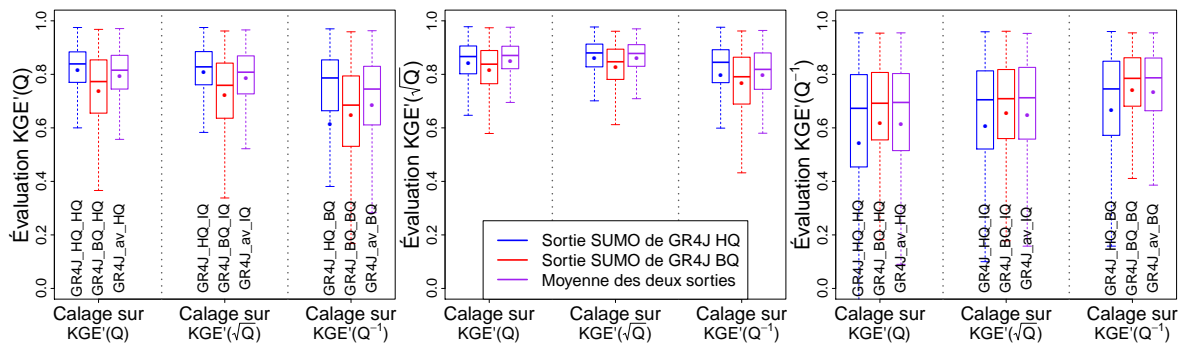


FIGURE 4.5 – Distributions des performances en validation du Super Modèle en fonction du débit sortant choisi pour le calage du Super Modèle. Les performances des chroniques obtenues après trois calages des coefficients du Super Modèle sur différentes fonctions objectif sont évaluées selon trois critères d'évaluation. les KGE' de chaque série de débits sortant du Super Modèle est représenté par une couleur différente et les points représentent la performance moyenne sur les 650 bassins.

Pour vérifier les significativités de différences, neuf tests de rang Friedman ont été effectués. Ces tests ont pour but d'évaluer les différences de performances entre les trois sorties utilisées pour le calage pour chaque fonction objectif utilisée et chaque critère évalué. Les résultats (tableau 4.2) montrent que, pour la plupart des combinaisons critères-fonction objectif, les résultats sont significativement différents selon les sorties choisies pour le calage du Super Modèle, prouvant que le choix de la sortie a effectivement une importance. Le test montre aussi que l'utilisation de la sortie corrigée du modèle hauts débits (GR4J\_HQ\_\*) est plus performante en termes de KGE' sur les débits non transformés et la sortie bas débits (GR4J\_BQ\_\*) est plus performante en termes de KGE' sur les inverses de débits.

En complément, neufs tests de rééchantillonnage montrent que les moyennes de performances sur l'échantillon calculées avec le Super Modèle prenant en compte la moyenne des sorties des modèles corrigés pour le calage (GR4J\_av\_\*) sont en général significativement différentes de celles qui est obtenues les autres sorties (GR4J\_HQ\_\* et GR4J\_BQ\_\*, voir tableau 4.3).

TABLEAU 4.2 – Résultats des neuf tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour différencier l'utilisation de chaque sortie du Super Modèle. Le test a été effectué pour chacune des trois fonctions objectif testées et chacun des critères testés. Chaque lettre désigne un groupe différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon leur rang, les résultats se lisent horizontalement entre deux lignes verticales.

	Calage Q			Calage $\sqrt{Q}$			Calage $Q^{-1}$		
	GR4J HQ_HQ	GR4J BQ_HQ	GR4J av_HQ	GR4J HQ_IQ	GR4J BQ_IQ	GR4J av_IQ	GR4J HQ_BQ	GR4J BQ_BQ	GR4J av_BQ
KGE'(Q)	a	c	b	a	c	b	a	c	b
KGE'( $\sqrt{Q}$ )	b	c	a	a	b	a	a	c	b
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	b	a	a	b	b	a	b	a	a

TABLEAU 4.3 – Probabilités de non dépassement des différences de performances moyennes entre le Super Modèle calé sur la moyenne des sorties corrigées (GR4J\_av\_\*) et les sorties corrigées individuellement (GR4J\_HQ\_\* et GR4J\_BQ\_\*). Les différences non significatives sont surlignées en rouge. L'amélioration de performance par le Super Modèle calé sur l'une des sorties corrigées par rapport à celui qui est calé sur la moyenne des deux est significative lorsque la valeur est proche de 1 (la dégradation est significative lorsque la valeur est proche de 0).

	Calage Q		Calage $\sqrt{Q}$		Calage $Q^{-1}$	
	GR4J HQ_HQ	GR4J BQ_HQ	GR4J HQ_IQ	GR4J BQ_IQ	GR4J HQ_BQ	GR4J BQ_BQ
KGE'(Q)	1	0	1	0	0.19	0
KGE'( $\sqrt{Q}$ )	0	0	0.04	0	0.45	0
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	0	0.61	0	0.88	0	0.99

**Comparaison entre les sorties des modèles corrigées par le Super Modèle (GR4J\_HQ\_\* et GR4J\_BQ\_\*) et leurs références (REF HQ, REF BQ et REF IQ)** La figure 4.6 permet de comparer les performances de GR4J en dehors du couplage avec celles des versions hauts et bas débits de GR4J corrigées par le Super Modèle. La première chose à remarquer sur cette figure est que les performances de la sortie de chacun des modèles corrigés sont très proches de celles de GR4J lorsque la fonction objectif utilisée est la même que celle qui a été utilisée pour définir les paramètres avant le couplage. En effet, GR4J\_HQ\_HQ et REF HQ ont des résultats très proches quel que soit le critère d'évaluation, de même que GR4J\_BQ\_BQ et REF BQ. En résumé, le Super Modèle n'entraîne que très peu d'améliorations quand la fonction objectif est la même que celle qui a servi à caler le modèle qui doit être corrigé. Il est néanmoins important de noter que la sortie de SUMO correspondant à GR4J hauts débits (GR4J\_HQ\_\*) est globalement meilleure lorsque le critère évalué est le KGE' sur les débits non transformés et ce, quelle que soit la fonction objectif utilisée. Il en va de même pour les sorties du modèle bas débits dans le cadre de l'évaluation du KGE' sur l'inverse des débits. La trace du premier calage semble rester dans les débits corrigés par le Super Modèle. Cela signifie que le calage supplémentaire des coefficients du Super Modèle, même réalisé sur une fonction objectif différente, ne se fait pas au détriment de ce modèle "spécialisé".

Les tests de Friedman et de rééchantillonnage (tableaux 4.4 et 4.5) montrent que les différences de performances sur l'échantillon sont en général significatives entre les différentes simulations testées. Notons tout de même que la sortie corrigée du modèle bas débits n'est pas significativement différente de GR4J initial lorsque la fonction objectif utilisée pour le calage est le KGE' sur les inverses des débits.

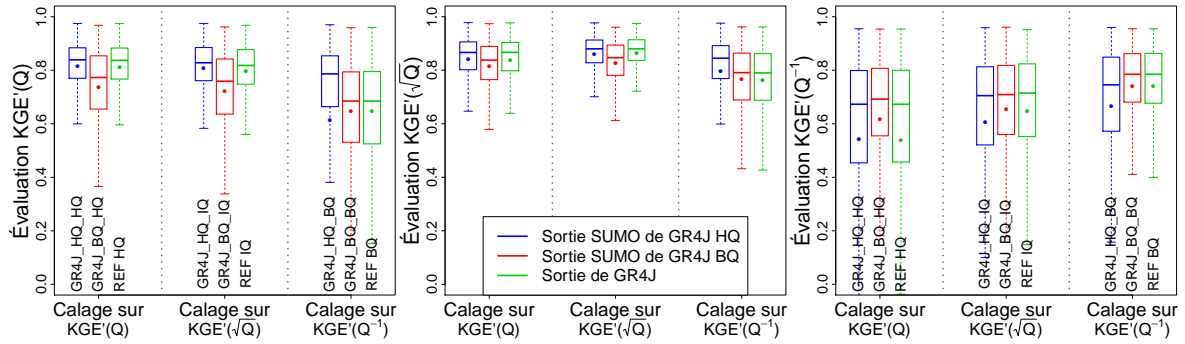


FIGURE 4.6 – Comparaisons des performances de GR4J avec les performances des GR4J hauts et bas débits corrigés par le Super Modèle. Les performances des chroniques obtenues après trois calages des coefficients du Super Modèle sur différentes fonctions objectif sont évaluées selon trois critères d'évaluation. Le KGE' de chaque série de débits sortant du Super Modèle est représenté par une couleur différente et les points représentent la performance moyenne sur les 650 bassins.

TABLEAU 4.4 – Résultats des neuf tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour différencier l'utilisation des sorties corrigées du Super Modèle et GR4J sans couplage. Le test a été effectué pour chacune des trois fonctions objectif testées et chacun des critères testés. Chaque lettre désigne un groupe différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon leur rang, les résultats se lisent horizontalement entre deux lignes verticales.

	Calage Q			Calage $\sqrt{Q}$			Calage $Q^{-1}$		
	REF HQ	GR4J HQ_HQ	GR4J BQ_HQ	REF IQ	GR4J HQ_IQ	GR4J BQ_IQ	REF BQ	GR4J HQ_BQ	GR4J BQ_BQ
KGE'(Q)	b	a	c	b	a	c	c	a	b
KGE'( $\sqrt{Q}$ )	b	a	c	a	a	b	c	a	b
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	b	a	a	a	b	b	a	b	a

TABLEAU 4.5 – Probabilités de non dépassement des différences de performances moyennes entre GR4J (REF \*) et les Super Modèles calés sur les sorties corrigées individuellement (GR4J\_HQ\_\* et GR4J\_BQ\_\*). Les différences non significatives sont surlignées en rouge. L'amélioration de performance par le Super Modèle calé sur l'une des sorties corrigées par rapport à GR4J lorsque la valeur est proche de 1 (la dégradation est significative lorsque la valeur est proche de 0).

	Calage Q		Calage $\sqrt{Q}$		Calage $Q^{-1}$	
	GR4J HQ_HQ	GR4J BQ_HQ	GR4J HQ_IQ	GR4J BQ_IQ	GR4J HQ_BQ	GR4J BQ_BQ
KGE'(Q)	1	0	1	0	0.86	0.89
KGE'( $\sqrt{Q}$ )	1	0	0	0	1	1
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	0.99	1	0	0.84	0	0.71

**Comparaison entre la moyenne des sorties des modèles corrigés par le Super Modèle (GR4J\_av\_\*) et les références (REF HQ, REF BQ et REF IQ)**  
 La figure 4.7 montre la différence de performances entre GR4J et la moyenne des débits simulés par les deux modèles corrigés par le Super Modèle. Cette figure montre que le Super Modèle est moins performant sur les critères d'évaluation qui correspondent aux fonctions objectif mais permet une amélioration sensible des autres critères. Du point de vue global, la moyenne des modèles couplés apporte une amélioration des performances mais elle n'est pas spécialisée sur certains critères.

Les tests statistiques (tableaux 4.6 et 4.7) confirment que le Super Modèle basé sur la moyennes des débits corrigés obtient des performances meilleures du point de vue

global que GR4J, avec un bémol lorsque la fonction objectif utilisée est le KGE' sur la racine carrée des débits.

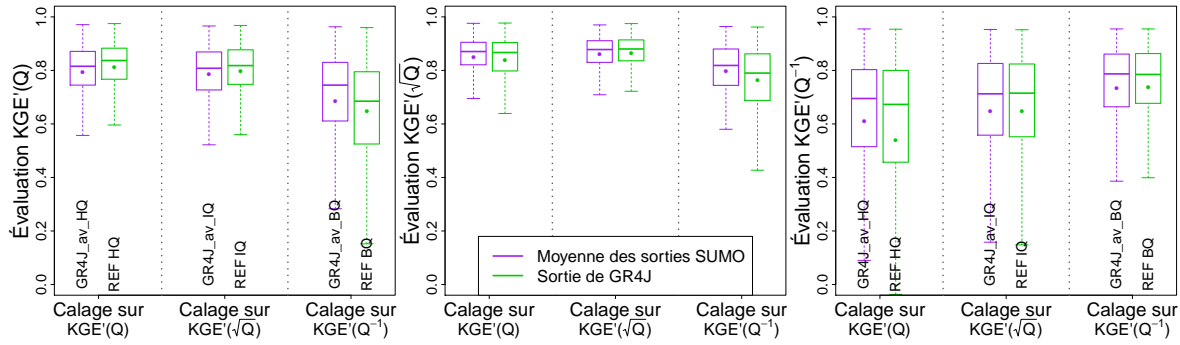


FIGURE 4.7 – Comparaisons des performances de GR4J avec les performances de la moyenne des débits sortants des deux modèles corrigés par le Super Modèle. Les performances des chroniques obtenues après trois calages des coefficients du Super Modèle sur différentes fonctions objectif sont évaluées selon trois critères d'évaluation. Le KGE' de chaque série de débits sortant du Super Modèle est représenté par une couleur différente et les points représentent la performance moyenne sur les 650 bassins.

TABLEAU 4.6 – Résultats des neuf tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour différencier l'utilisation de la moyenne des sorties corrigées du Super Modèle et GR4J sans couplage. Le test a été effectué pour chacune des trois fonctions objectif testées et chacun des critères testés. Chaque lettre désigne un groupe différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon leur rang, les résultats se lisent horizontalement entre deux lignes verticales.

	Calage Q		Calage $\sqrt{Q}$		Calage $Q^{-1}$	
	REF HQ	GR4J_av_HQ	REF IQ	GR4J_av_IQ	REF BQ	GR4J_av_BQ
KGE'(Q)	a	b	a	b	b	a
KGE'(√Q)	b	a	a	a	b	a
KGE'(Q⁻¹)	b	a	b	a	a	a

TABLEAU 4.7 – Probabilités de non dépassement des différences de performances moyennes entre GR4J (REF \*) et le Super Modèle calé sur la moyenne des sorties corrigées (GR4J\_av\_\*). Les différences non significatives sont surlignées en rouge. L'amélioration de performance par le Super Modèle calé sur la moyenne des sorties corrigées par rapport à GR4J lorsque la valeur est proche de 1 (la dégradation est significative lorsque la valeur est proche de 0).

	Calage Q	Calage $\sqrt{Q}$	Calage $Q^{-1}$
	GR4J_av_HQ	GR4J_av_IQ	GR4J_av_BQ
KGE'(Q)	0	0	1
KGE'(√Q)	1	0	1
KGE'(Q⁻¹)	1	0.53	0.11

En résumé, pour chaque critère évalué, GR4J est capable de produire des performances égales voire meilleures que le Super Modèle quelle que soit la sortie choisie. Cependant, le Super Modèle a tendance à se montrer moins "spécialisé" que GR4J, c'est-à-dire qu'il est en général davantage performant sur les critères sur lesquels il n'a pas été calé. Il faut donc prendre en compte plusieurs critères d'évaluation pour voir un intérêt au Super Modèle couplant deux versions de GR4J. De ce fait, il peut être intéressant d'envisager les performances sous un aspect multiobjectif.



### 4.3.2 Analyse multiobjectif

Cette analyse a été effectuée à l’aide du *package* R “caRamel” (Le Moine et al., 2018). Cet algorithme évolutif permet d’évaluer le jeu de paramètres optimal répondant à une problématique multiobjectif. Cet algorithme permet d’étudier les relations de dominance entre différents jeux de paramètres dans un espace multiobjectif limité. Dans le cadre de cette thèse, cette méthode a été utilisée pour tracer des fronts de Pareto permettant d’évaluer les qualités du modèle sur deux objectifs différents. Les objectifs évalués sont le KGE’ sur les débits non transformés et le KGE’ sur l’inverse des débits.

Pour des raisons de temps de calcul, les tests n’ont été effectués que sur les 10 bassins du sous-échantillon cité dans la section 2.2.3. Tout comme pour l’analyse de performances globales, les trois possibilités de sorties du Super Modèle sont évaluées et comparées aux résultats multiobjectif de GR4J seul.

Les fronts de Pareto obtenus grâce à caRamel montrent des résultats qui dépendent des bassins. D’un point de vue multiobjectif, le Super Modèle est capable d’apporter une amélioration de la modélisation sur 5 des 10 bassins testés. Lorsqu’une amélioration est visible, elle se fait pour un Super Modèle prenant en compte la sortie corrigée du modèle hauts débits ou la moyenne des sorties corrigées (voir figure 4.8). Il n’y a pas de bassins pour lesquels la sortie du modèle bas débits corrigé donne de meilleurs résultats que GR4J.

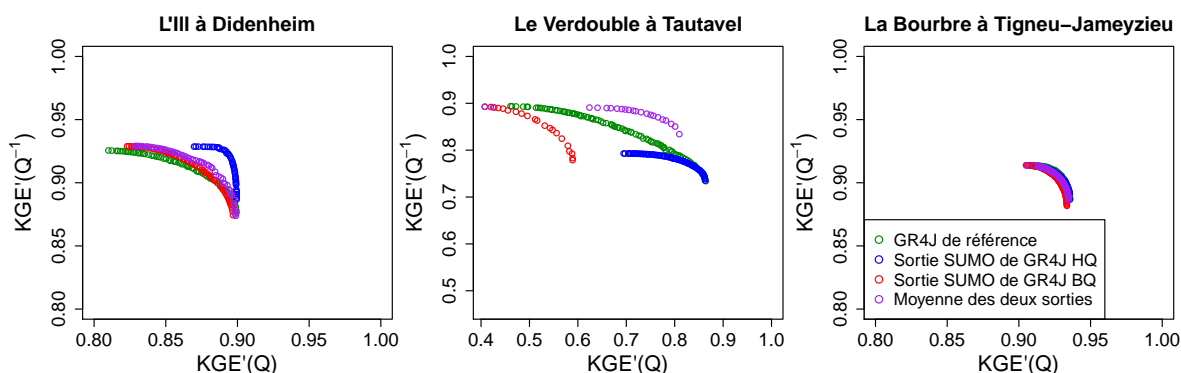


FIGURE 4.8 – Fronts de Pareto obtenus dans l’espace multiobjectif formé du KGE’ sur les débits non transformés et du KGE’ sur l’inverse des débits par GR4J et par le Super Modèle composé de deux versions de ce modèle. Les résultats sur ces trois bassins ont été obtenus à l’aide de l’outil “caRamel” (Le Moine et al., 2018).

Les trois bassins pour lesquels l’amélioration des débits provient de la moyenne des débits corrigés sont des bassins avec de longs étiages marqués et des crues rapides et importantes. C’est en particulier le cas du Verdouble à Tautavel (figure 4.8) qui a un régime méditerranéen. Ces caractéristiques de débits font que le KGE’ en évaluation aura des valeurs très différentes selon que le débit est transformé ou pas. Au contraire, les deux bassins pour lesquels l’amélioration provient du modèle hauts débits corrigé, se caractérisent par des étiages relativement courts, comme c’est le cas de l’III à Didenheim (figure 4.8). La conséquence est que le calage sur les bas débits donne de très mauvais résultats en termes de KGE’ sur les débits non transformés alors que la réciproque n’est pas forcément vraie. Le modèle hauts débits corrigé est donc potentiellement plus intéressant.



En résumé, le Super Modèle composé de deux versions du modèle GR4J peut avoir un intérêt dans un contexte multiobjectif mais ce n'est pas systématique. Sur le sous-échantillon testé, il n'a d'intérêt que pour la moitié des bassins.

### 4.3.3 Comparaison à une méthode multimodèle *a posteriori*

Afin d'évaluer l'intérêt du Super Modèle, il est important de le comparer à certaines méthodes de la littérature. Le Super Modèle composé de deux modèles GR4J est ici comparé à la méthode d'Oudin et al. (2006). Cette comparaison est plutôt évidente car la méthode d'Oudin et al. (2006) a été mise au point en utilisant une configuration multimodèle similaire. En effet, il s'agit ici de pondérer les débits de deux modèles l'un étant calé sur les hauts débits et l'autre sur les bas débits. La méthode est adaptée au modèle GR4J et est applicable simplement. Sa simplicité la rend potentiellement plus intéressante que le Super Modèle pour l'application sur deux modèles GR4J.

L'étude propose de calculer les poids de la moyenne pondérée en fonction d'un indice de saisonnalité calculé à partir des niveaux de réservoirs de production. Pour cette analyse, nous utiliserons l'indice qui a donné les meilleurs résultats d'après l'étude.

Les poids se calculent à chaque pas de temps  $i$  de la manière suivante :

$$a_{i,HQ} = \frac{s_i^3}{s_i^3 + (1 - s_i)^3} \quad (4.3)$$

avec  $a_{i,HQ}$ , le poids assigné au modèle hauts débits et  $s_i$  le taux de remplissage moyen des réservoirs de production au pas de temps  $i$  tel que :

$$s_i = 0.5 \left( \frac{S_{i,HQ}}{x_{1,HQ}} + \frac{S_{i,BQ}}{x_{1,BQ}} \right) \quad (4.4)$$

Au final, le débit moyen pondéré  $Q_{c,i}$  au pas de temps  $i$  est égal à :

$$Q_{c,i} = a_{i,HQ}Q_{HQ,i} + (1 - a_{i,HQ})Q_{BQ,i} \quad (4.5)$$

avec  $Q_{HQ,i}$  et  $Q_{BQ,i}$  les débits simulés au pas de temps  $i$  grâce aux modèles GR4J hauts débits et bas débits respectivement.

Les répartitions de performances sur les 650 bassins obtenues en validation par la méthode d'Oudin sont avantageuses par rapport au Super Modèle calé sur la moyenne des débits corrigés (figure 4.9). En effet, pour chaque critère d'évaluation, la méthode d'Oudin fait aussi bien que le Super Modèle calé sur le même critère. La méthode d'Oudin est donc plus générale que le Super Modèle et est aussi bien adaptée à une approche multiobjectif. Cependant, la figure 4.10 montre que, sur les trois bassins illustrés, la méthode d'Oudin n'est pas aussi performante que ne l'est potentiellement le Super Modèle dans l'espace formé par le KGE' sur les débits non transformés et le KGE' sur les inverses des débits.

La méthode d'Oudin et al. (2006) est donc un bon compromis entre les différents critères évalués durant cette thèse. Sa simplicité la rend avantageuse par rapport au Super Modèle, plus fastidieux à mettre en place. Cependant, cette méthode est difficilement transposable à un multimodèle composé de modèles de structures différentes qui n'ont pas de spécialité *a priori* sur les hauts ou bas débits.

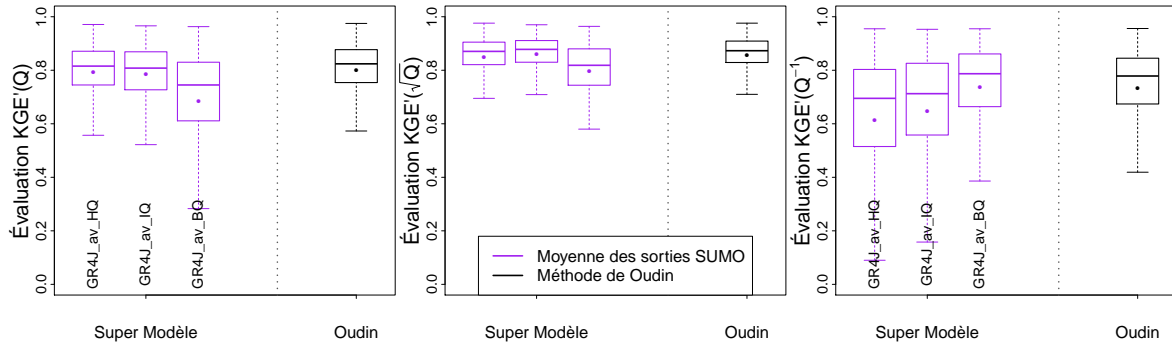


FIGURE 4.9 – Comparaisons des performances de GR4J avec les performances de la moyenne des débits sortants des deux modèles corrigés par le Super Modèle. Les performances des chroniques obtenues après trois calages des coefficients du Super Modèle sur différentes fonctions objectif sont évaluées selon trois critères d'évaluation. Le KGE' de chaque série de débits sortant du Super Modèle est représenté par une couleur différente et les points représentent la performance moyenne sur les 650 bassins.

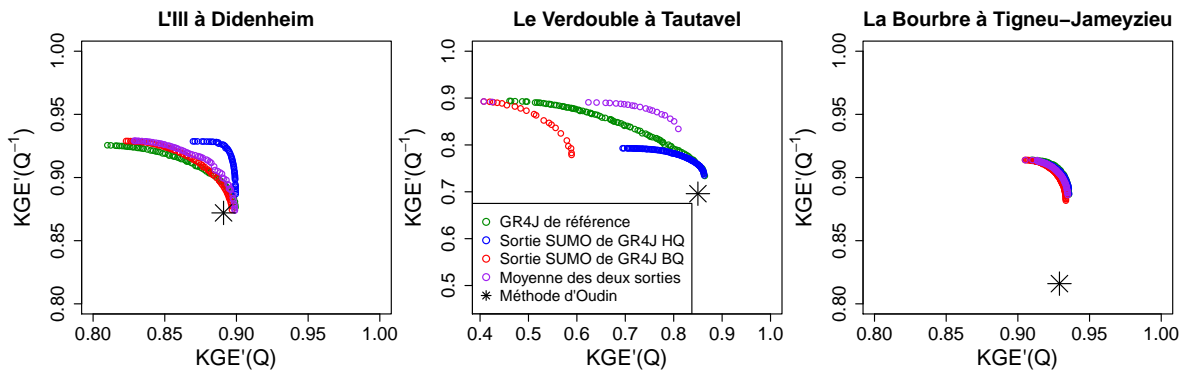


FIGURE 4.10 – Fronts de Pareto obtenus dans l'espace multiobjectif formé du KGE' sur les débits non transformés et du KGE' sur l'inverse des débits par GR4J et par le Super Modèle composé de deux versions de ce modèle. Les résultats sur ces trois bassins ont été obtenus à l'aide de l'outil "caRamel" (Le Moine et al., 2018). Les résultats de la méthode d'Oudin et al. (2006) sont représentés par une étoile noire.

#### 4.3.4 Synthèse des performances

Pour résumer ces tests, il est important de noter que le Super Modèle donne des résultats qui, s'ils sont en général significativement différents de ceux de GR4J, ne sont pas toujours meilleurs. Étant donné la lourdeur de la mise en place de la méthode, ces améliorations ne sont pas suffisantes pour justifier l'emploi d'une telle méthode. La méthode semble, cependant, présenter un intérêt dans un contexte multiobjectif : elle apparaît comme étant moins "spécialisée" que le modèle GR4J en lui-même et est donc plus encline à fournir un bon compromis entre différentes fonctions objectif.

Cette analyse des résultats a aussi mis en évidence une certaine importance à bien choisir la sortie du Super Modèle en fonction de l'application qui doit en être faite. En général, la moyenne est un bon choix mais elle peut être moins performante que la sortie de l'un ou l'autre des modèles corrigés.

## 4.4 Analyse du fonctionnement

Une fois les performances des Super Modèles analysées, leur comportement est évalué sur la période de validation en suivant deux axes :

- les valeurs de coefficient d'échange obtenues par calage sont informatives. Elles permettent d'estimer la force du couplage mis en place et le modèle dominant de l'ensemble. De ce fait, la signification de ces valeurs de coefficients a été évaluée en profitant de la simplicité du Super Modèle testé ;
- la compréhension du fonctionnement de la méthode passe aussi par l'analyse des variables internes. Le but est de comparer les valeurs et l'évolution des variables internes au sein du Super Modèle par rapport à ce qu'elles étaient sans correction. L'analyse de ces différences et des flux échangés pour corriger chaque variable permet de comprendre comment le Super Modèle agit sur chaque modèle.

### 4.4.1 Significations des valeurs de coefficients

Pour mieux comprendre la signification des coefficients correcteurs du Super Modèle, des tests ont été menés sur un bassin dont les modèles hauts et bas débits ont des comportements réellement différents : le bassin de la Gélise à Mézin. Afin de ne pas rendre l'analyse trop compliquée, seuls les réservoirs de production sont couplés (figure 4.11). Plusieurs couples de valeurs de coefficients de Super Modèle ont été testés sur les réservoirs de production des modèles, pour en tester la sensibilité. Le but est d'évaluer, en fonction des jeux de paramètres testés, la réponse du niveau de réservoir. Huit valeurs de coefficients sont testées (*i.e.* 0, 0.05, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.5, 2) pour chaque modèle, ce qui signifie que 64 combinaisons possibles de paramètres sont testées.

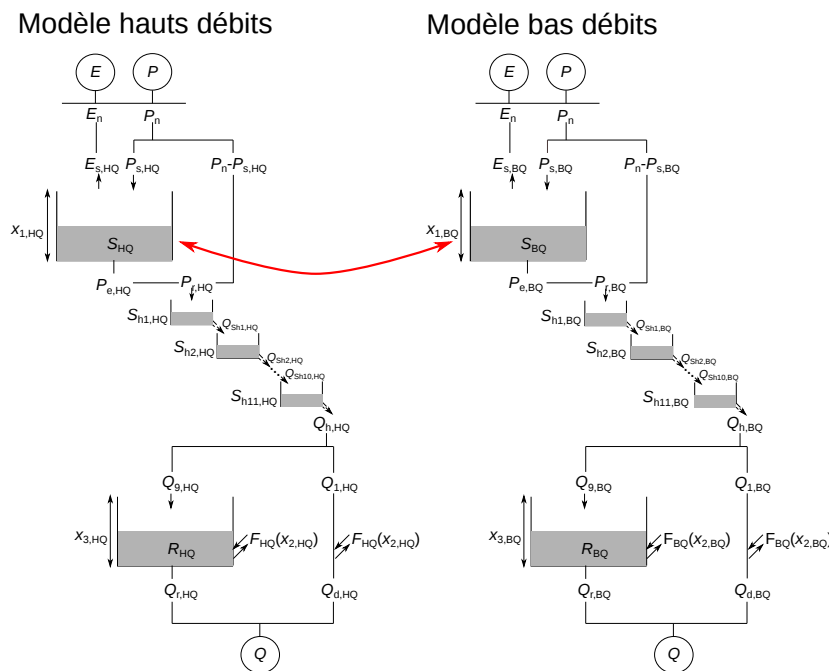


FIGURE 4.11 – Schéma du Super Modèle entre les deux versions de GR4J ne couplant que les réservoirs de production.

La figure 4.12 montre l'évolution des réservoirs de productions due à l'utilisation de trois de ces combinaisons. Lorsque le coefficient qui affecte le modèle bas débits est non nul alors que son vis-à-vis est nul (*i.e.* le modèle hauts débits n'est pas impacté dans son fonctionnement), le réservoir du modèle bas débits a tendance à se synchroniser au réservoir du modèle hauts débits dès que la valeur du coefficient est supérieure ou égale à 0.25. Il faut tout de même une valeur de coefficient de 1 pour que le modèle bas débits arrive à reproduire complètement la dynamique du réservoir du modèle hauts débits. Il semble donc que le coefficient du Super Modèle a un fort impact sur le niveau de réservoir si le coefficient correspondant de l'autre modèle couplé est nul.

La différence absolue moyenne permet d'estimer l'écart entre deux chroniques de taux de remplissage de réservoirs avec et sans couplage par le Super Modèle telles que présentées sur la figure 4.12. Elle se calcule de la manière suivante :

$$E_a = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \left| \frac{S_{\text{HQ,GR},i}}{x_{1,\text{HQ}}} - \frac{S_{\text{HQ,SM},i}}{x_{1,\text{HQ}}} \right| \quad (4.6)$$

avec  $E_a$  la différence absolue journalière moyenne,  $T$  le nombre de jours  $i$  étudiés,  $x_{1,\text{HQ}}$  la capacité du réservoir de production du modèle GR4J hauts débits et  $S_{\text{HQ,GR},i}$  et  $S_{\text{HQ,SM},i}$  les niveaux des réservoirs de production au pas de temps  $i$  des modèles GR4J hauts débits respectivement sans et avec couplage. Cette différence absolue moyenne peut aussi être calculée pour évaluer la différence de chroniques entre les réservoirs de production des modèles bas débits avec et sans couplage.

La figure 4.13 montre la différence absolue moyenne ( $E_a$ ) de taux de remplissage du réservoir de production entre le réservoir de base de GR4J et le réservoir modifié par le Super Modèle pour le modèle hauts débits (à gauche) et le modèle bas débits (à droite) en fonction des différentes valeurs de coefficients. Cette différence absolue moyenne est calculée sur deux ans (1996-1997) dans le cas du bassin de la Gélise à Mézin. Cette figure permet de généraliser les résultats de la figure 4.12. La figure montre que plus le coefficient correcteur affectant un réservoir est fort, plus la variation engendrée au niveau du taux de remplissage est élevée. Cette augmentation de la variation aboutit à un plateau qui correspond à peu près à la différence maximale entre les taux de remplissage sans couplage (qui est ici de 0.05 environ). Ces résultats sont en accord avec ceux de la figure 4.12.

La figure 4.13 montre dans le même temps que plus la valeur du coefficient affectant l'autre modèle est élevée, plus la différence engendrée par le Super Modèle est faible. En plus de cela, il apparaît (courbe noire) que si les deux valeurs de paramètres sont égales, la valeur de la différence se stabilise à partir de valeurs de coefficients supérieures à 0.25. L'hypothèse derrière cela est que la modification de la variable d'état est guidée par la valeur du ratio entre les deux coefficients.

Pour vérifier cette hypothèse, la figure 4.14 compare les ratios entre le coefficient corrigeant le modèle bas débits et le coefficient corrigeant le modèle hauts débits. Pour éviter les problèmes numériques, les couples de coefficients pour lesquels l'un des coefficients est nul n'ont pas été pris en compte. Cette figure montre qu'il existe une relation entre les ratios de coefficients et la différence absolue induite sur le réservoir de production du modèle bas débits qui peut être approximée par une fonction de type cinétique de Michaelis-Menten. La fonction est paramétrée par l'erreur journalière moyenne maximale  $E_m$  qui est la différence journalière moyenne entre les taux de

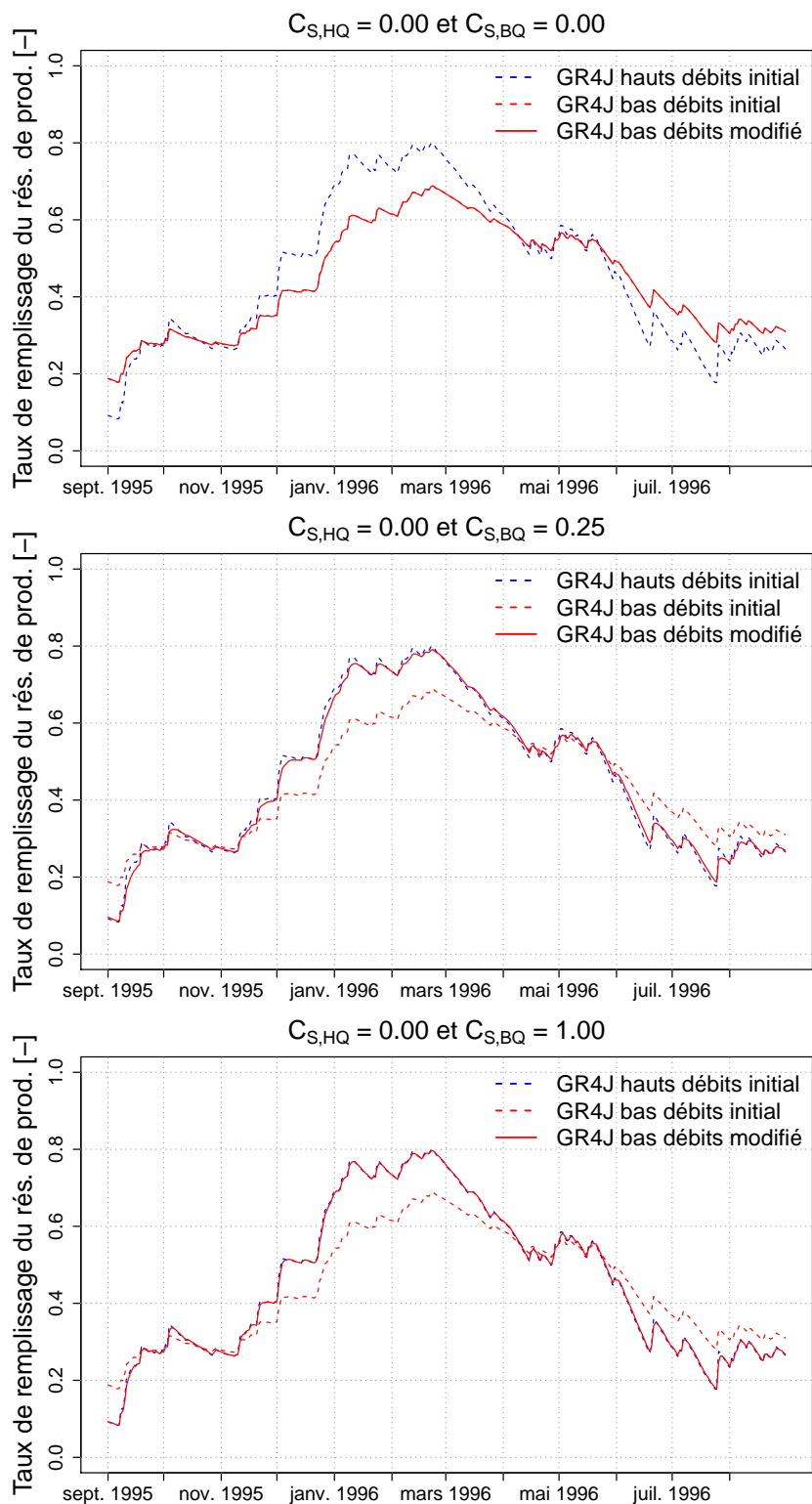


FIGURE 4.12 – Taux de remplissage du réservoir de production du GR4J sur le bassin de la Gélise à Mézin sur l'année hydrologique 1995-1996. Le taux de remplissage du modèle GR4J bas débits modifié par le Super Modèle est représenté en fonction du coefficient correcteur et comparé aux taux de remplissage des deux modèles GR4J initiaux.

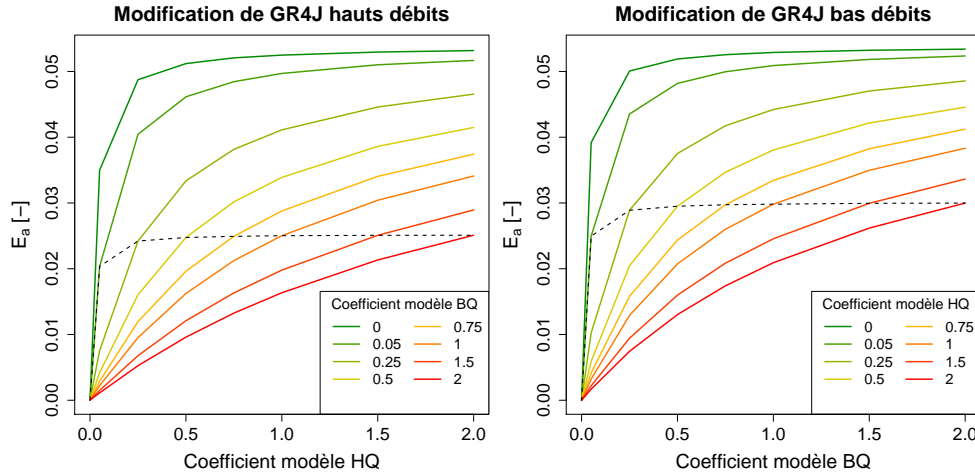


FIGURE 4.13 – Modification (en termes de différence absolue journalière moyenne sur deux ans, équation 4.6) du taux de remplissage du réservoir de production induite par différentes valeurs de coefficients modifiant le modèle hauts débits (gauche) et bas débits (droite). Chaque trajectoire de couleur représente les différences dues aux coefficients modifiant le modèle bas débits (gauche) et hauts débits (droite). La trajectoire en pointillés noirs indique la différence de taux de remplissage induite lorsque les deux valeurs de coefficients sont égales.

remplissage des deux modèles initiaux et a pour formule :

$$E_{S,BQ} = \frac{E_m}{1 + \frac{C_{S,HQ}}{C_{S,BQ}}} \quad (4.7)$$

avec  $E_{S,BQ}$  la différence absolue journalière moyenne entre les taux de remplissage des réservoirs de production des modèles bas débits couplés et non couplés,  $C_{S,HQ}$  et  $C_{S,BQ}$  correspondent aux coefficients d'échanges définis par l'équation 4.1.

De la même manière, la différence absolue induite par le Super Modèle sur le réservoir de production de GR4J hauts débits est la fonction miroir de l'équation 4.7 :

$$E_{S,HQ} = E_m - E_{S,BQ} \quad (4.8)$$

En résumé, deux facteurs semblent avoir une influence sur la modification d'une variable d'état par le Super Modèle. Premièrement, le ratio entre les coefficients correcteurs des deux modèles détermine la modification globale du niveau de réservoir. Dans un second temps, la valeur du coefficient en elle-même détermine la force du couplage et donc le changement de dynamique de l'état. Cette analyse permet de comprendre la signification des valeurs de coefficients de Super Modèle obtenues par calage mais reste limitée à un Super Modèle composé de deux modèles. Elle prouve tout de même qu'il y a des informations importantes à tirer sur les modifications internes que génère le Super Modèle en analysant les valeurs de paramètres.

Cependant, une autre limitation de cette analyse est qu'elle est faite sur le réservoir de production. Ce réservoir n'est pas affecté par des modifications issues d'autres variables d'états du modèle, c'est ce qui a permis de pouvoir analyser l'impact réel des coefficients d'échanges. En effet, en ce qui concerne le réservoir de routage, la modification du réservoir de production induit une modification du remplissage due au Super Modèle qui s'ajoute à celle du couplage des réservoirs en lui-même. La relation entre les valeurs de coefficients et la modification de niveau de ce réservoir est donc probablement

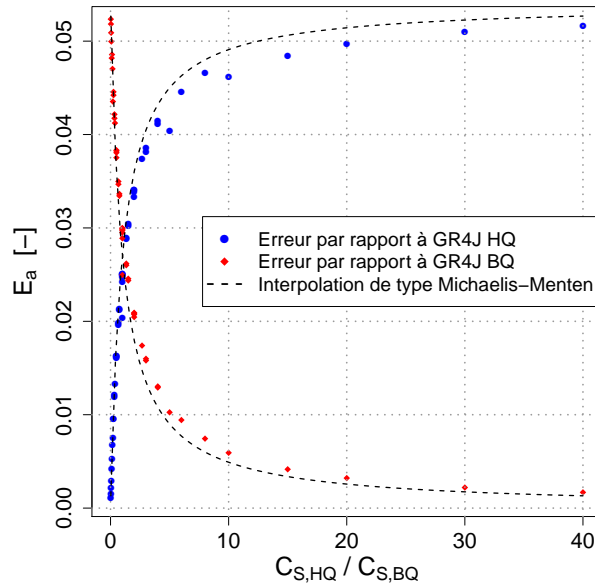


FIGURE 4.14 – Différence absolue journalière moyenne de taux de remplissage du réservoir de production (équation 4.6) en fonction du ratio entre les coefficients du Super Modèle appliqués aux réservoirs de production des deux modèles GR4J couplés. Chaque point représente un couple de paramètres testé. Les courbes pointillées noires représentent les fonctions de type Michaelis-Menten que pourraient suivre les différences absolues.

moins évidente dans le cas d'un Super Modèle comprenant deux couplages.

Pour obtenir une vision plus globale de l'impact des coefficients sur le Super Modèle, il peut aussi être intéressant d'évaluer la sensibilité du KGE' à ces paramètres.

#### 4.4.2 Sensibilité aux paramètres

L'évaluation de la sensibilité du KGE' aux différents coefficients du Super Modèle est mise en place à l'aide d'une méthode de Morris. Cette méthode nécessitant un nombre important d'exécutions du modèle, elle n'a été appliquée que sur le sous-échantillon de 10 bassins et seulement à une sortie du Super Modèle (la moyenne des deux simulations couplées, GR4J\_av\_\*) et à un critère d'évaluation (le KGE' sur les débits non transformés).

La méthode de Morris (1991) est une méthode simple qui vise à analyser la sensibilité d'une sortie à un ensemble de paramètres en faisant varier chacun de ces paramètres sans faire varier les autres. Chaque paramètre varie un grand nombre de fois sur un intervalle de valeurs donné. Les résultats de la méthode sont synthétisés par la moyenne et l'écart-type de chaque variation de la sortie engendrée par une variation du paramètre. Le résultat comprend donc un couple (moyenne, écart-type) de variation de sorties par paramètre. Ces couples sont ensuite comparés les uns aux autres : plus la moyenne des variations engendrées par un paramètre est grande, plus la sortie du modèle est sensible à ce paramètre. Par ailleurs, plus l'écart-type des variations de sorties est important, plus le paramètre en question interagit avec les autres.

Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle est très dépendante de l'intervalle d'étude et du pas choisi pour la mettre en place. Cette méthode ne donne pas de résultats utilisables en termes d'analyse quantitative de la sensibilité mais elle permet d'avoir une estimation des paramètres qui ont le plus d'impact sur la sortie.

Cette estimation est considérée comme suffisante pour cette thèse car elle suffit à comprendre comment fonctionne le Super Modèle. Cette analyse de Morris a été menée sur un Super Modèle couplant deux modèles GR4J dont les réservoirs de production et de routage sont couplés (figure 4.3).

L'analyse de sensibilité de Morris a donc été implémentée pour analyser la sensibilité du KGE' de la moyenne des débits couplés non transformés par rapport aux quatre valeurs de coefficients. Les jeux de paramètres testés ont été échantillonnés à l'aide d'un hypercube latin sur un intervalle de valeurs comprises entre 0 et 10. Le pas implémenté pour analyser chaque paramètre est de 0.1. Il a été estimé que ce pas est assez petit pour évaluer ce qu'il se passe au voisinage de chaque jeu de paramètres et assez grand pour pouvoir remarquer une modification significative du critère d'évaluation. En tout, 2500 exécutions du Super Modèle par bassin ont été nécessaires à l'application de cette méthode. Les résultats sont résumés sous la forme d'un graphique dans lequel sont tracés les couples moyenne/écart-type obtenus pour chacun des quatre coefficients (tel que présenté sur la figure 4.15). Sur le graphique, les coefficients affectant les réservoirs de production sont représentés par des cercles et ceux qui affectent les réservoirs de routage par des triangles. Leur couleur dépend du modèle qu'ils corrigent (bleu pour le modèle hauts débits et rouge pour le modèle bas débits). Sur le graphique, plus un paramètre est situé en haut à droite, plus il est sensible par rapport aux autres.

Les résultats montrent que les coefficients de correction qui s'appliquent aux réservoirs de routage sont plus sensibles que ceux qui s'appliquent aux réservoirs de production (figure 4.15 pour l'Avance à Montpouillan, c'est aussi le cas pour 6 autres bassins parmi les 10). Deux hypothèses peuvent expliquer cela : premièrement, le réservoir de routage se trouve très en aval dans le modèle, modifier sa vidange permet donc de modifier plus directement le débit simulé. Deuxièmement, les niveaux de réservoirs de routage diffèrent davantage entre les deux versions de GR4J que ceux des réservoirs de production, cela laisse donc plus de latitude au Super Modèle pour corriger le débit.

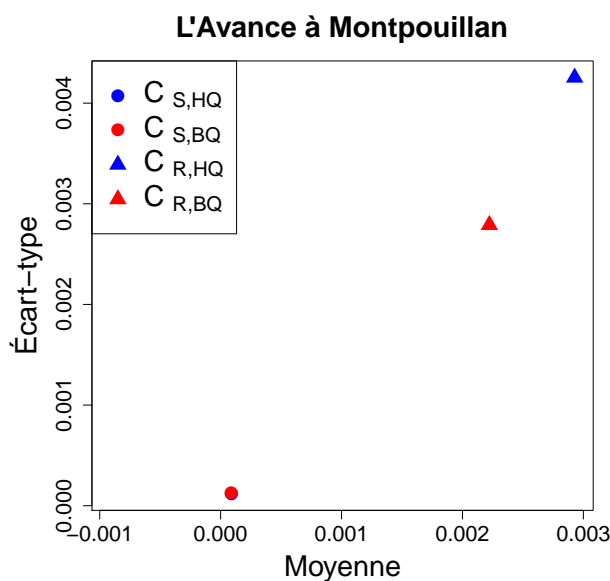


FIGURE 4.15 – Sensibilité du KGE' aux coefficients d'échange du Super Modèle obtenue par la méthode de Morris sur le bassin de l'Avance à Montpouillan. Plus le point est en haut à droite du graphique, plus le KGE' est sensible au paramètre. Le cercle bleu figurant la sensibilité au coefficient de production du modèle au débit se trouve sous le cercle rouge.



Pour examiner cette dernière affirmation, les figures 4.16 et 4.17 mettent en regard la carte de sensibilité du KGE' aux coefficients de correction du réservoir de production et la variation des taux de remplissage de réservoirs de production pour l'Avance à Montpouillan (figure 4.16) et la Gélise à Mézin (figure 4.17). Dans le cas de l'Avance, les taux de remplissage de réservoirs sont déjà très proches avant même d'être corrigés. De ce fait, le coefficient du réservoir de production a une faible sensibilité et a tendance à rester nul (ce que confirme la figure 4.15). Dans le cas de la Gélise, les taux de remplissage sont davantage différents et donc cela laisse au Super Modèle la possibilité de les modifier. Cela explique que le bassin de la Gélise à Mézin fasse partie des trois exceptions du résultat de la méthode de Morris (figure 4.18). En effet, sur ce bassin, le KGE' est plus sensible aux coefficients modifiant le réservoir de production qu'à ceux qui modifient les réservoirs de routage. Les trois bassins concernés sont tous trois caractérisés par des étiages longs. Comme cela a été évoqué précédemment, la présence de ces longs étiages a pour effet d'entraîner de fortes différences entre les valeurs de KGE' calculées sur l'inverse des débits et les valeurs de KGE' calculées sur les débits non transformés. Cela a pour conséquence que les paramètres  $x_1$  de GR4J hauts débits et bas débits soient très différents sur ces bassins et donc que le Super Modèle soit plus sensible au niveau du réservoir de production.

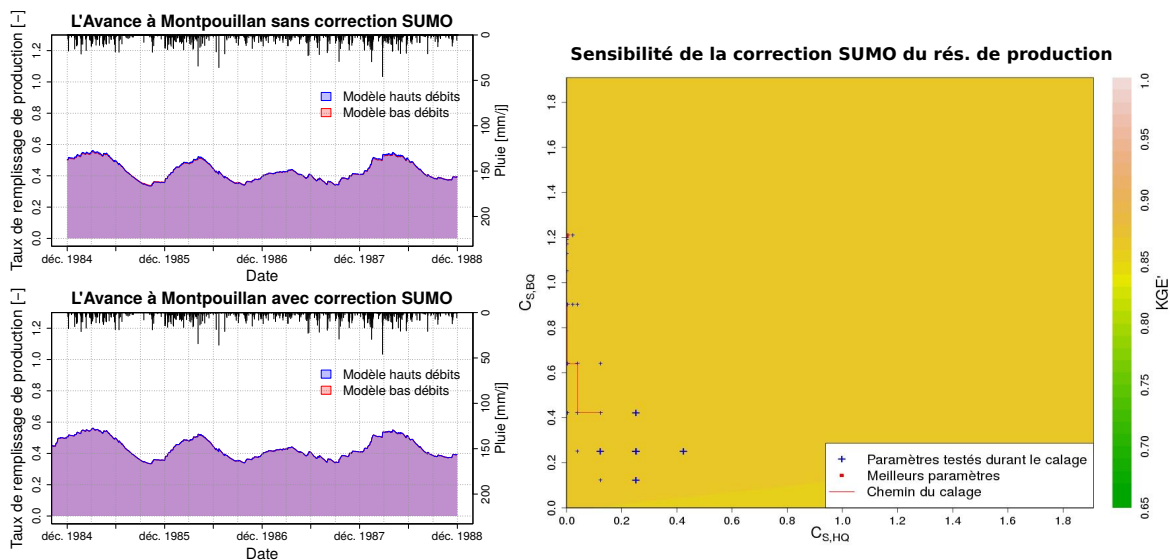


FIGURE 4.16 – Synchronisation des niveaux de réservoirs de production par le Super Modèle pour le bassin de l'Avance à Montpouillan. Les niveaux des réservoirs de production des deux modèles GR4J constituant le Super Modèle étant similaires, celui-ci n'est pas sensible.

Pour résumer cette courte étude concernant la sensibilité, il semble que la sensibilité de la fonction objectif aux coefficients correcteurs du Super Modèle dépende des différences entre les réservoirs initiaux des modèles couplés. Plus la différence est grande, plus les coefficients du Super Modèle seront sensibles. Ce résultat est à prendre en compte dans le choix des variables échangées par le Super Modèle : il est important que ces variables soient suffisamment différentes avant le couplage pour que la méthode présente un intérêt.

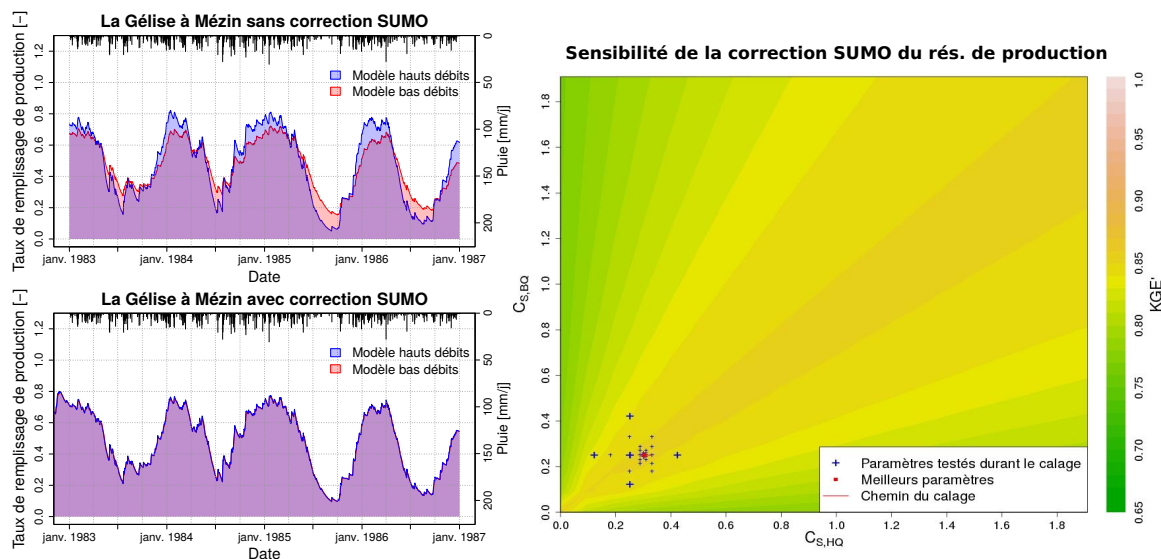


FIGURE 4.17 – Synchronisation des niveaux de réservoirs de production par le Super Modèle pour le bassin de la Gélise à Mézin. Les niveaux des réservoirs de production des deux modèles GR4J constituant le Super Modèle étant différents, celui-ci est efficace.

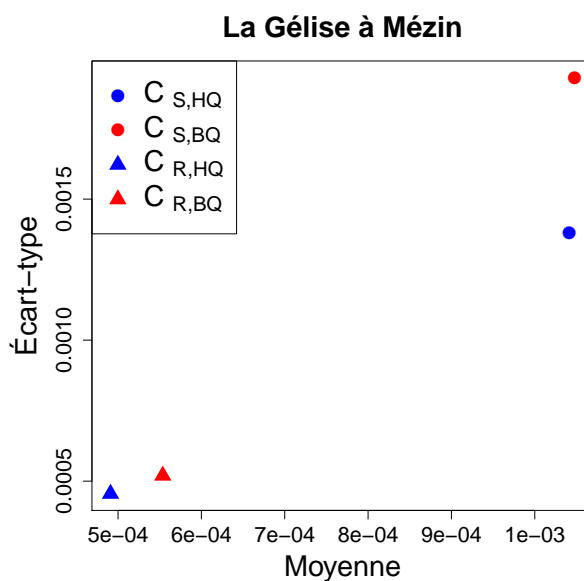


FIGURE 4.18 – Sensibilité du  $KGE'$  aux coefficients d'échange du Super Modèle obtenues par la méthode de Morris sur le bassin de la Gélise à Mézin. Plus le point est en haut à droite du graphique, plus le  $KGE'$  est sensible au paramètre.

### 4.4.3 Synchronisation des variables internes

L'un des objectifs initiaux de la méthode du Super Modèle est d'empêcher la divergence structurale entre les modèles en synchronisant les variables internes. C'est dans ce but que l'équation du Super Modèle a été mise au point en s'inspirant des équations de synchronisation de modèles chaotiques (Boccaletti et al., 2002).

La synchronisation des variables induite ou non par le Super Modèle couplant deux modèles GR4J est donc intéressante à étudier. Elle est évaluée en calculant des valeurs de  $KGE'$  entre les taux de remplissage des réservoirs des modèles hauts et bas débits

avant et après application du Super Modèle dont les coefficients sont calés avec comme fonction objectif le KGE' sur la moyenne des débits corrigés sortants non transformés (GR4J\_av\_HQ dans le tableau 4.1). Sur les 650 bassins, les KGE' entre les variables ont tendance à augmenter lorsque le Super Modèle est appliqué (figure 4.19). Les réservoirs de production sont parfaitement synchronisés alors que ce n'est pas le cas des réservoirs de routage. Cela est peut-être dû au fait que les réservoirs de routage sont très différents pour les modèles avant couplage ou que l'interaction avec le couplage des réservoirs de production situé en amont empêche le Super Modèle de synchroniser les réservoirs de routage.

