



**HAL**  
open science

# Représentation et gestion des incertitudes pour le diagnostic par la théorie de Dempster-Shafer : application aux procédés biologiques

Laurent Lardon

► **To cite this version:**

Laurent Lardon. Représentation et gestion des incertitudes pour le diagnostic par la théorie de Dempster-Shafer : application aux procédés biologiques. Sciences du Vivant [q-bio]. Ecole Nationale Supérieure Agronomique de Montpellier, 2004. Français. NNT : . tel-02831042

**HAL Id: tel-02831042**

**<https://hal.inrae.fr/tel-02831042>**

Submitted on 7 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE  
présentée pour l'obtention du grade de  
DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE AGRONOMIQUE DE  
MONTPELLIER  
Formation Doctorale : Génie des Procédés  
Ecole doctorale : Science et Procédé biologiques et industriels

Soutenue publiquement le 21 décembre 2004

Laurent Lardon

Représentation et gestion des incertitudes pour le  
diagnostic par la théorie de Dempster–Shafer :  
Application aux procédés biologiques

---

Jury :

**Mme Marie–Odile Cordier,**

Professeur, IRISA Rennes, Rapporteur

**M Thierry Denoeux,**

Professeur, UTC Compiègne, Rapporteur

**M Didier Dubois,**

Professeur, IRIT Toulouse, Examineur

**M Bruno Goffinet,**

Directeur de recherche, INRA, Président du jury

**M Michel Perrier,**

Professeur, Ecole polytechnique de Montréal, Examineur

**M Jean–Philippe Steyer,**

Directeur de recherche, INRA Narbonne, Directeur de thèse

Membres invités :

**M Olivier Bernard,**

Chargé de recherche, INRIA Sophia Antipolis

**M. Hervé Buisson,**

Anjou Recherche

**M. Jean–Philippe Cassar**

Professeur, Polytech Lille



*The more precise mathematically our statements about the behavior of a complex system are, the more insignificant and irrelevant these statements are.*

Lofti Zadeh

à la mémoire de J. Kraft et de V. Lardon



## Table des matières

<b>Chapitre I</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
I.1	Cadre de l'étude	12
I.2	Objectif de la thèse	12
I.3	Organisation du document	13
<b>Chapitre II</b>	<b>Les procédés biologiques de traitement des eaux usées</b>	<b>15</b>
II.1	La pollution des eaux	16
II.2	Enjeux de l'automatique des procédés biologiques	19
II.3	Présentation du projet Telemac	19
II.4	La digestion anaérobie	20
II.5	Conclusion	29
<b>Chapitre III</b>	<b>Les approches de diagnostic</b>	<b>31</b>
III.1	Définitions	32
III.2	Approches à base de modèles quantitatifs	35
III.3	Méthodes basées sur la représentation des connaissances	38
III.4	Méthodes basées sur l'historique du procédé	41
III.5	Diagnostic et Supervision des procédés biologiques	43
III.6	Conclusion	44
<b>Chapitre IV</b>	<b>Les formalismes de représentation de l'incertitude</b>	<b>45</b>
IV.1	Problématique de la représentation des incertitudes	46
IV.2	Théorie des Probabilités	47
IV.3	Théorie des Possibilités	49
IV.4	Théorie de Dempster-Shafer	53
IV.5	Bilan sur les approches numériques de représentation de l'incertitude	59
<b>Chapitre V</b>	<b>Etude théorique d'un problème de diagnostic et de ses incertitudes</b>	<b>61</b>
V.1	Représentations d'un problème de diagnostic	62
V.2	Représentation crédale d'un problème de diagnostic	65
V.3	Illustration et comparaison	76
V.4	Modélisation d'un classificateur flou	81
V.5	Un $k$ -ppv basé sur le modèle des croyances	85
V.6	Conclusion	86
<b>Chapitre VI</b>	<b>Diagnostic du réseau de capteurs d'un procédé biologique</b>	<b>89</b>
VI.1	Introduction	90
VI.2	Matériel et méthodes	90
VI.3	Modélisation des relations de redondance	90
VI.4	Application	98
VI.5	Conclusion	104
<b>Chapitre VII</b>	<b>Classification d'états flous</b>	<b>107</b>
VII.1	Problématique posée par la réalisation d'un système expert modulaire pour la détection de l'état du réacteur	108
VII.2	Constitution de la typologie des états à discerner	108
VII.3	Diagnostic de l'état du procédé	117
VII.4	Application à un procédé industriel	121
VII.5	Conclusion	123
<b>Chapitre VIII</b>	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>125</b>

VIII.1	Conclusions	126
VIII.2	Perspectives	127
<b>Chapitre IX</b>	<b>Bibliographie</b>	<b>129</b>
<b>Chapitre X</b>	<b>Annexes</b>	<b>137</b>
X.1	Comparaison des trois formalimes de représentation des incertitudes à partir d'un exemple prototype	138
X.2	Nomenclature	149
X.3	Publications réalisées	150

## Table des figures

Figure II-1: Disponibilités en eau ( $m^3$ par habitant et par an) - Source PNUE. _____	17
Figure II-2 : Prélèvement en pourcentage de la ressource renouvelable - Source PNUE. _____	17
Figure II-3 : Architecture du système de supervision TELEMAC. _____	20
Figure II-4 : Principales utilisations des procédés de digestion anaérobie. _____	21
Figure II-5 : Comparaison des procédés aérobies (à gauche) et anaérobies (à droite). _____	21
Figure II-6 : Diagramme réactionnel de la Digestion Anaérobie. _____	22
Figure II-7 : Etapes principales et sources d'inhibitions de la digestion anaérobie _____	22
Figure II-8 : Représentation schématique d'un procédé biologique. _____	23
Figure II-9 : Composition de l'influent en terme de DCO. _____	23
Figure II-10 : Courbe illustrative des cinétiques de Monod (à gauche) et de Haldane (à droite) ( $\mu_1^{Max}=0,5 h^{-1}$ , $\mu_2^{Max}=0,5 h^{-1}$ , $K_{S2}=0,5 g.L^{-1}$ ). _____	25
Figure II-11 : Photographie du réacteur pilote. _____	27
Figure II-12 : Synoptique du procédé de dépollution. _____	28
Figure II-13 : Validation du modèle identifié en 1997 sur des données collectées en 2001. _____	30
Figure III-1 : Schéma d'un procédé contrôlé et occurrence des défauts. _____	33
Figure III-2 : Hiérarchie des tâches d'un système de supervision. _____	33
Figure III-3 : Diagramme du processus de diagnostic. _____	34
Figure III-4 : Approches à base de modèles quantitatifs. _____	35
Figure III-5 : Principe d'utilisation d'un observateur pour le diagnostic. _____	36
Figure III-6 : Principe de détection par relation de parité. _____	37
Figure III-7 : Diagnostic basé sur l'identification de paramètres. _____	38
Figure III-8 : Représentation par graphe causal du remplissage d'une citerne. _____	39
Figure III-9 : Détection de défauts par simulation de modèles qualitatifs. _____	39
Figure III-10 : Neurone isolé (à gauche) et exemple d'un réseau de neurones à 3 entrées organisé en 3 couches (à droite). _____	42
Figure IV-1 : Fonction d'appartenance de $F$ , définie sur $\Omega$ . _____	50
Figure IV-2 : Ensembles flous définis sur la taille d'une personne. _____	50
Figure IV-3 : Combinaison conjonctive de deux distributions de possibilité $\mathfrak{m}$ et $\mathfrak{m}$ . _____	51
Figure IV-4 : Compatibilité entre deux distributions de possibilité. _____	52
Figure IV-5 : Illustration de la combinaison de 2 structures de croyance. _____	55
Figure IV-6 : Intervalles Crédibilité-Plausibilité. _____	58
Figure V-1 : Polyboîte de Davis. _____	62
Figure V-2 : Exemples d'ensembles de Diagnostic et R-Conflits parmi un ensemble de composants. _____	64
Figure V-3 : Comparaison de plusieurs fonctions d'évaluation du résidu normé $\rho$ . _____	68
Figure V-4 : Combinaison de deux structures ayant des hypothèses différentes (exonération à gauche <i>versus</i> non-exonération en bas). _____	69
Figure V-5 : Représentation de 3 sources d'information définies sur des sous-ensembles de l'univers des défauts. _____	73
Figure V-6 : Localisation imprécise (à gauche) et précise (à droite) d'un même défaut par recoupement des observations partielles. _____	73
Figure V-7 : Apparition des défauts au niveau de chaque composant dans le cas bruité _____	77
Figure V-8 : Evolution des résidus dans le cas bruité. _____	78
Figure V-9 : Détection des pannes au niveau des composants en fonction des approches utilisées. (blanc=OK, noir=KO, gris=Doute) _____	80
Figure V-10 : Fuzzification de la certitude. _____	84
Figure VI-1 : Distribution de possibilité de la valeur de Zin en fonction de l'interprétation de l'incertitude sur l'entrée. _____	94
Figure VI-2 : Relations multivariées construites sur le réseau de capteurs. _____	98
Figure VI-3 : Evolution des mesures sur une période de 580 heures. _____	100
Figure VI-4 : Evolution de la masse de l'élément focal de bon fonctionnement. _____	101

Figure VI-5 : Croyance et Décision au niveau des capteurs après une combinaison de Yager. _____	101
Figure VI-6 : Croyance et Décision au niveau des capteurs en utilisant la combinaison de Diagnostic. _	102
Figure VI-7 : Diagnostic attendu (à gauche) comparé au diagnostic obtenu par la combinaison de Yager et l'application d'une hypothèse <i>a posteriori</i> . _____	102
Figure VI-8 : Structure de croyance obtenues à partir des invariants (seule la masse de la validation est représentée). _____	103
Figure VI-9 : Diagnostic attendu (à gauche) comparé au diagnostic obtenue par la combinaison de diagnostic sur le réseau complet. _____	104
Figure VI-10 : Diagnostic attendu (à gauche) comparé au diagnostic obtenu par combinaison du réseau privé de titrimètre. _____	104
Figure VII-1 : Sous-charge suivie d'une légère surcharge _____	109
Figure VII-2 : Surcharge Organique _____	110
Figure VII-3 : Surcharge hydraulique _____	110
Figure VII-4 : Episode toxique _____	111
Figure VII-5 : Série continue enregistrée sur le procédé. _____	113
Figure VII-6 : Inertie cumulée et cercle des corrélations. _____	114
Figure VII-7 : Indices flous de qualité du partitionnement en fonction du nombre de clusters et du nombre d'axes principaux retenus. _____	116
Figure VII-8 : Variabilité des prototypes en fonction des nombres d'axes principaux et de clusters __	116
Figure VII-9 : Nuage de points dans l'espace formé par les trois premières composantes principales. __	116
Figure VII-10 : Architecture modulaire du système de diagnostic. _____	118
Figure VII-11 : Exemple du corps de règles d'un module de diagnostic. _____	119
Figure VII-12 : Conclusions de chaque classificateur isolé. _____	120
Figure VII-13 : Combinaison, crédibilité et prise de décision associées. _____	120
Figure VII-14 : Réacteur industriel (en bleu-vert) et son réacteur tampon (jaune) d'Agralco. _____	122
Figure VII-15 : Mesures collectées pendant la campagne 2002. _____	122
Figure VII-16 : Structures de croyances issues de chaque module, et leur combinaison. _____	123
Figure VII-17 : Crédibilité et prise de décision associées, comparés aux états attendus. _____	123
Figure X-1 : Distribution de probabilité modélisant le jugement d'un expert. _____	140
Figure X-2 : Distribution de possibilité de la valeur affectée par l'expert sachant la valeur du critère. _	144
Figure X-3: Affaiblissement d'une distribution de possibilité correspondant à une confiance de niveau $\alpha$ . _____	144
Figure X-4 : Exemple de combinaison disjonctive-conjonctive pondérée (Distributions initiales en haut, distribution affaiblies au milieu, distribution combinée en bas). _____	146

---

## Remerciements

### *Je tiens à remercier :*

Le Laboratoire de Biotechnologie de l'Environnement (LBE) de l'INRA à Narbonne pour m'avoir accueilli pendant ces trois années de thèse. Merci donc à M. Jean-Philippe Delgènes.

Les membres du jury :

Mme Marie-Odile Cordier et M Thierry Denoeux, je vous remercie de votre jugement en qualité de rapporteurs,

M. Hervé Buisson, M. Jean-Philippe Cassar, M Didier Dubois, M Bruno Goffinet, M Michel Perrier, je vous remercie d'avoir accepté de participer à ce jury,

M. Olivier Bernard, tes conseils, ton aide et ta pédagogie ont enrichi mon travail, ton humour a permis de l'enrichir dans la bonne humeur,

M Jean-Philippe Steyer, pour m'avoir fait confiance et m'avoir fait profiter de ton savoir et de ton expérience. Ces trois années à tes côtés resteront une période importante de ma vie.

Les membres du comité de thèse pour leur regard critique et leurs conseils qui m'ont beaucoup apporté. Merci donc à Mme Brigitte Charnomordic et à M. Jean-Michel Roger.

La commission européenne et le programme *Information Society Technolgy*, pour avoir financé cette thèse.

### *Merci aussi à :*

Mme Ana Puñal pour notre collaboration qui a permis de jeter les bases de ma démarche scientifique. Merci pour ta bonne humeur.

M. Arnaud Hélias, je n'aurai peut-être pas fait de thèse sans ton exemple. Merci de ton amitié.

M. Bruno Tisseyre pour m'avoir encouragé et aidé.

M. Francis Sevilla pour m'avoir aidé à débiter cette thèse.

M Pascal Neveu pour notre collaboration et ton investissement dans ces travaux.

M. José Martinez, pour ton aide et ta convivialité,

Bertrand Simon et Sofiane Bellelita pour le travail que nous avons réalisé ensemble.

Merci à tous les membres du LBE.

Merci enfin à mes amis et à ma famille qui ont su me faire sortir le nez du guidon quand il le fallait, merci à mes professeurs qui m'ont communiqué le goût de la science.



# Chapitre I

## Introduction

### **Guide de lecture**

Une brève présentation des procédés de traitement des eaux usées introduit leurs besoins de supervision et les réponses proposées par le projet TELEMAC. Puis la problématique posée par le diagnostic dans un contexte de télésupervision est exposée suivie de la présentation de l'organisation du document.

## **I.1 Cadre de l'étude**

L'activité humaine produit des quantités croissantes d'eaux usées que les écosystèmes naturels ne peuvent traiter à eux seuls. Il est donc nécessaire de développer des installations de traitement des eaux destinées à résorber cette pollution avant de libérer les eaux usées dans le milieu. Ces installations sont souvent des procédés biologiques, choisis pour leur efficacité et leur faible coût.

Quoique mis en œuvre depuis des décennies, les procédés biologiques restent un domaine de recherche très riche. Le Laboratoire de Biotechnologie de l'Environnement (LBE) de l'INRA s'attache à développer les connaissances nécessaires pour améliorer les performances et la robustesse de ces procédés biologiques de traitement des eaux usées. Dans cette optique il mène une étude pluridisciplinaire car les limites des procédés biologiques tiennent autant de la biologie elle-même que de la mise en œuvre de ces réactions biologiques. La maîtrise de l'exploitation de ces procédés passe donc par l'application des outils de l'automatique pour répondre à deux problématiques :

- D'une part, ces procédés sont soumis à de fortes perturbations qu'il est nécessaire de détecter et de rejeter car elles peuvent durablement atteindre le fonctionnement du procédé ; cette tâche relève des champs de l'Automatique mais sa réalisation est difficile pour des procédés où l'information collectée est souvent imprécise et ne caractérise qu'indirectement leur fonctionnement.
- D'autre part, une grande partie des eaux usées est produite au niveau de petites et moyennes entreprises qui ne peuvent assurer une supervision attentive de procédés de dépollution ; il y a donc un besoin de solutions robustes et financièrement adaptées au traitement de volumes réduits.

Cette double problématique a longtemps été réglée par le surdimensionnement des procédés, solution qui entraîne un surcoût et ne règle pas tous les problèmes. Une autre approche consiste à développer des outils automatiques de supervision aptes à rejeter les perturbations et à caractériser l'état du procédé et de ses composants dans un contexte où la qualité de l'information est incertaine et évolutive. Cependant la complexité de ces systèmes est telle que tout système de supervision automatique y rencontre ses limites. Il doit donc être complété par la mobilisation d'experts du procédé qui intègrent la spécificité du procédé pour proposer des réponses adaptées.

C'est le but donné au projet européen TELEMATAC (*TeleMonitoring and Advanced teleControl of high yield wastewater treatment plants*). Le projet consiste à établir un système local de supervision automatique doublé d'un système de télégestion permettant à un expert distant d'accéder à toute l'information nécessaire pour prendre une décision.

## **I.2 Objectif de la thèse**

C'est dans le cadre du projet TELEMATAC que s'inscrivent les travaux présentés dans cette thèse : ils visent le développement d'outils de diagnostic des procédés biologiques, intégrés à une supervision automatique réalisée localement et à une supervision par un réseau d'experts, réalisée à distance. Pour répondre à l'évolution de la qualité et de la quantité d'information disponible sur un procédé et pour être facilement applicable sur plusieurs procédés, le système de diagnostic se doit de reposer sur une architecture modulaire dont chaque élément peut être activé ou désactivé selon la situation. Il doit donc réaliser la fusion d'informations complémentaires et incertaines afin de produire la meilleure caractérisation possible. De plus, il doit être capable de produire une évaluation de la qualité du diagnostic réalisé et de demander l'avis d'un expert lorsqu'une situation d'incertitude trop forte ou d'incohérence de l'information intervient. Cette thèse propose de répondre à cette question en traitant le diagnostic du procédé au moyen d'un formalisme de représentation de l'incertitude, la théorie de Dempster-Shafer.

### **I.3 Organisation du document**

Dans une première partie, la problématique du traitement des eaux est introduite, en détaillant en particulier les fortes incertitudes entourant ces procédés, ces incertitudes représentant un écueil à l'application des outils de l'automatique. Ce chapitre décrit également un type de réaction biologique particulier, la digestion anaérobie, qui a été utilisée comme procédé d'application de cette étude au niveau pilote et au niveau industriel. La revue bibliographique des approches de diagnostic proposée dans le chapitre III et les contraintes des procédés biologiques montrent la nécessité de se doter d'un formalisme apte à représenter les informations de diagnostic et l'incertitude liée aux méthodes utilisées pour les générer. Dans cet objectif, le chapitre IV décrit et illustre les formalismes de représentation de l'incertitude.

Le chapitre V étudie la modélisation d'un problème de diagnostic et de ses incertitudes au moyen d'un de ces formalismes, la théorie de Dempster-Shafer. Une stratégie de combinaison des informations de diagnostic est proposée puis il est montré qu'en représentant les informations de diagnostic au moyen de ce formalisme et en les combinant de manière appropriée, on améliore la précision et pertinence du diagnostic tout en offrant la représentation explicite des hypothèses de diagnostic. Les chapitres VI et VII présentent deux applications de ce formalisme de représentation :

- la première application vise à la détection des pannes d'un réseau de capteurs d'un procédé de digestion anaérobie,
- la deuxième application est la réalisation d'un système modulaire d'aide à la décision déterminant l'état physiologique d'un réacteur anaérobie.



## **Chapitre II**

### **Les procédés biologiques de traitement des eaux usées**

**Guide de lecture :**

Ce chapitre présente le traitement des eaux usées par l'utilisation des procédés biologiques et envisage les problèmes de supervision liés à la mise en œuvre de ces procédés. Ce constat justifie l'intérêt de méthodes et d'outils pour la télésupervision des procédés de digestion anaérobie, qui seront présentées par la suite.

## **II.1 La pollution des eaux**

### **II.1.1 Pollution et développement**

Si on s'en réfère au langage commun, les différentes définitions de la notion de pollution reviennent à décrire la pollution d'un milieu comme un phénomène, généralement d'origine humaine, qui entraîne des modifications propres à nuire à l'intégrité et aux fonctions communes de ce milieu. Ces modifications peuvent consister en l'apparition de composés toxiques, le changement radical de la concentration de composés naturellement présents, ou encore la modification de propriétés physiques du milieu telles que sa température ou sa rhéologie.

La notion de pollution est intimement liée à celle du développement humain. Ainsi les premières normes sur l'eau apparaissent au XIX<sup>ème</sup> siècle, le XX<sup>ème</sup> siècle a vu se développer les législations nationales pour lutter contre les pollutions et le XXI<sup>ème</sup> siècle cherche à développer des législations internationales pour lutter contre l'effet de serre. Si la notion de pollution et de droit de la pollution est devenue de plus en plus pertinente depuis le XIX<sup>ème</sup>, c'est bien le signe que le développement de ces deux derniers siècles a rendu la pollution plus forte et plus visible et ses conséquences plus préjudiciables.

En effet, le développement humain s'appuie sur l'utilisation et la transformation de ressources naturelles : la production de biens et de services utilise de l'énergie et de la matière première, qu'elle transforme en produits valorisés et en déchets. En utilisant massivement des ressources non renouvelables, l'activité humaine des deux derniers siècles a entraîné une forte augmentation du développement humain mais aussi l'augmentation des flux de déchets et la détérioration du milieu associées<sup>1</sup>. Ce choix de développement a implicitement fait l'hypothèse que la capacité de régénération de la biosphère serait toujours supérieure aux transformations et détériorations issues de l'activité humaine.

Les analyses thermodynamiques du développement montrent l'impasse de cette hypothèse. René Passet dans [Passet 1996] rappelle que la Terre est pratiquement un système clos vis-à-vis de la matière et un système ouvert sur l'énergie solaire. Il montre que les capacités de régénération des nuisances issues de notre activité (*i.e.* en termes thermodynamiques, l'entropie que nous créons) sont limitées par la quantité d'énergie solaire captée par la biosphère.

Sans entrer dans les détails de l'analyse thermodynamique du développement, il est ainsi montré qu'un développement durable n'est possible que s'il est fondé sur l'utilisation des ressources renouvelables et dans le respect de leurs capacités de renouvellement (ce qui signifie que les prélèvements effectués doivent être équivalents aux flux de reconstitution). Il en va donc de l'avenir de l'humanité de fonder son développement sur l'exploitation de ressources renouvelables (ou substituables) et de veiller à leur préservation.

### **II.1.2 La ressource hydrique**

#### **a) Une ressource abondante mais peu disponible**

Parmi les ressources renouvelables non substituables, l'eau est une des plus menacées. En effet, bien que l'élément H<sub>2</sub>O soit présent en très grande quantité sur la Terre, seulement 0,77 % (soit 10 700 000 de km<sup>3</sup>) du volume présent est sous forme d'eau douce liquide. A cette rareté relative s'ajoute une pression anthropique de plus en plus forte. Les activités agricoles et industrielles nécessitent la disponibilité d'eau de qualité en quantités croissantes alors qu'elles produisent simultanément d'importantes quantités d'eaux usées. De plus, cette croissance de la consommation s'accompagne d'une augmentation des pertes d'eau par évaporation et infiltration.

---

<sup>1</sup> A titre illustratif de cette relation développement-pollution, un point de croissance du PIB en France s'accompagne d'une augmentation de 2,5% des émissions de CO<sub>2</sub>.

D'autre part, l'eau est une ressource très inégalement répartie et dont la rareté s'étend : entre 1950 et 2000, le volume d'eau disponible pour la consommation est ainsi passé de 16 800 m<sup>3</sup> à 7 300 m<sup>3</sup> par personne et par an. Cette valeur moyenne cache par ailleurs de fortes disparités, avec par exemple 26 m<sup>3</sup> par personne et par an pour l'Égypte et 605 000 m<sup>3</sup> pour l'Islande. Le Programme des Nations Unies pour l'Environnement (PNUE) estime que vers 2025, 3 milliards d'êtres humains se retrouveront en situation de pénurie ou de stress hydrique, c'est-à-dire avec moins de 1 700 m<sup>3</sup> d'eau par personne et par an, quantité en dessous de laquelle les besoins fondamentaux ne sont plus assurés (voir Figure II-1).

La diminution de la disponibilité en eau est liée à la croissance de la population mondiale et à celle de la consommation par habitant, mais surtout à la pollution des sources renouvelables (eaux de surface) et aux prélèvements de plus en plus importants sur des réserves peu ou pas renouvelables (nappes profondes et nappes fossiles). Dans un contexte d'augmentation des prélèvements et de diminution des ressources, la pression sur celles-ci se fait de plus en plus forte (cf. Figure II-2), créant le risque de rupture des mécanismes naturels de renouvellement de la ressource. Il est donc fondamental de maîtriser la consommation et de préserver les ressources en retraitant systématiquement et localement les eaux usées.

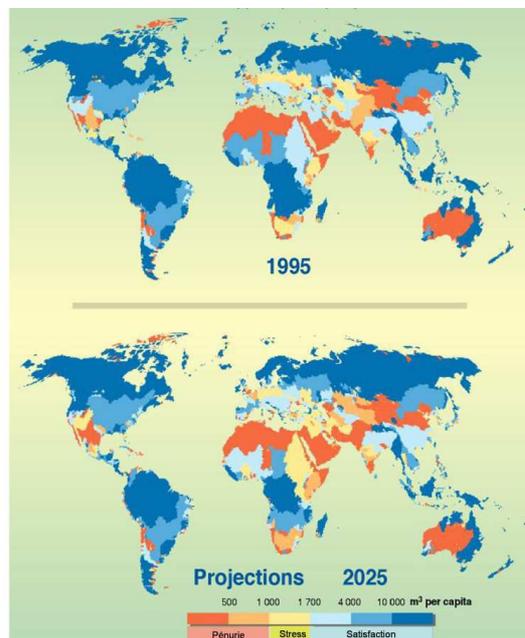


Figure II-1: Disponibilités en eau (m<sup>3</sup> par habitant et par an) - Source PNUE.

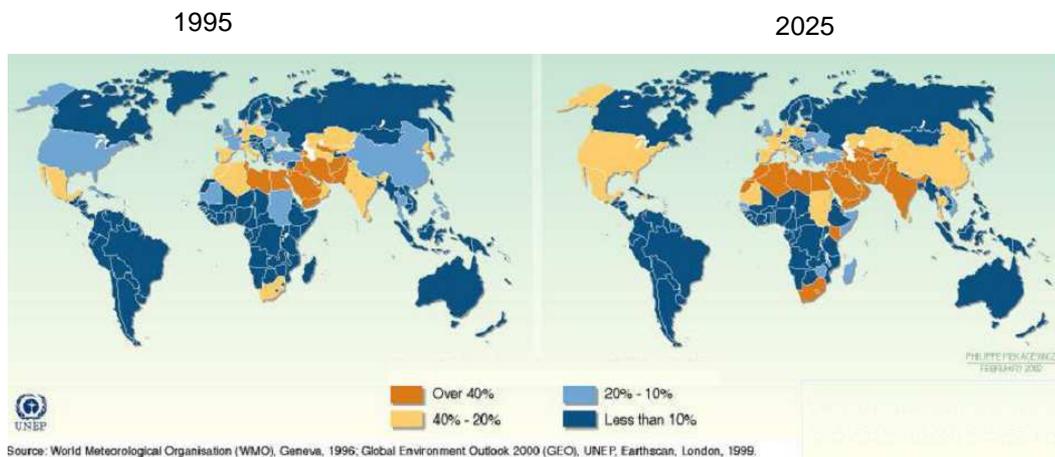


Figure II-2 : Prélèvement en pourcentage de la ressource renouvelable - Source PNUE.

### b) Sources de pollutions de l'eau

Les sources de pollutions des eaux sont variées et leurs effets dépendent de leurs origines :

- **Les eaux usées domestiques** : il s'agit des eaux de vanes (toilettes) et des eaux ménagères (eaux de lavage), ce sont généralement des effluents peu concentrés, collectés par un système d'égout et traités par une station d'épuration.
- **Les eaux usées agricoles** : il s'agit des effluents des activités de culture et d'élevage collectés au niveau de l'exploitation. Ils peuvent être traités au sein de l'exploitation et valorisés comme amendement organique.
- **Les effluents industriels** : ces effluents varient beaucoup d'une industrie à l'autre mais peu au sein d'une installation ; ces effluents sont de plus en plus souvent traités sur le lieu de production.
- **Les eaux pluviales et de ruissellement** : en milieu urbain, elles peuvent contenir des résidus d'hydrocarbures et de graisses ; en milieu rural, elles contiennent les éléments lessivés sur les parcelles agricoles (amendements et produits phytosanitaires).

Comme cet inventaire le montre, les sources de pollutions, qu'elles soient ponctuelles ou diffuses, sont très diverses par leur origine. Elles diffèrent également par leur forme et leurs effets.

**Matière en suspension** : C'est historiquement un des premiers paramètres de description de la pollution des eaux. D'une part la pollution particulaire inerte modifie la turbidité de l'eau, atteignant le développement des organismes photosynthétiques, d'autre part elle peut provoquer des phénomènes de colmatage par précipitation et floculation. La mesure des matières en suspension comprend aussi les micro-organismes présents dans l'eau : ceux-ci peuvent être nuisibles si par suite de pollutions, il s'agit de micro-organismes tels que les pathogènes fécaux rencontrés couramment dans les eaux urbaines.

**Pollution organique** : La matière organique carbonée contenue dans les eaux urbaines et industrielles provoque le développement de micro-organismes dans les eaux, conduisant à l'augmentation de leur turbidité et la diminution de l'oxygène dissous. La pollution organique est généralement mesurée par sa Demande Chimique en Oxygène (DCO) qui représente la quantité massique d'oxygène nécessaire pour totalement oxyder le carbone organique ou par sa Demande Biologique en Oxygène (DBO<sub>5</sub>) qui correspond à la quantité d'oxygène consommée par l'oxydation biologique de l'effluent en 5 jours.

**Éléments nutritifs** : Les effluents agricoles contiennent des quantités importantes d'azote (le plus souvent sous forme de nitrates) et de phosphore. Lorsqu'ils sont présents en grande quantité dans l'eau, ils peuvent conduire à des maladies (telle que la méthémoglobinémie qui est un problème de fixation de l'oxygène par le sang) et provoquer les phénomènes d'eutrophisation des eaux et de marée verte.

**Éléments toxiques** : Il s'agit de polluants dont les effets sont forts même à faibles concentrations. Ces polluants peuvent être peu ou pas biodégradables (métaux lourds, hydrocarbures polycycliques aromatiques, dioxine) et s'accumulent alors au fil de la chaîne trophique et au cours de la vie d'un individu. De plus, ces polluants sont souvent peu détectables et leurs effets peuvent n'être perçus que sur le long terme (intoxication lente).

Au fur et à mesure de son développement, l'humanité s'est donc trouvée confrontée au traitement de ses eaux usées. Il a d'abord été assuré entièrement par le milieu naturel en comptant sur sa capacité d'autoépuration et d'homéostasie. Cette solution n'est évidemment envisageable que dans le cas de volumes très faibles pris en charge par des milieux de grande capacité et ne répond donc pas aux enjeux à venir. C'est pourquoi les eaux usées sont de plus en plus souvent prises en charge au niveau de stations de traitement qui effectuent des opérations de filtrage et de séparation et surtout, qui exploitent et intensifient ces mêmes réactions biologiques. Depuis les simples lagunes, recréant dans un espace clos les conditions naturelles aptes au retraitement, aux réacteurs à membrane, les procédés biologiques ont

évolué au point de devenir des procédés industriels complexes. A ce titre, ils représentent un champ en soi d'applications de l'automatique.

## **II.2 Enjeux de l'automatique des procédés biologiques**

Un procédé biologique maîtrise dans le temps et dans l'espace un ensemble de réactions biochimiques. Il facilite la croissance de micro-organismes d'intérêt (bactéries, levures champignons) en offrant des conditions environnementales favorables en termes de pH, de température, d'agitation ou d'aération. Selon sa vocation, la mise en œuvre de la réaction vise à l'élimination du substrat (dépollution des eaux) ou à la maximisation de la quantité de produits (procédés agro-alimentaires ou de l'industrie pharmaceutique).

La mise en œuvre de procédés biologiques fait appel à plusieurs disciplines :

- **la microbiologie** vise à sélectionner et à développer des micro-organismes d'intérêt, ainsi qu'à déterminer leur comportement en fonction des conditions du milieu ; elle fournit un catalogue de fonctions métaboliques,
- **le génie des procédés** détermine les technologies de procédés et les modes de fonctionnement facilitant et garantissant la réalisation de ces fonctions métaboliques,
- **l'automatique** permet de maintenir et d'augmenter le niveau de performances par l'optimisation en temps réel des procédés et le rejet des perturbations.

Dans leur conduite quotidienne, les procédés de dépollution sont soumis à de fortes perturbations. La station d'épuration devant prendre en charge immédiatement la totalité des effluents collectés, les procédés sont exposés à de fortes variations non maîtrisées en volume et en concentration de l'entrée. Il n'est en effet pas envisageable d'interdire l'usage de l'eau dans les habitations à certaines heures de la journée. Ces perturbations ont souvent été prises en compte par le surdimensionnement des installations ; on parle alors de dimensionnement sur la pointe, qui correspond à la charge maximale à accepter, augmentée d'un facteur de sécurité. Mais la satisfaction de normes de plus en plus contraignantes et l'augmentation des volumes à traiter font apparaître des besoins en instrumentation, en supervision, en observation et en commande.

Cependant, l'application des outils classiques de l'automatique s'avère difficile du fait de la complexité des procédés biologiques. Les propriétés des micro-organismes sont d'une part difficiles à définir et à caractériser, d'autre part extrêmement variables. Cet écueil est exacerbé quand il s'agit de procédés de dépollution car ceux-ci abritent des écosystèmes complexes très éloignés de la culture en souche pure où un nombre limité de micro-organismes connus intervient (cas des fermentations lactiques de l'industrie fromagère ou des procédés à vocation pharmaceutique). Cette caractéristique rend l'expérimentation ardue et peu reproductible, les mesures peu fiables et leur signification limitée. Dans ce contexte, la structure du modèle, son identifiabilité structurelle et pratique sont douteuses. Enfin la stabilité de ce modèle est sujette à caution, l'écosystème n'étant pas figé mais en équilibre dynamique [Dochain 2001].

En plus de ces contraintes structurelles des procédés biologiques, l'application de l'automatique aux procédés de dépollution a d'abord dû résoudre le problème de l'instrumentation souvent pauvre et frustrante sur des procédés qui fondaient leur robustesse davantage sur le dimensionnement que sur le contrôle. Qui plus est, les conditions des procédés de dépollution étant particulièrement agressives, elles nécessitent le développement de capteurs spécifiques et donc souvent coûteux. Ces dernières années ont vu ces problématiques d'instrumentation en partie levées, d'une part par l'évolution de la législation et de la prise de conscience environnementale, d'autre part par les progrès technologiques dans ce domaine.

## **II.3 Présentation du projet Telemac**

Les difficultés rencontrées sur les procédés biologiques rendent hasardeuses l'application des méthodes classiques de l'automatique. Cependant même s'ils sont difficiles à décrire et partiellement compris, les procédés biologiques sont mis en œuvre depuis des décennies, ce qui signifie que de l'expertise et de

l'historique sont mobilisables pour assurer les tâches de supervision. C'est dans cette philosophie de complémentarité que se situe le projet TELEMAT dans lequel s'inscrit ce travail. Ce projet européen, financé par le programme Information Society Technologies (IST) et coordonné par l'ERCIM et l'INRIA, regroupe 15 partenaires scientifiques et industriels (voir [www.ercim.org/telemac](http://www.ercim.org/telemac)).

TELEMAT vise à la mise au point d'un système de supervision modulaire et robuste pour les procédés de traitement des eaux usées. Ce système se veut particulièrement adapté pour les installations de petite taille où aucune expertise locale n'est disponible ; c'est pourquoi l'architecture choisie permet autant la supervision locale que la supervision à distance par un réseau d'experts d'un ensemble de procédés. Le projet s'est plus spécialement attaché aux procédés de digestion anaérobie. En effet, du fait de leur instabilité, ces procédés ne peuvent être conduits sans expertise et sans surveillance locale alors que leur capacité de traitement et la valorisation énergétique des produits de dépollution en font des solutions intéressantes pour de nombreuses installations industrielles. L'amélioration de la robustesse des procédés anaérobies constitue donc bien une problématique où automatique, intelligence artificielle et technologie des communications se complètent. Plus précisément, le projet TELEMAT inclut plusieurs tâches, illustrées par la Figure II-3 :

- le développement de nouveaux capteurs garantissant la collecte des informations indispensables à une supervision avancée de ces procédés [De Neve *et coll.* 2004],
- le développement de modèles et leur validation en situation nominales mais aussi en situations critiques, [Dupla *et coll.* 2004]
- le développement et la validation d'observateurs et de contrôleurs, basés sur l'exploitation des modèles développés, [Bernard et Gouzé 2004]
- un système de supervision local capable de détecter rapidement les pannes intervenant sur le procédé,
- une architecture permettant de collecter à distance toute l'information nécessaire pour caractériser l'état du procédé et d'appliquer sur le procédé une décision prise par un expert distant ou un système d'aide à la décision distant [Lardon *et coll.* 2002],
- des outils de fouille de données pour extraire de nouvelles connaissances à partir de la mutualisation des données d'un réseau de procédés [Dixon *et coll.* 2004].

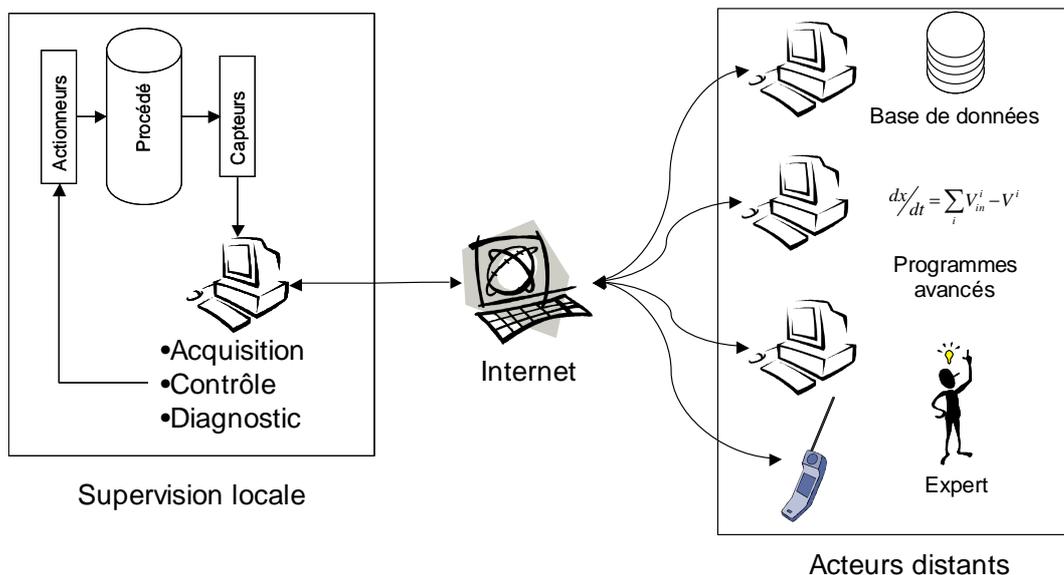


Figure II-3 : Architecture du système de supervision TELEMAT.

## II.4 La digestion anaérobie

Le projet TELEMAT ainsi que les travaux présentés ici se sont focalisés sur une catégorie particulière de procédés biologiques de dépollution, ceux de digestion anaérobie.

### II.4.1 Description et applications de la digestion anaérobie

La digestion anaérobie est une transformation de la matière organique carbonée en biogaz sous forme de  $CO_2$  et de  $CH_4$ . Cette transformation réalisée par des micro-organismes est observée spontanément dans les marais et dans les écosystèmes anaérobies (tractus digestifs des ruminants, sols) ; elle a été maîtrisée industriellement pour réaliser la dépollution carbonée des effluents et compte parmi les plus anciennes méthodes de traitement des eaux usées. La digestion anaérobie est utilisée pour la digestion des boues de stations d'épuration, et plus généralement pour la digestion des déchets solides organiques, pour le traitement d'effluents industriels concentrés, ou encore en tant que préfermenteur afin de produire un co-substrat pour un autre réacteur. Comme le montre la Figure II-4, les industries agro-alimentaires prises au sens large représentent la première application de la digestion anaérobie.

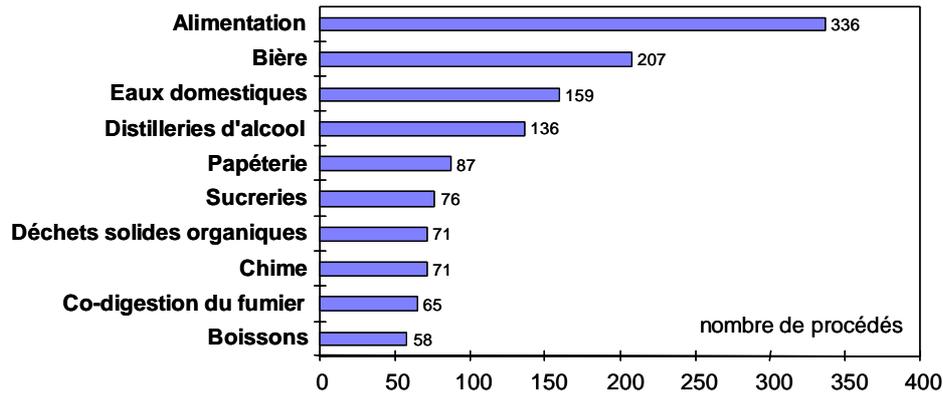


Figure II-4 : Principales utilisations des procédés de digestion anaérobie.

Par rapport aux techniques classiques de dépollution (dégradation biologique aérobie), la digestion anaérobie présente plusieurs avantages (*cf.* Figure II-5) :

- la dégradation d'effluents à forte concentration en matière organique,
- une faible production de boues (5 à 10 fois moins qu'un réacteur aérobie),
- la valorisation énergétique du biogaz et une faible demande énergétique (pas d'aération),
- la réduction des pathogènes.



Figure II-5 : Comparaison des procédés aérobie (à gauche) et anaérobie (à droite).

Cependant, la croissance lente des micro-organismes méthanogènes impose des phases de démarrage lentes (de 2 à 6 mois) avant d'atteindre le fonctionnement nominal. De plus, en cas de surcharge du procédé, celui-ci cesse de fonctionner et perd ses capacités épuratoires. Il faut alors de plusieurs semaines à plusieurs mois pour retrouver des conditions nominales de fonctionnement. Cette instabilité du processus et ses conséquences expliquent que ce procédé ne soit pas aujourd'hui plus utilisé [Verstraete et Vandevivere 1999, Van Lier *et coll.* 2001].

L'instabilité des réacteurs anaérobies s'explique par la chaîne réactionnelle mise en jeu. En effet, les principales étapes de la digestion anaérobie, représentées par la Figure II-6, font appel à différentes populations de micro-organismes.