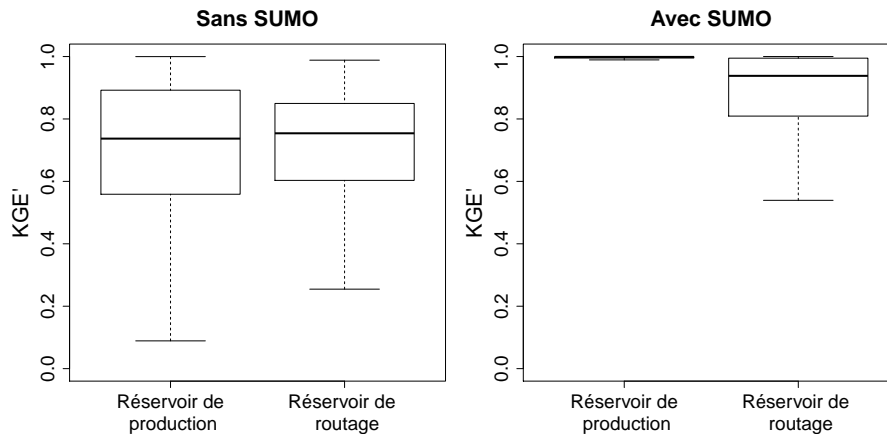


FIGURE 4.19 – Valeurs de KGE' calculées entre les taux de remplissage des réservoirs de production des modèles hauts (pris comme référence) et bas débits et entre ceux des réservoirs de routage de ces mêmes modèles sur 650 bassins. La figure met en opposition les KGE' sans et avec utilisation du Super Modèle afin de quantifier le degré de synchronisation des états du modèle. Il ne s'agit pas là de KGE' calculés par rapport aux débits observés.

Les résultats de la figure 4.19 sont légèrement différents lorsqu'une autre sortie du Super Modèle ou une autre fonction objectif sont utilisées pour le calage. Cela dit, dans la plupart des cas, le fait que les réservoirs de production soient très fortement synchronisés et que les réservoirs de routage le soient moins est toujours valable.

Pour approfondir ce résultat, il est intéressant d'y joindre une analyse des valeurs de coefficients d'échange. La figure 4.20 représente la distribution sur les 650 bassins des coefficients du Super Modèle obtenus par calage avec la même configuration que pour la figure 4.19. La figure 4.20 montre que les valeurs des coefficients relatifs au réservoir de routage (en particulier celle du coefficient qui corrige le routage du modèle bas débits) peuvent évoluer vers des valeurs plus élevées que celles des coefficients de correction du réservoir de production. Selon les conclusions de la sous-section précédente (4.4.2), il est possible que cela soit dû au fait que les réservoirs de routage soient initialement davantage différents que les réservoirs de production.

Cela dit, les figures 4.19 et 4.20 présentent un paradoxe : si les valeurs des coefficients affectant le réservoir de routage sont plus élevées, elles n'entraînent pas la synchronisation des niveaux de réservoirs. Cela tend à prouver qu'une valeur de paramètre élevée ne suffit pas à synchroniser les variables. Il est possible que les paramètres d'échange et de capacité maximale du réservoir de routage de GR4J (i.e.  $x_2$  et  $x_3$ ) soient trop contraignants pour permettre au Super Modèle de suffisamment modifier le remplissage du réservoir pour parvenir à une synchronisation ou que l'interaction avec la modification du réservoir de production soit trop forte.

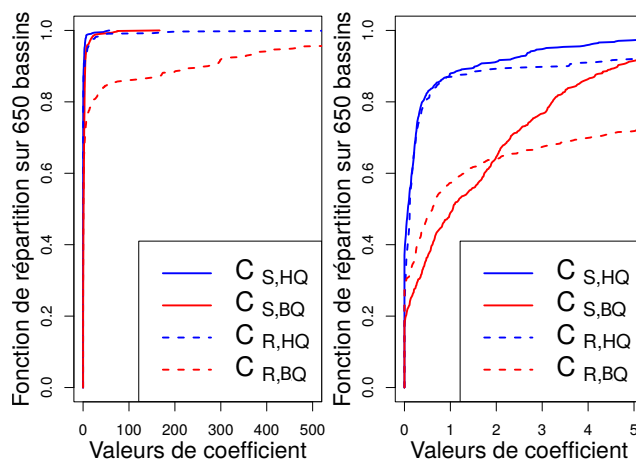


FIGURE 4.20 – Distribution des valeurs des quatre coefficients du Super Modèle calés sur les 650 bassins avec le KGE' sur la moyenne des débits non transformés comme fonction objectif. Le graphique de droite est un zoom de celui de gauche.

#### 4.4.4 Analyse des quantités d'eau échangées

Le dernier axe de compréhension du fonctionnement du Super Modèle abordé dans cette section est l'analyse des quantités d'eau "échangées" durant le couplage. En effet, la modification de l'équation différentielle entraîne indirectement une perte ou un gain dans les niveaux de réservoirs. La quantité d'eau ajoutée ou soustraite au modèle peut être estimée en intégrant le terme correctif du Super Modèle sur chaque pas de temps.

Par exemple, la figure 4.21 montre les quantités d'eau échangées au sein du réservoir de production pour les trois couples de coefficients testés sur la figure 4.12. La chronique des échanges montre des phases durant lesquelles le réservoir de production gagne de l'eau et des phases durant lesquelles il en perd. Au niveau global, le réservoir du modèle bas débits gagne de l'eau.

La dynamique de ces gains est un peu différente selon la valeur des coefficients. Lorsque le coefficient est égal à 0.25, les gains se font de manière plus progressive que lorsque le coefficient est égal à 1.

Les quantités échangées sont non négligeables. En effet, sur deux ans, environ 80 millimètres d'eau sont ajoutés au réservoir de production (cela représente 18% de sa capacité maximale).

Étant donné que la quantité d'eau échangée par le Super Modèle est liée aux valeurs de coefficients, la figure 4.22 montre qu'elle est liée au ratio des coefficients par une relation du même type que les erreurs absolues.

Pour finir, ces quantités d'eau échangées ont aussi l'avantage d'être un indicateur daté de la correction appliquée par le Super Modèle. En considérant que le calage du Super Modèle a pour but de corriger un modèle, l'analyse des chroniques d'eau échangées par le Super Modèle donne des indications sur les erreurs du modèle initial. Par exemple, sur la figure 4.21, la quantité d'eau nette échangée est positive. Si ce graphique était le résultat d'un calage, le modèle GR4J bas débits pourrait donc avoir un problème de sous-estimation du bilan en eau au regard de la fonction objectif.

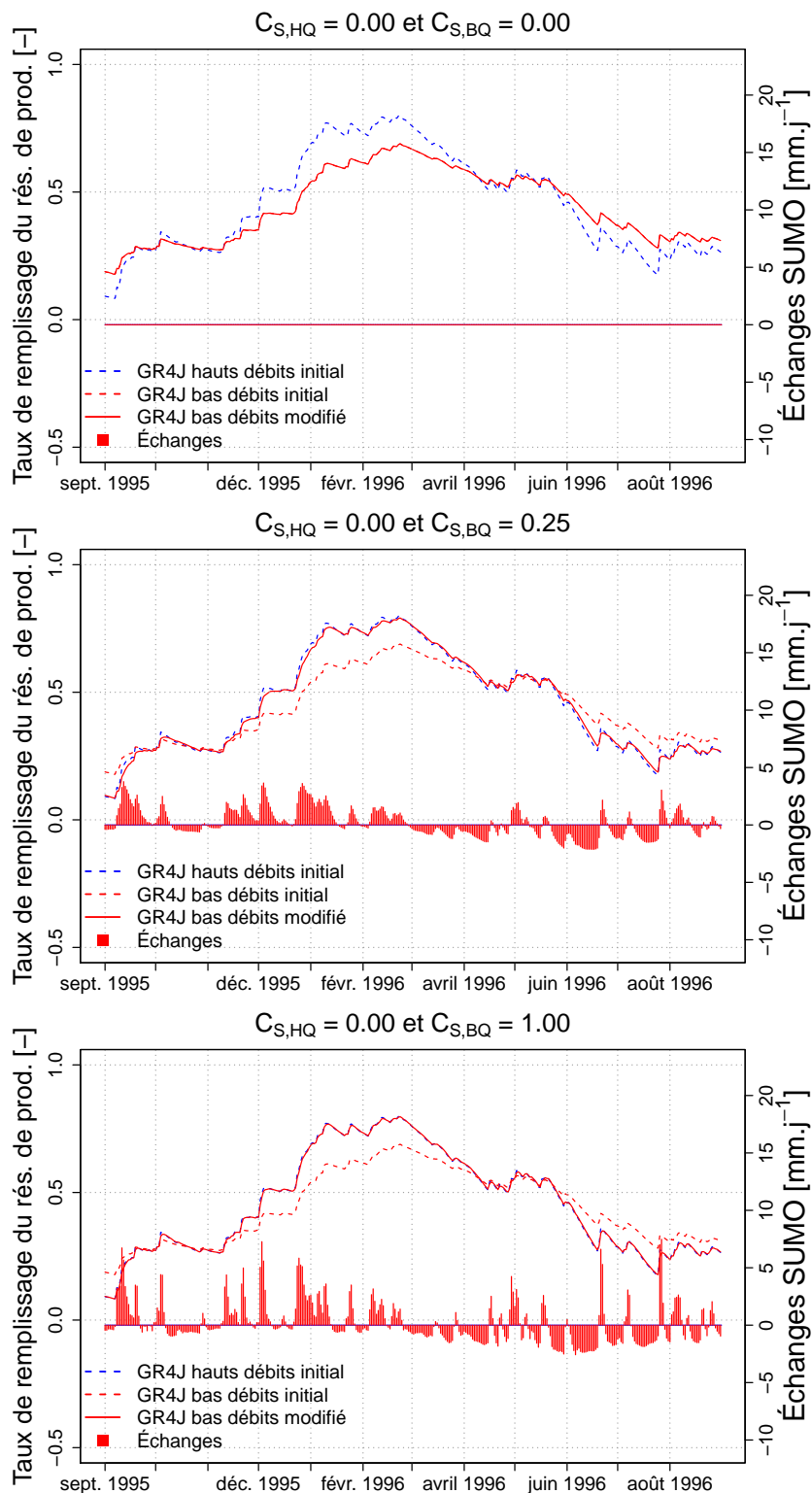


FIGURE 4.21 – Échanges dus au Super Modèle et taux de remplissage du réservoir de production du GR4J sur le bassin de la Gélise à Mézin sur l'année hydrologique 1995-1996. Les échanges et le taux de remplissage du modèle GR4J bas débits modifié par le Super Modèle sont représentés en fonction du coefficient correcteur. Le taux de remplissage est comparé aux taux de remplissage des deux modèles GR4J initiaux.

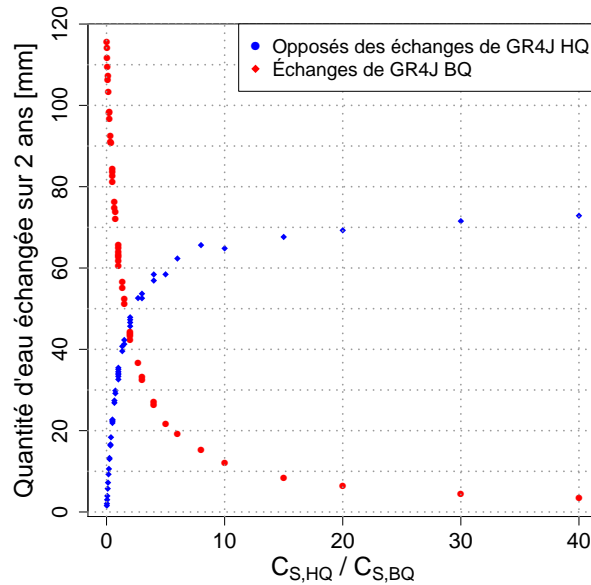


FIGURE 4.22 – Quantités échangées à partir du réservoir de production sur deux ans en fonction du ratio entre les coefficients du Super Modèle appliqués aux réservoirs de production des deux modèles GR4J couplés sur le bassin de la Gélise à Mézin. Chaque point représente un couple de paramètres testé.

#### 4.4.5 Lien entre sensibilité et performances

Pour valider le fait que les différences de niveaux de réservoirs initiaux ont un impact sur l'applicabilité du Super Modèle, les performances de ce derniers ont été analysées par bassin. Le but est d'essayer de lier la sensibilité du débit simulé aux coefficients du Super Modèle avec les performances de ce dernier sur un bassin.

La figure 4.23 montre que les différences de performances entre le Super Modèle et la référence ne sont pas homogènes entre bassins versants. En effet, il existe des bassins pour lesquels les performances sont dégradés (276 bassins), n'évoluent pas (284 bassins) et sont améliorées (90 bassins). Le fait d'utiliser la moyenne des modèles hauts et bas débits est un facteur de dégradation du KGE' calculé sur les débits non transformés par rapport au modèle hauts débits seul. Cela explique le nombre important de bassins pour lesquels les performances sont dégradées. Cependant, au-delà de cela, il est intéressant de comprendre ce qui rend le Super Modèle plus ou moins intéressant sur les différents bassins. Partant des résultats de l'analyse de sensibilité, il aurait été logique de constater que les bassins pour lesquels le Super Modèle n'apporte pas d'amélioration des performances ne sont pas forcément identifiables par une forte proximité des niveaux de réservoirs initiaux (analyse non montrée ici). Ces niveaux de réservoirs ne sont donc pas les seuls élément à regarder pour évaluer l'applicabilité de la méthode.

## 4.5 Conclusion

Cette première étape d'implémentation du Super Modèle aux modèles hydrologiques a consisté à coupler deux modèles GR4J paramétrés différemment. Le but de ce couplage était de mieux comprendre les processus engendrés par le Super Modèle en analysant un Super Modèle qui soit le plus simple possible.

Le Super Modèle couplant deux modèles GR4J n'a donc pas donné de résultats

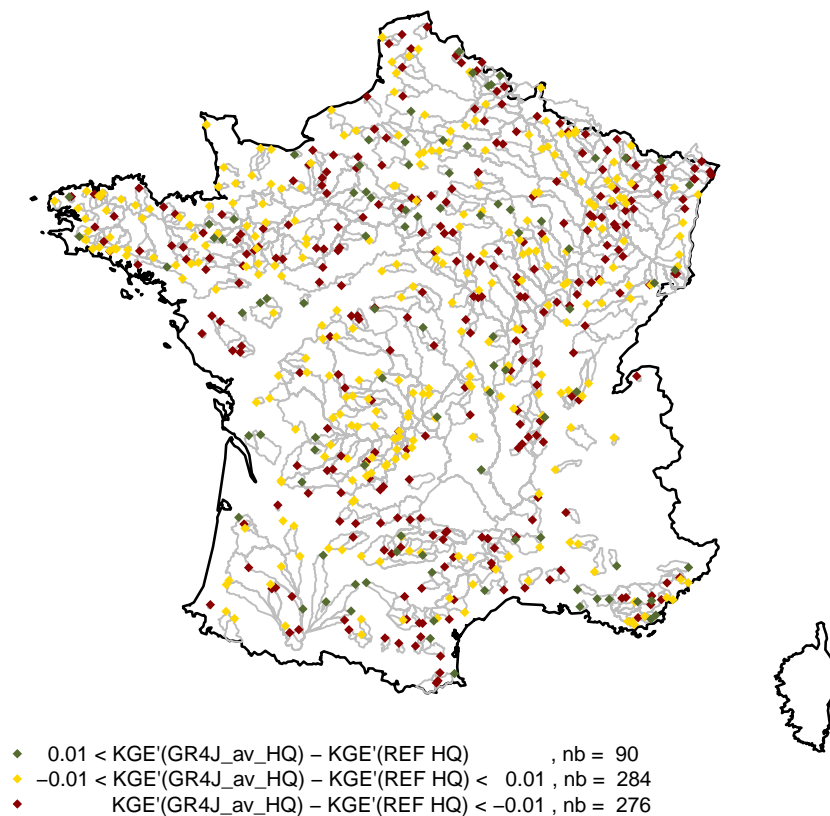


FIGURE 4.23 – Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle (expérience GR4J\_av\_HQ) et le modèle hauts débits non couplé à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de validation.

intéressants du point de vue des performances malgré des analyses encourageantes au niveau multiobjectif. Étant donné la faible divergence entre les structures des deux modèles couplés (les structures sont les mêmes), ces résultats étaient attendus.

Ce Super Modèle, en raison sa simplicité, a tout de même permis une meilleure compréhension de la méthode. Plusieurs analyses importantes sont à retenir de ce chapitre :

- le choix de la sortie du Super Modèle (qu'il s'agisse du débit corrigé de l'un des modèles ou de la moyenne de ces débits) est important et peut avoir un fort impact sur les performances ;
- les coefficients d'échanges qui régissent les modifications de niveaux de réservoirs ne sont pas indépendants. Le ratio entre un coefficient et le coefficient de l'autre modèle qui lui correspond est au moins aussi important que la valeur de ce coefficient ;
- les modifications des réservoirs ont un impact plus important une fois couplés s'ils sont initialement différents ;
- les quantités d'eau échangées sont liées aux valeurs de coefficients et peuvent être très informatives quant aux erreurs de chaque modèle avant couplage.

Ces résultats concernant le fonctionnement du Super Modèle sont intéressants et ont vocation à être pris en compte lors de la mise en place et de l'analyse d'un Super Modèle plus complexe couplant deux modèles de structures différentes. Ces travaux sont

l'objet des chapitres suivants. En effet, même si cela rend l'implémentation et l'analyse plus compliquées, il est primordial de parvenir à coupler deux modèles différents pour espérer obtenir de meilleurs résultats.





# Chapitre 5

## De l'implémentation d'un Super Modèle couplant deux modèles différents

### 5.1 Introduction

Le chapitre 4 a permis d'analyser le comportement du Super Modèle sans que les structures des modèles couplés ne soient différentes. La limitation de cette approche est que cela contraint probablement la méthode qui aurait plus de latitude pour améliorer les simulations de débits en couplant des modèles ayant des structures différentes dont elle pourrait tirer parti. Ce chapitre a donc pour but de faire l'étude de l'applicabilité du Super Modèle pour un couplage de deux modèles différents que sont GR4J et HYMOD. Cette étude se base sur une analyse approfondie des points communs entre les deux modèles ainsi que de leurs différences. Le but est d'identifier quelles variables d'état il convient de coupler entre les deux modèles ainsi que les mises à l'échelle à utiliser pour les couplages.

Les analyses de ce chapitre se basent sur une série de tests systématiques visant à évaluer chaque possibilité de couplage pour le Super Modèle. **Cette série de tests se base sur le calage des coefficients correcteurs du Super Modèle dont la sortie utilisée pour le calage est la moyenne des débits corrigés. La fonction objectif utilisée est le KGE' calculé sur les débits non transformés.** Les résultats des tests sont analysés en termes de performances globales car il ne s'agit pas ici d'analyser en détail le comportement du Super Modèle mais plutôt de choisir la meilleure configuration possible.

Le chapitre débute par une analyse de la complémentarité entre les deux modèles, suivie d'une présentation des équations permettant la mise en place du Super Modèle et enfin de la présentation des tests systématiques et de l'analyse de leurs résultats.

### 5.2 Complémentarité entre GR4J et HYMOD

Pour que le Super Modèle soit intéressant, les modèles doivent être suffisamment différents et, notamment, traiter certains processus de manière différente. Ainsi, on espère que la méthode dispose d'une latitude suffisante pour faire évoluer le couplage vers de meilleures performances. Des points communs doivent aussi exister entre ces

modèles pour permettre le couplage de variables d'état relativement semblables. Cette partie a pour but d'étudier les points communs et les différences entre les deux modèles afin d'orienter la mise en place d'un Super Modèle couplant GR4J et HYMOD.

### 5.2.1 Analyse structurelle globale

Les modèles GR4J et HYMOD sont deux modèles pluie-débit appartenant à la catégorie des modèles à réservoirs. Ce sont tous deux des modèles qui traitent la réponse hydrologique d'un bassin versant de manière globale et qui permettent de calculer le débit à l'exutoire en intégrant la pluie et l'évapotranspiration potentielle en entrée. Ils sont tous deux relativement simples et parcimonieux (respectivement 4 et 5 paramètres à caler). Pour mener à bien l'étude du Super Modèle, ces modèles sont utilisés au pas de temps journalier.

D'un point de vue structurel, les modèles GR4J et HYMOD (leurs versions en représentation d'états sont introduites dans le chapitre 3) présentent aussi certaines ressemblances. Leur fonction de production est composée d'une phase d'interception suivie d'un unique réservoir. Les fonctions de routage sont composées de deux branches complémentaires, l'une étant plutôt rapide et l'autre plus lente. En réalité, cette dénomination est simplificatrice (en particulier pour GR4J) mais elles seront désignées ainsi pour HYMOD dans la suite du manuscrit. Les deux modèles se basent aussi sur des cascades de Nash même si leur position dans la structure du modèle et leur nombre de réservoirs diffère.

Malgré cela, il existe un certain nombre de différences entre les modèles :

- au niveau de la fonction de production, pour GR4J, seul le paramètre  $x_1$  (capacité du réservoir de production) régit le calcul de la quantité de pluie ruisselée. Dans le cas de HYMOD, le paramètre  $B$  vient compléter le paramètre de capacité ( $C_{\max}$ ) dans le calcul du ruissellement afin de prendre en compte la répartition spatiale des capacités de réservoirs. La forme de la fonction de calcul du ruissellement de HYMOD peut donc varier et diffère de celle de GR4J. Le calcul de l'évapotranspiration affectant les réservoirs de production est aussi un peu différent : c'est une fonction linéaire dans le cas de HYMOD et une fonction quadratique pour GR4J. Par ailleurs, seul le réservoir de production de GR4J est affecté par une fonction de "percolation", même s'il convient de noter que ce flux reste faible. Enfin, le bilan en eau de GR4J est ajusté au niveau de la fonction de routage par les échanges ( $F(x_2)$  sur la figure 2.6) sans qu'un processus équivalent existe pour HYMOD. Cela permet à GR4J de prendre en compte des échanges souterrains avec d'autres bassins alors que HYMOD n'est pas construit pour cela ;
- au niveau de la fonction de routage, il existe, là aussi, quelques différences. La principale est que la cascade de Nash de GR4J est positionnée avant la partition entre les deux branches alors que celle de HYMOD est située dans la branche dite "rapide". De plus, dans le cas de GR4J, le coefficient de partition est fixé (90% pour la branche "lente" et 10% pour la branche "rapide") alors que celui de HYMOD ( $A$  sur la figure 3.20) est laissé libre et doit être calé. Enfin, le réservoir de routage de GR4J se vidange à partir d'une fonction puissance du niveau du réservoir alors que la vidange du réservoir lent de HYMOD (sa correspondance avec le réservoir de routage reste à prouver) est linéaire et parfois extrêmement lente.

D'un point de vue structurel, si les deux modèles ont des structures voisines, il existe donc des différences qui font que certains processus sont traités différemment par chacun des modèles. À titre d'exemple, le modèle HYMOD n'est pas conçu pour prendre en compte un surplus d'eau dû à des échanges souterrains avec un bassin versant voisin alors que c'est le cas de GR4J. Le degré de similarité/dissimilarité entre les structures des deux modèles semble donc adapté à la mise en place d'un Super Modèle.

### 5.2.2 Performances globales sur l'échantillon de bassins versants

On peut déduire du fonctionnement de l'approche du Super Modèle qu'il est préférable que les deux modèles soient complémentaires au niveau des performances. Lorsque l'un des modèles a des difficultés à modéliser un bassin ou une gamme de débit, l'autre devrait pouvoir mieux se comporter. Cette complémentarité pourra permettre d'augmenter la performance globale des modèles en les couplant.

Pour vérifier cela, les modèles ont été calés avec le KGE' appliqué aux débits non transformés pour fonction objectif. Pour ne pas compliquer l'analyse de cette version du Super Modèle, cette fonction objectif sera la seule à être appliquée pour les tests. De la même manière que pour le chapitre 4, un *split-sample* test a été appliqué avec les mêmes périodes de calage et de validation (figure 4.1). Les performances des deux modèles sont comparées pour vérifier leur complémentarité.

D'un point de vue global sur l'échantillon de bassins et sur la période de validation, les performances en termes de KGE' de GR4J sont significativement meilleures que celles de HYMOD (figure 5.1). Le modèle HYMOD est, en particulier, significativement moins performant sur les critères d'évaluation qui ne correspondent pas à la fonction objectif. Le test de rang de Friedman et la méthode de rééchantillonnage confirment les observations visuelles de la figure 5.1.

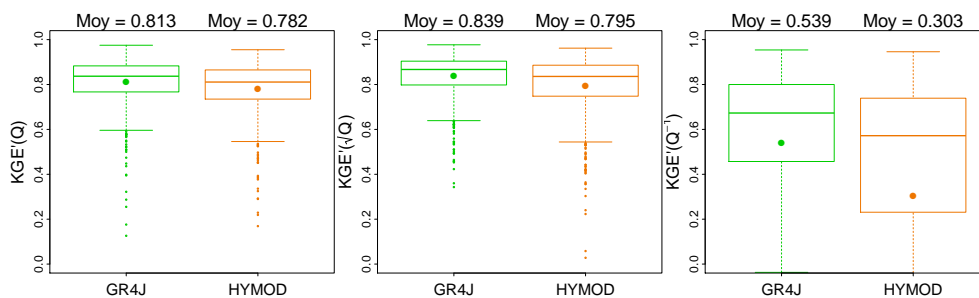


FIGURE 5.1 – Performances globales, en validation sur 650 bassins, de GR4J et HYMOD calés avec le KGE' sur les débits non transformés comme fonction objectif.

Malgré ce déficit important de performances de HYMOD, la répartition spatiale (figure 5.2) montre qu'il est capable de fournir de meilleurs résultats que GR4J sur un certain nombre de bassins. Sur les 650 bassins testés sur la période de validation, il y a un nombre important de ces bassins (386 pour GR4J et 125 pour HYMOD) pour lesquels chaque modèle est le meilleur. A première vue, il n'y a pas vraiment de tendance géographique forte si ce n'est que lorsque HYMOD est plus performant à l'exutoire d'un grand bassin, il l'est aussi sur certains des exutoires des bassins qui sont imbriqués à l'intérieur. C'est par exemple le cas du bassin de la Vilaine à l'Est de la

Bretagne ou de l'Aveyron au Sud du Massif Central. Cette observation est importante car cela montre que GR4J n'est pas systématiquement meilleur que HYMOD et est donc susceptible d'être amélioré par le Super Modèle sur certains bassins.

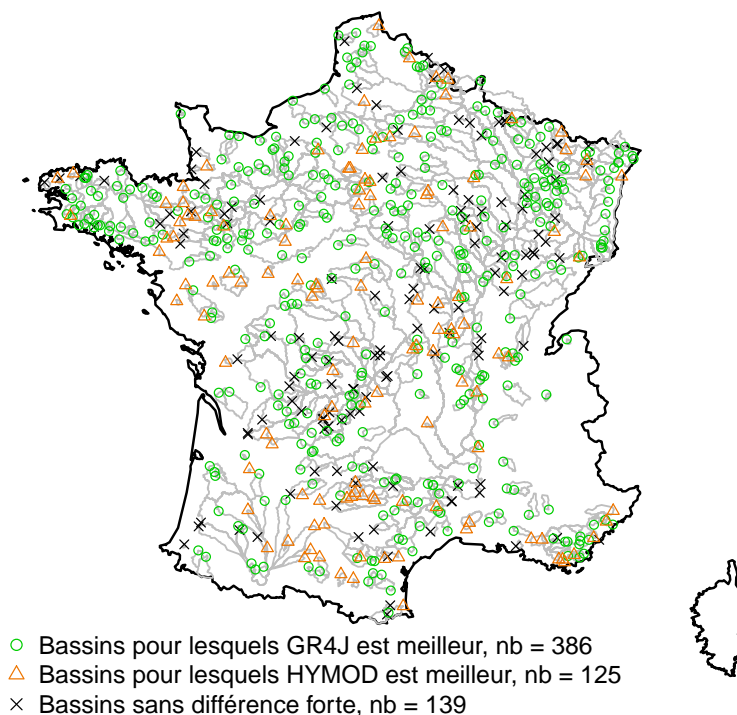


FIGURE 5.2 – Localisation des stations de mesure pour lesquelles les débits simulés par GR4J (en vert) et HYMOD (en orange) obtiennent un meilleur KGE' sur la période de validation. Sur les bassins figurés en noir, la différence de performance est inférieure à 0.01.

La figure 5.3 montre que la perte de performance entre GR4J et HYMOD semble principalement provenir de la diminution de la valeur du coefficient de corrélation ( $r$ ) entre débits simulés et observés. Le coefficient  $r$  ayant pour fonction de représenter les erreurs sur la forme et le timing de l'hydrogramme (Gupta et al., 2009), il semble que HYMOD soit moins adapté à la représentation de ces caractéristiques de l'hydrogramme. L'analyse des ratios  $\beta$  (indice concernant le biais global des modèles) montre que ces derniers ont tendance à surestimer les écoulements et que HYMOD semble davantage les surestimer que GR4J. En revanche, les indices de variabilité  $\gamma$  sont assez similaires et proches de 1 pour les deux modèles. Les déficiences de HYMOD comparées à GR4J sont donc dues à des problèmes de représentation de la forme et du timing de l'hydrogramme ainsi qu'à une tendance légèrement plus prononcée à surestimer les écoulements.

Notons, pour terminer cette analyse des différences de performances entre les modèles, que le modèle HYMOD a tendance à moins perdre en performances que GR4J entre la période de calage et la période de validation. Ce détail est important à prendre en compte car il peut expliquer que le Super Modèle, en se basant par exemple trop sur un modèle GR4J performant en phase de calage, en vienne à dégrader les performances en phase de validation.

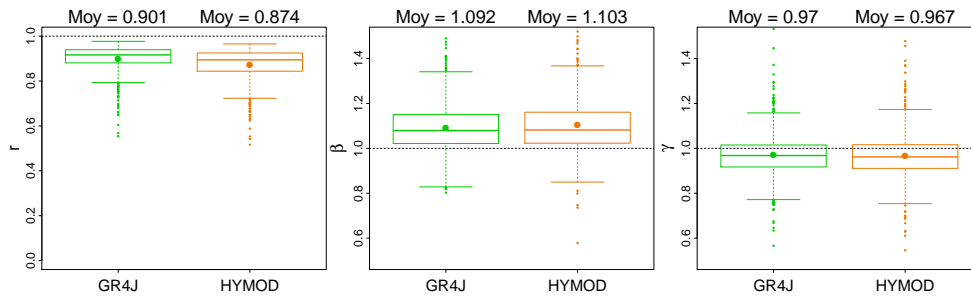


FIGURE 5.3 – Analyse des composantes du KGE' en validation sur 650 bassins de GR4J et HYMOD calés avec le KGE' sur les débits non transformés comme fonction objectif.  $r$  représente la corrélation entre débits simulés et observés,  $\beta$  représente le biais et  $\gamma$  donne la différence en termes de variabilité des débits observés et simulés.

En complément de cette analyse de performances, la similarité entre les débits simulés par les deux modèles a été évaluée en calculant le KGE' entre les débits de HYMOD (pris comme référence) et les débits de GR4J (figure 5.4). Les valeurs de KGE' montrent qu'il existe des différences entre les valeurs simulées par les modèles mais qu'elles sont néanmoins plus proches l'une de l'autre qu'elles ne le sont des observations.

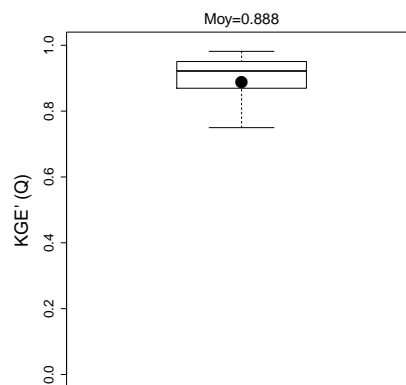


FIGURE 5.4 – Répartition sur 650 bassins des valeurs de KGE' entre les débits simulés de HYMOD (pris comme référence) et de GR4J. Les KGE' sont calculés sur la période de validation.

Pour résumer, GR4J est en général plus performant que HYMOD mais ce dernier peut localement être à même de mieux modéliser le débit et semble plus robuste au *split-sample* test. Les difficultés de modélisation par HYMOD semblent principalement dues à des problèmes de représentation du timing et de la forme de la réponse hydrologique. Il sera intéressant d'analyser de quelle manière le Super Modèle permet de régler ce genre d'erreurs entraînées par HYMOD.

### 5.2.3 Étude des relations entre paramètres

Un bon moyen pour comprendre les relations entre les deux modèles est d'analyser leurs valeurs de paramètres. Si les modèles sont structurellement différents, il convient de repérer les éléments qui remplissent des fonctions correspondantes dans chaque modèle. Si certaines valeurs de paramètres sont corrélées entre les deux modèles, il est possible que les processus qu'ils régissent remplissent la même fonction hydrologique.

Les valeurs de paramètres de chaque modèle pour les 650 bassins tests ont donc été comparées. Le but est de comparer un à un chaque paramètre des deux modèles pour

vérifier s'ils ont une relation l'un avec l'autre (figure 5.5). Ces comparaisons amènent à la constatation qu'en général, les relations entre les paramètres sont assez faibles même si certaines corrélations peuvent cependant être repérées.

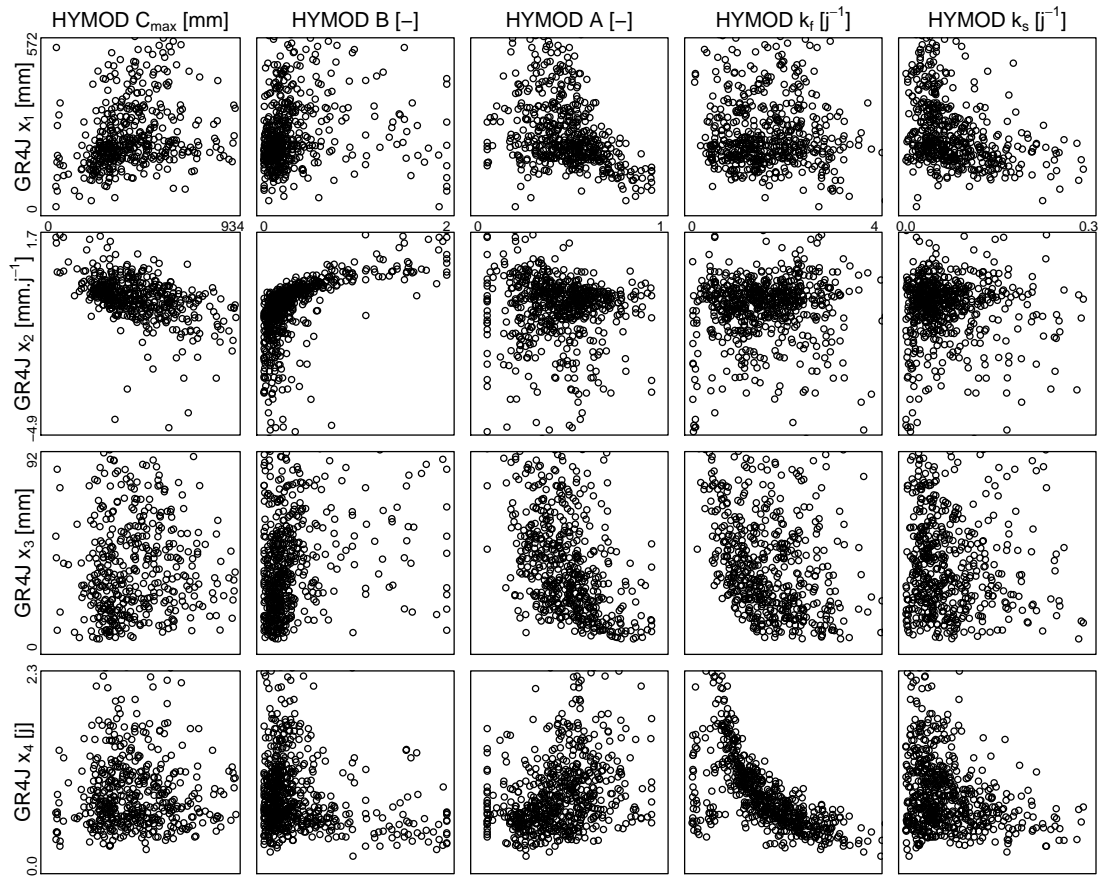


FIGURE 5.5 – Nuages de points obtenus pour chaque combinaison de paramètres possible entre GR4J et HYMOD calés avec le KGE' sur les débits non transformés comme fonction objectif sur les 650 bassins testés.

A priori, la relation la plus évidente aurait dû être celle qui lie les réservoirs de production. Cependant, aucune relation claire n'apparaît entre les paramètres  $B$  et  $C_{\max}$  qui régissent le réservoir de production de HYMOD et le paramètre de production  $x_1$  de GR4J. En revanche, comme le montre la figure 5.6, les paramètres  $B$  et  $C_{\max}$  sont plutôt corrélés avec  $x_2$ , le paramètre d'échange de GR4J. Cela montre que le réservoir de production de HYMOD endosse, en partie, le rôle qu'ont les échanges dans GR4J et que ce rôle est prépondérant pour la fonction de production du modèle.

En outre, les relations qui relient les paramètres de routage sont ambiguës. Le paramètre  $k_f$  est, la plupart du temps, corrélé au paramètre  $x_4$  (figure 5.5). En considérant que les cascades de Nash devraient jouer un rôle similaire au sein des modèles, cela semble plutôt logique. Le paramètre  $k_s$ , en revanche, n'est fortement corrélé à aucun des paramètres de routage de GR4J et seule une légère relation avec le paramètre  $x_1$  est à remarquer. Cette relation entre  $x_1$  et  $k_s$  est difficile à interpréter mais il est possible que le réservoir lent de HYMOD puisse en partie jouer le rôle d'un faible écoulement continu comme le fait la percolation ( $P_e$  sur la figure 2.6) au sein de GR4J.

Pour terminer cette étude sur les paramètres, revenons à la relation entre  $B$  et  $x_2$ . Les articles de Mouelhi et al. (2006) et Le Moine et al. (2007) considèrent le paramètre

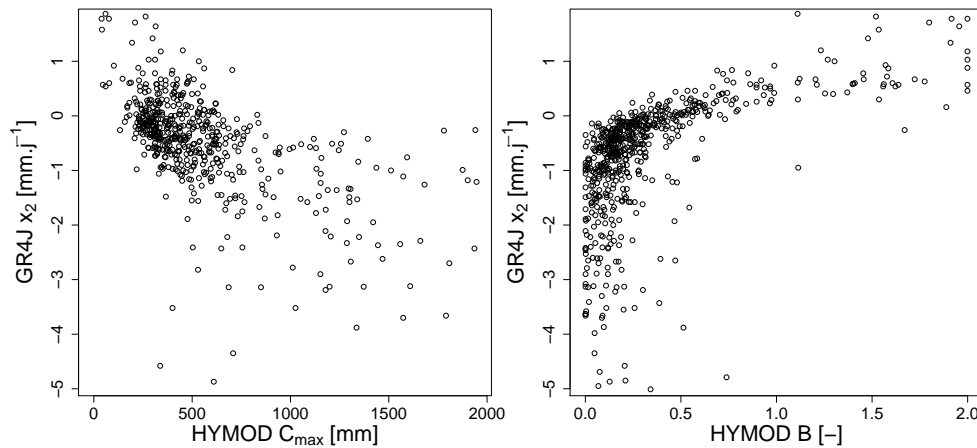


FIGURE 5.6 – Nuages de points représentant le paramètre  $x_2$  de GR4J sur 650 bassins en fonction des paramètres de production de HYMOD calés avec le KGE' sur les débits non transformés comme fonction objectif.

$x_2$  de GR4J comme un “*fudge factor*” (*i.e.* coefficient arbitraire) permettant d'équilibrer le bilan en eau du modèle. Pour Mouelhi et al. (2006), les erreurs de ce bilan peuvent avoir plusieurs origines : les échanges souterrains que le paramètre est censé reproduire, mais aussi les erreurs dans les mesures de précipitations ou de débits voire les problèmes dans le calcul de l'évapotranspiration potentielle. La relation entre  $x_2$  et les paramètres de production de HYMOD semble indiquer que ce sont ces derniers qui jouent le rôle de “*fudge factor*” du bilan dans HYMOD. Le fait que la correction du bilan soit traitée au niveau du réservoir de production implique que les erreurs de bilan soient traitées différemment. Il peut donc être intéressant d'intégrer ces deux philosophies distinctes au sein d'un Super Modèle pour voir si le bilan en est amélioré.

Pour résumer cette analyse, les relations entre paramètres montrent bien qu'il est difficile d'avoir une idée *a priori* des variables internes qui se correspondent au sein des modèles. Parvenir à déceler des correspondances entre variables nécessite donc une analyse plus approfondie des niveaux de réservoirs en tant que tels.

#### 5.2.4 Analyse des corrélations entre variables

Pour mieux appréhender les relations entre les différents réservoirs des deux modèles, les coefficients de corrélation linéaire de Pearson ont été calculés entre les différentes chroniques de niveaux de réservoirs (ou groupes de réservoirs dans le cas des cascades de Nash) de HYMOD et de GR4J pour les 650 bassins de l'échantillon (figure 5.7). Cela permet d'avoir un aperçu des relations de fonctionnement entre différents réservoirs. Deux réservoirs liés par un coefficient de corrélation élevé vont avoir tendance à agir sur des processus similaires au niveau du modèle. Les délais dans les corrélations ne sont pas analysés car les échanges du Super Modèle se font à chaque pas de temps.

La figure 5.7 permet de tirer plusieurs conclusions sur les liens entre réservoirs :

- le réservoir de production de HYMOD est logiquement très corrélé au réservoir de production de GR4J. Il est aussi relativement bien corrélé au réservoir de routage de ce dernier, ce qui peut être le résultat du lien entre les échanges souterrains de GR4J et les paramètres de production de HYMOD ;



- les réservoirs rapides de HYMOD ( $S_{f1}$  à  $S_{f3}$ ) sont bien corrélés à la cascade de Nash de GR4J. Cela est assez logique car ces réservoirs forment aussi une cascade de Nash ;
- le réservoir lent de HYMOD, en revanche, est moins bien corrélé aux réservoirs de GR4J. Le réservoir qui lui est le plus corrélé est le réservoir de routage mais ce dernier est aussi bien corrélé au réservoir de production de HYMOD qu'à ce réservoir lent.

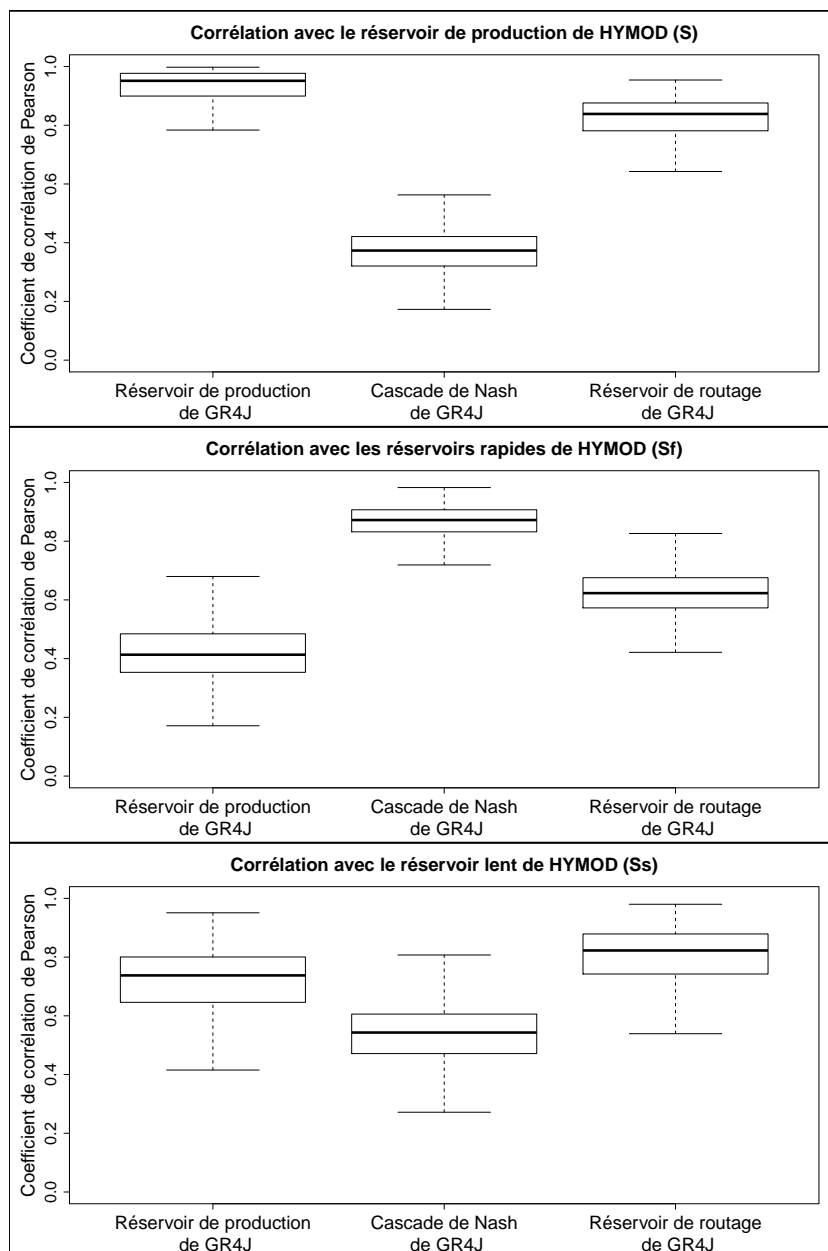


FIGURE 5.7 – Répartitions des corrélations sur 650 bassins entre les niveaux des réservoirs (ou groupe de réservoirs) de HYMOD et les niveaux de chaque réservoir (ou groupe de réservoirs) de GR4J.

Mis à part le cas de la corrélation entre le réservoir de routage de GR4J et le réservoir lent de HYMOD, les résultats déduits de la figure 5.7 sont plutôt conformes aux idées *a priori* qu'un modélisateur aurait pu avoir. Cela est plutôt inattendu étant donné les résultats de l'analyse des paramètres faite dans la section 5.2.3.

Pour approfondir cette étude de corrélation, il est important de faire une analyse des cascades de Nash des deux modèles. En effet, si la somme totale de l'eau dans ces deux entités est bien corrélée (figure 5.7), comprendre ce qu'il advient au niveau interne de ces cascades est essentiel pour mettre en place le couplage.

L'analyse des corrélations entre les trois réservoirs rapides de HYMOD et les onze réservoirs de la cascade de Nash de GR4J (figure 5.8) montre qu'il semble y avoir une différence de vitesse d'écoulement entre les deux cascades de Nash, celle de HYMOD ayant une réponse plus lente que celle de GR4J. Le premier réservoir de HYMOD semble plutôt corrélé aux réservoirs de la première partie de la cascade de Nash de GR4J (allant de 1 à 7) avec un maximum de corrélation au niveau du cinquième réservoir. Le deuxième réservoir de HYMOD est, quant à lui, plutôt corrélé aux trois derniers réservoirs de la cascade de GR4J (de 9 à 11). Enfin, le dernier réservoir de HYMOD est faiblement corrélé aux réservoirs de GR4J et sa corrélation est croissante avec chacun de ces réservoirs successifs. C'est le fait que la corrélation soit croissante qui indique que la cascade de Nash de HYMOD est plus lente que celle de GR4J. Elle englobe donc à la fois le rôle de la cascade de Nash de GR4J et une partie plus tardive de la réponse.

**Résumé** L'analyse des corrélations entre états a donc permis de préciser les relations entre les réservoirs des deux modèles. Leurs réservoirs de production et leurs cascades de Nash sont bien corrélés et une correspondance entre ces réservoirs peut être observée. Ajoutons que le maximum de corrélation au sein des cascades de Nash apparaît entre le premier réservoir de celle de HYMOD et le réservoir 5 de celle de GR4J ainsi qu'entre le réservoir 2 de HYMOD et le réservoir 11 de GR4J. La cascade de Nash de GR4J agit donc, semble-t-il, un peu plus en amont dans le processus de réponse hydrologique que celle de HYMOD.

Les relations entre le réservoir de routage de GR4J et ceux de HYMOD sont plus complexes. Il semble qu'une partie du rôle du réservoir de routage de GR4J soit prise en charge par le réservoir de production de HYMOD alors que l'autre soit le fait de son réservoir lent. Ce mélange est peut-être dû aux échanges souterrains qui affectent ce réservoir de routage.

## 5.3 Implémentation du Super Modèle

La différences de performances entre GR4J et HYMOD permettent d'espérer un apport positif du Super Modèle aux performances de ces deux modèles. De plus, l'analyse de leurs ressemblances, et notamment des corrélations entre états, permet d'avoir une base intéressante pour la mise en place pratique du couplage.

### 5.3.1 Calage des modèles initiaux

Comme dans le cas du Super Modèle couplant deux modèles GR4J (chapitre 4), la première étape de la mise en place du couplage est de caler les deux modèles originaux pour obtenir les jeux de paramètres avec lesquels ces modèles doivent être utilisés durant le couplage.

Ce calage est décrit dans la partie précédente (section 5.2.2) et a permis d'obtenir les résultats qui y sont analysés. Le choix du KGE' sans transformation de débit en

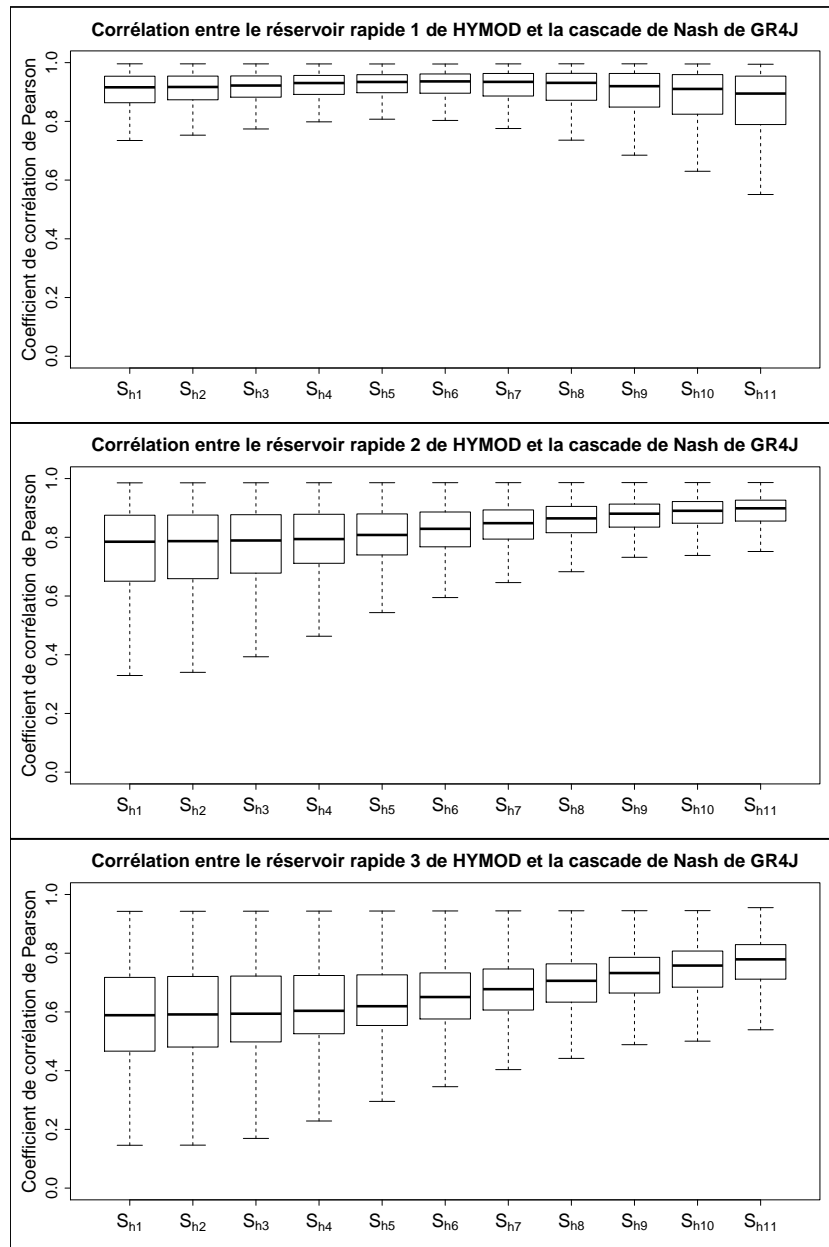


FIGURE 5.8 – Corrélations sur 650 bassins entre les niveaux des trois réservoirs rapides de HYMOD et ceux de chacun des onze réservoirs de la cascade de Nash de GR4J ( $S_{h1}$  à  $S_{h11}$ ).

tant que fonction objectif est dû au fait que le  $KGE'$  peut aussi être décomposé pour mieux comprendre les erreurs de chaque modèle. Si une transformation de débit avait été utilisée, la signification des différentes composantes de l'erreur aurait été moins évidente à appréhender.

### 5.3.2 Choix des variables couplées

Le choix des localisations d'échanges possibles s'est basé sur l'étude des points communs et différences entre GR4J et HYMOD (section 5.2). Trois couplages potentiels entre états sont testés par la suite. Un premier échange couple les réservoirs de production de chaque modèle, un second lie les deux cascades de Nash et un dernier couple le réservoir de routage de GR4J avec le réservoir lent de HYMOD (figure 5.9). Ces

trois couplages ont été choisis en respectant les corrélations entre variables. Dans le cas du couplage entre les cascades de Nash, seul un couplage entre le premier réservoir de la cascade de HYMOD et le réservoir 5 de celle de GR4J a été implémenté car ce sont les réservoirs les mieux corrélés. Le fait de n'appliquer qu'un couplage entre ces cascades permet de limiter le risque de trop complexifier le Super Modèle en créant des situations d'équifinalité entre coefficients.

Le couplage entre le réservoir de routage de GR4J et le réservoir lent de HYMOD est moins évident que les deux autres du point de vue de la corrélation. Cependant, leur position (proche de la sortie) au sein de chacun des modèles est susceptible d'amplifier l'impact des corrections du Super Modèle.

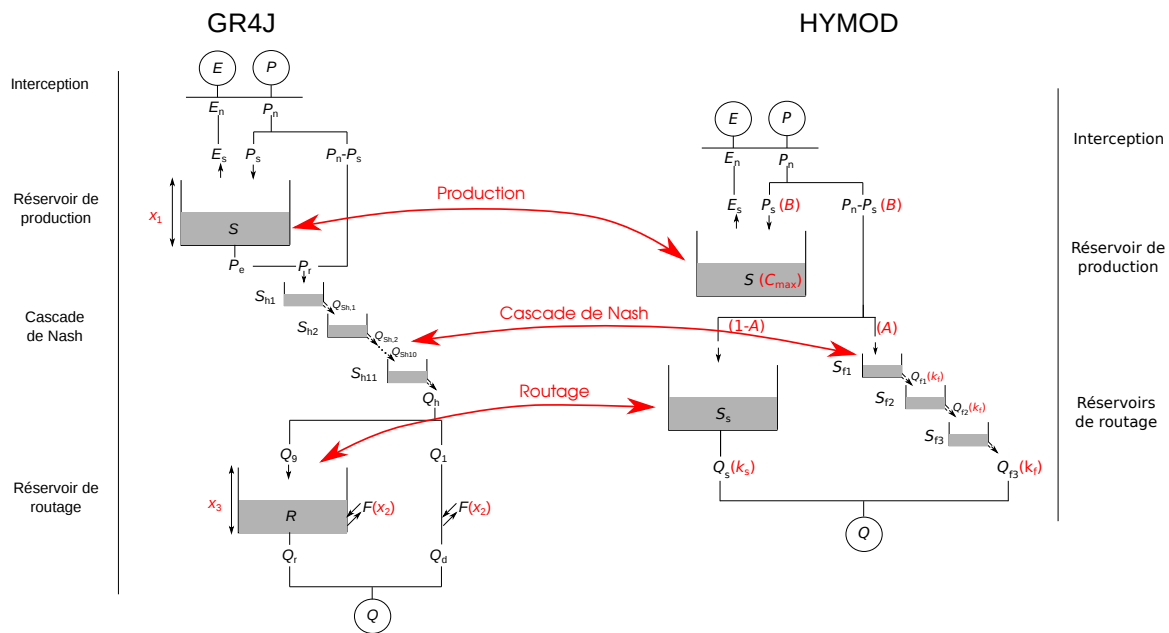


FIGURE 5.9 – Schéma des états potentiellement couplés par le Super Modèle entre GR4J et HYMOD.

Comme trois états sont couplés, trois couples d'équations différentielles construits à partir des équations de GR4J (tableau 3.1) et de HYMOD (annexe B.2) sont à intégrer pour implémenter le Super Modèle. Notons que, contrairement à ce qui a été fait pour le chapitre 4, les variables échangées lors de ces couplages ne sont plus les taux de remplissage des réservoirs mais leurs niveaux. Le couplage des réservoirs de production est représenté par le couple d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \dot{S}_{GR} &= P_{s,GR} - E_{s,GR} - P_{e,GR} + C_{S,GR} \cdot (h_{S,GR}(S_{HM}) - S_{GR}) \\ \dot{S}_{HM} &= P_{s,HM} - E_{s,HM} + C_{S,HM} \cdot (h_{S,HM}(S_{GR}) - S_{HM}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Dans cette équation,  $S_{GR}$  et  $S_{HM}$  sont respectivement les niveaux des réservoirs de production de GR4J et HYMOD.  $P_s$ ,  $E_s$  et  $P_e$  sont les flux affectant ces réservoirs, ils sont indicés GR s'ils correspondent au modèle GR4J et HM s'ils correspondent au modèle HYMOD. Les coefficients de correction du Super Modèle  $C$  sont aussi indicés en fonction de l'état (ici  $S$ , les réservoirs de production) et du modèle qu'ils affectent. Enfin, un opérateur  $h$  (dit opérateur de mise à l'échelle) indicé de la même manière que les coefficients permet de mettre à l'échelle la valeur de l'état correcteur pour l'adapter à la valeur de l'état corrigé.

Le couplage des cascades de Nash est implémenté par le couple d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\dot{S}_{h5,GR} &= Q_{Sh4,GR} - Q_{Sh5,GR} & + & C_{Sh5,GR} \cdot (h_{Sh5,GR}(S_{fl,HM}) - S_{h5,GR}) \\ \dot{S}_{fl,HM} &= A(P_n - P_{s,HM}) - Q_{fl,HM} & + & C_{Sfl,HM} \cdot (h_{Sfl,HM}(S_{h5,GR}) - S_{fl,HM})\end{aligned}\quad (5.2)$$

Ici,  $S_{h5,GR}$  représente le niveau du cinquième réservoir de la cascade de Nash de GR4J et  $S_{fl,HM}$  le niveau du premier réservoir de celle de HYMOD. Les flux ainsi que les coefficients et opérateurs de mise à l'échelle du Super Modèle sont indicés de la même manière que pour les équations 5.1 qui concernent les réservoirs de production.

Le couplage du réservoir de routage de GR4J et du réservoir lent de HYMOD est implémenté par le couple d'équations suivant :

$$\begin{aligned}\dot{R}_{GR} &= Q_{9,GR} + F_{GR} - Q_{r,GR} & + & C_{R,GR} \cdot (h_{R,GR}(S_{s,HM}) - R_{GR}) \\ \dot{S}_{s,HM} &= (1 - A)(P_n - P_{s,HM}) - Q_{s,HM} & + & C_{Ss,HM} \cdot (h_{Ss,HM}(R_{GR}) - S_{s,HM})\end{aligned}\quad (5.3)$$

Ici,  $R_{GR}$  représente le niveau du réservoir de routage de GR4J et  $S_{s,HM}$  le niveau du réservoir lent de HYMOD. Les flux ainsi que les coefficients et opérateurs de mise à l'échelle du Super Modèle sont indicés de la même manière que pour les équations 5.1 qui concernent les réservoirs de production.

### 5.3.3 Mise à l'échelle des variables testées

Le seul élément manquant à l'implémentation des équations 5.1, 5.2 et 5.3 est la nature des opérateurs  $h$ . Les modèles sont structurellement différents et, malgré l'existence de certaines corrélations, l'utilisation de ces opérateurs est indispensable pour ramener les états échangés dans les mêmes gammes de valeurs. L'utilisation d'états non mis à l'échelle engendrerait des problèmes numériques. Elle pourrait aussi rendre le Super Modèle inefficace si les variables d'état qu'il transmet ne sont pas adaptées au modèle receveur.

Dans le cadre de cette thèse, deux stratégies de mise à l'échelle sont testées :

- une approche simple consistant à normaliser les variables d'état correctrices en fonction de la moyenne et de l'écart-type de l'état corrigé ;
- une approche basée sur les formulations des équations différentielles consistant à adapter le niveau du réservoir correcteur en fonction des flux du réservoir corrigé. Cette mise à l'échelle a pour effet de lier la dynamique de l'état correcteur à celle de l'état corrigé.

La normalisation des états de chaque modèle consiste à utiliser les moyennes et écarts-type de chacun d'entre eux afin de les ramener dans la même gamme de valeurs. Seul l'opérateur mettant le niveau du réservoir de production de HYMOD à l'échelle du niveau de réservoir de production de GR4J est donné en exemple ici car les opérateurs  $h$  affectant les autres états sont relativement similaires. Cet opérateur  $h$  peut s'écrire de la manière suivante :

$$h_{S,GR}(S_{HM}) = \mu_{S,GR} + \sigma_{S,GR} \frac{S_{HM} - \mu_{S,HM}}{\sigma_{S,HM}} \quad (5.4)$$

avec  $S_{HM}$  le niveau du réservoir de production de HYMOD et  $h_{S,GR}$  l'opérateur permettant d'adapter ce dernier à GR4J (cf équation 5.1).  $\mu_{S,HM}$  et  $\sigma_{S,HM}$  sont respectivement la moyenne et l'écart-type du niveau du réservoir de production de HYMOD sur la

période d'étude,  $\mu_{S,GR}$  et  $\sigma_{S,GR}$  correspondent à ceux du réservoir de production de GR4J.

Pour éviter que le niveau mis à l'échelle ne pose de problème numérique au modèle, il est ramené à 0 s'il est négatif et à  $x_1$  (la capacité maximale du réservoir de production de GR4J) s'il est supérieur à  $x_1$ . Cette façon de procéder est reproduite avec chaque état couplé pour définir chaque opérateur de mise à l'échelle  $h$ . Le niveau mis à l'échelle est rarement négatif mais il arrive souvent qu'il soit supérieur à  $x_1$  du fait que le niveau du réservoir de production de HYMOD soit souvent égal à sa capacité maximale.

La deuxième possibilité envisagée durant cette thèse est de déterminer la mise à l'échelle des niveaux de réservoirs au travers des flux sortants de ceux-ci. Le but est de faire correspondre ces flux sortant des réservoirs couplés entre les deux modèles. Prenons une vidange  $Q_{fl,HM}$  obtenue à partir d'un niveau  $S_{fl,HM}$  donné du premier réservoir de la cascade de Nash de HYMOD. L'exercice consiste à évaluer quel serait le niveau du réservoir de GR4J qui lui est couplé ( $S_{h5,GR}$ , cinquième réservoir de la cascade de Nash) qui amènerait une vidange  $Q_{Sh5,GR}$  qui serait égale à  $Q_{fl,HM}$ . C'est en se basant sur cette égalité que  $S_{fl,HM}$  est mis à l'échelle pour corriger GR4J. Ainsi, cela permet au Super Modèle de corriger ces niveaux de réservoir de manière à harmoniser leurs vidanges. Cette façon de procéder sera appelée "harmonisation des flux" (et mise en opposition à "normalisation") dans la suite du manuscrit.

Dans le cas des réservoirs de production, les fonctions  $h_{S,HM}$  et  $h_{S,GR}$  sont déterminées en partant du principe qu'une même pluie nette  $P_n$  entrant dans le réservoir de production de chaque modèle doit donner la même quantité de ruissellement. Rappelons les équations de production de ruissellement pour chaque modèle (tableau 3.1 et annexe B.2) :

$$\begin{aligned} P_{r,HM} &= P_n - P_n \left( 1 - \frac{(B+1)S_{HM}}{C_{max}} \right)^{\frac{B}{B+1}} \\ P_{r,GR} &= P_n - P_n \left( 1 - \left( \frac{S_{GR}}{x_1} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

$P_{r,HM}$  et  $P_{r,GR}$  représentent le ruissellement produit par GR4J et HYMOD,  $C_{max}$  et  $B$  sont les paramètres de production de HYMOD et  $x_1$  celui de GR4J.

En postulant que  $P_{r,HM} = P_{r,GR}$ , les fonctions de transfert peuvent être obtenues par la résolution de l'égalité, soit :

$$\begin{aligned} h_{S,HM}(S_{GR}) &= \frac{C_{max}}{B+1} - \frac{C_{max}}{B+1} \left( 1 - \left( \frac{S_{GR}}{x_1} \right)^2 \right)^{\frac{B+1}{B}} \\ h_{S,GR}(S_{HM}) &= x_1 \sqrt{1 - \left( 1 - \frac{(B+1)S_{HM}}{C_{max}} \right)^{\frac{B}{B+1}}} \end{aligned} \quad (5.6)$$

La même opération peut être reproduite concernant le couplage entre les cascades de Nash des modèles. Le but est de mettre à l'échelle chaque niveau de réservoir pour qu'il donne une vidange équivalente à celle du réservoir qu'il corrige. Partons des équations de vidange des réservoirs couplés :

$$\begin{aligned} Q_{fl,HM} &= k_f \cdot S_{fl,HM} \\ Q_{Sh5,GR} &= \frac{n_r - 1}{x_4} \cdot S_{h5,GR} \end{aligned} \quad (5.7)$$

$Q_{fl,HM}$  et  $Q_{Sh5,GR}$  sont respectivement les vidanges du premier réservoir de la cascade de Nash de HYMOD et du cinquième de celle de GR4J.  $k_f$  est le coefficient de vidange

rapide de HYMOD,  $n_r$  le nombre de réservoirs de la cascade de Nash de GR4J dont la vidange est paramétrée par  $x_4$ .

Étant donné que la branche rapide de HYMOD représente une part (paramètre  $A$ ) du flux total alors que la cascade de Nash de GR4J représente la totalité du flux, l'égalité à résoudre est :  $Q_{fl, HM} = A \cdot Q_{Sh5, GR}$ . Ainsi, il est possible de déduire les opérateurs  $h$  pour l'équation 5.2 :

$$\begin{aligned} h_{S_{fl, HM}}(S_{h5, GR}) &= \frac{A(n_r-1)}{k_f \cdot x_4} \cdot S_{h5, GR} \\ h_{S_{h5, GR}}(S_{fl, HM}) &= \frac{k_f \cdot x_4}{A(n_r-1)} \cdot S_{fl, HM} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Pour finir, une déduction similaire peut être faite entre le réservoir de routage de GR4J et le réservoir lent de HYMOD. Les vidanges de chacun de ces réservoirs sont les suivantes :

$$\begin{aligned} Q_{s, HM} &= k_s \cdot S_{s, HM} \\ Q_{r, GR} &= \frac{x_3}{4} \left( \frac{R_{GR}}{x_3} \right)^5 \end{aligned} \quad (5.9)$$

$Q_{s, HM}$  et  $Q_{r, GR}$  sont respectivement les vidanges du réservoir lent de HYMOD et du réservoir de routage de GR4J.  $k_s$  est le coefficient de vidange lent de HYMOD et  $x_3$  la capacité du réservoir de routage de GR4J.

En prenant en compte les taux de séparation d'hydrogrammes de chaque modèle ( $A$  et  $m_6$ , voir tableau 3.2), il est possible de déduire les opérateurs  $h$  pour l'équation 5.3 en résolvant  $m_6 Q_{s, HM} = (1 - A) Q_{r, GR}$  :

$$\begin{aligned} h_{S_{s, HM}}(R_{GR}) &= \frac{(1-A)x_3}{4m_6k_s} \left( \frac{R_{GR}}{x_3} \right)^5 \\ h_{R, GR}(S_{s, HM}) &= \left( \frac{4m_6k_s x_3^4}{1-A} \cdot S_{s, HM} \right)^{\frac{1}{5}} \end{aligned} \quad (5.10)$$

L'utilisation de ces fonctions de mise à l'échelle (que ce soit la normalisation ou l'harmonisation des flux) donne de bons résultats pour ramener les niveaux de réservoirs dans la même gamme de valeurs. Par exemple, pour le bassin du Cher à Chambonchard, les figures 5.10 et 5.11 montrent que les fonctions ramènent bel et bien les niveaux dans la même gamme de valeurs.

Ces figures laissent penser que le choix de la mise à l'échelle peut avoir un impact significatif sur le Super Modèle. Par exemple, en août et septembre 1996, les niveaux de réservoirs de production mis à l'échelle sont très différents s'ils sont normalisés plutôt que mis à l'échelle en harmonisant les flux  $P_s$ . Cette différence est probablement due au fait que le flux d'évapotranspiration n'est pas pris en compte dans la mise à l'échelle de l'état. À ce titre, il semble que la mise à l'échelle basée sur la normalisation soit plus intéressante car la mise à l'échelle basée sur l'harmonisation ne prend pas en compte l'évapotranspiration et pourrait fausser le couplage. Des différences apparaissent aussi durant les mêmes mois dans le cadre du couplage entre réservoir de routage et réservoir lent. Dans ce cas-là, la correction basée sur la normalisation semble impactée par le fait que cette dernière donne un niveau de réservoir de routage mis à l'échelle de GR4J qui est négatif. Même si ce dernier est ramené à zéro, cela semble impacter la qualité de la mise à l'échelle. De plus, pour ces mêmes réservoirs, entre décembre et avril, l'harmonisation des flux donne des niveaux bien plus élevés que la normalisation. Il est alors difficile d'évaluer laquelle des mises à l'échelle sera la plus intéressante.

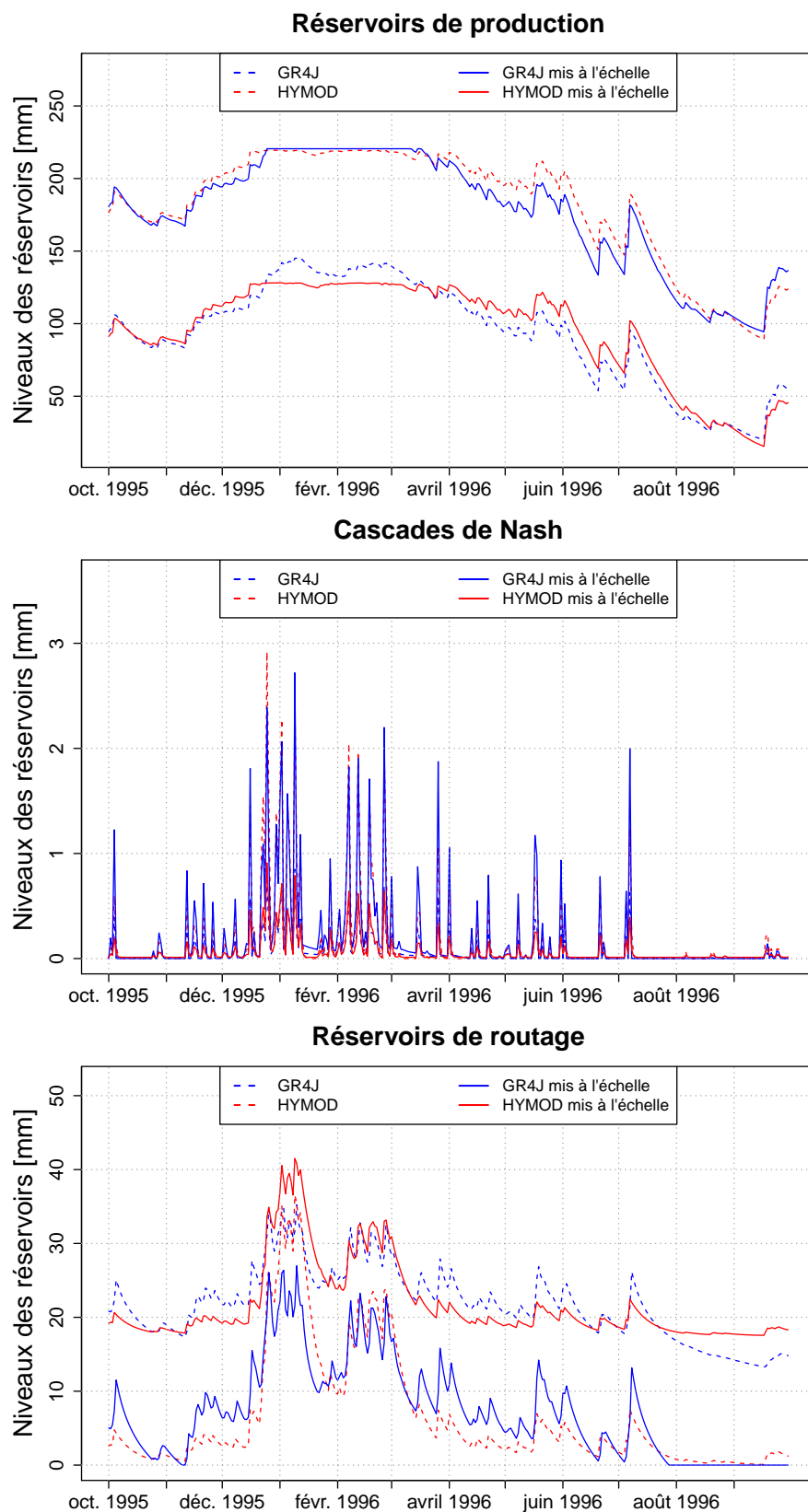


FIGURE 5.10 – Impact des mises à l'échelle calculées à partir de la normalisation des états (équation 5.4) sur les trois états couplés de GR4J et HYMOD sur le bassin du Cher à Chambonchard.



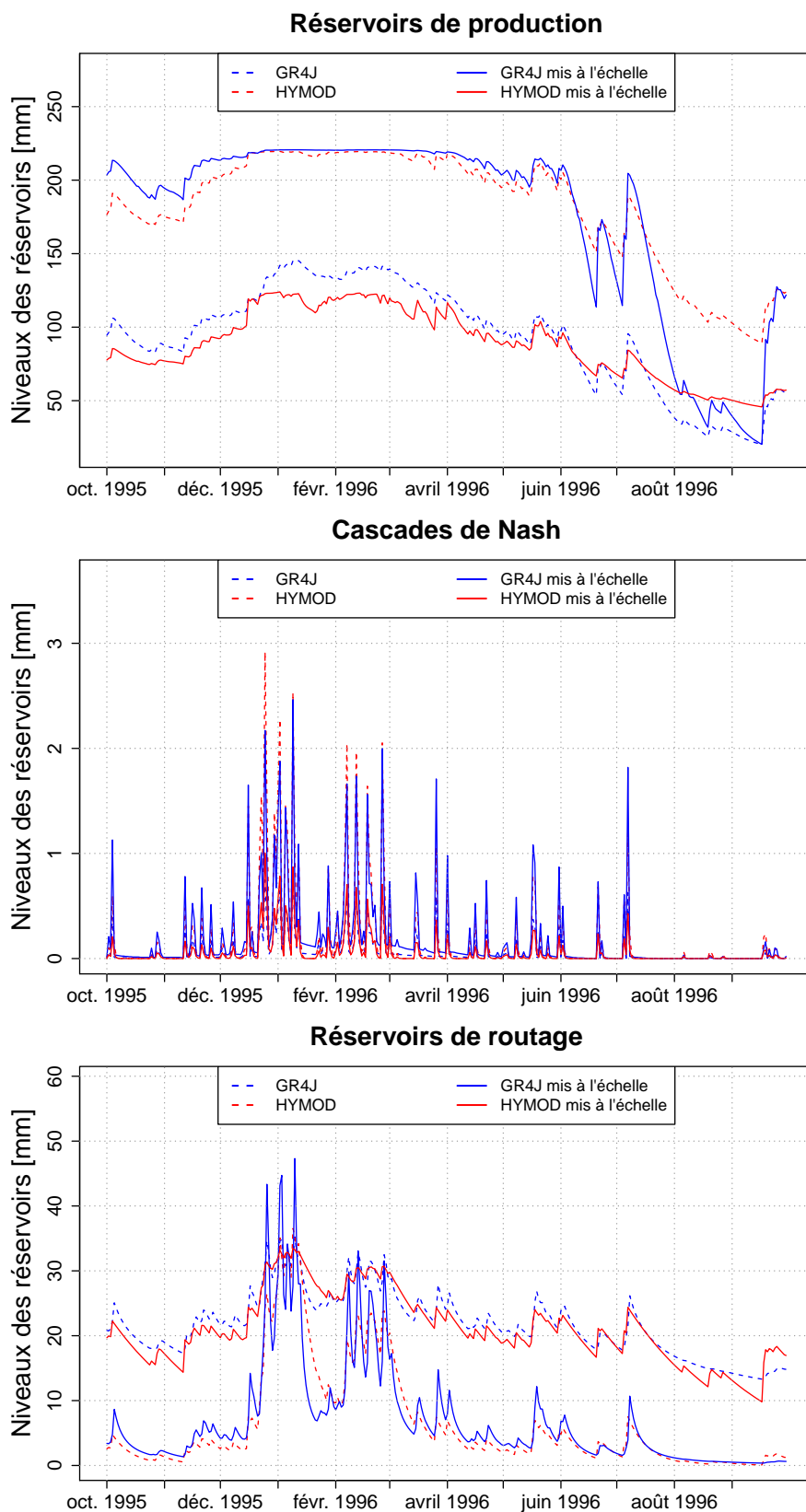


FIGURE 5.11 – Impact des mises à l'échelle calculées à partir de l'harmonisation des flux de chaque modèle (équations 5.6, 5.8 et 5.10) sur les trois états couplés de GR4J et HYMOD sur le bassin du Cher à Chambonchard.

Le choix entre harmonisation des flux et normalisation des états pour calculer les opérateurs n'est donc pas évident. À ce stade, le choix de l'une de ces possibilités serait arbitraire. Il en va de même pour le choix des états couplés. Pour arrêter un choix sur ces couplages et les mises à l'échelle adaptées à chaque état, il est donc nécessaire d'effectuer des tests dans le but de réduire en partie la subjectivité liée à ces choix.

## 5.4 Sélection des variables échangées et de leurs mises à l'échelle par des tests systématiques

### 5.4.1 Intérêt des tests

Le choix des états couplés, même s'il est basé sur l'analyse des corrélations, reste subjectif. Le nombre limité de couplages (trois) a été choisi en se basant sur les résultats du chapitre 4 qui semblaient montrer que les différents couplages entre états avaient tendance à interagir. De ce fait, il a été décidé de ne pas tester de Super Modèle avec un nombre trop important de couplages. Malgré cela, il peut être intéressant d'évaluer si trois couplages sont nécessaires ou s'il est possible de réduire ce nombre. De plus, étant donné que les couplages sont susceptibles d'interagir, il peut être intéressant de tester chaque couplage individuellement pour comprendre son impact avant d'en cumuler plusieurs.

Le choix des opérateurs de mise à l'échelle nécessite aussi d'être précisé expérimentalement. Les figures 5.10 et 5.11 ont montré que ce choix pouvait avoir un impact important sur le fonctionnement et les résultats du Super Modèle sans donner de verdict sur le meilleur choix de mise à l'échelle à appliquer. Des tests sont donc nécessaires pour arrêter une décision quant au meilleur choix d'opérateur à appliquer.

### 5.4.2 Arbre des tests

Les tests effectués dans ce chapitre consistent à caler les coefficients d'échange du Super Modèle (dont le nombre varie de 2 à 6) en utilisant le KGE' sur les débits non transformés de la moyenne des sorties corrigées comme fonction objectif.

Deux séries de tests ont permis d'analyser le couplage entre GR4J et HYMOD :

- afin de déterminer le meilleur opérateur de mise à l'échelle possible pour chaque couplage de variables (représentés par des flèches rouges sur la figure 5.9), ils sont testés individuellement. Pour chacun de ces couplages, les deux types d'opérateurs (normalisation ou harmonisation des flux) sont testés. Cela donne six configurations de Super Modèle possibles pour lesquelles les performances sont analysées (voir tableau 5.1 et figure 5.12). Chaque configuration est nommée d'après les abréviations des réservoirs couplés ("Pr" pour les réservoirs de production, "NC" pour les cascades de Nash et "Ro" pour le couplage entre le réservoir de routage de GR4J et le réservoir lent de HYMOD), auxquelles sont accolées l'opérateur de mise à l'échelle testé ("Norm" pour la normalisation et "Harm" pour l'harmonisation des flux). Les performances sont comparées à celles de la moyenne des débits de GR4J et HYMOD non couplés (REF av, voir figure 5.12 et tableau 5.2). Pour chaque couplage, l'opérateur  $h$  donnant les meilleures performances est sélectionné pour la seconde série de tests. Les deux opérateurs

n'ont pas été testés pour toutes les combinaisons possibles car cela aurait demandé trop de temps de calcul ;

TABLEAU 5.1 – Résumé des tests effectués pour évaluer les mises à l'échelle de variables adaptées à chaque couplage.

Opérateur de mise à l'éch.	Réservoir couplé	Production	Cascade de Nash	Routage
Normalisation des niveaux		Pr_Norm	NC_Norm	Ro_Norm
Harmonisation des flux		Pr_Harm	NC_Harm	Ro_Harm

TABLEAU 5.2 – Résumé des tests utilisés comme référence pour évaluer chaque configuration de Super Modèle testé.

Modèle testé	Abréviation
HYMOD	REF HM
GR4J	REF GR
Moyenne HYMOD-GR4J	REF av

- une seconde série de tests a pour but d'analyser les performances de chaque combinaison de deux à trois couplages en utilisant les meilleurs opérateurs issus de la première série de tests (ces meilleurs opérateurs sont ceux des configurations Pr\_Norm, NC\_Harm et Ro\_Harm comme nous le verrons plus tard). Partant de cela, il y a quatre combinaisons possibles de Pr\_Norm, NC\_Harm et Ro\_Harm (trois combinaisons avec deux couplages et une combinaison avec trois couplages qui sont nommées d'après les abréviations des réservoirs couplés, voir tableau 5.3 et figure 5.13). Les configurations de Super Modèle Pr\_NC à Pr\_NC\_Ro sont comparées à Pr\_Norm, NC\_Harm et Ro\_Harm qui servent de références pour évaluer l'intérêt de l'ajout d'un couplage au Super Modèle.

TABLEAU 5.3 – Résumé des tests utilisés pour évaluer la complexité optimale du Super Modèle en termes de nombre de couplages.

Réservoirs couplés	Abréviation
Production + Cascade de Nash	Pr_NC
Production + Routage	Pr_Ro
Cascade de Nash + Routage	NC_Ro
Production + Cascade de Nash + Routage	Pr_NC_Ro

En plus d'évaluer la complexité nécessaire du Super Modèle et d'aboutir au choix des opérateurs de mise à l'échelle d'états, ces tests ont pour but d'établir la meilleure version possible du Super Modèle qui sera analysée en détails dans le chapitre 6.

### 5.4.3 Résultats

Pour chaque configuration du Super Modèle testée (Pr\_Norm à Ro\_Harm et Pr\_NC à Pr\_NC\_Ro) et pour la référence (REF av, moyenne des débits simulés

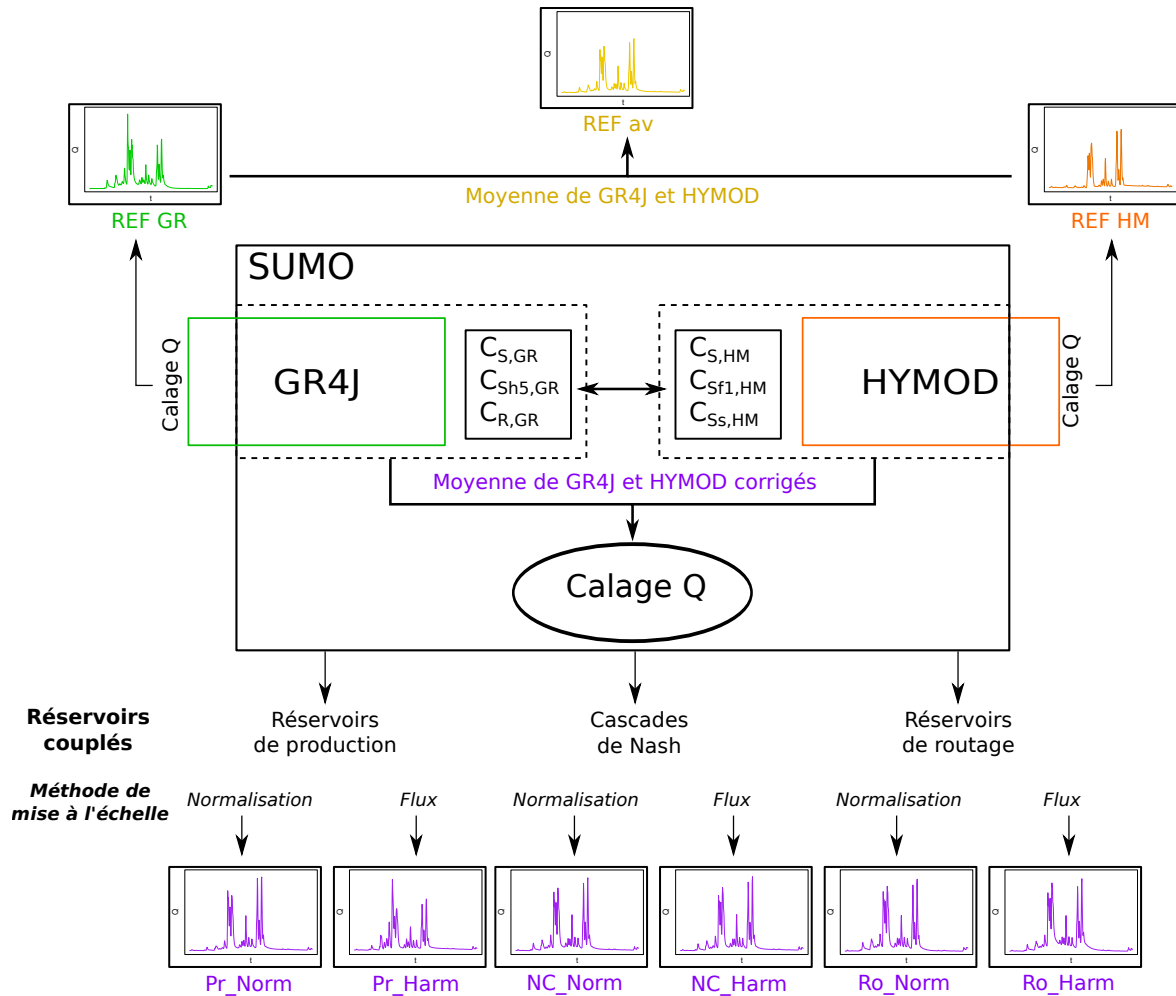


FIGURE 5.12 – Les différents tests effectués pour analyser l’impact des opérateurs de mise à l’échelle d’états (en italique) pour chaque couplage.

par les modèles non couplés), les performances globales sur les 650 bassins sont analysées en période de validation en fonction de trois critères d’évaluation (les KGE’ sur les débits non transformés, sur les racines carrées des débits et sur leurs inverses).

**Choix de l’opérateur de mise à l’échelle** Quel que soit l’opérateur choisi, le couplage des réservoirs de production n’aboutit qu’à une légère amélioration des valeurs de KGE’ par rapport à la référence (figure 5.14). Malgré cela, il semble que, pour les trois critères évalués, la normalisation des états (Pr\_Norm) fonctionne mieux que l’opérateur basé sur l’harmonisation des flux (Pr\_Harm).

De la même manière, l’amélioration apportée reste faible dans le cas du couplage des cascades de Nash (figure 5.15). L’opérateur le plus performant pour les KGE’ calculés sur les débits non transformés et sur leur racine carrée est celui qui est basé sur l’harmonisation des flux. Cet opérateur est cependant moins intéressant dans le cadre du KGE’ sur les inverses des débits. Comme le calage s’est effectué en utilisant des débits non transformés, l’opérateur basé sur les flux sera préféré à la normalisation des niveaux de réservoirs.

Comme pour les deux autres couplages, le couplage du réservoir de routage de GR4J et du réservoir lent de HYMOD n’apporte que très peu d’améliorations. Le

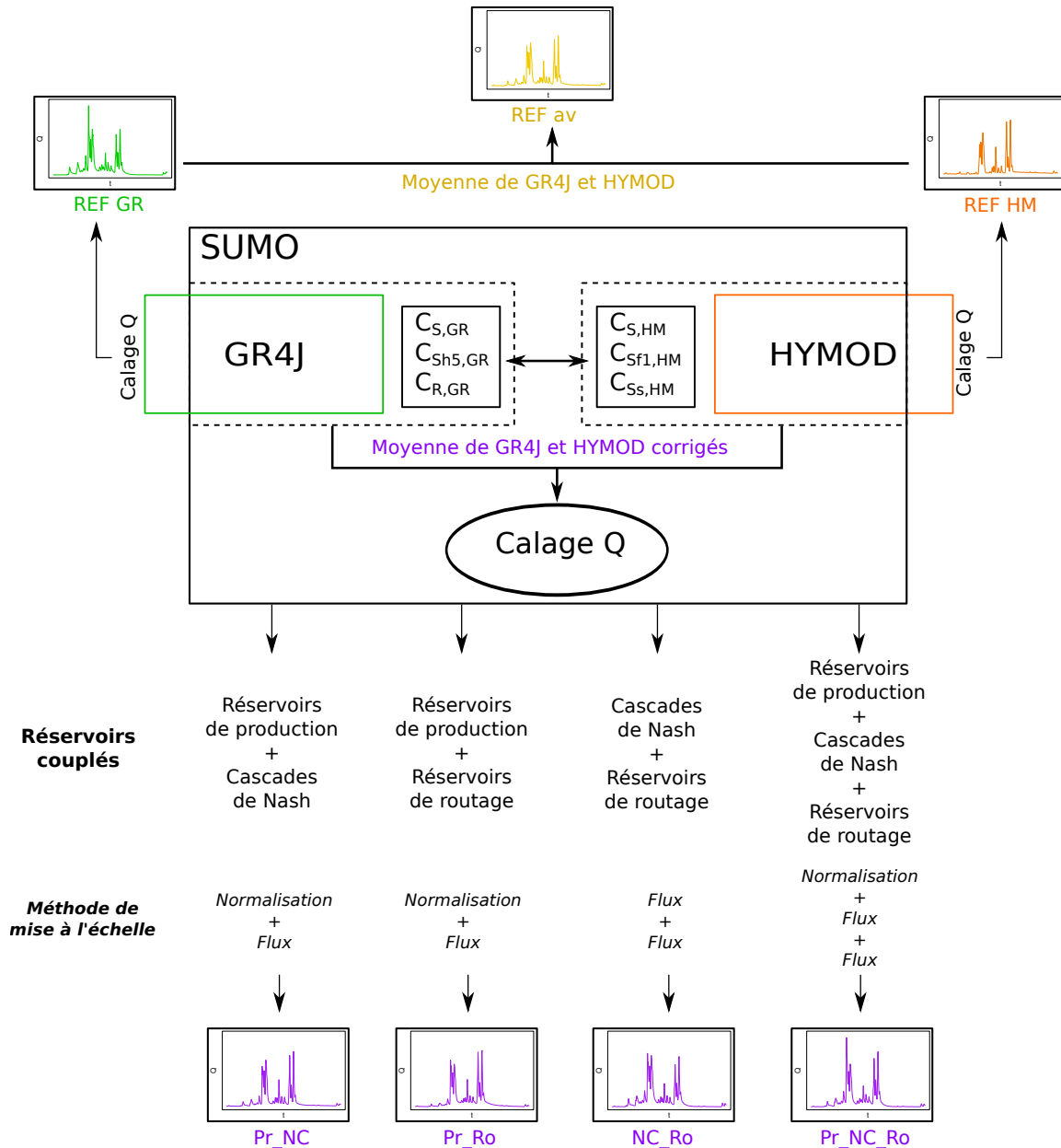


FIGURE 5.13 – Les différentes combinaisons de deux et trois états couplés testés pour évaluer la complexité nécessaire du Super Modèle.

Super Modèle est même moins performant que la référence sur les critères qui ne correspondent pas à la fonction objectif (figure 5.16). Le couplage est tout de même plus performant quand il est basé sur l'harmonisation des flux.

Le bilan de cette série de tests est que l'opérateur le plus performant dans le cadre du couplage des réservoirs de production est la normalisation des niveaux de réservoirs (Pr\_Norm) alors que, dans le cas des deux autres couplages, l'harmonisation des flux donne de meilleurs résultats (NC\_Harm et Ro\_Harm). De plus, il est important de noter que, individuellement, chaque couplage n'apporte qu'une amélioration faible des performances par rapport à la moyenne des débits simulés par les deux modèles non couplés (REF av).

Pour évaluer la significativité de ces légères améliorations, des tests de Friedman et

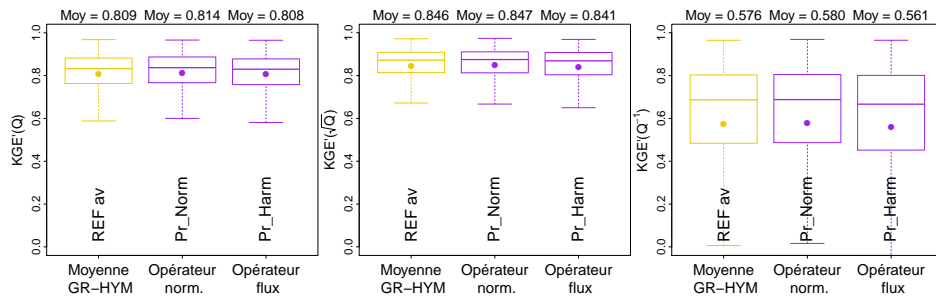


FIGURE 5.14 – Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins de Super Modèles couplant les réservoirs de production de GR4J et HYMOD en fonction de l'opérateur choisi (Pr\_Norm et Pr\_Harm). Ces Super Modèles sont comparés à la moyenne des débits simulés par GR4J et HYMOD lorsqu'ils ne sont pas couplés (REF av).

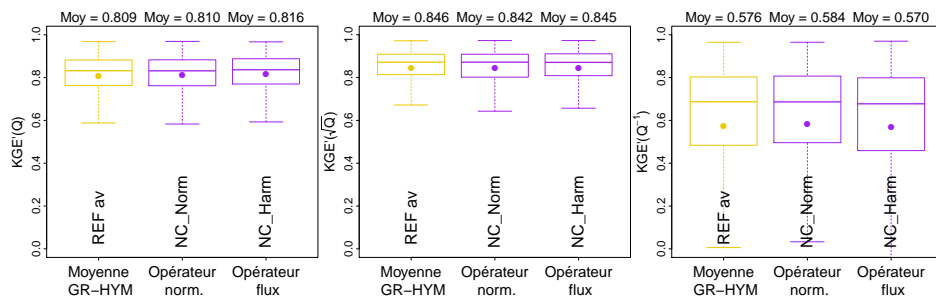


FIGURE 5.15 – Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins de Super Modèles couplant les cascades de Nash de GR4J et HYMOD en fonction de l'opérateur choisi (NC\_Norm et NC\_Harm). Ces Super Modèles sont comparés à la moyenne des débits simulés par GR4J et HYMOD lorsqu'ils ne sont pas couplés (REF av).

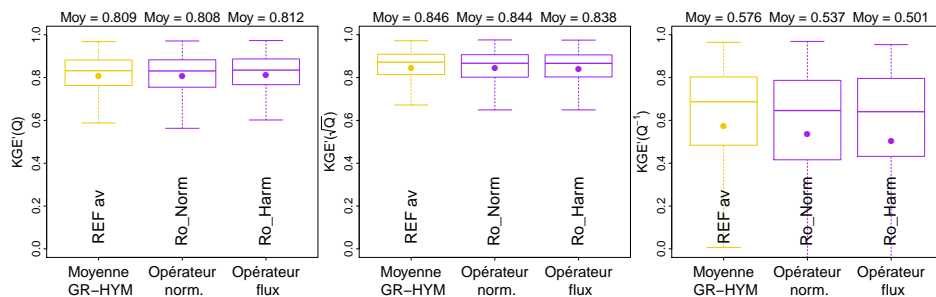


FIGURE 5.16 – Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins de Super Modèles couplant les réservoirs de routages de GR4J et HYMOD en fonction de l'opérateur choisi (Ro\_Norm et Ro\_Harm). Ces Super Modèles sont comparés à la moyenne des débits simulés par GR4J et HYMOD lorsqu'ils ne sont pas couplés (REF av).

de rééchantillonnage ont été appliqués sur les répartitions de performances des différentes procédures de modélisation évaluées. Les tests de rang de Friedman appliqués à chaque couplage (tableau 5.4) confirment les choix effectués avec l'analyse graphique. Il faut noter que, pour les couplages entre les réservoirs de production et entre les cascades de Nash, les tests de Friedman permettent de conclure à une différence de rang significative. Pour le cas de ces deux couplages, l'opérateur choisi (en vert dans le tableau 5.4) est significativement meilleur que la référence et l'autre opérateur testé. Le couplage entre le réservoir de routage de GR4J et le réservoir lent de HYMOD fait exception car les Super Modèles utilisant ce couplage ne sont pas significativement différents en termes de rang selon les tests de Friedman. De plus, ils sont moins bons que

la référence lorsque le critère d'évaluation est différent de la fonction objectif utilisée pour les calages.

TABLEAU 5.4 – Résultats des neuf tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour différencier l'utilisation de chaque opérateur. Le test a été effectué pour chacun des trois couplages testés. Chaque lettre désigne un groupe différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon leur rang. Les résultats se lisent horizontalement et entre chaque ligne verticale (le meilleur des opérateurs est surligné en vert).

	Production			Cascade de Nash			Routage		
	REF av	Norm	Harm	REF av	Norm	Harm	REF av	Norm	Harm
KGE'(Q)	c	a	b	c	b	a	b	a	a
KGE'( $\sqrt{Q}$ )	b	a	b	b	ab	a	a	b	b
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	b	a	b	b	a	a	a	b	b

À la manière de ce qui a été fait dans la section 4.3, les tests ont été complétés par dix-huit tests de rééchantillonnage destinés à évaluer la significativité des différences entre les moyennes de chaque traitement (référence et Super Modèle testé) de l'échantillon. Les significativités testées par ces rééchantillonnages sont celles des différences entre les moyennes de performances obtenues par les Super Modèles utilisant les opérateurs choisis (en vert sur le tableau 5.4) et les moyennes de performances obtenues par la référence et l'autre opérateur testé (tableau 5.5). Ces tests montrent que la moyenne des performances des opérateurs choisis est significativement meilleure que celle des références et des autres opérateurs en termes de KGE' sur les débits non transformés (qui correspondent à la fonction objectif et sont donc privilégiés). Pour les deux autres critères d'évaluation, les améliorations sont moins régulières. Les couplages des cascades de Nash et réservoirs de routage ont d'ailleurs tendance à dégrader les moyennes de ces critères.

TABLEAU 5.5 – Significativité (en terme de *p-value*) de l'amélioration ou de la dégradation des moyennes de KGE' sur 650 bassins de chaque opérateur choisi obtenue après rééchantillonnage. Les différences non significatives sont surlignées en rouge.

	Production		Cascade de Nash		Routage	
	REF av	Harm	REF av	Norm	REF av	Norm
KGE'(Q)	1	1	1	1	1	0.993
KGE'( $\sqrt{Q}$ )	0.968	1	0.208	0.966	0	0
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	0.996	1	0.013	0.014	0	0.34

L'amélioration étant faible pour chaque couplage, il est intéressant d'analyser si elle affecte la même composante de la performance. Une telle évaluation des différentes composantes du KGE' permet d'estimer la complémentarité des différents couplages de réservoirs. La figure 5.17 montre que ces couplages sont bel et bien complémentaires, le couplage entre cascades de Nash améliore préférentiellement le critère de biais ( $\beta$ ) alors que le couplage des réservoirs de routage semble améliorer davantage l'indice de variabilité ( $\gamma$ ).

**Combinaisons de couplages** Malgré les conclusions tirées de la figure 5.17, la combinaison de couplages ne permet pas une amélioration importante des performances globales. La figure 5.18 montre en effet que les performances obtenues par l'association entre le couplage des réservoirs de production et le couplage des cascades de Nash

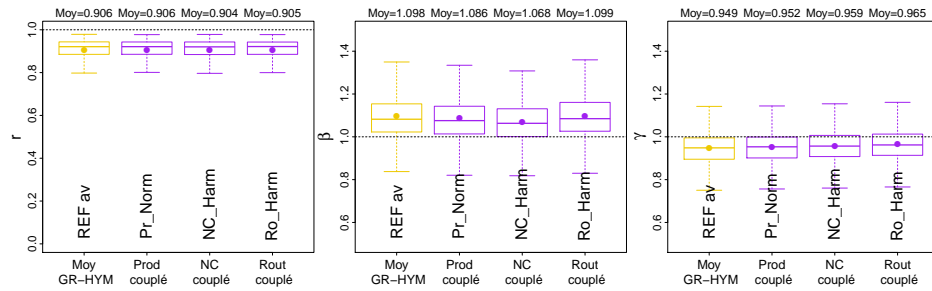


FIGURE 5.17 – Distribution des valeurs des trois composantes (corrélation  $r$ , biais  $\beta$  et indice de variabilité  $\gamma$ ) du KGE' calculé sur les débits non transformés sur 650 bassins en période de validation obtenus par les Super Modèles couplant une seule variable entre GR4J et HYMOD et par la moyenne de ces modèles non couplés.

(Pr\_NC) ne présente pas de forte amélioration par rapport aux deux couplages dont il est issu. C'est aussi le cas des autres combinaisons (résultats non montrés ici). Cependant, au regard des performances globales, c'est cette association entre le couplage des réservoirs de production et le couplage des cascades de Nash (Pr\_NC) qui donne les meilleurs résultats. Cela est en particulier visible au niveau du KGE' sur les inverses des débits (figure 5.19). En effet, on voit sur cette figure que la configuration Pr\_NC totalise les meilleures moyennes sur tous les critères d'évaluation ainsi qu'une répartition des KGE' sur l'inverse des débits bien plus avantageuse que celle des autres configurations (Pr\_Ro à Pr\_NC\_Ro).

Ces conclusions sont confirmées par les tests de rang de Friedman. Les tests ont été appliqués à chaque configuration combinant deux couplages et comparés aux Supers Modèles totalisant un couplage correspondant et à la référence (tableau 5.6). Les tests de rang montrent qu'il n'est intéressant de complexifier le Super Modèle qu'en combinant le couplage des cascades de Nash avec celui des réservoirs de production. Les deux autres combinaisons ont pour effet de dégrader les performances par rapport au meilleur des couplages individuels. En complément, des tests de Friedman ont été réalisés pour chaque configuration du Super Modèle combinant plusieurs couplages (tableau 5.7) et ont confirmé que Pr\_NC formait la meilleure configuration possible.

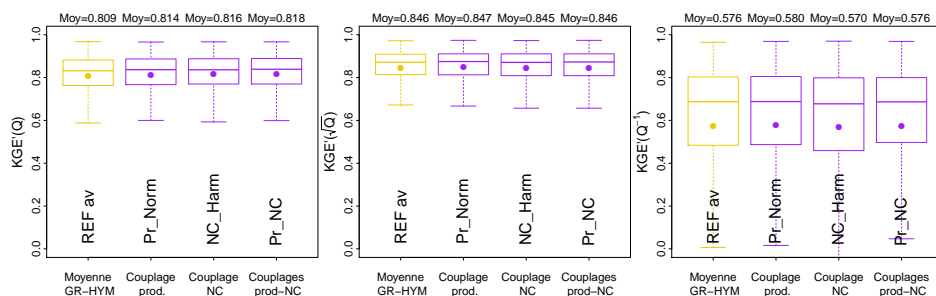


FIGURE 5.18 – Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins obtenues par les Super Modèles couplant les réservoirs de production (Pr\_Norm) et les cascades de Nash (NC\_Harm) de GR4J et HYMOD ainsi que les deux réunis (Pr\_NC). Ces Super Modèles sont comparés à la moyenne des débits simulés par GR4J et HYMOD lorsqu'ils ne sont pas couplés (REF av).

Pour aller plus loin, le rééchantillonnage montre que les améliorations de moyennes de critères d'évaluation obtenues par la configuration Pr\_NC ne sont pas aussi significatives que l'analyse des rangs le laisserait entendre (tableau 5.8). Les moyennes



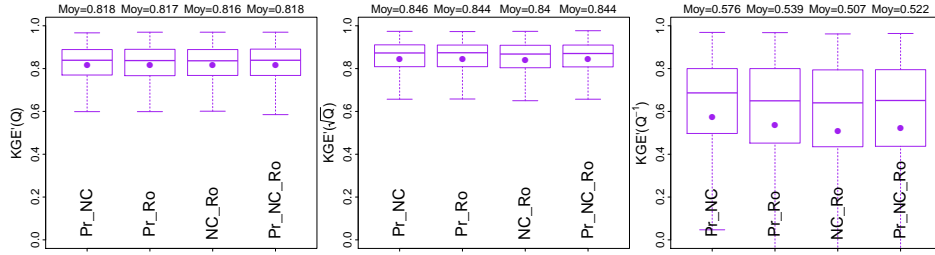


FIGURE 5.19 – Distribution des valeurs de critères d'évaluation en période de validation sur 650 bassins obtenues par les Super Modèles combinant plusieurs couplages de variables entre GR4J et HYMOD (Pr\_NC à Pr\_NC\_Ro).

TABLEAU 5.6 – Résultats des tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour évaluer l'intérêt de la combinaison de couplages. Chaque lettre désigne un groupe de traitement significativement différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon le rang (le meilleur des opérateurs est surligné en vert).

	REF	Pr	NC	Pr_NC	REF	Pr	Ro	Pr_Ro	REF	NC	Ro	NC_Ro
KGE'(Q)	d	c	b	a	c	a	b	a	d	a	c	b
KGE'(√Q)	c	a	b	a	b	a	c	b	b	a	c	b
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	c	b	b	a	b	a	d	c	b	a	c	c

TABLEAU 5.7 – Résultats des tests de rang Friedman et de leur post-traitement sur chaque critère d'évaluation pour évaluer l'intérêt de la complexification du Super Modèle. Chaque lettre désigne un groupe de traitement significativement différent et les groupes sont classés par ordre alphabétique selon le rang (le meilleur des opérateurs est surligné en vert).

	Pr_NC	Pr_Ro	NC_Ro	Pr_NC_Ro
KGE'(Q)	a	bc	c	b
KGE'(√Q)	a	b	c	b
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	a	b	c	b

de KGE' calculés sur des débits non transformés ne sont pas significativement améliorées par rapport aux configurations NC\_Harm, Pr\_Ro et Pr\_NC\_Ro. Pour les deux autres critères d'évaluation, elles ne le sont pas par rapport à la référence et aux configurations Pr\_Norm et NC\_Harm. En résumé, la configuration Pr\_NC améliore significativement la moyenne sur 650 bassins de chaque autre configuration testée (NC\_Harm mise à part) pour au moins un des critères évalués.

TABLEAU 5.8 – Significativités obtenues après rééchantillonnage de l'amélioration des moyennes de KGE' sur 650 bassins apportée par la configuration Pr\_NC par rapport à la référence et aux autres configurations du Super Modèle testées. Les différences non significatives sont surlignées en rouge.

	REF av	Pr_Norm	NC_Harm	Ro_Harm	Pr_Ro	NC_Ro	Pr_NC_Ro
KGE'(Q)	1	1	0.908	1	0.914	0.982	0.620
KGE'(√Q)	0.404	0.048	0.733	1	0.979	1	0.981
KGE'(Q <sup>-1</sup> )	0.472	0.095	0.912	1	1	1	1

En les combinant, ces tests confirment que la configuration Pr\_NC est le meilleur compromis, comparées aux différentes configurations testées.

Pour compléter l'analyse des critères d'évaluation, les trois composantes du KGE' sont analysées pour les quatre expériences de la série de tests (Pr\_NC à Pr\_NC\_Ro).

L'expérience Pr\_NC donne des résultats plus intéressants au niveau du biais alors que l'expérience Pr\_NC\_Ro maximise l'indice de variabilité des débits (figure 5.20). La figure 5.20 montre aussi que les différences de KGE' des différentes versions du Super Modèle se font davantage au niveau du biais que des autres composantes.

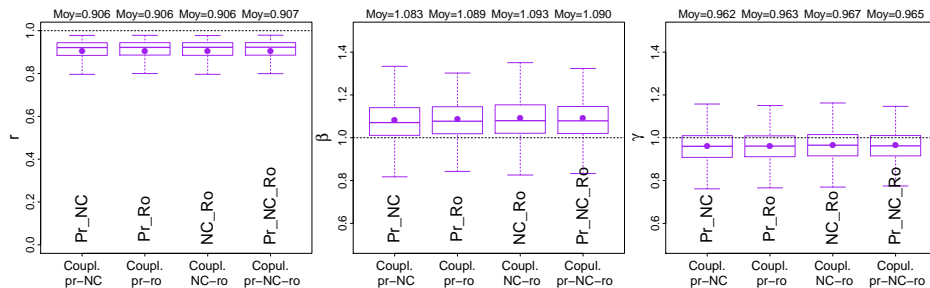


FIGURE 5.20 – Distribution des valeurs des trois composantes (corrélation  $r$ , biais  $\beta$  et indice de variabilité  $\gamma$ ) du KGE' calculé sur les débits non transformés sur 650 bassins en période de validation obtenus par les Super Modèles combinant plusieurs couplages de variables entre GR4J et HYMOD (Pr\_NC à Pr\_NC\_Ro).

En conclusion, parce qu'elle donne les résultats les plus complets au niveau global (répartition des critères d'évaluation et compromis des composantes du KGE'), la configuration Pr\_NC est donc prise comme référence pour le chapitre 6. Cette configuration a l'avantage d'avoir deux paramètres libres (coefficients correcteurs) de moins que la configuration Pr\_NC\_Ro. Cela permet de limiter les problèmes d'équifinalité et le nombre d'exécutions nécessaires pour le calage. Le temps de calcul brut est aussi réduit de 15% par rapport à la configuration Pr\_NC\_Ro.

#### 5.4.4 Synthèse des tests

Ces deux séries de tests ont montré que, quelle que soit la configuration choisie pour le Super Modèle entre GR4J et HYMOD, l'amélioration des performances par rapport à la moyenne de ces modèles non couplés reste faible. Les KGE' moyens sur les 650 bassins ne sont, en général, pas améliorés de plus de 0.01. Les analyses ont aussi montré que ces légères améliorations sont dues à des améliorations des composantes de biais et d'indice de variabilité du KGE' (la corrélation n'entre que très peu en compte).

La première série de tests (Pr\_Norm à Ro\_Harm) a montré que les différences de performances en fonction de l'opérateur de mise à l'échelle des états sont faibles. Cependant, l'opérateur de normalisation des niveaux de réservoir est plus efficace dans le contexte du couplage des réservoirs de production alors que l'harmonisation des flux est légèrement plus intéressante dans le cadre des deux autres couplages.

Enfin, les résultats de la deuxième série de tests (Pr\_NC à Pr\_NC\_Ro) ont montré qu'il n'est pas forcément intéressant de complexifier le Super Modèle, l'ajout d'un couplage ne se traduit pas forcément par une amélioration significative des performances. Cependant, étant donné qu'un choix doit être arrêté pour la suite des tests, c'est la combinaison des couplages des réservoirs de production et des cascades de Nash (Pr\_NC) qui représente le meilleur compromis entre les différents critères d'évaluation sur l'ensemble des bassins.

## 5.5 Conclusion

Ce chapitre explicite la mise en place du Super Modèle combinant GR4J et HYMOD. Si ces modèles sont tous deux des modèles pluie-débit à réservoirs, ils ont tout de même un fonctionnement différent. Leurs mécanismes de production de ruissellement sont différents et c'est aussi le cas de leurs fonctions de routage. De plus, leurs performances sont variées et, même si HYMOD est globalement moins performant que GR4J, il existe un nombre significatif de bassins pour lesquels ses performances sont meilleures. Ces modèles ont donc une complémentarité qui peut être intéressante dans le cadre de l'application du Super Modèle.

Du fait des différences structurelles entre les deux modèles, l'une des principales difficultés de la mise en place du Super Modèle a été de choisir les variables à échanger. Le choix des réservoirs couplés s'est donc basé sur l'étude des corrélations entre les niveaux des différents réservoirs de chaque modèle. Cette étude a abouti au choix de trois couplages : un couplage entre les réservoirs de production des modèles, un couplage entre les cascades de Nash (précisément entre le premier réservoir de la cascade de HYMOD et le cinquième de la cascade de GR4J) et un couplage entre le réservoir de routage de GR4J et le réservoir de routage lent de HYMOD.

Le besoin de mettre à l'échelle chaque niveau de réservoir échangé représente une difficulté supplémentaire apportée à la mise en place du Super Modèle. Le choix a été fait de tester deux mises à l'échelle différentes : la normalisation des niveaux de réservoirs qui est une mise à l'échelle simple qui n'implique pas d'hypothèses fortes et une mise à l'échelle basée sur l'harmonisation des flux sortants des deux réservoirs couplés qui se base davantage sur la connaissance des modèles.

Afin d'affiner le choix des couplages et des opérateurs, des tests systématiques ont été effectués pour évaluer les différentes configurations du Super Modèle. Ces tests ont abouti à diverses conclusions :

- l'opérateur de mise à l'échelle préférentiel pour les couplages des cascades de Nash et des réservoirs de routage repose sur l'harmonisation des flux. En effet, la normalisation n'est pas idéale car elle a tendance à produire des niveaux de réservoirs négatifs. Dans le cas du couplage des réservoirs de production, ce n'est pas le cas et la normalisation produit des résultats plus intéressants ;
- il n'est pas forcément intéressant de complexifier le Super Modèle en multipliant le nombre d'échanges implémentés. En effet, l'amélioration des performances est négligeable après ajout d'un couplage supplémentaire ;
- d'un point de vue global, les performances produites par le Super Modèle ne sont pas largement plus importantes que celles de la référence et ce quelle que soit la configuration testée.

Bien que les performances soient peu améliorées au niveau global, il serait intéressant d'en faire une analyse spatiale et d'identifier les bassins pour lesquels le Super Modèle permet d'améliorer les simulations de débits. Par ailleurs, il serait intéressant d'analyser le comportement du Super Modèle en se basant sur les analyses du chapitre 4 afin de mieux comprendre la façon dont le Super Modèle modifie GR4J et HYMOD.

# Chapitre 6

## Comment le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD se comporte-t-il sur les bassins étudiés ?

### 6.1 Introduction

Le chapitre 5 a permis de faire le choix d'une configuration qui forme le meilleur compromis possible en terme de performance globale de la moyenne des débits corrigés. Le modèle ainsi choisi correspond à la configuration testé par l'expérience Pr\_NC. La figure 6.1 permet de localiser au sein des schémas fonctionnels des deux modèles, les deux couplages mis en place ainsi que les opérateurs de mise à l'échelle utilisés.