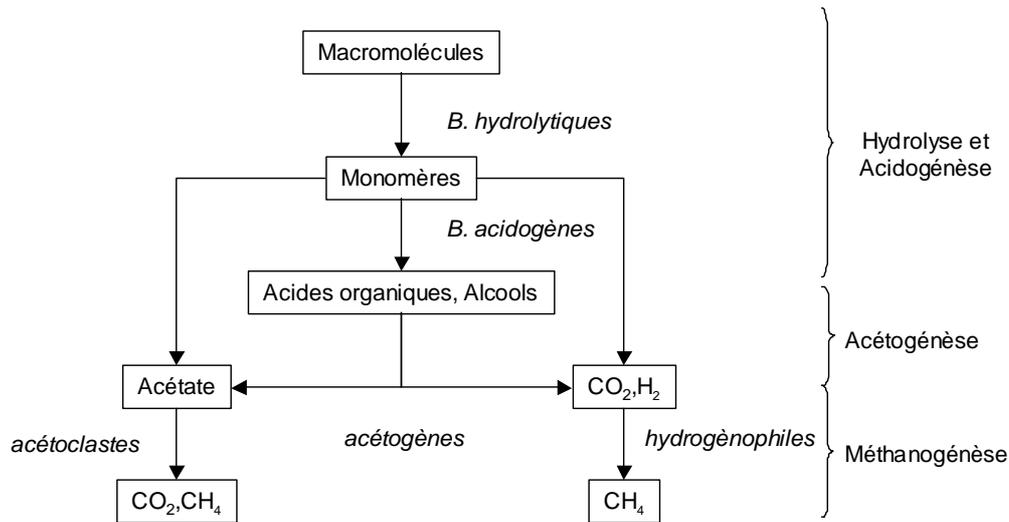


Figure II-6 : Diagramme réactionnel de la Digestion Anaérobie.

La première étape d'hydrolyse est assurée par des enzymes extracellulaires qui assurent la transformation du substrat en monomères (acides gras, glycérol, acides aminés, sucres simples). La deuxième phase d'acidogénèse métabolise les monomères en acides organiques à courtes chaînes qui sont à leur tour métabolisés sous forme d'**Acides Gras Volatils (AGV)** par les bactéries acétogènes. L'étude thermodynamique de cette phase de réaction montre que s'ils sont présents à de fortes concentrations, les produits des phases d'acidogénèse et d'acétogénèse (à savoir les acides gras et l'hydrogène) inhibent ces réactions. Il s'agit donc d'intermédiaires réactionnels qui doivent être consommés par d'autres réactions. Ce sont les populations méthanogènes qui vont les consommer et libérer les produits ultimes sous forme de  $CO_2$  et de  $CH_4$ . Les micro-organismes méthanogènes sont des *archaebactéries*, dont la vitesse de croissance est beaucoup plus faible que celle des acétogènes. De plus, elles sont inhibées par leur propre substrat, bien avant que les acides inhibent la première étape. C'est donc l'accumulation d'AGV qui provoque le *crash* de réacteurs anaérobies.

Cette description volontairement simpliste des réactions complexes mises en œuvre par la digestion anaérobie (cf. Figure II-7) suffit à faire apparaître un point fondamental : le réacteur ne dépolluera efficacement que si les conditions permettent aux deux catégories de micro-organismes de travailler de concert [Speece 1996].

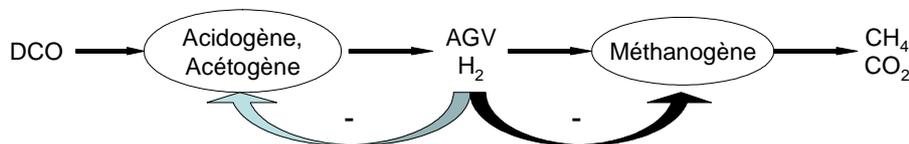


Figure II-7 : Etapes principales et sources d'inhibitions de la digestion anaérobie

#### II.4.2 Modélisation

La modélisation de la digestion anaérobie représente un champ de recherche très actif depuis ces 30 dernières années ; Andrews introduit en 1968 une cinétique de type Haldane pour caractériser l'inhibition de la digestion anaérobie conduisant au lessivage du réacteur en cas d'accumulation d'AGV. Un modèle à une seule biomasse fut alors proposé dans [Graef et Andrews 1974]

Puis la représentation du processus biochimique a été affinée avec la description des 3 étapes : hydrolyse des composés organiques, acidogénèse, méthanogénèse. Mosey introduit dans [Mosey 1983] 2 populations acidogènes et 2 populations méthanogènes, mettant en évidence le rôle d'intermédiaire réactionnel de l'hydrogène. Depuis, de nombreux modèles ont été proposés, certains de plus en plus complexes, afin de représenter au mieux les réactions concernées mais au prix de l'inflation du nombre de paramètres et de variables d'état. Ainsi, le modèle de référence de l'IWA<sup>2</sup>, le modèle ADM1, est un modèle complet et structuré de 26 variables d'état, 19 cinétiques biochimiques, 3 cinétiques de transfert gaz-liquide et 8 variables algébriques [Batstone *et coll.* 2002].

Ces modèles partagent une même structure basée sur la représentation du bilan de matière (et parfois d'énergie). Ces structures de modèle<sup>3</sup>, formalisées et exploitées dans [Bastin et Dochain 1990], relient la dynamique de conversion par les micro-organismes et celle de transport dans le réacteur. Cette structure de modèle a de plus l'avantage de reposer sur une interprétation physico-chimique et donc de posséder des paramètres interprétables. L'écriture du bilan matière repose sur la représentation du procédé illustré par la Figure II-8 et aboutit au système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$\frac{d\xi}{dt} = Kr(\xi) + D(\xi^{in} - \xi) - Q(\xi) \quad (II-1)$$

où  $\xi$  est un vecteur à  $n$  lignes des variables d'état,  $K$  une matrice  $(n,p)$  de coefficients pseudo-stoechiométriques,  $r$  la matrice des activités,  $D$  le taux de dilution (*i.e.* le rapport du débit d'alimentation sur le volume du réacteur),  $\xi^{in}$  le vecteur d'entrée et  $Q$  le vecteur des sorties sous forme gazeuse.

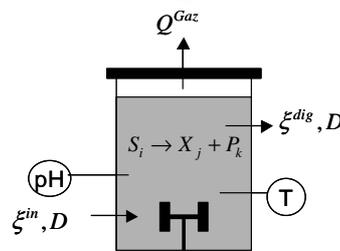


Figure II-8 : Représentation schématique d'un procédé biologique.

Le modèle présenté ici est une évolution du modèle de la digestion anaérobie décrit dans [Bernard *et coll.* 2001]. L'effluent traité (*i.e.* l'influent du réacteur) est caractérisé par sa **Demande Chimique en Oxygène (DCO)**. La DCO de l'entrée se répartit entre la DCO dure, non traitée par les micro-organismes, la DCO sous forme de substrat complexe biodégradable, dénommée  $S_1$  et celle sous forme d'acides gras volatils, dénommée  $S_2$  (voir Figure II-9).

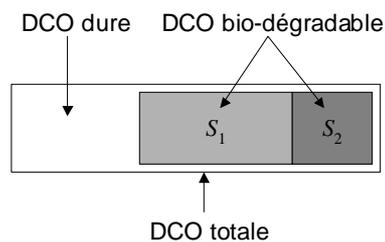


Figure II-9 : Composition de l'influent en terme de DCO.

Le modèle décrit la digestion anaérobie comme un processus en 2 étapes, mettant en œuvre deux biomasses  $X_1$  et  $X_2$  dites acidogènes et méthanogènes. Ceci revient à considérer l'étape d'hydrolyse comme non limitante.

<sup>2</sup> International Water Association : <http://www.iwahq.org>

<sup>3</sup> Cette structure de modèle formalise simplement le principe de Lavoisier "Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme".



Le modèle est bâti à partir de 6 variables d'état ; en plus de la dynamique des 2 biomasses  $X_1$  et  $X_2$  et de leurs substrats respectifs  $S_1$  et  $S_2$ , il décrit celle de l'alcalinité totale  $Z$  et celle du carbone inorganique total  $C$ , exprimés en meq/L. Le carbone inorganique total  $C$  est la somme des formes carbonés non organiques, à savoir la concentration en dioxyde de carbone dissous (notée  $CO_2^d$ ), en bicarbonate (notée  $Bic$ ) et en carbonate (notée  $[CO_3^{2-}]$ ). La définition théorique de l'alcalinité est la capacité de la solution aqueuse à neutraliser des acides forts. Cette capacité est donc la somme des bases faibles présentes en solution, c'est à dire dans le cas d'un réacteur anaérobie :

$$\text{Alcalinité} = [HCO_3^-] + 2[CO_3^{2-}] + [CH_3COO^-] + [C_2H_5COO^-] + \dots$$

**Hypothèse 1 :** Les acides gras volatils (acétate, propionate, butyrate) ayant des constantes d'acidité très proches, leurs effets sur l'acidité de la solution aqueuse peuvent être déterminés à partir de la concentration totale en acides gras (*i.e.*  $S_2$ ) et d'un pKa global, estimé à 4,82. D'autre part, au pH considéré, la concentration en carbonate est négligeable devant celle en bicarbonate. Ceci revient à écrire la concentration en carbone inorganique total  $C$  et l'alcalinité  $Z$  ainsi :

$$\begin{aligned} C &= Bic + CO_2^d \\ Z &= Bic + S_2^- \end{aligned}$$

L'alcalinité représente donc la totalité des anions issus du carbone inorganique et des acides gras.

**Hypothèse 2 :** Ces anions représentent la totalité des anions en solution, à l'exception des chlorures mais leur concentration n'est pas modifiée et n'intervient pas sur la réaction. La contrainte d'électro-neutralité conduit donc à faire correspondre l'alcalinité  $Z$  à la somme des cations en solution (moins la quantité qui équilibre les chlorures). Les cations n'intervenant pas dans la réaction, la dynamique de l'alcalinité s'écrit :

$$\dot{Z} = D(Z^{in} - Z)$$

Le modèle aboutit au système algèbro-différentiel suivant :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = (\mu_1(S_1) - \alpha D) X_1 \\ \dot{X}_2 = (\mu_2(S_2) - \alpha D) X_2 \\ \dot{S}_1 = D(S_1^{in} - S_1) - k_1 \mu_1(S_1) X_1 \\ \dot{S}_2 = D(S_2^{in} - S_2) + k_2 \mu_1(S_1) X_1 - k_3 \mu_2(S_2) X_2 \\ \dot{C} = D(C^{in} - C) - q_C + k_4 \mu_1(S_1) X_1 + k_5 \mu_2(S_2) X_2 \\ \dot{Z} = D(Z^{in} - Z) \end{cases} \quad (\text{II-3})$$

$$\begin{pmatrix} q_M \\ q_C \end{pmatrix} = f(\xi)$$

où  $D$  est le taux de dilution ( $\text{jour}^{-1}$ ) et les termes  $k_i$  sont des coefficients de rendements. Le terme  $\alpha$  représente le taux de biomasse fixée et donc non soumis au lessivage. Il permet de modéliser dans un même cadre de représentation des réacteurs à biomasse libre ( $\alpha=1$ ) ou à biomasse totalement fixée ( $\alpha=0$ ).

### II.4.3 Taux de croissance

Le taux de croissance  $\mu_1$  de la population acidogène suit une loi de Monod (représentant un phénomène de limitation et un phénomène de saturation). Le taux de croissance  $\mu_2$  de la population méthanogène

suit une cinétique de Haldane (représentant la limitation, la saturation et l'inhibition par le substrat) dont les formules sont :

$$\begin{cases} \mu_1 = \mu_1^{\max} \frac{S_1}{K_{S_1} + S_1} \\ \mu_2 = \mu_2^{\max} \frac{S_2}{K_{S_2} + S_2 + \frac{S_2^2}{K_{I_2}}} \end{cases} \quad (\text{II-4})$$

Ces deux cinétiques sont illustrées par la Figure II-10.

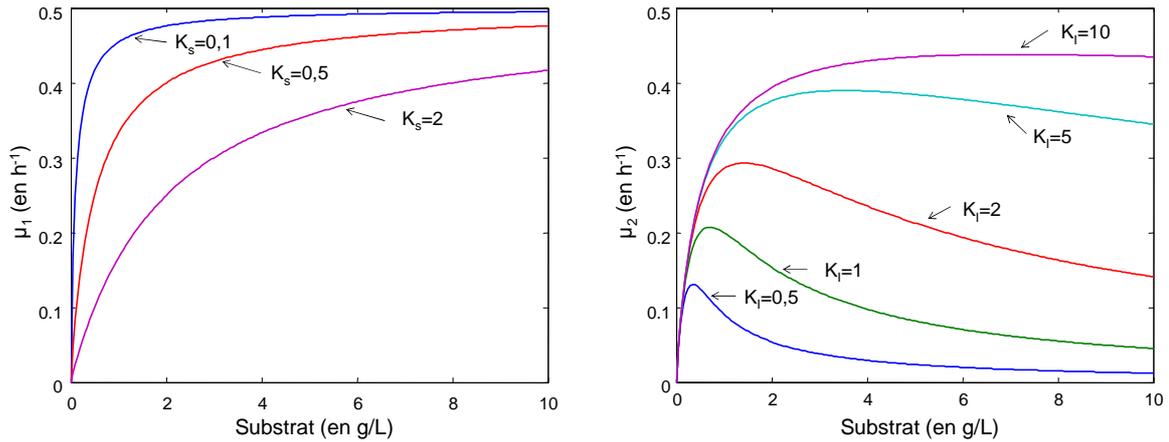


Figure II-10 : Courbe illustrative des cinétiques de Monod (à gauche) et de Haldane (à droite)  
 $(\mu_1^{\max}=0,5 \text{ h}^{-1}, \mu_2^{\max}=0,5 \text{ h}^{-1}, K_{S_2}=0,5 \text{ g.L}^{-1})$ .

#### II.4.4 Calcul du pH

Deux couples acido-basiques sont majoritairement représentés dans un digesteur anaérobie en conditions normales de fonctionnement : le couple acide acétique / acétate (noté  $S_2H / S_2^-$ ) et le couple  $CO_2$  dissous / bicarbonate. L'ensemble des relations reliant ces espèces chimiques est donc :

$$\begin{cases} Z = S_2^- + Bic \\ C = CO_2 + Bic \\ S_2 = S_2^- + S_2H \end{cases} \begin{cases} K_a = \frac{h \cdot S_2^-}{S_2H} \\ K_b = \frac{h \cdot Bic}{CO_2} \end{cases}$$

où  $h$  désigne la concentration en ions hydronium,  $K_a$  et  $K_b$  sont respectivement les constantes d'acidité des AGV et du  $CO_2$ .

En exprimant  $h$  à partir des équilibres acido-basiques et en substituant les grandeurs par les variables d'état, on obtient :

$$h = K_b \frac{CO_2^d}{Bic} = K_b \frac{C + S_2^- - Z}{Z - S_2^-} = K_b \frac{C + \left(\frac{K_a}{K_a + h}\right) S_2 - Z}{Z - \left(\frac{K_a}{K_a + h}\right) S_2}$$

Après simplification, on obtient la relation suivante :  $h = K_b \left( \frac{(h + K_a)(C - Z) + K_a S_2}{(h + K_a)Z - K_a S_2} \right)$ .  $h$  est donc solution de l'équation du second degré :

$$Zh^2 + (K_a(Z - S_2) - K_b(C - Z))h - K_aK_b(C - Z + S_2) = 0 \quad (\text{II-5})$$

En posant  $\psi = K_a(Z - S_2) - K_b(C - Z)$ , le discriminant de la relation précédente s'écrit

$$\Delta = \psi^2 + 4ZK_aK_b(C - Z + S_2)$$

Or  $C - Z + S_2 = CO_2 + S_2H$ , donc  $\Delta$  est toujours positif et le produit des racines est négatif. La seule solution de l'équation physiquement valable est donc la plus grande. En conséquence, la concentration  $h$  en ions  $H_3O^+$  est donnée par la relation :

$$h = \frac{-\psi + \sqrt{\psi^2 + 4ZK_aK_b(C - Z + S_2)}}{2Z} \quad (\text{II-6})$$

#### II.4.5 Calcul du débit de gaz

Le méthane étant un gaz très peu soluble, on peut négliger les phénomènes de transfert entre les compartiments liquide et gazeux et donc considérer que le débit de méthane correspond à la quantité de méthane produite par la population méthanogène :

$$q_M = k_6\mu_2(S_2)X_2 \quad (\text{II-7})$$

Le  $CO_2$  en revanche est un gaz très soluble. Il faut donc tenir compte des phénomènes de transfert liquide-gaz. La dynamique du  $CO_2$  vérifie trois relations :

- la concentration en  $CO_2$  dissous à l'équilibre, notée  $CO_{2eq}^d$ , et  $P_C$ , la pression partielle en  $CO_2$ , sont reliées par la loi de Henry,
- le débit de gaz est proportionnel à la différence entre la concentration actuelle et la concentration d'équilibre,
- la loi des gaz parfaits relie les pressions partielles et les débits molaires.

Ceci signifie donc :

$$\begin{cases} CO_{2eq}^d = K_H P_{CO_2} \\ q_C = k_L a (CO_2^d - CO_{2eq}^d) \\ \frac{P_C}{q_C} = \frac{P_M}{q_M} \end{cases}$$

En combinant ces 3 relations, on trouve que  $P_C$  est la solution de l'équation du second degré :

$$K_H \cdot P_C^2 - \left( \frac{q_M}{k_L a} + CO_2^d + K_H \cdot P_T \right) P_C + P_T \cdot CO_2^d = 0 \quad (\text{II-8})$$

L'analyse du signe des racines de cette équation montre que l'unique solution possible est :

$$P_C = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - 4K_H \cdot P_T \cdot CO_2^d}}{2K_H} \quad (\text{II-9})$$

où  $\phi = CO_2^d + K_H \cdot P_T + \frac{q_M}{k_L a}$

ce qui conduit à l'expression de  $q_C$  :

$$q_C = k_L a \left( CO_2^d - K_H \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - 4K_H \cdot P_T \cdot CO_2^d}}{2K_H} \right) \quad (\text{II-10})$$

### II.4.6 Valeurs nominales des paramètres

Les données d'identification et de validation du modèle sont issues du procédé pilote de l'INRA. Il s'agit d'un réacteur à lit fixe constitué d'une colonne circulaire de 3,5 mètres de hauteur et de 0,6 mètres de diamètre, d'un volume utile initial de 948 litres. Ce procédé (cf. Figure II-11 : Photographie du réacteur pilote. et Figure II-12) est équipé d'une instrumentation classique (débits d'alimentation et de recirculation, température, pH, débit et composition du gaz) complétée par un COTmètre, un capteur titrimétrique et un capteur spectrométrique dans le moyen infrarouge. Ces capteurs, connectés à une boucle d'ultrafiltration, fournissent une mesure en ligne des concentrations en DCO, acides gras totaux, acétate, carbone organique total (COT), alcalinités partielles et totales, certaines concentrations étant mesurées en double. Une présentation plus détaillée du procédé est disponible dans [Steyer *et coll.* 2002]. Ce réacteur fonctionne en continu depuis 1997, alimenté par des vinasses, un effluent produit en quantité par les distilleries de la région de Narbonne. La composition moyenne de cet effluent est décrite dans le Tableau II-1.



Figure II-11 : Photographie du réacteur pilote.

	Concentration moyenne	Unité
DCO Totale	38,8±10	g <sub>O<sub>2</sub></sub> ·L <sup>-1</sup>
DCO Soluble	36,2	g <sub>O<sub>2</sub></sub> ·L <sup>-1</sup>
COT	11,5	g·L <sup>-1</sup>
AGV totaux	8±2	g·L <sup>-1</sup>
NTK	484,5	mg <sub>N-NTK</sub> ·L <sup>-1</sup>
NH <sub>4</sub> <sup>+</sup>	137	mg <sub>N-NH<sub>4</sub><sup>+</sup></sub> ·L <sup>-1</sup>
pH	4,3	

Tableau II-1 : Composition de la vinasse brute utilisée.

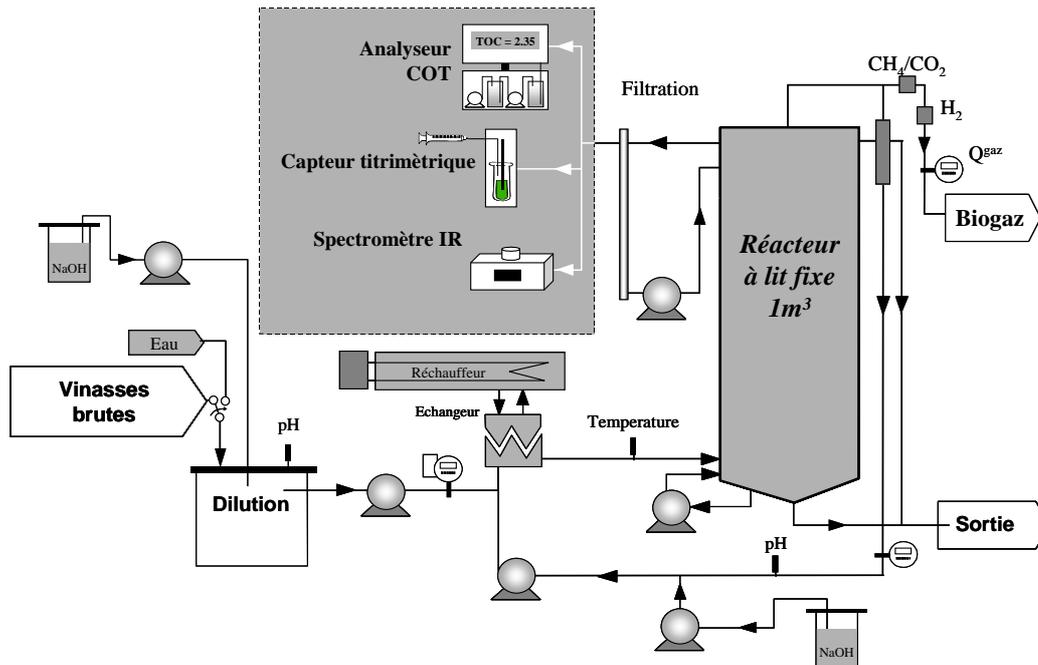


Figure II-12 : Synoptique du procédé de dépollution.

Des valeurs indicatives des paramètres et des variables d'état du modèle sont indiquées dans les Tableau II-2 et Tableau II-3.

Paramètre	unité	valeur
$k_1$	$g_{DCO} \cdot g_X^{-1}$	42,1
$k_2$	$mmol_{AGV} \cdot g_X^{-1}$	116,5
$k_3$	$mmol_{AGV} \cdot g_X^{-1}$	268
$k_4$	$mmol_{CO_2} \cdot g_X^{-1}$	50,6
$k_5$	$mmol_{CO_2} \cdot g_X^{-1}$	334
$k_6$	$mmol_{CH_4} \cdot g_X^{-1}$	484
$K_{S1}$	$g_{DCO} \cdot L^{-1}$	7,1
$K_{S2}$	$mmol_{AGV} \cdot L^{-1}$	9,28
$K_{i2}$	$mmol_{AGV} \cdot L^{-1}$	256
$\mu_1^{max}$	jour <sup>-1</sup>	1.2
$\mu_2^{max}$	jour <sup>-1</sup>	0,74
$\alpha$		0,5
$k_{La}$	jour <sup>-1</sup>	19,8
$V$	L	850

Tableau II-2 : Valeurs indicatives de paramètres du modèle de digestion anaérobie.

Variable	unité	valeur
$X_1$	$g L^{-1}$	0-5
$X_2$	$g L^{-1}$	0-5
$S_1$	$g_{DCO} L^{-1}$	0,5-6
$S_2$	$mmol L^{-1}$	0,5-10
$Z$	$meq L^{-1}$	40-140
$C$	$meq L^{-1}$	40-150

Tableau II-3 : Valeurs indicatives des variables d'état du modèle.

Le modèle présenté a été identifié à partir de données collectées en 1997. Quatre années et deux redémarrages après son identification, la structure du modèle est toujours adaptée au procédé et de légères modifications des paramètres cinétiques suffisent à le valider. La Figure II-13 illustre la simulation obtenue comparée aux données réelles obtenues en 2001. De plus cette structure a été appliquée avec succès sur d'autres procédés de taille et de technologie différentes. Ce modèle constitue donc une base solide pour la compréhension et la supervision des procédés anaérobies.

## **II.5 Conclusion**

Les procédés de digestion anaérobie représentent une technologie de réacteur prometteuse, tant par ses capacités de traitement que par sa valorisation énergétique. Cependant, leur maîtrise nécessite une expertise et un suivi de proximité. Ces tâches de surveillance peuvent être assurées par un système de supervision automatique, mettant à profit l'expertise recueillie sur ces procédés, les données collectées et les efforts de modélisation effectués. Sur cette base de connaissance disponible, il faut maintenant déterminer les méthodes et approches de surveillance adaptées.

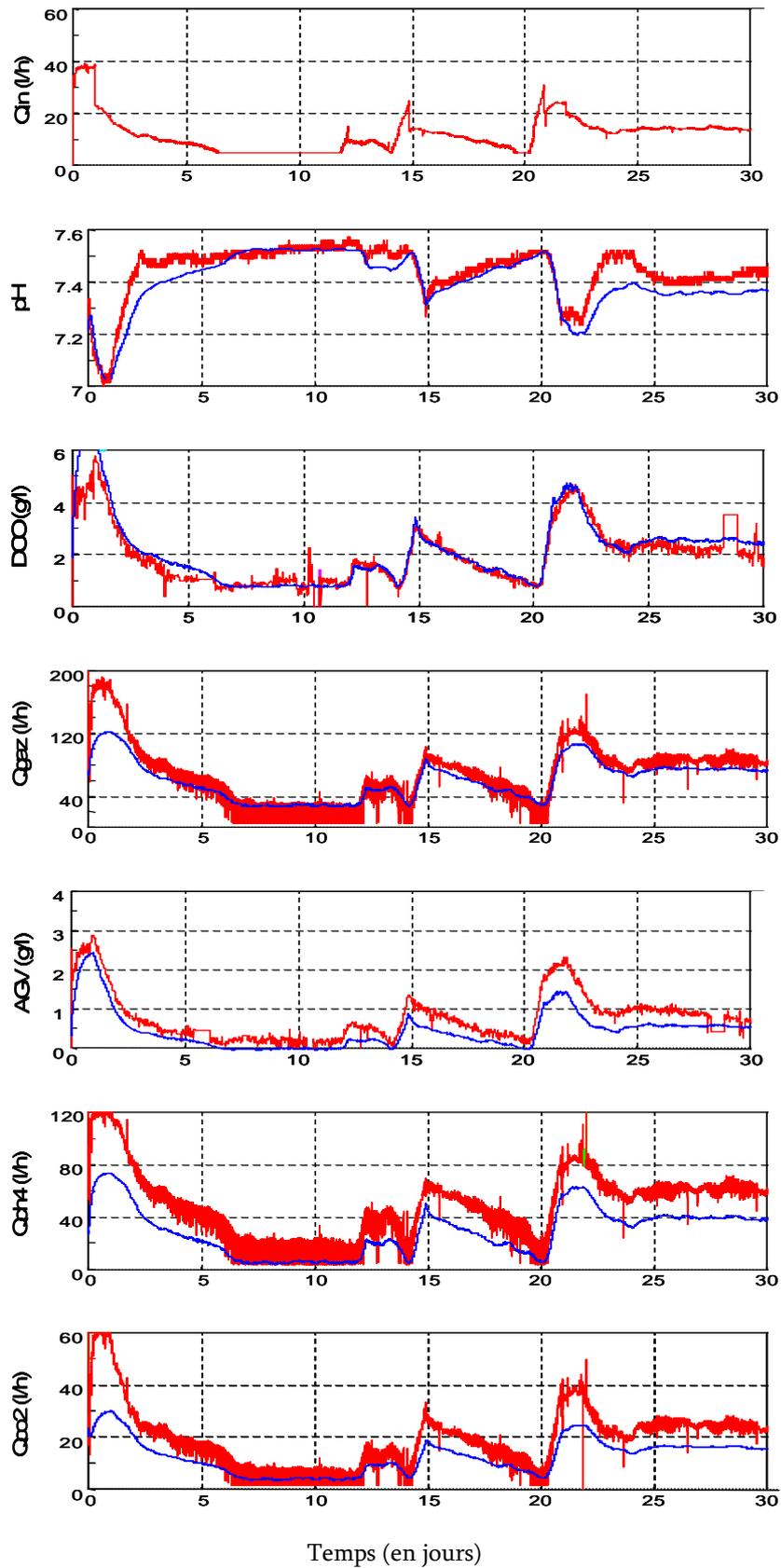


Figure II-13 : Validation du modèle identifié en 1997 sur des données collectées en 2001.

## **Chapitre III**

### **Les approches de diagnostic**

#### **Guide de lecture**

Ce chapitre présente les grandes approches de diagnostic (analytique, qualitative, historique) puis détaille leur application aux procédés biologiques.

### III.1 Définitions

Les procédés biologiques de transformation contiennent aujourd'hui de nombreuses variables contrôlées en boucle fermée ; ces contrôleurs permettent de maintenir des conditions opératoires satisfaisantes en compensant l'effet des perturbations et des changements intervenant sur l'entrée du procédé. Cependant, certaines perturbations ne peuvent pas être rejetées par un contrôleur. Elles constituent donc des défaillances du système supervisé et doivent être détectées et traitées comme telles : on parle alors de défauts. Ces événements peuvent altérer temporairement le fonctionnement du système mais aussi conduire à de plus graves conséquences, telles que la destruction de l'installation, la pollution de l'environnement, la mise en danger des opérateurs. Il est donc important de considérer l'existence de ces défaillances dans la conception du système et dans sa supervision, de telle manière que si elles n'en constituent pas un état *normal*, elles soient un état *prévisible* aux conséquences limitées.

#### III.1.1 Définitions générales

Si la surveillance des systèmes a d'abord essentiellement été basée sur l'expertise de ses opérateurs, la prise d'information se limitant à leurs sensations (apparition d'un bruit, d'une vibration,...), les progrès en instrumentation et en technologies de communication ont permis de proposer des solutions de supervision automatique pour gérer ces défaillances, constituant depuis les années 60 un domaine scientifique à part entière, couramment appelé *diagnostic*. Son vocabulaire et ses paradigmes ont été définis par Isermann et Ballé dans [Isermann et Ballé 1997], cette nomenclature étant depuis retenue par l'IFAC<sup>4</sup>.

Elle définit un *défaut* (*fault*)<sup>5</sup> par une déviation non autorisée par rapport au comportement normal ou usuel d'au moins une propriété caractéristique d'une variable. L'occurrence de défauts sur le système peut provoquer :

- des *pannes* (*failures*), *i.e.* l'interruption permanente de la capacité du système à remplir une fonction requise dans des conditions opératoires données,
- ou des *dysfonctionnements* (*malfunctions*) *i.e.* l'interruption intermittente de cette capacité.

Un défaut peut avoir des origines différentes, détaillées par la Figure III-1. Il peut être causé par :

- une *perturbation* (*perturbation*), c'est à dire par une forte déviation d'une des entrées du procédé (par exemple, un écart de concentration du substrat traité),
- une perturbation inconnue (*disturbance*) c'est à dire l'action d'une entrée inconnue et non contrôlée (par exemple la présence d'un élément toxique dans le substrat traité),
- un changement majeur d'un des paramètres du procédé (par exemple le colmatage d'un échangeur),
- une *erreur* (*error*) d'un des capteurs ou des actionneurs, c'est à dire une déviation (dérive, arrêt, comportement erratique) entre les valeurs mesurées ou spécifiées et la mesure réelle.

<sup>4</sup> *International Federation of Automatic Control*, (<http://www.ifac-control.org/>)

<sup>5</sup> L'essentiel de la bibliographie étant en langue anglaise, la traduction anglaise des termes de vocabulaire est précisée.

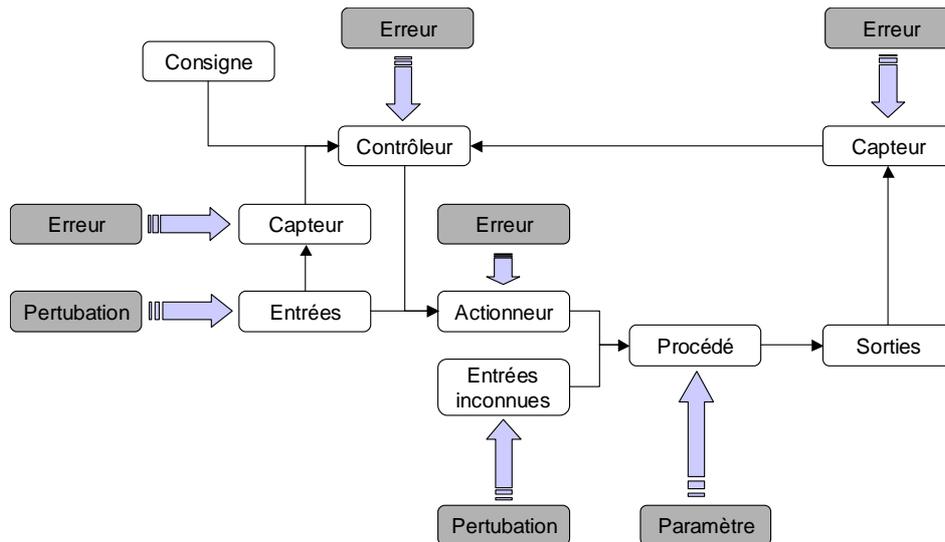


Figure III-1 : Schéma d'un procédé contrôlé et occurrence des défauts.

C'est pour faire face à ces défauts que les procédés sont équipés, en plus des systèmes de régulation, de systèmes de **diagnostic** qui effectuent séquentiellement les tâches suivantes :

- **la détection** consiste à détecter l'apparition d'un **symptôme**, *i.e.* d'un changement par rapport à un comportement normal,
- **la localisation** (*isolation*) vise à identifier la cause du changement détecté,
- **l'identification** détermine la localisation, la durée et l'intensité de la panne,
- **la remédiation** supprime l'effet du défaut.

Les systèmes de diagnostic sont généralement intégrés à des systèmes de surveillance (*monitoring*) ou de supervision. La surveillance est une tâche continue, effectuée en temps réel, déterminant l'état physique d'un système à partir de la collecte et de l'analyse de son comportement. La supervision ajoute à la surveillance la prise de décisions appropriées soit pour maintenir le procédé en fonction, soit pour le préserver. La Figure III-2 illustre la hiérarchisation des fonctions exécutées par un système de supervision.

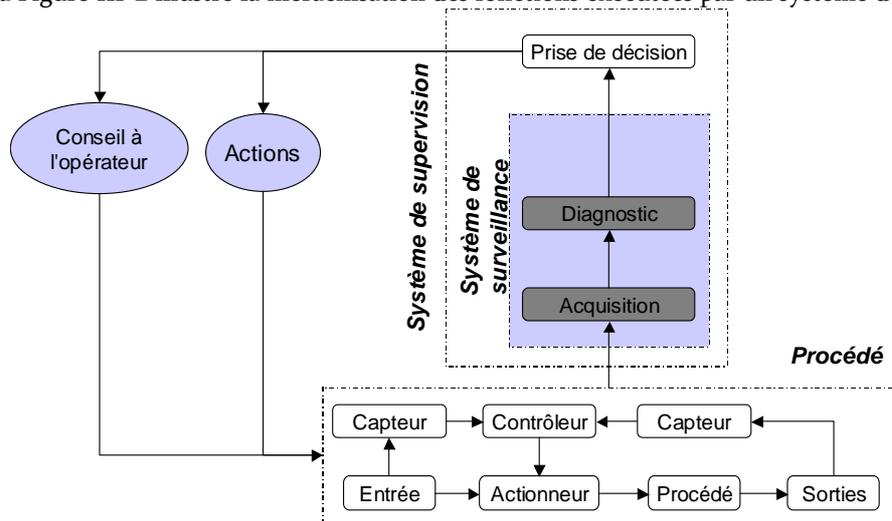


Figure III-2 : Hiérarchie des tâches d'un système de supervision.

### III.1.2 Attentes d'un système de diagnostic

Le module de diagnostic doit fournir à l'utilisateur ou au module de décision l'état du procédé et de ses constituants. Plusieurs approches tenant de l'automatique, de l'intelligence artificielle ou des statistiques

ont été explorées et appliquées pour réaliser cette tâche. Quelles que soient les méthodes employées, elles doivent répondre à un certain nombre de critères, proposés dans [Venkatasubramanian *et coll.* 2003] :

- *rapidité de détection et de diagnostic* : il est impératif de détecter l'occurrence d'un défaut avant que ses conséquences ne soient irrémédiables,
- *isolabilité* : capacité de distinguer les fautes observées parmi plusieurs possibles,
- *robustesse* : capacité à produire de bons résultats dans des conditions bruitées et incertaines<sup>6</sup>,
- *identification des nouveautés* : capacité à détecter des fautes non connues,
- *estimation de l'erreur de classification* : le système fournit une mesure de confiance du diagnostic fourni,
- *adaptabilité-modularité* : les évolutions du procédé (quant à l'instrumentation ou à ses états) doivent pouvoir être prises en compte par le système de diagnostic,
- *identifiabilité multifaute* : cette propriété est souvent difficile à obtenir du fait d'interactions entre les défauts,
- *gestion de l'incertitude* : de plus en plus, les informations disponibles sont accompagnées de leurs incertitudes, sous la forme d'intervalles de confiance par exemple. Cette information complète doit pouvoir être gérée par le système de diagnostic.

Quelle que soit la méthode de diagnostic choisie, celle-ci s'appuie sur une connaissance *a priori*, revenant à une liste de défauts connus et à la description des relations existant entre les observations et ces défauts. Cette connaissance est soit la formulation de la compréhension du système sous la forme de modèles quantitatifs (équations de transfert, équations bilans,...) ou de modèles qualitatifs (relations de cause à effets,...), soit la compilation des observations réalisées sur le système.

De manière générique, la procédure de diagnostic (*cf.* Figure III-3) revient à détecter un écart entre le comportement attendu et le comportement observé, le classifier en symptôme de panne, puis à analyser ces symptômes pour isoler (ou classifier) le défaut. Selon les méthodes utilisées et le type de connaissance disponible, certaines de ces étapes ne sont pas identifiables.

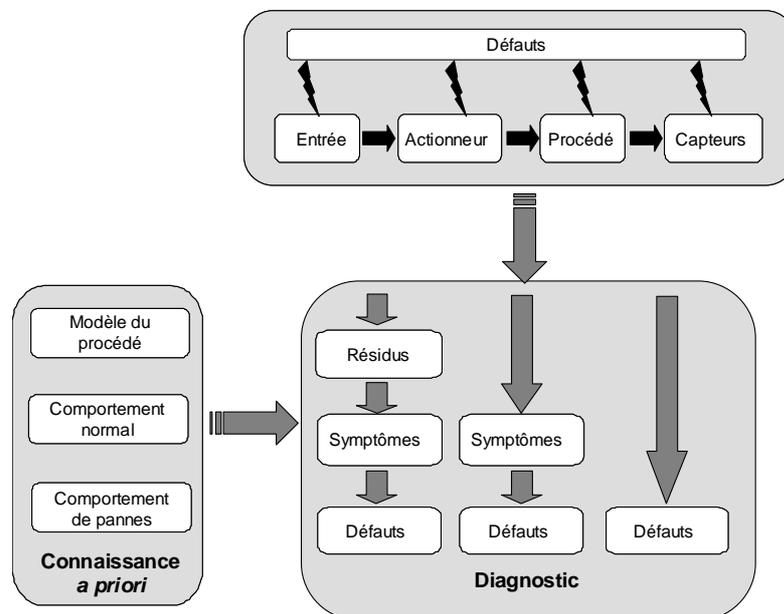


Figure III-3 : Diagramme du processus de diagnostic.

<sup>6</sup> Il y a souvent un compromis à faire entre robustesse et vitesse de détection.

### III.2 Approches à base de modèles quantitatifs

Le principe des approches quantitatives consiste à comparer une valeur observée à une valeur attendue, la différence entre ces deux valeurs formant le **résidu**. Par convention, la valeur du résidu est proche de 0 lorsqu'aucun défaut n'est détecté, et significativement différente de 0 en présence d'un défaut. La redondance nécessaire à la formation du résidu est obtenue :

- soit à partir de capteurs supplémentaires, mesurant la même variable dans les mêmes conditions ; on parle alors de redondance physique (*hardware redundancy*),
- soit à partir de modèles quantitatifs, on parle alors de redondance analytique (*analytical redundancy*). Les modèles sont des ensembles de relations algébriques et temporelles liant les variables d'état, d'entrée et de sortie du procédé.

Le surcoût des capteurs supplémentaires limite l'application de la redondance physique aux systèmes dont la sûreté de fonctionnement est critique telle que les applications aérospatiales ou les centrales nucléaires. La redondance est donc plus généralement créée à partir de modèles analytiques : plusieurs méthodes d'exploitation de ces modèles (*cf.* Figure III-4) ont été proposées pour détecter et localiser les défauts.

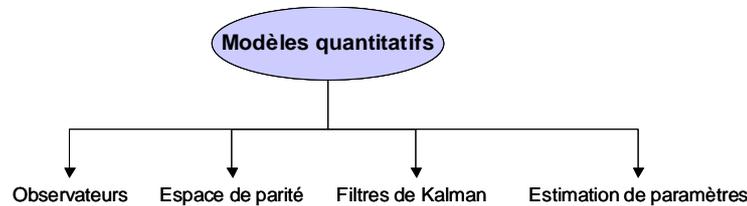


Figure III-4 : Approches à base de modèles quantitatifs.

Par la suite, ces méthodes seront illustrées à partir d'une représentation du système partagée par de nombreuses approches. Il s'agit d'une modélisation par un système linéaire d'équation d'état :

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

où  $u$  est le vecteur d'entrées et  $y$  le vecteur de sorties,  $x$  le vecteur d'état.  $A, B, C$  et  $D$  sont des matrices de paramètres.

Une faute intervenant sur ce système est généralement modélisée par :

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Ep(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + E'p(t) + q(t) \end{cases} \quad (\text{III-2})$$

où  $p(t)$  représente les fautes d'actionneurs et de capteurs d'entrées,  $q(t)$  les fautes de capteurs de sorties.

Un défaut atteignant ce système est dit

- **additif** s'il apparaît comme un terme additif aux variables et s'il affecte le procédé indépendamment des entrées connues,
- **multiplicatif** s'il correspond à un changement des matrices de paramètres et affecte le procédé en fonction des variables observées.

#### III.2.2 Estimation d'état pour le diagnostic des systèmes dynamiques

La présence de défauts dans un système provoque généralement une déviation des variables d'état du modèle décrivant ce système. L'estimation de ces variables permet donc de détecter l'occurrence de défauts. La Figure III-5 illustre l'utilisation d'un observateur pour la détection de défauts.

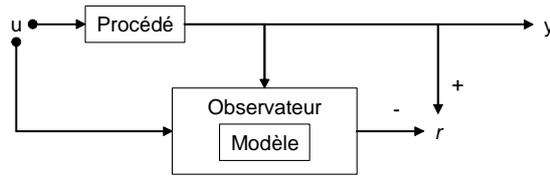


Figure III-5 : Principe d'utilisation d'un observateur pour le diagnostic.

Le principe des observateurs de diagnostic est de construire un ensemble d'estimateurs dont chacun est sensible à un défaut ou à un sous-ensemble des défauts du système tout en étant insensible à tout autre défaut. En absence de faute, l'estimateur suit fidèlement le procédé, l'erreur d'observation étant uniquement due aux entrées inconnues. Mais en présence d'un défaut, le résidu des observateurs sensibles à ce défaut doit augmenter significativement. Il s'agit souvent de reconstruire un observateur à entrées inconnues pour un système dont, en pratique, on connaît les entrées. L'observateur obtenu est alors indépendant des pannes atteignant la mesure de ces entrées. Ces observateurs ont d'abord été développés pour des modèles linéaires [Frank 1990] puis étendus aux cas non linéaires [Frank 1994].

La construction d'un observateur de diagnostic est ici illustrée à partir du modèle discret suivant :

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) + Fp(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III-3})$$

où  $x$  est la variable d'état du système,  $u$  l'entrée et  $y$  la sortie du système ;  $d$  représente les entrées inconnues et  $p$  un défaut d'actionneur ou de mesure de l'entrée.

L'observateur du système permet d'estimer les variables d'état à partir des entrées et sorties observées. L'observateur est obtenu par un réarrangement du modèle tel qu'il puisse s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= Tx(t) \\ \hat{x}(t+1) &= H\hat{x}(t) + Ju(t) + Gy(t) \end{aligned} \quad (\text{III-4})$$

la conception de l'observateur réside dans le choix des matrices  $T$ ,  $H$ ,  $J$  et  $G$ .

En notant l'erreur d'estimation  $e$  et le résidu  $r$ , l'erreur d'estimation s'écrit :

$$\begin{aligned} e(t+1) &= \hat{x}(t+1) - Tx(t+1) \\ &= H\hat{x}(t) + (J - TB)u(t) + Gy(t) - TAx(t) - TE d(t) - TFp(t) \end{aligned} \quad (\text{III-5})$$

Afin d'avoir un observateur insensible respectivement aux perturbations  $d(t)$  et aux entrées  $u(t)$ , il faut satisfaire  $TE=0$  et  $J=TB$ .

L'erreur d'estimation s'écrit alors :

$$e(t+1) = H\hat{x}(t) + (GC - TA)x(t) - TFp(t) \quad (\text{III-6})$$

En choisissant  $G$  tel que  $GC - TA = -HT$ , et si  $H$  est stable,  $e$  devient

$$\begin{aligned} e(t+1) &= H\hat{x}(t) - HTx(t) - TFp(t) \\ &= H(\hat{x}(t) - Tx(t)) - TFp(t) \\ &= e(t) - TFp(t) \end{aligned} \quad (\text{III-7})$$

D'autre part, en écrivant le résidu  $r(t) = L_1\hat{x}(t) + L_2y(t)$  et en choisissant  $L_1$  et  $L_2$  tels que  $L_1T + L_2C = 0$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
r(t) &= L_1 \hat{x}(t) + L_2 y(t) \\
&= L_1 (e(t) + Tx(t)) + L_2 Cx(t) \\
&= L_1 e(t) + (L_1 T + L_2 C)x(t) \\
&= L_1 e(t)
\end{aligned} \tag{III-8}$$

Le résidu est donc faible dès que l'observateur a convergé.

En absence de défauts,  $e(t+1) = He(t)$ . En revanche, en cas de défaut de capteurs :

$$\begin{aligned}
y(t) &= Cx(t) + q(t) \\
e(t+1) &= He(t) + Gq(t) \\
r(t) &= L_1 e(t) + L_2 q(t)
\end{aligned} \tag{III-9}$$

la valeur du résidu augmente alors fortement.

La construction de ces observateurs assure dans la même opération la détection et la localisation des défauts. Elle a depuis été généralisée à certaines classes de systèmes non-linéaires

D'autres types d'estimateurs peuvent être utilisés ; parmi eux on citera le filtre de Kalman. Le filtre de Kalman est un algorithme récursif d'estimation d'état [Willsky 1976, Basseville 1988] dont le gain optimal est recalculé à chaque itération. L'utilisation de filtres de Kalman en diagnostic repose sur le suivi de l'innovation du système ou des erreurs de prédictions pour détecter l'apparition de défauts. Dans [Basseville et Benveniste 1986], les auteurs montrent qu'une banque de filtres de Kalman correspondant à tous les états possibles du système peut être utilisée à des fins d'isolation.

### III.2.3 Relations de parité

Le principe est de tester la consistance (appelée aussi parité) du modèle du système avec ses sorties mesurées et ses entrées connues. Ce principe est illustré par la Figure III-6. Dans des conditions d'équilibre, la consistance est parfaite et la valeur de la relation de parité est nulle. En pratique, il y a rarement parfaite adéquation du fait du bruit et des erreurs de modélisation ; le but est donc d'obtenir la relation de parité produisant la meilleure localisation par réarrangement du modèle [Gertler et Singer 1990].

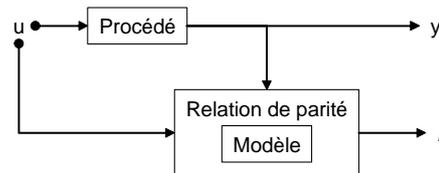


Figure III-6 : Principe de détection par relation de parité.

Le principe d'établissement d'une relation de parité est décrit dans [Frank 1990]. Considérons un système dont  $y$  est le vecteur des  $n$  variables mesurées et  $x$  le vecteur des  $m$  variables d'état ; ce système est décrit par :

$$\exists C \in \mathbb{R}^{n \times m} \quad y(t) = Cx(t) + \Delta y(t) \tag{III-10}$$

où  $\Delta y(t)$  représente l'erreur sur les mesures.

S'il existe une redondance dans le système (*i.e.*  $n > m$ ), alors il existe une matrice de projection  $V$  telle que  $VC=0$  et on peut écrire le vecteur de parité  $p$  tel que :

$$p(t) = Vy(t) = VCx(t) + V\Delta y(t) = V\Delta y(t) \tag{III-11}$$

En l'absence de faute,  $p = 0_n$  ; par contre, en présence d'une faute affectant le  $i^{\text{ème}}$  capteur (*i.e.*  $\Delta y = [0 \quad \dots \quad \Delta y_i \quad \dots \quad 0]$ ), le vecteur de parité vaut :

$$p = V\Delta y = \Delta y_i \cdot V_i \quad (\text{III-12})$$

où  $V_i$  désigne la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $V$ .

Les colonnes de  $V$  déterminent donc  $n$  directions associées aux défauts de chaque capteur. Cet exemple considère une redondance directe. Dans [Chow et Willsky 1984], ce principe est appliqué pour l'exploitation des redondances directes et temporelles.

### III.2.4 Estimation de paramètres

L'apparition d'un défaut peut également se traduire par la modification de la valeur d'un paramètre du modèle, normalement statique ou dépendant uniquement de la valeur des variables d'état. L'identification en continu des paramètres du modèle permet donc de suivre leurs déviations et de les relier à des défauts particuliers par des techniques de reconnaissance de forme. Dans [Isermann 1984], l'auteur discute différentes techniques d'identification de paramètres pour le diagnostic. Le principe général est illustré par la Figure III-7.

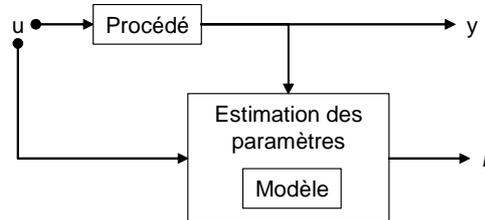


Figure III-7 : Diagnostic basé sur l'identification de paramètres.

Une panne est détectée par une brusque modification d'un ou de plusieurs paramètres. L'identification en ligne des paramètres permet de plus de mesurer l'intensité de la panne. Par contre, la nécessité pour l'identification de paramètres d'avoir un système excité en permanence et la difficile interprétation physique des paramètres obtenus limitent l'application de ces méthodes. De plus, dans le cas de procédés non linéaires de grande taille, l'estimation en temps réel peut être difficile à réaliser.

### III.2.5 Critique des approches basées sur des modèles analytiques

Les approches quantitatives précédemment décrites, se limitent généralement à l'exploitation de modèles linéaires et à certaines classes de modèles non linéaires. Pour les utiliser, il est donc souvent nécessaire de procéder à la linéarisation des modèles complexes autour du point de fonctionnement, ce qui n'est pas toujours ni satisfaisant ni même possible. De plus, du fait de la structure des modèles utilisés et de la non interprétabilité des paramètres, les déviations observées ne sont pas toujours explicables. Un autre inconvénient réside dans l'identifiabilité des nouveaux défauts : ces approches ne garantissent pas la détection d'un défaut non modélisé spécifiquement.

D'autre part, dans un contexte bruité et où les valeurs réelles des paramètres sont inconnues ou vides de sens, l'évaluation du résidu est difficile. Face à cette problématique, les approches par propagation d'intervalles applicables pour certaines classes de systèmes proposent une méthode de représentation de l'incertitude sur la valeur du résidu [Steyer *et coll.* 2000]. D'autres approches se fondent sur l'évaluation des résidus au moyen de sous-ensembles flous ([Montmain et Gentil 1993, Ulieru et Isermann 1993]).

## III.3 Méthodes basées sur la représentation des connaissances

Les méthodes présentées précédemment s'appuyaient sur une connaissance formulée au moyen d'un modèle analytique du procédé. Cependant, cette connaissance *a priori*, nécessaire au processus de diagnostic, peut aussi être exprimée au moyen de modèles qualitatifs [Trave-Massuyes *et coll.* 1997]. Le but est de se doter d'un formalisme apte à capturer de manière souple les liens de causes à effets régissant le comportement du système. Ces méthodes sont particulièrement intéressantes à mettre en oeuvre quand les systèmes sont trop complexes ou trop coûteux à modéliser mais qu'une connaissance experte

importante est mobilisable. Ces approches présentent de plus l'intérêt de pouvoir détecter des défauts jamais rencontrés mais dont on connaît une description qualitative.

La représentation des connaissances vise soit à réaliser un modèle de connaissances permettant d'interpréter directement les observations en terme de symptômes et de défauts, soit à réaliser un modèle qualitatif du système apte à opposer un comportement attendu à un comportement observé.

### III.3.1 Modèles qualitatifs

#### a) Modèles qualitatifs du système

Pour des modèles complexes ou pour lesquels peu de données ont été collectées mais pour lesquels une base d'expérience est disponible, il est possible de réaliser un modèle qualitatif du système. Comparativement au modèle analytique, le modèle qualitatif produit une information explicitement incomplète et incertaine. Le développement des formalismes de modélisation qualitative a permis leur utilisation à des fins de diagnostic.

Les modèles à base de graphes sont largement utilisés pour représenter qualitativement les interactions entre les variables et les relations de causes à effets d'un état sur ces variables. Dans un graphe causal, les relations causes-conséquences sont représentées sous la forme de nœuds et d'arcs orientés. Un arc relie un nœud correspondant à une cause à un nœud correspondant à sa conséquence. Les arcs peuvent être signés, ils possèdent alors un label positif ou négatif explicitant la conséquence. On distingue plusieurs types de nœuds :

- ceux n'acceptant que des arcs partants : il s'agit des variables décrivant l'état du procédé
- ceux acceptant des arcs partants et sortants : les variables du procédé
- ceux n'acceptant que des arcs entrants : les variables de sortie.

La Figure III-8 donne l'exemple d'une citerne ayant un flux de remplissage  $F_1$  et de vidange  $F_2$ . Le modèle causal présente l'influence des différentes variables sur le niveau  $Z$ .

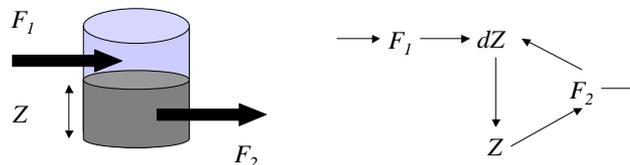


Figure III-8 : Représentation par graphe causal du remplissage d'une citerne.

La détection des défauts à partir de modèles qualitatifs exploite soit des modèles qualitatifs des états de défauts, soit seulement un modèle de bon fonctionnement. A partir d'outils de simulation des modèles qualitatifs tels que QSIM [Kuipers 1987], on détermine l'adéquation des observations avec le modèle de fonctionnement normal et les modèles de défauts (cf. Figure III-9).

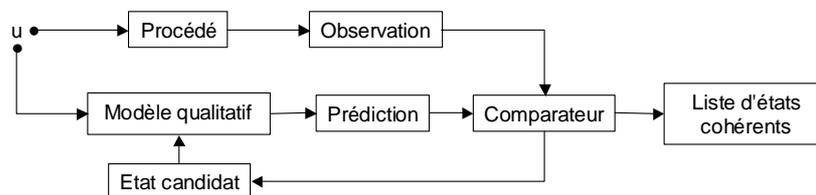


Figure III-9 : Détection de défauts par simulation de modèles qualitatifs.

Le formalisme des automates temporisés permet également de représenter qualitativement l'effet de la variable temporelle sur les relations intervariables. L'utilisation de ce formalisme pour le diagnostic est décrite dans [Cordier et Largouët 2001] et son application pour le diagnostic de procédés biologiques est présentée dans [Hélias *et coll.* 2004]. Dans ce cas, l'interrogation du modèle qualitatif comporte des

contraintes de temps (du type *tel état est-il atteignable dans une fenêtre temporelle donnée ?*) qui permettent de réduire et de préciser les réponses satisfaisant les conditions.

#### b) Modèles d'explication des défauts

Les arbres de défaut, initialement développés par les laboratoires de Bell Telephone en 1961, sont utilisés pour analyser la sécurité de fonctionnement des systèmes. Ce sont des arbres logiques propageant des événements élémentaires vers des événements complexes observables. L'arbre est généralement constitué de couches de nœuds reliés par des opérateurs logiques de type ET, OU ou OU Exclusif. L'analyse qualitative de l'arbre des défauts définit les ensembles minimaux de défauts élémentaires qui sont nécessaires et suffisants pour expliquer un défaut complexe observé. L'analyse quantitative de l'arbre utilise les probabilités d'occurrence des défauts élémentaires pour calculer la probabilité des défauts complexes. Les arbres de défaut ne sont pas des outils de détection mais plutôt des outils d'analyse des systèmes. Combinés à des diagrammes causaux, ils peuvent constituer un outil de détection et d'isolation (voir par exemple [Ulerich et Powers 1988]).

### III.3.2 Représentation des connaissances pour l'évaluation et la localisation des défauts

L'exploitation des connaissances d'un procédé et l'évaluation quantitative des symptômes collectés permettent d'améliorer la pertinence du diagnostic. Ces connaissances peuvent être formalisées au moyen d'un corps de règles représentant les relations entre observations et défauts. La logique floue représente un formalisme très adapté pour l'application de systèmes de diagnostic à base de règles car elle permet la représentation de l'observation partielle d'un symptôme et la description des symptômes en termes linguistiques. Les méthodes diffèrent selon leurs modalités de raisonnement à partir des règles :

- le raisonnement déductif consiste à appliquer des règles générales à des cas particuliers pour inférer un résultat,
- le raisonnement abductif consiste à inférer le cas à partir de l'observation d'un résultat et de la donnée d'une règle.

Dans une problématique de diagnostic, un système basé sur des règles déductives (*i.e.* telle observation implique tel état) sélectionnera la règle dont le prototype est le plus proche de l'observation et proposera la conclusion correspondante. Ainsi, dans [Ripoll *et coll.* 1998], les auteurs présentent un système de diagnostic basé sur des relations de redondance et des signatures floues, qui calcule un degré de présence de pannes selon l'adéquation des résidus observés aux résidus attendus en présence de panne. Dans [Genovesi *et coll.* 2000], les auteurs décrivent un système de diagnostic déductif constitué de modules de détection flous en cascade.

A l'opposé de ces méthodes de diagnostic orientées détection, d'autres applications sont orientées explication (*i.e.* utilisant un raisonnement abductif). Un système basé sur des règles linéaires (*i.e.* tel état implique telle observation) sélectionnera toutes les règles dont les conclusions sont compatibles avec les observations et proposera donc un ensemble d'états possibles pour chaque règle sélectionnée. L'intersection de ces ensembles fournit un état ou un ensemble d'états cohérent avec les observations et avec l'ensemble de la connaissance représentée. Si une contradiction apparaît, alors soit l'observation est erronée, soit le corps de règles est incohérent. Dans [De Mouzon *et coll.* 2000], les auteurs présentent une méthode de diagnostic où l'origine des défauts est localisée à partir d'un indice de cohérence et d'un indice d'abduction.

Les méthodes de diagnostic mettant en œuvre des bases de connaissance et leur évaluation qualitative permettent d'obtenir des diagnostics plus justes et moins sensibles aux faibles perturbations. La formulation d'un modèle de connaissance plutôt qu'un modèle analytique nécessite des efforts de développement inférieurs et garantit une meilleure stabilité du modèle. De plus, ils sont souvent plus adaptés pour manipuler des observations imprécises. En contrepartie, ce qui est gagné en pertinence peut être perdu en précision, les ensembles de réponses possibles basés sur un modèle qualitatif sont

généralement plus vastes que ceux basés un modèle quantitatif. Il s'agit alors de chercher à restreindre la liste des causes possibles à un singleton [Steyer 1991].

### III.4 Méthodes basées sur l'historique du procédé

Les méthodes basées sur la reconnaissance de formes exploitent la connaissance historique du procédé. Ces données forment la connaissance *a priori* du système.

#### a) Traitement du signal

Le traitement du signal émis par un capteur peut fournir d'autres informations que celles seulement issues de la valeur mesurée. Par exemple, les analyses spectrales à partir de transformée de Fourier ou de transformation par ondelettes permettent de détecter des déviations du signal. Ainsi, l'occurrence d'un défaut se traduira par l'apparition ou la disparition d'un domaine de fréquences. Ces approches sont simples à mettre en œuvre et peuvent se révéler informatives dès lors qu'une signature spectrale propre au comportement normal peut être établie. Elles nécessitent cependant une fréquence de mesure rapide vis-à-vis de la vitesse d'évolution du procédé. Les informations issues du traitement du signal fournissent toutefois d'excellents symptômes utilisables par les autres méthodes de diagnostic à base d'expertise ou utilisant la reconnaissance de formes.

#### b) Méthode statistique d'extraction

Ces méthodes reposent sur l'idée que lorsque le système est sous contrôle, il est possible de définir une distribution de probabilité pour les observations et que cette distribution est modifiée par l'apparition d'un défaut. Détecter l'apparition d'un défaut revient alors à détecter un changement de la moyenne ou de l'écart type des observations. [Basseville et Nikiforov 1993] décrivent ces méthodes de détection en ligne. Ces méthodes ont été les premières utilisées pour le diagnostic des procédés, avec les chartes de contrôles de Shewart, introduites dès 1931, complétées par l'algorithme CuSum (*cf.* [Leger *et coll.* 1998]). Cependant, ces méthodes de détection sont monodimensionnelles et sont donc insensibles aux variations de corrélations intervariables.

Une solution est de chercher à réduire la dimension du système observé au moyen d'outils tels que l'analyse en composante principale (ACP). Cette méthode réduit la dimension du problème en exhibant les corrélations intervariables et en réduisant le bruit. L'ACP consiste à décomposer la matrice de covariance des variables du procédé selon les directions expliquant le maximum de variation des données. Ces directions sont appelées composantes principales du nuage de points.

Soit une matrice  $X \in \mathcal{M}_{n,p}$  représentant  $p$  variables mesurées effectuées sur  $n$  individus et soit  $C$  sa matrice de covariance. Soit  $L$  une matrice diagonale dont les éléments  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$  sont les valeurs propres ordonnées de  $C$ . Alors  $C = ULU^T$ , la matrice  $U$  forme la matrice des composantes principales. La matrice  $T$  obtenue par  $T = XU$  est la matrice des projections (*scores*) selon les axes principaux.

L'utilisation de l'ACP pour le contrôle du procédé nécessite au préalable la définition du modèle de bon fonctionnement. La projection d'un point observé dans l'espace décrit par les axes principaux du modèle de bon fonctionnement et l'application du test  $T^2$  de Hotelling permettent de détecter un changement par rapport au modèle de bon fonctionnement.

Si l'ensemble des variables observées comporte une variable d'intérêt particulier, il est judicieux d'utiliser une analyse de régression par les moindres carrés qui extrait les variables qui non seulement représentent la variance des observations mais aussi qui permettent la meilleure prédiction de la ou des variables d'intérêt.

On compte de nombreuses applications des approches multivariées pour la détection des changements des procédés. Afin de prendre en compte les non-linéarités, [Qin et McAvoy 1992] introduisent des

réseaux de neurones. [Dunia *et coll.* 1996] utilisent l'ACP pour le diagnostic de capteurs. En faisant l'hypothèse qu'un seul capteur est défectueux, ils reconstruisent la mesure de chaque capteur séparément à partir des autres mesures afin d'identifier le capteur défectueux.

Les méthodes statistiques ne nécessitent pas de modèles explicites et sont efficaces pour la détection d'anomalies. Cependant elles ne possèdent pas de propriétés de signatures et rendent la localisation difficile voire impossible pour les pannes non encore rencontrées. Enfin, un inconvénient inhérent aux approches par reconnaissance de formes réside dans l'hypothèse implicite que le fonctionnement normal futur ressemblera au fonctionnement normal observé [Akbarian et Bishnoi 2001].

### c) Réseaux de neurones

Les réseaux de neurones sont utilisés pour la modélisation et la classification de systèmes dont la dynamique est non linéaire. Leur utilisation est adaptée pour des situations où le modèle analytique est trop complexe et l'expertise du procédé est difficile à formuler mais où de grandes quantités de données et de situations ont été accumulées. Ces données sont alors utilisées pour développer un modèle boîte noire capable de reproduire le comportement du système.

Un réseau de neurones est un ensemble de processeurs élémentaires interconnectés qui, à l'image des neurones connectés dans le cerveau par des synapses, traitent dynamiquement les informations reçues en entrées et produisent une sortie (*cf.* Figure III-10). Un neurone standard effectue une opération du type :

$$y = F \left( \sum_{p=1}^P w_p u_p + u_0 \right) \quad (\text{III-13})$$

où  $y$  désigne la sortie du neurone,  $u$  les entrées,  $w$  les poids des connexions et  $F$  est une fonction non linéaire.

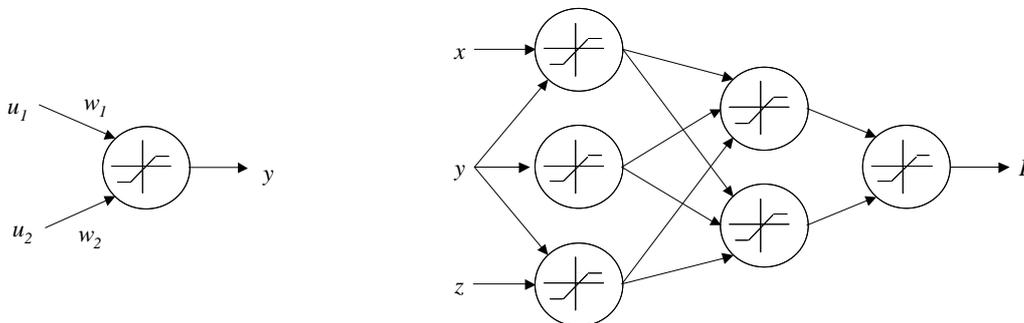


Figure III-10 : Neurone isolé (à gauche) et exemple d'un réseau de neurones à 3 entrées organisé en 3 couches (à droite).

L'apprentissage du réseau de neurones détermine le poids de chaque connexion entre les neurones permettant de minimiser l'erreur de prédiction du modèle. Il a été démontré que les modèles à base de réseaux de neurones peuvent reproduire toutes les dynamiques non linéaires d'un système avec une précision souhaitée (*i.e.* ils peuvent être utilisés comme approximateur universel).

Appliqué pour le diagnostic, les réseaux de neurones peuvent être utilisés soit pour créer une redondance [Fuente et Saludes 2000] soit directement comme classificateur [Frank et Koppen-Seliger 1997]. Lorsque le réseau de neurones est utilisé comme un modèle de fonctionnement, on peut construire une banque de réseaux correspondant chacun à un mode de fonctionnement et utiliser la banque pour réaliser l'isolation des défauts [Zbiri *et coll.* 1996].

Les réseaux de neurones constituent une méthode de génération de défauts efficace valorisant les données acquises sur le procédé. Néanmoins, cette méthode possède les limites des systèmes à

apprentissage, c'est à dire qu'elle ne fonctionne correctement que dans des gammes de fonctionnement correspondant à celles de l'ensemble d'apprentissage et ne saura identifier une situation inconnue.

### **III.5 Diagnostic et Supervision des procédés biologiques**

Le diagnostic des procédés biologiques fait plus souvent appel aux méthodes issues de l'intelligence artificielle et des statistiques plutôt qu'à celles issues de l'automatique. Cette préférence est explicable par le caractère non linéaire, multivariable et dynamique des procédés biologiques qui rend difficile l'application des méthodes de l'automatique.

Dans [Stephanopoulos et Han 1996], les auteurs expliquent qu'un système de supervision destiné à un procédé biologique doit tenir compte du caractère multiobjectif du procédé (réalisation du traitement des effluents, préservation du procédé et valorisation énergétique dans le cas d'un procédé anaérobie) et valoriser tant les connaissances issues de l'expertise humaine que celles provenant de modèles analytiques ou des données collectées.

Dans [Konstantinov *et coll.* 1993], les auteurs complètent ce constat et décrivent parmi les tâches d'un système de supervision pour un procédé biologique la détermination de l'état physiologique des micro-organismes en plus de celle de l'équipement du procédé. Les micro-organismes sont effectivement les véritables actionneurs du procédé mais ils ne sont pas directement commandables. Ils ajoutent la nécessité de recourir à des formalismes adaptés à la complexité et à l'incertitude inhérentes aux procédés biologiques. En revanche, par rapport aux procédés chimiques, les contraintes de temps-réel sont beaucoup moins fortes, l'inertie des procédés autorisant des temps de réaction relativement longs comparativement aux capacités de calcul actuellement disponibles. Ce degré de liberté permet d'explorer les méthodes de représentation de l'incertain qui, si elles sont plus fidèles aux informations d'origine, nécessitent souvent des calculs plus longs.

Les réseaux de neurones ont largement été utilisés pour les procédés biologiques du fait de leur capacité à représenter les non-linéarités que ce soit pour la reconnaissance de formes (*cf.* [Kamimura *et coll.* 1996]) ou la prédiction d'état (*cf.* [Hamed *et coll.* 2004]) afin d'introduire une redondance.

De nombreuses applications font appel à la logique floue pour sa capacité à représenter des variables vagues et à exploiter des règles de fonctionnement. Barnett et Andrews présentent un système de supervision pour les procédés anaérobies basés sur un jeu de règles floues [Barnett et Andrews 1992]. A partir de l'observation de plusieurs variables, un module de diagnostic détermine l'état du procédé et active un module de contrôle flou spécifique pour le retour à l'état normal. Ce système expert se base sur une représentation très précise du fonctionnement du procédé et permet une supervision efficace mais possède une faible portabilité. Dans [Marsili-Libelli et Muller 1996], les auteurs décrivent un système de supervision basé sur une classification floue adaptative. Enfin, [Steyer *et coll.* 1997] utilisent une approche hybride combinant systèmes flous et réseaux de neurones pour réaliser le diagnostic d'un réacteur anaérobie à lit fluidisé. De nombreuses autres applications ont été développées, signe d'une particulière adéquation entre la logique floue et la problématique de la supervision des procédés biologiques.

Dans d'autres domaines, on pourra citer la surveillance par reconnaissance de formes au moyens d'Analyses en Composantes Principales (ACP) ou de régressions des moindres carrés partiels (PLS) utilisés par [Rosen et Olsson 1997] pour détecter les changements de caractéristiques des effluents à traiter.

Ce rapide panorama montre de nombreuses applications des techniques de l'automatique, de l'intelligence artificielle ou des statistiques à la supervision des procédés biologiques quels qu'ils soient.

Cependant, il s'agit dans la très grande majorité d'applications de laboratoire et on compte aujourd'hui très peu d'applications industrielles de tels systèmes de supervision.

### **III.6 Conclusion**

Tout au long de ce chapitre, différentes approches de diagnostic ont été décrites. Il est important de souligner que toute méthode de diagnostic présente ses limites et qu'il ne s'agit donc pas de privilégier l'une par rapport à l'autre. Quelle que soit la méthode utilisée pour générer des signaux de défaut, ces signaux doivent donc être combinés et comparés entre eux pour arriver à la localisation des pannes. La localisation pertinente nécessite qu'au niveau de l'évaluation et de la combinaison des signaux de défaut, les incertitudes sur la valeur et la signification du résidu soient correctement représentées et gérées. Par ailleurs, toute méthode de détection et de localisation est partielle, c'est-à-dire que certains défauts ne sont pas détectés ou ne peuvent être isolés d'autres.

Une méthode de combinaison des signaux de défaut doit donc représenter explicitement l'incertitude sur les fautes concernées par le signal observé et réduire autant que possible cette incertitude par la combinaison des signaux entre eux. Enfin, l'éventuel conflit entre deux signaux de défaut doit être géré pour arriver à un système robuste et fiable de diagnostic.

## **Chapitre IV**

### **Les formalismes de représentation de l'incertitude**

#### **Guide de lecture**

Le diagnostic de procédés biologiques, qui plus est dans un contexte de supervision à distance, nécessite la représentation et la gestion des incertitudes. Plusieurs formalismes existent pour manipuler des informations incertaines ; ce chapitre présente les grandes lignes de ces formalismes et illustre leur application autour d'un problème prototype. Il s'agit de l'exposé de notions mathématiques qu'un lecteur biologiste peut passer pour aller directement au chapitre V.

## IV.1 Problématique de la représentation des incertitudes

Que ce soit en contrôle, en diagnostic, ou plus généralement pour l'élaboration de systèmes d'aide à la décision, la notion d'incertitude est forcément présente, dès lors que dans un système réel, d'une part la prise d'information est imparfaite et subjective, et d'autre part la connaissance du système est partielle comparativement à sa complexité. Il en résulte une **situation d'incertitude**, c'est à dire, telle que la définit Zimmermann dans [Zimmermann 2000], une situation *impliquant qu'une personne ne dispose pas de toute l'information qui qualitativement et quantitativement serait nécessaire pour décrire et prédire de manière déterministe et numérique un système, son comportement ou une de ses caractéristiques*.

Si l'incertitude est subie, il est néanmoins possible de chercher à la représenter et à l'intégrer au processus de raisonnement plutôt que de la rejeter. La réduction de l'incertitude s'effectue alors en dernier lieu par un processus de décision, les manipulations au cours du raisonnement ayant potentiellement permis de la réduire et au moins d'en tenir compte. L'idée est donc de définir **l'élément d'information** non pas seulement comme le triplet (**objet, attribut, valeur**) mais comme un quadruplet (**objet, attribut, valeur, confiance**) [Dubois et Prade 1985]. La notion d'attribut désigne ici une fonction qui affecte une valeur (ou un ensemble de valeurs) à un objet donné (ou à un ensemble d'objets). La notion de confiance quant à elle désigne une indication sur la fiabilité de l'élément d'information. Formellement, une information incertaine est donc l'association d'un ensemble de propositions (*i.e.* des couples objets-attributs) et de degrés de confiance, exprimés dans un cadre formel de représentation de l'incertain [Fabiani 1996].

A titre d'illustration, lors de l'expérience qui consiste à jeter un dé à 6 faces, le dé est l'objet, un attribut peut être la face tirée et sa valeur un nombre entre 1 et 6. Un élément d'information incertaine sur le jet de ce dé comportera un ensemble de propositions (*la face tirée est la face 1* ou *la face est paire,...*) et des degrés de croyance de ces propositions.

Mais avant d'aborder les différents cadres formels utilisables pour décrire ces degrés de croyance, il convient de définir les différentes composantes et différentes sources de l'incertitude afin de bien les comparer. La typologie présentée ici, proposée par Demolombe dans [Demolombe 1997], sera illustrée par le même exemple du jet de dé :

- **L'incomplétude** (*incompleteness*) d'une information correspond à l'affirmation qu'une disjonction de propositions est vraie sans préciser lesquelles sont réellement vérifiées ; par exemple *"la face du dé est un nombre pair"*.
- **Son caractère approximatif** (*vagueness*) est lié à une définition approximative d'un terme du langage (grand pour une taille), il revient à une imprécision entre plusieurs sous-propositions ; par exemple *"la face tirée est grande"*.
- **La validité** (*validity*) d'une information mesure la fiabilité de la source d'information. Ainsi l'information *"la face est 6"* est peu pertinente si elle est fournie par un observateur particulièrement myope.
- **Son inconsistance** (*inconsistency*) exprime le fait qu'une même base de connaissance permette d'inférer une proposition et son contraire, *un observateur affirme en même temps que la face est 6 et que la face est impaire*.

Deux grandes catégories d'incertitudes sont ici définies : la première, exprimée au sein de l'information elle-même, revient à exprimer une préférence entre différentes propositions (*la face est impaire, la valeur est grande*), l'autre exprime la fiabilité de la source d'information elle-même (*l'observateur est myope* ou *il se contredit*). Ces deux notions respectivement **d'imprécision** et de **pertinence** sont donc relativement indépendantes puisqu'elles se réfèrent à des niveaux différents de l'information. En revanche, elles sont duales dans la pratique puisque plus une information est imprécise, plus elle a de chances d'être pertinente (L'information *la face tirée est un nombre entre 1 et 6* est peu précise mais très pertinente).

La représentation de l'incertitude dans un contexte donné soulève plusieurs questions pointées dans [Walley 1996] :

- quelle représentation des différentes sources d'incertitude est apportée par le formalisme ?
- comment évaluer, combiner et mettre à jour ces mesures d'incertitude ?
- comment mesurer la consistance de l'information incertaine ?
- comment utiliser cette mesure pour la décision ?

Les parties suivantes présenteront trois grandes méthodes numériques de représentation de l'incertitude en cherchant à chaque fois à répondre à ces questions. Parmi les formalismes numériques de représentation de l'incertitude, le tout premier utilisé est la théorie des probabilités. Par la suite, d'autres formalismes ont été définis dont la théorie de Dempster-Shafer [Dempster 1967, Shafer 1976] et celle plus générale des intervalles de probabilité et enfin, la théorie des possibilités, issue de la théorie des ensembles flous de Zadeh [Zadeh 1965].

## IV.2 Théorie des Probabilités

### IV.2.1 Définitions

La théorie des probabilités, définie à partir de l'étude des jeux de hasard au 17<sup>ème</sup> siècle, est la plus ancienne méthode de représentation de l'incertain. Elle repose sur la notion *d'expérience aléatoire* décrite par un *espace d'épreuves*  $\Omega$ , dont les *issues*  $\omega$  sont les résultats possibles de l'expérience. On définit l'évènement aléatoire  $A$  comme une partie de  $\Omega$  et on dira que  $A$  est réalisé si l'issue  $\omega$  appartient à  $A$ .

Une fonction de probabilité  $P$  est une fonction de l'ensemble des parties de  $\Omega$ , noté  $2^\Omega$ , vers  $[0, 1]$  telle que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall A \in 2^\Omega \quad 0 \leq P(A) \leq 1 \\ P(\text{proposition certaine}) = 1 \\ \forall (A, B) \in (2^\Omega \times 2^\Omega) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \end{array} \right. \quad (\text{IV-1})$$

Deux catégories d'interprétation des probabilités donnent des sens différents à cette probabilité :

- dans le cadre de l'interprétation *fréquentiste* des probabilités, la probabilité d'un évènement  $A$  est interprétée comme le rapport du nombre d'issues favorables sur le nombre d'issues possibles,
- l'interprétation *subjective* des probabilités, quant à elle, interprète cette grandeur comme un degré de vraisemblance au sein d'hypothèses alternatives. Ceci permet d'utiliser les distributions de probabilité comme une représentation du sentiment d'incertitude quant au choix entre les différentes éventualités [Savage 1954].

Il est plus fréquent en matière de probabilité de manipuler des singletons. Le passage d'une distribution définie sur des unions d'évènements à une distribution définie sur des singletons, autrement appelé *extension de la distribution*, repose sur l'application d'une loi uniforme au sein des disjonctions, c'est à dire:

$$\forall A \in 2^\Omega, \forall H \in A \quad P(\{H\}) = \frac{P(A)}{\text{Card}(A)} \quad (\text{IV-2})$$

Ce mécanisme d'extension, justifié par l'application du maximum d'entropie [Réfrégier, 1993], revient à supposer l'équiprobabilité des hypothèses en présence d'ignorance complète sur leur probabilité réelle. Il s'agit d'une hypothèse forte, qui a motivé le développement de formalismes alternatifs se passant de cette hypothèse.

### IV.2.2 Mise à jour de connaissances incertaines

La formule d'inversion de Bayes, basée sur les probabilités conditionnelles, propose un cadre de mise à jour récursif de la connaissance. Supposons une variable aléatoire  $X$  à valeurs dans un ensemble  $\Omega$  et sa distribution de probabilité initiale  $P(X = x)$ . Une observation ( $Y=y_0$ ) sur une variable  $Y$  permet de définir la loi de probabilité *a posteriori* de  $X$  sachant que  $Y=y_0$ .

$$P(X = x | Y = y_0) = \frac{P(Y = y_0 | X = x) \cdot P(X = x)}{\sum_{x_i \in \Omega} P(Y = y_0 | X = x_i) \cdot P(X = x_i)} \quad (\text{IV-3})$$

Cette méthode de révision des probabilités, en restreignant l'espace des éventualités, suppose implicitement que la mesure mise à jour est plus pertinente que la mesure initiale. La pertinence des informations de mise à jour n'est donc pas prise en compte mais seulement leur incertitude, modélisée sous la forme d'une probabilité conditionnelle.

C'est de cette méthode de mise à jour que s'inspirent les méthodes de filtrage de Kalman. C'est elle aussi qui fonde les réseaux bayésiens (ensemble de nœuds reliés par des arcs dirigés, chaque nœud correspondant à une variable aléatoire, l'orientation des arcs correspondant à un sens de la probabilité conditionnelle).

### IV.2.3 Prise de décision

Une revue des différentes approches de prise de décision dans un contexte incertain est proposée dans [Yager 2004]. Un problème de décision revient à la donnée de:

- l'ensemble des décisions possibles mutuellement exclusives  $A = \{A_1, \dots, A_i, \dots, A_m\}$ ,
- l'ensemble des états possibles mutuellement exclusifs  $X = \{x_1, \dots, x_j, \dots, x_n\}$ ,
- l'ensemble des conséquences possibles, mutuellement exclusives,
- une relation de préférence (ordre ou pré-ordre total ou partiel) définie sur l'ensemble des conséquences et qui peut être représentée par exemple par des valeurs de gain, perte, coût, risque, ...,
- un critère de décision à déterminer.

Ce problème se résume sous la forme d'une matrice des gains :

$$\begin{array}{c} x_1 \quad x_j \quad x_n \\ \begin{array}{l} A_1 \\ A_i \\ A_m \end{array} \left[ \begin{array}{ccc} & & \\ & c_{i,j} & \\ & & \end{array} \right] \end{array}$$

où  $c_{i,j}$  désigne le gain de la décision  $A_i$  en présence de la situation  $x_j$ .

Dans un contexte d'ignorance, la classe réelle de l'état  $X$  étant inconnue, il s'agit alors d'évaluer les conséquences de chaque décision pour tous les états possibles. Plusieurs stratégies peuvent être appliquées : la maximisation du gain minimal (connue sous le nom stratégie min-max), la maximisation du gain moyen, ...

En présence d'incertitude, la prise de décision tient compte des probabilités relatives de chaque classe. L'approche la plus classique consiste à utiliser *l'espérance* comme fonction d'évaluation de chaque alternative  $A_i$ .

$$E(A_i) = \sum_{j=1}^n c_{i,j} P_j \quad (\text{IV-4})$$

La décision maximisant l'espérance revient à choisir l'action qui, en cas de répétition de l'expérience, fournira le gain moyen le plus élevé. La règle du **mode** consiste à choisir la décision dont le gain le plus probable est le plus élevé. Ces deux règles peuvent être représentées dans un même formalisme permettant de régler par un paramètre  $\lambda$  le niveau de préférence donné aux probabilités élevées:

$$w_j(\lambda) = \frac{(p_j)^\lambda}{\sum_{j=1}^n (p_j)^\lambda} \quad \text{et} \quad V_\lambda(A_i) = \sum_{j=1}^n c_{i,j} w_j(\lambda) \quad (\text{IV-5})$$

Dans le cas  $\lambda=1$ ,  $V_1(A_i)$  est l'espérance. Si  $\lambda$  tend vers l'infini,  $w_j$  tend vers 0 pour les probabilités différentes de la plus forte probabilité et donc  $V$  tend vers le mode.

#### IV.2.4 Conclusion

Les probabilités permettent de qualifier l'incertitude entre plusieurs hypothèses d'état mutuellement exclusives. Elles permettent également de décrire l'imprécision d'une information :

- en bornant un ensemble de possibilité (toutes les hypothèses n'ayant pas une probabilité nulle sont possibles, les autres sont impossibles),
- en nuancant les chances relatives de chacune des hypothèses rivales possibles.

Des méthodes de mise à jour de la connaissance incertaine ainsi que de décision à partir de cette connaissance sont disponibles. En revanche, il n'y a pas d'analyse de la consistance de l'information ; une distribution de probabilité ne qualifie pas la confiance de l'information mais seulement sa précision et la vraisemblance relative des différentes propositions. Autrement dit, on ne peut différencier dans le formalisme probabiliste une conclusion issue d'un état de croyance incertain d'une conclusion issue d'un état d'ignorance. Cette confusion est illustrée dans [Dubois et Prade 1985] par l'anecdote suivante : *dans la situation d'un pari entre plusieurs concurrents, un parieur professionnel sachant les concurrents de force égale répartira équitablement ses enjeux sur tous les concurrents, adoptant donc le même comportement qu'un néophyte ne connaissant pas le niveau des concurrents.*

### IV.3 Théorie des Possibilités

La théorie des probabilités ne permettant pas de séparer deux états de connaissance se distinguant uniquement par une différence de confiance, Zadeh définit la mesure de possibilité, afin de représenter l'ignorance et de prendre en compte la pertinence d'une information incertaine.

#### IV.3.1 Définitions

##### a) Les ensembles flous

La théorie des possibilités repose sur la théorie des sous ensembles flous, introduite par Zadeh [Zadeh 1965]. Cette théorie est fondée sur l'idée d'appartenance partielle d'un individu à une classe et de continuité de passage d'une classe à une autre.

Un sous-ensemble flou  $F$  d'un ensemble  $\Omega$  est caractérisé par une fonction d'appartenance  $\mu_F$ , qui spécifie le degré d'appartenance à  $F$  de chacun des éléments de l'univers  $\Omega$ .

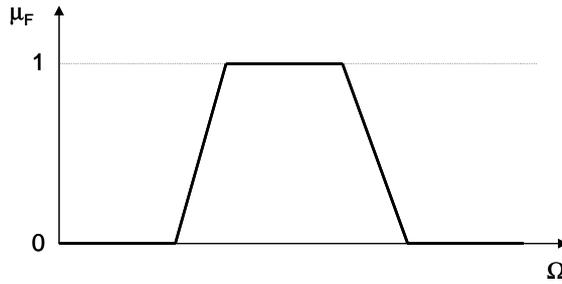


Figure IV-1 : Fonction d'appartenance de  $F$ , définie sur  $\Omega$ .

Les sous-ensembles flous se prêtent bien à la représentation de variables linguistiques : considérons l'exemple, illustré par la Figure IV-2 de la taille d'une personne qu'on qualifiera soit de petite, soit de moyenne, soit de grande. Le passage d'une classe à l'autre est graduel, une personne de plus d'1,65 mètre est peu considérée comme petite et fortement considérée comme de taille moyenne.