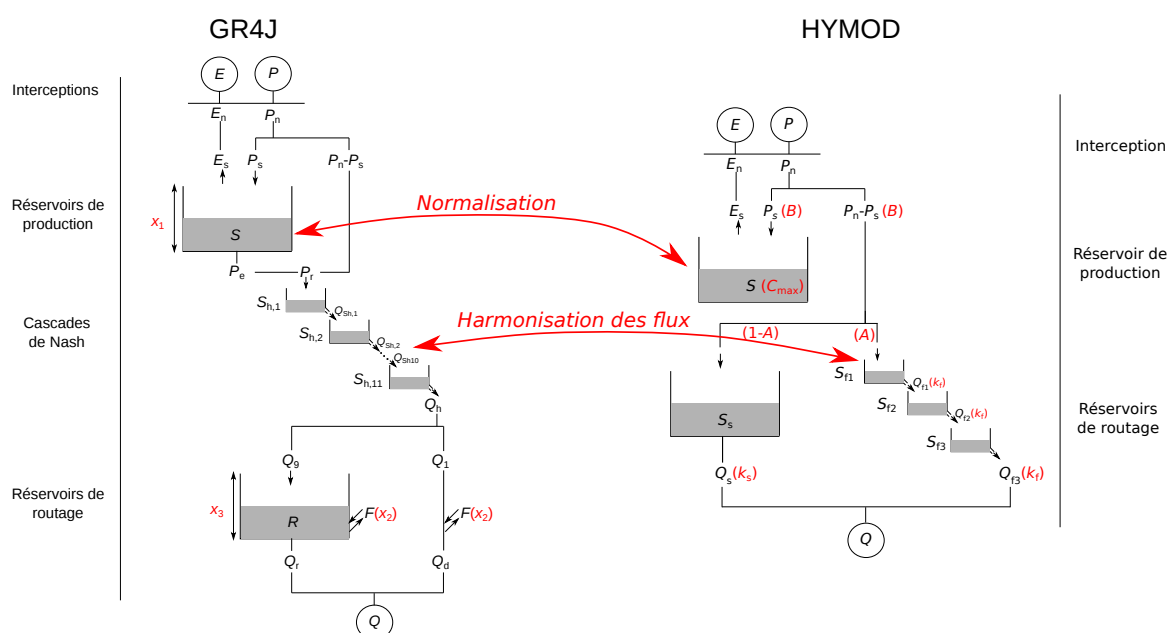


FIGURE 6.1 – Schéma des variables échangées par la configuration Pr\_NC du Super Modèle entre GR4J et HYMOD ainsi que des opérateurs de mise à l'échelle qui sont utilisés.

Cependant, l'analyse de performance qui permis de choisir cette configuration reste globale et lacunaire. Elle nécessite d'être complétée pour parvenir à mieux appréhender les avantages et inconvénients de la méthode du Super Modèle. En effet, plusieurs

questions se posent :

- Comment fonctionne le Super Modèle avec cette configuration ?
- L'amélioration des performances est-elle homogène sur l'ensemble des bassins modélisés ?
- Si cette amélioration n'est pas homogène, dans quels cas la méthode du Super Modèle est-elle intéressante et dans quels cas ne l'est-elle pas ? De plus, peut-on caractériser les bassins intéressants pour l'application du Super Modèle ?
- Quel avantage apporte la méthode du Super Modèle par rapport à une méthode multimodèle déterministe classique ?

Pour répondre à cette liste non-exhaustive de questions quant à l'intérêt de la méthode, les performances ainsi que les valeurs de coefficients et de niveaux d'eau échangés du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD sont étudiées dans ce chapitre.

Le chapitre débute par une analyse détaillée du Super Modèle. Dans un premier temps, elle a pour but d'analyser son fonctionnement, en comparaison avec celui du Super Modèle composé de deux paramétrisations de GR4J (chapitre 4). Puis, dans un second temps, nous évaluerons plus précisément les performances et notamment leur répartition ainsi que la comparaison avec une méthode de moyenne pondérée des débits.

Une deuxième partie a pour but de caractériser les bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration au modèle de référence. Cette analyse se base sur la comparaison de deux sous-échantillons de bassins distincts.

## 6.2 Analyse détaillée du Super Modèle GR4J-HYMOD

### 6.2.1 Analyse du fonctionnement

Au-delà des performances globales du Super Modèle, il est utile d'analyser plus précisément le couplage entre GR4J et HYMOD. Le fait que les modèles couplés soient de structures différentes devrait induire des variations dans le fonctionnement de la méthode par rapport à celui du Super Modèle couplant deux modèles GR4J (chapitre 4).

**Analyse des valeurs de coefficients** En premier lieu, la distribution sur 650 bassins des valeurs de coefficients d'échanges du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD (figure 6.2) montre des valeurs de coefficients plus faibles que celles du Super Modèle couplant deux modèles GR4J (figure 4.20). Notons que les valeurs de coefficients affectant les cascades de Nash (particulièrement celle de GR4J) sont plus importantes que les valeurs de coefficients qui affectent les réservoirs de production. Les analyses de la section 4.4.1 ayant montré que les valeurs des ratios entre coefficients corrigeant les deux variables d'état d'un couplage sont aussi informatives que les valeurs absolues des coefficients, l'analyse des ratios de coefficients (figure 6.3) permet de compléter la figure 6.2. La figure 6.3 confirme que la cascade de Nash de GR4J est probablement affectée par le couplage car c'est pour ce réservoir que les valeurs de ratios entre coefficients sont les plus importantes. Par opposition, les ratios montrent que la cascade de Nash de HYMOD devrait être moins corrigé que ne le laissent supposer les valeurs de coefficients. Pour finir, les ratios montrent le réservoir de production de HYMOD est probablement moins affecté par le Super Modèle que celui de GR4J.

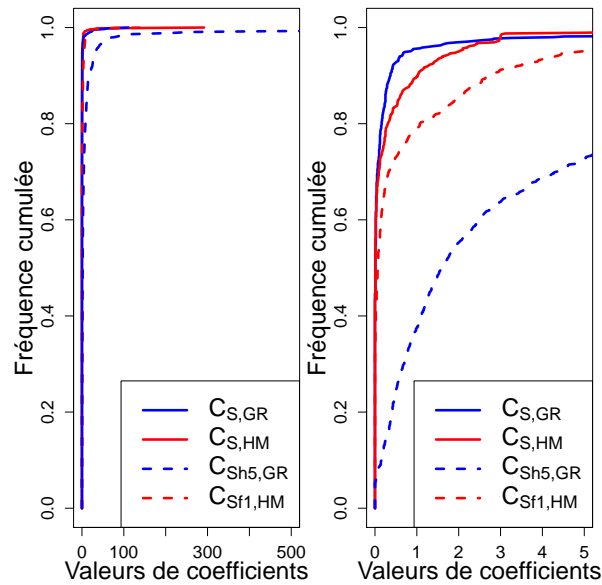


FIGURE 6.2 – Distribution des valeurs des quatre coefficients du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD (configuration Pr\_NC) calés sur le KGE'. Le graphique de droite est un zoom de celui de gauche.

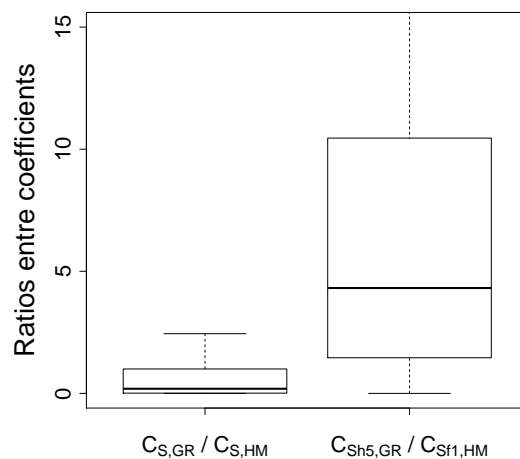


FIGURE 6.3 – Répartition sur 650 bassins de chaque combinaison de ratios entre coefficients du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD (configuration Pr\_NC).

**Analyse des quantités d'eau échangées entre GR4J et HYMOD** L'analyse des valeurs absolues d'échanges annuels moyens entre les deux modèles (figure 6.4) complète ce qu'indiquent les valeurs de ratios de coefficients. Il semble, comme cela pouvait être prévu après analyse des ratios, que GR4J soit plus souvent impacté par le Super Modèle que HYMOD même si les hautes valeurs de quantiles de ces échanges absolus sont à peu près équivalentes pour les deux modèles. En s'intéressant à chacun des deux couplages, le réservoir de production de HYMOD échange plus d'eau que celui de GR4J alors que la cascade de Nash de HYMOD en échange moins que celle de GR4J. Toutefois, il est intéressant de noter que, bien que les ratios de coefficients qui l'affectent soient très importants, la cascade de Nash de GR4J n'est pas le réservoir dont le niveau est le plus modifié. Les échanges depuis les réservoirs de production sont a minima du même ordre de grandeur. En termes de valeurs, les échanges totaux dépassent les 50 mm pour la moitié des bassins. Ces valeurs sont importantes et représentent une part

non négligeable de la totalité des écoulements. Une analyse, non illustrée ici, a montré que les échanges représentaient plus d'un dixième de la lame d'eau écoulee annuelle dans la moitié des bassins. Cependant, il est important de nuancer ces valeurs car il s'agit d'une somme de valeurs absolues. Étant donné que les échanges peuvent être alternativement positifs et négatifs, le bilan annuel de l'eau échangée est probablement moindre.

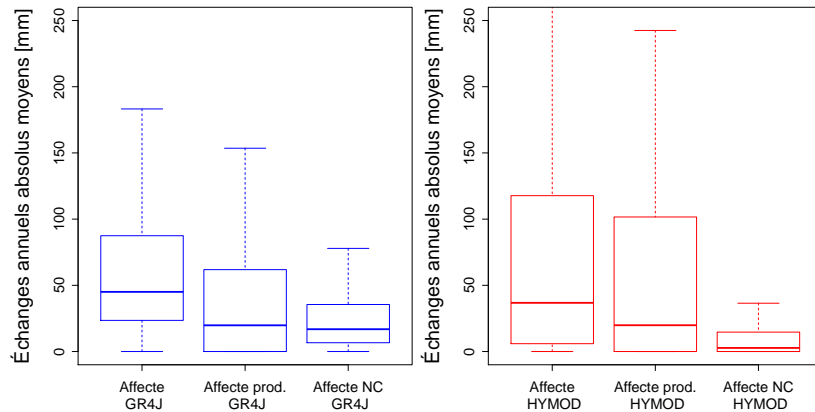


FIGURE 6.4 – Répartition des moyennes annuelles des valeurs absolues d'échange affectant GR4J et ses deux réservoirs couplés (en bleu à gauche) et HYMOD et ses deux réservoirs couplés (en rouge à droite)

Pour cette raison, les quantités mensuelles d'échanges (figure 6.5) permettent d'avoir une idée plus précise du fonctionnement du Super Modèle. Par exemple, cette figure montre une opposition entre les deux modèles. HYMOD a tendance à perdre de l'eau durant les mois d'avril, mai et juin et à en gagner durant les mois d'août, septembre et octobre. Le contraire est observé pour GR4J. Cette figure permet aussi de constater que la proportion des bassins pour lesquels GR4J est affecté par des échanges est plus importante que celle de ceux pour lesquels HYMOD est affecté. En revanche, lorsque HYMOD est affecté, les échanges semblent plus importants. Pour résumer cette figure, en fin de période de hautes eaux, le Super Modèle a tendance à retirer de l'eau à HYMOD et à en ajouter à GR4J alors qu'en période de basses eaux, il a tendance à faire le contraire. Durant le reste de l'année, le Super Modèle entraîne moins d'échanges mais a tendance à retirer de l'eau au système. Pour finir, comme les échanges positifs et négatifs sont pris en compte, les quantités totales d'eau échangées sont bel et bien moins importantes par rapport au débit à l'exutoire qu'elles n'y paraissent avec les valeurs absolues annuelles montrées sur la figure 6.4.

**Analyse de la synchronisation des variables internes** Les figures précédentes ont montré qu'en fonction du réservoir couplé, la valeur des coefficients et de leur ratio n'avait pas la même répercussion sur la quantité d'eau échangée. Cela se ressent aussi au niveau de la synchronisation car, malgré des valeurs de coefficients importantes, les niveaux de réservoirs de la cascade de Nash ne sont que très rarement synchronisés (figure 6.6). Par opposition, les valeurs coefficients plus faibles affectant les réservoirs de production semblent suffisantes à leur synchronisation. Cette meilleure synchronisation s'explique par le fait que les KGE' initiaux entre niveaux de réservoirs de production sont plus importants que les KGE' initiaux entre niveaux de réservoirs de cascade de Nash (figure 6.6 à gauche). De plus, la dynamique des réservoirs de production est

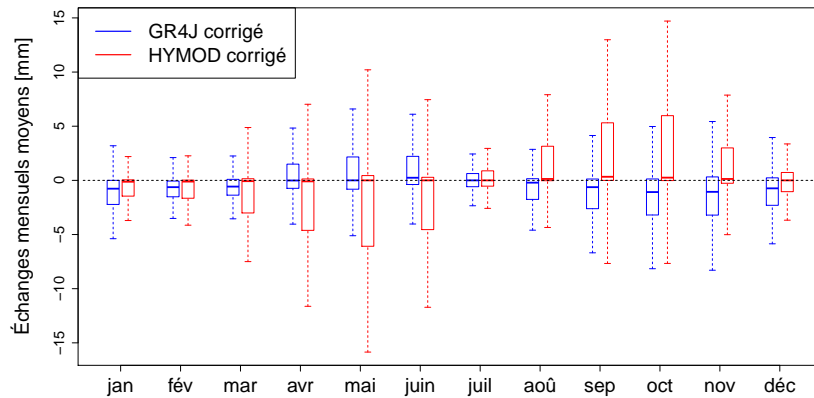


FIGURE 6.5 – Distribution sur 650 bassins des échanges mensuels moyens affectant GR4J et HYMOD.

généralement lente. De ce fait, ils ont tendance à se synchroniser selon les mêmes mécanismes que pour le Super Modèle couplant deux modèles GR4J mais en utilisant des valeurs de coefficients légèrement plus importantes (supérieures à 0.2). Le cas des réservoirs des cascades de Nash est différent. En effet, il s'agit plutôt de réservoirs de transit avec une dynamique rapide. Il est donc très difficile de les synchroniser (cela nécessite des valeurs de coefficients très élevées). En revanche, même sans synchronisation, le Super Modèle utilise ce couplage pour échanger de l'eau durant le pas de temps en augmentant ou diminuant artificiellement la vidange. La figure 6.7 montre, sur le bassin de la Gélise à Mézin (l'un des bassins tests présentés dans la section 2.2.3), la modification de la vidange sortant de la cascade de Nash de GR4J lorsque aucun autre échange n'a lieu (suite au calage, seul le coefficient  $C_{Sh5,GR}$  est non nul). Bien que les réservoirs ne soient pas synchronisés, la vidange du réservoir est modifiée. Cependant, cette figure montre qu'au pas de temps journalier, la diminution de la vidange reste faible (au maximum  $0.5 \text{ mm} \cdot \text{j}^{-1}$  de différence). Cela tend à montrer que, malgré des valeurs très fortes de coefficients, le couplage des cascades de Nash ne permet pas d'infléchir la vidange de plus de quelques millimètres par jour. Cela est dû au fait que les réservoirs couplés n'atteignent pas des niveaux très élevés et donc sont incapables à produire des échanges importants. Ces faibles ajustements ne sont toutefois pas inutiles car la configuration NC\_Harm (pour laquelle seules les cascades de Nash sont couplées) permet d'obtenir des performances supérieures à celles obtenues avec la moyenne des modèles non corrigés (section 5.4.3), c'est même le couplage individuel le plus efficace.

**Analyse d'hydrogramme** Pour terminer cette étude de fonctionnement, une analyse d'hydrogramme peut permettre de relier les changements internes provoqués par le Super Modèle aux débits qu'il simule. L'hydrogramme étudié est celui du Verdoble à Tautavel qui est l'un des dix bassins du sous-échantillon test présenté dans la section 2.2.3. Sur ce bassin, les calages des modèles individuels et des coefficients du Super Modèle ont été faits sur une période allant de 1967 à 1988. Les coefficients affectant les réservoirs de production obtenus valent  $C_{S,HM} = 3$  et  $C_{S,GR} = 0.12$  alors que ceux qui affectent les cascades de Nash valent  $C_{Sf1,HM} = 0$  et  $C_{Sh5,GR} = 0.45$ . La période illustrée dans cette analyse ne fait pas partie de la période de calage, elle va d'octobre 1999 à mars 2000. Cette période a été choisie en raison de la présence sur le bassin d'une importante crue consécutive à un épisode orageux très intense à la fin du mois de novembre 1999. L'intérêt de ce bassin est qu'il est très simple à analyser sur cette période



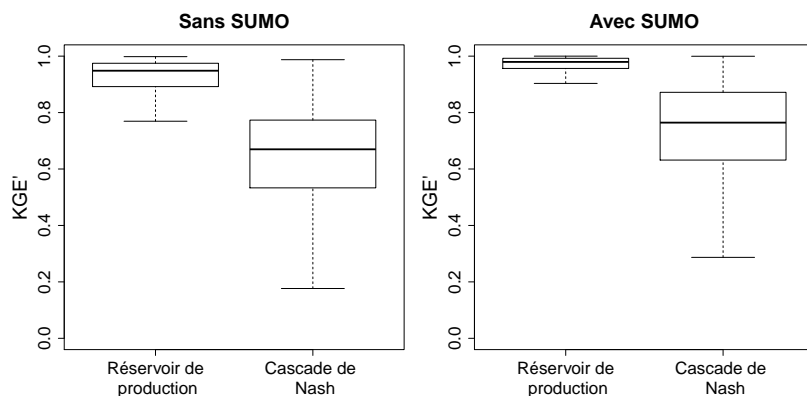


FIGURE 6.6 – Répartition sur 650 bassins des valeurs de  $KGE'$  calculées entre les niveaux de réservoirs couplés de GR4J (pris comme référence) et les niveaux de réservoirs couplés mis à l'échelle de HYMOD. La figure met en opposition les distributions avec et sans utilisation du Super Modèle. Ces  $KGE'$  ne sont pas calculés par rapport aux débits observés.

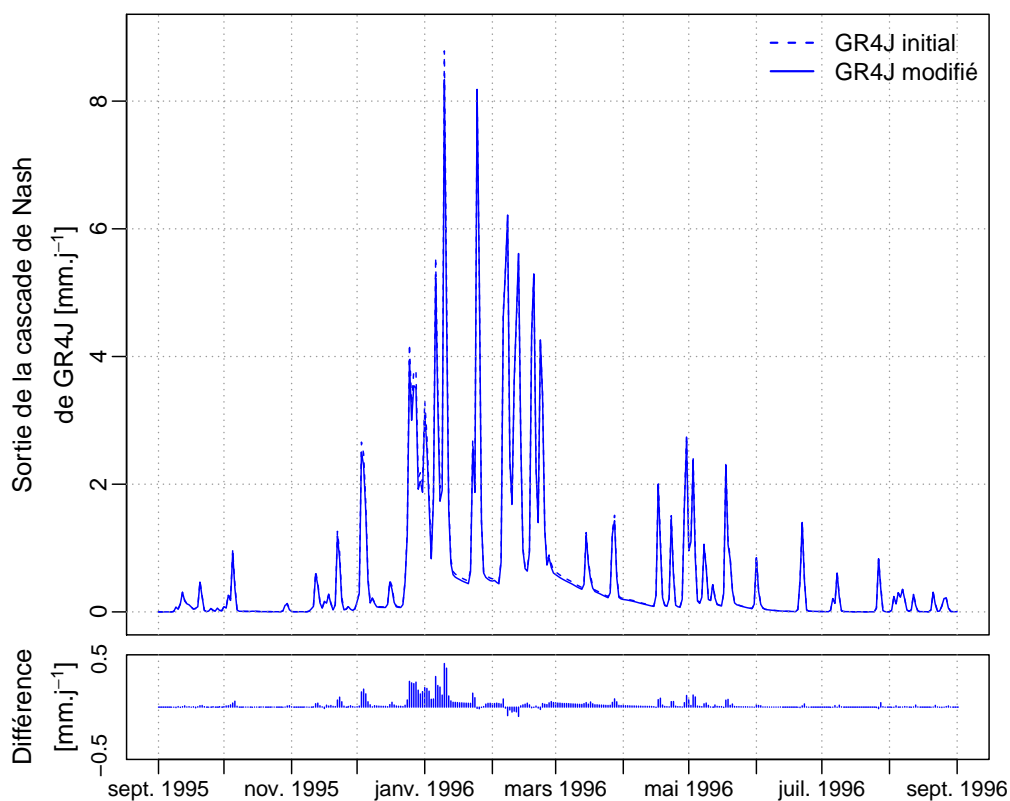


FIGURE 6.7 – Modification par le Super Modèle de la vidange de la cascade de Nash de GR4J. Cet exemple est issu de la simulation du bassin versant de la Gélise à Mézin alors que, suite au calage, seul le paramètre  $C_{Sh5,GR}$  est non nul (il est égal à 0.54). Le graphique du bas représente la chronique des différences entre les vidanges de GR4J initial et de GR4J modifié.

étant donnée la faible fréquence des pluies. L'hydrogramme comparant les débits simulés sur cette période par le Super Modèle et les trois références (GR4, HYMOD et leur moyenne, figure 6.8) montre que cette crue est largement sous-estimée par HYMOD et par la moyenne entre les deux modèles alors qu'elle est plutôt sur-estimée par GR4J. Le Super Modèle parvient à une estimation de la crue qui est meilleure que celles des références en étant quelques millimètres sous de la valeur mesurée. Il surestime tout de

même largement le débit lors de la décrue. Notons aussi que les petites crues hivernales sont largement surestimées par HYMOD et le sont aussi par GR4J. Ces “crues” sont mieux simulées par le Super Modèle dont le débit simulé est inférieur à celui de GR4J. Le Super Modèle produit donc des résultats très intéressants sur cette période d’étude et sur ce bassin. Par ailleurs, en plus de produire une simulation plus proche de la réalité, la relation entre le débit de la référence basée sur la moyenne (expérience REF av dans la section 5.4, en jaune sur l’hydrogramme) et le débit simulé par le Super Modèle (en violet) change. Durant la crue de novembre, le Super Modèle produit un débit supérieur à la référence alors qu’il en est inférieur lors des petites crues hivernales. Si la méthode du Super Modèle est comparée à une moyenne pondérée, cela montre qu’elle agit comme si les poids étaient variables dans le temps. De plus, lors des crues hivernales, la méthode produit des débits qui sont inférieurs à ceux des deux modèles non couplés. Avec une moyenne pondérée des débits, cela est impossible à obtenir. Ce dernier point est à retenir car il constitue l’un des principaux avantages que peut avoir la méthode par rapport aux méthodes multimodèles plus classiques. Le débit simulé par le Super Modèle est possiblement en dehors de l’intervalle formé par les modèles qu’il couple grâce au fait que les niveaux de réservoirs sont mis à jour en continu. La modification des niveaux de réservoirs de production, par exemple, peut entraîner des réponses complètement différentes de celles des modèles initiaux à une pluie.

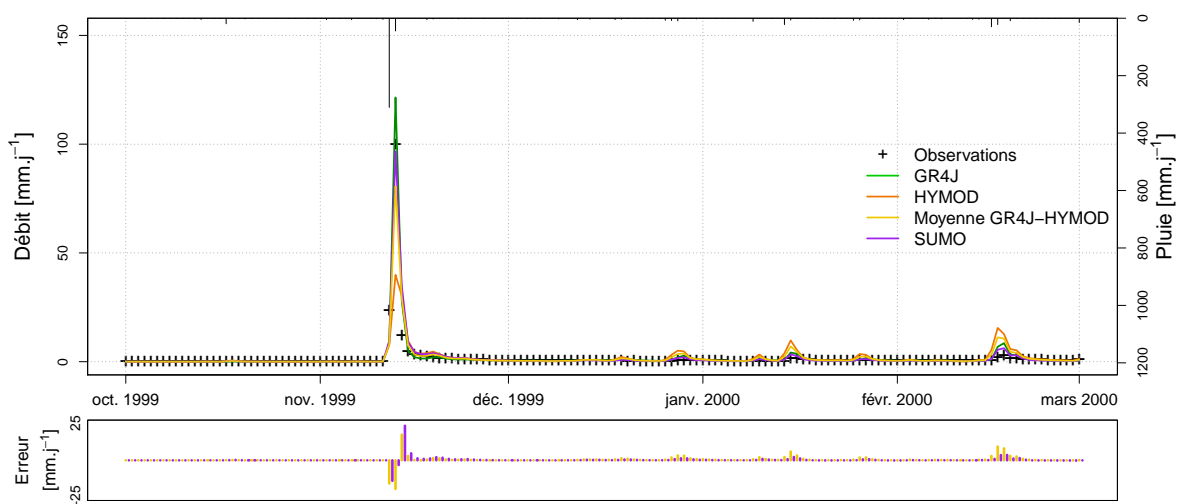


FIGURE 6.8 – Hydrogrammes des débits observés et simulés par chaque modèle non couplé ainsi que par le Super Modèle sur le bassin du Verdoubte à Tautavel. Le graphique du bas représente l’erreur journalière de la moyenne des débits de GR4J et HYMOD (en jaune) et du Super Modèle (en violet).

Ces simulations de débit sont un cas de bon fonctionnement du Super Modèle. De ce fait, il est intéressant d’analyser les processus qui permettent à la méthode d’arriver à un tel résultat. Premièrement, les valeurs de coefficients affectant les réservoirs de production sont plus importantes que celles qui affectent les cascades de Nash. Ensuite, l’analyse des quantités d’eau échangées montre que le 12 novembre (jour durant lequel plus de 300 millimètres d’eau sont tombés sur le bassin), le Super Modèle a ajouté 57 mm dans le réservoir de production de HYMOD. A la fin du pas de temps, le réservoir était plein, qu’il y ait ou non le couplage avec GR4J, mais il est probable que la différence se fasse au sein du pas de temps. En ajoutant 57 mm, le réservoir produit plus de ruissellement durant la journée que si ceux-ci n’avaient pas été ajoutés. Notons aussi que, durant ce même pas de temps, le Super Modèle retire environ 3 mm aux

réservoirs couplés de GR4J de manière à réduire un peu son débit. Lors de la petite crue qui survient en février 2000 (les 16 et 17), le Super Modèle ajoute environ 1.5 mm au réservoir de production de HYMOD. Cet ajout est contre-intuitif car le Super Modèle simule un débit inférieur à celui de HYMOD durant ces dates, mais il est important de noter que, durant le mois précédent, environ 35 mm d'eau avaient été retirés à ce réservoir. Durant ces mêmes pas de temps (les 16 et 17), 0.5 mm ont été retirés aux réservoirs couplés de GR4J. Cela peut paraître peu mais étant donné l'ampleur très faible de la crue, ce n'est pas non plus négligeable. Le Super Modèle est donc capable d'échanger (rapidement ou sur le long terme) de grandes quantités d'eau pour influencer sur le débit. Cependant, si l'influence de la méthode sur le débit est très favorable, elle ne se comporte pas aussi bien sur tous les bassins. Cet exemple avantageux a été choisi car il est simple et permet d'expliquer le comportement interne de la méthode et son influence sur le débit simulé. La compréhension détaillée d'événements et de Super Modèles plus complexes est loin d'être aussi aisée.

**Bilan** Le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD est donc capable d'infléchir les évolutions des niveaux de réservoirs couplés sur des gammes très variées selon les bassins. En fonction de la dynamique interne de chaque réservoir couplé, une même valeur de coefficient donnera des résultats différents. Pour finir, l'analyse de l'hydrogramme du Verdoube à Tautavel a montré que ces infléchissements de niveaux de réservoir peuvent permettre de réelles améliorations dans la modélisation du débit. Cependant, le fait que la moyenne des modèles corrigés soit calculée pour cette version du Super Modèle rend nécessaire d'étudier la façon dont la méthode modifie chaque modèle individuellement.

### 6.2.2 Analyse des deux modèles corrigés

Pour aboutir à une valeur de KGE' correcte pour la moyenne des débits corrigés, le Super Modèle peut "utiliser" ces derniers comme des bornes sans tenir compte des réalités physiques. Par exemple, sur le bassin du Verdoube à Tautavel, l'hydrogramme des modèles corrigés (figure 6.9) montre que, si le Super Modèle permet au modèle HYMOD corrigé de se rapprocher de la valeur du pic de crue, il ne s'en sert pas pour simuler la valeur observée exacte mais pour mettre en place une borne inférieure qui ne soit pas trop éloignée de la réalité.

Cependant, d'un point de vue global sur l'échantillon de bassins, lorsqu'il est calé sur le moyenne des modèles corrigés, le Super Modèle ne dégrade pas les performances de ces modèles (figure 6.10). Ce fait est assez surprenant car il aurait été possible qu'en se servant des deux modèles comme des bornes, le Super Modèle dégrade les performances de chaque modèle corrigé. Il semble donc que, plutôt que d'éloigner un modèle pour qu'il forme une borne acceptable, la méthode a tendance à rapprocher la borne la plus éloignée de l'observation comme cela a pu être constaté sur le bassin du Verdoube à Tautavel.

### 6.2.3 Évaluation détaillée des performances

La section 5.4 a montré que, d'un point de vue global, la configuration Pr\_NC conduisait à une amélioration de la répartition et de la moyenne des valeurs de KGE' sur les 650 bassins. Cette amélioration peut cependant être qualifiée de légère, même

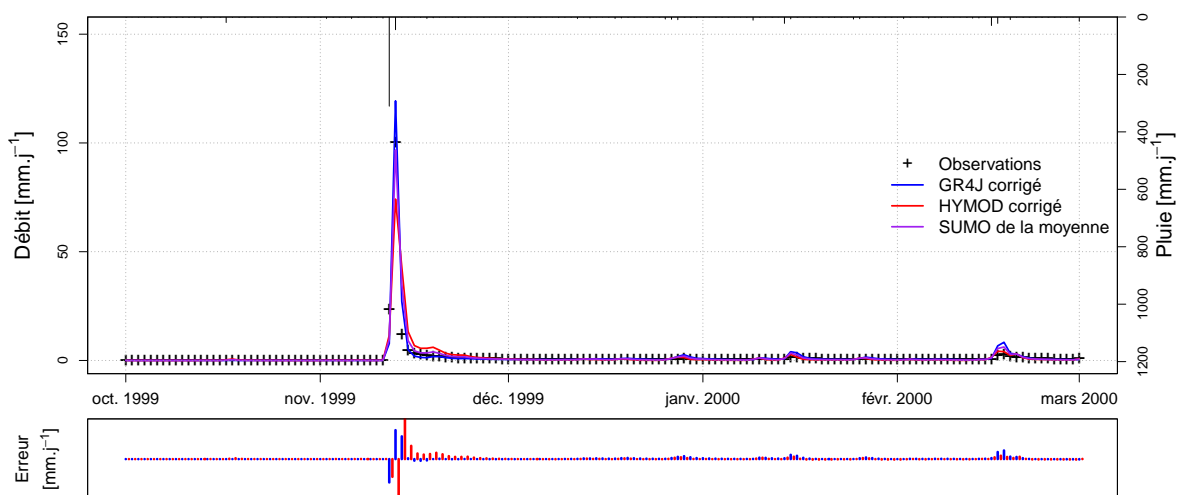


FIGURE 6.9 – Hydrogramme des débits observés et simulés par chaque modèle corrigé par le Super Modèle et leur moyenne sur le bassin du Verdoubte à Tautavel. Le graphique en bas représente l'erreur journalière de GR4J corrigé (en bleu) et de HYMOD corrigé (en rouge).

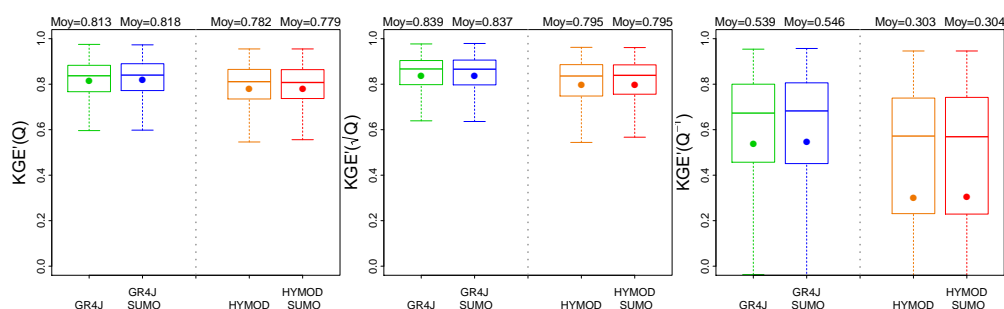


FIGURE 6.10 – Répartition des valeurs de critère d'évaluation sur 650 bassins obtenus par GR4J et HYMOD corrigés par un Super Modèle calé sur leurs moyennes. Ces répartitions sont comparées à celles qui sont obtenues lorsque les modèles ne sont pas couplés.

si les tests de Friedman et les rééchantillonnages ont montré qu'elle était significative. En effet, du point de vue subjectif de l'hydrologue, une amélioration de la valeur de KGE' ne dépassant pas 0.01 peut être vue comme négligeable.

Partant de ce principe, il peut être intéressant de vérifier si l'amélioration de performances est homogène pour tous les bassins ou si la modélisation de certains bassins est améliorée de façon non négligeable alors qu'elle est dégradée pour d'autres. La carte représentant les différences de valeurs de KGE' à chaque station entre le Super Modèle et la référence (figure 6.11) montre qu'il y a bien des différences en fonction du bassin. Elle montre que le Super Modèle apporte une amélioration non négligeable (stations vertes) par rapport à la moyenne pour plus d'un tiers des bassins. La dégradation des performances observée sur une cinquantaine de bassins (en rouge) est principalement due au fait que la référence s'adapte mieux au passage de la période de calage à la période de validation sur ces bassins.

Cependant, ce passage de la période de calage à la période de validation n'est pas défavorable au Super Modèle du point de vue du nombre de bassin sur lesquels les performances sont améliorées ou dégradées. En effet, la même carte que celle de la figure 6.11 mais cette fois tracée en période de calage (figure 6.12) montre que, si le nombre de bassins pour lesquels la performance est dégradée par le Super Modèle

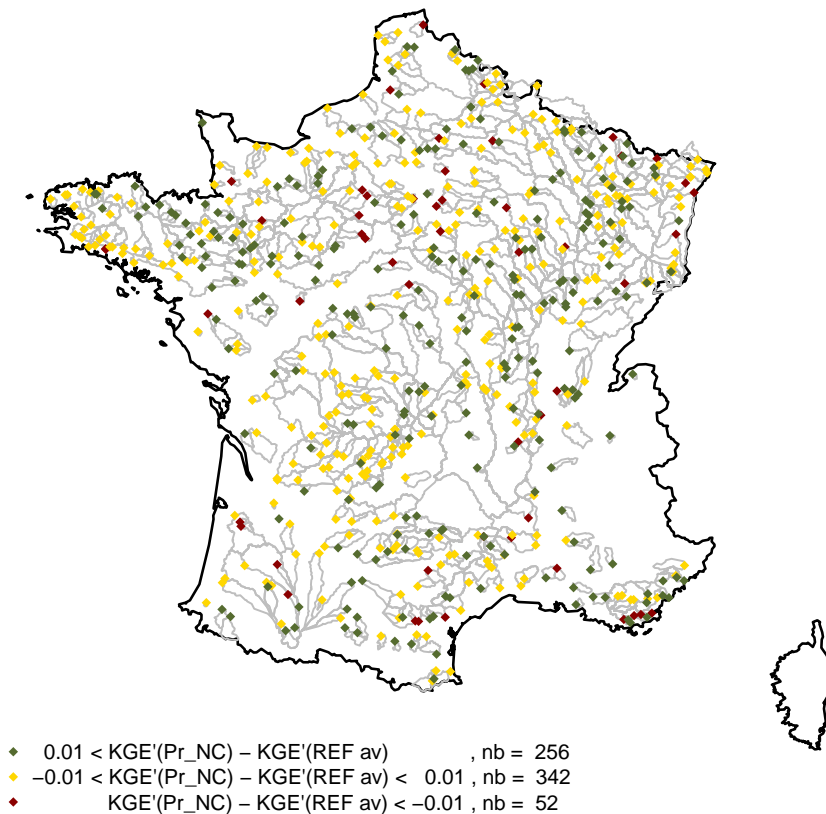


FIGURE 6.11 – Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD et la moyenne de ces modèles non couplés à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de validation.

augmente de 44 individus entre la période de calage et de validation, le nombre de bassins sur lesquels la modélisation est améliorée augmente, lui, de 149. C'est le signe que le Super Modèle semble plus robuste au changement de période d'étude que la moyenne des modèles. Pour aller plus loin, le tableau 6.1 présente quelques indicateurs de la répartition des différences de valeurs de  $KGE'$  (sur des débits non transformés) entre les périodes de calage et de validation. Ce tableau montre que les valeurs de  $KGE'$  sont en moyenne moins déficitaires pour le Super Modèle que pour la référence. La variabilité de ces différences semble aussi moins importante. Il est important de noter que, même si l'écart entre les valeurs du tableau 6.1 reste très faible, cela entraîne des différences non négligeables sur un certain nombre de bassins.

TABLEAU 6.1 – Statistiques des différences de performance entre période de calage et de validation sur 650 bassins de HYMOD, GR4J, leur moyenne et le Super Modèle en terme de  $KGE'$ .

Statistique de différence cal-val	HYMOD	GR4J	Moyenne des 2	Super Modèle
Moyenne	0.082	0.081	0.084	0.081
Médiane	0.066	0.063	0.068	0.063
Écart-type	0.088	0.089	0.088	0.085

Par ailleurs, dans le contexte de cette analyse de performances, il est intéressant de mettre en regard les performances du Super Modèle avec celles des modèles GR4J et HYMOD pris individuellement. En effet, du fait des importantes différences de perfor-

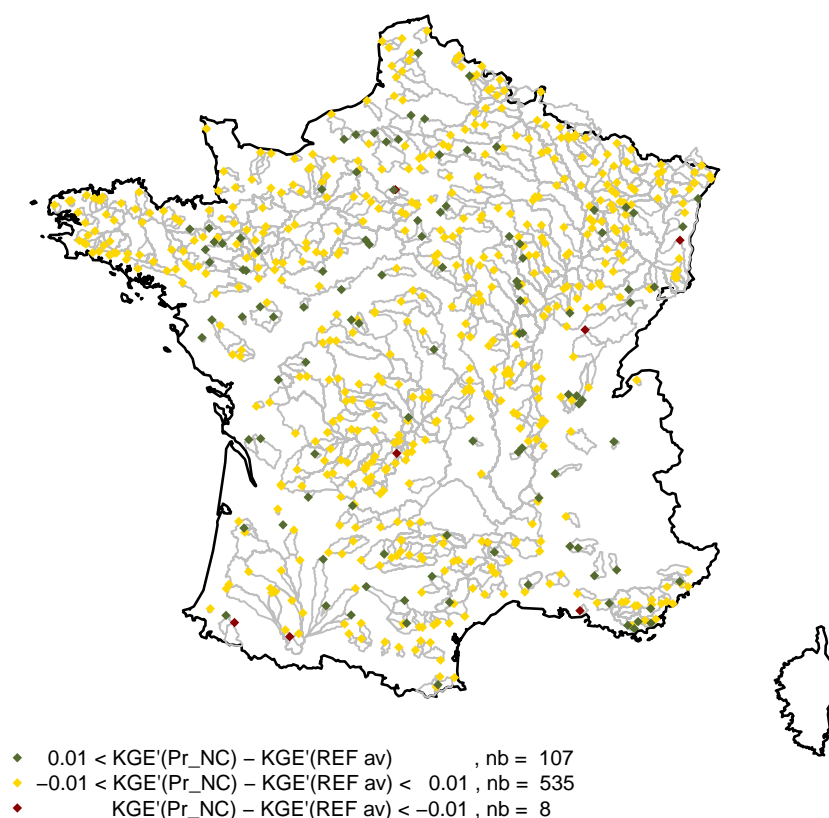


FIGURE 6.12 – Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD et la moyenne de ces modèles non couplés à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de calage.

mance entre les deux modèles, il est probable que la moyenne puisse avoir pour effet (au moins sur certains bassins) de dégrader les performances par rapport au meilleur des deux modèles. La figure 6.13 montre que la moyenne des débits améliore d'un point de vue global les performances en validation par rapport aux deux modèles et que c'est donc aussi le cas pour le Super Modèle. En regardant de plus près les composantes du KGE' sur les débits non transformés (figure 6.14), il semble que l'amélioration de performance par la moyenne et le Super Modèle se base principalement sur le coefficient de corrélation (et sur le biais dans le cas du Super Modèle). En revanche, l'indice de variabilité a plutôt tendance à être dégradé par la moyenne et le Super Modèle par rapport aux modèles individuels. Cette dégradation est assez logique étant donné la moyenne à tendance à lisser les débits. Le tableau 6.1 indique que le Super Modèle a aussi tendance à être plus robuste au changement de période que les modèles individuels malgré des différences très faibles.

Ces constatations sont tout de même nuancées par la visualisation sur chaque bassin des différences de KGE' entre le Super Modèle et le meilleur des deux modèles en période de validation. En effet, la figure 6.15 montre que le nombre de bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration est à peu près égal au nombre de bassins pour lesquels la dégradation par rapport au meilleur des deux modèles n'est pas négligeable. Cela signifie que, en fonction du bassin, il peut être plus intéressant de bien choisir le modèle utilisé plutôt que d'utiliser la méthode du Super Modèle.

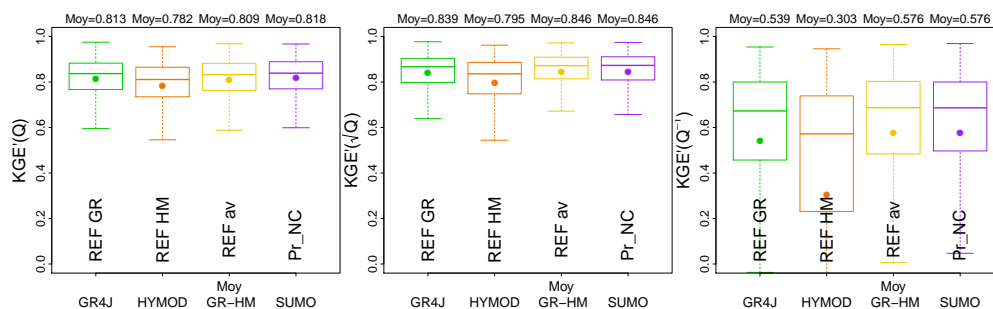


FIGURE 6.13 – Répartition des valeurs de critères d'évaluation sur 650 bassins obtenus par GR4J, HYMOD, leur moyenne et le Super Modèle les couplant (configuration Pr\_NC). Ces valeurs sont calculées sur la période de validation.

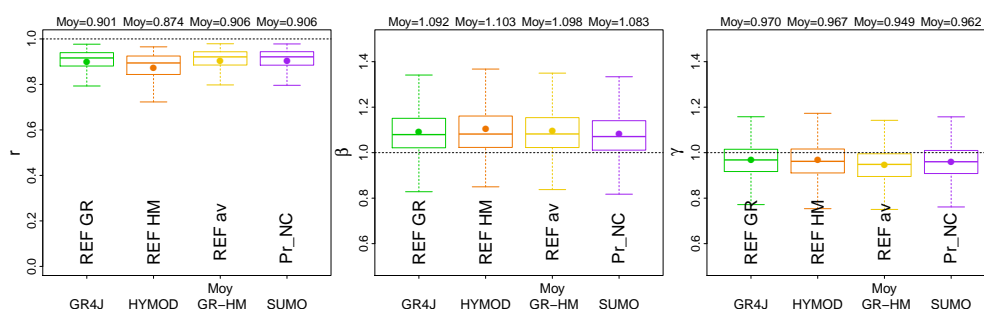


FIGURE 6.14 – Répartition sur 650 bassins des valeurs des composantes du  $KGE'$  sur les débits non transformés obtenues par GR4J, HYMOD, leur moyenne et le Super Modèle les couplant (configuration Pr\_NC). Ces valeurs sont calculées sur la période de validation.

En résumé, le Super Modèle apporte une amélioration non négligeable des performances par rapport à la moyenne des modèles non couplés sur un nombre conséquent de bassins de l'échantillon testé et est plus robuste au changement de période modélisée. Ces performances intéressantes persistent lorsqu'il est comparé au meilleur des modèles non couplés. Cela étant, le Super Modèle dégrade les performances sur un nombre plus important de bassins que ce n'était le cas avec la moyenne des deux modèles initiaux comme référence. Pour aller plus loin et confirmer ces bonnes performances, il peut être intéressant de comparer le Super Modèle à des méthodes de moyennes pondérées issues de la littérature.

## 6.2.4 Comparaison à des méthodes de moyennes pondérées

La méthode du Super Modèle étant plutôt complexe à mettre en œuvre, il est nécessaire de la comparer à des méthodes plus simples pour savoir si elle apporte un réel avantage à la modélisation. Ici, le choix a été fait d'utiliser une méthode de moyenne pondérée. La méthode d'Oudin et al. (2006), confrontée au Super Modèle couplant deux GR4J dans le chapitre 4, n'est pas applicable ici car elle a été construite pour moyenniser les débits de deux versions du même modèle (hauts et bas débits). La méthode utilisée pour la comparaison se base donc sur un simple calage des poids (ces poids sont fixes au cours du temps). La formule de la moyenne pondérée des débits de GR4J et HYMOD est inspirée des travaux de Shamseldin et al. (1997) et est la



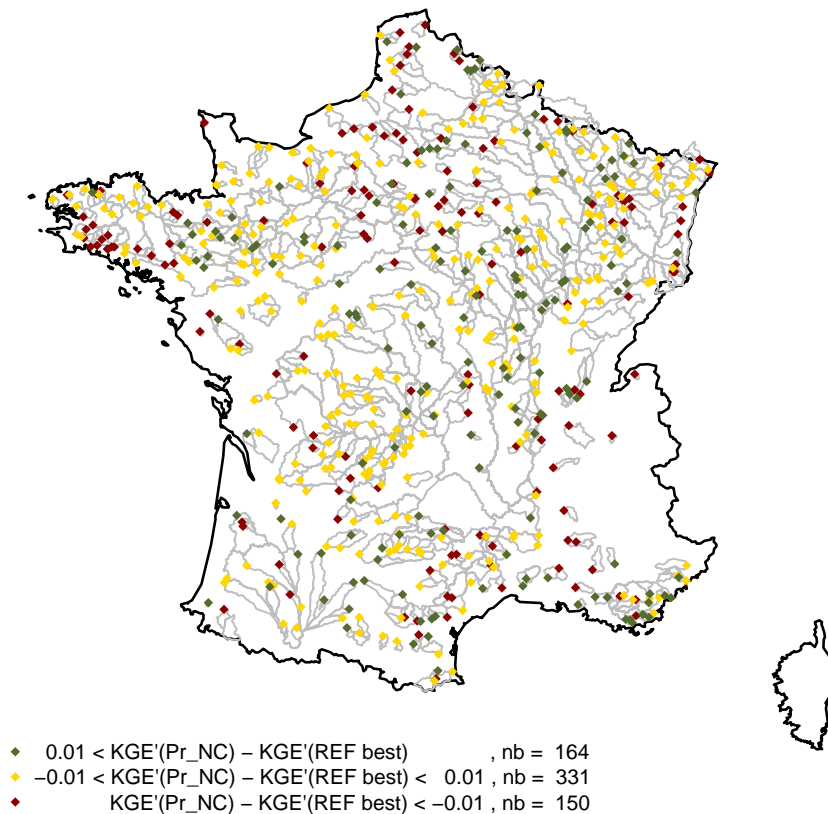


FIGURE 6.15 – Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD et le meilleur de ces modèles non couplés à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de validation.

suivante :

$$Q_{c,i} = a_{HM}Q_{HM,i} + a_{GR}Q_{GR,i} \quad (6.1)$$

Ici  $Q_{c,i}$  représente la valeur du débit combiné au pas de temps  $i$ ,  $Q_{HM,i}$  et  $Q_{GR,i}$  étant respectivement les débits simulés par GR4J et HYMOD au pas de temps  $i$  et  $a_{HM}$  et  $a_{GR}$  sont respectivement les poids attribués à HYMOD et à GR4J pour le calcul de leur moyenne pondérée tels que  $a_{HM} + a_{GR} = 1$ .

Une fois les chroniques de débits simulées par les deux modèles obtenues, les poids  $a_{HM}$  et  $a_{GR}$  sont calés durant la même période que les paramètres des modèles et les coefficients d'échanges du Super Modèle, alors que les valeurs de critères d'évaluation sont analysées sur la période de validation. La figure 6.16 compare les distributions de critères d'évaluation de la moyenne pondérée avec celles du Super Modèle. Ces distributions sont très semblables. D'un point de vue global, il ne semble donc pas y avoir de différences de performance entre les deux méthodes.

Cependant, la répartition géographique des différences de KGE' entre le Super Modèle et la moyenne pondérée des débits (figure 6.17) montre qu'un tiers des bassins est mieux simulé par le Super Modèle que par la moyenne pondérée des débits tandis qu'un peu moins de 20% des bassins sont dans le cas contraire. Le Super Modèle a donc tendance à produire de meilleurs résultats que la méthode des moyennes pondérées sur une plus large part des bassins. Cela s'explique par le fait que le Super Modèle est



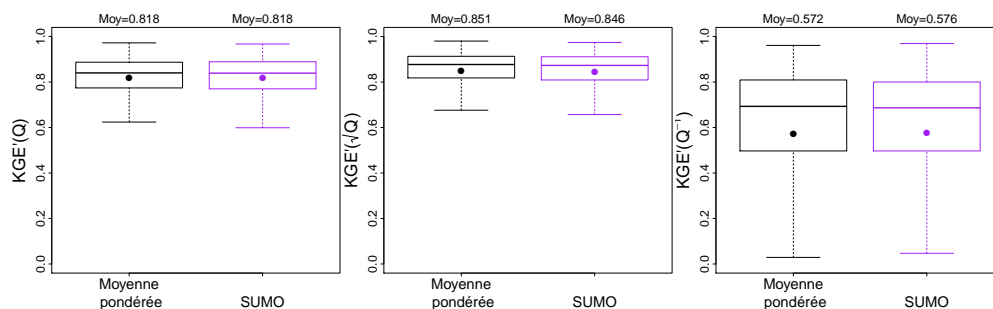


FIGURE 6.16 – Répartition sur 650 bassins des valeurs de composantes du KGE' sur les débits non transformés obtenues par la méthode des moyennes pondérées et celle du Super Modèle (configuration Pr\_NC). Ces valeurs sont calculées sur la période de validation.

encore une fois plus robuste au changement de période que les moyennes pondérées. Les valeurs statistiques des différences de KGE' entre période de calage et période de validation de la moyenne pondérée (moyenne de 0.087, médiane de 0.067 et écart-type de 0.088) confirment cela car elles sont supérieures à celles de la moyenne non pondérée et donc à celle du Super Modèle (voir tableau 6.1).

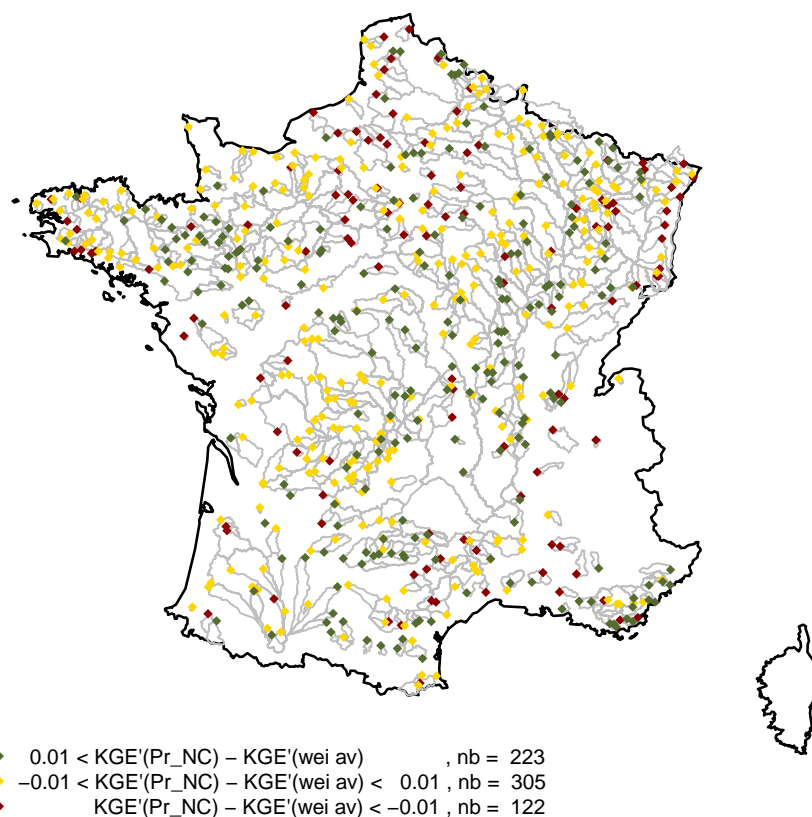


FIGURE 6.17 – Carte représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD et la moyenne pondérée calée de ces modèles non couplés à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de validation.

Pour s'affranchir de ces problèmes de robustesse, il peut être intéressant d'utiliser une méthode de détermination des poids plus évoluée. Il a, par ailleurs, été évoqué dans les chapitres précédents (chapitres 1 et 4) qu'une méthode de moyenne pondérée était

plus efficace lorsque les poids étaient variables dans le temps. Pour ces raisons, le Super Modèle a aussi été comparé à la méthode de Li et Sankarasubramanian (2012). Cette méthode permet de calculer des valeurs de poids différentes à chaque pas de temps en fonction de l'erreur du débit simulé par les modèles sur des pas de temps similaires en période de calage. Dans la publication de Li et Sankarasubramanian (2012), la similarité entre les pas de temps se mesure grâce aux précipitations mensuelles. Comme les modèles utilisés sont mensuels, cela apparaît comme un bon indicateur. Au pas de temps journalier, cet indicateur est moins bien adapté. Pour cette raison, la méthode a été appliquée en utilisant comme indicateur le taux de remplissage du réservoir de production de GR4J au début de chaque pas de temps. Ce taux de remplissage est censé représenter l'humidité du bassin. Il a été préféré à celui de HYMOD car il est plus variable que ce dernier et donc plus discriminant entre les pas de temps.

Du point de vue global, la méthode ne donne pas de performances notablement meilleures que la moyenne pondérée avec des poids constants dans le temps. Elle est cependant plus intéressante sur les  $KGE'$  calculés sur les racines carrées et les inverses des débits. Par conséquent, la méthode n'est pas spécialement plus intéressante que le Super Modèle (figure 6.18).

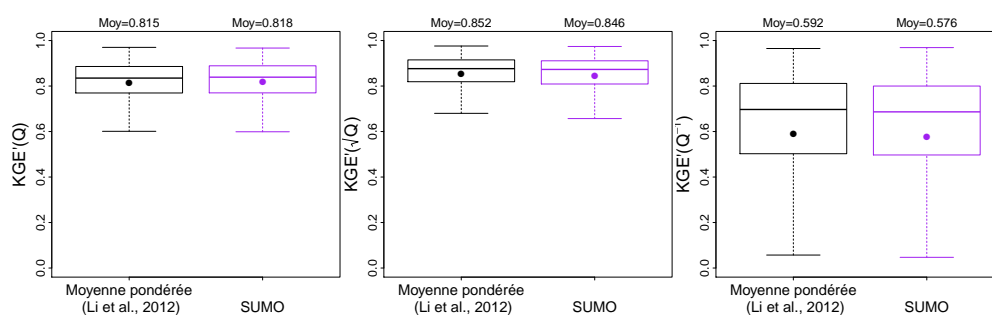


FIGURE 6.18 – Répartition sur 650 bassins des valeurs de composantes du  $KGE'$  sur les débits non transformés, obtenues par la méthode des moyennes pondérées de Li et Sankarasubramanian (2012) et celle du Super Modèle (configuration Pr\_NC). Ces valeurs sont calculées sur la période de validation.

En termes de nombre de bassins pour lesquels la différence de performances est en faveur de la méthode de Li et Sankarasubramanian (2012) par rapport au Super Modèle, cette méthode fait d'ailleurs moins bien que la méthode des moyennes pondérées (72 bassins au lieu de 122). Il est possible que cela soit dû à un mauvais choix de l'indicateur de similarité ou au passage du pas de temps mensuel à journalier qui pourrait ne pas être adapté à la méthode.

Pour résumer, la méthode du Super Modèle est plus performante qu'une méthode de moyenne pondérée classique sur un nombre important de bassins. Comparé aux deux méthodes testées, le Super Modèle semble donc plus approprié à l'amélioration des performances sur certains bassins.

### 6.3 Caractérisation des bassins pour lesquels le Super Modèle fonctionne

Le fait que les différences de performances entre le Super Modèle et la moyenne de GR4J et HYMOD ne soient pas homogènes selon le bassin versant étudié pose la question de savoir sur quel type de bassin le Super Modèle est efficace.

### 6.3.1 Deux sous-échantillons de bassins versants

Pour procéder à cette analyse, deux sous-échantillons ont été créés en se basant sur les différences de KGE' entre le Super Modèle et la moyenne de GR4J et HYMOD en période de validation (figure 6.11). Un premier sous-échantillon regroupe l'ensemble des bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration non négligeable (en vert sur la figure 6.11). Ce premier sous-échantillon regroupe donc 256 bassins, il sera abrégé "SE1" dans la suite du manuscrit. Le second sous-échantillon regroupe tous les autres bassins, c'est-à-dire ceux pour lesquels il n'y a pas d'amélioration importante apportée par le Super Modèle, voire une dégradation des performances (en jaune ou rouge sur la figure 6.11). Ce deuxième sous-échantillon est composé de 394 bassins, il sera abrégé "SE2".