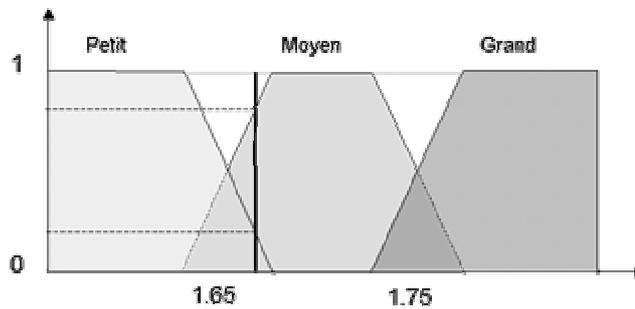


Figure IV-2 : Ensembles flous définis sur la taille d'une personne.

Soient  $A$  et  $B$  deux sous-ensembles flous définis sur le même ensemble de référence  $\Omega$  par les fonctions d'appartenance respectives  $\mu_A$  et  $\mu_B$ . On définit les opérations fondamentales suivantes sur les sous-ensembles flous :

- **égalité-inclusion** : 
$$\begin{cases} A = B & \text{ssi } \forall x \in \Omega \quad \mu_A(x) = \mu_B(x) \\ A \subset B & \text{ssi } \forall x \in \Omega \quad \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \end{cases}$$
- **union et intersection** : 
$$\begin{cases} \forall x \in \Omega \quad \mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \\ \forall x \in \Omega \quad \mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \end{cases}$$
- **complémentation** : 
$$\forall x \in \Omega \quad \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

b) Introduction à la théorie des possibilités

La théorie des possibilités modélise l'incertitude sur un événement  $A$  par la donnée de son degré de **nécessité** et de son degré de **possibilité**. La nécessité et la possibilité d'un événement sont des cas particuliers d'une grandeur plus générale appelée **mesure de confiance**  $\mathcal{K}$  qui satisfait aux conditions suivantes :

- si  $A$  est certain alors  $\mathcal{K}(A) = 1$ ,
- si  $A$  est impossible, alors  $\mathcal{K}(A) = 0$ ,
- monotonie :  $\forall (A, B) \in (2^\Omega)^2 \quad A \subseteq B \Rightarrow \mathcal{K}(A) \leq \mathcal{K}(B)$

En conséquence, on peut déduire pour une mesure de confiance quelconque que:

$$\begin{aligned} \forall (A, B) \in (2^\Omega)^2 \quad \mathcal{K}(A \cup B) &\geq \max(\mathcal{K}(A), \mathcal{K}(B)) \\ \forall (A, B) \in (2^\Omega)^2 \quad \mathcal{K}(A \cap B) &\leq \min(\mathcal{K}(A), \mathcal{K}(B)) \end{aligned} \tag{IV-6}$$

Le degré de nécessité  $\mathcal{N}$  et de possibilité  $\Pi$  sont donc des mesures de confiance correspondant respectivement aux cas limites suivants:

$$\begin{cases} \mathcal{N}(A) = 1 \Leftrightarrow A \text{ est certain} \\ \forall (A, B) \in \Omega^2 \quad \mathcal{N}(A \cap B) = \min(\mathcal{N}(A), \mathcal{N}(B)) \\ \Pi(A) = 0 \Leftrightarrow A \text{ est impossible} \\ \forall (A, B) \in \Omega^2 \quad \Pi(A \cap B) = \max(\Pi(A), \Pi(B)) \end{cases} \quad (\text{IV-7})$$

Une distribution de possibilité sur un ensemble de référence  $\Omega$  est une fonction  $\pi$  de  $\Omega$  sur  $[0, 1]$  telle que  $\exists \omega \in \Omega \quad \pi(\omega) = 1$ . Une distribution de possibilité munit l'ensemble  $2^\Omega$  d'une mesure de nécessité et de possibilité définies par :

$$\forall A \in 2^\Omega \quad \begin{cases} \Pi(A) = \sup_{\omega \in A} (\pi(\omega)) \\ \mathcal{N}(A) = \inf_{\omega \in \bar{A}} (1 - \pi(\omega)) = 1 - \Pi(\bar{A}) \end{cases} \quad (\text{IV-8})$$

Un degré de nécessité égal à 1 ou un degré de possibilité égale à 0 sont des informations fortes, tandis qu'une nécessité égale à 0 ou une possibilité égale à 1 sont des informations faibles. Conformément à l'intuition, un évènement est possible avant d'être nécessaire et si la nécessité d'un évènement est non nulle, alors nécessairement sa possibilité est certaine. Le degré de nécessité témoigne d'indices en faveur d'un évènement (est nécessaire tout ce qui peut être déduit d'un corps de connaissances), le degré de possibilité témoigne d'indices contre cet évènement (est possible tout ce qui ne contredit pas le corps de connaissances). Un degré de possibilité possède un sens uniquement relatif et ne s'interprète pas en terme de fréquence ; seule l'information ordinaire est représentée.

Une des critiques formulées à l'égard de la théorie des probabilités est que lorsqu'on ne connaît que les bornes de variations d'une variable, la modélisation sous forme d'une distribution de probabilité uniforme entre ces deux limites correspond à une introduction d'information non disponible. Une distribution de possibilité par contre modélise fidèlement cette information. Par exemple, l'information *la face est paire* sera représentée par une nécessité nulle pour toutes les faces, une possibilité nulle pour les faces impaires et une possibilité de 1 pour toutes les faces paires.

### IV.3.2 Fusion de distributions de possibilité

Supposons deux sources d'information définissant chacune une distribution de possibilité respectivement  $\pi_1$  et  $\pi_2$ . La fusion conjonctive de ces deux distributions, illustrée par la Figure IV-3, définit une nouvelle distribution  $\pi_3$  définie par:

$$\forall x \in \Omega \quad \pi_3(x) = \min(\pi_1(x), \pi_2(x)) \quad (\text{IV-9})$$

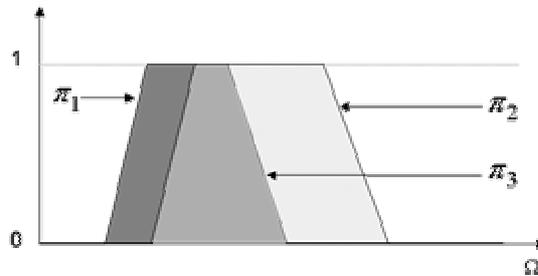


Figure IV-3 : Combinaison conjonctive de deux distributions de possibilité  $\pi_1$  et  $\pi_2$ .

Cette combinaison ne permet que d'augmenter la quantité d'information, l'intervalle  $[\mathcal{N}_3, \Pi_3]$  diminuant à chaque nouvelle fusion.

Une autre technique de combinaison est la fusion adaptative, proposée par Dubois et Prade dans [Dubois et Prade 1994]. Elle consiste à combiner conjonctivement là où les distributions se chevauchent et à combiner disjonctivement là où elles ne se chevauchent pas. Ceci revient à considérer que si les distributions ne se chevauchent pas, c'est qu'au moins une des deux sources est erronée. Pour prendre en compte les cas intermédiaires, on introduit une mesure de conflit  $c$ , définie par:

$$c = 1 - h(\pi_1, \pi_2)$$

$$\text{avec } h(\pi_1, \pi_2) = \sup_x (\min(\pi_1(x), \pi_2(x))) \quad (\text{IV-10})$$

La hauteur  $h$  traduit un degré de compatibilité entre les deux sources, comme illustré par la Figure IV-4.

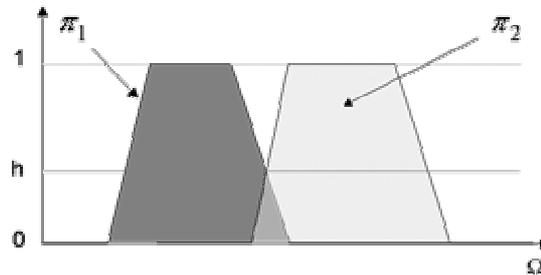


Figure IV-4 : Compatibilité entre deux distributions de possibilité.

La règle de combinaison est alors définie par :

$$\left| \begin{array}{l} \pi = \max \left( \frac{\pi_1 \wedge \pi_2}{h(\pi_1, \pi_2)}, \min(1 - h(\pi_1, \pi_2), \pi_1 \wedge \pi_2) \right) \quad \text{si } h(\pi_1, \pi_2) > 0 \\ \pi = \pi_1 \wedge \pi_2 \quad \text{sinon} \end{array} \right. \quad (\text{IV-11})$$

### IV.3.3 Prise de décision

La combinaison des distributions de possibilité fournit une distribution finale représentant l'ensemble de la connaissance disponible. L'évaluation des décisions à partir de l'information incertaine représentée par la distribution fait appel à des intégrations de Choquet. Les méthodes ne seront pas détaillées ici, une présentation détaillée de cette problématique est réalisée dans [Grabisch et Perny 2003].

### IV.3.4 Conclusion

Une mesure de nécessité permet de qualifier l'incertitude sur les différentes propositions définies sur l'ensemble des états possibles. Elle permet donc d'exprimer un degré de confiance dans une information qui peut être partielle. Il est donc possible de représenter l'incertitude :

- liée à l'ignorance à propos d'une proposition (nécessité nulle, possibilité de 1),
- liée à la confiance relative d'une information,
- liée à l'imprécision de l'information.

En revanche, le formalisme ne peut représenter des nuances de degrés de vraisemblance. Dans l'exemple du dé, l'ignorance sera ainsi représentée de la même manière si on sait que le dé est pipé ou si on sait qu'il ne l'est pas.

Un état de croyance incertain représentant l'incertitude par une distribution de possibilité qualifie la certitude des différentes propositions mais ne qualifie pas la vraisemblance relative des différentes hypothèses possibles.

## IV.4 Théorie de Dempster-Shafer

Une généralisation de la théorie des probabilités a été proposée sous la forme des intervalles de probabilité. Ce formalisme est très riche puisque d'une part il qualifie la vraisemblance des différentes hypothèses d'état et d'autre part il permet de traduire un degré de confiance par l'écart entre la borne supérieure et la borne inférieure des mesures de probabilité admissibles. On peut restreindre un ensemble de mesures de probabilité en ne s'intéressant qu'aux valeurs prises par les bornes inférieure et supérieure. C'est ce que permet la théorie des fonctions de croyance définie par Shafer sur la base des travaux de Dempster.

### IV.4.1 Définitions

La théorie des fonctions de croyance a été introduite par Shafer [Shafer 1976] sur la base des travaux de Dempster sur les intervalles de probabilité [Dempster 1967]. Depuis un cadre théorique indépendant des notions de probabilité a été décrit dans [Smets et Kennes 1994] sous le nom de modèle des croyances transférables en lui fournissant une base axiomatique.

La théorie des fonctions de croyance définit le **cadre de discernement** (*frame of discernment*)  $\Omega$ , dont les éléments sont les hypothèses exclusives et exhaustives du problème traité. A partir de cet ensemble, on définit **le référentiel de définition** (*definition set*)  $2^\Omega$  qui est l'ensemble des sous-ensembles de  $\Omega$ .

$$\begin{aligned} \Omega &= \{H_1, H_2, \dots, H_n\} \\ 2^\Omega &= \{A / A \subseteq \Omega\} = \{\emptyset, \{H_1\}, \dots, \{H_n\}, \{H_1 \cup H_2\}, \dots, \{\Omega\}\} \end{aligned} \quad (\text{IV-12})$$

Le cadre de discernement contient toutes les solutions possibles du problème, ce qui signifie que  $\Omega$  désigne l'événement certain et  $\emptyset$  l'événement impossible. Cette définition dite du monde clos est remise en cause par l'approche de Smets de monde ouvert où  $\emptyset$  correspond à toutes les hypothèses omises dans le cadre de discernement, constituant une classe de rejet.

La théorie des fonctions de croyance définit alors la fonction de structure de croyance  $m^\Omega$  qui est la distribution d'une masse unitaire de croyance parmi tous les éléments de  $2^\Omega$ .

$$m^\Omega \left| \begin{array}{l} 2^\Omega \rightarrow [0, 1] \\ \sum_{\{A \in 2^\Omega\}} m^\Omega(A) = 1 \end{array} \right. \quad (\text{IV-13})$$

De plus, dans l'interprétation monde fermé, la propriété suivante est vérifiée

$$m^\Omega(\emptyset) = 0 \quad (\text{IV-14})$$

Les éléments de  $2^\Omega$  dont la masse est non nulle sont appelés éléments focaux de  $m^\Omega$  et constituent le noyau  $N_m^\Omega$  de la structure de croyance.

$$N_m^\Omega = \{A \in 2^\Omega / m^\Omega(A) > 0\} \quad (\text{IV-15})$$

La masse placée sur un élément  $A$  de  $2^\Omega$  est le degré de croyance placé exactement sur lui et qu'il n'est pas possible d'attribuer à un sous-ensemble de  $A$ , au vu de l'état de connaissance actuel. Contrairement à la théorie des probabilités, la théorie des fonctions de croyance, en permettant de ne pas distribuer une masse entre les éléments de  $A$  évite d'introduire une connaissance non fondée d'équiprobabilité des propositions constituant  $A$ . C'est donc la modélisation de l'ignorance partielle de l'information qui est apportée par cette définition de la structure de croyance. Lorsqu'elle n'est définie que sur des singletons (autrement dit  $N_m^\Omega \subseteq \Omega$ ), la structure de croyance est une distribution de probabilité.

Une structure de croyance est compatible avec un ensemble de distributions de probabilité. Les bornes minimale et maximale de la probabilité de chaque élément de  $2^\Omega$  sont données par la définition des

fonctions de **crédibilité** et de **plausibilité**. La fonction de Crédibilité  $Cred$  renvoie, pour toute proposition  $A$  de  $2^\Omega$ , la somme de tous les degrés de croyance placés sur des propositions impliquant  $A$  :

$$Cred_m^\Omega : \left\{ \begin{array}{l} 2^\Omega \rightarrow [0, 1] \\ \forall A \in 2^\Omega \quad Cred_m^\Omega(A) = \sum_{\{B \in 2^\Omega \setminus \{\emptyset\} / B \subseteq A\}} m^\Omega(B) \end{array} \right. \quad (IV-16)$$

La crédibilité mesure à quel point les informations données par une source d'information soutiennent la proposition  $A$ .

La fonction de plausibilité  $Pl$  est la fonction duale de la crédibilité ; elle renvoie, pour toute proposition  $A$  de  $2^\Omega$ , la somme de tous les degrés de croyance placés sur des propositions compatibles avec  $A$  :

$$Pl_m^\Omega : \left\{ \begin{array}{l} 2^\Omega \rightarrow [0, 1] \\ \forall A \in 2^\Omega \quad Pl_m^\Omega(A) = \sum_{\{B \in (2^\Omega) / A \cap B \neq \emptyset\}} m^\Omega(B) = Cred(\Omega) - Cred_m^\Omega(\bar{A}) \end{array} \right. \quad (IV-17)$$

La plausibilité mesure l'intensité avec laquelle on ne doute pas de la proposition  $A$ . Autrement dit, elle mesure à quel point la source d'information ne contredit pas  $A$ .

Les fonctions de crédibilité et de plausibilité suivent les propriétés suivantes :

- respectivement sous-additivité et sur-additivité:
 
$$\forall A, B \in (2^\Omega)^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} Cred_m^\Omega(A) + Cred_m^\Omega(B) \leq Cred_m^\Omega(A \cup B) + Cred_m^\Omega(A \cap B) \\ Pl_m^\Omega(A) + Pl_m^\Omega(B) \geq Pl_m^\Omega(A \cup B) + Pl_m^\Omega(A \cap B) \end{array} \right. ,$$
- monotonie :  $\forall A, B \in (2^\Omega)^2 \quad A \subseteq B \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Cred_m^\Omega(A) \leq Cred_m^\Omega(B) \\ Pl_m^\Omega(A) \leq Pl_m^\Omega(B) \end{array} \right. ,$
- conditions aux limites :  $\left\{ \begin{array}{l} Cred_m^\Omega(\emptyset) = Pl_m^\Omega(\emptyset) = 0 \\ Cred_m^\Omega(\Omega) = Pl_m^\Omega(\Omega) = 1 - m(\emptyset) \end{array} \right. .$

Afin d'illustrer ces notions, considérons l'exemple d'un étudiant soumis à plusieurs examens écrits. On considère que :

- le niveau de l'étudiant est soit mauvais ( $M$ ), soit bon ( $B$ ), soit excellent ( $E$ ),
- l'échec à une épreuve difficile montre que l'étudiant est soit mauvais, soit bon, la réussite d'une épreuve difficile montre que l'étudiant est excellent,
- la réussite à une épreuve facile montre que l'étudiant est soit bon, soit excellent, l'échec à une épreuve facile montre qu'il est mauvais.

Le cadre de discernement correspondant au problème est donc  $\Omega = \{M, B, E\}$ . Une première épreuve est constituée de huit questions difficiles et de deux questions faciles. L'étudiant répond correctement à cinq questions difficiles et aux deux questions faciles de cette épreuve, la structure de croyance correspondante est donc :

$$m_1(M \cup B) = 0,3 \quad m_1(B \cup E) = 0,2 \quad m_1(E) = 0,5$$

Une deuxième épreuve est constituée de neuf questions faciles et d'une question difficile. L'étudiant répond correctement à sept questions faciles et à une question difficile ; la structure de croyance correspondante est:

$$m_2(M) = 0,2 \quad m_2(B \cup E) = 0,7 \quad m_2(E) = 0,1$$

Les fonctions de crédibilité et de plausibilité associées aux structures de croyance  $m_1$  et  $m_2$  sont :

$$\left| \begin{array}{ll} Cred_1(M) = 0 & Pl_1(M) = 0,3 \\ Cred_1(B) = 0 & Pl_1(B) = 0,5 \\ Cred_1(E) = 0,5 & Pl_1(E) = 0,7 \end{array} \right| \left| \begin{array}{ll} Cred_2(M) = 0,2 & Pl_2(M) = 0,2 \\ Cred_2(B) = 0 & Pl_2(B) = 0,7 \\ Cred_2(E) = 0,1 & Pl_2(E) = 0,8 \end{array} \right| \quad (IV-18)$$

Elles se caractérisent par de grands intervalles [Crédibilité Plausibilité] pour les propositions Bon et Excellent, ce qui traduit l'ignorance quant au niveau de l'étudiant, de chacune des sources d'information prises séparément. Il faut noter que, à des fins de comparaison, seules les crédibilités et plausibilités des singletons ont été calculées ici, mais il est tout à fait possible d'effectuer ces calculs pour des éléments focaux moins précis.

#### IV.4.2 Combinaisons de structures de croyance

Les structures de croyance permettent la modélisation de sources d'information et la représentation explicite de leur ignorance. Des opérateurs de combinaison permettent d'exploiter la redondance et les recouvrements de plusieurs sources d'information et donc d'accéder à une information plus précise et plus pertinente, en définissant une structure de croyance unique à partir de plusieurs structures définies sur le même ensemble de définition et issues de sources d'information *distinctes*.

##### a) Combinaison de Dempster

Le premier opérateur de combinaison est l'opérateur de Dempster. Il regroupe des degrés de croyance portant sur des éléments compatibles et les normalise par les degrés de croyance portant sur des éléments incompatibles (*i.e.* dont l'intersection est vide). La structure de croyance  $m_3$  issue de la combinaison de deux structures de croyance  $m_1$  et  $m_2$ , est donc définie par:

$$m_3 = m_1 \oplus m_2 : \left| \begin{array}{l} 2^\Omega \rightarrow [0,1] \\ \forall C \in 2^\Omega \setminus \{\emptyset\} \quad m_3^\Omega(C) = \frac{1}{1-K} \sum_{\{(A,B) \in (2^\Omega)^2 / A \cap B = C\}} m_1^\Omega(A) \cdot m_2^\Omega(B) \\ K = \sum_{\{(A,B) \in (2^\Omega)^2 / A \cap B = \emptyset\}} m_1^\Omega(A) \cdot m_2^\Omega(B) \end{array} \right| \quad (IV-19)$$

Cette combinaison, illustrée par la Figure IV-5, renforce la croyance des propositions pour lesquelles les deux sources d'information sont concordantes et affaiblit le degré de croyance des propositions pour lesquelles elles sont en conflit. En redistribuant les masses d'évidence, elle procède au recouvrement des informations et conduit à une nouvelle connaissance plus *précise*.

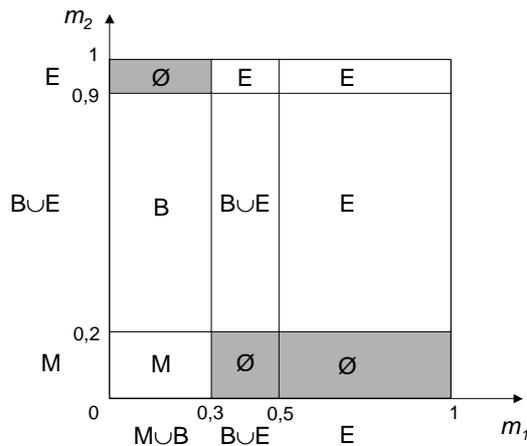


Figure IV-5 : Illustration de la combinaison de 2 structures de croyance.

Ainsi la combinaison des deux structures de croyance  $m_1$  et  $m_2$  définies précédemment donne les résultats suivants ( $m_{1 \oplus 2}^\Omega$  est le résultat de la combinaison avant normalisation,  $m_3^\Omega$  la combinaison normalisée).

$$\left| \begin{array}{l} m_{1\oplus 2}^{\Omega}(M) = 0,06 \\ m_{1\oplus 2}^{\Omega}(B) = 0,21 \\ m_{1\oplus 2}^{\Omega}(E) = 0,02 + 0,35 + 0,05 \\ m_{1\oplus 2}^{\Omega}(B \cup E) = 0,14 \\ m_{1\oplus 2}^{\Omega}(\emptyset) = 0,03 + 0,04 + 0,1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} m_3^{\Omega}(M) = 0,0723 \\ m_3^{\Omega}(B) = 0,253 \\ m_3^{\Omega}(E) = 0,506 \\ m_3^{\Omega}(B \cup E) = 0,253 \end{array} \right| \quad (\text{IV-20})$$

ce qui se traduit en terme de Crédibilité et de Plausibilité par:

$$\begin{array}{ll} Cred_3^{\Omega}(M) = 0,0723 & Pl_3^{\Omega}(M) = 0,0723 \\ Cred_3^{\Omega}(B) = 0,253 & Pl_3^{\Omega}(B) = 0,4217 \quad m^{\Omega}(\emptyset) = 0 \\ Cred_3^{\Omega}(E) = 0,506 & Pl_3^{\Omega}(E) = 0,6747 \end{array} \quad (\text{IV-21})$$

Au terme de la combinaison, les intervalles Crédibilité-Plausibilité de tous les singletons ont été réduits par rapport aux sources prises séparément, ce qui indique une diminution du niveau d'ignorance suite à la combinaison.

La combinaison de Dempster est associative et commutative. On peut donc combiner plus de deux sources d'information en procédant à une suite de combinaisons en cascade. Une structure exprimant l'ignorance totale (*i.e.*  $m(\Omega) = 1$ ) est élément neutre de la combinaison, ce qui se traduit par le fait qu'une ignorance totale ne modifie pas la compréhension du système. Une structure de croyance ayant un seul singleton comme élément focal (*i.e.*  $m(A) = 1$ ) est élément absorbant de la combinaison, ce qui signifie qu'une certitude est définitivement acquise.

La combinaison de Dempster présente néanmoins plusieurs inconvénients. Tout d'abord, elle n'est pas idempotente, ce qui signifie que la combinaison d'une structure de croyance avec elle-même produit généralement une structure différente. Cette propriété présente l'inconvénient de renforcer la connaissance exprimée par une source alors qu'aucune information supplémentaire ne la soutenait. Elle rend donc fondamentale la condition d'indépendance des sources d'information combinées ; on notera qu'il ne s'agit pas ici d'indépendance au sens probabiliste mais seulement de séparation des sources d'information observant le même objet.

De plus, la normalisation de la combinaison de Dempster masque le conflit existant entre les deux structures de croyance ; cette opération constitue une perte d'information. Qui plus est, cette normalisation peut, en cas de fort conflit entre les sources, exhiber artificiellement des propositions qui étaient peu crédibles pour chacune des sources mais étaient les seules à obtenir le consensus. Cet effet est illustré par l'exemple suivant où  $m_1$  correspond à la réussite intégrale d'une épreuve constituée de 9 questions difficiles et d'une question facile et  $m_2$  à la réussite de seulement une question sur 10 questions faciles :

$$\left| \begin{array}{l} m_1(M \cup B) = 0,1 \\ m_1(E) = 0,9 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} m_2(M) = 0,9 \\ m_2(B \cup E) = 0,1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} m_3(M) = 0,4737 \\ m_3(B) = 0,0526 \\ m_3(E) = 0,4737 \end{array} \right| \quad (\text{IV-22})$$

Le conflit lors de la fusion est très élevé ( $K=0,81$ ) et aboutit à sélectionner comme propositions les plus probables Mauvais et Excellent.

#### b) Autres méthodes de combinaison

D'autres règles de combinaison ont été définies pour palier certains inconvénients de l'approche proposée par Dempster. Fondamentalement, ces règles diffèrent par l'interprétation qu'elles donnent du conflit

apparaissant au moment de la combinaison. [Lefevre *et coll.* 2002]. La règle de Dempster suppose les sources d'information fiables et attribue le conflit à du bruit et à des erreurs mineures dans l'évaluation numérique de la structure de croyance. La combinaison proposée par Smets [Smets 1990] suppose aussi les sources fiables mais interprète le conflit comme provenant d'une mauvaise définition du cadre de discernement  $\Omega$ . Elle conserve donc la masse conflictuelle sur  $\emptyset$ , interprétant l'ensemble vide comme la ou les hypothèses omises.

$$\forall C \in 2^\Omega \quad m^\Omega(C) = \sum_{\{(A,B) \in (2^\Omega)^2 / A \cap B = C\}} m_1^\Omega(A) \cdot m_2^\Omega(B) \quad (\text{IV-23})$$

Ces règles de combinaison, reposant sur l'hypothèse de fiabilité du cadre des sources, adoptent un comportement conjonctif.

D'autres règles de combinaison, supposent quant à elles, le cadre valide mais remettent en cause la fiabilité d'une des sources. Yager propose par exemple dans [Yager 1987] d'attribuer à  $\Omega$  la masse de croyance du conflit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall C \in 2^\Omega \setminus \{\Omega\} \quad m_3(C) = \sum_{A \cap B = C} m_1(A) \cdot m_2(B) \\ m_3(\Omega) = m_1(\Omega) \cdot m_2(\Omega) + \sum_{A \cap B = \emptyset} m_1(A) \cdot m_2(B) \end{array} \right. \quad (\text{IV-24})$$

La combinaison proposée par Dubois et Prade [Dubois et Prade 1998] consiste quant à elle à combiner conjonctivement les sources lorsqu'elles ne sont pas en conflit (intersection non vide des éléments focaux) et à les combiner disjonctivement sinon.

$$\forall C \in 2^\Omega \quad m_3(C) = \sum_{A \cap B = C} m_1(A) \cdot m_2(B) + \sum_{\substack{A \cup B = C \\ A \cap B = \emptyset}} m_1(A) \cdot m_2(B) \quad (\text{IV-25})$$

Enfin, une quatrième méthode consiste à affaiblir préalablement les sources d'information à combiner. L'affaiblissement consiste à redistribuer une partie de la croyance de chaque élément focal vers  $\Omega$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall A \in 2^\Omega \setminus \{\Omega\} \quad m'(A) = \alpha m(A) \\ m'(\{\Omega\}) = (1 - \alpha) \sum_{A \in 2^\Omega \setminus \{\Omega\}} m(A) + m(\{\Omega\}) \end{array} \right. \quad (\text{IV-26})$$

Le coefficient  $\alpha$  représente le niveau de confiance dans la source d'information. Une valeur nulle consiste à tenir la source d'information comme totalement non informative, une valeur de 1 correspond à la confiance totale. L'affaiblissement prévient l'apparition de conflit puisqu'il rend les sources non fiables neutres vis à vis de la combinaison. Toute la problématique revient alors au réglage des coefficients d'affaiblissement.

### c) Raffinement et Grossissements

Deux sources d'information peuvent être définies sur des cadres de discernement différents mais compatibles, c'est à dire qu'il existe une relation liant les éléments de ces deux ensembles. Pour combiner ces deux sources, il faut donc exploiter cette relation afin de définir les deux sources sur un même ensemble de définition : le raffinement est l'opération qui, à une hypothèse d'un cadre de discernement  $\Theta$ , associe l'ensemble des hypothèses d'un autre cadre  $\Omega$  qui sont compatibles avec elle ; le grossissement est l'opération duale. Ces deux fonctions seront décrites plus précisément et utilisées dans le Chapitre V

## IV.4.3 La prise de décision

La combinaison des structures de croyance permet d'aboutir à une structure de croyance représentant l'ensemble des informations incertaines disponibles. Dans l'utilisation à des fins de classification ou d'aide à la décision, il faut pouvoir exhiber à partir de cette structure finale une classe jugée comme vraie.

Les fonctions de crédibilité et de plausibilité appliquées aux singletons de l'ensemble de définition décrivent une borne minimale et maximale de probabilité de ces événements. Dans le cas où la crédibilité d'une proposition est supérieure aux plausibilités de toutes les autres (cf. Figure IV-6 en haut), le choix de la proposition est sans ambiguïté. Cependant, dans d'autres cas, il peut y avoir chevauchement (exemple du milieu) ou inclusion (exemple du bas) de ces intervalles, rendant le choix de la proposition plus problématique.

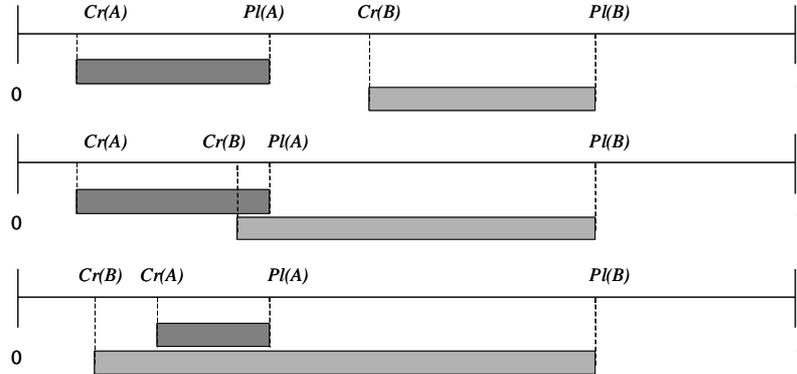


Figure IV-6 : Intervalles Crédibilité-Plausibilité.

Une autre fonction proposée par Smets dans [Smets et Kennes 1994] consiste à partager équitablement la masse de croyance de chaque proposition entre tous les singletons qui le composent. Cette distribution de probabilité, appelée probabilité pignistique, est définie par :

$$\forall A \in \Omega \quad P_{ig}(A) = \sum_{\{B \in 2^\Omega / A \in B\}} m(B) \frac{card(A \cap B)}{card(B)} \tag{IV-27}$$

Elle correspond à l'application de l'hypothèse d'équiprobabilité en présence d'ignorance, appliquée systématiquement en inférence bayésienne en absence d'information. Dans un problème de décision, on dispose généralement d'une fonction de coût  $f(\alpha|\omega)$  évaluant la perte occasionnée par le choix d'une action  $\alpha$  en présence d'une proposition  $A$  de  $\Omega$ . Dans [Denoeux 1997], cette fonction de coût est utilisée pour calculer une espérance minimale, maximale et pignistique définies respectivement par :

$$\left\{ \begin{aligned} E^{\min}(\alpha) &= \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) \min_{\omega \in A} f(\alpha|\omega) \\ E^{\max}(\alpha) &= \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) \max_{\omega \in A} f(\alpha|\omega) \\ E^{pig}(\alpha) &= \sum_{A \in \Omega} P_{ig}(A) f(\alpha|\omega) \end{aligned} \right. \tag{IV-28}$$

A partir de ces espérances inférieure, supérieure ou pignistique, on peut appliquer une procédure classique de prise de décision telle que celles utilisées dans l'approche probabiliste décrites dans le paragraphe IV.2.3. Les probabilités pignistiques de l'exemple présenté dans le paragraphe IV.4.2 traité avec des règles de combinaison différentes sont présentées dans le Tableau IV-1.

Méthode de combinaison	Structure de croyance	Probabilité pignistique
Dempster	$m_3^\Omega(M) = 0,0723$	$Pig(M) = 0,0723$
	$m_3^\Omega(B) = 0,253$	$Pig(B) = 0,3373$
	$m_3^\Omega(E) = 0,506$	$Pig(E) = 0,5904$
	$m_3^\Omega(B \cup E) = 0,1687$	
Smets	$m_3^\Omega(M) = 0,06$	$Pig(M) = 0,06$
	$m_3^\Omega(B) = 0,21$	$Pig(B) = 0,28$
	$m_3^\Omega(E) = 0,42$	$Pig(E) = 0,49$
	$m_3^\Omega(B \cup E) = 0,14$	$Pig(\emptyset) = 0,17$
	$m_3^\Omega(\emptyset) = 0,17$	
Yager	$m_3^\Omega(M) = 0,06$	
	$m_3^\Omega(B) = 0,21$	$Pig(M) = 0,1166$
	$m_3^\Omega(E) = 0,42$	$Pig(B) = 0,3366$
	$m_3^\Omega(B \cup E) = 0,14$	$Pig(E) = 0,5466$
	$m_3^\Omega(\Omega) = 0,17$	

Tableau IV-1 : Décisions pignistiques associées à la structure de croyance issue de la combinaison des structures initiales.

Dans cet exemple, les trois méthodes de combinaison donnent des croyances différentes mais la décision reste la même dans tous les cas. Cependant, dans un cas à fort niveau de conflit, la décision basée sur une combinaison normalisée partagera un fort niveau de certitude entre les propositions peu vraisemblables mais consensuelles, alors que la décision basée sur une combinaison rejetant le conflit sur  $\Omega$  ou sur  $\emptyset$  attribuera une masse importante à cet élément et faible aux propositions peu vraisemblables mais consensuelles.

#### IV.4.4 Conclusion

Les fonctions de croyance, telles que les définissent Shafer et après lui Smets, représentent un degré de croyance subjectif, telle que l'opinion d'un expert. En effet, une fonction de croyance qualifie la vraisemblance relative des différentes propositions d'une information, ces dernières pouvant exprimer une information partielle. Mais en plus, elle représente la confiance dans l'information produite. Les deux catégories d'incertitude (précision et pertinence) sont donc modélisées par une structure de croyance.

### IV.5 Bilan sur les approches numériques de représentation de l'incertitude

Plusieurs formalismes sont utilisables pour représenter l'incertitude d'une source d'information ; les formalismes quantitatifs présentés partagent tous le problème de l'origine des valeurs numériques utilisées. Il n'est en effet pas toujours possible d'évaluer numériquement les vraisemblances relatives ou la confiance d'une information.

La théorie des possibilités et la théorie de Dempster-Shafer offrent des cadres plus ouverts que la théorie des probabilités pour modéliser et recouper des informations incertaines. La théorie de Dempster-Shafer semble la plus polyvalente et la plus apte à représenter l'incertitude de l'information disponible. De plus, elle représente correctement au sein d'un même formalisme autant des informations faibles que des informations fortes.

La théorie des possibilités est plus intéressante dans le cas où l'information disponible est faible et porte sur des valeurs continues et non des classes. La capacité de la théorie des possibilités à manipuler des valeurs ordinales permet d'aboutir à une représentation satisfaisante de l'incertitude lorsqu'aucune évaluation numérique n'est satisfaisante.

Cependant, l'exemple d'illustration montre qu'il est finalement possible de traiter des problèmes complexes avec chacun des formalismes. Cependant selon le formalisme choisi, la représentation de l'incertitude est plus ou moins explicite. Le choix du formalisme tient donc autant des capacités théoriques de ce formalisme à représenter les sources d'incertitude d'un problème donné que de la facilité à les utiliser dans le contexte.

Dans le cas du diagnostic, le nombre de classes est limité, égal à deux dans la plupart des cas (bon ou mauvais fonctionnement) et en tout cas limité par le nombre de pannes différentes recensées. En revanche, l'hétérogénéité des sources d'information est grande et leur qualité très variable, allant de la simple détection d'un défaut non isolé à la localisation précise du défaut d'un capteur précis, indépendamment du reste du système. Enfin, la détection est souvent incertaine et évaluable par une valeur continue de pertinence. La résolution du problème de diagnostic tient donc autant du traitement de l'imprécision que de la pertinence des informations. C'est pourquoi le formalisme des fonctions de croyance a été retenu pour la représentation et la résolution de problèmes de diagnostic.

## Chapitre V

# Etude théorique d'un problème de diagnostic et de ses incertitudes

### **Guide de lecture :**

Ce chapitre présente la modélisation d'un problème de diagnostic dans le formalisme des structures de croyance. Il détaille et justifie la méthode de localisation des défauts à partir des relations de redondance dans ce formalisme. En effet, en formalisant explicitement les hypothèses de modélisation des signaux de défauts, cette méthode généralise les autres approches de localisation. Puis la méthode est étendue à toute information de diagnostic et présentée comme un formalisme unificateur entre les différentes méthodes de détection des défauts.

## V.1 Représentations d'un problème de diagnostic

La résolution d'un problème de diagnostic a été formalisée, selon deux visions différentes, comparées dans [Cordier *et coll.* 2000] : l'approche basée sur la redondance analytique (FDI) issue du milieu de l'automatique et l'approche basée sur l'analyse de la consistance (DX), issue du milieu de l'intelligence artificielle. Ces deux approches seront succinctement présentées et illustrées par le cas d'étude de la polyboîte, proposé par Davis dans [Davis 1984]. Cet exemple, illustré par la Figure V-1, consiste en un circuit effectuant des opérations entre 5 entrées  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  et  $e$ , et renvoyant deux sorties  $f$  et  $g$ . Les blocs  $M$  renvoient le produit de leurs entrées, les blocs  $A$  renvoient la somme.

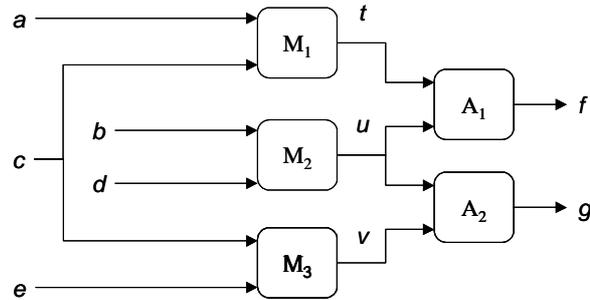


Figure V-1 : Polyboîte de Davis.

### a) Approche par redondance analytique

Le système à diagnostiquer est considéré comme un ensemble de composants interconnectés à partir duquel on définit un modèle de comportement  $MC$  et un modèle d'observation  $MO$  :

- le modèle de comportement décrit les contraintes existant entre les entrées et les sorties de ces composants dans le cas de leur bon fonctionnement,
- le modèle d'observation décrit l'ensemble des variables effectivement mesurées.

Le modèle du système  $MS$  est constitué de la paire  $(MC, MO)$ . Un problème de diagnostic est défini par la donnée du modèle du système  $MS$ , d'un ensemble d'observation  $Obs$  et d'un ensemble  $\Phi$  des défauts possibles du système. La définition de cet ensemble diffère selon l'adoption de l'hypothèse d'unicité des défauts. Couramment, on suppose que deux composants ne peuvent être défectueux simultanément. Cette dernière hypothèse augmente l'isolabilité des défauts en conduisant à un ensemble  $\Phi$  plus petit. Par la suite, l'ensemble des défauts sous l'hypothèse de faute isolée sera noté  $\Phi^S$  et l'ensemble des défauts dans un contexte multifaute,  $\Phi^M$ .

Dans le cas de la polyboîte, un problème de diagnostic sera décrit par :

- le modèle du système
 

$MC :$	$x = a \times c$ $y = b \times d$ $z = c \times e$ $f = t + u$ $g = u + v$	$MO :$	$a = a_{obs}$ $b = b_{obs}$ $c = c_{obs}$ $f = f_{obs}$ $g = g_{obs}$
--------	--	--------	---
- une observation possible  $Obs = \begin{cases} a_{obs} = 2 & b_{obs} = 2 & c_{obs} = 3 & d_{obs} = 3 \\ e_{obs} = 2 & f_{obs} = 10 & g_{obs} = 12 \end{cases}$ ,
- l'ensemble des défauts possibles  $\Phi^S = \{F_{A_1}, F_{A_2}, F_{M_1}, F_{M_2}, F_{M_3}\}$ .

La résolution du problème de diagnostic se base sur la vérification de relations dites de **redondance analytique**. Une relation de redondance analytique est une relation ne reliant que des variables observées. En conditions de fonctionnement normal, les observations doivent satisfaire la relation et en

présence d'un défaut affectant l'une des variables observées, la relation doit être violée, l'écart étant alors appelé *résidu*  $r$ .

Chaque relation de redondance analytique est caractérisée par son *support* qui est l'ensemble des composants en bon fonctionnement nécessaires à sa satisfaction. Les relations de redondance analytique sont obtenues à partir du modèle du système par élimination des variables inconnues. L'analyse complète du problème de diagnostic décrit préalablement aboutit aux relations de redondances suivantes :

Relation	Résidu	Support
$Arr_1$	$r_1 = f_{obs} - a_{obs} \times c_{obs} - b_{obs} \times d_{obs}$	$\{A_1, M_1, M_2\}$
$Arr_2$	$r_2 = g_{obs} - b_{obs} \times d_{obs} - c_{obs} \times e_{obs}$	$\{A_2, M_2, M_3\}$
$Arr_3$	$r_3 = f_{obs} - g_{obs} + c_{obs} (e_{obs} - a_{obs})$	$\{A_1, A_2, M_1, M_3\}$

Tableau V-1 : Relations de redondance.

On remarquera que la relation  $Arr_3$  est obtenue par combinaison linéaire de  $Arr_1$  et  $Arr_2$  mais constitue une information différente des deux premières relations puisqu'elle ne contient pas  $M_2$  dans son support.

Les relations de redondance sont généralement compilées sous la forme d'une table des signatures des défauts. La *signature* du défaut  $F_j$  est définie comme un vecteur  $[s_{1,j}, \dots, s_{n,j}]^T$  tel que  $s_{i,j}=1$  si la relation  $Arr_i$  est sensible à ce défaut, et 0 sinon. La table des signatures regroupe les signatures de l'ensemble des défauts décrits dans  $\Phi$ . *A priori*, rien n'oblige à ce que chaque faute possède une signature unique ; dans bien des cas plusieurs défauts peuvent posséder la même signature, signe d'une *diagnosticabilité* partielle du système.

Ainsi, pour la polyboîte, avec les résidus cités précédemment, la table des signatures est fournie par le Tableau V-2. Les défauts  $F_{A1}$  et  $F_{M1}$  ainsi que  $F_{A2}$  et  $F_{M3}$  possèdent la même signature, ils ne sont pas distinguables.

	$F_{A1}$	$F_{A2}$	$F_{M1}$	$F_{M2}$	$F_{M3}$
$Arr_1$	1	0	1	1	0
$Arr_2$	0	1	0	1	1
$Arr_3$	1	1	1	0	1

Tableau V-2 : Table des signatures des défauts isolés de la polyboîte de Davis.

La résolution du problème de diagnostic consistera à déterminer la signature de la situation observée puis à produire l'ensemble des défauts possibles en comparant cette signature aux signatures décrites dans la table ; par exemple l'observation de la signature  $[1 \ 0 \ 1]^T$  produira comme liste de défauts possibles  $\{F_{A1}\}$ ,  $\{F_{M1}\}$  et  $\{F_{A1}, F_{M1}\}$ . La localisation des défauts procède donc d'une lecture en colonne de la table des signatures.

b) Diagnostic logique

Reiter propose dans [Reiter 1987] une théorie logique de diagnostic, basée sur l'analyse de la consistance des observations. Cette approche a été depuis formalisée par de Kleer [de Kleer *et coll.* 1992]. Le modèle du système est décrit par la paire  $(DS, Comps)$  où :

- $DS$  est la description du système sous la forme d'un ensemble de relations logiques,
- et  $Comps$  est l'ensemble des composants du système.

Les relations logiques de  $DS$  utilisent un opérateur  $Ab$ , signifiant *comportement anormal*. Ainsi l'expression  $\neg Ab(c)$  signifie *le composant c a un comportement normal*. Selon ce formalisme, le modèle du système de la polyboîte sera décrit ainsi :

$$\begin{aligned}
- \text{ Comps} &= \{A_1, A_2, M_1, M_2, M_3\} \\
- \text{ DS} &= \left. \begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& \text{Add}(x) \wedge \neg \text{Ab}(x) \Rightarrow \text{Out}(x) = \text{In}_1(x) + \text{In}_2(x), \\
& \text{Mult}(x) \wedge \neg \text{Ab}(x) \Rightarrow \text{Out}(x) = \text{In}_1(x) \times \text{In}_2(x), \\
& \text{Add}(A_1), \text{Add}(A_2), \text{Mult}(M_1), \text{Mult}(M_2), \text{Mult}(M_3), \\
& \text{Out}(M_1) = \text{In}_1(A_1), \text{Out}(M_2) = \text{In}_2(A_1), \text{Out}(M_2) = \text{In}_1(A_2), \\
& \text{Out}(M_3) = \text{In}_2(A_2), \text{In}_2(M_1) = \text{In}_1(M_3)
\end{aligned} \right\} \\
\end{aligned} \right\}.
\end{aligned}$$

où *Add* et *Mult* désignent respectivement le comportement d'opérateur additif ou d'opérateur multiplicatif d'un composant.

Une observation du système est un ensemble de relations logiques ; par exemple,

$$\text{Obs} = \left\{ \begin{aligned}
& \text{In}_1(M_1) = 2, \text{In}_2(M_1) = 3, \text{In}_1(M_2) = 2, \text{In}_2(M_2) = 3, \text{In}_2(M_3) = 2, \\
& \text{Out}(A_1) = 10, \text{Out}(A_2) = 12
\end{aligned} \right\}.$$

Un problème de diagnostic est la donnée du triplet  $(DS, \text{Comps}, \text{Obs})$ . Un **diagnostic** est défini comme la proposition d'un ensemble de composants défectueux tel qu'il suffise à rendre cohérent l'observation du système et sa description. De manière logique un diagnostic est donc défini comme un sous-ensemble  $\Delta$  de *Comps* tel que l'ensemble

$$DS \cup \text{Obs} \cup \{ \text{Ab}(c) \mid c \in \Delta \} \cup \{ \neg \text{Ab}(c) \mid c \in \text{Comps} \setminus \Delta \}$$

constitue un ensemble consistant de propositions logiques. Un tel sous-ensemble  $\Delta$  ne contenant aucun ensemble satisfaisant cette condition, est appelé **diagnostic minimal**. Un diagnostic minimal est donc un sous-ensemble de *Comps* contenant tous les composants défectueux, eu égard à la description du système.

Pour déterminer le diagnostic minimal d'un système, Reiter propose la méthode suivante (cf. [Reiter 1987]) : un **R-conflit** est défini comme un sous-ensemble de *Comps* tel qu'au moins un de ses éléments se doive d'être défectueux pour expliquer les observations. Autrement dit, l'ensemble  $\Gamma$  est un R-conflit si  $DS \cup \text{Obs} \cup \{ \neg \text{Ab}(c) \mid c \in \Gamma \}$  est inconsistant. De plus, un R-conflit est dit minimal si aucun de ses sous-ensembles n'est un R-Conflit. Un sous-ensemble de *Comps* sera donc un diagnostic minimal si et seulement s'il représente un **hitting-set** minimal<sup>7</sup> pour la collection des R-conflits du système.

La Figure V-2 illustre ces notions de R-Conflit et de diagnostic pour un système constitué de 4 composants dont deux sont visiblement défectueux ( $C_1$  et  $C_3$ ). Un diagnostic doit donc contenir au moins ces deux composants, un diagnostic minimal ne contient que ces deux composants. Dans la même situation, l'ensemble  $\{C_1, C_2\}$  contient un élément défectueux, c'est donc un R-Conflit.

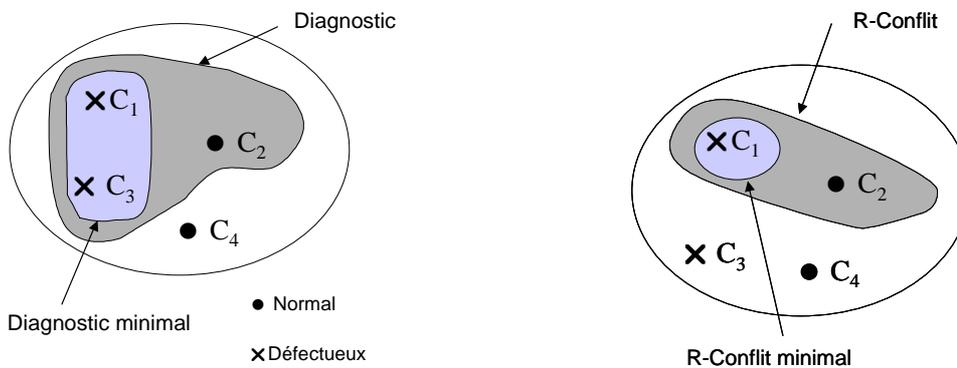


Figure V-2 : Exemples d'ensembles de Diagnostic et R-Conflits parmi un ensemble de composants.

<sup>7</sup> Un *hitting-set* d'une collection d'ensembles est un ensemble qui n'a aucune intersection vide avec chaque ensemble de cette collection.

Dans l'exemple de la polyboîte et pour les observations données précédemment, les relations  $Arr_1$  et  $Arr_2$  du modèle du système sont violées, les R-conflits correspondant sont  $\{A_1, M_1, M_2\}$  et  $\{A_1, A_2, M_1, M_3\}$ . Les hitting-sets minimaux de ces deux ensembles (donc les diagnostic minimaux du système observé) sont  $\{A_1\}$ ,  $\{M_1\}$ ,  $\{A_2, M_2\}$  et  $\{M_2, M_3\}$  : autrement dit un défaut atteignant seulement  $A_1$ , ou un défaut atteignant simultanément  $A_2$  et  $M_2$  suffit à expliquer les observations.

### c) Comparaison des deux approches

Il est possible de comparer les deux approches à partir de la table de signature. En effet, dans [Cordier *et coll.* 2003]), les auteurs définissent le support d'une relation de redondance comme un **R-conflit potentiel** et montrent que pour une observation donnée, il y a identité entre l'ensemble des R-conflits minimaux et l'ensemble des R-conflits potentiels associés aux relations de redondance non vérifiées. L'approche par diagnostic logique consiste donc à déterminer, à partir de chaque relation de redondance non vérifiée, l'ensemble des R-conflit potentiels, puis à trouver un ensemble d'explications sous la forme des hitting sets de ces ensembles. Cette localisation correspond donc à une lecture ligne à ligne de la table des signatures restreinte aux relations invalidées.

La comparaison des deux méthodologies permet d'exhiber leurs différences d'hypothèses. L'approche DX en restreignant l'analyse de la table des signatures aux relations de redondance violées ignore l'information apportée par le fait qu'une relation est valide. En d'autres termes, elle considère qu'il est possible que la relation soit valide bien qu'un des composants de son support soit défectueux. Cette hypothèse, appelée **hypothèse de non-exonération**<sup>8</sup>, rend compte de la faible détectabilité de certains défauts par certaines relations. En revanche, elle ne suppose pas possible qu'une relation soit invalidée alors que tous ses constituants sont valides.

D'autre part, dans un contexte multifaute, la non exonération rend également compte de la possibilité de **compensation** des défauts au sein d'une relation de redondance. Ceci signifie qu'une relation dont le support comporte deux éléments défectueux peut être validée car les écarts induits par les deux défauts se compensent. Ces deux hypothèses ne sont par défaut pas considérées par l'approche FDI, même lorsque celle-ci est appliquée dans un contexte multifaute, alors qu'elles sont implicitement effectuées par l'approche DX. Cet écart sur les hypothèses implicites des deux approches explique qu'elles conduisent à des résultats différents. Cependant lorsqu'elles sont aménagées de manière à considérer les mêmes hypothèses, les deux approches produisent les mêmes résultats (démonstration et illustration dans [Cordier *et coll.* 2003]).

## **V.2 Représentation crédale d'un problème de diagnostic**

Les deux approches de localisation décrites dans le paragraphe précédent correspondent à des évaluations booléennes des relations de défaut. De plus, selon les hypothèses de diagnostic, ces propositions peuvent représenter une connaissance imprécise (par exemple présence d'au moins un défaut parmi cet ensemble de composants,...). Le paragraphe suivant vise donc à montrer qu'en représentant les relations de redondance dans le formalisme des structures de croyance, il est possible d'aboutir à la localisation des défauts avec :

- une précision dépendante des hypothèses de diagnostic
- et un degré de pertinence dépendant de la certitude dans l'évaluation de chacune des relations de redondance.

### **V.2.1 Définition des structures de croyance**

La résolution d'un problème de diagnostic revient à proposer un sous-ensemble de l'ensemble des composants tel que les observations réalisées prouvent que ces composants sont défectueux. Les

---

<sup>8</sup> Le nom vient du fait que la validation d'une relation ne pousse pas à déclarer valides (*i.e.* à exonérer) les composants de son support.

observations du système sont constituées par des relations de redondance propres à un sous-ensemble de composants (*i.e.* leur support) ; la violation d'une de ces relations implique que l'un au moins des composants de son support soit défectueux. A cette définition initiale, on peut ajouter :

- une hypothèse de compensation représentant le fait que plusieurs défauts peuvent se compenser et valider la relation malgré leur comportement anormal,
- une hypothèse d'exonération représentant le fait que la vérification d'une relation permet de déduire que les composants de son support sont fonctionnels.

La donnée du problème de diagnostic consiste donc en un ensemble d'informations définies chacune sur l'état d'une partie des composants du système, en une distribution de croyance de chacune de ces informations et en un ensemble d'hypothèses de représentation de ces informations.

a) Description de l'ensemble de définition et des éléments focaux correspondants

Nous dénoterons par la suite  $\mathcal{C}=\{C_1,\dots,C_i,\dots,C_n\}$  l'ensemble des  $n$  composants du système,  $\mathcal{R}=\{r_1,\dots,r_j,\dots,r_p\}$  l'ensemble des  $p$  relations formant le modèle de bon comportement du système et  $\mathcal{S}=\{S_1,\dots,S_j,\dots,S_p\}$  les supports respectifs de ces relations. Chaque élément de  $\mathcal{S}$  est donc un sous-ensemble de  $\mathcal{C}$ . Sur ces ensembles  $s_j$ , nous définissons de plus trois opérateurs  $OK$ ,  $KO$  et  $KO!$  tels que :

$$\begin{aligned} OK(S) &\Leftrightarrow \forall C \in S \quad \neg Ab(C) \\ KO(S) &\Leftrightarrow \exists C \in S \quad Ab(C) \\ KO!(S) &\Leftrightarrow \exists! C \in S \quad Ab(C) \end{aligned} \tag{V-1}$$

Par commodité, pour tout ensemble  $s$  de composants, nous noterons  $ok(s)$ ,  $ko(s)$  et  $ko!(s)$  l'union des sous-ensembles de  $s$  vérifiant respectivement  $OK(s)$ ,  $KO(s)$  et  $KO!(s)$ .

Autrement dit la vérification d'une relation de redondance  $r_j$  définie sur un support  $S_j$  peut être représentée par une structure de croyance définie sur l'ensemble de définition  $\Omega_j$  correspondant à tous les états possibles des composants du support de la relation. Ainsi, dans un contexte multifaute,

$\Omega_j^M = \prod_{\{i|C_i \in S_j\}} \{ok(C_i), ko(C_i)\}$  alors que dans un contexte faute isolée, l'ensemble de définition est

restreint à  $\Omega_j^M = \bigcup_{\{i|C_i \in S_j\}} \left\{ ok\left(\left\{C_k\right\}_{C_k \in S_j}^{k \neq i}\right), ko(C_i) \right\} \cup ok\left(\left\{C_i\right\}_{C_i \in S_j}\right)$ . Le noyau de cette structure possède

deux ensembles focaux correspondant à l'interprétation des deux événements exclusifs :

- *la relation est validée*, noté  $F_{\text{well}}$ ,
- *la relation n'est pas validée*, noté  $F_{\text{dys}}$ .

La construction de ces ensembles focaux dépend de la relation de redondance utilisée et des hypothèses appliquées à sa modélisation (entres autres, les hypothèses de compensation, d'exonération ou de simultanéité des fautes). Le Tableau V-3 illustre ces différents cas pour une relation de redondance de support  $S_j$ .

Hypothèse de modélisation			Eléments focaux	
Multi-fautes	Exonération	Compensation	$F_{well}$	$F_{dys}$
<b>non</b>	non	non	$\Omega_j^S$	$ko!(S_j)$
	oui	non	$ok(S_j)$	$ko!(S_j)$
<b>oui</b>	non	non-oui	$\Omega_j^M$	$ko(S_j)$
		non	$ok(S_j)$	$ko(S_j)$
	oui	oui	$\Omega_j^M$	$ko(S_j)$

Tableau V-3 : Eléments focaux en fonction de l'interprétation des relations de redondance.

b) Allocation de la masse des éléments focaux

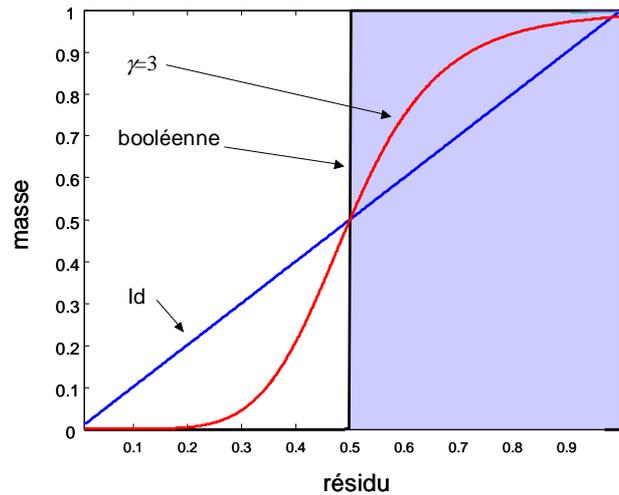
Dans le cas d'une évaluation booléenne, l'évaluation de chaque hypothèse est soit totalement vraie, soit totalement fausse. Dans le formalisme des structures de croyance, il est possible de représenter de manière continue la croyance de chacune des hypothèses. Il faut donc se doter d'une fonction d'évaluation de la fonction de redondance telle que  $d(r_j, Obs) = 0$  s'il est certain que la relation est vérifiée et  $d(r_j, Obs) = 1$  s'il est certain que la relation est violée. La fonction suivante, proposée par [Rakar *et coll.* 1999] satisfait ces conditions et permet de paramétrer finement la sensibilité de la structure de croyance. La Figure V-3 illustre le comportement de cette fonction d'évaluation.

$$\begin{aligned}
 \rho(Obs) &= \min \left( \frac{r_j(Obs)}{r_j^{Sat}}, r_j^{Sat} \right) \\
 d(r_j, Obs) &= 0 \text{ si } \rho(Obs) = 0 \\
 d(r_j, Obs) &= \min \left( \frac{1}{1 + \frac{1-a_j}{a_j} \left( \frac{\tau_j}{\rho(Obs)} \right)^{2\gamma}}, 1 \right) \text{ sinon}
 \end{aligned} \tag{V-2}$$

où  $r_j^{Sat}$  est la valeur au delà de laquelle il est certain que la relation est violée,  $\tau_j$  est la valeur de  $\rho$  telle que  $d$  vaille  $a_j$  et  $\gamma$  un coefficient de vitesse de croissance. Des valeurs élevées de  $\gamma$  reproduisent une évaluation booléenne du signal alors que des valeurs faibles se rapprochent de l'évaluation linéaire.

La structure de croyance correspondant à l'évaluation d'une relation de redondance est donc :

$$\begin{cases} m_{r_j}^{\Omega_j} (F_{dys}) = d(r_j, Obs) \\ m_{r_j}^{\Omega_j} (F_{well}) = 1 - d(r_j, Obs) \end{cases} \tag{V-3}$$

Figure V-3 : Comparaison de plusieurs fonctions d'évaluation du résidu normé  $\rho$ .

### V.2.2 Combinaison des structures de croyance définies sur un même ensemble de définition

Chaque relation de redondance représentant une source d'information indépendante sur l'état des composants du système, il est possible de combiner ces structures à condition qu'elles soient définies sur un même ensemble de définition. La combinaison conjonctive non normalisée de  $p$  structures de croyance définies sur un même ensemble de définition  $\Omega$  produit une nouvelle structure de croyance  $m_D^\Omega$

$$m_D^\Omega = \bigoplus_{i=1}^p m_i^\Omega : \left. \begin{array}{l} 2^\Omega \rightarrow [0,1] \\ \forall F \in 2^\Omega \quad m_D^\Omega(F) = \sum_{\{F_{j_1}, \dots, F_{j_p}\} \in (2^\Omega)^p \mid \bigcap_{i=1}^p F_{j_i} = F} \prod_{i=1}^p m_i^\Omega(F_{j_i}) \end{array} \right\} \quad (\text{V-4})$$

Considérons le cas où seulement deux structures de croyance sont combinées. Quelles que soient les hypothèses de modélisation des relations de redondance, les structures utilisées n'ont que deux éléments focaux de masse non nulle. Les résultats des intersections testées par la combinaison varient en fonction des hypothèses de modélisation ; ils sont résumés dans le Tableau V-4.

Hypothèse de modélisation			Intersection testée		
Simultanéité	Exonération	Compensation	$F_{well} \cap F_{well}$	$F_{well} \cap F_{dys}$	$F_{dys} \cap F_{dys}$
<b>non</b>	non	non	$F_{well}$	$F_{dys}$	$F_{dys}$
	oui	non	$F_{well}$	$\emptyset$	$F_{dys}$
<b>oui</b>	non	non-oui	$F_{well}$	$F_{dys}$	$F_{dys}$
	oui	non	$F_{well}$	$\emptyset$	$F_{dys}$
		oui	$F_{well}$	$F_{dys}$	$F_{dys}$

Tableau V-4 : Intersection des éléments focaux.

Dans tous les cas, le noyau de la structure résultante possède les éléments focaux des structures initiales correspondant respectivement à la validation et à la violation de la relation de redondance :

- Sans hypothèses d'exonération ou avec une hypothèse de compensation, la combinaison n'a pas fait apparaître d'ensembles vides, elle a donc seulement opéré un transfert de croyance au profit du cas de dysfonctionnement. Ceci est conforme à l'hypothèse de modélisation qui amène à considérer comme non informative la masse portée sur l'état de bon fonctionnement. Toute nouvelle information n'est donc considérée que comme pouvant augmenter la masse de l'état de dysfonctionnement.
- Avec une hypothèse d'exonération et sans hypothèse de compensation, la combinaison fait apparaître une intersection vide. La combinaison réduit donc la masse de croyance portée sur des éléments interprétables mais redistribue la croyance restante entre  $F_{well}$  et  $F_{dys}$  en fonction du niveau de consensus.

Quelles que soient les hypothèses choisies, la structure de croyance résultante est comparable aux structures initiales et interprétables en termes de présence de défaut(s). Elle peut donc être recombinaison à nouveau avec une autre structure ; la combinaison utilisée étant associative, aucun biais n'est introduit. La structure combinée est donc une structure de croyance représentant le consensus des différentes sources disponibles conformément aux hypothèses de modélisation. De plus, si les hypothèses de modélisation diffèrent d'une structure de croyance à l'autre, la structure résultante reste une interprétation consensuelle entre ces deux hypothèses, privilégiant l'information la plus forte (cf. Figure V-4).

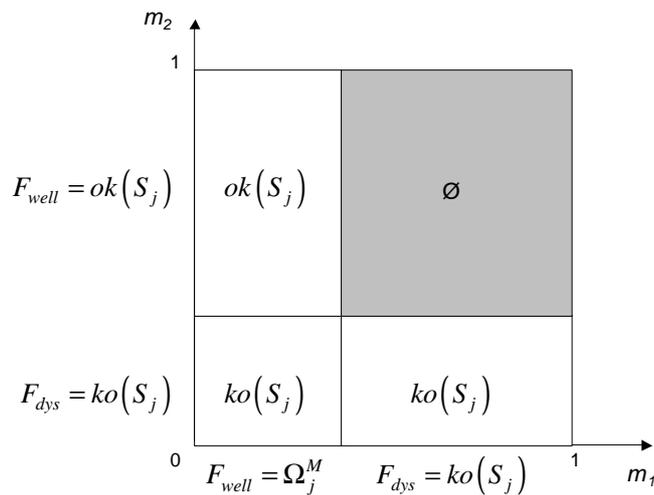


Figure V-4 : Combinaison de deux structures ayant des hypothèses différentes (exonération à gauche *versus* non-exonération en bas).

### V.2.3 Combinaison des structures de croyance définies sur des ensembles de définition différents

Le cas précédent ne permet pas la localisation des défauts mais seulement la concentration des informations disponibles sur un même sous-ensemble de composants et ce, conformément aux hypothèses de chacune de ces sources d'informations. Mais généralement les sources d'information disponibles sont définies sur différents sous-ensembles de  $\mathcal{C}$ . Les structures de croyance représentant chacune d'elles ne peuvent alors être combinées directement ; elles doivent préalablement être définies sur un ensemble de définition commun à toutes et compatible avec leur ensemble de définition initial. Cette opération est appelée opération de **raffinement** ou de **grossissement**.

#### a) Raffinement des structures de croyance

Le raffinement d'une structure de croyance associée à chaque élément de son cadre de discernement  $\Theta$  un élément d'un autre cadre  $\Omega$  ; il s'agit donc d'une fonction  $\psi : 2^\Theta \rightarrow 2^\Omega$  qui à une hypothèse  $H_i$  de  $\Theta$

associe toutes les hypothèses de  $\Omega$  compatibles avec elle. Si  $A$  est un ensemble d'hypothèses de  $\Theta$ ,  $\psi(A)$  est l'ensemble des hypothèses compatibles avec la proposition  $A$  ; autrement dit :

$$\forall A \in 2^\Theta \quad \psi(A) = \bigcup_{H_i \in A} \psi(H_i) \quad (V-5)$$

La fonction de raffinement  $\psi$  doit vérifier les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \forall H_i \in \Theta \quad \psi(H_i) &\neq \emptyset \\ \forall (H_i, H_j) \in \Theta^2 \quad H_i \neq H_j &\Rightarrow \psi(H_i) \cap \psi(H_j) = \emptyset \\ \bigcup_{H_i \in \Theta} \psi(H_i) &= \Omega \end{aligned} \quad (V-6)$$

Soient deux relations de redondance ayant pour supports respectifs  $S_j$  et  $S_k$ . Leurs cadres de discernement sont donc  $\Omega_j^M = \prod_{\{i|C_i \in S_j\}} \{ok(C_i), ko(C_i)\}$  et  $\Omega_k^M = \prod_{\{i|C_i \in S_k\}} \{ok(C_i), ko(C_i)\}$ . L'ensemble

$\Omega_{j,k}^M = \prod_{\{i|C_i \in (S_j \cup S_k)\}} \{ok(C_i), ko(C_i)\}$  est compatible avec les deux cadres de discernement ; cet ensemble

correspond à la notion de plus petit commun multiple pour le produit cartésien des deux ensembles de définition.

La fonction  $\psi$  de  $\Omega_j^M$  vers  $\Omega_{j,k}^M$  telle que

$$\forall A \in \Omega_j^M \quad \psi(A) = \{A, ok(C_k)\} \cup \{A, ko(C_k)\} \quad (V-7)$$

satisfait les conditions définies par les relations (V-6) et constitue donc un raffinement. Ainsi, les éléments focaux de la structure de croyance initiale expriment la présence ou l'absence de défauts pour les composants du support et l'ignorance quant à l'état de fonctionnement des autres composants.

Un élément du cadre de discernement initial (*i.e.* une proposition sur l'état de fonctionnement d'une partie des composants) exprimé dans le nouveau cadre de discernement revient à une écriture différente de la table des signatures : pour la relation  $r_j$ , la ligne correspondante de la table des signatures était un

vecteur  $s_{ij}$  tel que  $\begin{cases} s_{ij} = 0 & \text{si } C_i \notin S_j \\ s_{ij} = 1 & \text{si } C_i \in S_j \end{cases}$ .

Dans le formalisme des structures de croyance, ce vecteur sera représenté par une famille de vecteurs représentant l'incertitude entre les plusieurs cas possibles pour une même évaluation de la fonction de diagnostic. Par souci de clarté, ces familles de vecteur seront représentées par la suite par un seul vecteur où le symbole  $X$  représentera l'ignorance sur l'état du composant.

Ainsi un élément du cadre de discernement commun appartenant à l'élément focal représentant l'hypothèse *la relation de redondance n'est pas vérifiée* peut être décrit par un vecteur  $s_{ij}$  tel que

$$\begin{cases} s_{ij} = 0 & \text{si } C_i \in S_j \text{ et } C_i \in ok(S_j) \\ s_{ij} = 1 & \text{si } C_i \in S_j \text{ et } C_i \in ko(S_j) \\ s_{ij} = X & \text{si } C_i \notin S_j \end{cases}$$

L'introduction du symbole  $X$  permet de réduire l'écriture d'une union d'éléments de l'ensemble de définition à celle d'un seul vecteur. Un tel vecteur comportant  $n$  fois le symbole  $X$  représente la réunion de  $2^n$  éléments de l'ensemble de définition. A titre illustratif, dans le cas d'un système à cinq composants, la ligne représentant une relation sensible à l'état des composants 3 et 5 serait [0 0 1 0 1]. Le Tableau V-5 décrit les différents codages vectoriels de la validation ou de la violation de cette relation dans le

formalisme proposé après raffinement vers un espace de définition commun à toutes les structures de croyance.

Hypothèse de modélisation			Eléments focaux	
Simultanéité	Exonération	Compensation	$F_{well}$	$F_{dys}$
non	non	non	$[X \ X \ X \ X \ X]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 0 & X & 1 \end{bmatrix}$
	oui	non	$[X \ X \ 0 \ X \ 0]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 0 & X & 1 \end{bmatrix}$
oui	non	non-oui	$[X \ X \ X \ X \ X]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 0 & X & 1 \\ X & X & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$
		non	$[X \ X \ 0 \ X \ 0]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 0 & X & 1 \\ X & X & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$
	oui	non	$[X \ X \ X \ X \ X]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 0 & X & 1 \\ X & X & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$
		oui	$[X \ X \ X \ X \ X]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 0 & X & 1 \\ X & X & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$

Tableau V-5 : Représentation vectorielle des éléments focaux d'une relation de redondance.

b) Combinaison conjonctive des structures raffinées

Définies sur un même ensemble de définition, les structures de croyance peuvent être combinées selon le principe défini par la relation (V-4). Par construction de la combinaison de structures de croyance, toutes les intersections entre les éléments focaux des structures vont être testées. En l'occurrence une intersection revient à la confrontation de plusieurs groupes de vecteurs à valeurs dans  $\{0,1,X\}$ .

Soient  $A_j = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n}$  et  $B_j = (b_{ij})_{1 \leq i \leq n}$  deux groupes de tels vecteurs et  $D_j = (d_{ij})_{1 \leq i \leq n}$  leur intersection.

Par construction, on trouve :

$$\begin{aligned}
 a_{ij} = 1, \quad b_{ij} = 1 &\Rightarrow d_{ij} = 1 \\
 a_{ij} = 0, \quad b_{ij} = 0 &\Rightarrow d_{ij} = 0 \\
 a_{ij} = 1, \quad b_{ij} = X &\Rightarrow d_{ij} = 1 \\
 a_{ij} = 0, \quad b_{ij} = X &\Rightarrow d_{ij} = 0 \\
 a_{ij} = X, \quad b_{ij} = X &\Rightarrow d_{ij} = X \\
 a_{ij} = 0, \quad b_{ij} = 1 &\Rightarrow D = \emptyset
 \end{aligned}
 \tag{V-8}$$

De manière générale, l'intersection des deux éléments focaux produit un nouvel élément focal soit plus précis si pour au moins un composant, un X est confronté à un 0 ou à un 1, soit vide si pour au moins un composant un 0 est confronté à un 1. Dans la représentation du problème de diagnostic, l'intersection de deux ensembles focaux réduit l'incertitude sur les distributions de composants défectueux possibles s'il existe un recoupement entre les deux sources d'information (i.e. si l'intersection des supports n'est pas vide). La combinaison d'éléments focaux de relations se recoupant ou au contraire indépendantes est illustrée par le Tableau V-6.

**Remarque :** Certains éléments focaux peuvent être écrits plus concisément en utilisant le symbole X mais cet état est lié au fait que sur chaque axe décrivant les éléments focaux, seuls deux éléments existent (0 et 1). Cependant, les méthodes présentées ne faisant pas l'hypothèse d'ensembles à deux éléments et le symbole X représentant l'ignorance complète sur une dimension, certaines écritures ne sont pas simplifiées de manière à rester génériques vis-à-vis du nombre d'éléments par axe.

A	B	$A \cap B$
$[X \ X \ 0 \ 0 \ X]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 0 & X & 1 \\ X & X & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$	$[X \ X \ 0 \ 0 \ 1]$
$[0 \ 0 \ X \ X \ X]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 0 & X & 1 \\ X & X & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & X & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 1 \\ 0 & 0 & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$

Tableau V-6 : Exemples d'intersection de deux éléments focaux (1<sup>ère</sup> ligne avec recoupement, 2<sup>ème</sup> ligne sans recoupement).

La combinaison de l'ensemble des structures de croyance définies à partir des relations de redondance aboutit donc à une structure de croyance dont chaque élément focal représente toutes les distributions de composants défectueux possibles eu égard aux propositions partielles fournies. La précision de cette liste est sujette aux hypothèses de modélisation de la relation de redondance. En particulier, l'hypothèse de non exonération ou de compensation limite le niveau des recoupements et aboutit à des ensembles possibles plus vastes. L'approche proposée diffère donc de la résolution DX, qui dans ce cadre d'hypothèses, proposera généralement les ensembles minimaux de diagnostic et non tous les ensembles possibles.

La représentation des relations de redondance à travers des structures de croyance permet de procéder à la localisation des défauts, quelles que soient les hypothèses de modélisation choisies. De plus, ce formalisme de représentation permet de représenter des relations de redondance plus complexes que les relations de redondance analytique dont l'évaluation ne produit que deux éléments focaux. En effet, une relation de redondance fournissant une distribution de croyance entre plus de deux propositions de diagnostic est parfaitement représentée dans ce formalisme.

De plus, rien n'oblige dans le formalisme indiqué à n'utiliser que deux états pour un composant (défectueux ou en bon fonctionnement) pour toutes les relations de redondance et une relation peut posséder des niveaux d'analyse plus fins (par exemple pour un capteur : erreur d'étalonnage, comportement erratique, autre erreur). Dans ce cas, au moment de la combinaison avec une source moins précise, la masse de l'élément focal de mauvais fonctionnement sera attribuée à l'union de ces défauts.

Enfin, avec cette méthode de localisation, la structure combinée représente le meilleur diagnostic possible pour un niveau d'information donnée. L'ajout d'une nouvelle source d'information ainsi que de nouveaux axes de défauts ne remet pas en cause la localisation réalisée par la combinaison mais la complète. Le diagnostic fourni est donc un diagnostic amendable mais interprétable.

### c) Interprétation graphique

La localisation effectuée par la combinaison des structures de croyance peut être interprétée à travers une représentation graphique. La modélisation revient en effet à définir un univers de l'espace des défauts, où chaque axe correspond aux différentes sources de pannes indépendantes et chaque élément d'un axe correspond à un type de panne de cette source. Chaque relation de redondance apporte une information spécifiée sur l'hyperplan constitué des sources de défauts auxquelles elle est sensible. Représentée dans l'univers complet des défauts, cet hyperplan est représenté par l'hyperespace correspondant (*cf.* Figure

V-5). Les éléments focaux d'une structure de croyance sont donc des parties de l'hyperplan correspondant à l'ensemble de définition et les masses sont un niveau de croyance affectée à cette partie de l'hyperplan<sup>9</sup>.

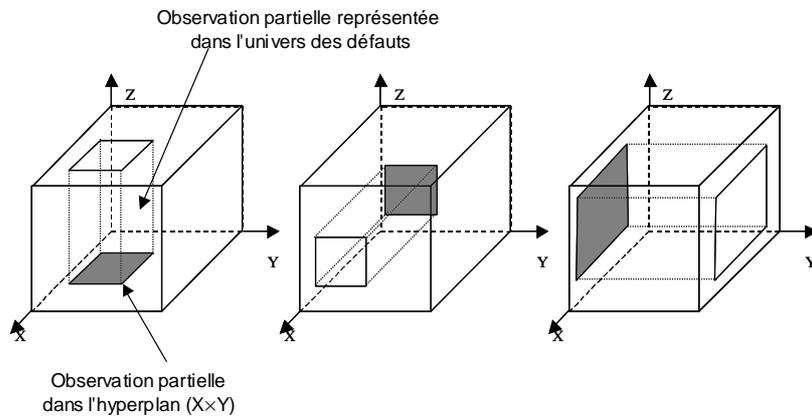


Figure V-5 : Représentation de 3 sources d'information définies sur des sous-ensembles de l'univers des défauts.

La localisation par combinaison conjonctive, illustrée par la Figure V-6, réalise l'intersection des hyper-espaces produisant de nouveaux sous-espaces, inclus dans les précédents mais de volume plus petit (donc représentant une information plus précise). A l'issue de la combinaison, le diagnostic est donc une liste de parties de l'univers des défauts, les plus petites possibles en fonction de l'information disponible, et caractérisée par leur niveau de croyance.

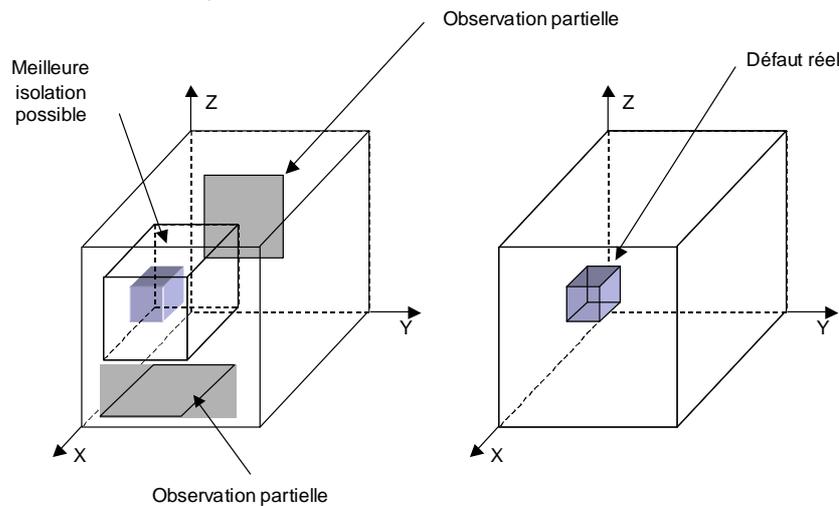


Figure V-6 : Localisation imprécise (à gauche) et précise (à droite) d'un même défaut par recouvrement des observations partielles.

#### V.2.4 Stratégies de localisation alternatives

Dans la pratique, si le nombre de relations de redondance est élevé, le comportement de la combinaison conjonctive non normalisée proposée dans les paragraphes précédents amène à une masse très forte (convergeant vers 1) sur le conflit (représenté par l'ensemble vide). En effet, l'ensemble vide est élément absorbant de la combinaison conjonctive.

<sup>9</sup> La notion de volume de cette partie de l'hyperplan est reliée à l'imprécision de l'élément focal et absolument pas à sa pertinence.

a) Comportement des principales autres règles de combinaison

L'utilisation de la règle de Dempster qui normalise la structure par la masse conflictuelle est à proscrire dans ce cas. En effet, le niveau de conflit est une information en soi qu'il est précieux de conserver pour évaluer la qualité du diagnostic.

Une alternative consiste à utiliser la combinaison de Yager où la masse conflictuelle est attribuée à l'ensemble de définition tout entier. Cette stratégie revient à refuser toute l'information provenant de la confrontation de deux propositions contradictoires.

Une autre piste consiste à utiliser la combinaison de Dubois et Prade où la masse d'une intersection vide est attribuée à l'union des éléments focaux. Cette stratégie revient à accepter l'information provenant de la confrontation de deux relations à l'exception des composants pour lesquelles elles s'opposent.

Dans le cas de la combinaison d'éléments focaux de diagnostic, la différence de traitement de ces deux combinaisons est illustrée par le Tableau V-7 où A et B désignent deux éléments focaux dont l'intersection est vide.

Méthode	A	B	Confrontation
Yager	$[X \ X \ 0 \ 0 \ 0]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$	$[X \ X \ X \ X \ X]$
Dubois & Prade	$[X \ X \ 0 \ 0 \ 0]$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X & X & 1 & X & 0 \\ X & X & 1 & X & 1 \\ X & X & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Tableau V-7 : Résultat de la confrontation de deux éléments focaux contradictoires selon la méthode de combinaison.

Ces deux combinaisons substituent au conflit un ensemble représentant une enveloppe supérieure de l'ensemble réel :

- la combinaison de Yager interprète le conflit comme une erreur des sources d'information et conclut à l'ignorance totale (plus grande enveloppe supérieure),
- la combinaison de Dubois et Prade interprète le conflit comme une erreur d'une seule des sources d'information et conclut à l'union des deux propositions.

b) Méthode de combinaison adaptée à l'origine du conflit dans un problème de diagnostic

L'exemple d'application de la polyboîte repris par la suite montre que cette enveloppe supérieure peut être améliorée. En effet, le conflit peut provenir d'une mauvaise évaluation pour un seul des axes des éléments focaux. Dans ce cas, l'information apportée par les autres éléments n'est pas forcément à rejeter. Par exemple, dans le cas d'une modélisation des éléments focaux selon des hypothèses {exonération, non compensation}, une situation de compensation va aboutir à des structures de croyance fortement conflictuelles. La méthode de combinaison peut représenter cette origine probable du conflit dans le choix de l'élément focal utilisé pour supporter la masse conflictuelle : l'idée est de conserver le recoupement d'information pour les axes où il n'y a pas de conflit et de choisir l'union des propositions pour les axes conflictuels, Plusieurs comportements sont imaginables, ils sont illustrés dans le Tableau V-8 à partir d'exemples prototypaux.

Propriété privilégiée	A	B	Confrontation
Précision	$[X \ X \ 0 \ 0 \ 0]$	$\begin{bmatrix} X & 0 & 1 & X & 0 \\ X & 0 & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ X & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Précision sans dégradation	$[X \ X \ 0 \ 0 \ 0]$	$\begin{bmatrix} X & 0 & 1 & X & 0 \\ X & 0 & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X & 0 & 1 & 0 & 0 \\ X & 0 & 1 & 0 & 1 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
Méfiance sans dégradation	$[X \ X \ 0 \ 0 \ 0]$	$\begin{bmatrix} X & 0 & 1 & X & 0 \\ X & 0 & 1 & X & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} X & 0 & 1 & X & 0 \\ X & 0 & 1 & X & 1 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Tableau V-8 : Propositions de comportement de combinaison.

Les trois méthodes diffèrent par la prise en compte du **domaine spécifié** par la structure de croyance. Pour une structure de croyance donnée, son domaine spécifié correspond au support de la relation qu'elle modélise et le domaine non spécifié correspond aux axes sur lesquels la fonction de croyance a été raffinée sans apport d'information (*i.e.* les axes avec la valeur  $X$ ).

Le premier comportement, décrit par la relation (V-9), réalise pour chaque dimension de l'élément focal l'intersection des éléments focaux restreints à cette dimension :

- si l'intersection est non vide (cas des dimensions 2, 4 et 5), celle-ci est conservée,
- si elle est vide, l'union est sélectionnée (cas de la dimension 3).

L'issue de cette confrontation est l'élément focal le plus précis sur l'ensemble commun spécifié n'ayant d'intersection vide avec aucun des éléments d'origine.

$$\begin{aligned}
 & \text{si } A \cap B \neq \emptyset, \text{ alors } F = A \cap B \\
 & \text{si } A \cap B = \emptyset, \text{ alors } F = \bigcup_{X \in 2^\Omega / \forall i} \left( \begin{array}{l} \text{si } \exists (A_j^i, B_k^i) \in (A^i \times B^i) \quad A_j^i \cap B_k^i \neq \emptyset, \\ \text{alors } A_j^i \cap B_k^i \subseteq X^i \\ \text{si } \forall (A_j^i, B_k^i) \in (A^i \times B^i) \quad A_j^i \cap B_k^i = \emptyset, \\ \text{alors } X^i = A_j^i \cup B_k^i \end{array} \right) \quad (V-9)
 \end{aligned}$$

Cette méthode de combinaison traite indifféremment les axes appartenant au domaine spécifié ou au domaine non spécifié. Elle ne respecte donc pas les contraintes entre les axes de défauts exprimées au niveau des structures élémentaires et aboutit à de nouveaux éléments focaux qui n'appartiennent pas aux ensembles focaux des structures initiales. Elle modifie l'information plus qu'elle ne lève son imprécision, elle est donc peu intéressante.

**Remarque :** Cette méthode est analogue, pour les intersections conflictuelles, au grossissement préalable de chaque structure puis à leur combinaison dimension par dimension, suivi du raffinement des structures obtenues vers l'espace spécifié commun, et enfin à leur combinaison dans cet espace.

Le deuxième comportement conditionne réciproquement les deux sources d'information sur leur domaine non spécifié puis combine disjonctivement les éléments focaux. Le conflit causé par certains axes est circonscrit au plus petit sous-espace commun et le reste de l'information est jugé comme fiable. Cette approche préserve les contraintes inter-axes exprimées par les structures élémentaires tout en réduisant fortement l'espace des défauts possibles.

$$\begin{aligned}
 & \text{si } A \cap B \neq \emptyset, \text{ alors } F = A \cap B \\
 & \text{si } A \cap B = \emptyset, \text{ alors } F = A^{\parallel D_A \cup D_B} \cup B^{\parallel D_A \cup D_B} \quad (V-10)
 \end{aligned}$$

où  $D_A^-$  et  $D_B$  représentent respectivement le sous-domaine spécifié et le sous-domaine non spécifié par  $A$ , et  $A^{B \parallel D_A^- \cup D_B}$  représente le conditionnement de l'élément focal  $A$  par l'ensemble  $B$  sur le domaine  $D_B^- \cup D_B$ .