L'analyse des différentes tendances entre ces deux groupes peut permettre de dégager des caractéristiques communes aux bassins pour lesquels le Super Modèle s'avère intéressant et *vice versa*. L'étude de ces tendances est abordée selon deux axes : les performances des modèles individuels et de leurs moyennes des débits sur chacun des sous-échantillons et les caractéristiques des bassins qui les composent (qu'il s'agisse de caractéristiques morphologiques, climatiques ou hydrologiques, cf. section 2.2.4).

### 6.3.2 Performance des modèles par sous-échantillon

D'après l'analyse des critères d'évaluation sur chaque sous-échantillon (figure 6.19), il semble que le Super Modèle soit plus efficace quand la référence (REF av, en jaune sur la figure) a de faibles performances (notamment en termes de KGE' sur les débits non transformés). En effet, les valeurs de KGE' sur les débits non transformés de la moyenne des simulations de GR4J et HYMOD sont globalement inférieures au sein de SE1. Le Super Modèle ne semble pouvoir apporter une amélioration que sur les bassins pour lesquels la modélisation est la moins bonne. La figure montre aussi que les mauvaises performances de la moyenne sont dues aux mauvaises performances des modèles qui la constitue (figure 6.19). D'ailleurs, il ne semble pas que cela soit dû à l'un des modèles plutôt qu'à l'autre car la diminution relative des performances entre les deux sous-échantillons de bassins est identique pour les deux modèles.

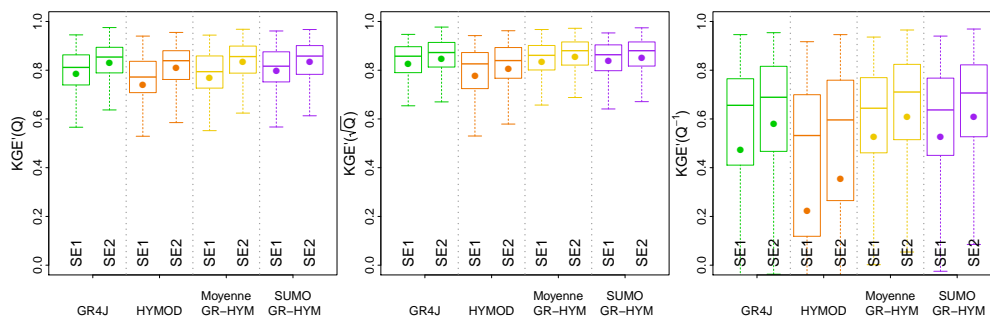


FIGURE 6.19 – Répartition des valeurs de critères d'évaluation pour GR4J, HYMOD, leur moyenne et le Super Modèle couplant les deux (configuration Pr\_NC) selon le sous-échantillon d'appartenance des bassins. Les critères sont calculés sur la période de validation.

L'analyse des composantes du KGE' (figure 6.20) montre que les différences de performances entre les deux sous-échantillons semblent en grande partie dues à des erreurs sur la composante de biais et de variabilité du KGE'. Notons que l'amélioration

la plus significative obtenue grâce au Super Modèle par rapport à la moyenne entre GR4J et HYMOD semble provenir de la composante de variabilité.

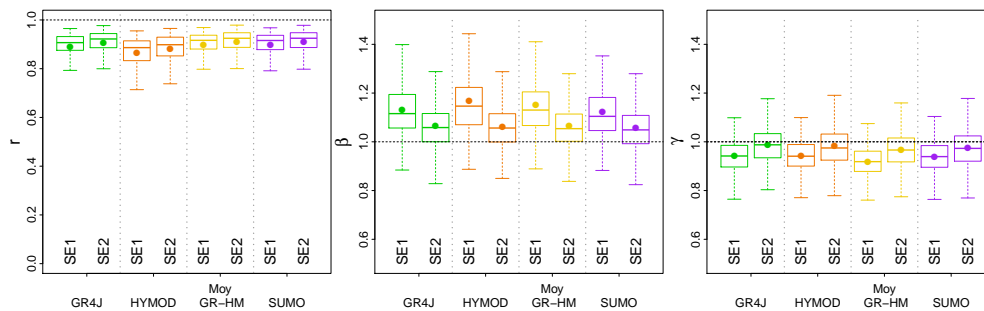


FIGURE 6.20 – Répartition des valeurs des trois composantes du KGE' sur les débits non transformés, obtenues par la méthode des moyennes pondérées et par le Super Modèle (configuration Pr\_NC) selon le sous-échantillon d'appartenance des bassins. Ces valeurs sont calculées sur la période de validation.

En bref, il semble que le Super Modèle ait tendance à présenter un intérêt lorsque les performances initiales des modèles sont plutôt faibles. Ce n'est pas très surprenant car ces déficits de performance montrent que les modèles ne sont pas optimaux sur les bassins en question, ce qui laisse la place aux corrections du Super Modèle. D'après une analyse complémentaire, il semblerait que les performances des deux modèles à la fois aient tendance à être plus faibles sur les bassins sur lesquels le Super Modèle est adapté. Il ne s'agit donc pas de la défaillance de seulement l'un des deux modèles.

### 6.3.3 Liens avec les caractéristiques des bassins

L'analyse des caractéristiques des bassins versants de chaque sous-échantillon fournit des éléments complémentaires de compréhension physique. L'existence éventuelle d'une différence de tendance selon les caractéristiques des bassins parmi les deux sous-échantillons permettrait de comprendre sur quel type de bassin le Super Modèle composé de GR4J et HYMOD est intéressant.

**Caractéristiques topographiques** Les différences de tendance de caractéristiques topographiques entre les deux sous-échantillons sont plutôt faibles (figure 6.21). Il est tout de même intéressant de noter que le sous-échantillon SE1 (pour lequel le Super Modèle est plus efficace) comporte une part moins élevée de bassins de taille importante (au-dessus de 500 km<sup>2</sup>). Une tendance similaire s'observe pour les longueurs hydrauliques et les indices topographiques de bassin mais, ces valeurs étant fortement corrélées à la surface, cela n'apporte pas d'information supplémentaire.

**Caractéristiques climatiques** Au niveau des caractéristiques climatiques des bassins, les tendances sont plus marquées (figure 6.22). Les hauteurs de précipitations annuelles moyennes sont en général plus faibles au sein du sous-échantillon SE1 qu'au sein du sous-échantillon SE2. Il en va de même pour les indices d'aridité (les bassins du sous-échantillons SE1 sont donc généralement plus arides). Par opposition, les valeurs de variabilité et d'intensité de la pluie ainsi que le nombre annuel moyen de jours sans pluie de SE1 sont en général légèrement supérieures comparativement à SE2.

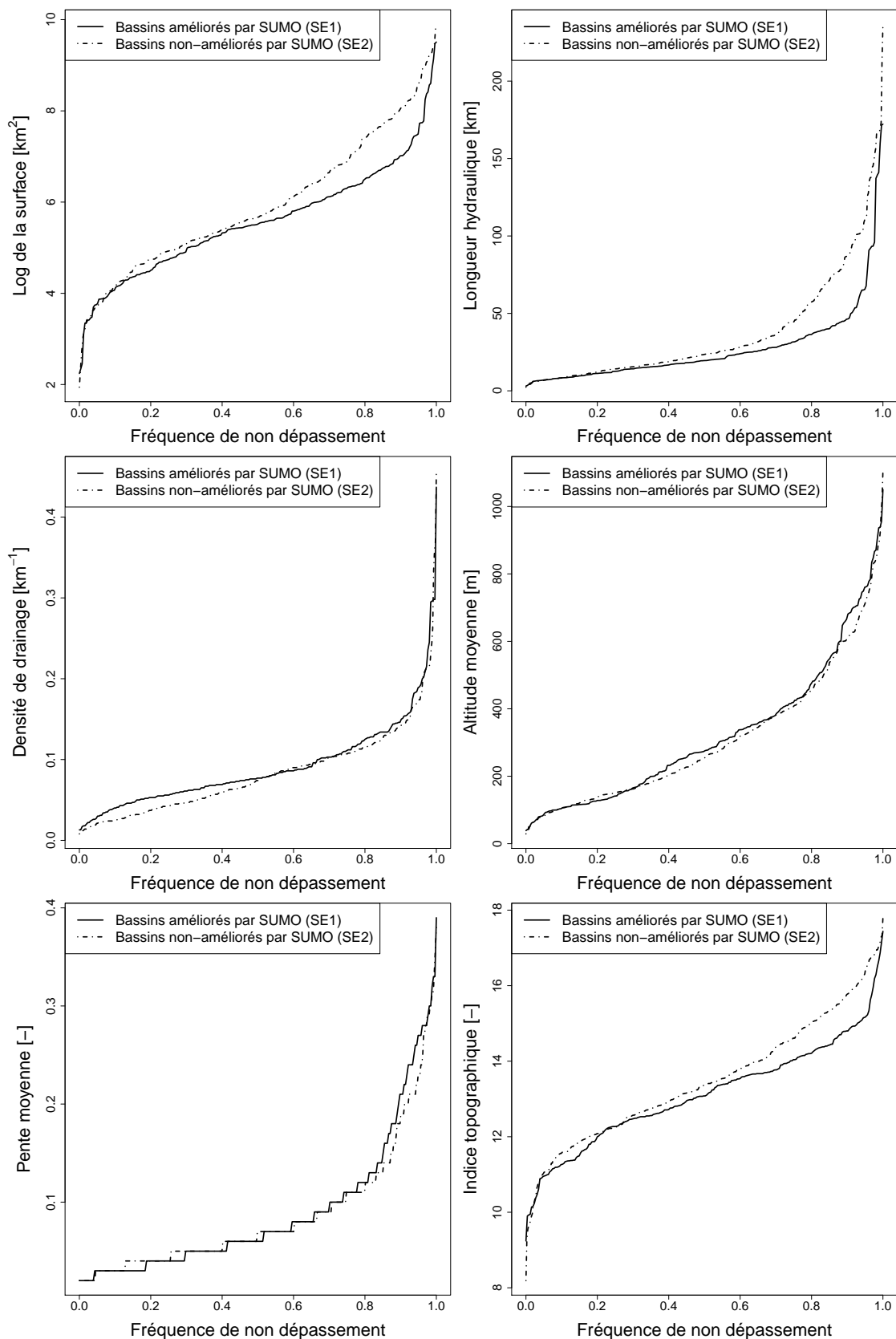


FIGURE 6.21 – Répartition de six caractéristiques topographiques des bassins versants en fonction du sous-échantillon auquel ils appartiennent.

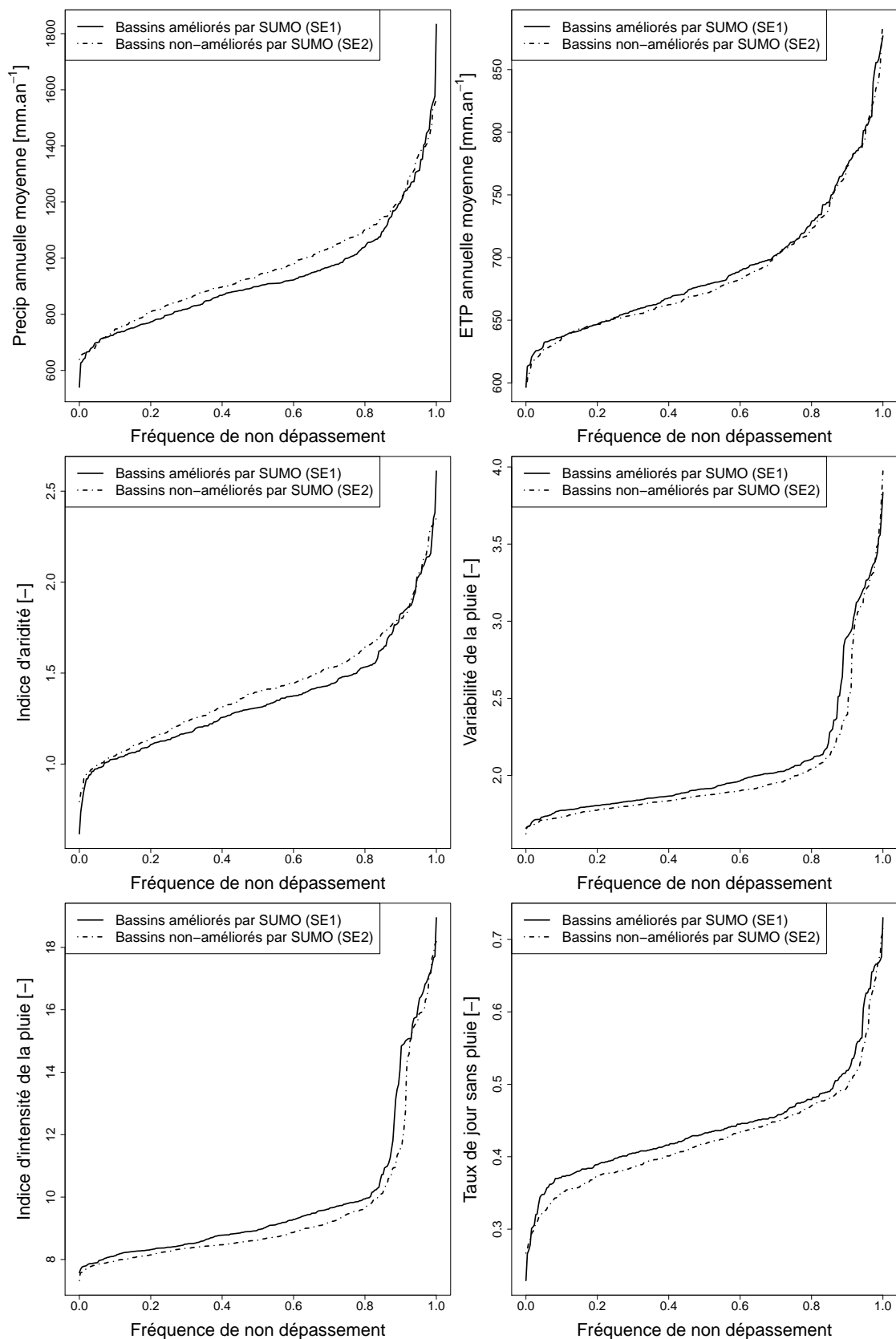


FIGURE 6.22 – Répartition de six caractéristiques climatiques des bassins versants en fonction du sous-échantillon auquel ils appartiennent.

**Caractéristiques hydrologiques** Pour finir, les caractéristiques hydrologiques des bassins versants (figure 6.23) présentent des différences de tendance beaucoup plus marquées entre les deux sous-échantillons que celles des caractéristiques climatiques. Le débit moyen des bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration est moins élevé. Il en va de même pour la part de débit de base sur le débit total. Les étiages et le rendement des pluies sont aussi plus faibles pour les bassins de SE1. En revanche, les bassins de ce sous-échantillon sont caractérisés par des débits plus variables même si les bassins aux débits les plus variables font partie du sous-échantillon SE2. Par ailleurs, il est important de noter que les bassins dont le rendement est supérieur à 1 appartiennent au sous-échantillon SE1. Cela s'explique par le fait que HYMOD ne contient pas de module d'échange inter-bassins et est donc incapable de simuler une quantité d'eau plus élevée à l'exutoire que celle qui est précipitée sur le bassin.

**Synthèse : portrait-robot du bassin pour lequel le Super Modèle est intéressant** En regroupant les observations faites sur les trois types de caractéristiques, il est possible de tirer un portrait-robot du bassin pour lequel le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD est efficace.

Le bassin sur lequel le Super Modèle est efficace est plutôt de petite taille et a un débit moyen plutôt faible mais avec une forte variabilité. Ses étiages et la part de l'écoulement occupée par le débit de base sont plutôt faibles. Il est affecté par des moyennes annuelles de pluies plutôt faibles avec un rendement relativement faible. Il a un indice d'aridité relativement élevé et les jours de pluie y sont plus rares. Ces pluies ont aussi tendance à être plus variables et plus intenses.

Cependant, il est important de noter que ces caractéristiques sont loin d'être systématiques parmi les bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration. Il s'agit plutôt d'une tendance.

**Interprétations** Les caractéristiques de ce portrait-robot peuvent être évaluées au regard de la figure 6.20. Cette figure montre que les variabilités du débit sont sous-estimées pour les bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration. Sachant que les débits des bassins du sous-échantillon SE1 sont plus variables, cela tend à prouver que la moyenne des deux modèles n'est pas performante pour mieux représenter la variabilité des débits lorsqu'elle est importante. La figure montre d'ailleurs une nette amélioration de la composante de variabilité (qui était largement sous-estimée) par le Super Modèle. C'est donc probablement la variabilité des débits qui est la caractéristique la plus discriminante pour estimer si un bassin est améliorable ou non par le Super Modèle. Ceci peut être lié au fait que la référence utilisée est la moyenne des modèles. Cela aurait été différent si les débits de l'un des modèles avaient été la référence car leur composante de variabilité est plus proche de 1.

Dans une moindre mesure, la figure 6.20 montre aussi que les bilans sont à l'origine surestimés pour les bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration. Il est possible que les modèles soient incapables de simuler des débits d'étiage trop bas ou de reproduire des rendements de pluie trop bas. En échangeant une certaine quantité d'eau, le Super Modèle peut être capable de corriger des erreurs de modélisation telles que la surestimation des rendements de pluie ou du débit de base par les modèles. De plus, si la méthode permet d'échanger les bonnes quantités d'eau au bon moment, elle peut permettre d'augmenter la variabilité du débit simulé en ajoutant virtuellement de

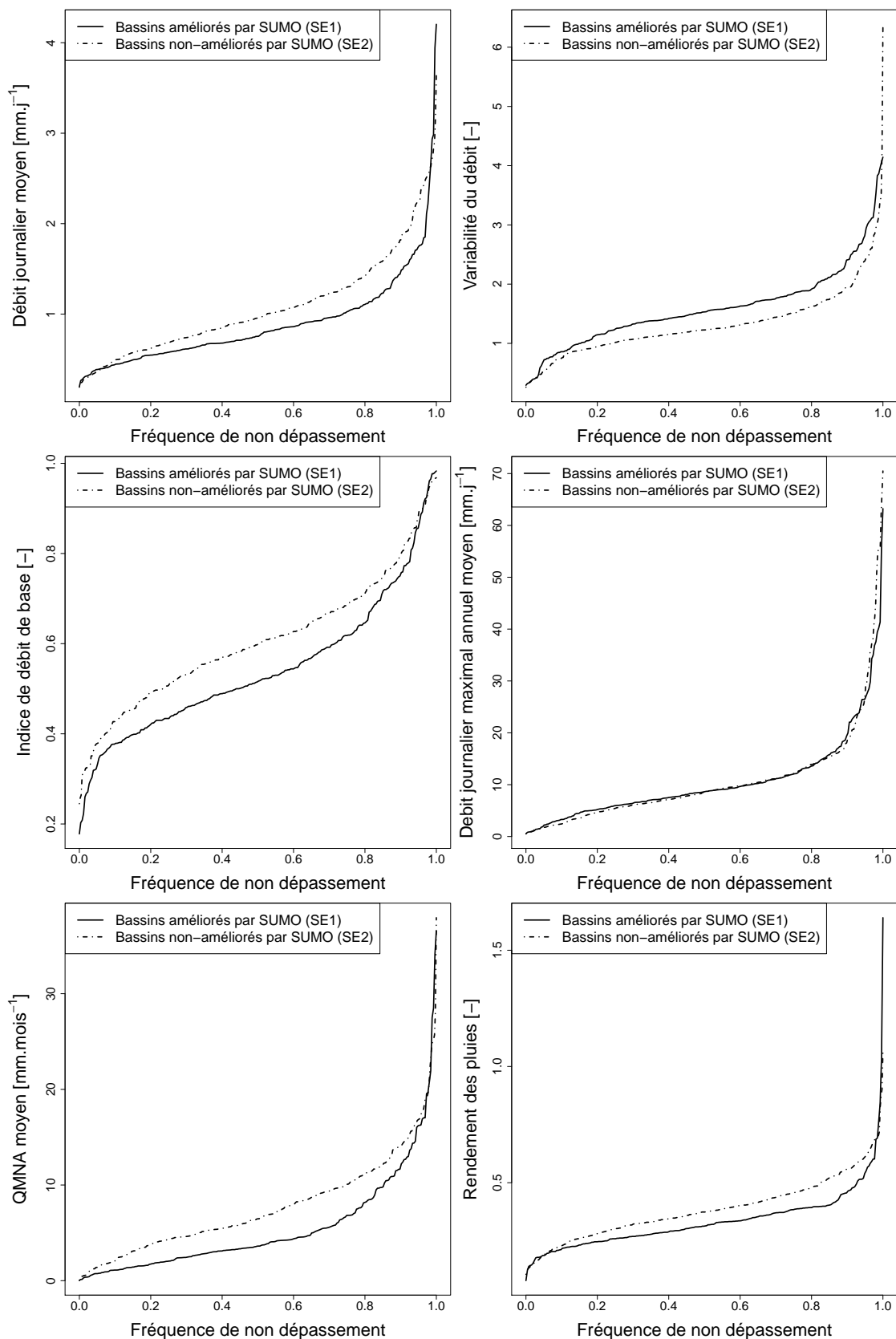


FIGURE 6.23 – Répartition de six caractéristiques hydrologiques des bassins versants en fonction du sous-échantillon auquel ils appartiennent.



l'eau au système en période de crue et en retirant en période d'étiage. Cette capacité à influencer sur les vidanges des réservoirs qui a pour conséquence d'ajouter ou de retirer virtuellement de l'eau au système permet donc une amélioration des performances pour des bassins ayant des problématiques de variabilité et de bilan.

### 6.3.4 Différences de fonctionnement du Super Modèle

D'une manière générale, les ratios de coefficients affectant les réservoirs de production sont plus importants pour le sous-échantillon SE1 (figure 6.24). Le fait que ces valeurs soient plus élevées montre que le Super Modèle a tendance à avoir un plus gros impact sur GR4J sur les bassins de ce sous-échantillon. Cette plus forte activité est confirmée en étudiant les quantités d'eau échangées car il semble qu'une plus grande quantité d'eau soit échangées par GR4J sur les bassins du sous-échantillon SE1 (figure 6.25).

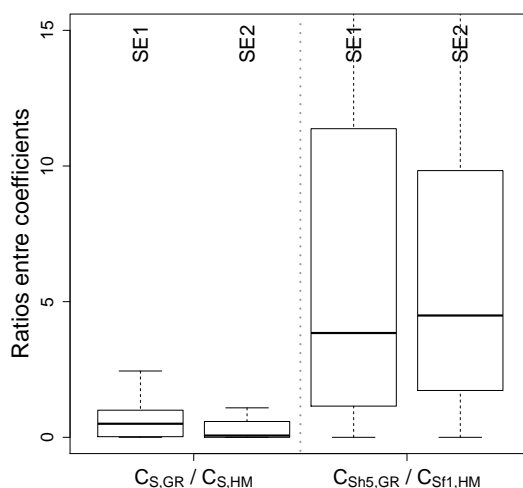


FIGURE 6.24 – Répartition sur les deux sous-échantillons de bassins de chaque combinaison de ratio entre coefficients du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD (configuration Pr\_NC).

Les distributions de la quantité moyenne d'eau échangée annuellement varient en fonction du réservoir couplé analysé (figure 6.25). Les réservoirs couplés de GR4J ont globalement tendance à échanger plus d'eau à l'échelle annuelle lorsque le bassin étudié appartient au sous-échantillon SE1. Cette constatation peut être appliquée au réservoir de production de HYMOD. En revanche, les échanges d'eau de la cascade de Nash de HYMOD sont plus importants au sein du sous-échantillon SE2 qu'au sein de SE1. Rappelons que le fait que les échanges les plus conséquents soient ceux qui affectent la cascade de Nash de GR4J est dû au fait que ceux-ci ont très souvent le même signe, contrairement aux échanges qui affectent les réservoirs de production (plus conséquents en valeur absolue). Le fait que le bilan annuel des échanges soit souvent négatif est en accord avec la figure 6.20 qui présente des valeurs de biais supérieures à 1. Il semble donc que le Super Modèle tende à réduire ce biais en produisant des échanges négatifs à l'échelle annuelle.

Les échanges sont liés aux valeurs de coefficients mais aussi aux différences initiales entre les états des modèles. Il a été montré dans la section 4.4.2 que le débit simulé par le Super Modèle était plus sensible aux valeurs de coefficients lorsque les niveaux des réservoirs couplés étaient initialement différents les uns des autres. Dans le cas du

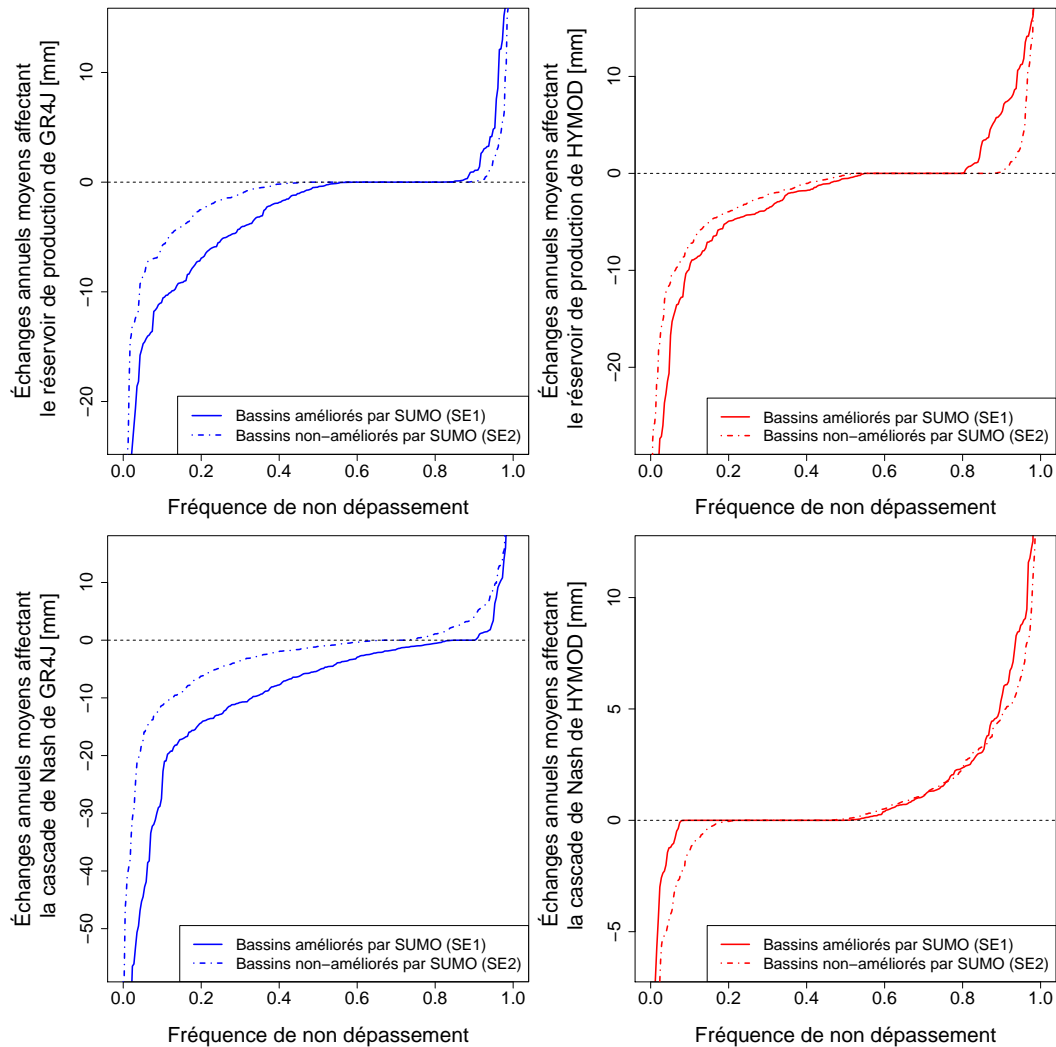


FIGURE 6.25 – Répartition des quantités annuelles moyennes apportées ou retirées aux réservoirs couplés selon le sous-échantillon auquel appartient le bassin.

Super Modèle couplant GR4J avec HYMOD, la figure 6.26 confirme cela. En effet, les différences entre les niveaux du réservoir de production de HYMOD et les niveaux mis à l'échelle du réservoir de production de GR4J sont plus importantes sur les bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration (sous-échantillon SE1) que pour les autres bassins (sous-échantillon SE2). Il en va de même pour les niveaux des réservoirs des cascades de Nash couplés.

Pour résumer, cette analyse sur deux sous-échantillons met en lumière le fait que le Super Modèle est intéressant lorsque les performances des deux modèles sont les moins bonnes. Le Super Modèle est le plus actif lorsque les écarts de niveaux initiaux entre les réservoirs couplés sont importants. Ces résultats ne sont pas surprenants en soi, mais ils donnent un cadre d'utilisation à la méthode. De plus, il est possible de caractériser les bassins pour lesquels ces conditions sont réunies. Il s'agit de bassins de taille faible, aux débits plutôt faibles en moyenne mais très variables. D'un point de vue climatique, ce sont des bassins avec un indice d'aridité plutôt élevé par rapport au reste de l'échantillon, mais qui présentent des épisodes de précipitation pouvant être intenses.

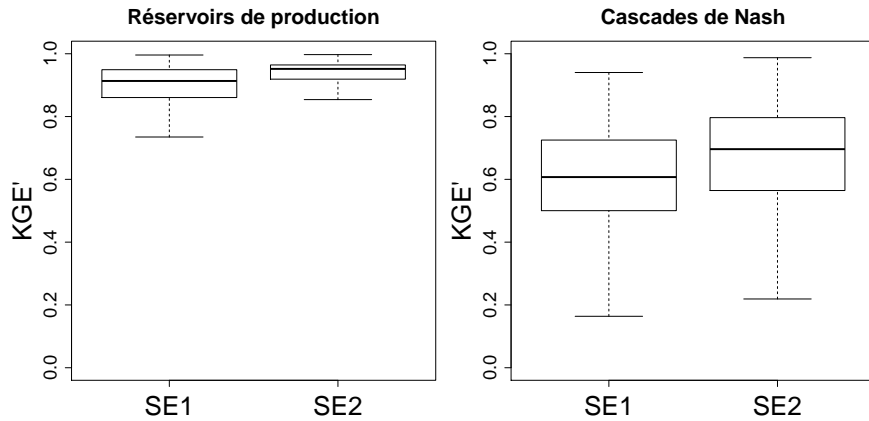


FIGURE 6.26 – Répartition sur chaque sous-échantillon de bassins des valeurs de  $KGE'$  calculées entre les niveaux de réservoirs couplés mis à l'échelle de GR4J initial (utilisé comme référence pour calculer le  $KGE'$ ) et les niveaux de réservoirs couplés de HYMOD initial. Ces  $KGE'$  ne sont pas calculés par rapport aux débits observés.

### 6.3.5 Caractérisation des bassins aux performances dégradées

Pour finir, en supplément de cette analyse effectuée sur deux sous-échantillons, une analyse additionnelle a été menée en scindant SE2 en deux groupes. En effet, un groupe composé des 52 bassins sur lesquels les performances sont dégradées par le Super Modèle (en rouge sur la figure 6.11, appelé ici SE3) a été identifié. Le but est de caractériser ces bassins à l'instar de ce qui a été fait concernant les bassins sur lesquels le Super Modèle apporte une amélioration de performances. Les différentes étapes de l'analyse ne seront pas montrées dans ce manuscrit mais le résultat est résumé au sein de cette sous-partie.

L'étude de ce sous-échantillon a montré que les bassins pour lesquels le Super Modèle dégrade les performances sont assez semblables à ceux pour lesquels il apporte une amélioration mais avec quelques nuances. Pour commencer, les performances en termes de  $KGE'(Q)$  des modèles initiaux sur les bassins de SE3 sont plutôt faibles mais légèrement meilleures que celles des bassins du sous-échantillon SE1. Elles sont, en revanche, très mauvaises en termes de  $KGE'(\sqrt{Q})$  et  $KGE'(Q^{-1})$ . La décomposition du  $KGE'(Q)$  montre que les bassins en question ont un comportement remarquable : les modèles GR4J et HYMOD initiaux ont tendance à surestimer la variabilité et à sous-estimer le biais au contraire du schéma global observé sur les 650 bassins.

Les caractéristiques topographiques des bassins du sous-échantillon SE3 sont très proches de celles du sous-échantillon SE1 : il s'agit de bassins de petite taille. Notons aussi qu'ils ont une altitude moyenne en général plus faible que celle des bassins de SE1. Les caractéristiques climatiques des bassins de SE3 suivent aussi les mêmes tendances que pour les bassins de SE1 mais sont plus exacerbées. En effet, les bassins sont plus secs avec des pluies plus variables et plus intenses que pour SE1. Enfin, les caractéristiques hydrologiques suivent la même tendance pour SE1 et SE3. Notons pour finir que les valeurs de coefficients et des ratios entre ces derniers sont dans des gammes de valeurs proches pour les bassins de SE1 et SE3.

En résumé, les bassins pour lesquels le Super Modèle dégrade les performances sont proches de ceux pour lesquels il apporte une amélioration. Cependant, l'analyse des composantes du  $KGE'$  montre que, contrairement aux autres bassins, la variabilité

des débits est surestimée par les modèles initiaux. Le Super Modèle semble donc être mal adapté pour rétablir une bonne modélisation de la variabilité lorsque celle-ci est surestimée.

## 6.4 Conclusion

Bien que les performances soient peu améliorées par le Super Modèle au niveau global, les analyses complémentaires de ce chapitre ont montré que les améliorations apportées par le Super Modèle ne sont pas homogènes sur l'échantillon et que la modélisation sur certains bassins (environ un tiers du total) pouvait être améliorée de façon non négligeable. Ces améliorations sont permises par la faculté du Super Modèle à retirer ou ajouter artificiellement de l'eau au système. Ces lames d'eau échangées peuvent d'ailleurs atteindre des quantités non négligeables. Ce système semble permettre au Super Modèle d'avoir une bonne robustesse au changement de période (i.e. moindre détérioration en période de validation).

Étant donné que le Super Modèle est inefficace sur plus de la moitié des bassins étudiés, il est important de pouvoir caractériser les bassins pour lesquels cette méthode est intéressante. Dans le cas de la configuration Pr\_NC, il s'agit de bassins aux débits plutôt faibles mais très variables.

La méthode du Super Modèle montre des résultats favorables sur environ un tiers des bassins par rapport à des méthodes de moyennes pondérées classiques, mais ces dernières peuvent aussi s'avérer favorables sur un cinquième des bassins. Le Super Modèle est moins à son avantage lorsqu'il est comparé au meilleur des modèles individuels. En effet, s'il permet une amélioration par rapport à eux sur un cinquième des bassins, il entraîne une dégradation sur un nombre équivalent d'entre eux.

Ces analyses permettent donc de donner un cadre d'utilisation intéressant à la méthode du Super Modèle lorsque la moyenne des débits corrigés est utilisée. Cependant, les analyses de la section 4.3 ont montré que le Super Modèle est sensible au choix de la sortie (qu'il s'agisse du débit corrigé de chaque modèle ou de la moyenne des deux). Il sera intéressant d'étudier les résultats obtenus en calant le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD par rapport aux sorties corrigées de l'un ou l'autre de ces deux modèles. Le calage, en prenant en compte ces sorties, permettra aussi de comprendre comment le Super Modèle peut être utilisé pour améliorer les performances d'un modèle.



# Chapitre 7

## Un cas d'application de la méthode : la correction de GR4J et HYMOD par le Super Modèle

### 7.1 Introduction

Ce chapitre a pour but d'étudier le comportement du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD lorsque la sortie corrigée de l'un des modèles est prise en compte pour le calage plutôt que leur moyenne. Le but est de répondre aux deux questions suivantes :

- Lorsque la sortie du Super Modèle prise en compte n'est plus la moyenne des débits des modèles corrigés mais les débits simulés par l'un de ces modèles, la méthode reste-t-elle intéressante ?
- Comment le Super Modèle modifie-t-il les modèles au niveau de leurs variables internes afin de les corriger ?

Le chapitre 5 a permis mettre en évidence une configuration qui forme le meilleur compromis possible en termes de performance globale de la moyenne des débits corrigés (qu'il s'agisse de la moyenne ou de la distribution des critères d'évaluation sur les 650 bassins modélisés). Le modèle ainsi choisi correspond à la configuration testée par l'expérience Pr\_NC. Cependant, si cette configuration est la plus efficace lorsque la moyenne des débits corrigés est utilisée pour le calage, elle ne l'est pas forcément dans le cas où une autre sortie est utilisée. Par exemple, la variabilité des débits est sous-estimée par la moyenne des débits simulés mais pas forcément par GR4J ou HYMOD pris individuellement. Pour cette raison, la configuration du Super Modèle utilisée dans ce chapitre correspond à la configuration Pr\_NC\_Ro (qui regroupe les trois couplage possibles) testée section 5.4. Cette version a été choisie car elle permet de prendre en compte l'ensemble des échanges possibles qui permettront de corriger l'un ou l'autre des modèles et donc de prendre en compte un plus grand nombre de processus hydrologiques. La figure 7.1 permet de localiser, au sein des schémas fonctionnels des deux modèles, les trois couplages mis en place ainsi que les opérateurs de mise à l'échelle utilisés.

Pour répondre aux deux questions formulées ci-dessus, deux analyses distinctes ont été utilisées. Pour commencer, en suivant une méthode similaire à celle de la section 6.2, les performances ainsi que les valeurs de coefficients et de niveaux d'eau échangés du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD prenant en compte chacune des deux sorties

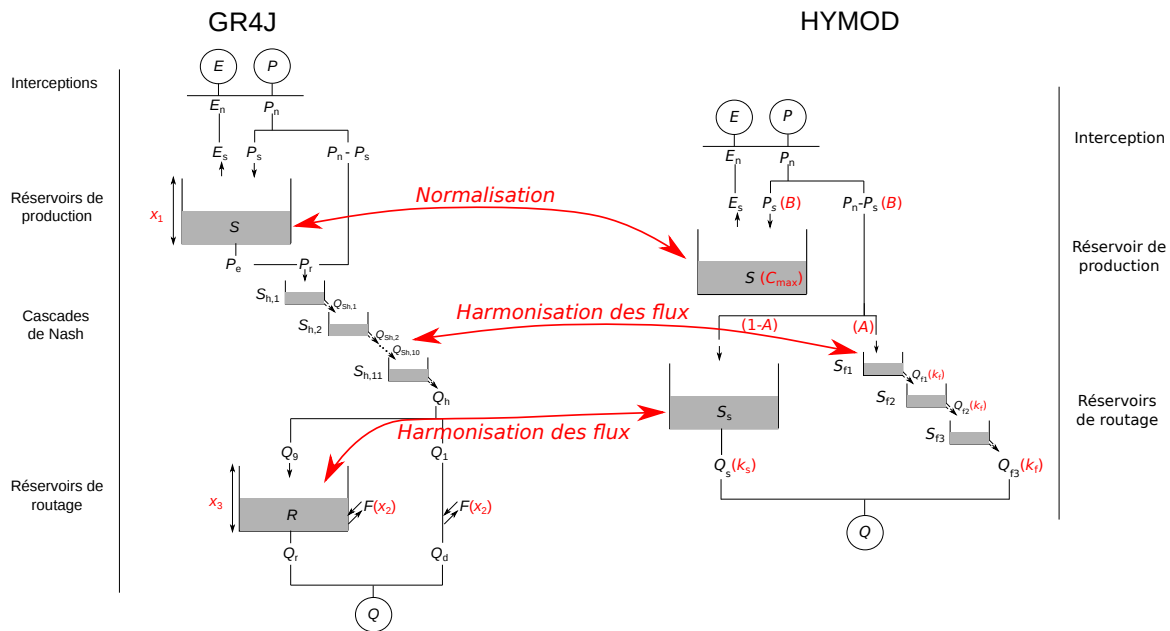


FIGURE 7.1 – Schéma des variables échangées par la configuration Pr\_NC\_Ro du Super Modèle entre GR4J et HYMOD ainsi que des opérateurs de mise à l'échelle d'états qui sont utilisés.

corrigées de modèle ont été analysées dans une première partie de ce chapitre.

Puis, une deuxième partie présente l'utilisation du Super Modèle sur deux cas d'études pour comprendre comment la méthode permet d'améliorer les simulations des modèles sur un bassin donné.

## 7.2 Analyse globale sur l'échantillon de bassins

### 7.2.1 De l'intérêt de ne corriger que l'un des modèles

Les résultats de la section 4.3 ont montré que la méthode du Super Modèle était très sensible à la sortie choisie pour optimiser les coefficients du Super Modèle. Dans le cas du couplage entre GR4J et HYMOD, il est donc probable que les résultats varient si, plutôt que la moyenne des deux modèles corrigés, on prend en compte les débits de l'un des deux pour le calage des coefficients.

Par ailleurs, l'étude des modèles "corrigés" (partie 6.2.2) a montré que le Super Modèle, lorsqu'il était calé sur la moyenne des débits des deux modèles le constituant, avait tendance à se servir de ces derniers comme d'une borne supérieure et inférieure. Dans ce cas, la réalité physique de chacun de ces modèles corrigés peut être perdue. Il est alors moins aisé de diagnostiquer les erreurs de chaque modèle au regard des valeurs de coefficients et de la quantité d'eau échangée. En revanche, lorsque seul l'un des modèles corrigés est pris en compte dans le calage, le Super Modèle alloue toutes ses ressources à la correction de ce dernier. Il est alors envisageable de trouver une certaine réalité physique aux valeurs d'échanges déterminées par le calage automatique. De plus, ne caler que le débit corrigé de chaque modèle permet d'évaluer directement jusqu'où la méthode du Super Modèle est capable d'améliorer chacun de ces modèles.

### 7.2.2 Performances globales

La figure 7.2 montre que les performances globales sont améliorées par le Super Modèle lorsqu'une sortie corrigée est prise en compte pour effectuer le calage des coefficients et l'évaluation des débits par rapport au modèle de référence. Cette amélioration semble d'ailleurs visuellement plus importante que celle apportée à la moyenne des débits par le Super Modèle basé sur les moyenne des débits corrigés (figure 6.13).

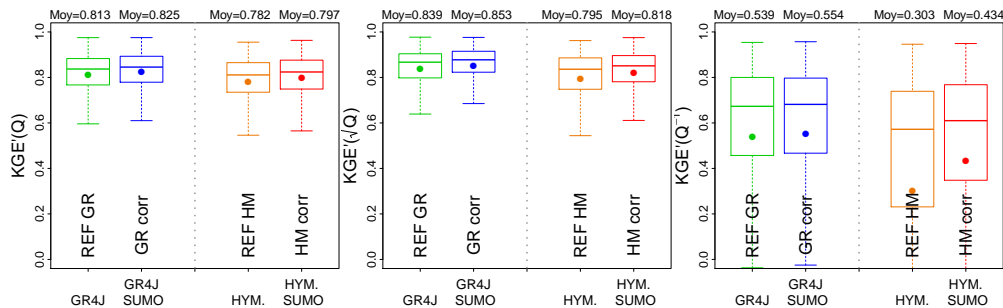


FIGURE 7.2 – Répartition sur 650 bassins des valeurs de critères d'évaluation obtenues par GR4J et HYMOD et comparées à celles obtenues par le Super Modèle lorsque les sorties corrigées de l'un et l'autre sont utilisées. Les critères sont calculés sur la période de validation.

Le test de rééchantillonnage (dont les résultats ne sont pas montrés dans le manuscrit) confirme que les différences de moyennes et de médianes de KGE' sur les bassins entre HYMOD corrigé et HYMOD initial sont significatives pour les trois critères. Il en va d'ailleurs de même en ce qui concerne GR4J, mis à part dans le cas des KGE' calculés sur les inverses des débits dont les moyennes et les médianes ne sont pas significativement différentes.

La figure 7.3 représente la répartition géographique des gains et pertes de performance entraînés par la prise en compte de l'un ou l'autre des modèles corrigés en sortie du Super Modèle. Les cartes montrent que le Super Modèle est à même d'améliorer GR4J et HYMOD sur plus d'un tiers des bassins. La méthode apporte donc une amélioration des performances sur un nombre non négligeable de bassins. De plus, il est important de noter que les ensembles de bassins sur lesquels une amélioration de chacun des deux Super Modèles est visible sont assez complémentaires. En effet, il arrive souvent qu'un bassin vert sur la carte de gauche de la figure 7.3 soit jaune ou rouge sur la carte de droite et *vice versa*. Du point de vue de la robustesse, d'après les moyennes et médianes de différences entre performances en calage et en validation (non montré ici), le Super Modèle prenant en compte les sorties corrigées de HYMOD est moins robuste que HYMOD lui-même alors que celui qui prend en compte les sorties corrigées de GR4J est plus robuste que GR4J.

Pour finir, il peut être intéressant de comparer la répartition géographique des performances des Super Modèles prenant en compte les trois sorties possibles. La figure 7.4 (carte de gauche) permet de connaître la meilleure des trois sorties du Super Modèle à chaque station de mesure. La sortie la plus souvent performante (dans plus de la moitié des cas) est la sortie de GR4J. Au contraire, celle de HYMOD n'est que rarement la plus performante avec seulement 103 stations. En comparant ces résultats à la répartition géographique du meilleur des modèles non couplés et de leur moyenne (carte de droite de la figure 7.4), on s'aperçoit que le meilleur modèle corrigé est bien souvent celui qui est le meilleur avant le couplage. Notons tout de même que ce n'est pas toujours le cas



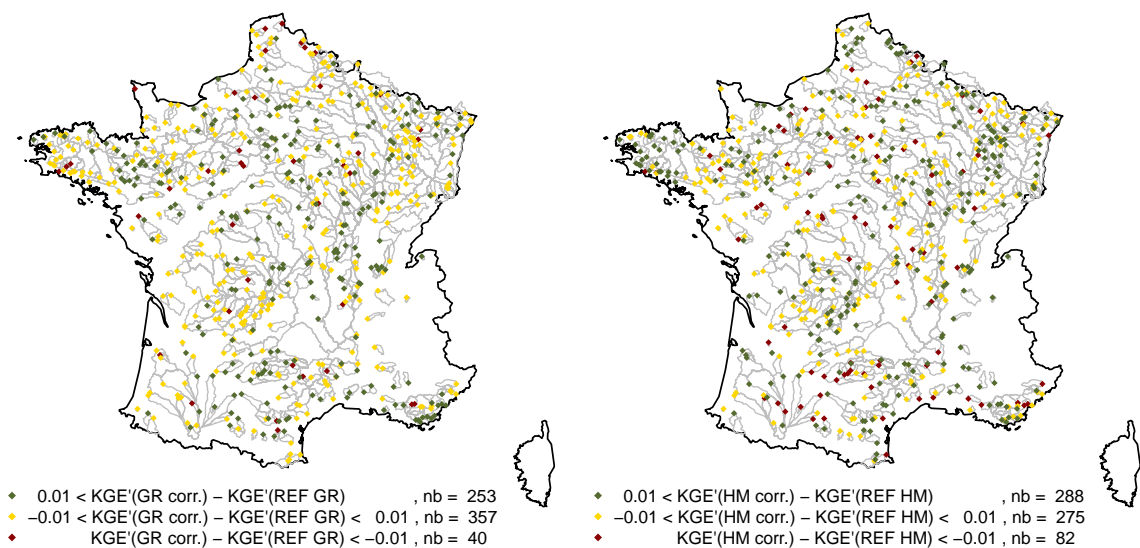


FIGURE 7.3 – Cartes représentant les différences de performances entre le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD selon que la sortie prise en compte est le débit corrigé de l'un ou l'autre des modèles et ces modèles non couplés (GR4J à gauche et HYMOD à droite) à chaque station étudiée. Ces différences sont calculées sur la période de calage.

car le Super Modèle prenant en compte la moyenne des débits corrigés a tendance à être moins performant que sa référence. C'est logique car la configuration utilisée ici (Pr\_NC\_Ro, figure 7.1) n'est pas la configuration idéale lorsque la sortie utilisée est la moyenne des deux modèles corrigés.

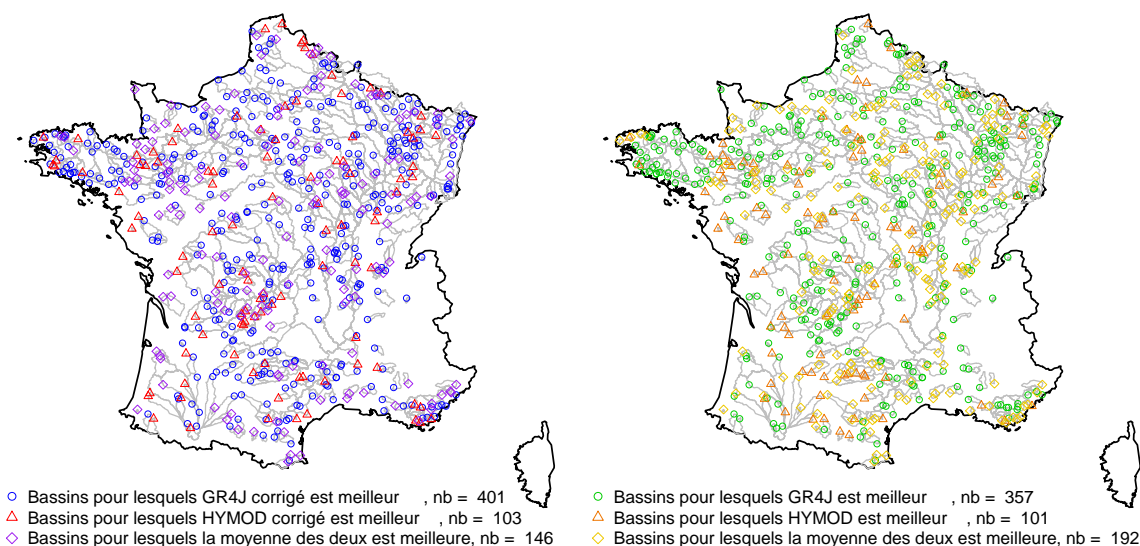


FIGURE 7.4 – Meilleure performance à chaque station de mesure en fonction de la sortie prise en compte par le Super Modèle (à gauche) et des références (à droite). Ces performances sont calculées en période de validation.

### 7.2.3 Analyse des échanges

La répartition annuelle des échanges depuis les réservoirs couplés de GR4J se situe dans les mêmes gammes de valeurs, qu'elle soit obtenue avec le Super Modèle calé sur la moyenne des débits corrigés (figure 6.5) ou avec celui qui est calé sur les débits de GR4J corrigé (figure 7.5). En général, GR4J a tendance à perdre de l'eau durant toute l'année sauf durant les quatre mois d'été pour lesquels il peut tout aussi bien en gagner. Les variations annuelles sont principalement dues au couplage des réservoirs de production, la cascade de Nash de GR4J semble perdre de l'eau tout au long de l'année alors que le réservoir de routage en gagne (résultats non illustrés ici).

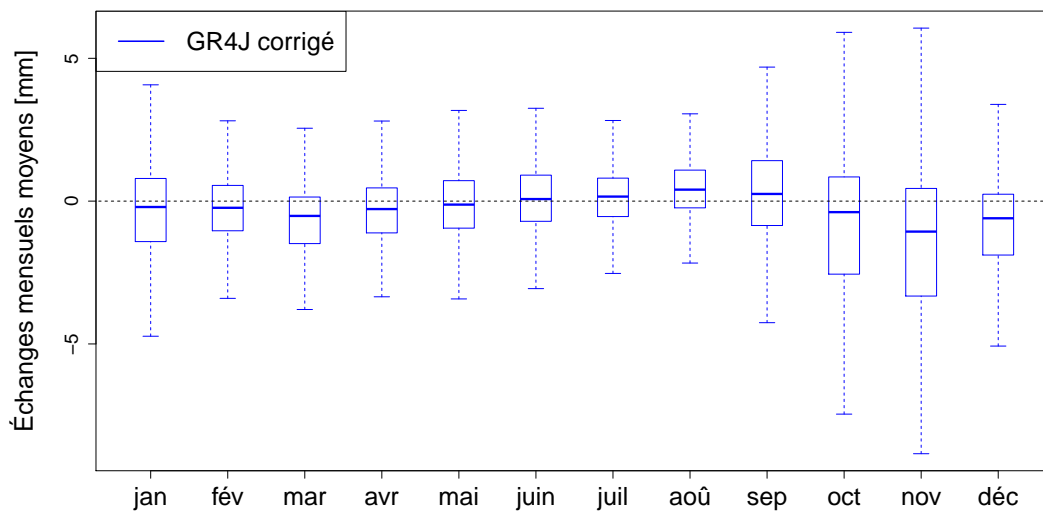


FIGURE 7.5 – Répartition sur 650 bassins des moyennes mensuelles de quantités d'eau échangées depuis les réservoirs couplés de GR4J par le Super Modèle calé sur GR4J corrigé.

La répartition annuelle des échanges depuis les réservoirs couplés de HYMOD est similaire, qu'elle soit obtenue avec le Super Modèle calé sur la moyenne des débits corrigés (figure 6.5) ou avec celui qui est calé sur les débits de HYMOD corrigé (figure 7.6). HYMOD a plutôt tendance à gagner de l'eau en été et au printemps et à en perdre durant le reste de l'année.

La relative opposition de phase entre les échanges mensuels depuis GR4J et HYMOD permet de faire l'hypothèse que la répartition mensuelle des échanges serait en grande partie due aux différences de fonctionnement des réservoirs de production et que le Super Modèle n'aurait pas la possibilité de faire autrement que de suivre ces différences structurelles. Il y a cependant un décalage d'un mois entre les deux Super Modèles, la méthode n'est donc pas totalement contrainte par les différences entre les équations des réservoirs même si ces dernières semblent avoir un impact important sur son fonctionnement. Pour résumer, la méthode est capable de produire une chronique de niveaux de réservoirs couplés qui est un compromis entre les chroniques initiales. De ce fait, la méthode ne semble pas avoir toute la latitude nécessaire pour modifier le modèle.

Dans le cas de GR4J, il est cependant possible de trouver un sens physique à ces variations des échanges. En effet, le terme de biais du KGE' calculé pour chaque mois montre que le modèle a tendance à sous-estimer le ruissellement en été alors qu'il le surestime durant le reste de l'année. Le fait que le Super Modèle puisse remplir le

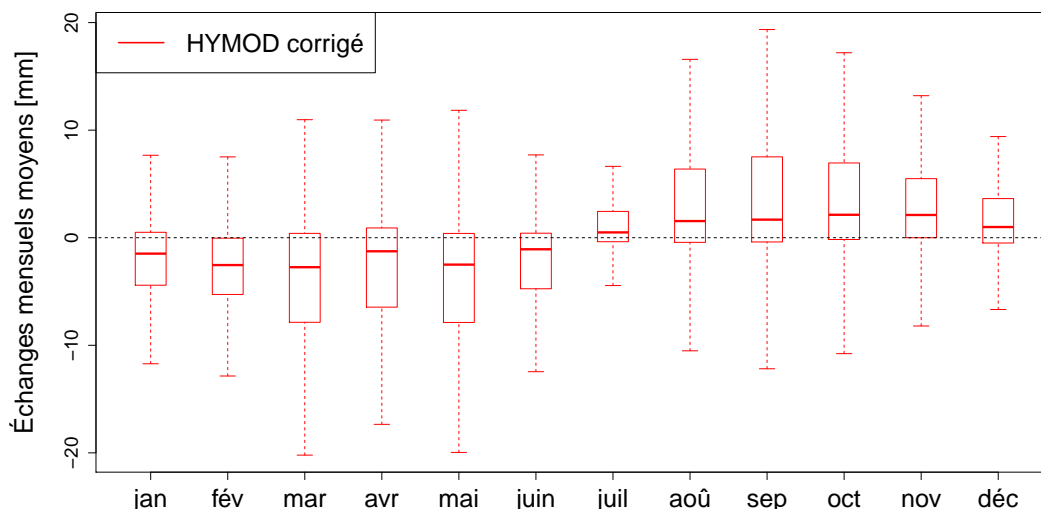


FIGURE 7.6 – Répartition sur 650 bassins des moyennes mensuelles de quantités d'eau échangées depuis les réservoirs couplés de HYMOD par le Super Modèle calé sur HYMOD corrigé.

réservoir de production durant le printemps permet d'avoir un réservoir de production plus rempli au début de l'été et donc un rendement plus élevé durant cette saison.

## 7.3 Analyse de deux cas particuliers

Pour aller plus loin quant à la compréhension de la méthode, il peut être intéressant d'étudier en détail des cas particuliers d'utilisation du Super Modèle. Deux cas sont étudiés ici, la correction par le Super Modèle de HYMOD sur le bassin de la Vézère à Bugeat et la correction par le Super Modèle de GR4J sur le bassin du Grand Morin à Pommeuse. Le choix de ces deux bassins est justifié par la suite (section 7.3.2).

### 7.3.1 Présentation des bassins

Le Grand Morin à Pommeuse est un bassin de 770 km<sup>2</sup> qui se situe en Île-de-France, sur le département de la Seine-et-Marne. Le Grand Morin est un cours d'eau de plaine, affluent de la Marne, appartenant au bassin de la Seine. La Vézère à Bugeat est un bassin de 138 km<sup>2</sup>, il s'agit de la tête de bassin de la Vézère. C'est un bassin de moyenne montagne localisé au sud du Massif Central. La Vézère appartient au bassin de la Dordogne dont c'est un affluent direct.

Les caractéristiques de ces deux bassins sont regroupées dans le tableau 7.1 et comparées aux caractéristiques moyennes de l'échantillon de bassins versants. Les caractéristiques du Grand Morin, sont en général assez proches de la moyenne. Il est néanmoins important de noter qu'il y pleut moins que la moyenne et que le débit moyen est, par conséquent, largement plus faible que la moyenne des débits moyens de l'échantillon. L'indice de crue du bassin est aussi largement moins élevé que la moyenne. Par contre, la part de débit de base est plus élevée que la moyenne.