Le troisième comportement permet d'exprimer une méfiance envers l'ensemble de l'information portée par une des structures élémentaires. Elle sélectionne une des sources comme plus fiable que l'autre et ne conditionne que l'élément focal de la source incertaine (en l'occurrence la source  $A$ ) par celui de la source certaine (la source  $B$ ). Comme précédemment, le conditionnement porte sur le sous-domaine spécifié par la source certaine mais non spécifié par la source incertaine. Puis elle réalise l'union des éléments focaux.

$$\begin{aligned} \text{si } A \cap B \neq \emptyset, \text{ alors } F &= A \cap B \\ \text{si } A \cap B = \emptyset, \text{ alors } F &= A^{B \parallel D_A^- \cup D_B} \cup B \end{aligned} \quad (\text{V-11})$$

### V.2.5 Représentation de la diagnosticabilité

La structure de croyance issue des combinaisons comporte d'une part des éléments focaux exprimant des distributions possibles d'états des composants, d'autre part un élément focal correspondant au conflit de combinaison, représenté sous la forme de l'ensemble vide ou sous celle du cadre de discernement  $\Omega_{1,\dots,n}^M$ . Il est possible de produire pour chaque composant  $C_i$  une structure de croyance décrivant son état de fonctionnement en réalisant à nouveau un changement d'ensemble de définition. La projection cartésienne de  $\Omega_{1,\dots,n}^M$  sur  $\Omega_i^M$  (i.e. de l'univers complet des défauts sur l'univers des défauts du composant  $C_i$ ) constitue une fonction de grossissement adaptée au problème. Ainsi, un élément focal de  $\Omega_{1,\dots,n}^M$  décrivant une incertitude sur l'état du composant  $C_i$  aura comme image  $\{\Omega_i^M\}$ .

Dans le cas où une combinaison de type Yager a été choisie, à l'issue de la combinaison, la masse allouée à l'élément  $\{\Omega_{1,\dots,n}^M\}$  correspond au conflit de combinaison alors que, au niveau de la structure obtenue par grossissement, la masse allouée à l'élément  $\{\Omega_i^M\}$  représente une incertitude liée à la diagnosticabilité partielle des défauts. Il s'agit donc de deux incertitudes différentes qu'il est préférable d'exprimer différemment. La fonction de grossissement proposée par la relation (V-14) aboutira à une structure de croyance où l'incertitude de diagnosticabilité sera représentée sous la forme de l'élément  $\{\Omega_i^M\}$  et celle liée au conflit entre les sources d'information sous la forme de  $\{\emptyset\}$ .

$$\chi_i \begin{cases} 2^{\Omega_{1,\dots,n}^M} \rightarrow 2^{\Omega_i^M} \\ \forall F \in 2^{\Omega_{1,\dots,n}^M} \setminus \{\Omega_{1,\dots,n}^M\} \quad \chi_i(F) = p_i(F) \\ \chi_i(\{\Omega_{1,\dots,n}^M\}) = \emptyset \end{cases} \quad (\text{V-12})$$

### V.3 Illustration et comparaison

La méthode proposée est ici illustrée et comparée aux approches FDI et DX<sup>10</sup> sur la base du problème de la polyboîte présenté précédemment. Pour ce faire, des données simulées reproduisant toutes les combinaisons de défauts possibles sont générées, une première fois où les prototypes des défauts sont simulés (soit 32 signatures non bruitées) puis une seconde fois où l'apparition des défauts est progressive et où les résidus sont bruités (soit 320 points). Dans les deux cas, le défaut d'un composant est simulé par

<sup>10</sup> L'approche présentée ici sous le terme DX correspond ici au calcul des diagnostics minimaux, l'approche DX plus générale permet le calcul de tous les diagnostics possibles.

l'apparition d'un biais au niveau de sa sortie ; le biais étant le même pour tous les composants, il arrive parfois que certains défauts se compensent.

Dans un contexte multifaute la donnée de seulement trois fonctions de diagnostic mène à une diagnosticabilité très pauvre et à très peu de redondances au niveau de l'information de diagnostic. Il a donc été ajouté un capteur par rapport au système initial, donnant la valeur de  $u$ . La mesure de cette variable permet l'ajout de 3 relations de redondances décrites par le Tableau X-12 et permet au total d'avoir 8 signatures différentes (sur un total de 32 défauts différents).

Relation	Résidu	Support
$Arr_4$	$r_4 = u_{obs} - b_{obs} \times d_{obs}$	$\{M_2\}$
$Arr_5$	$r_5 = f_{obs} - a_{obs} \times c_{obs} - u_{obs}$	$\{M_1, A_2\}$
$Arr_6$	$r_6 = g_{obs} - e_{obs} \times c_{obs} - u_{obs}$	$\{M_3, A_2\}$

Tableau V-9 : Relations de redondance supplémentaires.

Les défauts simulés ainsi que les résidus obtenus dans le cas de l'apparition progressive et bruitée des pannes sont illustrés par la Figure V-7 et la Figure V-8.

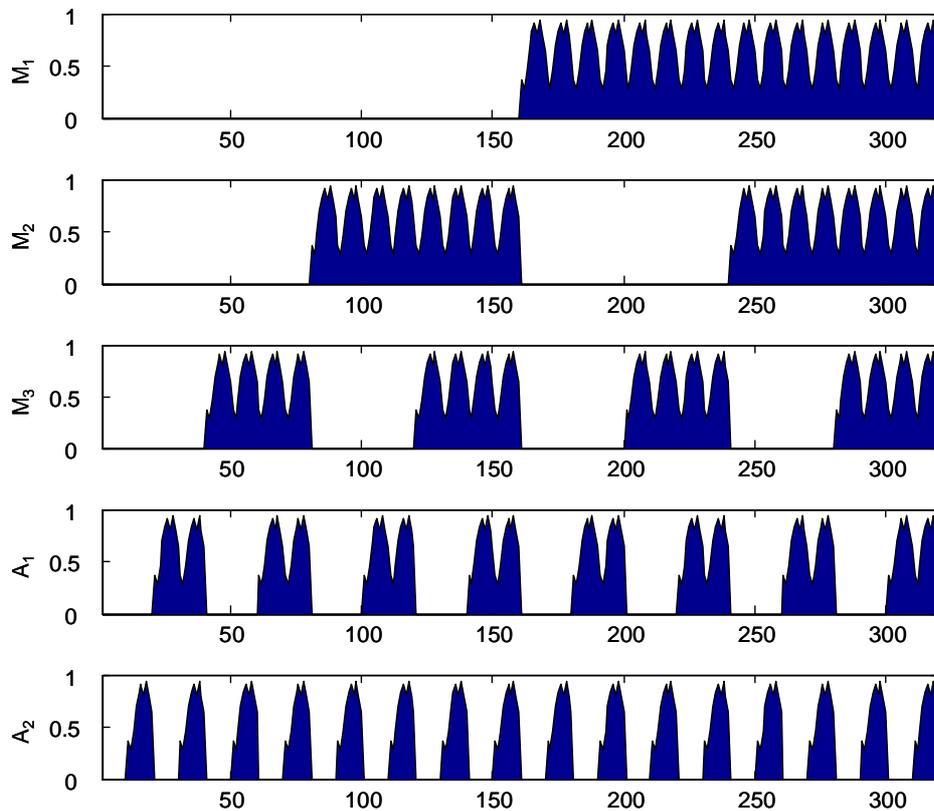


Figure V-7 : Apparition des défauts au niveau de chaque composant dans le cas bruité

Dans le cas des approches FDI et DX, le seuil utilisé pour l'évaluation des résidus a été fixé à 0,4. L'approche FDI a été utilisée dans un contexte multifaute, en utilisant l'hypothèse d'exonération ; l'approche DX a été utilisée dans un contexte non-exonération. Les hypothèses classiques d'utilisation ont donc été retenues pour ces deux méthodes. Dans le cas de l'approche par structure de croyance, une fonction d'évaluation continue sur le modèle de celle présentée dans le paragraphe V.2.1b) a été choisie, avec comme valeur de pivot ( $\tau=0.4, a=0.5$ ) et  $\gamma=3$ . La modélisation des éléments focaux s'est faite quant à

elle selon les hypothèses d'exonération et de non compensation des défauts. Plusieurs combinaisons ont été effectuées pour la méthode basée sur les structures de croyance :

- une combinaison conjonctive qui reporte le conflit sur l'ensemble vide (Smets), appliquée avec ou sans hypothèse d'exonération (cas noté Smets non-exo),
- une combinaison de Yager qui reporte le conflit sur l'ignorance totale
- une combinaison conjonctive adaptative (Dubois et Prade) qui passe à l'union des éléments focaux en cas de conflit,
- puis les trois combinaisons proposées dans le paragraphe V.2.4 qui cherchent à minimiser la zone d'incertitude liée au passage à l'union en cas de conflit (notées combinaison de diagnostic).

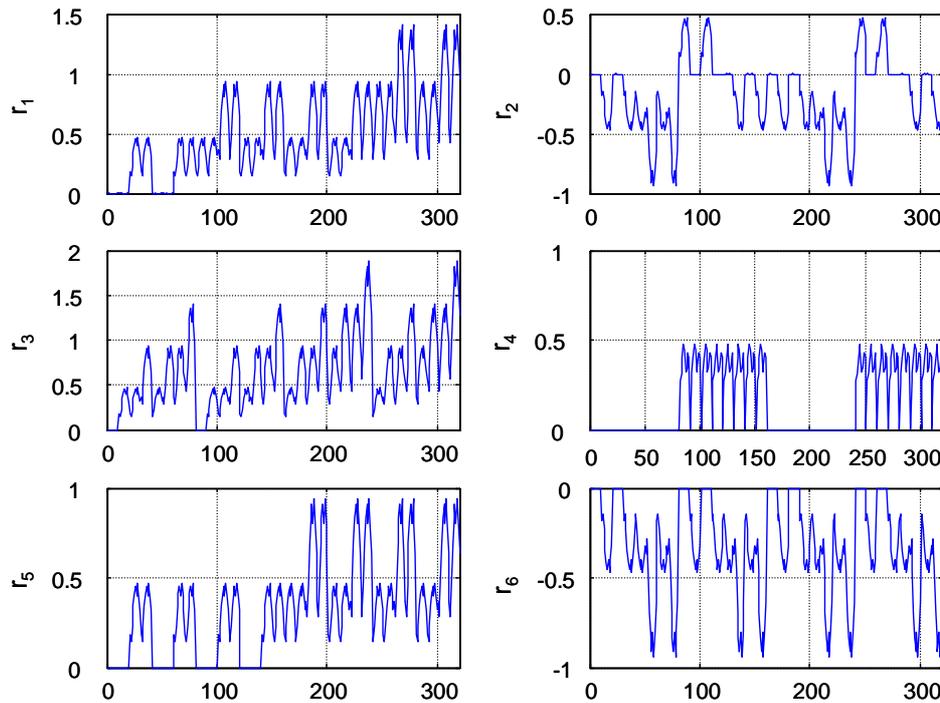


Figure V-8 : Evolution des résidus dans le cas bruité.

Les Tableau V-10 et Tableau V-11 donnent une évaluation des performances de localisation des différentes méthodes, respectivement en absence et en présence de bruits. Les performances sont mesurées en totalisant :

- le nombre de diagnostics erronés (aucun défaut n'est détecté ou alors aucun des composants en panne ne fait partie de la liste proposée),
- le nombre de diagnostics justes (une seule liste est proposée et elle correspond à la liste des composants en panne),
- le nombre de diagnostics imprécis (plusieurs listes de composants en panne sont proposées dont la liste réelle) et la taille moyenne des listes proposées,
- le nombre de diagnostics partiels (plusieurs listes sont proposées contenant une partie des composants en panne) et le nombre moyen de composants non diagnostiqués.

La première expérience montre que toutes les méthodes, à l'exception de la méthode Smets sans exonération, parviennent à localiser les défauts diagnosticables sans ambiguïté. La méthode FDI, basée sur la reconnaissance de la signature complète du système, est logiquement sensible aux compensations de défauts, puisque dans ces cas, la signature collectée, soit ne ressemble à aucune signature connue (produisant un diagnostic erroné), soit ressemble à la signature d'un autre défaut (produisant soit un diagnostic erroné soit un diagnostic partiel).

Dans ces mêmes situations de compensation, la méthode DX et la combinaison conjonctive labellisent ces cas partiellement. En effet, la compensation génère des structures conflictuelles quant à l'état d'une

partie des composants et amène à des diagnostics soit faux soit partiels. La gestion de la compensation par sa représentation au niveau de l'élément focal (expérience Smets non-exo) permet d'avoir à chaque fois le diagnostic réel parmi la liste des diagnostics proposés mais la liste proposée comporte un nombre important de candidats. L'application de la règle de Dubois et Prade permet d'avoir plus souvent l'état réel dans la liste des états possibles mais pas systématiquement.

Dans tous les cas, les règles de combinaison présentées dans le paragraphe précédent produisent des listes de défauts possibles plus petites. La première produit un nombre important de cas partiellement labellisés alors que les deux autres produisent uniquement des diagnostics imprécis. Comparativement aux combinaisons classiques, ces deux méthodes produisent plus souvent un diagnostic imprécis mais juste et réduisent l'imprécision.

Nb de diagnostics	Faux	Justes	Imprécis		Partiels	
	%	%	%	Nb moyen de propositions	%	Nb moyen de composants omis
FDI	25	6,25	68,75	6,27	0	
DX	0	6,25	50	3,00	43,75	6,3
Smets	0	6,25	68,75	6,27	25	7,0
Smets non-exo	0	0	100	15	0	
Yager	0	6,25	68,75	6,27	25	7,0
Dubois	0	6,25	75	7,67	18,75	8,7
Dianostic 1	0	6,25	68,75	6,27	25	15,8
Diagnostic 2	0	6,25	93,75	7,27	0	
Diagnostic 3	0	6,25	93,75	7,27	0	

Tableau V-10 : Performances de localisation des défauts parmi une série de 32 cas prototypes.

Nb de diagnostics	Faux	Justes	Imprécis		Partiels	
	%	%	%	Nb moyen de propositions	%	Nb moyen de composants omis
FDI	31,9	4,4	32,2	6,1	31,6	3,3
DX	9,4	4,4	20,0	3,0	66,3	5,4
Smets	0,0	5,9	61,9	6,3	32,2	5,7
Smets non-exo	2,8	0	3	17,5	0	
Yager	0,0	5,9	61,9	6,3	32,2	5,7
Dubois	0,0	5,9	67,5	7,8	26,6	6,4
Dianostic 1	0,0	5,3	52,5	6,2	42,2	9,4
Diagnostic 2	0,0	5,3	83,8	7,6	10,9	3,1
Diagnostic 3	0,0	5,3	81,6	7,3	13,1	4,0

Tableau V-11 : Performances de localisation des défauts parmi une série bruitée de 320cas.

Appliquées dans un contexte bruité, les méthodes de diagnostic basées sur une évaluation booléenne commettent des erreurs là où les méthodes évaluant de manière continue ces résidus produisent les bons résultats. Cependant, pendant la phase d'apparition, les informations incomplètes et incohérentes provoquent l'augmentation des localisations partielles.

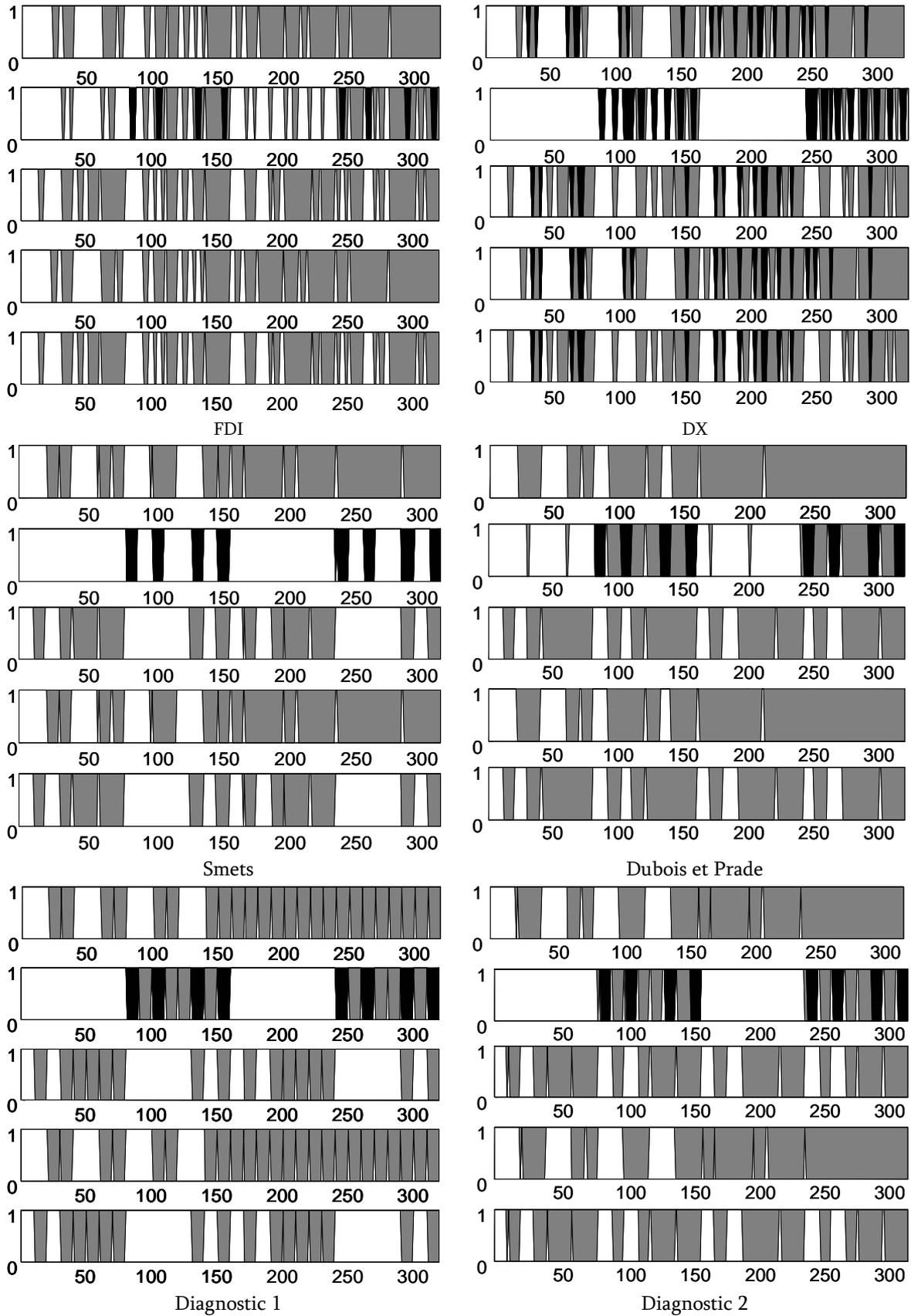


Figure V-9 : Détection des pannes au niveau des composants en fonction des approches utilisées.  
 (blanc=OK, noir=KO, gris=Doute)

La Figure V-9 présente les diagnostics réalisés par chaque méthode, composant par composant. Pour les approches crédales, seul l'élément focal à la masse la plus grande est représenté. Cette figure est à opposer à la Figure V-7 qui présente les défauts réels.

Les approches présentées diffèrent par leurs hypothèses et donc par leurs résultats. Il ne s'agit pas ici d'en condamner une par rapport à l'autre mais bien d'identifier les applications de chacune. La méthode FDI en s'appuyant sur une table des signatures déterminées préalablement offre une vitesse d'exécution appréciable dans le cas d'applications à fortes contraintes de temps réel ; en revanche elle est très sensible à des résidus incohérents. La méthode DX établit une table des signatures à chaque nouveau calcul mais offre des résultats plus robustes. En revanche elle fournit une liste de défauts nécessaires et pas tous les défauts possibles.

Les méthodes basées sur la représentation par structure de croyance d'une part sont moins sensibles aux données bruitées et incohérentes, d'autre part fournissent une liste contenant tous les défauts possibles. Toutefois selon la méthode de combinaison utilisée, la précision de la liste varie. Il faut ajouter qu'à l'issue de la localisation par combinaison des structures de croyance, on obtient un diagnostic non définitif qui peut encore être combiné à de nouvelles informations.

De plus, il est possible d'appliquer, après la combinaison de toutes les structures, des hypothèses simplificatrices (par exemple exhiber parmi les listes de défauts retenues, d'abord celles à un composant défectueux, puis deux,...) ou alors d'utiliser les probabilités de pannes des capteurs issues de l'analyse de leur historique. S'il y a suffisamment de redondances de sources d'information, il est possible de gérer les cas de compensation au niveau de la règle de combinaison plutôt que de l'exprimer au niveau de l'élément focal. En effet, l'application de cette hypothèse pour la modélisation de l'élément focal augmente énormément l'imprécision des réponses.

## **V.4 Modélisation d'un classificateur flou**

Le formalisme des structures de croyance pour le diagnostic a été introduit à partir de la représentation des notions classiques de relations de redondances. Il a été montré comment ce formalisme permettait de représenter sur une même base toute relation de redondance ainsi que ses hypothèses issues de la méthode utilisée pour produire la redondance ou de la signification qu'on est prêt à lui donner. Cependant, d'autres approches de détection des défauts sont utilisées dans la littérature dont les approches classifiantes. Ainsi, en représentant les conclusions d'approches classifiantes sous la forme de structures de croyance, les résultats de ces approches peuvent être combinés à ceux issus des fonctions de redondance.

Une première forme de classification repose sur l'utilisation de systèmes d'inférence flous. Un problème de classification peut être décrit par la détermination de l'appartenance d'un individu (d'un objet, d'une situation) à une classe parmi d'autres. La notion d'ensembles flous (présentée dans la partie IV.3), est donc particulièrement adaptée au traitement de ces problèmes de classification puisqu'elle permet de représenter sous forme continue l'appartenance d'un individu à une classe. Ainsi, toute situation où les classes ne forment pas une partition nette de l'espace, ou alors où cette partition n'est pas certaine, gagne à être traitée par des ensembles flous. L'utilisation de sous-ensembles flous peut également servir à représenter une incertitude sur les descripteurs de l'objet à classer, incertitude liée au caractère vague du descripteur<sup>11</sup>.

### **V.4.1 Remarques préliminaires sur le sens d'une règle floue**

Comme on l'a vu précédemment, la représentation d'une information sous la forme d'une structure de croyance repose sur la description de la connaissance exacte apportée par cette source d'information.

<sup>11</sup> Cette notion d'appartenance relative est fondamentalement différente de la probabilité d'appartenir à une classe : une eau presque potable et potable avec 9 chances sur 10 sont deux situations bien différentes.

Dans le cas de la représentation d'un classificateur flou, il s'agit donc de parfaitement expliciter le sens accordé aux règles floues utilisées. Dubois et Prade dans [Dubois et Prade 1996] explicitent toutes les interprétations qui peuvent être données à une règle floue et leurs conséquences en terme d'agrégation et d'utilisation.

Partons d'un contexte non flou et considérons la règle  $\mathcal{R}$  : *si  $x$  appartient à  $A$ , alors  $z$  appartient à  $C$* . Cette règle donne une description partielle de la relation entre  $x$  et  $y$  ; en effet s'il est clair que  $y$  appartient à  $C$  si  $x$  appartient à  $A$ , en revanche rien n'est indiqué sur l'appartenance de  $z$  dans le cas opposé. Autrement dit, si on considère l'ensemble des paires  $(x,z)$  satisfaisant la relation, on peut dire que cet ensemble contient l'espace  $A \times C$  et est inclus dans l'espace  $\bar{A} + C = (A \times C) \cup (\bar{A} \times C) \cup (\bar{A} \times \bar{C})$ . Une règle peut donc être interprétée différemment en fonction de la borne qu'on choisit pour la représenter : le choix de la borne inférieure interprète la règle comme une conjonction (un produit cartésien), alors que le choix de la borne supérieure interprète la règle comme une implication.

Ces deux choix se traduisent par des distributions de possibilité différentes :

- l'interprétation conjonction revient à affirmer que *si  $x$  appartient à  $A$ , alors il est possible que  $z$  appartienne à  $C$* , ce qui correspond à une distribution de possibilité  $\pi_{y|x}$  telle que :

$$\begin{cases} \forall (x, y) \in A \times C & \pi_{y|x} = 1 \\ \forall (x, y) \in (U \times V) \setminus (A \times C) & \pi_{y|x} \geq 0 \end{cases}$$

- l'interprétation implication revient à affirmer que *si  $x$  appartient à  $A$ , alors il est nécessaire que  $z$  appartienne à  $C$* , ce qui correspond à une distribution telle que :

$$\begin{cases} \forall (x, y) \in A \times C & \pi_{y|x} \leq 1 \\ \forall (x, y) \in A \times \bar{C} & \pi_{y|x} = 0 \end{cases}$$

De plus, le choix du sens de la règle détermine leur mode de combinaison. En effet, dans l'interprétation conjonction, l'ajout de règles augmente l'espace des valeurs possibles. L'ensemble des points  $(u,v)$  satisfaisant le corps de règles est donc déterminé par une combinaison disjonctive des sous-ensembles de chaque règle. Dans la vision implication, l'ajout de règles augmente le nombre de contraintes sur l'espace des valeurs nécessaires. L'ensemble des points  $(u,v)$  satisfaisant le corps de règles est alors déterminé par une combinaison conjonctive des sous-ensembles de chaque règle.

Appliquées dans un contexte flou, les interprétations de la règle précédente deviennent alors :

- plus  $x$  appartient à  $A$ , plus il est possible que  $z$  appartienne à  $C$  (la règle est considérée comme une conjonction),
- plus  $x$  appartient à  $A$ , plus il est nécessaire que  $z$  appartienne à  $C$  (la règle est considérée comme une implication)<sup>12</sup>.

#### V.4.2 Structure d'un classificateur flou

Les classificateurs flous visent souvent à recueillir un ensemble de règles de métier, reliant des observations du système à des états connus. Lorsqu'elles ne sont pas issues de recueil d'expertise, les règles peuvent être obtenues par induction [Guillaume 2001]. Le recueil de cette connaissance doit rendre compte de l'incertitude liée :

- au caractère vague des observations si par exemple elles sont réalisées sur des variables linguistiques (grand, petit,..),

<sup>12</sup> Le cas des règles graduées où la règle est interprétée par *plus  $x$  appartient à  $A$ , plus  $z$  appartient à  $C$*  ne sera pas traité ici.

- à l'imprécision des conclusions que la règle permet de déduire en cas d'indistinguabilité entre deux conclusions exclusives.

En conséquence, le classificateur flou est défini pour un ensemble de variables d'observation et pour un ensemble d'états possibles exclusifs. Il comporte :

- une partition floue de chaque variable observée,
- un corps de règles reliant ces partitions floues à des classes définies sur  $2^\Omega$  c'est-à-dire sur l'ensemble des disjonctions de l'espace des états possibles.

De plus, dans un problème de classification, la notion d'ordre n'est pas toujours pertinente pour l'ensemble  $\Omega$  ; ceci est vérifié dans un problème de diagnostic où de manière générique, il n'est pas possible d'ordonner les différentes situations (parfois un ordre chronologique peut cependant être défini).

Soit un objet décrit par  $n$  descripteurs  $(x_1, \dots, x_n)$  et pouvant être classé parmi  $p$  classes  $C_1, \dots, C_p$ . Chaque descripteur  $x_i$  possède une partition floue  $\{V_{i,k}\}$ . Considérons la règle floue :

$$\mathcal{R}_j: \text{si } x_1 \text{ appartient à } V_{1,j_1}, x_2 \text{ à } V_{2,j_2}, \dots, \text{ alors } X \text{ appartient à } C_j.$$

a) Interprétation d'une règle vue comme une implication

Lorsque cette règle est interprétée comme une implication, plus la prémisse est vérifiée, plus la conclusion est certaine. Ceci revient à représenter l'information apportée par la vérification de la règle par la crédibilité :

$$Cred_{R_j}(C_j) \geq \mu_j = (\mu(V_{1,j_1}, x) \wedge \mu(V_{2,j_2}, x) \wedge \dots) \quad (V-13)$$

où  $\mu(V_{i,j_i}, x)$  désigne l'appartenance de  $x_i$  à l'ensemble flou  $V_{i,j_i}$  et  $\wedge$  désigne une t-norme (l'opérateur min par exemple).

Parmi toutes les structure de croyance correspondant à cette valeur de crédibilité, celle représentant l'information la moins forte est :

$$\begin{cases} m_{R_j}(C_j) = \mu_j \\ m_{R_j}(\Omega) = 1 - \mu_j \end{cases} \quad (V-14)$$

L'évaluation parallèle du corps de règles conduit à produire autant de structures de croyance que de règles formulées. On notera que si la prémisse de la règle n'est pas vérifiée (*i.e.*  $\mu_j=0$ ), la structure de croyance résultante correspond à l'ignorance totale. Dans le cadre de la représentation de la règle comme une implication, la confrontation de plusieurs règles revient à contraindre plus fortement le domaine des solutions ; il faut donc réaliser une combinaison au comportement conjonctif.

Considérons deux règles  $R_1 : A_1 \rightarrow C_1$  et  $R_2 : A_2 \rightarrow C_2$ . Si les ensembles  $A_1$  et  $A_2$  sont disjoints, alors pour une observation donnée, une seule des deux règles peut être active; La structure de croyance correspondant à l'autre règle exprime donc l'ignorance totale et est élément neutre de la combinaison. Si l'intersection des deux ensembles n'est pas vide, alors la combinaison conjonctive va affecter une masse à l'intersection des conclusions. Dans [Dubois et Prade 1996], les auteurs montrent que le jeu de règles est cohérent<sup>13</sup> si :

$$\text{support}(A_1) \cap \text{support}(A_2) \neq \emptyset \Rightarrow \text{core}(C_1) \cap \text{core}(C_2) \neq \emptyset \quad (V-15)$$

où  $\text{support}(A_i)$  désigne le support de l'ensemble flou  $A_i$ , et  $\text{core}(A_i)$  désigne son noyau.

Ce faisant, si le jeu de règles utilisé est cohérent, toutes les intersections réalisées par la combinaison des structures issues des règles mènent à un élément de  $2^\Omega$ . En revanche, si le jeu de règle est incohérent,

<sup>13</sup> Le jeu de règles est considéré comme cohérent si pour toute entrée, il existe une valeur de sortie totalement possible.

l'intersection des conclusions peut conduire à l'ensemble vide. Une solution est de procéder à une combinaison conjonctive-disjonctive déjà présentée :

$$\forall C \in 2^\Omega \quad m_3(C) = \sum_{A \cap B = C} m_1(A) \cdot m_2(B) + \sum_{\substack{A \cup B = C \\ A \cap B = \emptyset}} m_1(A) \cdot m_2(B) \quad (V-16)$$

Cette règle a un comportement conjonctif mais lorsque l'intersection est vide, elle porte la masse sur l'union des deux ensembles. L'application de cette loi de combinaison revient à changer la conclusion d'une règle incohérente en la conclusion cohérente informativement la plus faible. Le résultat de cette méthode de représentation conduit à une structure de croyance définie sur  $2^\Omega$ . La masse affectée à l'ensemble  $\Omega$  correspond à la croyance non spécifiée par le jeu de règles.

b) Interprétation d'une règle vue comme une conjonction

Lorsque la règle est comprise comme une conjonction, l'évaluation de la règle revient à affirmer que plus la prémisse est vraie, plus la conclusion est possible. Autrement dit, la règle définit la valeur de plausibilité :

$$Pl_{R_j}(C_j) = \mu_j \quad (V-17)$$

La structure de croyance la moins informative compatible avec cette plausibilité est :

$$\begin{cases} m_{R_j}(\Omega) = \mu_j \\ m_{R_j}(\Omega \setminus C_j) = 1 - \mu_j \end{cases} \quad (V-18)$$

c) Vision alternative

Les deux approches précédentes reposent sur la représentation des degrés de possibilité ou de nécessité des conclusions d'un corps de règles, en se basant sur son évaluation floue. Les valeurs de fuzzification des observations représentent donc bien un degré d'appartenance d'une observation à une variable vague. Si la fonction de fuzzification est interprétée, non pas comme une fonction d'appartenance mais comme une fonction de certitude, il est possible de produire une structure de croyance dès la fuzzification des observations.

C'est la méthode appliquée dans [Nigro *et coll.* 2002] au moyen d'une fonction de fuzzification définie sur  $2^{\{V_{i,k}\}}$  au lieu de  $\{V_{i,k}\}$ , où l'incertitude liée au caractère vague est donc représentée directement par un sous-ensemble plutôt que par le chevauchement de deux sous-ensembles flous. Un exemple de cette fonction est donné par la Figure V-10.

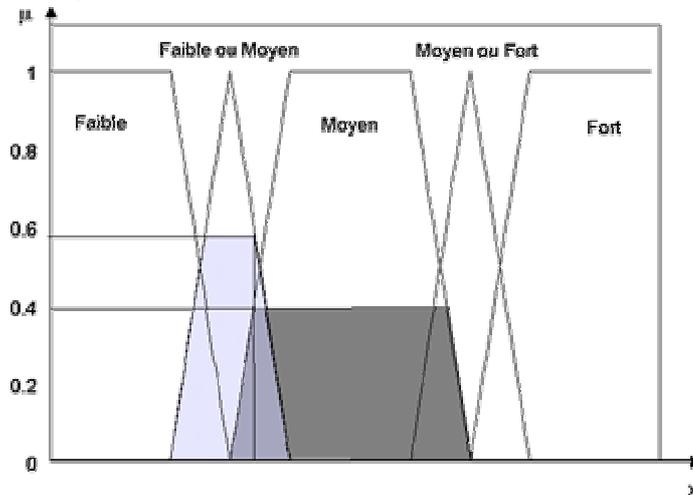


Figure V-10 : Fuzzification de la certitude.

Cette représentation sépare donc la précision (représentée par des classes qui sont des unions de classes) de la certitude (représentée par l'appartenance à cette classe). Mais de ce fait, la représentation de la précision est beaucoup plus frustrante que celle obtenue avec un partitionnement flou défini sur les variables linguistiques. On obtient donc pour chaque variable observée une structure de croyance représentant les croyances sur les différentes classes de cette variable. Cette définition de la fonction de croyance nécessite que le jeu de fuzzification soit normé, c'est à dire que pour tout point, la somme des degrés d'appartenance vaille 1.

$$\begin{cases} m(x_i \in C_{i,1}) = \mu_{C_{i,1}}(x_i) \\ m(x_i \in C_{i,2}) = \mu_{C_{i,2}}(x_i) \\ \dots \end{cases} \quad (V-19)$$

Chacune des structures obtenues est définie sur un ensemble de définition différent. Pour les combiner et obtenir une structure de croyance définie sur l'espace des classes, l'idée est d'utiliser les règles comme opérateur d'intersection et de grossissement :

$$\forall E \in 2^\Omega \quad m(E) = \sum_{C_{j_1} \cap \dots \cap C_{j_n} \Rightarrow E} m_1(C_{j_1}) \cdot \dots \cdot m_n(C_{j_n}) \quad (V-20)$$

La structure de croyance ainsi obtenue, est définie sur  $2^\Omega$  et représente la croyance de l'état du système en fonction des croyances sur les grandeurs des variables, sur la base de la connaissance experte exprimée dans le jeu de règles. Le corps de règles servant à établir le résultat de l'intersection de deux éléments focaux, il est nécessaire de disposer d'une règle pour toute intersection possible. Il faut donc soit disposer d'un jeu de règles complet, soit procéder à une conclusion par défaut pour les prémisses non définies. Dans ce dernier cas, l'absence de règle peut être interprétée comme l'ignorance de la conclusion et le choix de  $\Omega$  comme conclusion par défaut semble alors le plus naturel.

**Remarque :** l'application de cette méthode d'interprétation d'un jeu de règles revient finalement à procéder à une inférence en utilisant le produit comme t-norme et la somme comme opérateur d'agrégation.

## V.5 Un k-ppv basé sur le modèle des croyances

Lorsqu'il n'est pas possible de directement extraire une base de règles mais qu'un ensemble de points labellisés sont disponibles, une approche de classification complémentaire de la précédente détermine la ressemblance de l'observation avec des points déjà labellisés afin de proposer une classe. Zouhal et Denoeux proposent dans [Zouhal et Denoeux 1998] un classificateur basé sur ce principe, utilisé pour réaliser un détecteur de pannes sur un système d'alimentation selon une méthode exposée dans [Francois et coll. 2003].

Un problème de classification sur base de cas est caractérisé par

- l'ensemble des classes possibles  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_M\}$ ,
- l'ensemble d'apprentissage  $\mathcal{T} = \{(x^1, \omega^1), \dots, (x^N, \omega^N)\}$  composé de n vecteurs labellisés,
- une mesure de distance  $d(.,.)$

Soit  $x$  un nouveau vecteur à classer. Si  $x$  est proche d'un vecteur de l'ensemble d'apprentissage, la croyance qu'il appartient à la classe de cet exemple sera forte, et inversement.

Chaque élément  $x_i$  de l'ensemble d'apprentissage est considéré comme un support d'information indépendant, traduit donc par la structure de croyance élémentaire suivante :

$$\begin{aligned}
m_{x^i}(\omega_q) &= \alpha \phi_q(d^i) \\
m_{x^i}(\Omega) &= 1 - \alpha \phi_q(d^i) \\
\forall A \in 2^\Omega \setminus \{\{\Omega\}, \{\omega_q\}\} & m_{x^i}(A) = 0
\end{aligned} \tag{V-21}$$

où :

- $\omega_q$  est la classe du vecteur  $x_i$ ,

$\alpha$  est un paramètre entre 0 et 1,

- et  $\phi$  une fonction décroissante telle que 
$$\begin{cases} \phi_q(0) = 1 \\ \lim_{d \rightarrow \infty} \phi_q(d) = 0 \end{cases}$$

*Note :* La fonction  $\phi_q(d) = e^{-\gamma_q d^2}$  où  $\gamma_q$  est un paramètre positif associé à la classe  $\omega_q$  et  $d$  la distance euclidienne donne de bons résultats.

La comparaison à tous les échantillons de l'ensemble d'apprentissage génère N structures élémentaires de croyance, que l'on peut combiner par la règle de Dempster. Les exemples les plus éloignés du vecteur étant peu informatifs, la fusion des k plus proches voisins est suffisante.

On note  $I_k = \{i_1, \dots, i_k\}$  l'ensemble des indices des k plus proches voisins de  $x$  dans  $\mathcal{T}$ .

La structure de croyance pour un cas à classer est donc

$$\begin{aligned}
\forall \omega_q \in \Omega \quad m(\{\omega_q\}) &= \frac{1}{K} \left( 1 - \prod_{i \in I_{k,q}} (1 - \alpha \phi_q(d^i)) \right) \prod_{r \neq q} \prod_{i \in I_{k,r}} (1 - \alpha \phi_r(d^i)) \\
m(\{\Omega\}) &= \frac{1}{K} \prod_{r=1}^M \prod_{i \in I_{k,r}} (1 - \alpha \phi_r(d^i))
\end{aligned} \tag{V-22}$$

où :

- $I_{k,q}$  est le sous-ensemble de  $I_k$  correspondant aux k plus proches voisins de  $x$ , appartenant à la classe  $\omega_q$
- et  $K$  est le facteur de normalisation de la combinaison de Dempster.

## V.6 Conclusion

Les paragraphes précédents de ce chapitre ont montré comment représenter un problème de diagnostic en terme de structures de croyance et comment représenter différentes sources d'information (systèmes flous, reconnaissance de forme) en plus des traditionnelles relations de redondance. Ainsi formalisée, chaque relation décrit exactement ses hypothèses et le degré de croyance de chacune de ses conclusions. D'autres techniques de diagnostic (la reconnaissance par réseaux de neurones par exemple) n'ont pas été traitées ici mais comme l'exposé précédent s'est attaché à le montrer, s'il est possible de décrire rigoureusement l'information apportée par cette méthode, elle peut être décrite par une structure de croyance.

La combinaison de ces structures de croyance permet par ailleurs de proposer un diagnostic formulé comme des degrés de croyance de classes définies sur l'ensemble des défauts possibles. La détermination de l'état des composants exhibe l'incertitude liée au manque de connaissance (l'état est peu ou pas diagnosticable vu les sources d'information disponibles) et celle liée au conflit entre les sources. La qualité du diagnostic varie donc en fonction de l'instrumentation installée et des fonctions de diagnostic établies sur cette installation.

De plus, cette méthode peut être utilisée non pas pour diagnostiquer l'état d'un système mais pour déterminer quel type de composant il est le plus intéressant d'ajouter pour augmenter la diagnosticabilité du système.

Ces différentes applications vont maintenant être illustrées à partir de deux exemples : le diagnostic d'un réseau de capteurs et la détection de l'état physiologique d'un réacteur.



## **Chapitre VI**

### **Diagnostic du réseau de capteurs d'un procédé biologique**

#### **Guide de lecture**

Ce chapitre présente l'application de la méthode de diagnostic proposée précédemment. Il s'agit de détecter les pannes du réseau de capteur d'un digesteur anaérobie de taille pré-industrielle.

## VI.1 Introduction

Le diagnostic du procédé se fait en deux étapes distinctes :

- la validation de l'information collectée sur le procédé,
- le traitement de l'information pour déterminer l'état physiologique du procédé.

Le premier point fait l'objet de ce chapitre. Il s'agit de diagnostiquer un réseau de capteurs et d'observateurs afin de déterminer en temps réel les capteurs défectueux tout en restant modulaire quant au niveau d'instrumentation du procédé. Dans la perspective de validation de l'information, la validité du modèle utilisé pour construire un observateur fait partie des sources de défauts. Sur la base de cette information validée, l'état physiologique est caractérisé ; ceci fait l'objet du chapitre suivant.

## VI.2 Matériel et méthodes

La méthode de diagnostic présentée au chapitre précédent est appliquée pour le diagnostic d'un réseau de capteurs d'un procédé biologique de digestion anaérobie. Il s'agit du procédé décrit au chapitre II. Le Tableau VI-1 donne la liste des mesures disponibles et indique la répartition des capteurs utilisée pour leur diagnostic.

Variable		Capteurs						
		Digesteur	Entrées	Chaîne Gaz	Titrimètre	Spectromètre MIR	Recirculation	COTmètre
Entrées	DCO		■					
	AGV		■					
	alcalinité		■					
	pH		■					
Sortie liquide	DCO					■		
	AGV				■	■		
	Bic				■			
	CO <sub>2</sub> <sup>d</sup>					■		
	alcalinité				■	■		
	COT					■		■
Réacteur	température						■	
	pH						■	
Sortie gaz	pression	■						
	débit gaz			■				
	CH <sub>4</sub> /CO <sub>2</sub>			■				

Tableau VI-1 : Mesures disponibles.

## VI.3 Modélisation des relations de redondance

### VI.3.1 Redondance physique

Les relations de redondance physique sont directement représentées par une structure de croyance sur le principe présenté au paragraphe V.2.1. Pour deux mesures simultanées  $V_1$  et  $V_2$  de la même variable  $S$ , la valeur de résidu est calculée à partir de l'écart entre  $V_1$  et  $V_2$ , et pondérée par la valeur médiane de la variable  $S$  sur une période de temps récente (notée  $\bar{S}$ ).

$$r(V_1, V_2) = \frac{|V_1 - V_2|}{\bar{S}} \quad (\text{VI-1})$$

L'exploitation des redondances physiques permet de définir deux relations de redondance entre le titrimètre et le spectromètre à partir des mesures d'AGV et d'alcalinité totale. Ces relations sont notées  $r_1$ , et  $r_2$ , sur la Figure VI-2, présentée page 98.

Un défaut atteignant l'un des capteurs doit atteindre les deux variables, un conflit entre les deux structures de croyance est donc imputable à une erreur d'évaluation de l'information. Dans ce cas on ne cherche pas à interpréter le conflit mais au contraire à extraire un consensus fort. Ces sources peuvent donc être combinées entre-elles au moyen d'une combinaison de Yager.

Construits sur le même principe, le résidu  $r_3$  correspond à la reconstruction du débit de gaz par régression à partir de la mesure de la pression, et le résidu  $r_4$  correspond à la relation de redondance physique entre le spectromètre et le COT-mètre.

### VI.3.2 Exploitation de redondances algébriques directes

La relation décrivant les échanges liquide-gaz permet de lier le débit molaire de  $CO_2$  gazeux ( $q_{CO_2}$ ), la pression partielle de  $CO_2$  ( $p_{CO_2}$ ) à la concentration en  $CO_2$  dissous ( $CO_2^d$ ). En effet

$$q_{CO_2} = k_L a (CO_2^d - K_H p_{CO_2}) \quad (VI-2)$$

d'où la relation entre les mesures

$$CO_2^d = p_{CO_2} \left( \frac{1}{k_L a} \frac{Q_{gaz}}{V_{Dig} \cdot V_{mol}} + K_H P_T \right) \quad (VI-3)$$

où  $K_H$  est la constante de Henry,  $k_L a$  la constante d'échange liquide-gaz,  $V_{mol}$  le volume molaire à la température du réacteur et  $V_{Dig}$  le volume du réacteur.

Cependant, les variables de redondance étant calculées, il convient d'analyser la détectabilité de cette relation avant de la modéliser par une structure de croyance. Supposons que les capteurs sont soumis à des fautes additives, représentées respectivement par les termes  $\delta_{Spectro}$ ,  $\delta_{Q_{gaz}}$  et  $\delta_{p_{CO_2}}$ .

L'évaluation du résidu revient à effectuer l'opération suivante :

$$\begin{aligned} r &= \left| V_{Spectro} (CO_2^D) - V_{gaz} (CO_2^d) \right| \\ &= \left| (CO_2^D + \delta_{Spectro}) - (p_{CO_2} + \delta_{p_{CO_2}}) \cdot \left( \frac{Q_{gaz} + \delta_{Q_{gaz}}}{V_{Dig} \cdot k_L a \cdot V_{mol}} + K_H P_T \right) \right| \\ &= \left| \delta_{Spectro} - p_{CO_2} \frac{\delta_{Q_{gaz}}}{V_{Dig} \cdot k_L a \cdot V_{mol}} - (p_{CO_2} + \delta_{p_{CO_2}}) K_H P_T - \delta_{p_{CO_2}} \frac{Q_{gaz} + \delta_{Q_{gaz}}}{V_{Dig} \cdot k_L a \cdot V_{mol}} \right| \quad (VI-4) \\ &= \left| \delta_{Spectro} - p_{CO_2} \left( \frac{\delta_{Q_{gaz}}}{V_{Dig} \cdot k_L a \cdot V_{mol}} + K_H P_T \right) - \delta_{p_{CO_2}} \left( \frac{Q_{gaz} + \delta_{Q_{gaz}}}{V_{Dig} \cdot k_L a \cdot V_{mol}} + K_H P_T \right) \right| \end{aligned}$$

On peut donc déterminer la sensibilité du résidu à chaque faute

$$\begin{aligned} \frac{dr}{d(\delta_{pCO_2})} &= \frac{Q_{gas} + \delta_{Q_{gas}}}{V_{Dig} \cdot k_L a \cdot V_{mol}} + K_H P_T \\ \frac{dr}{d(\delta_{Q_{gas}})} &= \frac{pCO_2 + \delta_{pCO_2}}{V_{Dig} \cdot k_L a \cdot V_{mol}} \\ \frac{dr}{d(\delta_{Spectro})} &= 1 \end{aligned} \quad (VI-5)$$

Le Tableau VI-2 indique des ordres de grandeurs des différentes variables. Il apparaît qu'un défaut atteignant le débitmètre de gaz sera dix fois moins visible qu'un défaut de même amplitude atteignant le spectromètre, et qu'un défaut atteignant l'analyse de la composition du gaz sera quasiment indétectable. La détectabilité de cette relation étant faible envers la chaîne d'analyse du gaz, sa modélisation inclut une hypothèse de non-exonération pour cet élément. La structure de croyance obtenue est donc :

$$\begin{aligned} m(ok(spectro, gaz) \cup (ok(spectro), ko(gaz))) &= 1 - d \\ m(ko(spectro, gaz)) &= d \end{aligned} \quad (VI-6)$$

où  $d$  est une fonction de distance normalisée entre les mesures fournies par deux capteurs (voir la relation (V-2)).

Variable	Ordre de grandeur
$Q_{gaz}$	50-600 L.h <sup>-1</sup>
$p_{CO_2}$	20-50 %
$K_H P_T$	0,026 mol
$V_{dig} \cdot k_L a \cdot V_{mol}$	17160 L <sup>2</sup> .mol <sup>-1</sup> .h <sup>-1</sup>

Tableau VI-2 : Ordre de grandeur des variables de la relation (VI-5).

En utilisant de plus l'équilibre acido-basique du bicarbonate :

$$Bic = \frac{K_b}{10^{-pH}} CO_2^d \quad (VI-7)$$

on obtient une relation liant le pH, la concentration en bicarbonate mesurée par le titrimètre et la concentration en CO<sub>2</sub> dissous estimée à partir de la chaîne d'analyse du gaz.

L'exploitation de ces relations permet d'introduire une relation de redondance  $r_5$  entre l'analyse de gaz et le spectromètre, et une relation de redondance  $r_6$  entre l'analyse de gaz, le titrimètre et le pH-mètre. L'utilisation de l'équilibre acido-basique permet également d'extraire une relation de redondance  $r_7$  entre la mesure de bicarbonate du titrimètre, la mesure de CO<sub>2</sub> dissous du spectromètre et la mesure du pH-mètre.

### VI.3.3 Obtention d'invariants pour les bilans massiques

La validité des modèles développés pour les procédés biologiques est souvent partielle et de durée limitée. Cependant, il est possible de construire des modèles assez frustrés mais beaucoup plus robustes ou de faire disparaître des entrées inconnues par élimination de variables.

#### a) Bilan massique de l'alcalinité

La description de l'alcalinité et sa dynamique sous certaines hypothèses ont été explicitées au paragraphe II.4.2. En absence de concentrations significatives d'azote dans l'effluent traité, la dynamique de l'alcalinité totale  $Z$  est décrite par la relation :

$$\dot{Z} = D(Z^m - Z) \quad (VI-8)$$

où  $Z^{in}$  est l'alcalinité de l'effluent traité et  $D$  le taux de dilution.

L'intégration de cette relation entre  $t-T$  et  $t$  conduit à :

$$\phi_Z(t-T, t, Z^{in}) = 0$$

$$\text{avec } \phi_Z(t-T, t, Z^{in}) = Z(t) - Z(t-T) - \int_{t-T}^t D(Z^{in} - Z) d\tau \quad (\text{VI-9})$$

Cependant, la caractérisation des entrées est souvent peu fiable et évolue dans le temps. C'est le cas pour de nombreuses installations de dépollution biologique où l'effluent à traiter est peu maîtrisé. C'est pourquoi il est préférable de manipuler un intervalle plutôt qu'une mesure ponctuelle pour les caractéristiques de l'entrée. Donner des bornes minimale  $\underline{Z^{in}}$  et maximale  $\overline{Z^{in}}$  au terme  $Z^{in}$  revient à écrire :

$$\exists \beta \in [0, 1] \quad Z^{in} = \beta \underline{Z^{in}} + (1 - \beta) \overline{Z^{in}} \quad (\text{VI-10})$$

La combinaison des relations (VI-9) et (VI-10) permet d'écrire :

$$\exists \beta \in [0, 1] \quad \beta = \frac{\phi_Z(t-T, t, \overline{Z^{in}})}{\phi_Z(t-T, t, \underline{Z^{in}}) - \phi_Z(t-T, t, \overline{Z^{in}})} \quad (\text{VI-11})$$

La violation de cette relation indique que soit les hypothèses sur les entrées, soit la mesure d'alcalinité sont fausses. La structure de croyance représentant la vérification de cette relation est :

$$\begin{cases} m(ok(Z^{in}, Z, D)) = 1 - d(\beta) \\ m(ko(Z^{in}, Z, D)) = d(\beta) \end{cases} \quad (\text{VI-12})$$

où  $d$  est une mesure de distance par rapport à l'intervalle  $[0, 1]$ .

$$d \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ d(\beta) = 0 \quad \text{si } \beta \in [0, 1] \\ d(\beta) = \min(\beta - 1, \beta) \quad \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{VI-13})$$

En revanche, du fait de l'évaluation par intervalle, une faible erreur du capteur n'entraînera pas la violation de la relation. En d'autres termes, la détectabilité de cette relation est donc d'autant moins forte que l'intervalle utilisé est important. Il est possible de représenter ce risque de non-détection en affaiblissant la structure de croyance  $m$  d'un coefficient  $\alpha$  proportionnel à la taille de l'intervalle.

$$\begin{cases} m'(ok(Z^{in}, Z, D)) = (1 - \alpha)(1 - d(\beta)) \\ m'(ko(Z^{in}, Z, D)) = (1 - \alpha) \cdot d(\beta) \\ m'(\Omega) = \alpha \end{cases} \quad (\text{VI-14})$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{\overline{Z^{in}}(t) - \underline{Z^{in}}(t)}{\max(Z^{in}) - \min(\underline{Z^{in}})}$$

Cette représentation de l'information apportée par la relation de redondance correspond à une incertitude sur la valeur de l'entrée provenant non pas d'une mesure peu fiable mais de la possibilité pour la valeur d'être n'importe où dans un intervalle donné avec la même probabilité. C'est donc l'incertitude

sur la dynamique de la variable qui est représentée. Elle correspond à une distribution de possibilité pour la variable égale à 1 sur l'intervalle et à 0 ailleurs. En revanche, si l'incertitude à représenter provient de l'imprécision de la mesure, une distribution de possibilité acceptable représentant cette incertitude serait une distribution triangulaire centrée sur la mesure.

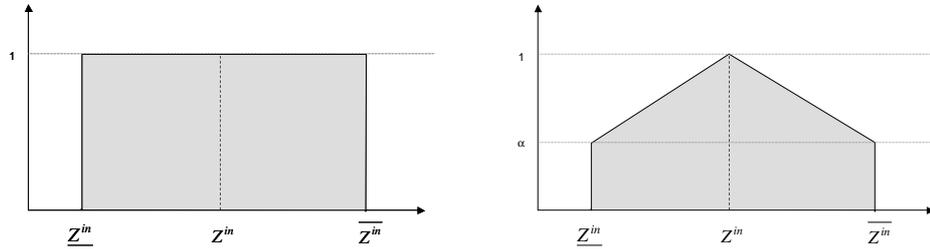


Figure VI-1 : Distribution de possibilité de la valeur de  $Z_{in}$  en fonction de l'interprétation de l'incertitude sur l'entrée.

L'installation utilisée possède deux mesures en ligne de l'alcalinité ; cette relation permet donc de définir deux fonctions de diagnostic, notées  $r_8$  et  $r_9$  sur la Figure VI-2.

#### b) Bilan massique de la Demande Chimique en Oxygène

A partir du modèle suivant de la digestion anaérobie :

$$\begin{cases} D\dot{C}O = D(DCO^{in} - DCO) - k_1\mu X \\ \dot{X} = (\mu - \alpha D) X \\ q_M = k_2\mu X \end{cases} \quad (VI-15)$$

on peut déduire la relation

$$D\dot{C}O = D(DCO^{in} - DCO) - \gamma q_M \quad (VI-16)$$

où  $\gamma$  est un coefficient de rendement.

Lorsque le réacteur est en conditions nominales de fonctionnement, on peut supposer que sa biomasse est constante. Autrement dit toute la DCO entrant dans le réacteur est soit convertie en méthane, soit ressort sous forme de DCO. Le paramètre  $\gamma$  est donc le coefficient de conversion en DCO du méthane, et vaut donc  $64 \text{ g}_{DCO}/\text{mol}_{CH_4}$ .

En intégrant la relation (VI-16) sur le même principe que pour l'alcalinité, on obtient que :

$$\exists \beta \in [0,1] \quad \beta = \frac{\phi_{DCO}(t-T, t, DCO_{in}^{\max})}{\phi_{DCO}(t-T, t, DCO_{in}^{\max}) - \phi_{DCO}(t-T, t, DCO_{in}^{\min})} \quad (VI-17)$$

$$\text{avec } DCO(t) - DCO(t-T) - \int_{t-T}^t [D(DCO_{in} - DCO) - \gamma q_M] d\tau$$

La vérification de cette relation conduit à la structure de croyance représentant le résidu noté  $r_{10}$  sur la Figure VI-2.

$$\begin{cases} m'(ok(DCO^{in}, DCO, D)) = (1-\alpha)(1-d(\beta)) \\ m'(ko(DCO^{in}, DCO, D)) = (1-\alpha) \cdot d(\beta) \\ m'(\Omega) = \alpha \end{cases} \quad (VI-18)$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{\overline{DCO^{in}}(t) - \underline{DCO^{in}}(t)}{\max(DCO^{in}) - \min(DCO^{in})}$$

c) Elimination des entrées inconnues

L'approche utilisée précédemment peut être généralisée à des modèles plus riches et plus complexes à partir du moment où il est possible de les réécrire sous une forme comparable à celle des relations décrivant le bilan de DCO ou le bilan d'alcalinité.

Supposons un modèle bilan matière d'écriture générale :

$$\dot{\xi} = Kr(\cdot) + D(\xi_{in} - \Gamma\xi) - Q(\xi) \quad (\text{VI-19})$$

Dans le cas où  $K$  a plus de lignes  $n$  que de colonnes  $p$ , ceci signifie qu'il y a plus de variables que de réactions. Dès lors, toutes les variables ne sont pas indépendantes. Considérons le noyau de  $K$ . Il existe au moins  $n-p$  vecteurs  $v_i$  de  $\mathbb{R}^n$  tels que :

$$v_i^t K = O_{1 \times k} \quad (\text{VI-20})$$

On peut alors définir la variable  $w_i = v_i^t \xi$  qui satisfait :

$$\frac{dw_i}{dx} = D(w_i^{in} - w_i) - v_i^t Q(\xi) \quad (\text{VI-21})$$

Sous cette forme, on retrouve un système comparable à ceux utilisés au paragraphe précédent. En intégrant la relation entre  $t-T$  et  $t$ , on obtient :

$$\sum_{j=1}^n v_{i,j} \psi_j(t-T, t) = 0 \quad (\text{VI-22})$$

$$\text{avec } \psi_j = \xi_j(t) - \xi_j(t-T) - \int_{t-T}^t D(\tau) (\xi_j^{in}(\tau) - \xi_j(\tau)) - Q_j(\xi(\tau)) d\tau$$

où  $v_{i,j}$  est le  $j^{\text{ème}}$  terme du vecteur  $v_i$  et  $\xi_j$  le  $j^{\text{ème}}$  terme du vecteur  $\xi$ . On obtient ainsi une relation linéaire reliant les différentes variables d'état. Cette relation est indépendante du terme  $r(\cdot)$  (*i.e.* l'activité biologique et vérifie la validité de la structure du modèle.

Le modèle présenté dans la partie II.4.2 s'écrit dans le formalisme des modèles à bilans massiques :

$$\xi = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ Z \\ S_1 \\ S_2 \\ C \end{pmatrix} \quad K = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ -k_1 & 0 \\ k_2 & -k_3 \\ k_4 & k_5 \end{pmatrix} \quad r = \begin{pmatrix} \mu_1 X_1 \\ \mu_2 X_2 \end{pmatrix} \quad \Gamma = \text{diag} \begin{pmatrix} \alpha \\ \alpha \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ q_{CO_2} \end{pmatrix}$$

En ne gardant que les 3 dernières lignes, la nouvelle matrice des coefficients de rendement vaut

$$\tilde{K} = \begin{pmatrix} -k_1 & 0 \\ k_2 & -k_3 \\ k_4 & k_5 \end{pmatrix}. \text{ Le vecteur } v = \begin{pmatrix} k_2 k_5 + k_4 k_3 \\ k_1 k_5 \\ k_1 k_3 \end{pmatrix} \text{ étant un vecteur du noyau de } \tilde{K}, \text{ la relation (VI-22)}$$

permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
 & (k_2k_5 + k_4k_3)\phi_{S_1}(t-T, t) + k_1k_5\phi_{S_2}(t-T, t) + k_1k_3\phi_C(t-T, t) = 0 \\
 & \begin{cases} \phi_{S_1} = S_1(t) - S_1(t-T) - \int_{t-T}^t D(S_1^{in} - S_1) d\tau \\ \phi_{S_2} = S_2(t) - S_2(t-T) - \int_{t-T}^t D(S_2^{in} - S_2) d\tau \\ \phi_C = C(t) - C(t-T) - \int_{t-T}^t (D(C^{in} - C) - q_{CO_2}) d\tau \end{cases} \quad (VI-23)
 \end{aligned}$$

d) Amélioration

Il est possible de séparer  $\tilde{K}$  en  $[\tilde{K}_1 \quad \tilde{K}_2]$ ; la relation s'écrit alors

$$\frac{dw_i}{dx} = v^t K_2 r_2(\cdot) + D(w_i^{in} - w_i) - v_i^t Q(\xi) \quad (VI-24)$$

En intégrant, on obtient alors

$$\sum_{j=1}^n v_{i,j} \psi(t-T, t) = 0 \quad (VI-25)$$

$$\text{avec } \psi(t-T, t) = \xi(t) - \xi(t-T) - \int_{t-T}^t (K_{2,j} r_{2,j}(\tau) + D(\xi_j^{in} - \xi_j) - Q_j(\xi)) d\tau$$

$$\text{Dans le cas du modèle utilisé, } \tilde{K}_1 = \begin{pmatrix} -k_1 \\ k_2 \\ k_4 \end{pmatrix}, \tilde{K}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -k_3 \\ k_5 \end{pmatrix}$$

$$\text{On trouve trois vecteurs du noyau de } \tilde{K}_1 \quad v_1 = \begin{pmatrix} k_2 \\ k_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ k_4 \\ -k_2 \end{pmatrix} \quad v_3 = \begin{pmatrix} k_4 \\ 0 \\ k_1 \end{pmatrix}$$

ce qui génère donc trois relations.

Sachant que le terme  $r_{2,j}$  de la relation (VI-25) peut être calculé à partir de  $q_{CH_4}$ ,

$$q_{CH_4} = k_6 \mu_2 X_2 = k_6 r_2 \quad (VI-26)$$

les 3 relations à vérifier sont :

$$\begin{cases} k_2\phi_{S_1}(t-T, t) + k_1\phi_{S_2}(t-T, t) - \frac{-k_3k_1}{k_6} \varphi_{CH_4}(t-T, t) = 0 \\ k_4\phi_{S_2}(t-T, t) - k_2\phi_C(t-T, t) - \frac{-k_4k_3 - k_2k_5}{k_6} \varphi_{CH_4}(t-T, t) = 0 \\ k_4\phi_{S_1}(t-T, t) + k_1\phi_C(t-T, t) - \frac{k_1k_5}{k_6} \varphi_{CH_4}(t-T, t) = 0 \end{cases} \quad (VI-27)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \phi_{S_j}(t-T, t) = \xi_j(t) - \xi_j(t-T) - \int_{t-T}^t (D(\xi_j^{in} - \xi_j) - Q_j(\xi)) d\tau \\ \varphi_{CH_4}(t-T, t) = \int_{t-T}^t q_{CH_4} d\tau \end{cases}$$

### VI.3.4 Expression sous forme d'observateurs

A partir des invariants présentés précédemment, il est aisé d'écrire les observateurs à entrées inconnues associés :

**Pour le bilan d'alcalinités :**

$$\begin{cases} \dot{\hat{Z}} = D(Z^{in} - \hat{Z}) \\ \hat{Z}(t_0) = Z_0 \end{cases} \quad (VI-28)$$

**Pour le bilan de DCO :**

$$\begin{cases} \dot{\hat{S}} = D(DCO^{in} - \hat{S}) - \gamma q_M \\ \hat{S}(t_0) = S_0 \end{cases} \quad (VI-29)$$

**Pour l'invariant obtenu à partir du noyau de  $\tilde{K}$  :**

En posant  $Y = (k_2 k_5 + k_3 k_4) S_1 + k_1 k_5 \cdot S_2 + k_1 k_3 \cdot C$ , on obtient l'observateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{Y}} = D(Y^{in} - \hat{Y}) - (k_1 k_3) q_C \\ \hat{Y}(t_0) = Y_0 \end{cases} \quad (VI-30)$$

**Pour l'invariant obtenu à partir du noyau de  $\tilde{K}_1$ ,**

A partir du changement de variable suivant, 
$$\begin{cases} \zeta_1 = S_1 + \beta_1 C \\ \zeta_2 = S_2 - \beta_2 C \\ \zeta_3 = S_1 + \beta_3 S_2 \\ \zeta_4 = Z \end{cases}, \text{ où } \beta_1 = \frac{k_1}{k_4}, \beta_2 = \frac{k_2}{k_4}, \beta_3 = \frac{k_1}{k_2}, \text{ on arrive}$$

à éliminer toutes les entrées inconnues que représentent les cinétiques réactionnelles et on obtient l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\zeta}}_1 = D(\zeta_1^{in} - \hat{\zeta}_1) - \beta_1 q_C + \gamma_1 q_M \\ \dot{\hat{\zeta}}_2 = D(\zeta_2^{in} - \hat{\zeta}_2) + \beta_2 q_C - \gamma_2 q_M \\ \dot{\hat{\zeta}}_3 = D(\zeta_3^{in} - \hat{\zeta}_3) - \gamma_3 q_M \\ \dot{\hat{\zeta}}_4 = D(\zeta_4^{in} - \hat{\zeta}_4) \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{\zeta}_1(t_0) = \zeta_1 \\ \hat{\zeta}_2(t_0) = \zeta_2 \\ \hat{\zeta}_3(t_0) = \zeta_3 \\ \hat{\zeta}_4(t_0) = \zeta_4 \end{cases} \quad (VI-31)$$

$$\gamma_1 = \frac{k_1 k_5}{k_4 k_6}, \gamma_2 = \frac{k_3 k_4 + k_2 k_5}{k_4 k_6}, \gamma_3 = \frac{k_1 k_3}{k_2 k_6}$$

Comme d'autre part on a :

$$Z = f_a(pH)S_2 + f_b(pH)C$$

$$f_a(pH) = \frac{1}{1 + h/K_a}, f_b(pH) = \frac{1}{1 + h/K_b} \tag{VI-32}$$

il est possible de déterminer une estimation de  $S_1$ ,  $S_2$  et de  $C$ , à partir de l'observation de  $\zeta$ , de la mesure de  $Z$  et du pH.

$$\begin{cases} \hat{C} = \frac{\zeta_4 - f_a(h)\zeta_2}{f_b(h) - \beta_2 f_a(h)} \\ \hat{S}_2 = \frac{\beta_2 \zeta_4 + f_b(h)\zeta_2}{f_b(h) + \beta_2 f_a(h)} \\ \hat{S}_1 = \zeta_1 - \beta_1 C = \zeta_3 - \beta_3 S_2 \end{cases} \tag{VI-33}$$

Ces observateurs introduisent une redondance et permettent donc de calculer des résidus sur le modèle de la redondance physique directe. La détection des défauts apportés par les observateurs est complémentaire de celle réalisée par les invariants. En effet, le réétalonnage d'un capteur apparaît comme un saut du signal non relié à une évolution des variables d'entrées et va provoquer la violation de l'invariant. Au contraire, l'observateur initialisé sur la dernière bonne mesure connue sera insensible à cette perturbation et validera la mesure réétalonnée. Inversement, si l'observateur n'a pas encore convergé, il va détecter un biais de la mesure alors que l'invariant sensible à la dynamique du signal validera la mesure. La combinaison conjonctive de ces deux structures permet donc de produire la structure de croyance représentant la validation du bilan massique dans son ensemble (dynamique et statique).

La vérification conjointe de l'invariant et de l'observateur associé aboutissent à la définition des résidus  $r_8$  et  $r_9$  pour la vérification du bilan d'alcalinités avec respectivement le titrimètre et avec le spectromètre infrarouge. La vérification du bilan de DCO permet de définir la relation  $r_{10}$  reliant le spectromètre, la mesure du gaz et la caractérisation des entrées.

### VI.4 Application

Les capteurs et observateurs validés sur le procédé définissent un réseau d'informations redondantes, représenté par la *Figure VI-2*. Le Tableau VI-3 présente la table des signatures correspondantes.

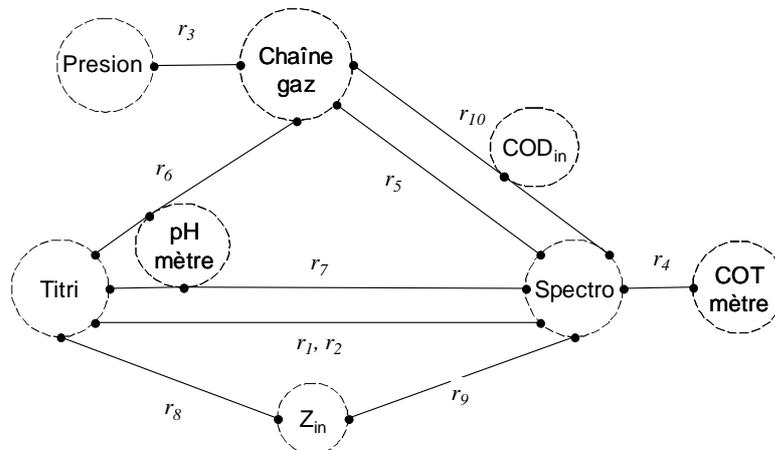


Figure VI-2 : Relations multivariées construites sur le réseau de capteurs.

Capteurs		Relations de redondance									
		$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$	$r_6$	$r_7$	$r_8$	$r_9$	$r_{10}$
Chaîne Gaz	Débit	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
	Composition	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
	Titrimètre	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
	pH-mètre	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
	Spectromètre	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1
	COT-mètre	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Entrées	DCO <sub>In</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	Alcalinité <sub>In</sub>	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Tableau VI-3 : Table de signatures du système.

#### VI.4.1 Résultats

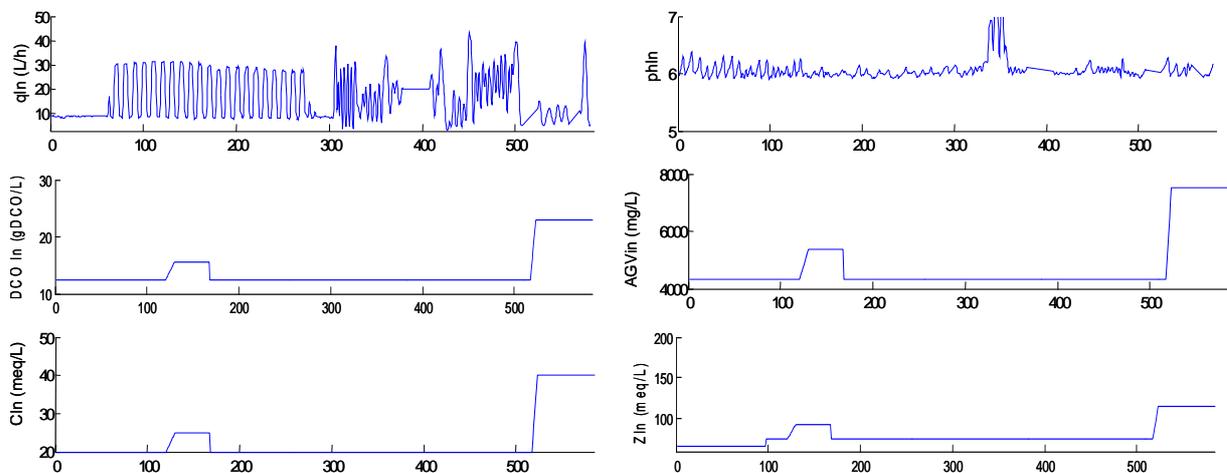
Afin d'améliorer la diagnosticabilité apparente du système, certains capteurs sont groupés : l'ensemble des mesures manuelles effectuées sur l'entrée sont regroupées dans un composant *Entrées*, de même l'analyse du gaz et la mesure du débit d'une part, et le capteur de pression et de débit d'alimentation d'autre part sont regroupés pour des raisons de diagnosticabilité respectivement dans un composant *Chaîne Gaz*. et dans un composant *Capteur fiable*.

##### a) Exploitation des redondances directes

La Figure VI-3 montre l'évolution des mesures réalisées sur le procédé toutes les 30 minutes pendant 25 jours. Durant cette période :

- un défaut intervient sur le titrimètre les 71 premières heures, puis des heures 130 à 160,
- le spectromètre donne des résultats erronés entre heures 195 et 240,
- le COT-mètre est encrassé entre les heures 277 et 310,
- le débit-mètre de gaz est décalibré entre les heures 150 et 195,
- le pH-mètre est en panne des heures 215 à 265.

Un premier diagnostic est réalisé avec les structures de croyance issues de la redondance directe (redondance physique et redondance algébrique). Les structures de croyances correspondant à chaque relation sont illustrées par la Figure VI-4 ; seule la masse de l'élément focal représentant le bon fonctionnement (*i.e.* l'ensemble noté  $F_{well}$  dans le chapitre V) y est indiqué.



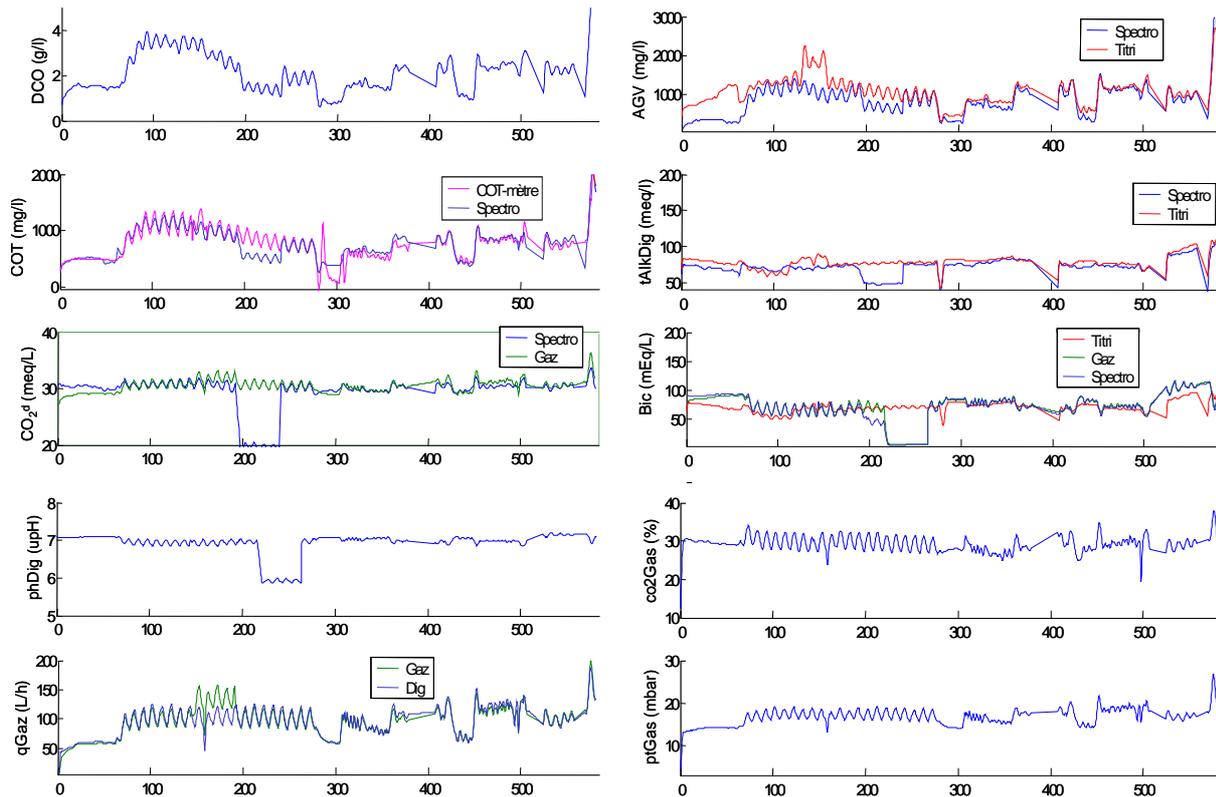


Figure VI-3 : Evolution des mesures sur une période de 580 heures.

Plusieurs méthodes de combinaison ont ensuite été testées. Dans un premier temps on n'utilise pas d'hypothèse sur le capteur de pression du réacteur (capteur noté *Dig* et mesurant la variable  $PtGaz$ ). La combinaison de Yager et celle de Dubois et Prade donnent des résultats comparables. Cependant dans le cas de la combinaison de Yager, le rejet de la masse du doute complet sur l'élément représentant le conflit (*i.e.* l'ensemble vide) avant la projection permet de représenter séparément conflit de combinaison et incertitude due à la non diagnosticabilité. La Figure VI-5 illustre les structures de croyances définies au niveau des capteurs obtenues avec la combinaison de Yager et la prise de décision sur l'état des capteurs associée. Afin de réduire le risque de non détection plus que celui de détection abusive, la prise de décision n'est pas basée sur une probabilité pignistique stricte :

- si le doute est majoritaire, la décision est l'ignorance,
- si la masse allouée au doute est faible, le passage à la probabilité pignistique commanderait qu'elle soit partagée entre état de bon fonctionnement et panne ; ici, seul l'état de panne voit sa masse augmenter,
- la masse du conflit est préservée.

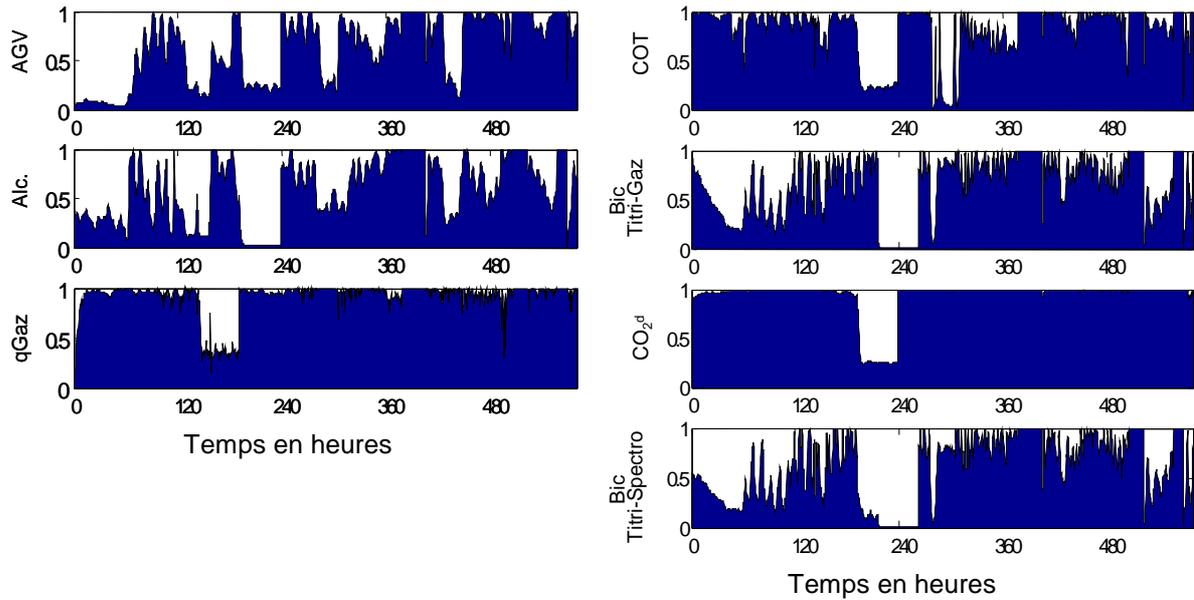


Figure VI-4 : Evolution de la masse de l'élément focal de bon fonctionnement.

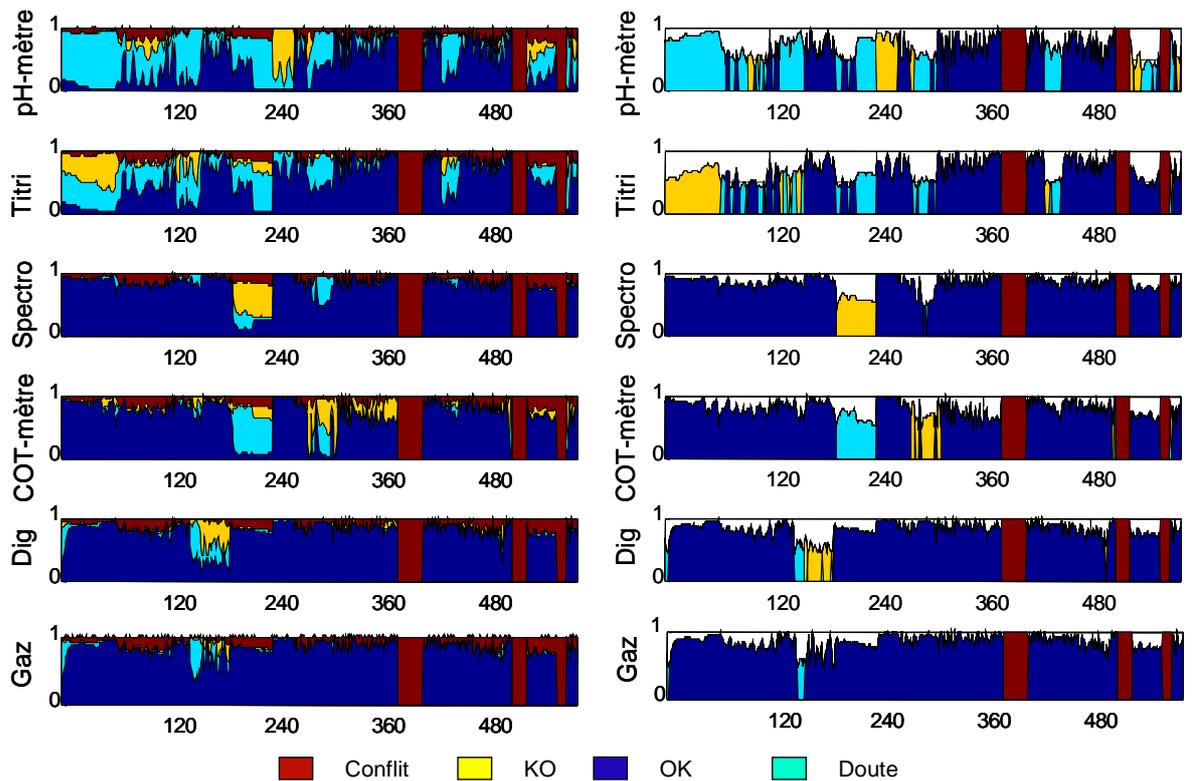


Figure VI-5 : Croyance et Décision au niveau des capteurs après une combinaison de Yager.

Dans la même situation, la combinaison de diagnostic présentée au paragraphe V.2.4b) donne des résultats plus précis, comme l'illustre la Figure VI-6.

L'application d'une hypothèse sur l'état des capteurs permet de modifier la structure de croyance établie. En effet, la structure de croyance obtenue après les combinaisons ne représente pas un diagnostic final, mais le diagnostic formulable lorsque toutes les informations disponibles ont été combinées. Il est donc toujours possible d'enrichir *a posteriori* ce diagnostic et d'appliquer en dernier lieu des hypothèses sur l'état des capteurs. Ainsi, en combinant la structure de croyance issue de la combinaison de Yager avec

une structure exprimant la certitude que le capteur de pression (*Dig*) est en bon état de fonctionnement, on obtient une structure plus précise et plus juste. La Figure VI-7 montre la décision obtenue comparée à l'état attendu.

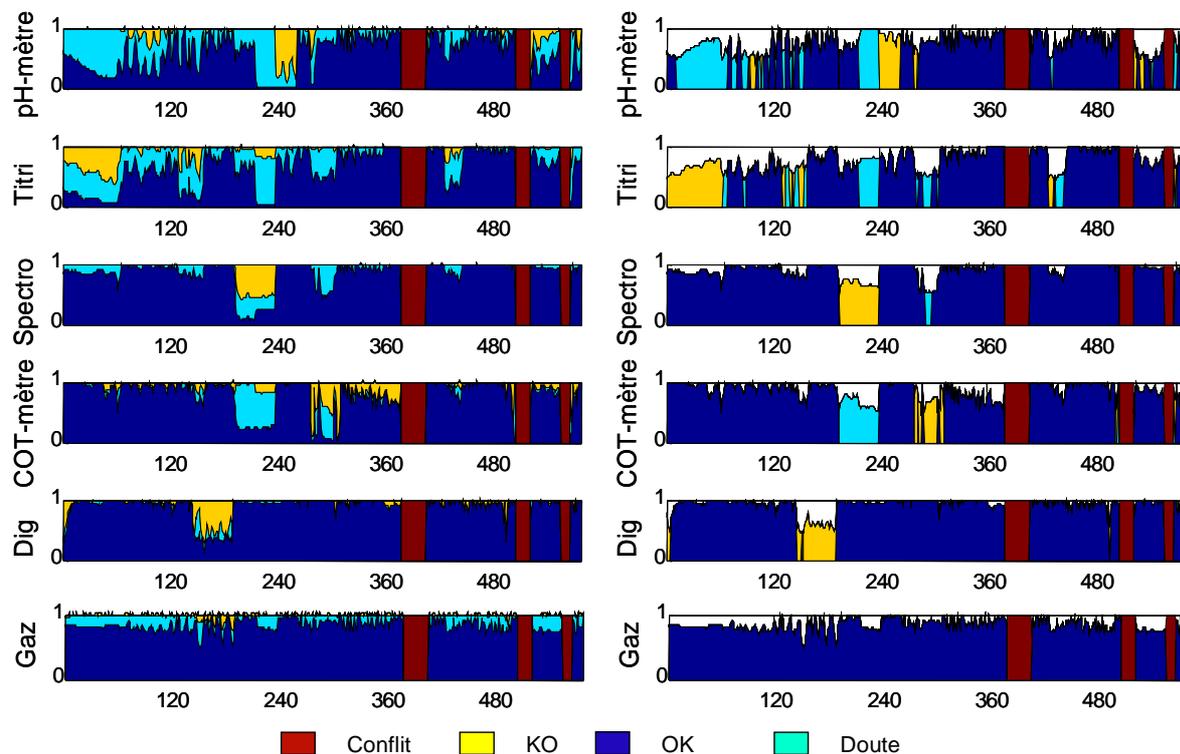


Figure VI-6 : Croyance et Décision au niveau des capteurs en utilisant la combinaison de Diagnostic.