Les caractéristiques du bassin de la Vézère sont un peu plus éloignées des moyennes de l'échantillon. Il s'agit d'un bassin de petite taille et de moyenne montagne et dont la pluie annuelle moyenne est élevée. Le débit moyen et l'indice de crue sont très élevés et il est important de noter que le rendement des pluies y est particulièrement important.

TABLEAU 7.1 – Caractéristiques des deux bassins d'étude.

Caractéristiques morphologiques	Surface [km <sup>2</sup> ]	Longueur hydraulique [km]	Densité de drainage [km <sup>-1</sup> ]	Altitude moyenne [m]	Pente moyenne [-]	Indice topographique [-]
Le Grand Morin à Pommeuse	769	44	0.057	164	0.03	14.9
La Vézère à Bugeat	138	15	0.109	835	0.09	12.2
Moyenne de l'échantillon	977	33	0.086	314	0.09	13.3
Caractéristiques climatiques	Pluie moyenne annuelle [mm · an <sup>-1</sup> ]	ETP moyenne annuelle [mm · an <sup>-1</sup> ]	Indice d'aridité [-]	Coefficient de variation de la pluie [-]	Indice d'intensité de la pluie [-]	Taux de jours sans pluie [-]
Le Grand Morin à Pommeuse	748	665	1.13	1.89	9.4	0.44
La Vézère à Bugeat	1390	610	2.28	1.85	8.4	0.45
Moyenne de l'échantillon	950	689	1.39	2.03	9.6	0.43
Caractéristiques hydrologiques	Débit journalier moyen [mm · j <sup>-1</sup> ]	Coefficient de variation du débit [-]	Part de débit de base [-]	Indice de crue [mm · j <sup>-1</sup> ]	Indice d'étiage [mm · mois <sup>-1</sup> ]	Rendement des pluies [-]
Le Grand Morin à Pommeuse	0.62	1.14	0.67	5.4	8.9	0.30
La Vézère à Bugeat	2.73	1.07	0.58	19.0	17.8	0.72
Moyenne de l'échantillon	1.00	1.43	0.58	10.6	6.8	0.37

Cette caractéristique n'est pas anodine car elle rend le bassin particulièrement difficile à modéliser en utilisant HYMOD.

### 7.3.2 Difficultés liées à la modélisation de ces bassins

Si ces bassins ont été choisis, c'est parce qu'ils offrent des difficultés de modélisation aux deux modèles. L'intérêt de cette étude spécifique est de comprendre comment le Super Modèle permet de contourner ces difficultés.

Si l'on en croit la performance en termes de KGE' sur les débits non transformés en période de validation (sa valeur est de 0.924), le Grand Morin est très bien modélisé par GR4J. Cependant, l'analyse des différences entre débits simulés et observés (figure 7.7) permet de remarquer deux problèmes de modélisation. Les étiages du Grand Morin sont tous les ans sous-estimés par GR4J et il en va de même pour les débits de pointe les plus importants. Ces problèmes sont facilement identifiables sur les courbes des logarithmes des débits classés observés et simulés (figure 7.8).

Sur le bassin de la Vézère, les performances de HYMOD en validation sont acceptables du point de vue d'un modélisateur (le KGE' sur les débits non transformés vaut 0.862) mais, là encore, il semble que HYMOD ait une forte tendance à sous-estimer les crues hivernales et printanières (figure 7.9). HYMOD rencontre aussi des problèmes

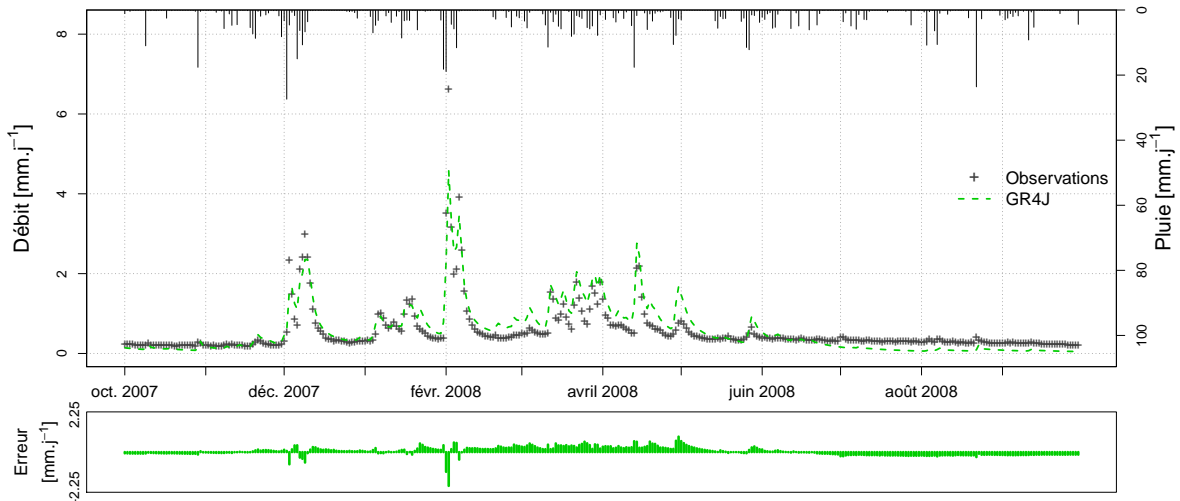


FIGURE 7.7 – Hydrographes des débits observés et simulés par GR4J sur le bassin du Grand Morin à Pommeuse. En bas sont représentées les différences à chaque pas de temps entre le débit simulé par GR4J et les observations.

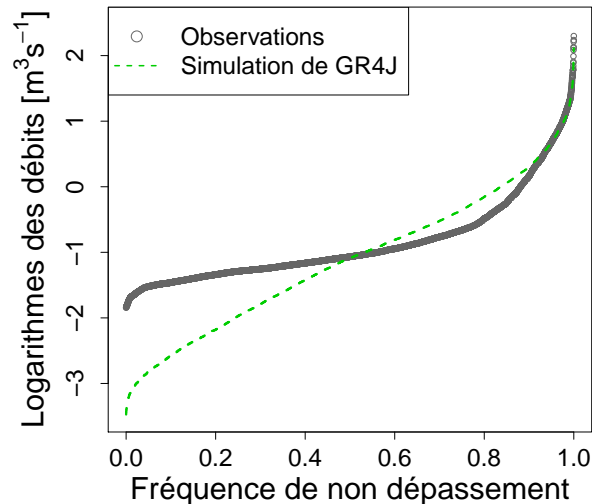


FIGURE 7.8 – Courbe des débits classés observés et simulés par GR4J du Grand Morin sur la période de validation.

pour modéliser les récessions (ce qui est fréquent avec ce modèle). En effet, les descentes de crues sont trop rapides et aboutissent à des débits trop faibles. L'hypothèse est qu'HYMOD est incapable de reproduire les crues de la Vézère car le rendement des pluies y est trop important. La figure 7.10, qui représente le rendement mensuel du bassin, montre que durant les mois de janvier et mars, le rendement est supérieur à 1. Cela présuppose (si l'on considère que les données observées sont justes) que le bassin gagne de l'eau venant d'un bassin voisin. Ce processus est impossible à prendre en compte pour HYMOD qui ne possède pas de fonction d'échange souterrain. Par ailleurs, il semble aussi que HYMOD ait tendance à surestimer les crues automnales, ce qui semble indiquer qu'il n'évapore pas assez d'eau en été.

Pour que le Super Modèle soit à même de surmonter les difficultés respectives de GR4J et HYMOD sur les bassins du Grand Morin et de la Vézère, il est important que le deuxième modèle couplé soit complémentaire du modèle corrigé. Sur le bassin du Grand Morin, HYMOD a des performances similaires à celles de GR4J mais ce

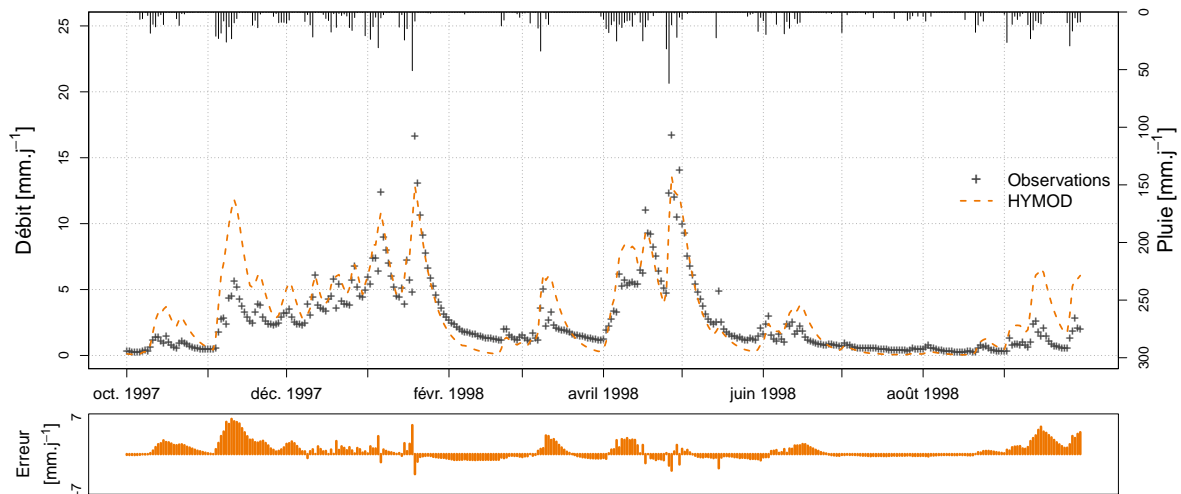


FIGURE 7.9 – Hydrogrammes des débits observés et simulés par HYMOD sur le bassin de la Vézère à Bugeat. En bas sont représentées les différences à chaque pas de temps entre le débit simulé par HYMOD et les observations.

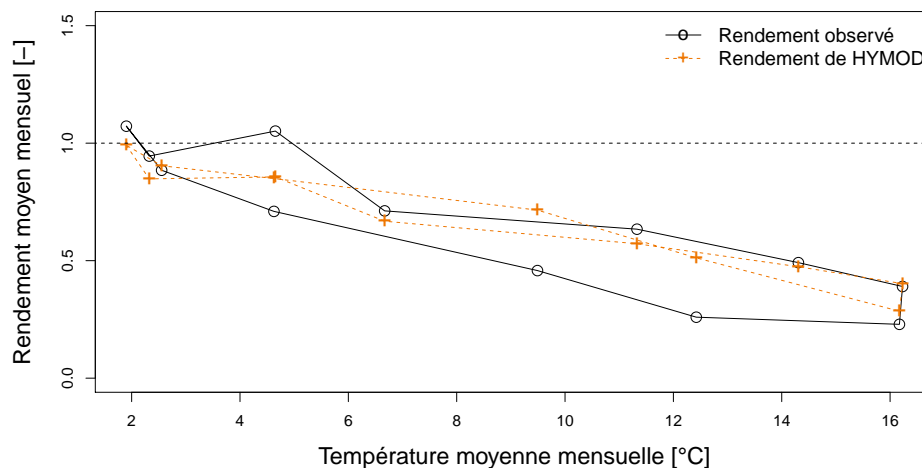


FIGURE 7.10 – Rendements moyens mensuels en fonction de la température moyenne mensuelle sur le bassin de la Vézère. Les observations en noir sont comparées aux résultats de HYMOD en orange.

dernier simule mieux les débits de pointe et les débits de base. Il est en revanche moins performant sur les récessions et les débits intermédiaires. Sur le bassin de la Vézère, GR4J obtient de meilleures performances que HYMOD. Grâce à sa fonction d'échange inter-bassins, il est capable d'avoir des rendements supérieurs à 1 durant les mois de janvier et de mars. Sur ces deux bassins, les qualités complémentaires des modèles permettent donc potentiellement au Super Modèle d'améliorer la simulation du débit par rapport au modèle corrigé.

### 7.3.3 Performances du Super Modèle sur les bassins

En termes de KGE', sur le Grand Morin, le Super Modèle dont GR4J corrigé est optimisé permet de passer de 0.924 à 0.948. Cette amélioration se fait grâce à une amélioration des composantes de corrélation ( $r$  passe de 0.93 à 0.95) et de variabilité ( $\gamma$  passe de 1.02 à 0.99) alors que la composante de biais n'est ni améliorée ni dégradée ( $\beta$  passe de 0.99 à 1.01). De manière plus visuelle, le Super Modèle permet de régler, du

moins en partie, les problèmes de GR4J sur le bassin. Ses étiages sont plus proches de la réalité (par exemple en été 2008 sur la figure 7.11) et les pics de crues sont souvent plus forts (par exemple en février 2008 sur la figure 7.11). Il est important de noter que cela ne s'applique qu'aux pics de crues les plus importants, ceux qui entraînent un débit intermédiaire ne sont pas améliorés (par exemple la crue de décembre 2007 sur la figure 7.11). La courbe des débits classés produite par le Super Modèle (figure 7.12) permet de résumer les améliorations qu'apporte le Super Modèle. Sans parvenir à des valeurs de bas débits équivalentes aux observations, il s'en rapproche par rapport à GR4J. Il est aussi plus à même de simuler les plus hauts débits (allant jusqu'à les surestimer). La gamme de débits intermédiaires semble aussi plus proche de la réalité.

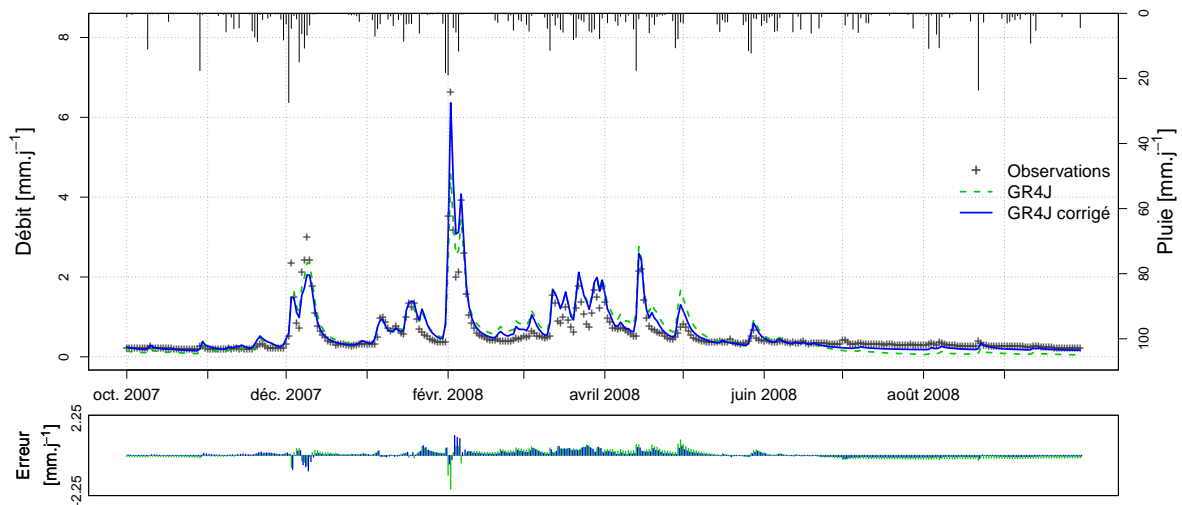


FIGURE 7.11 – Hydrogrammes des débits observés et simulés par GR4J avec et sans la correction par le Super Modèle sur le bassin du Grand Morin à Pommeuse. En bas sont représentées les différences à chaque pas de temps entre le débit simulé par GR4J corrigé ou non par le Super Modèle et les observations.

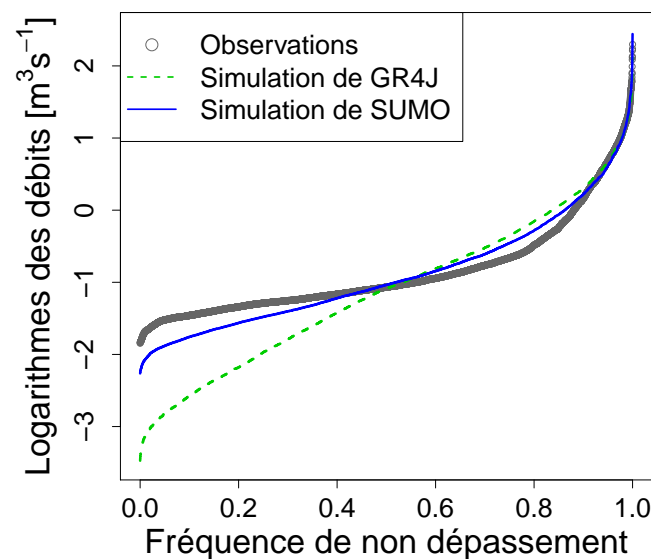


FIGURE 7.12 – Courbe des débits classés observés et simulés par GR4J et GR4J corrigé par le Super Modèle du Grand Morin sur la période de validation.

Sur le bassin de la Vézère, la valeur du KGE' sur les débits non transformés de HYMOD passe de 0.862 à 0.874. Cela est dû à une amélioration de la corrélation ( $r$  passe de 0.88 à 0.92) et de la variabilité ( $\gamma$  passe de 0.94 à 0.95). En revanche, l'amélioration se fait au détriment du terme de biais ( $\beta$  passe de 1.04 à 1.08). Visuellement, l'hydrogramme de la figure 7.13 montre que le Super Modèle permet d'augmenter les débits de pointe et d'améliorer les récessions. Toutefois, les crues moyennes, surestimées par HYMOD, sont tout autant surestimées par sa version corrigée (comme en novembre 1997), bien que cette dernière simule les pics avec un décalage de quelques pas de temps. Pour aller plus loin, le Super Modèle permet aussi à HYMOD de produire des rendements mensuels supérieurs à 1 (c'est le cas en janvier sur la figure 7.14). Cependant, les rendements mensuels ne sont pas beaucoup mieux reproduits par HYMOD une fois corrigé, ce qui montre que des erreurs persistent.

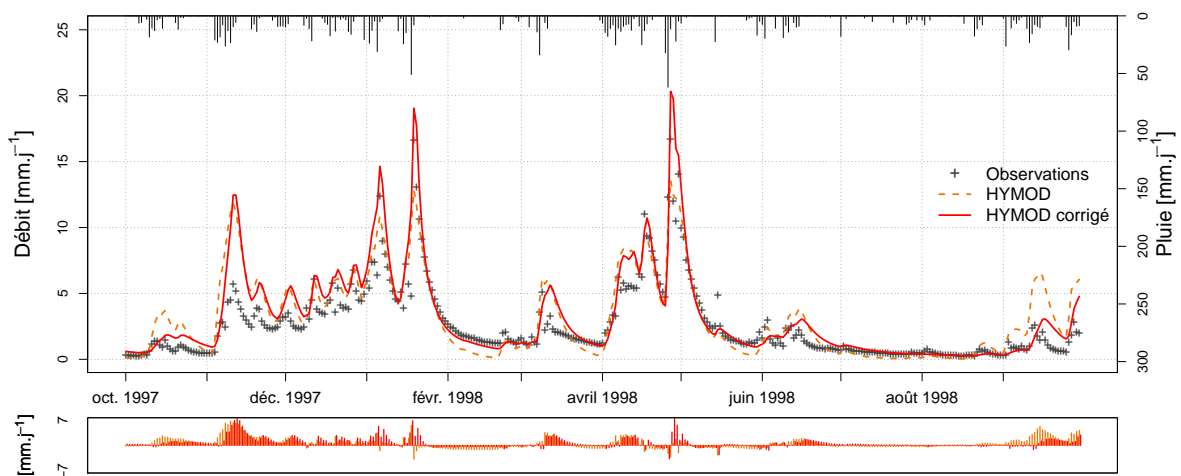


FIGURE 7.13 – Hydrogrammes des débits observés et simulés par HYMOD avec et sans la correction par le Super Modèle sur le bassin de la Vézère à Bugeat. En bas sont représentées les différences à chaque pas de temps entre le débit simulé par HYMOD corrigé ou non par le Super Modèle et les observations.

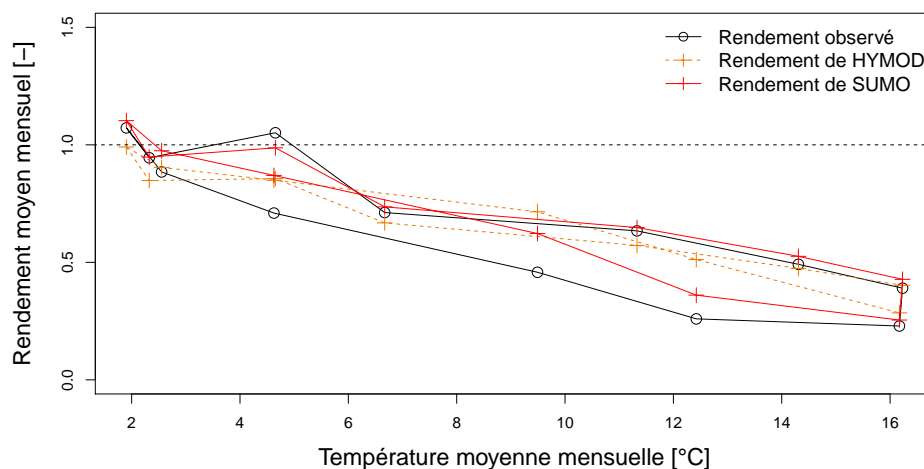


FIGURE 7.14 – Rendements moyens mensuels en fonction de la température moyenne mensuelle sur le bassin de la Vézère. Les observations, en noir, sont comparées aux résultats de HYMOD en orange et de HYMOD corrigé, en rouge.



### 7.3.4 Analyse du comportement du Super Modèle

Étant donnée la faible amélioration apportée par le Super Modèle au terme de biais, le bilan total des échanges n'est pas forcément intéressant à étudier. L'analyse des valeurs d'échanges à chaque pas de temps est plus informative.

Sur le bassin du Grand Morin, durant l'année hydrologique 2007-2008, les échanges sont globalement positifs durant les périodes de basses eaux (en octobre et novembre 2007 et en août et septembre 2008, figure 7.15). Ce sont ces échanges positifs qui permettent d'augmenter les débits d'étiage simulés par le modèle. Durant la période de hautes eaux, les échanges sont plus complexes. Si l'on excepte le mois de décembre, pour lequel les échanges sont globalement positifs, le modèle GR4J a globalement tendance à perdre de l'eau durant cette période. Il gagne de l'eau sur le pas de temps correspondant au pic de crue avant d'en perdre progressivement lors de la récession. Le modèle GR4J semble donc avoir tendance à sous-estimer les crues du Grand Morin car il ne restitue pas l'eau assez rapidement. Il se retrouve alors avec un surplus d'eau pour simuler la descente de crue qu'il surestime. Le Super Modèle corrige ces erreurs du modèle en ajoutant de l'eau au modèle au moment de la crue (cette eau est probablement ajoutée dans un réservoir qui se trouve en aval dans le modèle, soit la cascade de Nash soit le réservoir de routage) puis en lui retirant le surplus d'eau qui s'écoule lors de la récession. Des échanges ayant cette forme (d'abord positifs puis négatifs) semblent donc adaptés à la correction des erreurs de routage du modèle. Les échanges plus réguliers comme ceux qui affectent le modèle en août et septembre semblent, quant à eux, davantage destinés à améliorer les problèmes de bilan. Nous verrons que ces différents types d'échanges n'affectent pas les mêmes réservoirs.

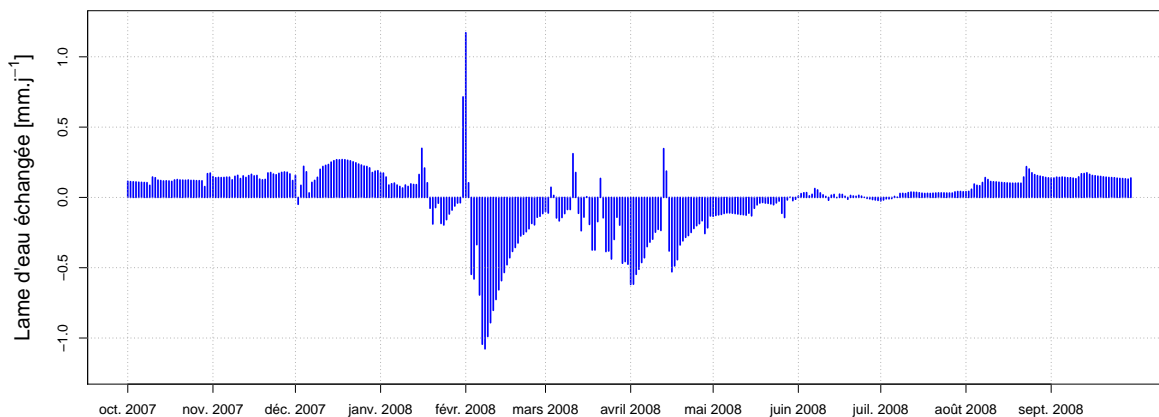


FIGURE 7.15 – Lame d'eau totale échangée à chaque pas de temps depuis (négative) et vers (positive) les réservoirs couplés de GR4J dans le cadre de la modélisation par le Super Modèle du bassin du Grand Morin à Pommeuse.

La chronique des échanges dus au Super Modèle sur le bassin de la Vézère durant l'année hydrologique 1997-1998 montre une autre forme (figure 7.16). La chronique est marquée par des pics positifs très importants ainsi que des pics d'importance moyenne (positifs ou négatifs). L'échange est globalement positif. Il est possible de reconnaître un schéma similaire à celui qui est observé sur le bassin du Grand Morin. En effet, durant les crues de fin janvier 1998 et fin avril 1998, un pic d'échange positif est suivi par plusieurs pas des temps marqués par des échanges négatifs. Cela peut paraître paradoxal dans ces cas car la récession n'est généralement pas surestimée, au contraire.

Cependant, il est possible de faire l'hypothèse que le modèle ait un problème de timing qui s'ajoute au problème de bilan et explique ce schéma des échanges. Si cela venait à être confirmé par l'étude des niveaux de réservoirs, cela rendrait l'analyse des échanges intéressante car ce problème de timing est difficile à détecter en observant les débits simulés par le modèle initial qui est davantage affecté par la sous-estimation du rendement. Ce schéma n'apparaît toutefois que lors des crues importantes d'hiver. En automne, saison durant laquelle HYMOD a tendance à surestimer les crues, les échanges sont plutôt négatifs pour tenter de réduire cette surestimation. À la transition entre les deux saisons, les échanges sont difficiles à interpréter. Cela est dû au fait que les mois de novembre et décembre 1997 ont été très pluvieux et que plusieurs événements pluvieux se sont succédé au cours de ces mois, ce qui a eu pour effet de créer une interaction entre les réponses du Super Modèle à chaque événement.

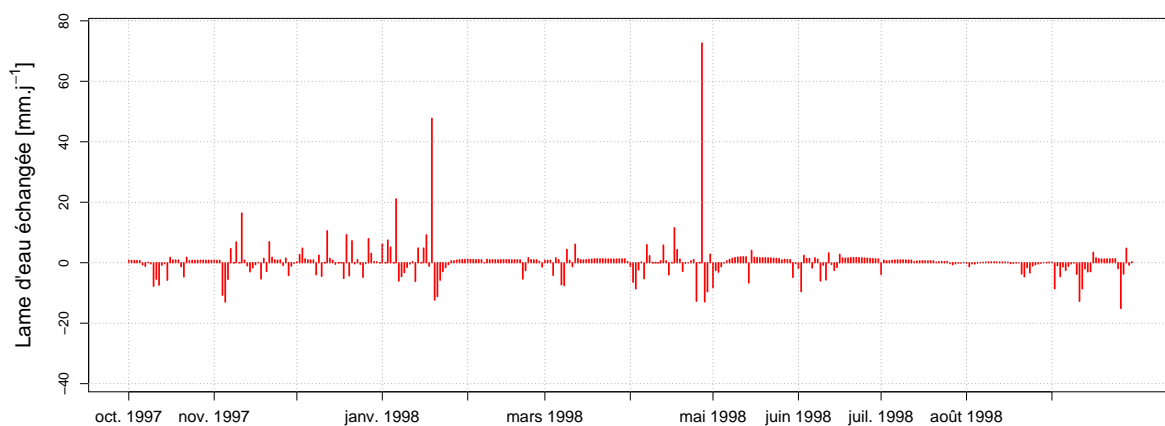


FIGURE 7.16 – Lame d'eau totale échangée à chaque pas de temps depuis (négative) et vers (positive) les réservoirs couplés de HYMOD dans le cadre de la modélisation par le Super Modèle du bassin de la Vézère à Bugeat.

La figure 7.17 permet d'évaluer les modifications de niveaux des réservoirs couplés de GR4J engendrés par le Super Modèle sur le bassin du Grand Morin. Le niveau du réservoir de production corrigé est légèrement supérieur à son niveau d'origine de novembre 2007 à février 2008 avant de devenir inférieur à son niveau d'origine d'avril à septembre 2008. Il n'est pas complètement synchronisé au niveau transformé du réservoir de production de HYMOD mais a tendance à s'en rapprocher à l'exception remarquable de début février 2008 au moment de la crue la plus importante de l'année. Le niveau du réservoir numéro 5 de la cascade de Nash de GR4J n'est que très peu modifié mais il a tendance à augmenter lors des fortes crues et à diminuer lors des récessions. Le niveau de ce réservoir n'est pas synchronisé au niveau du réservoir rapide numéro 1 de HYMOD car, comme cela a été dit précédemment, il s'agit d'un réservoir à la dynamique rapide qui sert plus de point de passage que de stockage. Enfin, le niveau du réservoir de routage de GR4J est assez peu modifié en hiver (même s'il se trouve légèrement inférieur à son niveau d'origine). Ce niveau est, néanmoins, largement plus élevé en été lorsque le couplage du Super Modèle est actif. Le réservoir de routage de GR4J et le réservoir lent de HYMOD ne sont pas synchronisés car la différence de dynamique entre les deux est trop importante.

Lors de la crue de février 2008, il semble (d'après la figure 7.17) que l'augmentation du débit simulé est principalement due aux échanges affectant la cascade de Nash (car les échanges affectant les deux autres réservoirs sont négatifs durant l'épisode de crue).

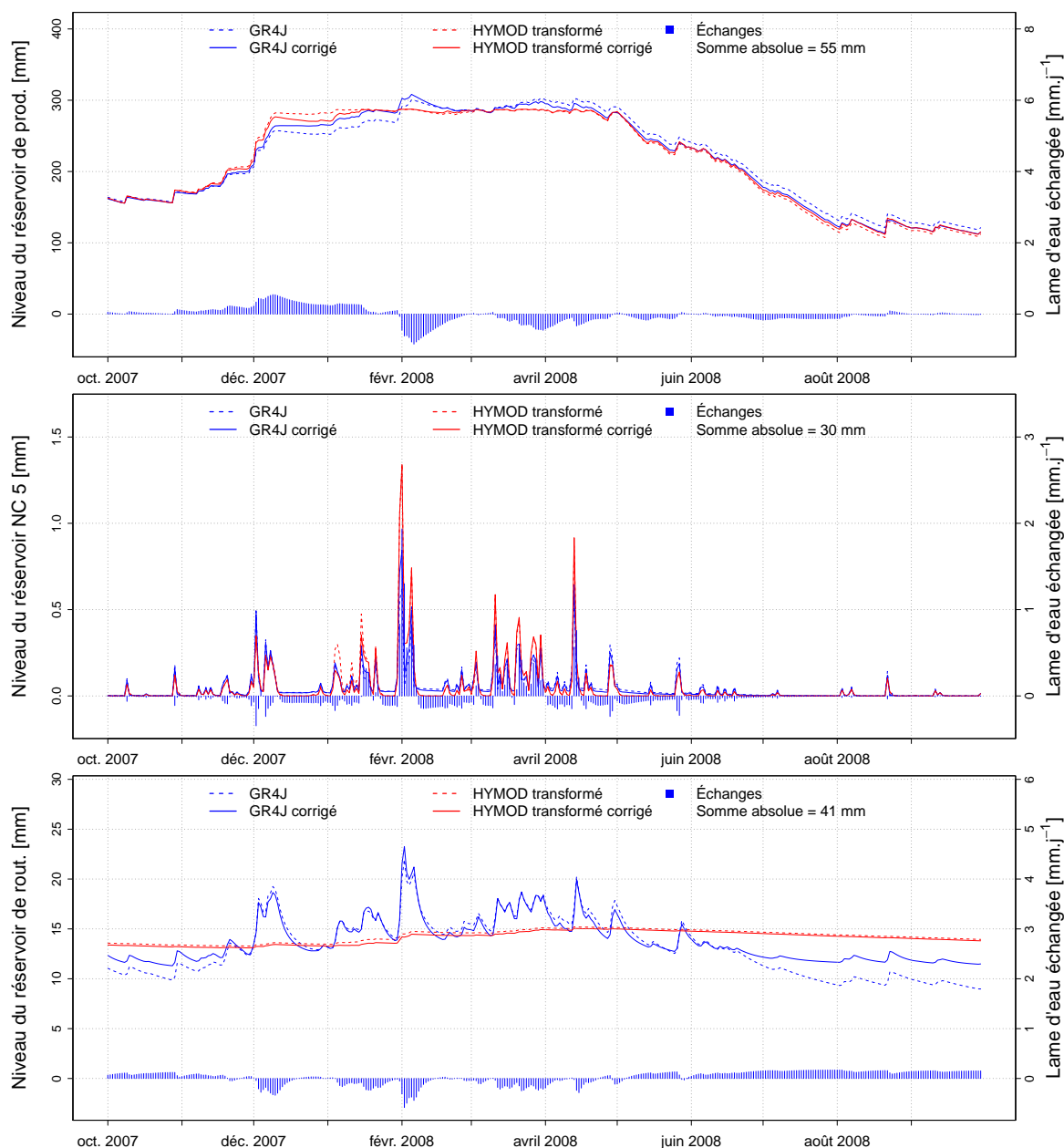


FIGURE 7.17 – Modification par le Super Modèle des niveaux des trois réservoirs couplés (réservoir de production en haut, réservoir numéro 5 de la cascade de Nash au centre et réservoir de routage en bas) sur le bassin du Grand Morin à Pommeuse. Les échanges négatifs signifient que les réservoirs perdent de l'eau durant le pas de temps et les échanges positifs signifient, au contraire, qu'ils en gagnent.

Cependant, le fait que le Super Modèle ait entraîné un remplissage plus important du réservoir de production depuis le début du mois de décembre 2007 est un deuxième facteur qui permet au modèle GR4J corrigé de produire un débit de crue plus important. La meilleure modélisation de la crue de février 2008 sur le Grand Morin est donc le résultat d'une combinaison entre des modifications à moyen terme du réservoir de production et des modifications à court terme de la cascade de Nash. La diminution de la quantité d'eau lors de la récession de cette crue est, en revanche, le fruit d'échanges négatifs concomitants des trois réservoirs couplés. L'amélioration des débits d'étiage est, elle, plutôt due au couplage entre le réservoir de routage de GR4J et le réservoir lent de HYMOD. Ce dernier étant très lent, il permet à HYMOD de garder un débit de

base à peu près constant sur la période de basses eaux. Le Super Modèle utilise donc ce réservoir lent pour augmenter le niveau du réservoir de routage de GR4J en été. Le couplage entre ces réservoirs n'a toutefois pas que des avantages. Durant le mois de décembre 2007, le modèle GR4J a tendance à sous-estimer le débit. L'augmentation du niveau du réservoir de production observée durant cette période aurait pu permettre de corriger cela mais les couplages des cascades de Nash et des réservoirs de routage inversent cette tendance. L'incorporation des qualités de HYMOD à GR4J n'est donc pas indissociable de l'incorporation de certains de ses défauts. Lorsque les défauts de HYMOD sont plus importants, il n'est pas impossible que cela ait pour conséquence que le Super Modèle ne puisse pas améliorer GR4J (comme c'est le cas pour 400 des 650 bassins de l'échantillon).

Sur le bassin de la Vézère (figure 7.18), le réservoir de production corrigé a tendance à être supérieur à son niveau d'origine lorsqu'il est en phase de remplissage (en octobre 1997 et en août et septembre 1998) et inférieur à son niveau lorsqu'il est en phase de vidange (entre février et août 1998). Il semble donc que, sur ce bassin, le réservoir de production ait tendance à se remplir trop lentement et à se vidanger trop rapidement. Cela pourrait s'expliquer par une capacité de réservoir trop faible qui a été calée pour tenter de reproduire les rendements très élevés du bassin sans pouvoir prendre en compte d'éventuels échanges avec l'extérieur. Le réservoir rapide numéro 1 n'est pas affecté par les échanges (son coefficient d'échange avec la cascade de Nash de GR4J est nul) mais est néanmoins légèrement affecté par le fait que le réservoir de production soit modifié. Les niveaux de réservoirs correspondant aux crues automnales sont en effet légèrement plus faibles lorsque le réservoir est corrigé. Le réservoir couplé de HYMOD, qui est le plus affecté par le Super Modèle, semble donc être son réservoir lent. Il est synchronisé avec le niveau de réservoir de routage corrigé de GR4J et est relativement proche du niveau d'origine de ce même réservoir de routage. Il faut noter que les niveaux corrigés du réservoir lent de HYMOD sont presque systématiquement supérieurs à ses niveaux d'origine (sauf durant les crues automnales).

Pour résumer, la plupart des modifications apportées au modèle HYMOD par le Super Modèle s'effectue au niveau du couplage entre son réservoir lent et le réservoir de routage de GR4J. Ceci est assez logique étant donné que le réservoir de routage de GR4J prend en compte les échanges inter-bassins et qu'il a été évoqué précédemment qu'il s'agissait de la principale lacune de HYMOD sur ce bassin. Le niveau du réservoir lent de HYMOD est donc adapté pour pouvoir prendre en compte les échanges et hausser le débit simulé à chaque pas de temps. Par la même occasion, le niveau du réservoir de production, dont les paramètres avaient été optimisés à des valeurs très basses pour répondre aux exigences demandées par le fort rendement du bassin, sont corrigés pour arriver à des valeurs plus adéquates. Cette correction du réservoir de production contribue d'ailleurs à réduire la surestimation des crues automnales par HYMOD. Pour finir, il semble réellement que le réservoir lent de HYMOD ait un problème de timing. En effet, lors de la crue de janvier 1998, le Super Modèle ajoute une importante quantité d'eau au réservoir de HYMOD au droit de la crue mais lui en retire dès les pas de temps suivants. Il semble donc que le réservoir ait un coefficient de vidange trop fort par rapport à celui du réservoir de routage de GR4J, ce qui entraînerait une vidange trop rapide de ce réservoir. L'analyse des flux échangés par le Super Modèle et des niveaux corrigés des réservoirs couplés de HYMOD permet donc de mieux comprendre les problèmes de modélisation rencontrés par le modèle. Pour compenser le fait que ce dernier soit incapable d'échanger de l'eau avec l'extérieur du bassin, l'algorithme

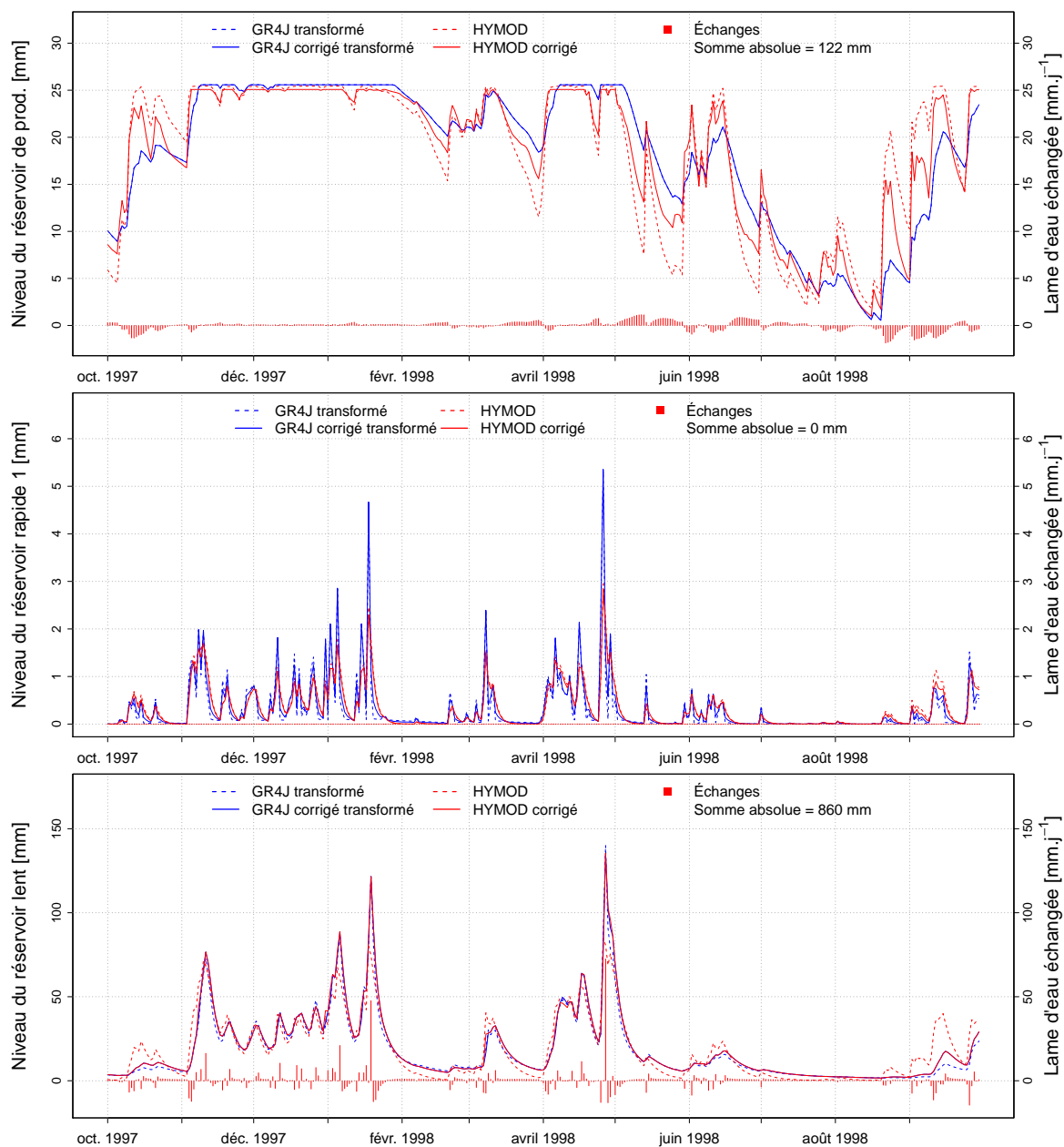


FIGURE 7.18 – Modification par le Super Modèle des niveaux des trois réservoirs couplés (réservoir de production en haut, réservoir rapide numéro 1 au centre et réservoir lent en bas) sur le bassin de la Vézère à Bugeat. Les échanges négatifs signifient que les réservoirs perdent de l'eau durant le pas de temps et les échanges positifs signifient, au contraire, qu'ils en gagnent.

de calage a forcé les paramètres de production à être très faibles et le coefficient de vidange lent à être très fort. Cela a permis au modèle de produire le rendement le plus élevé possible et d'acheminer l'eau le plus rapidement possible vers l'exutoire pour produire les pics de crues les plus importants possible. Malheureusement, cela s'est avéré insuffisant et a eu des effets néfastes en conduisant à la surestimation des crues automnales et de la rapidité des récessions.

### 7.3.5 Synthèse

Ces deux cas d'étude illustrent la façon dont le Super Modèle peut permettre de corriger un modèle en se servant des points forts de l'autre modèle couplé. Sur ces deux bassins, de réels problèmes de modélisation des processus hydrologiques, conséquences de la simplification de la réalité par ces modèles, ont été corrigés. La méthode a ainsi permis d'améliorer la simulation des débits par chacun de ces modèles mais aussi de mieux comprendre les erreurs des modèles à travers l'analyse des quantités d'eau échangées. Ces chroniques d'eau échangée sont probablement le principal avantage que peut avoir la méthode en comparaison à une méthode de moyenne pondérée des débits simulés par chacun des modèles.

Pour en finir avec l'analyse de ces deux cas d'étude, il est important de noter que ceux-ci ont été choisis parmi les bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration des performances afin d'apporter des précisions sur son fonctionnement. Cela dit, les bassins pour lesquels le Super Modèle ayant cette configuration apporte une amélioration des performances de chaque modèle ne sont pas majoritaires sur l'échantillon de 650 bassins étudiés (ils sont au nombre de 253 pour GR4J et 293 pour HYMOD). La méthode n'a donc pas d'intérêt sur plus de la moitié des bassins bien que la localisation des bassins concernés dépende du modèle.

## 7.4 Conclusion

La méthode peut donc permettre de corriger l'un ou l'autre des modèles si elle est calée sur leur sortie corrigée. D'un point de vue global, le Super Modèle permet d'améliorer chacun des critères d'évaluation testés. L'amélioration apportée à GR4J ou à HYMOD touche environ un tiers des bassins. L'étude de deux cas spécifiques a montré que la méthode pouvait apporter des corrections très intéressantes à chaque modèle à condition que le modèle couplé soit complémentaire au modèle corrigé.

Les corrections se font par l'intermédiaire d'échanges dus à l'ajout du terme de Super Modèle aux équations différentielles de chaque réservoir. Selon la correction voulue, les échanges affectent différents réservoirs. Cela dépend de la dynamique initiale des réservoirs et des différences avec les réservoirs couplés.

Ces améliorations ne doivent toutefois pas masquer le fait que, quelle que soit sa configuration, le Super Modèle est inefficace sur plus de la moitié des bassins. Étant donné la lourdeur méthodologique et algorithmique de la méthode, il convient donc de vérifier en amont si la méthode peut s'avérer potentiellement intéressante sur le bassin souhaité.

Pour finir, ce chapitre a mis en lumière une application intéressante de la méthode qu'est le diagnostic de modèle. En effet, les deux cas d'étude présentés ci-dessus ont montré que l'étude des échanges avait permis de mieux comprendre pourquoi les modèles ne parvenaient pas à modéliser correctement les débits des bassins étudiés. Il serait intéressant de généraliser ces analyses pour éventuellement aboutir à un diagnostic plus global d'un modèle.



# Conclusion générale

Pour conclure ce manuscrit, rappelons l'objectif de la thèse : le but était de réduire les erreurs de modélisation des modèles hydrologiques en appliquant une méthode multimodèle inédite. L'utilisation de méthodes multimodèles a généralement pour but de permettre la prise en compte d'un nombre de processus hydrologiques potentiellement plus important que pour un modèle unique et donc, d'améliorer la simulation globale des débits sur un nombre important de bassins versants. Cependant, plutôt que d'utiliser les méthodes multimodèles de combinaison de débits simulés *a posteriori* classiquement appliquées en hydrologie, cette thèse avait pour but d'appliquer une méthode issue de la climatologie appelée Super Modèle.

Le choix de tester l'intérêt potentiel de la méthode du Super Modèle en hydrologie repose sur deux raisons :

- le Super Modèle agit au niveau interne ce qui permet de potentiellement tirer parti des qualités de chaque composante interne des modèles corrigés là où une combinaison *a posteriori* des sorties ne pourrait tirer partie que des qualités globales des modèles ;
- les modifications engendrées par la méthode permettent de comprendre les corrections appliquées aux modèles et donc, par extension, de comprendre les erreurs de ces derniers.

Cette conclusion est l'occasion de faire un bilan sur l'adaptabilité de la méthode aux modèles hydrologiques, sur ses avantages par rapport à des méthodes multimodèles classiquement utilisées en hydrologie et sur le domaine d'application possible de cette méthode en hydrologie.

## Comment la méthode du Super Modèle peut-elle être implémentée en hydrologie ?

Les travaux de cette thèse ont montré que la méthode du Super Modèle est transposable à des modèles hydrologiques à réservoirs. Cette implémentation nécessite, cependant, une adaptation de la formulation des modèles. En effet, pour pouvoir ajouter un terme correcteur aux équations différentielles, il est nécessaire que les modèles soient écrits en représentation d'états. Une méthode permettant d'obtenir ce type de représentation a été proposée dans le chapitre 3 de cette thèse. Les représentations d'états obtenues ne sont pas moins performantes que les modèles de base et sont potentiellement intéressantes pour d'autres applications que le Super Modèle, comme l'assimilation de données ou la modélisation à pas de temps variables.

Pour être mis en place, un Super Modèle nécessite aussi une analyse préalable des relations entre états internes des modèles à coupler. En effet, il est nécessaire que les couplages se fassent entre variables équivalentes. Cette thèse a proposé une méthode



donnant de l'importance à la corrélation des variables d'état. À cette analyse s'ajoute une étude de la mise à l'échelle de chaque état pour que le couplage ait lieu dans les meilleures conditions. Une série de tests a permis d'aboutir à une configuration idéale mais cette dernière dépend des modèles utilisés. La nécessité d'effectuer ces analyses rend donc la méthode complexe à mettre en œuvre et limite le nombre de modèles qu'il est possible de coupler au sein d'un Super Modèle.

### **Comment la méthode influe-t-elle sur les modèles ?**

Le Super Modèle fonctionne en ajoutant un terme de couplage aux équations différentielles de chaque état corrigé. Ce terme, dépendant des différences de valeurs entre les états couplés l'un avec l'autre, est paramétré par un coefficient correcteur. Durant cette thèse, le choix a été fait de caler ces coefficients à l'aide de méthodes d'optimisation automatique.

Le terme de Super Modèle induit des modifications de chaque état couplé au cours du temps. Ces modifications peuvent conduire à la synchronisation des états couplés vers une valeur représentant un compromis bien que ce ne soit pas toujours le cas. Dans le cas des modèles à réservoirs, les modifications se font par le biais d'apports (ou de retraits) fictifs d'eau dans (ou depuis) le réservoir. Ces apports et retraits d'eau sont appelés échanges.

Une analyse d'un Super Modèle simple, couplant deux modèles GR4J paramétrés différemment, a permis de comprendre les relations entre valeurs de coefficients et quantités d'eau échangées. Cette analyse a montré que les valeurs de coefficients ne peuvent être interprétées pour chaque couplage que deux par deux (la valeur du ratio entre coefficients est plus informative que leurs valeurs seules). La sensibilité du Super Modèle à ces coefficients est, par ailleurs, expliquée principalement par la similarité initiales entre états. Ce sont ces valeurs de coefficients et de quantité d'eau échangée qui permettront de comprendre les corrections apportées par le Super Modèle.

### **Le Super Modèle permet-il d'améliorer la qualité de la modélisation pluie-débit ?**

Afin de tester la capacité de l'approche à simuler de meilleurs débits, un Super Modèle couplant les modèles GR4J et HYMOD a été implémenté. Ces deux modèles simples forment un bon point de départ pour étudier la méthode. Ce Super Modèle a été évalué sur un échantillon de 650 bassins répartis sur le territoire français, les tests ont été effectués sur une période de validation, indépendante de la période de calage, pour évaluer la robustesse de la méthode à un changement de période d'étude.

L'évaluation a montré que le Super Modèle obtenait globalement de meilleures performances que la moyenne des modèles non couplés et qu'il était, sous certaines conditions, plus robuste au changement de période que les modèles eux-mêmes. L'amélioration apportée est conséquente sur plus d'un tiers des bassins de l'échantillon. Comparée à des méthodes de moyenne pondérée, l'amélioration apportée par le Super Modèle est moins fréquente mais concerne toujours près d'un tiers des bassins. L'approche dégrade tout de même les performances sur une centaine de bassins lorsqu'elle est comparée à ce genre de méthode. La méthode a donc un potentiel intérêt sur certains bassins par rapport aux méthodes multimodèles *a posteriori* testées. Cela peut s'expliquer par le fait que le couplage interne peut profiter d'informations supplémentaires par rapport

à celles qui sont données par le simple débit simulé par le modèle et, ainsi, par le fait que le Super Modèle n'est pas contraint par les bornes imposées par les deux modèles qu'il couple.

### **La méthode peut-elle corriger et diagnostiquer efficacement les modèles couplés ?**

Le Super Modèle peut être implémenté en utilisant un des modèles couplés comme simple outil pour corriger l'autre. Cette application spécifique a été testée à l'aide du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD. Les performances de GR4J corrigé par HYMOD (et inversement de HYMOD corrigé par GR4J) ont été évaluées sur les 650 bassins tests. Il s'est avéré que les performances des deux modèles ont été sensiblement améliorées par le Super Modèle. Par ailleurs, l'analyse des quantités d'eau échangées a permis d'identifier certains problèmes qui affectaient ces modèles en général (comme par exemple les problèmes de biais). Pour aller plus loin dans la compréhension de l'outil, deux cas particulier ont été étudiés (les bassins du Grand Morin et de la Vézère). Cette analyse a montré que, tant du point de vue de l'amélioration des performances que du diagnostic de modèle, le Super Modèle pouvait apporter des résultats intéressants. Elle a, par exemple, permis de diagnostiquer, sur le bassin de la Vézère, l'effet néfaste qu'a eu le manque de fonction d'échange sur les paramètres de HYMOD.

### **Quel est le domaine d'application de la méthode ?**

La complexité de mise en place de la méthode force l'utilisateur potentiel à bien cerner le domaine d'applicabilité de la méthode pour être sûr que cette dernière soit à même de répondre au besoin pour lequel son utilisation est envisagée.

Les études sur l'échantillon de bassins ont montré que la méthode n'est pas adaptée à tous les bassins. Dans le cas du Super Modèle couplant GR4J et HYMOD, un portrait-robot des bassins pour lesquels le Super Modèle a un intérêt a été établi. Il s'est avéré que le Super Modèle se comportait bien sur des bassins aux débits faibles mais variables, marqués par des pluies variables et un indice d'aridité relativement fort. Cependant, ce portrait-robot est adapté au Super Modèle testé, il est dépendant des forces et des faiblesses des modèles couplés. Il est donc important de conduire ce genre d'analyse avant d'appliquer la méthode. Cerner l'applicabilité de la méthode est essentiel si l'on veut pouvoir un jour l'utiliser en contexte opérationnel et il reste beaucoup du travail à faire dans ce sens.

### **Quelles sont les perspectives de ce travail ?**

S'il a permis de montrer que la méthode du Super Modèle était applicable à des modèles pluie-débit, ce travail exploratoire nécessite d'être complété avant de pouvoir faire une conclusion définitive sur les applications possibles de la méthode en hydrologie.

Pour mieux évaluer l'intérêt de la méthode, il est impératif d'élargir la comparaison à d'autres méthodes multimodèles. Partant de cela, il serait intéressant d'évaluer le domaine d'application de chaque méthode afin de pouvoir choisir l'approche la plus appropriée à chaque besoin.

Par ailleurs, au regard des tests menés lors de cette thèse, l'approche du Super Modèle pourrait être optimisée en recherchant des modèles complémentaires. En effet,

il a été montré que le Super Modèle est très sensible à la complémentarité des modèles qu'il couple. De plus, l'analyse des performances de la méthode d' Oudin et al. (2006) a montré que l'utilisation de coefficients variables dans le temps pouvait s'avérer déterminante pour améliorer la simulation multimodèle. Partant de ce principe, il pourrait être judicieux de tester cette variabilité temporelle des coefficients correcteurs sur le Super Modèle.

En outre, étant donné que la méthode semble adaptée au diagnostic de modèle, il serait intéressant de l'utiliser pour faire le diagnostic général d'un modèle. En effet, la caractérisation des bassins pour lesquels le Super Modèle apporte une amélioration pourrait donner une idée des faiblesses d'un modèle. L'analyse des échanges permettrait alors de compléter cette idée et de fournir un diagnostic global du modèle en question. Il est cependant important de garder à l'esprit que le résultat de ce diagnostic dépendra fortement du ou des autres modèles utilisés pour le couplage. Dans le même ordre d'idée, le diagnostic du modèle HYMOD sur le bassin de la Vézère a montré que les problèmes de modélisation d'un modèle sur un bassin pouvaient se traduire par une mauvaise estimation des paramètres de ce modèle. De ce fait, une méthode permettant de recalibrer les paramètres des modèles en prenant en compte le couplage du Super Modèle pourrait produire de bons résultats.

Si la méthode a été évaluée sur des modèles à réservoirs, il ne semble pas impossible de pouvoir l'appliquer à des modèles plus physiques, comme cela a été le cas initialement dans le domaine de la modélisation climatique. Le choix des variables à échanger resterait une difficulté mais ne serait pas impossible à surmonter. Il y aurait cependant quelques problématiques supplémentaires à étudier comme par exemple le traitement des différences de distribution spatiale entre modèles qui pourraient s'avérer difficiles à gérer dans le cadre d'un Super Modèle.

Pour finir, dans l'optique d'une transposition de la méthode en contexte plus opérationnel, il serait intéressant de tester la méthode en contexte de prévision. Cette application poserait de nouvelles questions provenant des spécificités de la modélisation en hydrologie en prévision. Par exemple, on pourrait ajouter un terme d'assimilation du débit observé à la manière de ce qui est proposé par Duane (2015).

Une autre application possible de la méthode pourrait être la modélisation des débits en contexte de changement climatique. En effet, bien que cela nécessite des analyses complémentaires, il semble que, sous certaines conditions, la robustesse au changement de période de simulation des modèles hydrologiques s'améliore lorsqu'un Super Modèle est utilisé. Si cela était confirmé, il est à espérer que la méthode puisse apporter un gain pour ce genre d'application.

# Bibliographie

- Addor, N. et Melsen, L. A.: Legacy, Rather Than Adequacy, Drives the Selection of Hydrological Models, *Water Resources Research*, 55, doi:10.1029/2018WR022958, 2019.
- Addor, N., Newman, A. J., Mizukami, N., et Clark, M. P.: The CAMELS data set: catchment attributes and meteorology for large-sample studies, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 21, 5293–5313, doi:10.5194/hess-21-5293-2017, 2017.
- Andréassian, V. et Perrin, C.: On the ambiguous interpretation of the Turc-Budyko nondimensional graph, *Water Resour. Res.*, 48, doi:10.1029/2012wr012532, 2012.
- Andréassian, V., Hall, A., Chahinian, N., et Schaake, J.: Large sample basin experiments for hydrological model parametrization, chap. Introduction and Synthesis: Why should hydrologists work on a large number of basin data sets?, pp. 1–5, 307, IAHS Publication, 2006.
- Barco, J., Wong, K. M., et Stenstrom, M. K.: Automatic Calibration of the U.S. EPA SWMM Model for a Large Urban Catchment, *Journal of Hydraulic Engineering*, 134, 466–474, doi:10.1061/(ASCE)0733-9429(2008)134:4(466), 2008.
- Beck, H. E., van Dijk, A. I. J. M., de Roo, A., Miralles, D. G., McVicar, T. R., Schellekens, J., et Bruijnzeel, L. A.: Global-scale regionalization of hydrologic model parameters, *Water Resour. Res.*, 52, 3599–3622, doi:10.1002/2015WR018247, 2016.
- Bergström, S. et Forsman, A.: Development of a conceptual and deterministic rainfall-runoff model, *Nordic Hydrology*, 4, 147–170, 1973.
- Berthet, L.: Préviation des crues au pas de temps horaire : pour une meilleure assimilation de l'information de débit dans un modèle hydrologique, Ph.D. thesis, AgroParisTech, in French, 500 pages, 2010.
- Beven, K. et Binley, A.: The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction, *Hydrological Processes*, 6, 279–298, doi:10.1002/hyp.3360060305, 1992.
- Beven, K. J. et Kirkby, M. J.: A physically based, variable contributing area model of basin hydrology, *Hydrological Sciences Journal*, 24, 43–69, doi:10.1080/02626667909491834, 1979.
- Boccaletti, S., Kurths, J., Osipov, G., Valladares, D., et Zhou, C.: The synchronization of chaotic systems, *Physics Reports*, 366, 1–101, doi:10.1016/S0370-1573(02)00137-0, 2002.

- Bourgin, F., Andréassian, V., Perrin, C., et Oudin, L.: Transferring global uncertainty estimates from gauged to ungauged catchments, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 19, 2535–2546, doi:10.5194/hess-19-2535-2015, 2015.
- Box, G. E. P. et Cox, D. R.: An Analysis of Transformations, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 26, 211–252, URL <http://www.jstor.org/stable/2984418>, 1964.
- Boyle, D. P.: Multicriteria calibration of hydrologic models, Ph.D. thesis, University of Arizona, 134 pages, 2001.
- Burnash, R. J. C.: Computer Model of Watershed Hydrology, chap. 10: The NWS river forecast system - catchment modeling, pp. 311–366, Water Resources Publications, 1995.
- Chapman, T. G.: Effects of ground-water storage and flow on the water balance, in: *Proceedings of “Water resources, use and management”*, pp. 291–301, Australian Academy of Science, Melbourne Univ. Press, 1964.
- Clark, M. P. et Kavetski, D.: Ancient numerical daemons of conceptual hydrological modeling: 1. Fidelity and efficiency of time stepping schemes, *Water Resour. Res.*, 46, doi:10.1029/2009wr008894, 2010.
- Clark, M. P., Slater, A. G., Rupp, D. E., Woods, R. A., Vrugt, J. A., Gupta, H. V., Wagener, T., et Hay, L. E.: Framework for Understanding Structural Errors (FUSE): A modular framework to diagnose differences between hydrological models, *Water Resour. Res.*, 44, doi:10.1029/2007wr006735, 2008.
- Clark, M. P., Nijssen, B., Lundquist, J. D., Kavetski, D., Rupp, D. E., Woods, R. A., Freer, J. E., Gutmann, E. D., Wood, A. W., Brekke, L. D., et al.: A unified approach for process-based hydrologic modeling: 1. Modeling concept, *Water Resour. Res.*, 51, 2498–2514, doi:10.1002/2015wr017198, 2015.
- Conover, W. J.: *Practical nonparametric statistics*, New York, 1999.
- Coron, L.: Les modèles hydrologiques conceptuels sont-ils robustes face à un climat en évolution?, Ph.D. thesis, AgroParisTech, in French, 346 pages, 2013.
- Coron, L., Andréassian, V., Perrin, C., Lerat, J., Vaze, J., Bourqui, M., et Hendrickx, F.: Crash testing hydrological models in contrasted climate conditions: An experiment on 216 Australian catchments, *Water Resour. Res.*, 48, doi:10.1029/2011WR011721, 2012.
- Coron, L., Thirel, G., Delaigue, O., Perrin, C., et Andréassian, V.: The suite of lumped GR hydrological models in an R package, *Environmental Modelling & Software*, 94, 166–177, doi:10.1016/j.envsoft.2017.05.002, 2017.
- Coulibaly, P., Haché, M., Fortin, V., et Bobée, B.: Improving daily reservoir inflow forecasts with model combination, *Journal of Hydrologic Engineering*, 10, 91–99, doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2005)10:2(91), 2005.

- Crochemore, L., Perrin, C., Andréassian, V., Ehret, U., Seibert, S. P., Grimaldi, S., Gupta, H., et Paturel, J.-E.: Comparing expert judgement and numerical criteria for hydrograph evaluation, *Hydrological Sciences Journal*, 60, 402–423, doi:10.1080/02626667.2014.903331, 2015.
- Dakhlaoui, H., Ruelland, D., Tramblay, Y., et Bargaoui, Z.: Evaluating the robustness of conceptual rainfall-runoff models under climate variability in northern Tunisia, *Journal of Hydrology*, 550, 201–217, doi:10.1016/j.jhydrol.2017.04.032, 2017.
- de Boer-Euser, T., Bouaziz, L., De Niel, J., Brauer, C., Dewals, B., Drogue, G., Fenicia, F., Grelier, B., Nossent, J., Perieira, F., Savenije, H., Thirel, G., et Willems, P.: Looking beyond general metrics for model comparison - lessons from an international model intercomparison study, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 21, 423–440, doi:10.5194/hess-21-423-2017, 2017.
- De Vos, N. J. et Rientjes, T. H. M.: Multi-objective performance comparison of an artificial neural network and a conceptual rainfall-runoff model, *Hydrological Sciences Journal*, 52, 397–413, doi:10.1623/hysj.52.3.397, 2010.
- Di Giuseppe, F., Molteni, F., et Dutra, E.: Real-time correction of ERA-Interim monthly rainfall, *Geophysical Research Letters*, 40, 3750–3755, doi:10.1002/grl.50670, 2013.
- Ding, J.: Interactive comment on “Technical note: Pitfalls in using log-transformed flows within the KGE criterion” by Léonard Santos et al., *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*, doi:10.5194/hess-2018-298-SC2, 2018a.
- Ding, J.: Interactive comment on “Technical note: Pitfalls in using log-transformed flows within the KGE criterion” by Léonard Santos et al., *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*, doi:10.5194/hess-2018-298-SC5, 2018b.
- Ding, J. Y.: Discussion of “Inflow hydrograph from large unconfined aquifers” by Ibrahim, H. A. and Brutsaert, W. J., *J. Irrig. Drain. Am. Soc. Civ. Eng.*, 92, 104–107, 1966.
- Duan, Q., Sorooshian, S., et Gupta, V.: Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models, *Water Resour. Res.*, 28, 1015–1031, doi:10.1029/91WR02985, 1992.
- Duan, Q., Ajami, N., Gao, X., et Sorooshian, S.: Multi-model ensemble hydrologic prediction using Bayesian model averaging, *Advances in Water Resources*, 30, 1371–1386, doi:10.1016/j.advwatres.2006.11.014, 2007.
- Duane, G. S.: Synchronicity from Synchronized Chaos, *Entropy*, 17, 1701–1733, doi:10.3390/e17041701, 2015.
- Duane, G. S., Grabow, C., Selten, F., et Ghil, M.: Introduction to focus issue: Synchronization in large networks and continuous media – data, models, and supermodels, *Chaos*, 27, doi:10.1063/1.5018728, 2017.

- Duchaine, F., Jauré, S., Poitou, D., Quémerais, E., Staffebach, G., Morel, T., et Gicquel, L.: Analysis of high performance conjugate heat transfer with the OpenPALM coupler, *Computational Science & Discovery*, 8, doi:10.1088/1749-4699/8/1/015003, 2015.
- Dzwinel, W., Klusek, A., et Vasilyev, O.: Supermodeling in Simulation of Melanoma Progression, *Procedia Computer Science*, 80, 999–1010, doi:10.1016/j.procs.2016.05.396, 2016.
- Ehret, U. et Zehe, E.: Series distance – an intuitive metric to quantify hydrograph similarity in terms of occurrence, amplitude and timing of hydrological events, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 15, doi:10.5194/hess-15-877-2011, 2011.
- Fencia, F., Kavetski, D., et Savenije, H. H. G.: Elements of a flexible approach for conceptual hydrological modeling: 1. Motivation and theoretical development, *Water Resour. Res.*, 47, doi:10.1029/2010wr010174, 2011.
- Fencia, F., Kavetski, D., Savenije, H. H. G., Clark, M. P., Schoups, G., Pfister, L., et Freer, J.: Catchment properties, function, and conceptual model representation: is there a correspondence?, *Hydrological Processes*, 28, 2451–2467, doi:10.1002/hyp.9726, 2014.
- Ficchi, A.: An adaptive hydrological model for multiple time-steps: Diagnostics and improvements based on fluxes consistency, Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie, 255 pages, 2017.
- Ficchi, A., Perrin, C., et Andréassian, V.: Impact of temporal resolution of inputs on hydrological model performance: An analysis based on 2400 flood events, *Journal of Hydrology*, 538, 454–470, doi:10.1016/j.jhydrol.2016.04.016, 2016.
- Friedman, M.: The Use of Ranks to Avoid the Assumption of Normality Implicit in the Analysis of Variance, *Journal of the American Statistical Association*, 32, 675–701, doi:10.1080/01621459.1937.10503522, 1937.
- Garcia, F., Folton, N., et Oudin, L.: Which objective function to calibrate rainfall-runoff models for low-flow index simulations?, *Hydrological Sciences Journal*, 62, 1149–1166, doi:10.1080/02626667.2017.1308511, 2016.
- Georgakakos, K. P., Seo, D.-J., Gupta, H., Schaake, J., et Butts, M. B.: Towards the characterization of streamflow simulation uncertainty through multimodel ensembles, *Journal of Hydrology*, 298, 222–241, doi:10.1016/j.jhydrol.2004.03.037, 2004.
- Giuntoli, I. et Renard, B.: Identification des impacts hydrologiques du changement climatique : vers un réseau de référence pour la surveillance des étiages, Tech. rep., Cemagref, Lyon, Convention ONEMA-Cemagref, in French, 2009.
- Grouillet, B., Ruelland, D., Ayar, P. V., et Vrac, M.: Sensitivity analysis of runoff modeling to statistical downscaling models in the western Mediterranean, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 20, 1031–1047, doi:10.5194/hess-20-1031-2016, 2016.
- Guo, D., Westra, S., et Maier, H. R.: Impact of evapotranspiration process representation on runoff projections from conceptual rainfall-runoff models, *Water Resour. Res.*, 53, 435–454, doi:10.1002/2016WR019627, 2017.

- Gupta, H. V., Wagener, T., et Liu, Y.: Reconciling theory with observations: elements of a diagnostic approach to model evaluation, *Hydrological Processes*, 22, 3802–3813, doi:10.1002/hyp.6989, 2008.
- Gupta, H. V., Kling, H., Yilmaz, K. K., et Martinez, G. F.: Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria: Implications for improving hydrological modelling, *Journal of Hydrology*, 377, 80–91, doi:10.1016/j.jhydrol.2009.08.003, 2009.
- Gupta, H. V., Clark, M. P., Vrugt, J. A., Abramowitz, G., et Ye, M.: Towards a comprehensive assessment of model structural adequacy, *Water Resour. Res.*, 48, doi:10.1029/2011wr011044, 2012.
- Gupta, H. V., Perrin, C., Blöschl, G., Montanari, A., Kumar, R., Clark, M., et Andréassian, V.: Large-sample hydrology a need to balance depth with breadth, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 18, 463–477, doi:10.5194/hess-18-463-2014, 2014.
- Hamill, T. M.: Hypothesis Tests for Evaluating Numerical Precipitation Forecasts, *Weather and Forecasting*, 14, 155–167, doi:10.1175/1520-0434(1999)014<0155:HTFENP>2.0.CO;2, 1999.
- Hiemstra, P. H., Fujiwara, N., et Selten, F.: SUMO - Supermodeling by combining imperfect models - WP4 Y1, Tech. rep., 2011.
- Hiemstra, P. H., Fujiwara, N., Selten, F. M., et Kurths, J.: Complete synchronization of chaotic atmospheric models by connecting only a subset of state space, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 19, 611–621, doi:10.5194/npg-19-611-2012, 2012.
- Hogue, T. S., Sorooshian, S., Gupta, H., Holz, A., et Braatz, D.: A Multistep Automatic Calibration Scheme for River Forecasting Models, *Journal of Hydrometeorology*, 1, 524–542, doi:10.1175/1525-7541(2000)001<0524:AMACSF>2.0.CO;2, 2000.
- Hrachowitz, M. et Clark, M. P.: HESS Opinions: The complementary merits of competing modelling philosophies in hydrology, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 21, 3953–3973, doi:10.5194/hess-21-3953-2017, 2017.
- Ishihara, T. et Takagi, F.: A study on the variation of low flow, *Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute*, 15(2), 75–98, URL <http://hdl.handle.net/2433/124698>, 1965.
- Jehn, F. U., Breuer, L., Houska, T., Bestian, K., et Kraft, P.: Incremental model breakdown to assess the multi-hypotheses problem, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 22, 4565–4581, doi:10.5194/hess-22-4565-2018, 2018.
- Johnston, P. R. et Pilgrim, D. H.: Parameter Optimization for Watershed Models, *Water Resour. Res.*, 12, 477–486, doi:10.1029/WR012i003p00477, 1976.
- Jung, D., Choi, Y. H., et Kim, J. H.: Multiobjective Automatic Parameter Calibration of a Hydrological Model, *Water*, 9, 187, doi:10.3390/w9030187, 2017.
- Kavetski, D. et Clark, M. P.: Numerical troubles in conceptual hydrology: Approximations, absurdities and impact on hypothesis testing, *Hydrological Processes*, 25, 661–670, doi:10.1002/hyp.7899, 2010.



- Kavetski, D. et Fenicia, F.: Elements of a flexible approach for conceptual hydrological modeling: 2. Application and experimental insights, *Water Resour. Res.*, 47, W11 511, doi:10.1029/2011wr010748, 2011.
- Kavetski, D. et Kuczera, G.: Model smoothing strategies to remove microscale discontinuities and spurious secondary optima in objective functions in hydrological calibration, *Water Resour. Res.*, 43, W03 411, doi:10.1029/2006wr005195, 2007.
- Kavetski, D., Binning, P., et Sloan, S.: Adaptive backward Euler time stepping with truncation error control for numerical modelling of unsaturated fluid flow, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 53, doi:10.1002/nme.329, 2002.
- Kavetski, D., Kuczera, G., et Franks, S. W.: Semidistributed hydrological modeling: A “saturation path” perspective on TOPMODEL and VIC, *Water Resour. Res.*, 39, 1246, doi:10.1029/2003wr002122, 2003.
- Kavetski, D., Fenicia, F., et Clark, M. P.: Impact of temporal data resolution on parameter inference and model identification in conceptual hydrological modeling: Insights from an experimental catchment, *Water Resour. Res.*, 47, W05 501, doi:10.1029/2010wr009525, 2011.
- Kayastha, N., Ye, J., Fenicia, F., Kuzmin, V., et Solomatine, D. P.: Fuzzy committees of specialized rainfall-runoff models: further enhancements and tests, *Hydrology and Earth System Sciences*, 17, 4441–4451, doi:10.5194/hess-17-4441-2013, 2013.
- Kim, K. B., Kwon, H.-H., et Han, D.: Exploration of warm-up period in conceptual hydrological modelling, *Journal of Hydrology*, 556, 194–210, doi:10.1016/j.jhydrol.2017.11.015, 2018.
- Kim, Y.-O., Jeong, D., et Ko, I. H.: Combining rainfall-runoff model outputs for improving ensemble streamflow prediction, *Journal of Hydrologic Engineering*, 11, 578–588, doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:6(578), 2006.
- Klemeš, V.: Operational testing of hydrological simulation models, *Hydrological Sciences Journal*, 31, 13–24, doi:10.1080/02626668609491024, 1986.
- Kling, H., Fuchs, M., et Paulin, M.: Runoff conditions in the upper Danube basin under ensemble of climate change scenarios, *Journal of Hydrology*, 424–425, 264–277, doi:10.1016/j.jhydrol.2012.01.011, 2012.
- Kocarev, L.: SUMO project final report, Tech. rep., URL <http://www.sumoproject.eu/products.html>, 2014.
- Krause, P., Boyle, D. P., et Bäse, F.: Comparison of different efficiency criteria for hydrological model assessment, *Advances in Geosciences*, 5, 89–97, doi:10.5194/adgeo-5-89-2005, 2005.
- Le Moine, N., Andréassian, V., Perrin, C., et Michel, C.: How can rainfall-runoff models handle intercatchment groundwater flows? Theoretical study based on 1040 French catchments, *Water Resour. Res.*, 43, W06 428, doi:10.1029/2006wr005608, 2007.

- Le Moine, N., Monteil, C., et Zaoui, F.: caRamel: Automatic Calibration by Evolutionary Multi Objective Algorithm, URL <https://CRAN.R-project.org/package=caRamel>, r package version 1.0, 2018.
- Leach, J. M., Kornelsen, K. C., et Coulibaly, P.: Assimilation of near-real time data products into models of an urban basin, *Journal of Hydrology*, 563, 51–64, doi:10.1016/j.jhydrol.2018.05.064, 2018.
- Leleu, I., Tonnelier, I., Puechberty, R., Gouin, P., Viquendi, I., Cobos, L., Foray, A., Baillon, M., et Ndima, P.-O.: Re-founding the national information system designed to manage and give access to hydrometric data, *La Houille Blanche*, 1, 25–32, doi:10.1051/lhb/2014004, in French, 2014.
- Li, W. et Sankarasubramanian, A.: Reducing hydrologic model uncertainty in monthly streamflow predictions using multimodel combination, *Water Resour. Res.*, 48, W12 516, doi:10.1029/2011wr011380, 2012.
- Linsley, R. K.: Rainfall-runoff relationship, chap. Rainfall-runoff models - An overview, pp. 3–22, Water Resources Publications, Highlands Ranch, Colorado, USA, 1982.
- Littlewood, I. G. et Croke, B. F. W.: Data time-step dependency of conceptual rainfall—streamflow model parameters: an empirical study with implications for regionalisation, *Hydrological Sciences Journal*, 53, 685–695, doi:10.1623/hysj.53.4.685, 2008.
- Littlewood, I. G. et Croke, B. F. W.: Effects of data time-step on the accuracy of calibrated rainfall—streamflow model parameters: practical aspects of uncertainty reduction, *Hydrology Research*, 44, 430–440, doi:10.2166/nh.2012.099, 2013.
- Lorenz, E. N.: Deterministic nonperiodic flow, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20, 130–141, doi:10.1175/1520-0469(1963)020%3C0130:DNF%3E2.0.CO;2, 1963.
- Lyon, S. W., King, K., Polpanich, O., et Lacombe, G.: Assessing hydrologic changes across the Lower Mekong Basin, *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 12, 303–314, doi:10.1016/j.ejrh.2017.06.007, 2017.
- Marshall, L., Sharma, A., et Nott, D.: Modeling the catchment via mixtures: Issues of model specification and validation, *Water Resour. Res.*, 42, W11 409, doi:10.1029/2005WR004613., 2006.
- Marshall, L., Nott, D., et Sharma, A.: Towards dynamic catchment modelling: a Bayesian hierarchical mixtures of experts framework, *Hydrological Processes*, 21, 847–861, doi:10.1002/hyp.6294, 2007.
- Mathevet, T.: Quels modèles pluie-débit globaux au pas de temps horaire ? Développements empiriques et comparaison de modèles sur un large échantillon de bassins versants, Ph.D. thesis, Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, in French, 463 pages, 2005.
- Mathevet, T., Michel, C., Andréassian, V., et Perrin, C.: A bounded version of the Nash-Sutcliffe criterion for better model assessment on large sets of basins, *IASH Publ.*, 307, 211–219, 2006.

- Michel, C.: Hydrologie appliquée aux petits bassins versants ruraux, Tech. rep., Cemagref, Antony, 320 p., in French, 1991.
- Michel, C., Perrin, C., et Andréassian, V.: The exponential store: a correct formulation for rainfall-runoff modelling, *Hydrological Sciences Journal*, 48, 109–124, doi:10.1623/hysj.48.1.109.43484, 2003.
- Michel, C., Perrin, C., Andréassian, V., Oudin, L., et Mathevet, T.: Has basin-scale modelling advanced beyond empiricism?, *IAHS-AISH Publication*, 307, 108–116, 2006.
- Mirchev, M., Duane, G. S., Tang, W. K., et Kocarev, L.: Improved modeling by coupling imperfect models, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 17, 2741–2751, doi:10.1016/j.cnsns.2011.11.003, 2012.
- Monteith, J. L.: Evaporation and environment, *Symposia for the Society of Experimental Biology*, 19, 205–234, 1965.
- Moore, R. J.: The probability-distributed principle and runoff production at point and basin scales, *Hydrological Sciences Journal*, 30, 273–297, doi:10.1080/02626668509490989, 1985.
- Morris, M. D.: Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments, *Technometrics*, 33, 161–174, doi:10.1080/00401706.1991.10484804, 1991.
- Mouelhi, S., Michel, C., Perrin, C., et Andréassian, V.: Stepwise development of a two-parameter monthly water balance model, *Journal of Hydrology*, 318, 200–214, doi:10.1016/j.jhydrol.2005.06.014, 2006.
- Nash, J. E.: The form of the instantaneous unit hydrograph, *Int. Assoc. Sci. Hydrol. Publ.*, 45, 114–121, 1957.
- Nash, J. E. et Sutcliffe, J. V.: River flow forecasting through conceptual models. Part I - A discussion of principles, *Journal of Hydrology*, 10, 282–290, doi:10.1016/0022-1694(70)90255-6, 1970.
- Nguyen, V. T. et Dietrich, J.: Modification of the SWAT model to simulate regional groundwater flow using a multicell aquifer, *Hydrological Processes*, 32, 939–953, doi:10.1002/hyp.11466, 2018.
- Oudin, L., Hervieu, F., Michel, C., Perrin, C., Andréassian, V., Anctil, F., et Loumagne, C.: Which potential evapotranspiration input for a lumped rainfall-runoff model?, *Journal of Hydrology*, 303, 290–306, doi:10.1016/j.jhydrol.2004.08.026, 2005.
- Oudin, L., Andréassian, V., Mathevet, T., Perrin, C., et Michel, C.: Dynamic averaging of rainfall-runoff model simulations from complementary model parameterizations, *Water Resour. Res.*, 42, W07 410, doi:10.1029/2005wr004636, 2006.
- Pathiraja, S., Anghileri, D., Burlando, P., Sharma, A., Marshall, L., et Moradkhani, H.: Time-varying parameter models for catchments with land use change: the importance of model structure, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 22, 2903–2919, doi:10.5194/hess-22-2903-2018, 2018.

- Pechlivanidis, I. G., Jackson, B., McMillan, H., et Gupta, H.: Use of an entropy-based metric in multiobjective calibration to improve model performance, *Water Resour. Res.*, 50, 8066–8083, doi:10.1002/2013WR014537, 2014.
- Perrin, C.: Vers une amélioration d'un modèle global pluie-débit au travers d'une approche comparative, Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, in French, 287 pages, 2000.
- Perrin, C., Michel, C., et Andréassian, V.: Improvement of a parsimonious model for streamflow simulation, *Journal of Hydrology*, 279, 275–289, doi:10.1016/S0022-1694(03)00225-7, 2003.
- Press, W., H., Teukolsky, S., A., Vetterling, W., T., et Flannery, B., P.: *Numerical recipes in C*, Press Syndicate of the University of Cambridge, second edn., 1992.
- Pushpalatha, R., Perrin, C., Moine, N. L., et Andréassian, V.: A review of efficiency criteria suitable for evaluating low-flow simulations, *Journal of Hydrology*, 420–421, 171–182, doi:10.1016/j.jhydrol.2011.11.055, 2012.
- Quesada-Montano, B., Westerberg, I. K., Fuentes-Andino, D., Hidalgo, H. G., et Halldin, S.: Can climate variability information constrain a hydrological model for an ungauged Costa Rican catchment?, *Hydrological Processes*, 32, 830–846, doi:10.1002/hyp.11460, 2018.
- Quintana Seguí, P., Le Moigne, P., Durand, Y., Martin, E., Habets, F., Baillon, M., Canellas, C., Franchisteguy, L., et Morel, S.: Analysis of Near-Surface Atmospheric Variables : Validation of the SAFRAN Analysis over France, *J. Appl. Meteor. Climatol.*, 47, 92–107, doi:10.1175/2007JAMC1636.1, 2008.
- Ramos, M.-H., Perrin, C., Viatgé, J., et Andréassian, V.: Assessment report on the 2016 flood event on the Seine and Loire basins (France), Tech. rep., Report for the European Flood Awareness System (EFAS) dissemination centre, Rijkswaterstaat (NL), Irstea (France), 2017.
- Randrianasolo, A., Thirel, G., Ramos, M. H., et Martin, E.: Impact of streamflow data assimilation and length of the verification period on the quality of short-term ensemble hydrologic forecasts, *Journal of Hydrology*, 519, 2676 – 2691, doi:10.1016/j.jhydrol.2014.09.032, 2014.
- Razavi, T. et Coulibaly, P.: Improving streamflow estimation in ungauged basins using a multi-modelling approach, *Hydrological Sciences Journal*, 61, 2668–2679, doi:10.1080/02626667.2016.1154558, 2016.
- Rey, D., Eldridge, M., Morone, U., Abarbanel, H. D. I., Parlitz, U., et Schumann-Bichoff, J.: Using waveform information in nonlinear data assimilation, *Phys. Rev. E*, 90, 062916, doi:10.1103/PhysRevE.90.062916, 2014.
- Riboust, P., Thirel, G., Le Moine, N., et Ribstein, P.: Revisiting a simple degree-day model for integrating satellite data: implementation of SWE-SCA hystereses, *J. Hydrol. Hydromech.*, 67, 70–81, doi:10.2478/johh-2018-0004, 2019.

- Rosenbrock, H. H.: An Automatic Method for Finding the Greatest or Least Value of a Function, *The Computer Journal*, 3, 175–184, doi:10.1093/comjnl/3.3.175, 1960.
- Samaniego, L., Kumar, R., et Attinger, S.: Multiscale parameter regionalization of a grid-based hydrologic model at the mesoscale, *Water Resour. Res.*, 46, W05 523, doi:10.1029/2008WR007327, 2010.
- Santos, L.: HYDRO-group-Irstea-Antony/GR4-State-space-version-1.0: First release of GR4-State-space-version-1.0, *Zenodo*, doi:10.5281/zenodo.1118183, 2017.
- Santos, L., Thirel, G., et Perrin, C.: Continuous state-space representation of a bucket-type rainfall-runoff model: a case study with the GR4 model using state-space GR4 (version 1.0), *Geosci. Model Dev.*, 11, 1591–1605, doi:10.5194/gmd-11-1591-2018, 2018a.
- Santos, L., Thirel, G., et Perrin, C.: Interactive comment on “State-space representation of a bucket-type rainfall-runoff model: a case study with State-Space GR4 (version 1.0)” by Léonard Santos et al., *Geosci. Model Dev. Discuss.*, doi:10.5194/gmd-2017-264-AC3, 2018b.
- Santos, L., Thirel, G., et Perrin, C.: Technical note: Pitfalls in using log-transformed flows within the KGE criterion, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 22, 4583–4591, doi:10.5194/hess-22-4583-2018, 2018c.
- Schaefli, B. et Gupta, H. V.: Do Nash and values have value ?, *Hydrological Processes*, 21, 2075–2080, doi:10.1002/hyp.6825, 2007.
- Schevenhoven, F. et Selten, F.: An efficient training scheme for supermodels, *Earth System Dynamics*, 8, 429–439, doi:10.5194/esd-8-429-2017, 2017.
- Schoups, G., Vrugt, J. A., Fenicia, F., et van de Giesen, N. C.: Corruption of accuracy and efficiency of Markov chain Monte Carlo simulation by inaccurate numerical implementation of conceptual hydrologic models, *Water Resour. Res.*, 46, W10 530, doi:10.1029/2009wr008648, 2010.
- Seeger, S. et Weiler, M.: Reevaluation of transit time distributions and mean transit times and their relation to catchment topography, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 18, 4751–4771, doi:10.5194/hess-18-4751-2014, 2014.
- Seiller, G., Anctil, F., et Perrin, C.: Multimodel evaluation of twenty lumped hydrological models under contrasted climate conditions, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 16, 1171–1189, doi:10.5194/hess-16-1171-2012, 2012.
- Seiller, G., Hajji, I., et Anctil, F.: Improving the temporal transposability of lumped hydrological models on twenty diversified U.S. watersheds, *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 3, 379–399, doi:10.1016/j.ejrh.2015.02.012, 2015.
- Seiller, G., Roy, R., et Anctil, F.: Influence of three common calibration metrics on the diagnosis of climate change impacts on water resources, *Journal of Hydrology*, 547, 280–295, doi:10.1016/j.jhydrol.2017.02.004, 2017.
- Selten, F., Schevenhoven, F., et Duane, G. S.: Simulating climate with a synchronization-based supermodel, *Chaos*, 27, 126 903, doi:10.1063/1.4990721, 2017.

- Shamseldin, A. Y., O'Connor, K. M., et Liang, G.: Methods for combining the outputs of different rainfall–runoff models, *Journal of Hydrology*, 197, 203–229, doi:10.1016/S0022-1694(96)03259-3, 1997.
- Shen, M.-L., Keenlyside, N., Selten, F., Wiegerinck, W., et Duane, G. S.: Dynamically combining climate models to “supermodel” the tropical Pacific, *Geophysical Research Letters*, 43, 359–366, doi:10.1002/2015gl066562, 2016.
- Shen, M.-L., Keenlyside, N., Bhatt, B. C., et Duane, G. S.: Role of atmosphere-ocean interactions in supermodeling the tropical Pacific climate, *Chaos*, 27, 126704, doi:10.1063/1.4990713, 2017.
- Szöllösi-Nagy, A.: The discretization of the continuous linear cascade by means of state space analysis, *Journal of Hydrology*, 58, 223–236, doi:10.1016/0022-1694(82)90036-1, 1982.
- Tang, Y., Marshall, L., Sharma, A., et Ajami, H.: A Bayesian alternative for multi-objective ecohydrological model specification, *Journal of Hydrology*, 556, 23–38, doi:10.1016/j.jhydrol.2017.07.040, 2018.
- Thirel, G.: Amélioration des prévisions d'ensemble des débits sur la France de SAFRAN-ISBA-MODCOU, Ph.D. thesis, Université Toulouse III - Paul Sabatier, 249 pages, 2009.
- Tunqui Neira, J. M.: Les SUMO (SUper MODèles) feront-ils le poids en modélisation hydrologique ?, Tech. rep., Irstea, in French, 2015.
- van den Berge, L. A., Selten, F. M., Wiegerinck, W., et Duane, G. S.: A multi-model ensemble method that combines imperfect models through learning, *Earth System Dynamics*, 2, 161–177, doi:10.5194/esd-2-161-2011, 2011.
- van Esse, W. R., Perrin, C., Booij, M. J., Augustijn, D. C. M., Fenicia, F., Kavetski, D., et Lobligois, F.: The influence of conceptual model structure on model performance and a comparative study for and French catchments, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 17, 4227–4239, doi:10.5194/hess-17-4227-2013, 2013.
- Vázquez, R. F., Willems, P., et Feyen, J.: Improving the predictions of a MIKE SHE catchment-scale application by using a multi-criteria approach, *Hydrological Processes*, 22, 2159–2179, doi:10.1002/hyp.6815, 2008.
- Velázquez, J. A., Anctil, F., et Perrin, C.: Performance and reliability of multimodel hydrological ensemble simulations based on seventeen lumped models and a thousand catchments, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 14, 2303–2317, doi:10.5194/hess-14-2303-2010, 2010.
- Vidal, J.-P., Martin, E., Franchisteguy, L., Baillon, M., et Soubeyroux, J.-M.: A 50-year and high-resolution atmospheric reanalysis over and France with the Safran system, *International Journal of Climatology*, 30, 1627–1644, doi:10.1002/joc.2003, 2010.
- Wiegerinck, W., Burgers, W., et Selten, F.: SUMO - Supermodeling by combining imperfect models - WP2 Y1, Tech. rep., 2011.

- Wiegerinck, W., Burgers, W., Basnarkov, L., et Kocarev, L.: SUMO - Supermodeling by combining imperfect models - WP2 Y2, Tech. rep., 2012.
- Wood, E. F., Lettenmaier, D. P., et Zartarian, V. G.: A landsurface hydrology parameterization with subgrid variability for general circulation models, *Journal of Geophysical Research*, 97, 2717–2728, doi:10.1029/91JD01786, 1992.
- Yang, S. H., Baker, D., Li, H., Cordes, K., Huff, M., Nagpal, G., Okereke, E., Villafañe, J., Kalnay, E., et Duane, G. S.: Data Assimilation as Synchronization of Truth and Model: Experiments with the Three-Variable Lorenz and System, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 63, 2340–2354, doi:10.1175/JAS3739.1, 2006.
- Young, C.-C., Liu, W.-C., et Chung, C.-E.: Genetic algorithm and fuzzy neural networks combined with the hydrological modeling system for forecasting watershed runoff discharge, *Neural Computing and Applications*, 26, 1631–1643, doi:10.1007/s00521-015-1832-0, 2015.
- Young, P. et Garnier, H.: Identification and estimation of continuous-time, data-based mechanistic (DBM) models for environmental systems, *Environmental Modelling & Software*, 21, 1055–1072, doi:10.1016/j.envsoft.2005.05.007, 2006.

# Annexe A

## Précisions sur la méthode du Super Modèle en climatologie

Le nombre de coefficients à prendre en compte dans le Super Modèle peut s'avérer très important s'il est appliqué aux modèles climatiques qui sont très complexes. Il dépendra du nombre de modèles  $N_m$  prenant part au Super Modèle et du nombre de variables échangées  $N_v$ . Précisément, le nombre de coefficients du Super Modèle vaut (Wiegerinck et al., 2011) :

$$N_c = N_v \cdot (N_m - 1) \cdot N_m \quad (\text{A.1})$$

Pour tester s'il est possible de simplifier le Super Modèle en réduisant le nombre de connexions (en réduisant le nombre  $N_v$ ), des essais ont été menés sur un modèle d'atmosphère plus complexe (Hiemstra et al., 2011, 2012). Il s'agit d'un modèle qui possède 1449 variables internes. Il faudrait donc en théorie 1449 coefficients par modèle pour en coupler deux dans un Super Modèle synchronisé. Cependant, les travaux de Hiemstra et al. (2011, 2012) ont montré que "seulement" 784 coefficients suffisaient pour atteindre une synchronisation complète à 99% (le Super Modèle est ici considéré comme idéal si les modèles le composant se synchronisent complètement). De plus, 193 coefficients suffisent pour en atteindre 90%. Dans notre cas, cette étude peut paraître superflue car le nombre de variables internes des modèles hydrologiques conceptuels est beaucoup plus faible. Cela peut toutefois avoir un intérêt si l'on envisage une application plus complexe de l'approche en hydrologie. Il peut alors être avantageux que toutes les variables internes ne soient pas échangées entre les modèles.

Par ailleurs, un fait intéressant à noter est que les climatologues du projet SUMO travaillent sur des systèmes d'équations différentielles ordinaires (ODE) au temps continu contrairement aux hydrologues. Ainsi, dans les rapports du projet, ils n'abordent pas l'intégration des équations différentielles.

Le fait de travailler sur des ensembles d'ODE leur a permis de dégager deux classes de Super Modèles (Wiegerinck et al., 2011) :

- le Super Modèle de base, similaire à celui qui est abordé depuis le début de la



thèse et nommé “Super Modèle par connexions” (Wiegerinck et al., 2011) :

$$\begin{aligned}
& \forall i \in 1, 2, \dots, N_v \\
& \forall \mu \in 1, 2, \dots, N_m \\
& \nu = \{1, 2, \dots, N_m \mid \nu \neq \mu\} \\
& \forall x_\mu^i \in \mathbf{x}_\mu \\
& \dot{x}_\mu^i = f_\mu^i(\mathbf{x}_\mu) + \sum_{\alpha \in \nu} C_{\mu\alpha}^i (x_\alpha^i - x_\mu^i)
\end{aligned} \tag{A.2}$$

avec  $i$  le numéro de la variable interne  $x$  corrigée,  $\mu$  le modèle corrigé,  $\nu$  l'ensemble des autres modèles du Super Modèle,  $f_\mu^i$  la fonction de calcul de la variable  $x_\mu^i$  pour le modèle  $\mu$  et  $\mathbf{x}_\mu$  le vecteur de l'ensemble des variables internes du modèle  $\mu$  ;

- une version simplifiée du Super Modèle appelée “Super Modèle par pondération” (Wiegerinck et al., 2011) :

$$\begin{aligned}
& \forall i \in 1, 2, \dots, N_v \\
& \dot{x}^i = \sum_{\alpha \in \nu} w_\alpha^i f_\alpha^i(\mathbf{x}_\alpha)
\end{aligned} \tag{A.3}$$

avec  $\nu = \{1, 2, \dots, N_m\}$ ,  $\mathbf{x}_\alpha$  le vecteur des variables internes du modèle  $\alpha$ ,  $w_\alpha^i$  le poids de la variable numéro  $i$  pour le modèle  $\alpha$  et  $f_\alpha^i$  la fonction de calcul de  $\dot{x}_\alpha^i$  pour le modèle  $\alpha$ .

Le Super Modèle par pondération a été créé car si les variables sont synchronisées, le Super Modèle se rapproche d'une simple moyenne pondérée des états de chaque modèle (Wiegerinck et al., 2012). Le Super Modèle par pondération tel qu'il a été imaginé présente plusieurs avantages :

- le nombre de paramètres est inférieur à celui du Super Modèle par connexions. En effet, on passe du nombre donné par l'équation A.1 à :

$$N_c = N_v \cdot N_m \tag{A.4}$$

- la relation entre les états du modèle et les coefficients est linéaire ;
- les deux caractéristiques citées précédemment font que ce genre de Super Modèle est plus facile et plus rapide à caler ;
- cette structure de Super Modèle est aussi plus simple à intégrer.

Le principal inconvénient que la pondération engendre par rapport au Super Modèle par connexions est que cela laisse moins de liberté aux modèles individuels, ne leur permettant pas de réagir de manière dynamique aux variables échangées. S'il est décidé de s'y intéresser dans le futur, la mise en application du Super Modèle par pondération demandera donc une réflexion plus poussée. Nous avons choisi, dans le cadre de cette thèse, de coupler les modèles hydrologiques en utilisant le Super Modèle par connexions.

# Annexe B

## Implémentations et équations du modèle HYMOD

Cette annexe a pour but de décrire les équations utilisées pour l'implémentation de HYMOD que ce soit au pas de temps discret ou en représentation d'états.

### B.1 Implémentation discrète du modèle

Cette implémentation s'appuie sur la mise à jour séquentielle à chaque pas de temps des états du modèle. Le schéma structurel du modèle HYMOD est rappelé par la figure B.1.

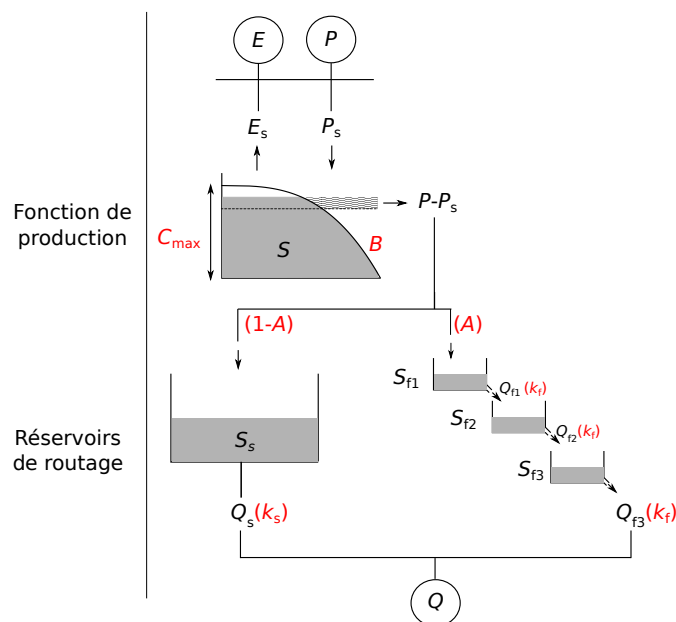


FIGURE B.1 – Schéma conceptuel du modèle HYMOD. Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge.

**Phase de production** La production de ruissellement se base sur la mise à jour du niveau  $S$  des réservoirs de production du bassin en calculant la pluie  $P_s$  qui les alimente puis l'évapotranspiration  $E_s$  qui les vide.

Dans un premier temps, la pluie  $P$  est ajoutée au réservoir. Pour calculer  $P_s$ , le niveau  $C_t$  des réservoirs qui ne sont pas encore remplis est tout d'abord calculé à partir de la quantité d'eau  $S$  dans le système (étant donné qu'un certain pourcentage des réservoirs une capacité inférieure à  $C_t$ ,  $S < C_t$ ) :

$$C_t = C_{\max} \left( 1 - \left( 1 - \frac{(B+1)S}{C_{\max}} \right)^{\frac{1}{B+1}} \right) \quad (\text{B.1})$$

Une fois le calcul de  $C_t$  effectué, deux possibilités apparaissent pour calculer la part de pluie  $P_s$  qui remplit le système (à l'aide des paramètres de production du modèle que sont  $B$  et  $C_{\max}$ ) :

— si  $C_t + P \leq C_{\max}$  :

$$P_s = \frac{C_{\max}}{B+1} \left( \left( 1 - \frac{C_t}{C_{\max}} \right)^{B+1} - \left( 1 - \frac{C_t + P}{C_{\max}} \right)^{B+1} \right) \quad (\text{B.2})$$

— si  $C_t + P > C_{\max}$  :

$$P_s = \frac{C_{\max}}{B+1} \left( 1 - \frac{C_t}{C_{\max}} \right)^{B+1} \quad (\text{B.3})$$

La quantité d'eau  $S$  dans les réservoirs de production est ensuite mise à jour :

$$S = S + P_s \quad (\text{B.4})$$

Dans un second temps, le flux  $E_s$  est calculé par l'équation :

— si  $C_t + P \leq C_{\max}$  :

$$E_s = E \left( 1 - \frac{C_{\max} - C_t - P}{C_{\max}} \right) \quad (\text{B.5})$$

— si  $C_t + P > C_{\max}$  :

$$E_s = E \quad (\text{B.6})$$

Au final, la quantité d'eau  $S$  est remise à jour :

$$S = S - E_s \quad (\text{B.7})$$

**Branche de routage lente** L'eau ruisselée ( $P_n - P_s$ ) est en partie transmise au réservoir linéaire de la branche de routage lente du modèle dont le niveau  $S_s$  est mis à jour :

$$S_s = S_s + (1 - A)(P_n - P_s) \quad (\text{B.8})$$

Ici,  $A$  est le paramètre de quantification de la séparation des écoulements. A partir de ce niveau, la vidange  $Q_s$  de ce réservoir est calculée :

$$Q_s = \min(k_s S_s, S_s) \quad (\text{B.9})$$

Ici  $k_s$  représente le coefficient de vidange du réservoir lent. Le niveau du réservoir, est mis à jour une deuxième fois :

$$S_s = S_s - Q_s \quad (\text{B.10})$$

**Branche de routage rapide** Le reste de l'eau ruisselée transite par la branche de routage rapide dont chaque réservoir fonctionne de la même manière que le réservoir lent. Le niveau  $S_{f1}$  du premier réservoir de la cascade de Nash est tout d'abord mis à jour :

$$S_{f1} = S_{f1} + A(P_n - P_s) \quad (\text{B.11})$$

Puis, la vidange  $Q_{f1}$  est calculée :

$$Q_{f1} = \min(k_f S_{f1}, S_{f1}) \quad (\text{B.12})$$

Ici  $k_f$  représente le coefficient de vidange des réservoirs rapides. Les niveaux de  $S_{f1}$  et  $S_{f2}$  sont mis à jour :

$$\begin{aligned} S_{f1} &= S_{f1} - Q_{f1} \\ S_{f2} &= S_{f2} + Q_{f1} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

La vidange  $Q_{f2}$  du second réservoir de la cascade de Nash est calculée :

$$Q_{f2} = \min(k_f S_{f2}, S_{f2}) \quad (\text{B.14})$$

Puis, les niveaux de  $S_{f2}$  et  $S_{f3}$  sont mis à jour :

$$\begin{aligned} S_{f2} &= S_{f2} - Q_{f2} \\ S_{f3} &= S_{f3} + Q_{f2} \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

La vidange  $Q_{f3}$  du dernier réservoir de la cascade de Nash est calculée :

$$Q_{f3} = \min(k_f S_{f3}, S_{f3}) \quad (\text{B.16})$$

Enfin, le niveau de ce dernier réservoir est mis à jour :

$$S_{f3} = S_{f3} - Q_{f3} \quad (\text{B.17})$$

**Calcul du débit à l'exutoire** Une fois ces valeurs calculées pour un pas de temps donné, le débit à l'exutoire est calculé par :

$$Q = Q_s + Q_{f3} \quad (\text{B.18})$$

## B.2 Représentation d'états du modèle

Comme évoqué dans la section 3.5, la mise en place de la représentation d'états a nécessité deux changements : l'utilisation d'une phase d'interception et la transformation de la fonction de production en un unique réservoir. La figure B.2 illustre la structure de cette nouvelle version du modèle.

**Phase d'interception** Les lames d'eau précipitées  $P$  et potentiellement évapotranspirées  $E$ , en mm, sont préalablement neutralisées lors de la phase d'interception :

$$\begin{aligned} P_n &= P - E & \text{et } E_n &= 0 & \text{si } P &\geq E \\ P_n &= 0 & \text{et } E_n &= E - P & \text{si } P < E \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

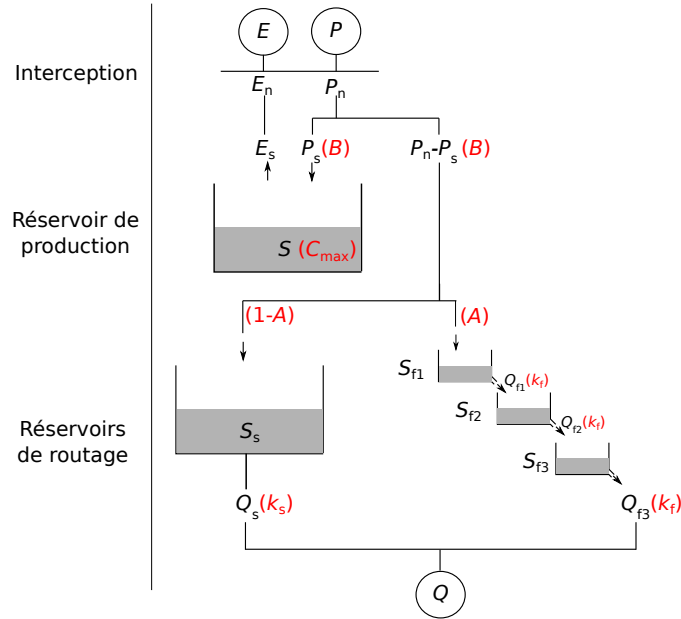


FIGURE B.2 – Schéma conceptuel du modèle HYMOD en représentation d'états ; Les paramètres libres du modèle sont notés en rouge.

**Réservoir de production** Une fois les lames d'eau entrantes neutralisées, elles influent sur le niveau  $S$  du réservoir de production. La variation temporelle de ce niveau est donnée par l'équation différentielle :

$$\frac{dS}{dt} = P_s - E_s \quad (\text{B.20})$$

$P_s$  se calcule de la manière suivante :

$$P_s = P_n \left( 1 - \left( 1 - \frac{(B+1)S}{C_{\max}} \right)^{\frac{2B+1}{B+1}} \right) \cdot T_h \quad (\text{B.21})$$

Le terme  $T_h$  a pour but d'éviter que le niveau  $S$  ne dépasse la capacité maximale du réservoir (cette capacité maximale est égale à  $\frac{C_{\max}}{B+1}$ ), il est inspiré des travaux de Kavetski et Kuczera (2007) et se calcule de la manière suivante :

$$T_h = \frac{1.01}{1.01 - S \frac{B+1}{C_{\max}}} \quad (\text{B.22})$$

$E_s$  se calcule de la manière suivante :

$$E_s = E_n S \frac{B+1}{C_{\max}} \quad (\text{B.23})$$

**Branche de routage lente** L'eau ruisselée ( $P_n - P_s$ ) est en partie transmise au réservoir linéaire de la branche de routage lente du modèle dont le niveau  $S_s$  évolue selon l'équation différentielle :

$$\frac{dS_s}{dt} = (1-A)(P_n - P_s) - Q_s \quad (\text{B.24})$$

$Q_s$ , la vidange du réservoir, est calculée par l'équation :

$$Q_s = k_s S_s \quad (\text{B.25})$$

**Branche de routage rapide** Le reste de l'eau ruisselée transite par la branche de routage rapide. Les équations qui régissent l'évolution des niveaux des trois réservoirs de sa cascade de Nash sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{dS_{f1}}{dt} &= A(P_n - P_s) - Q_{f1} \\ \frac{dS_{f2}}{dt} &= Q_{f1} - Q_{f2} \\ \frac{dS_{f3}}{dt} &= Q_{f2} - Q_{f3} \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

Dans ce système d'équations, les flux  $Q_{f1}$ ,  $Q_{f2}$  et  $Q_{f3}$  sont calculés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} Q_{f1} &= k_f S_{f1} \\ Q_{f2} &= k_f S_{f2} \\ Q_{f3} &= k_f S_{f3} \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

**Calcul du débit à l'exutoire** Comme pour le modèle discret, le flux sortant est la somme des vidanges du réservoir lent et du réservoir rapide numéro trois. Il s'agit toutefois ici d'un flux instantané qu'il faut intégrer sur le pas de temps.

$$Q = Q_s + Q_{f3} \quad (\text{B.28})$$

## B.3 Précisions sur l'implémentation

Pour finir, il est important de préciser quelques méthodes utilisées pour ce modèle qui n'ont pas été appliquées pour GR4J.

Premièrement, même si la méthode pas-à-pas a été utilisée pour caler les paramètres, pour éviter tout problème, les valeurs des paramètres  $k_f$  et  $k_s$  ont été liées durant le calage pour éviter que  $k_s$  ne devienne supérieur à  $k_f$ . Cela a permis d'éviter certains problèmes d'équifinalité entre les deux paramètres. Dans le même état d'esprit, le paramètre  $A$  a été limité pour ne pas être trop proche de zéro ou de un. En effet, cela aurait eu pour conséquence de rendre le débit insensible à  $k_s$  ou  $k_f$ .

Par ailleurs, conformément aux recommandations de Kim et al. (2018), les réservoirs de production ont été initialisés à leurs niveau maximum.

Enfin, les équations différentielles de la représentation d'états ont été intégrées numériquement en utilisant une méthode d'Euler implicite à pas de temps adaptatif comme pour GR4J.



## Annexe C

### Article : “Technical note: Pitfalls in using log-transformed flows within the KGE criterion”

L’analyse des limitations du KGE’ (et du KGE) lorsque le logarithme des débits est utilisé a donné lieu à l’écriture d’une note technique dans le journal *Hydrology and Earth System Sciences* (Santos et al., 2018c). En effet, si l’utilisation de cette transformation pour le calcul du KGE reste rare dans la littérature, elle a tout de même été utilisée dans plusieurs travaux antérieurs (Pechlivanidis et al., 2014 ; Seeger et Weiler, 2014 ; Beck et al., 2016 ; Quesada-Montano et al., 2018). La note technique a été intégrée telle quelle au manuscrit de thèse mais sa mise en forme a été adaptée. Les références de l’article ont été intégrées à celles du manuscrit.

#### C.1 Résumé en français

La transformation logarithmique des débits est très utilisée en hydrologie dans le but d’évaluer les performances des modèles sur les bas débits. Elle est notamment très utilisée pour limiter l’hétéroscédasticité des erreurs du modèle dans le calcul du critère de Nash-Sutcliffe (NSE, Nash et Sutcliffe, 1970). Cette note technique a pour but de montrer que, malgré son utilisation dans certains travaux publiés en hydrologie, cette transformation du débit n’est pas adaptée à l’utilisation des critères de KGE et KGE’ (Gupta et al., 2009 ; Kling et al., 2012). En effet, la transformation logarithmique déstabilise la valeur du critère car elle est susceptible de créer des moyennes de débits transformés simulés ou observés très proches de zero. Ces moyennes étant utilisées en tant que dénominateurs dans le calcul du KGE et du KGE’, elles entraînent des valeurs de critères très négatives pour de faibles différences effectives sur les débits. En plus de cela, cette transformation fait perdre l’indépendance du KGE et du KGE’ aux unités utilisées pour le débit. La note technique propose quelques alternatives possibles à cette transformation.

#### C.2 Abstract

Log-transformed discharge is often used to calculate performance criteria to better focus on low flows. This prior transformation limits the heteroscedasticity of model resi-



duals and was largely applied in criteria based on squared residuals, like Nash-Sutcliffe efficiency (NSE). In the recent years, NSE has been shown to have mathematical limitations and Kling-Gupta efficiency (KGE) was proposed as an alternative to provide more balance between the expected qualities of a model (namely representing the water balance, flow variability and correlation). As in the case of NSE, several authors used the KGE criterion (or its improved version KGE') with a prior logarithmic transformation on flows. However, we show that the use of this transformation is not adapted to the case of the KGE (or KGE') criterion and may lead to several numerical issues, potentially resulting in a biased evaluation of model performance. We present the theoretical underpinning aspects of these issues and concrete modelling examples, showing that KGE' computed on log-transformed flows should be avoided. Alternatives are discussed.

### C.3 Introduction

In the context of rainfall-runoff modelling, evaluating the quality of the models' outputs is essential. Deterministic simulations are commonly evaluated using efficiency criteria such as Nash-Sutcliffe efficiency (NSE, Nash et Sutcliffe, 1970). The choice of the criteria obviously depends on the modeller's objective. For example, one may wish to focus on the overall water balance evaluation, or more specifically on the simulation of different flow ranges, typically high, intermediate or low flows. For these different objectives, given that the model residuals are generally not homoscedastic and often depend on the flow magnitude, one common option to focus more closely on specific flow ranges is to apply various prior transformations on the simulated and observed discharge time series to distort the range of errors, which consequently changes the relative weight of different flow ranges in the criterion. This is commonly done within the NSE criterion, which has been one of the most popular criteria used in hydrological modelling in the past few decades. NSE is the distance to 1 of the ratio between the mean square error of the model and the variance of observed flows. Compared to the basic criterion computed on untransformed flows, a prior squared transformation on flows would put even more weight on high flows, a logarithmic or inverse transformation would put more weight on low flows while a square root transformation would have an intermediate effect (Krause et al., 2005 ; Oudin et al., 2006 ; De Vos et Rientjes, 2010 ; Pushpalatha et al., 2012).

However, the Nash-Sutcliffe criterion was shown to have limitations. Indeed, using a decomposition of NSE based on the correlation, bias and ratio of variances, Gupta et al. (2009) clearly demonstrated that discharge variability is not correctly taken into account for the evaluation. Therefore, Gupta et al. (2009) proposed a new criterion, Kling-Gupta efficiency (KGE), which was then improved into a modified criterion called KGE' (Kling et al., 2012). KGE combines the previous components of NSE (correlation, bias, ratio of variances or coefficients of variation) in a more balanced way. It corrects the underestimation of variability and provides direct assessment of four aspects of discharge time series, namely shape and timing, water balance and variability.

Given that this criterion tends to be sensitive to large errors, some users chose to apply prior transformations on flows before computing KGE, e.g. to put more weight on low flows, as done with NSE. For example, Pechlivanidis et al. (2014) applied the logarithmic transformation to use it as a benchmark for fitting a model on low flows.

Seeger et Weiler (2014) used it as an objective function. Beck et al. (2016) used the untransformed and log-transformed flows in NSE,  $R^2$  and KGE as an evaluation of different global models, and Quesada-Montano et al. (2018) also used it as an evaluation criterion of the HBV model outputs.

In this technical note we show that the use of a logarithmic transformation when computing KGE or KGE', applied in a similar way as with NSE, introduces numerical flaws and should be avoided. After reviewing the mathematical formulation of KGE', we expose the theoretical aspects explaining these flaws and illustrate them with modelling examples. Then we suggest alternatives to circumvent this issue. The tests will be carried out using KGE' but they are also valid for the initial KGE formulation.

## C.4 The KGE and KGE' formulations

The KGE and KGE' criteria (Gupta et al., 2009 ; Kling et al., 2012, respectively denoted  $E_{\text{KG}}$  and  $E'_{\text{KG}}$  in Eq. C.1 and Eq. C.2) are written as a linear transformation ( $f : x \mapsto 1 - x$ ) of the Euclidian distance to an ideal value (i.e. [1,1,1]) in a three dimensional space defined by three components of the modelling error :

$$E_{\text{KG}} = 1 - \sqrt{(r - 1)^2 + (\beta - 1)^2 + (\alpha - 1)^2} \quad (\text{C.1})$$

$$E'_{\text{KG}} = 1 - \sqrt{(r - 1)^2 + (\beta - 1)^2 + (\gamma - 1)^2} \quad (\text{C.2})$$

in which :

- $r$ , the Pearson correlation coefficient, evaluates the error on shape and timing between observed ( $Q_o$ ) and simulated ( $Q_s$ ) flows :

$$r = \frac{\text{cov}(Q_o, Q_s)}{\sigma_o^2 \sigma_s^2} \quad (\text{C.3})$$

where cov is the covariance between observation and simulation and  $\sigma$  is the standard deviation, with subscripts  $o$  and  $s$  standing for observed and simulated, respectively.

- $\beta$ , the bias term, evaluates the bias between observed and simulated flows :

$$\beta = \frac{\mu_s}{\mu_o} \quad (\text{C.4})$$

where  $\mu$  is the mean also with subscripts  $o$  and  $s$  standing for observed and simulated, respectively.

- $\alpha$ , the ratio between the simulated and observed standard deviations evaluates the flow variability error :

$$\alpha = \frac{\sigma_s}{\sigma_o} \quad (\text{C.5})$$

- $\gamma$ , the ratio between the simulated and observed coefficients of variation (CV) also evaluates the flow variability error. These coefficients of variation are used to avoid the impact of bias on the variability indicator (Kling et al., 2012) :

$$\gamma = \frac{\mu_o \sigma_s}{\sigma_o \mu_s} \quad (\text{C.6})$$

The KGE' values range between  $-\infty$  and 1, as for NSE, and it is positively oriented.

## C.5 Issues associated with the use of a prior logarithmic transformation

### C.5.1 Instability when the moments of log-transformed flows become close to zero

Because the three terms,  $\gamma$ ,  $\beta$  and  $r$  are ratios, they can become overly sensitive to the denominator values (here  $\mu_o$ ,  $\mu_s$ ,  $\sigma_o$  or  $\sigma_s$ ) if they become close to zero. In this case, a small absolute variation in the moments' values can negatively impact the related ratio and thus produce very negative KGE' values. It is generally unlikely to obtain values of  $\sigma_o$ ,  $\sigma_s$ ,  $\mu_s$ ,  $\mu_o$  so close to zero to produce numerical instability when using untransformed flows. However, when a prior logarithmic transformation is applied, the values of  $\mu_{\log,o}$  or  $\mu_{\log,s}$  (more rarely  $\sigma_{\log,o}$  or  $\sigma_{\log,s}$ ) computed on transformed values can become equal or close to zero (because  $\log(1) = 0$ ). The corresponding ratios  $r$ ,  $\beta$  or  $\gamma$  would therefore become very large, leading to strongly negative KGE' values. Thus a small relative difference can lead to very different conclusions. In this case, the score value does not adequately represent the qualities of the model simulation.

### C.5.2 Dependence on the flow unit chosen

KGE' and NSE criteria are dimensionless. This means that using discharge values expressed in litres per second or in cubic metres per second has no impact on the criteria values. It can be easily demonstrated that  $\gamma$ ,  $\beta$  and  $r$  remain identical when flow is expressed in any of these two units, since the division by 1000 necessary for the conversion is eliminated in the ratios. When using a prior logarithmic transformation, the NSE criterion is not affected because the squared differences of flows eliminates the multiplicative conversion coefficients in the mean square error (numerator) or in the variance (denominator). However, the KGE' calculation is altered through the  $\beta$  ratio. Using the example of the average observed flow calculation, the conversion from cubic metres per second to litres per second gives the following :

$$\mu_{\log,o}[l \cdot s^{-1}] = \log(1000) + \mu_{\log,o}[m^3 \cdot s^{-1}] \quad (C.7)$$

Consequently, because the conversion term becomes additive when applying the logarithmic transformation, the  $\beta$  ratio value is modified. Similarly, the  $\gamma$  ratio is also altered. Therefore, if the logarithmic transformation is used, the KGE' (and also the KGE) is no longer a dimensionless value. This can lead to interpretation problems.

### C.5.3 Dependence on the constant added to avoid the zero-flow issue

When using a logarithmic (or an inverse) transformation, the case of null flows, which may exist in case of intermittent or ephemeral streams, prevents proper calculation. To avoid this, different techniques may be set up in the case of NSE :

- discarding the zero-flow values from the series, i.e. considering them as gaps (see e.g. Nguyen et Dietrich, 2018). The drawback is that parts of the hydrographs become neglected, though they can bring important information on the processes at play.

- adding a small constant to all flow values (Pushpalatha et al., 2012), typically a fraction of average flow. This option is widely used and Pushpalatha et al. (2012) showed that the NSE value has limited sensitivity to this constant with a logarithmic transformation as long as it is small enough compared to flow values. These authors advise a constant equal to one-hundredth of the mean observed flows. But the dependence of KGE' on this constant has not been investigated so far.
- using a Box-Cox transformation to reproduce the effects of the logarithmic transformation without the zero-flow issue (Box et Cox, 1964 ; Hogue et al., 2000 ; Vázquez et al., 2008).

## C.6 Testing methodology

To illustrate these numerical issues and their potential impacts, several tests were made on a wide range of catchments, using the GR4J rainfall-runoff model (Perrin et al., 2003).

### C.6.1 Catchment set and data

A daily data set of 240 catchments across France (Fig. C.1), set up by Ficchi et al. (2016), was used. The climate data of the SAFRAN daily reanalysis (Vidal et al., 2010) were used as input data. Precipitation and temperature were spatially aggregated on each catchment since the GR4J model is lumped. Potential evapotranspiration was calculated using a temperature-based formula (Oudin et al., 2005). Full details on this data set are available in Ficchi et al. (2016). Observed flows were retrieved for each catchment outlet from the *Banque HYDRO* (<http://www.hydro.eaufrance.fr/>, Leleu et al., 2014). The availability of data covers the 2005-2013 period. The catchments were selected to have less than 10% of precipitation falling as snow, to avoid requiring a snow model.

### C.6.2 Model and calibration

The tests were performed with the daily lumped conceptual GR4J model (Perrin et al., 2003). The four parameters of the model are calibrated using the local search optimization algorithm used in Coron et al. (2017). The available records are split into a calibration (from July 2005 to June 2009) and a validation (from July 2009 to July 2013) period following a standard split-sample test procedure (Klemeš, 1986). The calibration procedure was run using the KGE' on untransformed flows as an objective function. The performance of the model is then evaluated during the validation period using KGE' on untransformed and log-transformed flows. The performance is also calculated using different transformations that can substitute the logarithmic transformation, namely the square-rooted flows, the inverted flows and the Box-Cox transformed flows. The NSE criterion is also calculated on log-transformed flows to be compared to KGE' using the same transformation. The zero flows were treated following the conclusions of Pushpalatha et al. (2012), i.e. by adding to flows a constant equal to one-hundredth of the mean observed flows. The parameter of the Box-Cox transformation is fixed at

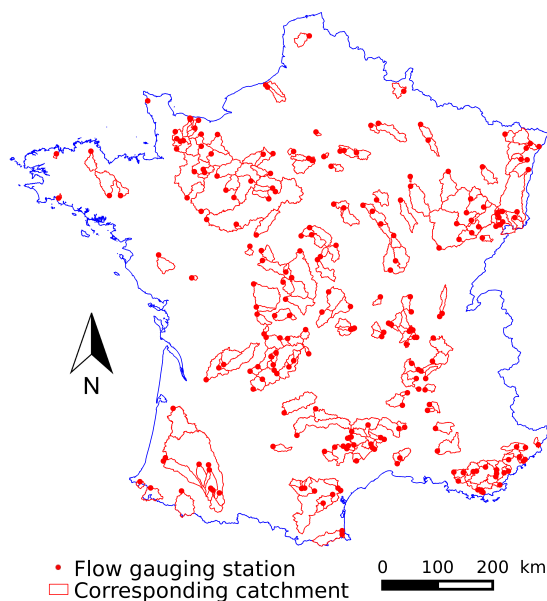


FIGURE C.1 – Location of the 240 flow gauging stations in France used for the tests and their associated catchments. D’après Santos et al. (2018c).

the value of 0.25, as Vázquez et al. (2008) argue that it is an usual value in hydrological studies.

## C.7 Results

### C.7.1 Instability when the moments of log-transformed flows become close to zero

Figure C.2 (a) and (b) analyses the stability of the  $KGE'$  values with log-transformed flows obtained in the validation period. The  $KGE'$  values were plotted against the mean of the log-transformed observed (a) and simulated (b) flows. When any of these means tends to be close to zero, the  $KGE'$  criterion exhibits unusually low values. This plot illustrates the problem identified in section C.5.1. These very negative values may alter model evaluation. When working on a large set of catchments, they may also bias the calculation of the mean performance over the catchment set, by heavily weighting these outlier values. Figure C.2 (c) and (d) shows that the catchments with negative  $KGE'$  values in Fig. C.2 (a) and (b) do not seem to exhibit any specific behaviour when evaluated with the  $KGE'$  values on untransformed flows : the criterion values are not lower in these catchments than in other catchments. Furthermore, this result can be completed by making the same plot for other transformations giving more weight on low flows. Figure C.3 shows that square rooted (Fig. C.3 (a) and (b)) and inverse (Fig. C.3 (c) and (d)) transformations do not encounter the same problems as with the logarithm for catchments that have an average log-transformed flow around zero.

The  $KGE'$  on log-transformed flows can also be compared to the NSE using the same transformation. Figure C.4 shows that, when  $KGE'$  is significantly lower than NSE, the average of log-transformed flows (observed or simulated) is around zero (red dots in the figure). This tends to confirm that the strongly negative  $KGE'$  values stem

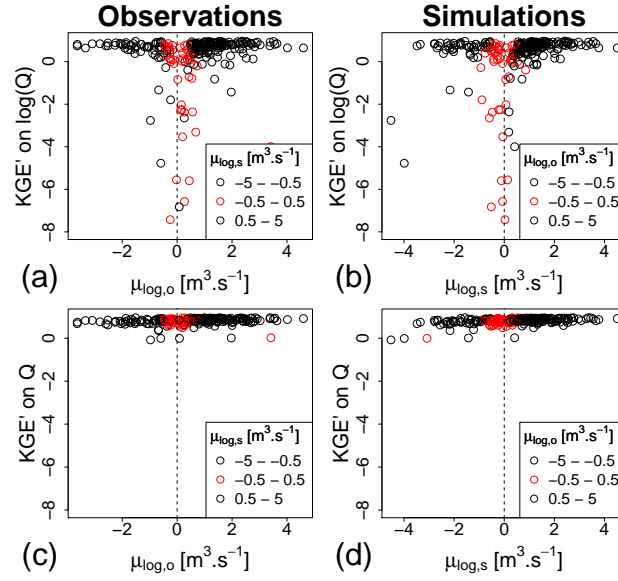


FIGURE C.2 – Values of KGE' on log-transformed flows ((a) and (b)) versus the mean of the log-transformed observed and simulated flows compared. As a benchmark, the same plots are drawn with untransformed flows ((c) and (d)). Each dot represents the performance obtained in validation for one catchment after calibration with the KGE' on untransformed flows as an objective function. In plots (a) and (c), the axis values represent the observed log-transformed flow averages and the color represents the simulated ones while in plots (b) and (d) it is the opposite. D'après Santos et al. (2018c).

more from a numerical issue than an actual problem in simulated values because the NSE values in these catchments remain positive or around zero.

In this technical note, the impact of a near-zero standard deviation of log-transformed flows is not presented because it is rarer than near-zero mean values. The standard deviations of flows on the catchments studied are indeed all significantly higher than zero.

### C.7.2 Dependence on the flow unit chosen

The dependence of KGE' on log-transformed flows on the chosen flow units can easily be shown by plotting the KGE' on log-transformed flows in cubic metres per second versus the KGE' on log-transformed flows in litres per second. Figure C.5 (b) shows that, for the catchments tested, the values of KGE' on log-transformed flows clearly depend on the flow unit used. A more optimistic evaluation of model performance will generally be obtained with the flows in  $l \cdot s^{-1}$ . As a comparison, Fig. C.5 (a) shows that the KGE' with untransformed flows is not affected by the flow unit change. This dimension dependence makes the KGE' values based on log-transformed flows very difficult to interpret.

The higher model performance when using  $l \cdot s^{-1}$  than when using  $m^3 \cdot s^{-1}$  can be explained analytically. Considering Eq. C.7, the formula of the bias ratio in  $l \cdot s^{-1}$  regarding the averages in  $m^3 \cdot s^{-1}$  is :

$$\beta_{\log}[l \cdot s^{-1}] = \frac{\log(1000) + \mu_{\log,s}[m^3 \cdot s^{-1}]}{\log(1000) + \mu_{\log,o}[m^3 \cdot s^{-1}]} \quad (C.8)$$

Because  $\log(1000)$  is not negligible compared to the averages, adding this constant term would artificially improve  $\beta$  and, by extension, the KGE' value. The  $\gamma$  ratio is also

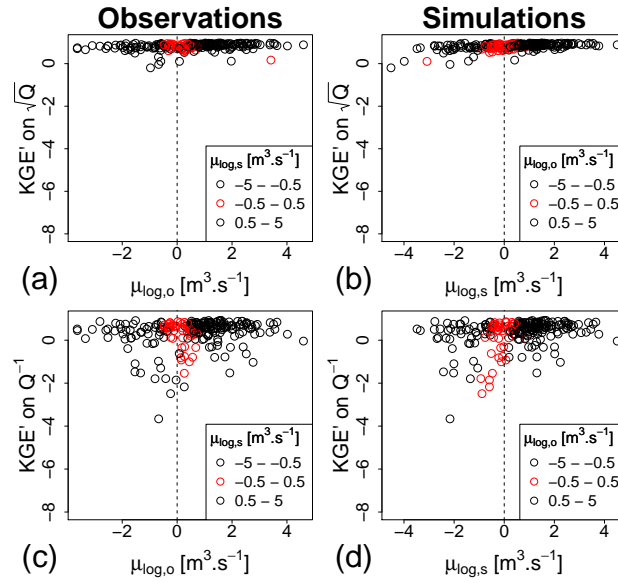


FIGURE C.3 – Values of  $KGE'$  on square root ((a) and (b)) and inverse ((c) and (d)) transformed flows versus the mean of the log-transformed observed and simulated flows. Each dot represents the performance obtained in validation for one catchment after calibration with the  $KGE'$  on untransformed flows as an objective function. In plots (a) and (c), the axis values represent the observed log-transformed flow averages and the color represents the simulated ones while in plots (b) and (d) it is the opposite. D'après Santos et al. (2018c).

affected and, due to the interactions between the standard deviation and the averages, modify differently the  $KGE'$  value.

### C.7.3 Dependence on the value added to avoid the zero-flow issue

Pushpalatha et al. (2012) showed that the sensitivity of the NSE criterion on log-transformed flows to the small added constant declines when this constant decreases (from one-tenth to one-hundredth of the mean observed flow) and becomes limited for very small values (see Fig. 9 in Pushpalatha et al., 2012). We performed the same test with the  $KGE'$  criterion and we obtained a very different result (Fig. C.6). The impact on performance is erratic for different values added to flows and does not show any trend. This may be due to the numerical issues shown in Sec. C.7.1. For these reasons, the impact of added values can be major and may alter the model evaluation.

### C.7.4 The case of the Box-Cox transformation

As presented in Sect. C.5.3, instead of adding a small value to flows, a Box-Cox transformation can be applied to flows to mimic the logarithm transformation without the zero-flow problem. However, even though it removes the dependence of the  $KGE'$  value to the value added to avoid zero flows, the other issues presented in the previous sections exist as for the logarithm. For catchments in which the log-transformed flows' average is close to zero, the Box-Cox transformed flows exhibit the same behaviour as with the logarithm (Fig. C.7). This result is logical because the Box-Cox transformation of 1 is equal to 0, as for the logarithmic transformation.

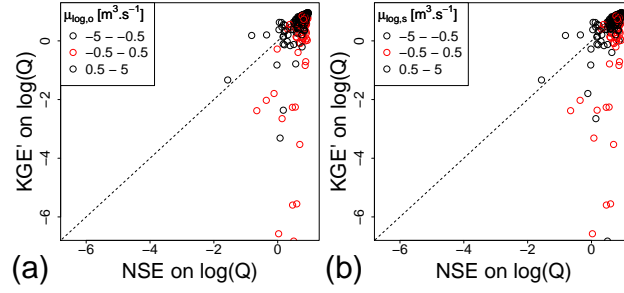


FIGURE C.4 – Comparison between KGE' and NSE values on the validation period using a calibration with KGE' on untransformed flows as an objective function. The red dots represent the catchments where the average of log-transformed observed (a) or simulated (b) flows is around 0. D'après Santos et al. (2018c).

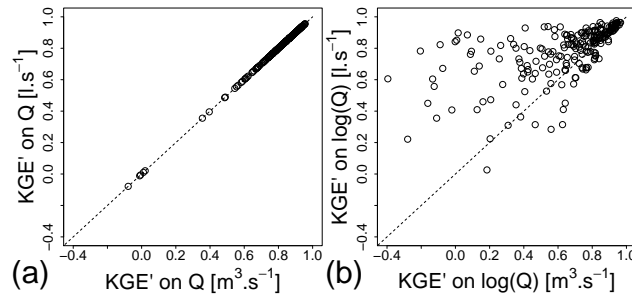


FIGURE C.5 – Dependence on flow units of the KGE' using untransformed flows (a) and log-transformed flows (b) on the 240 catchments. The parameters used for simulation evaluation were obtained by calibrating GR4J using KGE' on untransformed flows. D'après Santos et al. (2018c).

The Box-Cox transformation is also dependent on the units (Fig. C.8 (a)). However, for this last issue, a slight modification of the Box-Cox formula allows one to address this problem. The classical Box-Cox transformation can be written as :

$$f_{BC}(Q) = \frac{Q^\lambda - 1}{\lambda} \quad (C.9)$$

in which  $\lambda$  is an exponent to be chosen by the user,  $Q$  is the flow value for any unit and  $f_{BC}$  is the Box-Cox function.

Using this equation, the KGE' on transformed flows will be unit-dependent because of the additive term 1 in the numerator. To avoid this, we can slightly modify the formula, by replacing the term 1 by a constant with a unit dependence (here we propose the hundredth of the mean flow) and by putting it to the power  $\lambda$  :

$$f'_{BC}(Q) = \frac{Q^\lambda - (0.01\mu_o)^\lambda}{\lambda} \quad (C.10)$$

Using Eq. C.10, the KGE' criterion remains dimensionless using the Box-Cox transformation (Fig. C.8 (b)).

Furthermore, because the zero of the modified Box-Cox function is not 1 any more, this transformation would reduce the issue of strongly negative values when  $\mu_{\log,o}$  or  $\mu_{\log,s}$  are around zero. However, there still is an issue if the average of simulated flows is around the zero of the modified Box-Cox function (i.e. if  $\mu_s = (0.01\mu_o)^\lambda$ , Fig. C.9). This instability occurs more rarely than for the logarithm transformation but can be more frequent if bigger percentage of the average of observed flow or different  $\lambda$  value



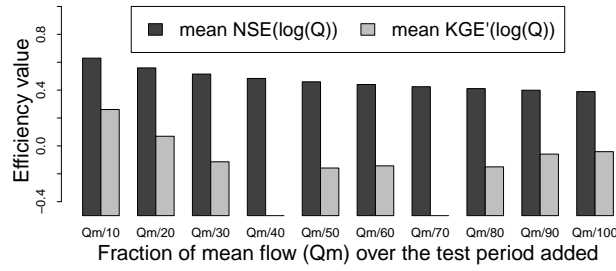


FIGURE C.6 – Sensitivity of NSE and KGE' to the fraction of average flows that is added to flows to avoid zero flows in the logarithmic transformation for 240 catchments over the validation period. This graph is inspired by Fig. 9 in Pushpalatha et al. (2012). D'après Santos et al. (2018c).

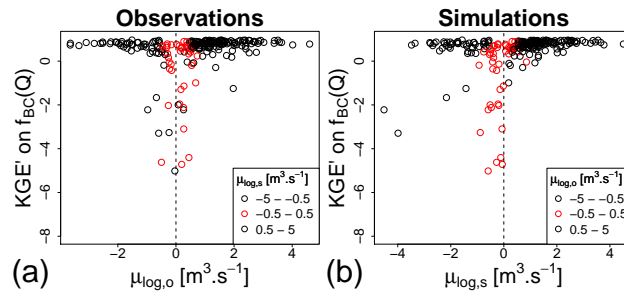


FIGURE C.7 – Values of KGE' on Box-Cox transformed flows versus the mean of the log-transformed observed (a) and simulated (b) flows. Each dot represents the performance obtained in validation for one catchment after calibration with the KGE' on untransformed flows as an objective function. In plot (a), the axis values represent the observed log-transformed flow averages and the color represents the simulated ones while in plot (b) it is the opposite. D'après Santos et al. (2018c).

are used. Because this instability is due to  $\mu_s$  (which is only in the denominator of the  $\gamma$  ratio in Eq. C.6), it will only affect the KGE'. The KGE is not affected because an  $\alpha$  ratio is used instead of the  $\gamma$  ratio (Eq. C.1 and C.5).

The modified Box-Cox transformation (Eq. C.10) allows to avoid unit dependence and to reduce the instability issues due to the values of average flows (especially when using the KGE). The behaviour of this modified transformation also remains similar to the one of the initial Box-Cox transformation except when  $\mu_{\log,o}$  or  $\mu_{\log,s}$  are around zero (Fig. C.10).

## C.8 Summary

### C.8.1 Log transformation should not be used in the KGE or KGE' criterion

Given the previous results, we can argue that using log-transformed flows to calculate the KGE or the KGE' criterion can lead to difficulties in the interpretation of criterion values. The criterion does not remain dimensionless like NSE with a prior logarithmic transformation. It also becomes overly sensitive when the log-transformed flows' average becomes close to zero, yielding potentially very negative values, or when a small constant is added to flows prior to logarithmic transformation to cope with zero flows. Because of all these issues, logarithmic transformation should be avoided when using KGE'.

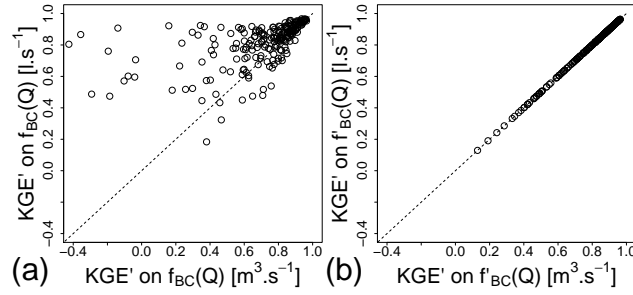


FIGURE C.8 – Dependence on flow units of the KGE' using Box-Cox transformed flows without adaptation ((a), Eq. C.9) and with adaptation ((b), Eq. C.10) on the 240 catchments. The parameters used for simulation evaluation were obtained by calibrating GR4J using KGE' on untransformed flows. D'après Santos et al. (2018c).

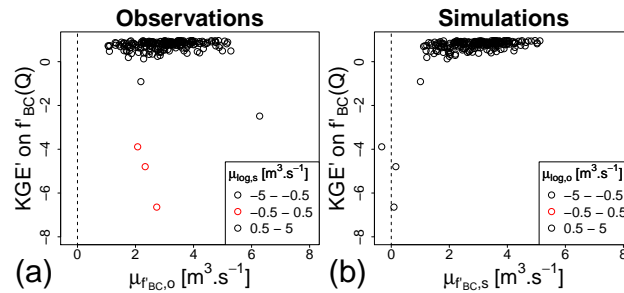


FIGURE C.9 – Values of KGE' on modified Box-Cox transformed flows (Eq. C.10) versus the mean of this transformed observed (a) and simulated (b) flows. Each dot represents the performance obtained in validation for one catchment after calibration with the KGE' on untransformed flows as an objective function. In plot (a), the axis values represent the observed transformed flow averages and the color represents the simulated ones while in plot (b) it is the opposite. D'après Santos et al. (2018c).

## C.8.2 Alternatives

Instead of KGE' on log-transformed flows, several transformations can be used to calculate KGE'. The pros and cons for several transformations are summarised in Table C.1. The Reciprocal of Root (RoR) is an example of a transformation used in the literature that is not tested in the article but leads to increase the weight of low flows (Chapman, 1964 ; Ishihara et Takagi, 1965 ; Ding, 1966). As stated in Ding (2018b), it can be parametrised with the value of the power in the root ( $Q^{-\frac{1}{N}}$ ). Depending on the value of  $N$ , there will be more or less weight on low flows (Ding, 2018a). The higher  $N$  is, the less the weight on low flows is. This  $N$  value can also be determined with the recession curves of observed flows. Regarding this table, the modified Box-Cox transformation (Eq. C.10) seems to be the best solution but it still faces instabilities for some flow average values (for the KGE'). Thus, there is no ideal solution to avoid all problems. Modellers have to make a choice depending on their specific applications. According to the intensity of low flow weight increase that is needed, the choice of transformation has to be adapted. Garcia et al. (2016), for example, recommend averaging two KGE' criteria computed on untransformed and inverted flows, into a composite criterion.

Note that many studies use NSE on log-transformed flows (see for example Lyon et al., 2017 ; Nguyen et Dietrich, 2018). Fortunately, the mathematical formulation of NSE avoids all the problematic aspects identified for KGE with the logarithmic transformation. However, this may not be a sufficient argument to continue to use

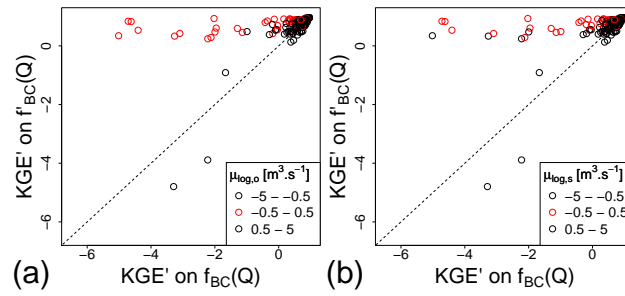


FIGURE C.10 – Comparison between KGE' values on Box-Cox and modified Box-Cox transformed flows on the validation period using a calibration with KGE' on untransformed flows as an objective function. The red dots represent the catchments where the average of log-transformed observed (a) or simulated (b) flows is around 0. D'après Santos et al. (2018c).

TABLEAU C.1 – Pros (+) and cons (-) of different flow transformations to improve consideration of low flows in KGE'. In the second column, the number of (+) represents the intensity of low flow weight increase. There are parentheses around the last + for inverted root and Box-Cox transformations because the low flow weight depends on parameters. D'après Santos et al. (2018c).

Flow transformation	Increase low flow weight	No issue with zero flows	Dimensionless	No issue when flows average around 1
Square root	+	+	+	+
Inverse	+++	-	+	+
Reciprocal of root	++(+)	-	+	+
Logarithm	++	-	-	-
Box-Cox	+(+)	+	+ (if using Eq. C.10)	+ (if using Eq. C.10)

NSE given the issues presented by Gupta et al. (2009) and Schaeffli et Gupta (2007) :

- the underestimation of variability,
- the low weight of water balance errors for catchments with highly variable flows,
- the poor benchmark represented by the mean flows for catchments with highly variable flows.

### C.8.3 Final remarks

Two additional remarks should be taken into account on this topic. First, as noted by H. Kling in a personal communication, prior transformations on flows in KGE (or in NSE) lead to a misinterpretation in the estimation of the water balance. The other components of the KGE also lose their initial physical meaning. KGE on transformed flows can give more information on low flows, but the physical interpretation of the criterion is not as simple as in the case of untransformed flows.

Secondly, even if it did not occur in our experiment, the issue described in this technical note may lead to problems during the calibration process. Indeed, it can create a strongly negative zone in the objective function hyperspace, which may negatively impact the performance of local calibration algorithms.

# Annexe D

## Tests de résolution numérique

Les équations différentielles utilisées durant cette thèse sont impossibles à résoudre de manière analytique. Dans le cas du modèle GR4J tel que décrite par Perrin et al. (2003), les équations sont résolues par une méthode appelée *operator-splitting*. Cette méthode consiste à traiter les différents flux qui composent l'équation différentielle séquentiellement de manière à pouvoir résoudre analytiquement chaque partie de l'équation. L'utilisation de l'*operator-splitting* pour résoudre les équations de GR4J est justifiée par le fait qu'il n'est pas plus faux de considérer les données d'entrée comme des "Dirac" (impulsions instantanées au début du pas de temps) que comme des entrées continues au sein du pas de temps. Les équations du modèle HYMOD de Boyle (2001) sont classiquement résolues par une méthode d'intégration numérique très basique qui est la méthode d'Euler explicite. Du fait de la simplicité du modèle, cette méthode (réputée instable selon Clark et Kavetski, 2010) a été considérée comme suffisante. Les analyses suivantes démontrent que cela n'est pas forcément le cas.

Dans le cadre du Super Modèle, la méthode d'*operator-splitting* n'est pas adaptée car le couplage nécessite une résolution concomitante des modèles hydrologiques. Elle crée aussi des erreurs lors de la résolution de la cascade de Nash. Des tests ont donc été effectués pour choisir une méthode de résolution assez robuste pour être appliquée au Super Modèle sans créer d'erreur numérique trop importante. Ces tests se sont concentrés sur les méthodes d'Euler même si des méthodes plus évoluées comme les méthodes de Runge-Kutta ont été évaluées par ailleurs durant la thèse sans être retenues.

### D.1 Méthodes numériques testées : les méthodes d'Euler

Les méthodes de résolution d'Euler sont des méthodes simples pour résoudre par approximation numérique et sur un intervalle donné, une équation différentielle du type :

$$\frac{du}{dx} = f(x, u(x)) \quad (\text{D.1})$$

Ce sont des méthodes basées sur l'approximation de la fonction  $u$  par sa tangente en un point. Ce point est choisi comme étant une des limites de l'intervalle d'étude. Par exemple, sur un intervalle  $[a, b]$ , l'approximation de la fonction  $u$  définie par l'équation différentielle D.1 donnerait :

$$u(b) = u(a) + (b - a) [\alpha f(a, u(a)) + (1 - \alpha) f(b, u(b))] \quad (\text{D.2})$$

Prenons par exemple,  $\frac{du}{dx} = u(x)^2$  sur l'intervalle  $[1, 2]$ . La fonction  $u(x) = -\frac{1}{x}$  est solution de cette équation différentielle. Nous prendrons donc  $f(u) = u^2$  et  $u(x) = -\frac{1}{x}$  pour illustrer ces méthodes.

### D.1.1 Méthode d'Euler explicite

La méthode d'Euler explicite est représentée par l'équation D.2 lorsque  $\alpha = 1$ . Il s'agit d'approximer la valeur de la fonction  $u$  en  $b$  par la valeur en  $b$  de la tangente en  $a$  de  $u$ . Plus simplement, l'approximation de  $u(b)$  est la valeur pour  $x = b$  de la droite d'équation :

$$y = f(u(a))x + [u(a) - af(u(a))] \quad (\text{D.3})$$

Si l'on prend l'exemple de  $u(x) = -\frac{1}{x}$  entre 1 et 2, l'approximation d'Euler explicite donne :

$$u_a(2) = 2f(u(1)) + u(1) - f(u(1)) \quad (\text{D.4})$$

Le calcul donne  $u_a(2) = 2 \cdot 1 - 1 - 1 = 0$  alors que la vraie valeur est  $u(2) = -\frac{1}{2} = -0.5$  (figure D.1)

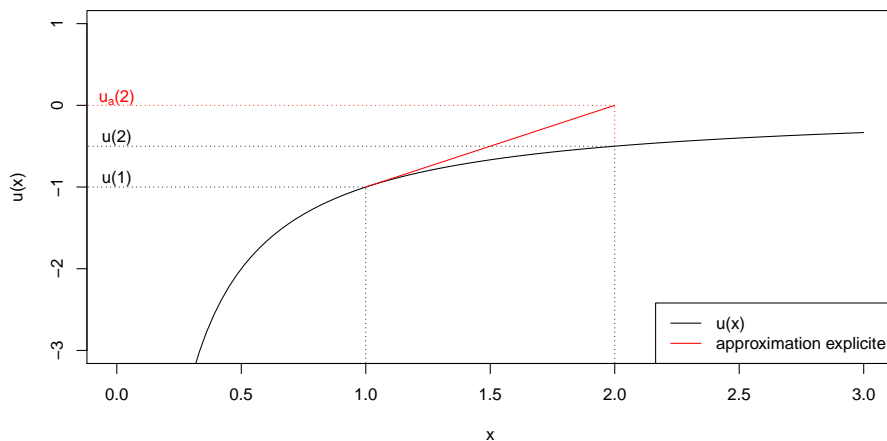


FIGURE D.1 – Exemple d'utilisation de la méthode d'Euler explicite pour estimer  $u(2)$  par rapport à  $u(1)$  avec  $u(x) = -\frac{1}{x}$ .

Cette méthode est très utile car très simple. En effet, connaissant  $u(1)$  et  $f(u(1))$  (par exemple, l'état du modèle au début du pas de temps), il est possible d'approximer  $u(2)$  sans autre connaissance. Cependant, comme cela peut être pressenti en consultant la figure D.1, sur des fonctions fortement non linéaires, cette méthode engendre des erreurs importantes.

### D.1.2 Méthode d'Euler implicite

La méthode d'Euler implicite est, elle, représentée par l'équation D.2 lorsque  $\alpha = 0$ . Il s'agit alors d'approximer la valeur de la fonction  $u$  en  $b$  par la valeur de la tangente de  $u$  en  $b$  partant de  $a$ . Plus simplement, l'approximation de  $u(b)$  est la valeur pour  $x = b$  de la droite d'équation :

$$y = f(u(b))x + [u(a) - af(u(b))] \quad (\text{D.5})$$

Si l'on prend l'exemple de  $u(x) = -\frac{1}{x}$  entre 1 et 2, l'approximation d'Euler implicite donne donc :

$$u_a(2) = 2f(u(2)) + u(1) - f(u(2)) \quad (\text{D.6})$$

Pour cet exemple, admettons que  $f(u(2))$  soit connu sans que  $u(2)$  ne le soit. On obtient  $u_a(2) = 2 \cdot 0.25 - 1 - 0.25 = -0.75$ . Comparé à la vraie valeur  $u(2) = -0.5$ , l'approximation de la méthode implicite sous-estime le résultat (figure D.2).

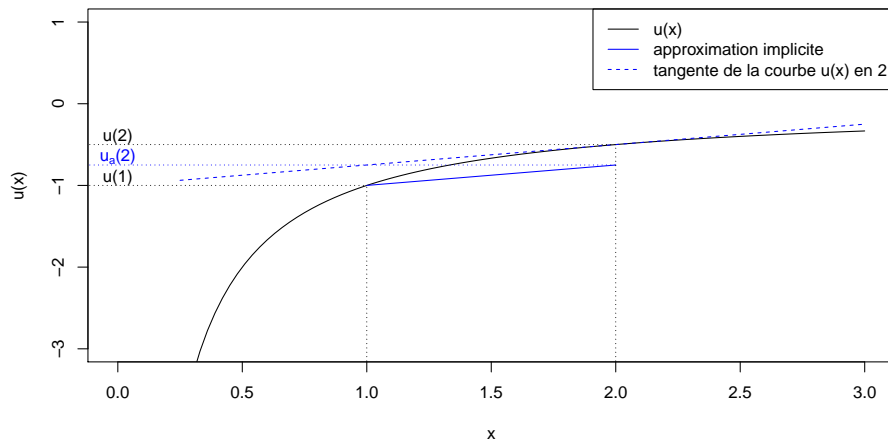


FIGURE D.2 – Exemple d'utilisation de la méthode d'Euler implicite pour estimer  $u(2)$  par rapport à  $u(1)$  avec  $u(x) = -\frac{1}{x}$ .

Comparée à la méthode explicite, cette méthode est réputée plus stable, c'est-à-dire que le risque d'avoir une erreur importante est moins élevé que pour la méthode explicite. Cependant, cette méthode suppose la connaissance de la dérivée de la solution recherchée (ce qui est rarement le cas car la solution recherchée n'est naturellement pas connue). En général, seuls  $u(a)$  (condition initiale) et  $f$  (équation différentielle) sont connus. Pour pallier cela, l'utilisation d'un solveur est nécessaire pour résoudre l'équation que la méthode implicite engendre. Durant cette thèse, le solveur utilisé est la méthode de Newton-Raphson que je vais présenter plus loin.

### D.1.3 Méthode des trapèzes

La méthode des trapèzes est un mélange entre les deux précédentes. Elle est représentée par l'équation D.2 lorsque  $\alpha = 0.5$ . Ainsi, l'approximation de  $u(b)$  par la méthode des trapèzes représente les moyennes des approximations de  $u(b)$  par les méthodes explicite et implicite. Ainsi, l'approximation de  $u(b)$  est la valeur pour  $x = b$  de la droite d'équation :

$$y = 0.5 [f(u(a)) + f(u(b))] x + \{u(a) - 0.5a [f(u(a)) + f(u(b))]\} \quad (\text{D.7})$$

Soit, dans notre exemple :

$$u_a(2) = f(u(1)) + f(u(2)) + u(1) - 0.5f(u(2)) - 0.5f(u(1)) \quad (\text{D.8})$$

Là encore, admettons que  $f(u(2))$  soit connu sans que  $u(2)$  ne le soit. On obtient  $u_a(2) = 0.25 + 1 - 1 - 0.5 \cdot 0.25 - 0.5 \cdot 1 = -0.375$ . Comparé à la vraie valeur  $u(2) = -0.5$ , l'approximation de la méthode des trapèzes surestime le résultat (figure D.3).

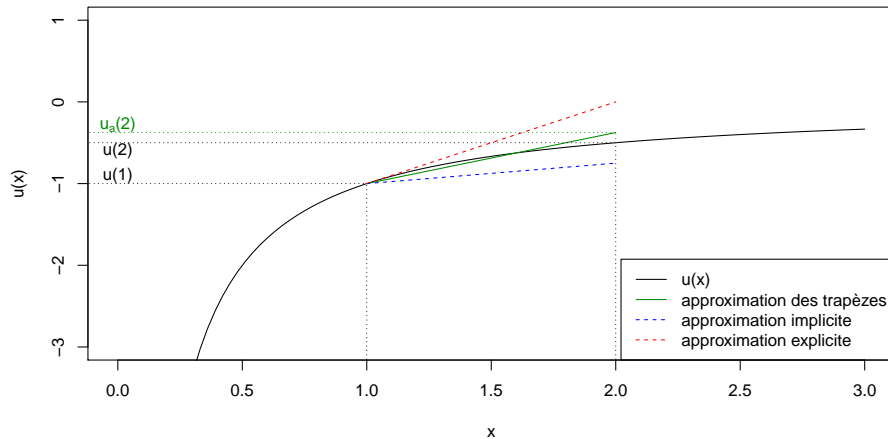


FIGURE D.3 – Exemple d'utilisation de la méthode des trapèzes pour estimer  $u(2)$  par rapport à  $u(1)$  avec  $u(x) = -\frac{1}{x}$ .

Dans certains cas, comme dans l'exemple utilisé, cette méthode peut être intéressante. En effet, si la dérivée est variable et monotone sur l'intervalle d'étude, l'une des approximations (Euler explicite ou implicite) surestimer la réponse alors que l'autre la sous-estimer. L'approximation des trapèzes peut alors représenter un bon compromis. Cependant, si l'une de ces méthodes entraîne une erreur importante, la méthode des trapèzes peut être influencée par cette erreur. De plus, l'utilisation d'un solveur reste nécessaire.

## D.2 Outils d'implémentation des méthodes

### D.2.1 Solveur de Newton-Raphson

Comme évoqué précédemment, lorsque la méthode implicite ou la méthode des trapèzes est utilisée, l'utilisation d'un solveur est nécessaire. La méthode de résolution choisie pour cette thèse est la méthode de Newton-Raphson. C'est une méthode qui permet de trouver le zéro d'une fonction par itérations successives. Le principe est semblable à celui des méthodes d'Euler, il s'agit de se rapprocher petit à petit de la solution en calculant les tangentes de la fonction en différents points qui sont censés être de plus en plus proches de la solution (figure D.4).

Si l'on admet avoir une valeur de départ notée  $x_0$ , il est possible d'approximer une fonction  $g$  par sa tangente en  $x_0$  qui a pour équation :

$$y = g'(x_0)x + g(x_0) - g'(x_0)x_0 \quad (\text{D.9})$$

Le but est de trouver le  $x_s$  tel que  $g(x_s) = 0$ . Une première approximation de ce  $x_s$  peut donc être  $x_1$  tel que le  $y$  de l'équation D.9 est égal à 0. On déduit donc :

$$x_1 = x_0 - \frac{g(x_0)}{g'(x_0)} \quad (\text{D.10})$$

Le principe de la méthode de Newton-Raphson est de répéter l'opération en partant de la nouvelle approximation et de procéder ainsi de manière itérative jusqu'à ce que

l'approximation soit considérée comme étant correcte. Une suite est donc construite telle que :

$$x_{k+1} = x_k - \frac{g(x_k)}{g'(x_k)} \tag{D.11}$$

La solution  $x_s$  est le point de convergence de la suite D.11. Il est possible de définir plusieurs critères d'arrêts permettant d'interrompre le processus itératif en considérant que la solution est acceptable :

- soit la valeur absolue de la fonction est proche de 0 :

$$|f(x_k)| < \epsilon \tag{D.12}$$

- soit la différence entre les résultats d'itérations successives est très faible :

$$|x_k - x_{k-1}| < \epsilon \tag{D.13}$$

Pour illustrer cela, prenons par exemple la fonction  $g(x) = x^2 - 2$ . Cette fonction admet deux zéros en  $\sqrt{2}$  et  $-\sqrt{2}$ . Si maintenant on admet ne pas connaître ces solutions, il est possible d'utiliser la méthode de Newton-Raphson pour retrouver l'une d'entre elles. Dans cet exemple, nous prendrons comme point de départ  $x_0 = 8$ .

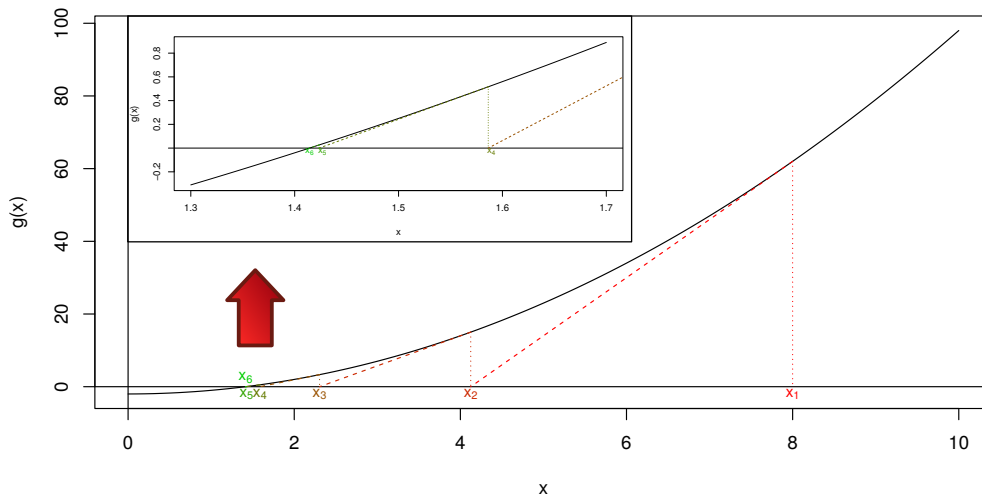


FIGURE D.4 – Exemple d'utilisation de la méthode de Newton-Raphson pour trouver le 0 de la fonction  $g(x) = x^2 - 2$ .

Cette méthode, si elle est efficace dans beaucoup de cas, peut néanmoins être soumise à différents problèmes. Pour commencer, si la dérivée en un point est nulle (tangente horizontale), la suite ne peut converger. Il est alors impossible de trouver une solution approchée. Par ailleurs, lorsque la fonction possède plusieurs zéros, la méthode ne donne que l'une des solutions et il est très difficile de savoir vers laquelle elle va converger sans connaître précisément les variations de la dérivée de la fonction étudiée.

Dans le cas présent, la méthode de Newton-Raphson est utilisée pour trouver l'approximation donnée par les méthodes implicites et des trapèzes. Par exemple, lorsque l'on utilise la méthode d'Euler implicite pour estimer la fonction  $u$  (équation D.1) en  $b$  connaissant  $u(a)$ , le but est de déterminer  $u_a(b)$  (une approximation de  $u(b)$ ) telle que :

$$u_a(b) - bf(u_a(b)) - u(a) + af(u_a(b)) = 0 \tag{D.14}$$



Ceci revient à utiliser la méthode de Newton-Raphson pour trouver le zéro de la fonction  $g$  telle que :

$$g(x) = x - bf(x) - u(a) + af(x) \quad (\text{D.15})$$

## D.2.2 Importance du pas

Les exemples précédents ont illustré l'utilisation des méthodes d'Euler sur un pas unique, égal à l'intervalle d'étude. Cependant, dans le cas de la modélisation pluie-débit, le nombre de pas pris en compte (les pas de temps) est important. Dans ce cas, il faut bien comprendre que l'erreur risque de s'accumuler. En effet, à chaque nouveau pas de temps, le point de départ est erroné et cela risque de s'ajouter à l'erreur due à l'approximation sur ce pas de temps.

Par ailleurs, la valeur du pas revêt beaucoup d'importance dans l'utilisation de ces méthodes. En effet, plus la valeur du pas est faible, plus l'approximation sera bonne.

Pour illustrer cela, reprenons l'exemple précédent en utilisant la méthode explicite (figure D.1) sur 5 pas d'une valeur de 0.2 plutôt qu'un pas d'une valeur de 1 (figure D.5).

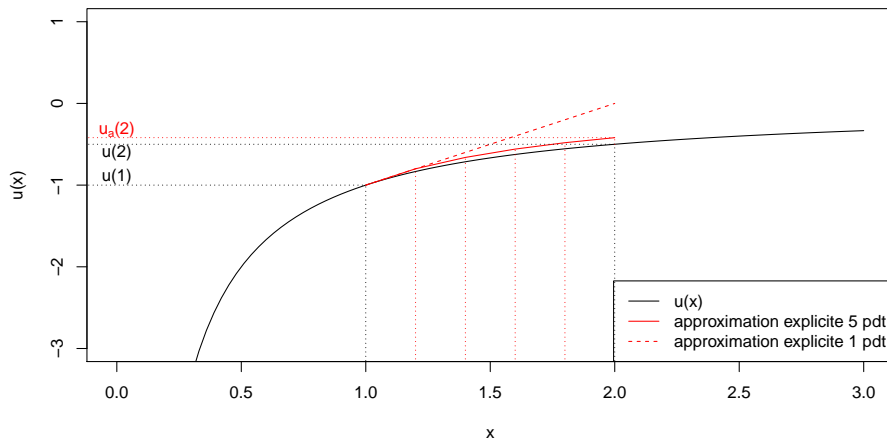


FIGURE D.5 – Exemple d'utilisation de la méthode d'Euler explicite sur plusieurs pas pour estimer  $u(2)$  par rapport à  $u(1)$  avec  $u(x) = -\frac{1}{x}$ .

La réduction du pas permet donc d'obtenir une meilleure approximation de la solution (figure D.5). Cela fonctionne aussi pour les méthodes implicites et des trapèzes.

## D.3 Comparaison des trois méthodes pour GR4J

### D.3.1 Comparaison à la méthode d'Euler implicite à 100 sous-pas de temps

Plusieurs études traitant de l'intégration numérique des modèles (Clark et Kavetski, 2010 ; Kavetski et Clark, 2010 ; Schoups et al., 2010) considèrent les méthodes implicites comme étant plus stables et plus précises que les méthodes explicites. En s'appuyant sur les résultats de ces études, il est raisonnable de faire l'hypothèse que l'erreur due à la résolution numérique de GR4J est faible lorsque la méthode d'Euler implicite est utilisée avec une longueur de sous-pas de temps très faible (ici 0.01 jour). Les débits simulés par cette méthode constitueront donc la référence pour tester les erreurs produites par

les autres méthodes (Euler implicite, explicite et trapèzes avec différentes longueurs de sous-pas de temps). Pour chacun de ces tests, le jeu de paramètre utilisé est obtenu par calage en utilisant la méthode d'Euler à pas de temps adaptatif telle qu'appliquée dans le corps du manuscrit.

Pour analyser les erreurs produites par chaque méthode par rapport à la méthode de référence, un KGE' est calculé entre les débits simulés sur la période de validation par la méthode de référence et les débits simulés par la méthode évaluée. Les distributions de ces KGE' sur 650 bassins sont présentés sur la figure D.6. La figure montre qu'à partir d'un certain nombre de sous-pas de temps (40 pour la méthode d'Euler implicite et 20 pour la méthode des trapèzes) les méthodes des trapèzes et d'Euler implicite sont très proches de la méthode utilisée comme référence. La méthode d'Euler explicite semble un petit peu plus éloignée de la référence. La méthode des trapèzes prenant en compte un faible nombre de sous-pas de temps (environ 20) semble donc un bon compromis pour implémenter les équations de GR4J même si une méthode d'Euler implicite avec un nombre plus important de sous-pas de temps (autour de 50) peut tout aussi bien faire l'affaire.

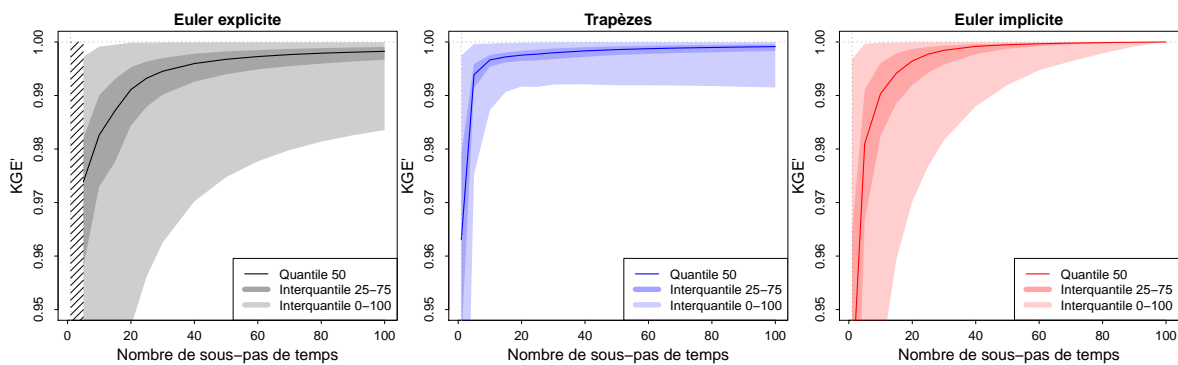


FIGURE D.6 – Erreurs en termes de KGE' calculées pour les trois méthodes d'Euler en fonction du nombre de sous-pas de temps utilisé.

### D.3.2 Choix de la méthode

La méthode utilisée a été choisie en prenant en compte les résultats de ces tests mais a, cependant, aussi été influencé par les résultats de la littérature. En effet, une méthode qui se comporte bien pour le modèle GR4J ne sera pas forcément adaptée au Super Modèle qui ajoute de la complexité aux résolutions d'équations différentielles (ajout d'un terme supplémentaire et nécessité de résoudre un système d'équations de manière concomitante). La méthode d'Euler implicite a donc été préférée à la méthode des trapèzes qui pourrait être déstabilisée pour la résolution d'équations différentielles complexes.

Par ailleurs, étant données les différences faibles de KGE' entre les différentes méthodes et les différentes longueurs de sous-pas de temps, il est probable que l'erreur ne se retrouve pas sur tous les pas de temps de la simulation. Le choix a donc été fait de mettre en place une méthode d'Euler implicite avec une longueur de sous-pas de temps adaptative. Cet aspect adaptatif permettra aussi à la méthode de s'adapter au changement de complexité induit par le couplage du Super Modèle.

La méthode a été implémentée pour produire un nombre de sous-pas de temps

### *D.3. COMPARAISON DES TROIS MÉTHODES POUR GRAJ*

adaptatifs selon les recommandations de Press et al. (1992). Le but est de tester plusieurs nombre de sous-pas de temps et de choisir ce nombre tel que les valeurs de variables internes du modèles convergent vers une valeur commune quel que soit le nombre de sous-pas de temps. Cette implémentation simple, basée sur la stabilité, allonge beaucoup les temps de calculs. Elle pourrait, à l'avenir, être remplacée par une implémentation mieux adaptée comme celle proposée par Kavetski et al. (2002).

Par ailleurs, étant donné que la méthode employée est une méthode implicite dont l'implémentation entraîne des équations qui ne peuvent pas être résolues analytiquement, le solveur de Newton-Raphson est utilisé pour résoudre ces équations.

**Title :** Perspectives for hydrological supermodels: evaluation of a method based on a dynamical combination of rainfall-runoff models.

**Keywords :** Hydrology, Multimodel, Supermodel, GR4J

**Abstract :**

*A large variety of hydrological responses of catchments exists. This diversity is due to the multiplicity of hydrological processes that govern these responses. Consequently, it is difficult to find a representation that is rich and flexible enough to be adapted to all possible conditions. The hydrological models, which are mathematical representations of hydrological responses built to transform climatic variables (i.e. the rainfall) to hydrological variables (i.e. the river flow), are sometimes limited by their capacity to correctly reproduce these responses. One option to overcome this issue is to combine different models that are complementary in terms of processes representation. These combination methods are called "multimodel approaches". Such methods are based on the mixture of simulated flows without any interaction between the models.*

*This thesis aims at testing a multimodel approach based on the dynamical coupling of several models by transferring information during the run. The used method, called "supermodel", was set up by climatologists and the present work aims at evaluating its transferability to the context of hydrological modelling. The method relies on the modification of each model's internal states values regarding the values of the other models corresponding internal states (a parallel can be made with a simulated-data assimilation technique). The hydrological models used in this thesis are bucket-type models. An implementation of the models into state-space representations was made prior to the set up of the supermodel.*

*This thesis presents two applications of this method using bucket-type rainfall-runoff models:*

- *The first application tested is a supermodel that combines two GR4J models that are parametrised to focus on different flow ranges. It is used to analyse the Super Model behaviour.*
- *The second one combines two different models, namely GR4J and HYMOD, to determine the potential gain provided by the approach.*

*This approach improves the quality of flow simulations. Over the 650 test catchments over France, the supermodel simulated flows are globally better than the ones simulated by multimodel approaches that are based on flows averages (weighted or not). The method can also provide efficient corrections to the GR4J and HYMOD models on about the third of the tested catchments. The method can also be used to diagnose model errors by analysing the internal fluxes that are created between models.*

*Due to the fact that the use of supermodel is not adapted to all catchments and that its implementation is complex, the choice of using this method should be challenged by prior analysis. An identification of catchments on which the supermodel seems the most interesting was drawn. The identified characteristics can be deduced from the weaknesses of the used models.*



**Mots clés :** Hydrologie, Multimodèle, Super Modèle, GR4J

**Résumé :**

*Il existe une grande diversité de réponses hydrologiques des bassins versants à des précipitations données. Cette diversité vient du fait que ces réponses résultent d'un ensemble de processus hydrologiques dont la présence et l'importance sont très variables. Dès lors, il devient difficile de leur trouver une représentation suffisamment riche et flexible pour qu'elle s'adapte à toutes les conditions. Les modèles hydrologiques, représentations mathématiques de ces réponses hydrologiques via la transformation de variables climatiques (en particulier la pluie) en variables hydrologiques (en particulier le débit), sont parfois limités dans leur capacité à reproduire correctement cette réponse. Une option pour pallier ces difficultés est de combiner l'utilisation de plusieurs modèles présentant des caractéristiques complémentaires. Ces méthodes de combinaisons sont appelées "méthodes multimodèles". Elles consistent généralement à utiliser plusieurs modèles en parallèle et à combiner leurs sorties sans qu'il n'y ait d'interactions entre les différents modèles.*

*Cette thèse a pour but d'étudier une méthode multimodèle dynamique couplant plusieurs modèles en leur faisant échanger de l'information tout au long du processus de simulation. La méthode utilisée, baptisée Super Modèle, a été mise au point par des climatologues et l'objectif de ce travail était d'en évaluer l'intérêt pour l'hydrologie. La méthode repose sur la modification des états internes de chaque modèle en fonction des valeurs d'états internes correspondants des autres modèles (on pourrait faire le parallèle avec une assimilation de données qui seraient simulées par d'autres modèles). Les modèles hydrologiques utilisés pour tester cette méthode sont des modèles pluie-débit à réservoirs. La mise en place du Super Modèle a, tout d'abord, nécessité une réécriture complète de ces modèles en représentation d'états (sous formes d'équations différentielles).*

*Cette thèse présente deux couplages (Super Modèles) entre modèles à réservoirs :*

- l'un réalisé à partir de deux modèles GR4J paramétrés sur différentes gammes de débits, à des fins d'analyse du comportement du Super Modèle ;*
- le second basé sur deux modèles différents, GR4J et HYMOD, afin de déterminer l'apport potentiel de la méthode.*

*Cette méthode du Super Modèle apporte des améliorations intéressantes en termes de qualité de simulations des débits. Sur les 650 bassins testés en France, les débits simulés sur une période de validation par le Super Modèle sont globalement de meilleure qualité que ceux qui sont simulés par des méthodes multimodèles simples qui reposent sur les moyennes (pondérées ou non) des débits. De plus, la méthode est susceptible de corriger efficacement les modèles GR4J et HYMOD sur plus d'un tiers des bassins testés. Par ailleurs, comme la méthode agit sur les modèles au niveau interne, elle permet aussi de diagnostiquer certaines erreurs commises par les modèles.*

*Le Super Modèle n'est, cependant, pas adaptée à tous les bassins et sa difficulté de mise en place incite donc à effectuer une analyse préalable de son intérêt potentiel. Cette thèse propose un portrait-robot des bassins sur lesquels le Super Modèle couplant GR4J et HYMOD est le plus intéressant. Les caractéristiques de ces bassins découlent des lacunes de chaque modèle et dépendront donc des modèles utilisés.*