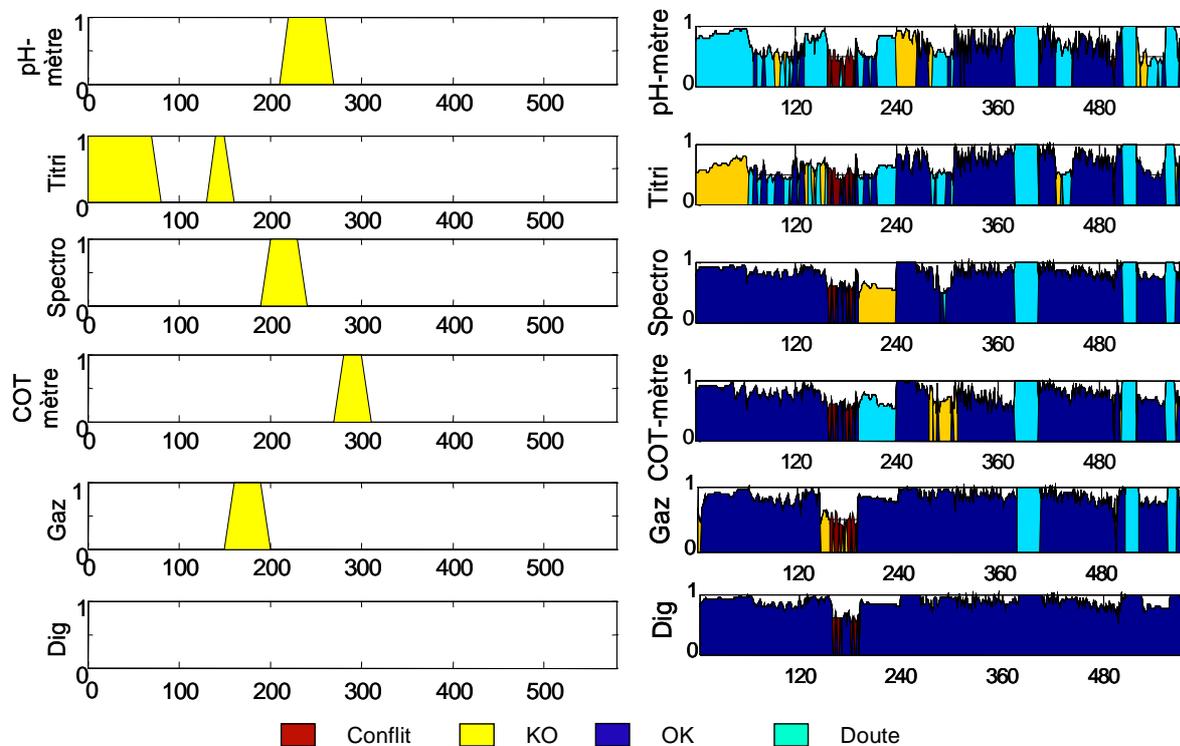


Figure VI-7 : Diagnostic attendu (à gauche) comparé au diagnostic obtenu par la combinaison de Yager et l'application d'une hypothèse *a posteriori*.

Les défauts sont généralement correctement détectés y compris pendant lorsqu'ils sont simultanés. Cependant, on observe régulièrement que l'état d'un capteur devient totalement incertain alors que son état n'a pas changé. Ceci est dû à l'évolution de la diagnosticabilité des capteurs en fonction de l'état du réseau dans son ensemble : ainsi, quand il est avéré que le spectromètre est en panne, le COT-mètre devient non diagnosticable car il n'est relié au réseau que par sa relation de redondance avec le spectromètre. De même, si le titrimètre est en panne un défaut du pH-mètre devient non-détectable.

Le traitement de la diagnosticabilité est bien illustré par la période de temps entre la 200<sup>ème</sup> et la 260<sup>ème</sup> heure. A l'heure 240, le spectromètre tombe en panne, le titrimètre et le pH-mètre deviennent alors non diagnosticables et leur état est déclaré inconnu ; pendant la panne du spectromètre, le pH-mètre tombe en panne à son tour, cette panne ne provoque aucun changement sur le diagnostic du pH-mètre mais dès que le spectromètre est à nouveau validé, le défaut du pH-mètre est immédiatement localisé.

#### b) Utilisation des invariants

On peut enrichir le système avec les relations basées sur les invariants. Ceci permet d'une part de diagnostiquer les estimations sur les entrées, d'autre part d'enrichir la quantité d'information de diagnostic sur les capteurs. Les structures de croyance obtenues à partir des invariants et de leurs observateurs associés sont indiquées sur la Figure VI-8.

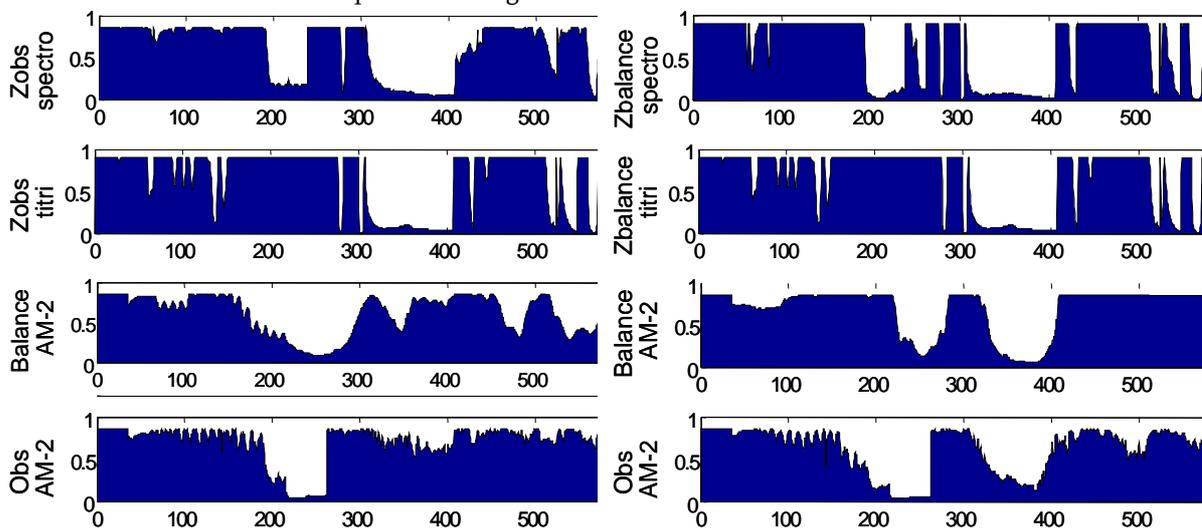


Figure VI-8 : Structure de croyance obtenues à partir des invariants (seule la masse de la validation est représentée).

Appliquée en utilisant la combinaison de diagnostic, l'introduction de nouvelles relations, sources d'information mais aussi d'incertitude et potentiellement de conflit, ne diminue pas la qualité du reste du diagnostic. Comme dans le cas du COT-mètre, les relations de redondance incluant l'alimentation sont presque toutes basées sur le spectromètre ; par conséquent, lorsque celui-ci est en panne, la conclusion sur l'alimentation est incertaine.

Lorsque plusieurs capteurs sont déclarés en situation incertaine, ceci indique qu'il n'est pas nécessaire qu'ils soient en panne pour obtenir un consensus acceptable au niveau de l'information ; par contre il est tout à fait possible qu'ils soient défectueux et donc si cet état se prolonge, l'opérateur doit vérifier le fonctionnement de ces capteurs.

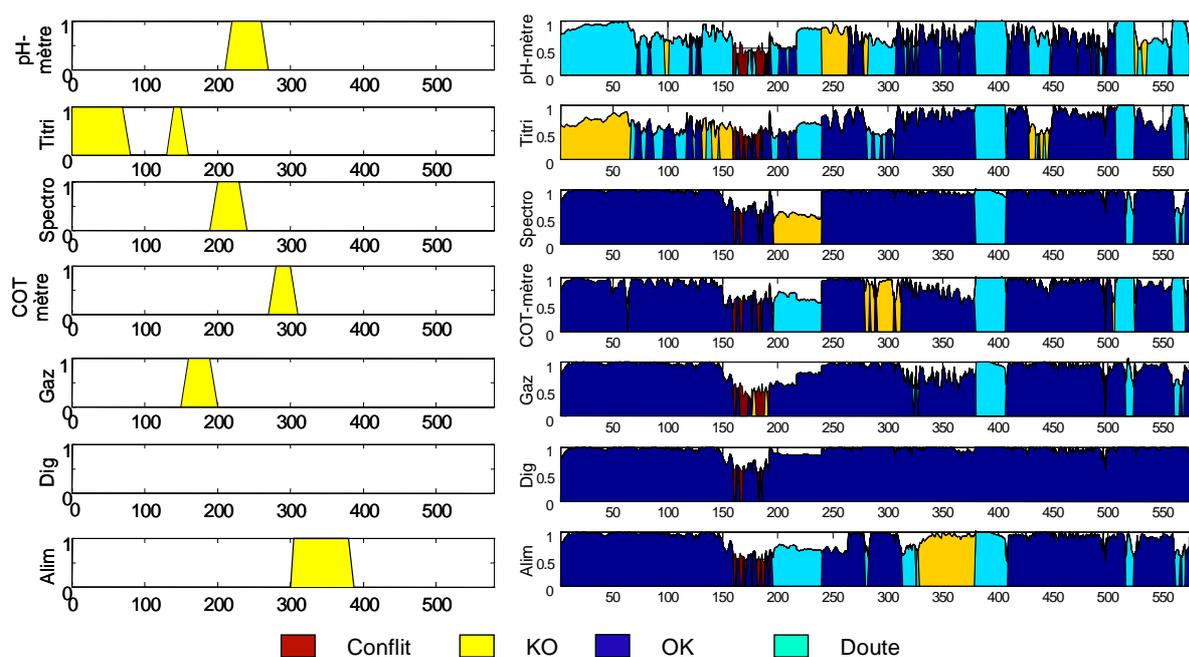


Figure VI-9 : Diagnostic attendu (à gauche) comparé au diagnostic obtenu par la combinaison de diagnostic sur le réseau complet.

L'introduction de ces relations supplémentaires permet aussi d'améliorer la diagnosticabilité du système dégradé, c'est à dire sans titrimètre.

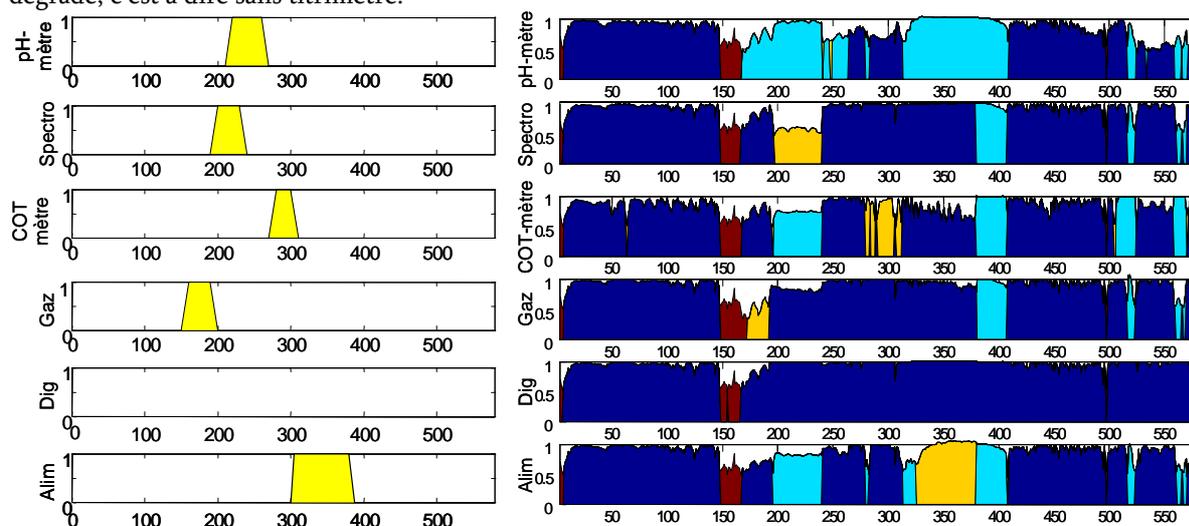


Figure VI-10 : Diagnostic attendu (à gauche) comparé au diagnostic obtenu par combinaison du réseau privé de titrimètre.

## VI.5 Conclusion

La méthode développée propose un cadre générique et modulaire pour le diagnostic. Appliqué dans le cadre du diagnostic de réseaux de capteurs, il montre sa capacité à agglomérer des sources d'information hétérogènes, en respectant leurs incertitudes. Comparée à l'approche classique de localisation des défauts, cette méthode présente plusieurs intérêts :

- tolérance aux effets de seuils sur les résidus,
- diagnostic de plusieurs fautes simultanées,
- adaptabilité envers le nombre et la qualité des relations de défaut,
- adaptabilité quant au nombre de capteurs diagnostiqués,

- robustesse à la disparition d'une partie de ces relations, celle-ci provoquant peut-être une augmentation de l'incertitude mais n'empêchant pas la combinaison des relations disponibles.
- exhibition de l'incertitude et de la qualité de diagnostic

Seules des méthodes analytiques ont été utilisées ici, mais d'autres relations intervariables comme celles fournies par les analyses statistiques, peuvent tout à fait être introduites. Le recours au modèle des croyances pour la combinaison des résidus, s'il permet une représentation explicite du niveau d'information disponible, apporte aussi quelques limites. En effet si le nombre de capteurs formant le réseau est trop élevé, la combinaison de toutes les relations peut être lourde à calculer. Il faut alors définir des sous-ensembles testables de relations à combiner en veillant aux biais introduits par la perte d'associativité. Ceci est d'autant plus important que les méthodes de combinaison utilisées ne sont pas associatives ; l'ordre de combinaison des relations peut donc influencer sur le résultat.



## **Chapitre VII**

### **Classification d'états flous**

#### **Guide de lecture**

La partie précédente s'est attachée à valider l'information fournie par le réseau de capteurs ; il est maintenant possible de l'exploiter pour déterminer l'état du procédé. Ce chapitre présente donc la détermination des états physiologiques possibles au niveau d'un procédé anaérobie et propose un outil pour le déterminer, basé sur la méthode de diagnostic proposée.

## **VII.1 Problématique posée par la réalisation d'un système expert modulaire pour la détection de l'état du réacteur**

La détermination de l'état d'un réacteur biologique est une tâche nécessaire pour son pilotage. Cependant cette tâche pose un problème de classification complexe. En effet, l'état du procédé est directement lié à celui des micro-organismes opérant les transformations chimiques et il est à ce jour difficile de correctement caractériser l'état du système constitué par l'ensemble de ces micro-organismes. C'est pourquoi la seule description des états du réacteur n'est pas directe, il s'agit d'états abstraits, non observables directement, et faisant autant intervenir la subjectivité de l'expert qu'un ensemble d'observations tangibles. D'autre part, le passage d'un état à un autre n'est pas instantané mais progressif ; à un moment donné, l'état du procédé peut appartenir à deux classes différentes. De plus, plusieurs états sont atteignables depuis plusieurs états d'origines. Les états opérationnels d'un procédé biologique peuvent donc être représentés par un ensemble non ordonné de sous ensembles flous.

Nous verrons ici, à partir de l'exemple des réacteurs de digestion anaérobie, comment aborder la classification de l'état parmi cet ensemble, dans un contexte où des incertitudes de plusieurs origines se croisent :

- typologie partielle due à une compréhension incomplète (ou trop complexe) du système,
- caractère vague des grandeurs des variables correspondant à tel ou tel état décrit,
- évolution dynamique de ces grandeurs,
- évolution de la qualité et de la richesse de l'information.

## **VII.2 Constitution de la typologie des états à discerner**

### **VII.2.1 Typologie experte a priori**

Plusieurs études se sont déjà attachées à déterminer l'état d'un bioprocédé. Dans le cas de la digestion anaérobie, les travaux de [Marsili-Libelli et Muller 1996], [Murnleitner *et coll.* 2002], [Punal *et coll.* 2002] permettent d'établir *a priori* une liste des états possibles. De plus la consultation d'experts du procédé permet d'affiner cette typologie et au final de décrire six états différents dont la description ainsi que l'illustration par un modèle simple de la digestion anaérobie sont fournies ci-dessous. De nombreux procédés utilisés industriellement, à l'exception des réacteurs séquentiels, peuvent être ramenés à cette configuration.

Les différents états du procédé, tels qu'ils sont décrits par les experts en charge de ces installations, se situent vis-à-vis d'un point de fonctionnement nominal visant à maximiser un critère opérationnel. Ce critère peut être la charge appliquée (*Organic Loading Rate, OLR*), la quantité de pollution éliminée, le taux d'abattement, le respect des normes de rejets.

$$OLR = \frac{DCO_{in} * Q_{in}}{V_{Dig}} g_{O_2} . L^{-1} . jour^{-1}$$

Il est important de noter que ces objectifs peuvent être opposés. En effet, la maximisation de la quantité de DCO traitée se situe généralement au delà de normes des rejets et ne correspond pas au taux d'abattement le plus élevé.

Le modèle utilisé pour illustrer les différents états est un modèle par bilan matière très simplifié par rapport au modèle utilisé jusqu'ici. Il est basé sur l'équation bilan suivante :



Cette équation traduit la transformation par une biomasse  $X$  du substrat carboné complexe  $S$  en méthane. Le substrat est caractérisé par sa DCO. La cinétique choisie est une cinétique de Haldane, traduisant

l'inhibition de la biomasse par son substrat. Le système d'équations différentielles ordinaires correspondant est :

$$\begin{cases} \dot{X} = (\mu - \alpha D) X \\ D\dot{CO} = -k_1 \mu X + D(DCO_{in} - DCO) \end{cases} \quad \begin{cases} \mu = \mu_{max} \frac{DCO}{K_s + DCO + \frac{DCO^2}{K_I}} \\ q_M = k_2 \mu X \end{cases} \quad (VII-2)$$

#### a) Sous-charge

Dans ce cas, la DCO apportée au réacteur est totalement dégradée mais cet état d'équilibre correspond à une concentration en biomasse très faible. Ceci signifie que le réacteur n'est pas exploité au mieux de ses capacités et que plus cet état se prolongera, plus le réacteur sera sensible à un pic de charge. Par ailleurs, l'état de sous-charge est caractérisé par une charge massique faible, une faible production de biogaz, un rapport d'alcalinités proche de 1 et une épuration proche de 100%. Une installation ayant une bonne rétention de biomasse (tel que les réacteurs à lit fixe) est peu atteinte par une sous-charge prolongée. La Figure VII-1 représente le passage d'un état convergeant vers l'état normal (jours 0 à 5, régime permanent atteint après 2 jours) à une sous-charge (baisse de  $Q_{in}$  et  $DCO_{in}$  des jours 5 à 21), suivie d'une légère surcharge difficilement maîtrisée par le procédé (9 jours sont nécessaires pour atteindre l'état d'équilibre correspondant).

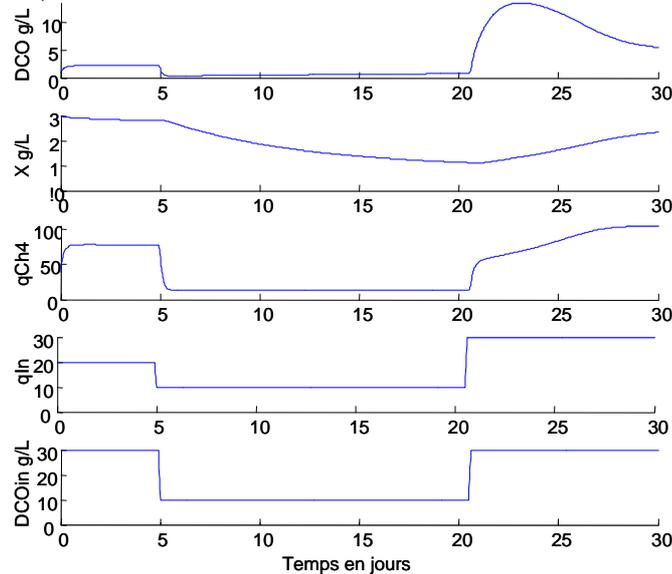


Figure VII-1 : Sous-charge suivie d'une légère surcharge

#### b) Normal

Comme l'état précédent, il s'agit d'un état d'équilibre du procédé (*i.e.* la DCO apportée maintient la concentration en biomasse constante, ce qui se traduit par  $\mu = \alpha D$ ) mais maximisant et la charge traitée et le rendement épuratoire. Dans la pratique, d'une part la valeur optimale de ces critères est mal connue, d'autre part le responsable peut privilégier le rendement épuratoire ou la charge traitée ; il existe donc toute une plage de données considérées comme "normales", s'étalant de la sous-charge légère à la surcharge légère.

#### c) Surcharge organique

La DCO introduite est supérieure aux capacités de traitement du réacteur, il y a accumulation de matière organique dans le réacteur et risque de lessivage du procédé. Tant que le rapport d'alcalinité est correct (*i.e.* supérieur à 0.5) et le pH proche de la normalité (autour de 7), la surcharge est rattrapable. D'un réacteur à l'autre et selon son niveau d'alcalinité, le réacteur peut supporter des charges plus ou moins élevées. La Figure VII-2 montre une surcharge organique où malgré l'augmentation préalable de la

charge appliquée à partir du jour 12, le réacteur n'a pu faire face à l'augmentation de la concentration d'alimentation le jour 21 : le débit de biogaz chute, la concentration en DCO augmente fortement, la concentration de biomasse commence à diminuer.

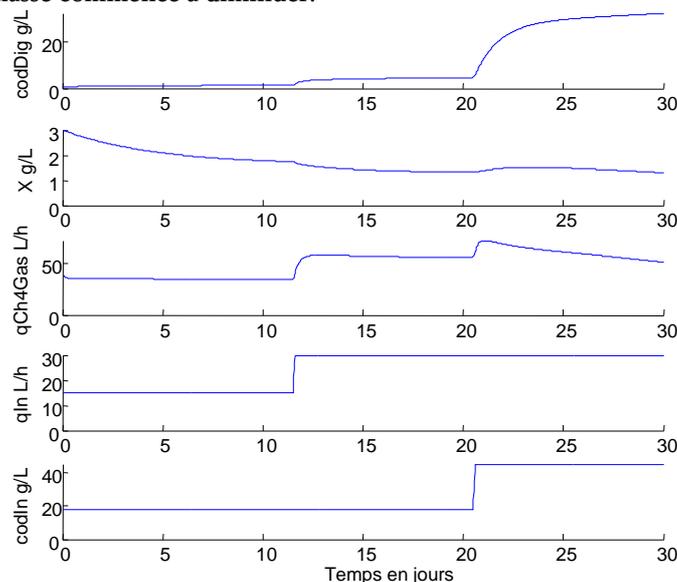


Figure VII-2 : Surcharge Organique

d) Surcharge hydraulique

La charge appliquée correspond aux capacités de traitement mais le taux de dilution est trop important, et provoque un lessivage du réacteur. Cet état est caractérisé par un débit d'alimentation élevé, une production de biogaz moyenne à faible, l'accumulation de substrat et de produits intermédiaires. La Figure VII-3 illustre le lessivage du réacteur provoqué à partir du jour 20 par une dilution de l'alimentation à charge massique égale du procédé.

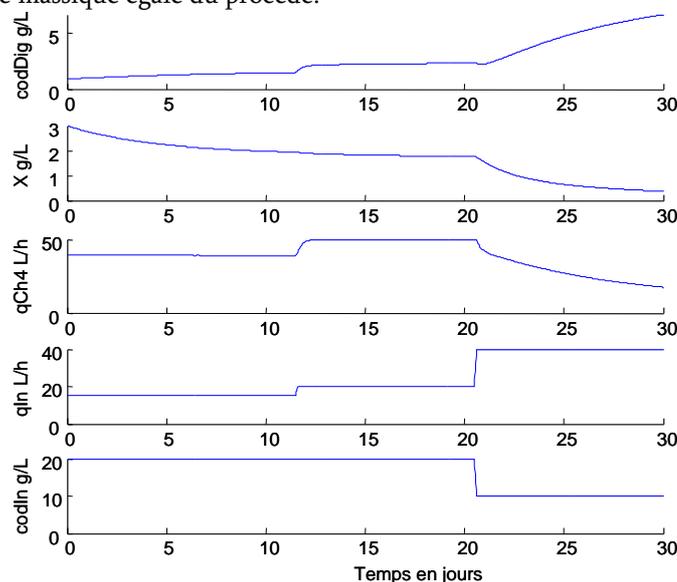


Figure VII-3 : Surcharge hydraulique

e) Acidogénèse

Suite à une surcharge organique ou hydraulique du système, il y a accumulation d'acides gras volatils, provoquant une baisse du pH du réacteur ; cette diminution du pH s'ajoute à l'effet inhibiteur des AGV accumulés. Cet état est un état critique, nécessitant une réponse immédiate et adaptée, et demande

généralement un temps de récupération long. Les phases ultimes des deux exemples de surcharge présentés auparavant sont des cas d'acidogénèse.

#### f) Toxicité

Une source d'inhibition autre que les acides gras volatils provoque une chute du taux de croissance  $\mu$  des micro-organismes. Il s'ensuit, comme dans le cas de la surcharge organique, une accumulation d'acides gras, une chute du pH et une diminution du ratio des alcalinités. Ces effets peuvent cependant différer selon le type de toxique (la présence d'azote, l'injection de soude sont considérés comme des toxiques mais provoquent une augmentation du pH). Comme dans le cas de l'acidogénèse, il s'agit d'un état critique, pouvant endommager durablement la biomasse du réacteur. La Figure VII-4 illustre l'apparition d'un épisode toxique entre les jours 4 et 14 : le taux de croissance  $\mu$  diminue, provoquant une hausse de la DCO, une baisse immédiate du débit de biogaz, et un début de lessivage du réacteur. S'il s'était prolongé, cet épisode aurait provoqué le lessivage de la biomasse, et en amenant le réacteur dans une zone inhibitrice pour les micro-organismes, aurait rendu plus difficile le retour à la normale.

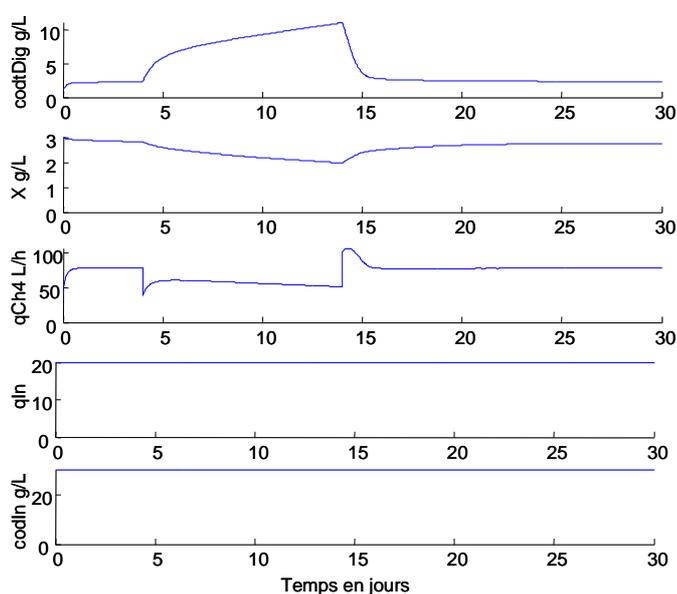


Figure VII-4 : Episode toxique

### VII.2.2 Validation de la typologie définie a priori

Le paragraphe précédent a décrit un ensemble de six états correspondant à la perception qu'un expert du procédé a d'un réacteur de digestion anaérobie. Le recours à un modèle analytique simple a permis de mettre en adéquation la description par l'expert et l'interprétation de ces états. L'étude de données collectées sur un procédé permet-elle de valider voire d'enrichir cette partition des états du système ?

#### a) Techniques de partitionnement

Le partitionnement regroupe les entités en minimisant un critère d'erreur ; au cours de l'optimisation, une entité peut changer de groupes. L'algorithme des C-moyennes utilise comme fonction de minimisation l'erreur quadratique qui exprime la somme des distances des échantillons au centre de leur groupe. C'est une méthode de partitionnement où le nombre de groupes est connu à l'avance. L'algorithme des C-moyennes floues pondère la mesure de similarité par une mesure continue d'appartenance à un groupe. Ainsi, un échantillon peut appartenir simultanément à différentes classes.

L'algorithme minimise, pour un nombre connu  $n_C$  de classes initialisées arbitrairement, parmi un ensemble de  $N$  objets, l'expression

$$J_m(C, m) = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{k=1}^N (u_{k,i})^m d_{k,i}^2 \quad (\text{VII-3})$$

où  $d_{k,i}^2$  est une mesure de distance entre un objet  $k$  et un prototype  $i$ . et  $u_{k,i}$  est une mesure d'appartenance de l'objet  $k$  à la classe  $i$ .

Il réalise itérativement le calcul de :

- la distance de chaque point aux prototypes.

$$\forall (i, k) \in \{1, \dots, C\} \times \{1, \dots, N\} \quad d_{k,i}^2 = (x_k - v_i)(v_i - x_k)^T \quad (\text{VII-4})$$

- puis l'appartenance de chaque objet à chaque classe,

$$\forall (i, k) \in \{1, \dots, C\} \times \{1, \dots, N\} \quad u_{k,i} = \frac{1}{\sum_{j=1}^C \left( \frac{d_{k,i}}{d_{k,j}} \right)^{\frac{2}{m-1}}} \quad (\text{VII-5})$$

- et enfin les coordonnées de chaque prototype par une moyenne des points pondérée par leur appartenance à la classe.

$$\forall i \in \{1, \dots, C\} \quad v_{k,i} = \frac{\sum_{k=1}^N (u_{k,i})^m x_k}{\sum_{k=1}^N (u_{k,i})^m} \quad (\text{VII-6})$$

Dans [Marsili-Libelli et Muller 1996], les auteurs décrivent un système flou de reconnaissance de forme utilisé pour la supervision d'un procédé anaérobie. Une étude préalable a sélectionné la production d'hydrogène et de biogaz comme variables indicatrices de l'état du procédé et a établi la liste des états suivante : normal, toxique, surcharge, inhibition, sous-charge. La classification des moyennes floues est utilisée dans un premier temps pour établir les caractéristiques de ces classes puis pour identifier les nouveaux cas. Dans [Teppola *et coll.* 1999], les auteurs utilisent une approche similaire mais avec un plus grand nombre de variables d'observation et d'états ; il recourent alors à une analyse en composante principale en prétraitement de la classification. L'ACP permet la diminution de la dimension de l'univers par la sélection des premiers axes principaux.

L'utilisation de la classification est ici sensiblement différent puisqu'il s'agit de découvrir des classes sans utiliser de connaissances *a priori* ni sur leur nombre ni sur leur localisation. Les mêmes méthodes de classification seront utilisées mais couplées à une procédure d'exhibition<sup>14</sup> des paramètres pertinents.

#### b) Analyse d'un jeu de données

L'étude porte sur 4 mois consécutifs, de février à mai 2002, durant lesquels des conditions diverses de fonctionnement ont été rencontrées, dont deux surcharges fortes mais contenues et une surcharge inhibitrice. Le jeu de données initial est enrichi d'une variable calculée, le ratio d'alcalinités, défini par le rapport entre alcalinités partielles et totales.

<sup>14</sup> On ne parlera pas ici d'identification car il n'est pas fait usage d'ensemble de référence.

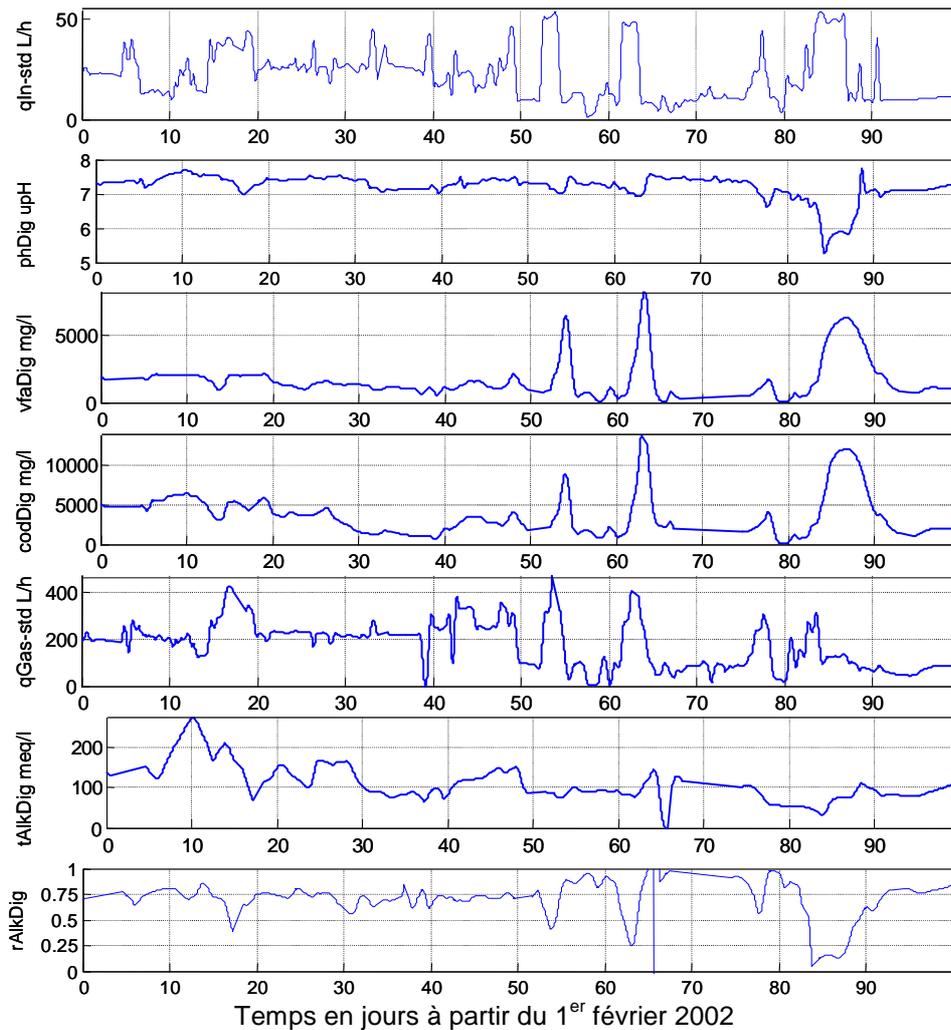


Figure VII-5 : Série continue enregistrée sur le procédé.

Une première analyse en composantes principales, effectuée sur ce jeu élargi, permet d'effectuer une sélection des variables pertinentes. En effet plusieurs variables apparaissent redondantes, d'autres sont peu contributives. La Figure VII-6 représente l'évolution de l'inertie cumulée ainsi que les cercles des corrélations des trois premiers axes principaux d'une seconde ACP réalisée après sélection des variables.

Les opérations de partitionnement seront effectuées sur l'espace constitué par la projection des points selon les axes principaux. Afin de vérifier son influence sur le partitionnement, le nombre d'axes principaux à utiliser est ajouté à l'espace des paramètres à exhiber. Des partitionnements basés sur un espace de 2 à 7 dimensions, cherchant à identifier de 3 à 12 groupes sont réalisés et comparés selon plusieurs critères de "bon" partitionnement.

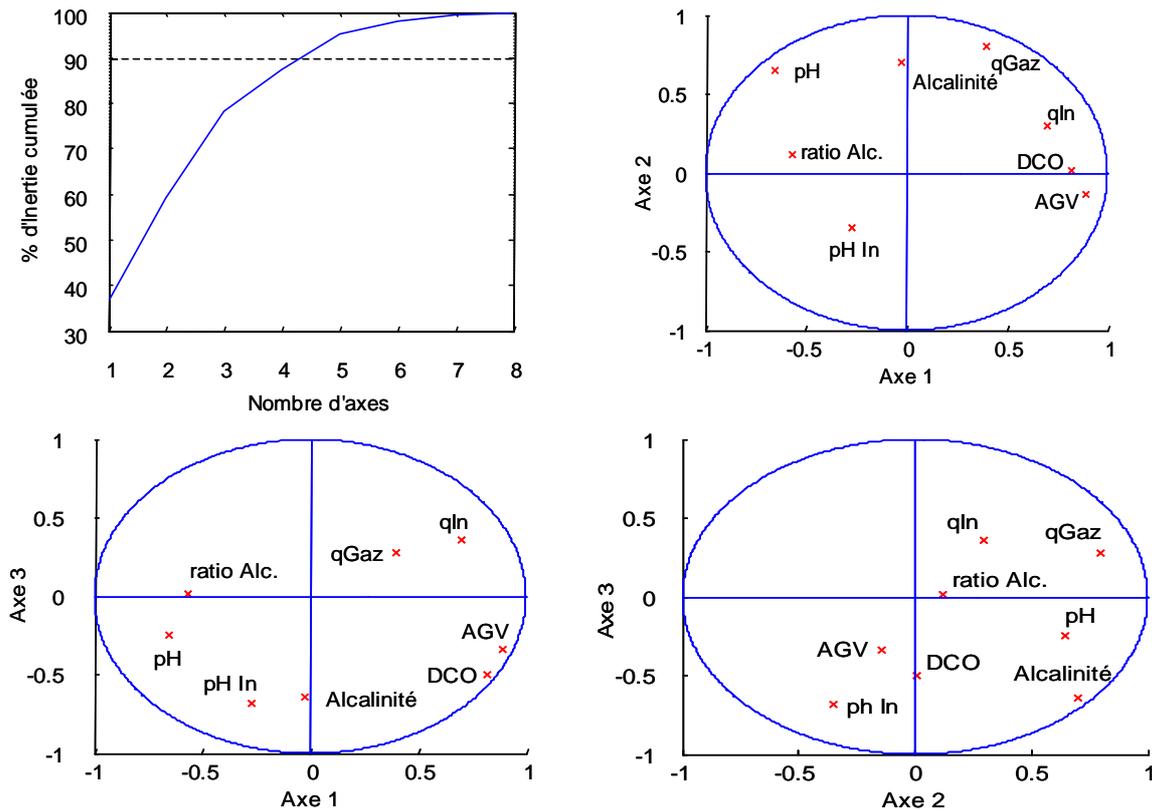


Figure VII-6 : Inertie cumulée et cercle des corrélations.

### Critères de qualité du partitionnement

Plusieurs méthodes non supervisées existent pour quantifier la qualité du partitionnement effectué. Parmi elles l'indice de Davies-Bouldin [Davies et Bouldin 1979] repose sur une mesure de similarité  $R_{ij}$  entre les groupes. La similarité est construite à partir d'une mesure  $d_{ij}$  de distance entre les prototypes (de coordonnées  $v_i$ ) et une mesure  $s_i$  de compacité des groupes.

$$R_{ij} = \frac{s_i + s_j}{d_{ij}} \quad \left| \begin{array}{l} s_i = \frac{1}{\text{Card}(C_i)} \sum_{x \in C_i} \|x - v_i\| \\ d_{ij} = \|v_i - v_j\| \end{array} \right. \quad (\text{VII-7})$$

où  $v_i$  est le vecteur des coordonnées du prototype du cluster  $C_i$ , et  $x$  le vecteur de coordonnées d'un point.

L'indice pour un nombre  $n_C$  de clusters est alors calculé par la relation suivante :

$$DB = \frac{1}{n_C} \sum_{i=1}^{n_C} \max_{\substack{j=1, \dots, n_C \\ j \neq i}} (R_{ij}) \quad (\text{VII-8})$$

Cet indice a été retenu pour sa rapidité d'exécution qui permet de l'utiliser pour conduire une analyse de sensibilité du partitionnement. Néanmoins cet indice s'applique à des partitions nettes, il faut donc considérer le support des alpha-coups des ensembles flous à différents niveaux d'appartenance pour l'utiliser. Une autre piste consiste à généraliser l'indice de Davies-Bouldin à des sous-ensembles flous en intégrant l'appartenance dans le calcul de similarité (*cf.* la relation (VII-9)) ou à utiliser l'indice de Xie-Beni [Xie et Beni 1991], qui possède une autre mesure de similarité (*cf.* la relation (VII-10)).

$$DB_{Flou} = \frac{1}{n_C} \sum_{i=1}^{n_C} \max_{j=1, \dots, n_C, j \neq i} (R_{ij}) \quad R_{ij} = \frac{s_i + s_j}{d_{ij}} \quad \left| \begin{array}{l} s_i = \frac{1}{Card(C_i)} \sum_{x \in C_i} u_i(x) \|x - v_i\| \\ d_{ij} = \|v_i - v_j\| \end{array} \right. \quad (VII-9)$$

$$XB = \frac{1}{n_C} \frac{1}{d_{\min}^2} \sum_{i=1}^{n_C} s_i \quad \left| \begin{array}{l} s_i = \sum_{x \in C_i} u_i(x) \|x - v_i\| \\ d_{\min}^2 = \min \|v_i - v_j\| \end{array} \right. \quad (VII-10)$$

Il est important de noter que ces indices de validation du partitionnement ne mesurent pas l'adéquation entre les groupes générés et les concepts qu'ils sont censés représenter et que, par ailleurs, leur pertinence varie d'un jeu de données à l'autre. C'est pourquoi ces indices sont à considérer comme indicatifs et leurs conclusions seront confrontées d'une part à une analyse de la stabilité des prototypes et d'autre part à l'interprétabilité des groupes. La stabilité est évaluée par l'écart type des coordonnées des prototypes d'une série de 10 partitionnements effectués avec les mêmes paramètres.

Les Figure VII-7 et Figure VII-8 illustrent les résultats de ces indices de partitionnement. A l'examen de ces indices, il apparaît comme cohérent de chercher à distinguer 7 ou 8 groupes, dans un espace construit à partir des 5 ou 6 premiers axes principaux.

### **Interprétation des groupes obtenus**

La même étude a été effectuée sur le même jeu de données enrichi de variables calculées telles que le débit de méthane et les tendances des variables. L'interprétation des différents partitionnements obtenus a amené à valider le partitionnement en 7 classes obtenu à partir du jeu de données projetées dans l'espace décrit par les 5 axes principaux définis précédemment. Les groupes obtenus et leur labellisation sont décrits dans le Tableau VII-1. La

Figure VII-9 représente les noyaux de chaque groupe, représentés dans l'espace formé par les trois premiers axes principaux.

Par rapport à la typologie initiale constituée de 6 états (Sous-charge, Normal, Surcharge Organique, Surcharge Hydraulique, Acidogénèse, Toxique), les cinq premiers ont été identifiés. L'état Toxique n'étant pas présent dans la série de données, il est normal qu'il ne ressorte pas de l'analyse par les cas ; ce dernier état étant qui plus est très protéiforme, il est nécessaire de compléter la typologie issue de l'analyse de l'historique du procédé par une description experte des différentes toxicités et de leurs effets.

Outre la validation de la typologie experte, l'information la plus significative apportée par le partitionnement non supervisé réside dans la subdivision des états normaux en trois classes correspondant à des niveaux de charge équivalents mais obtenus avec des taux de dilution différents. Ainsi les classes *Normal (dilué)* et *Normal (concentré)* correspondent à deux pôles de l'état Normal, pouvant conduire en cas d'aggravation :

- dans le cas d'un effluent dilué à l'état de surcharge hydraulique,
- dans le cas d'un effluent concentré à celui de surcharge organique.

La confrontation de l'approche experte et de l'approche basée sur les données permet donc au final d'obtenir une typologie validée et affinée des différents états observés sur un procédé de digestion anaérobie. Il faut noter cependant que les aspects dynamiques n'ont pas été intégrés (aggravation ou sortie de surcharge) dans la définition des états. La recherche du nombre d'états effectuée sur le jeu de données élargi, incluant les tendances des variables mesurées, indiquait un nombre d'états plus élevé qui correspondent a priori à la dynamique de l'état, mais leur description étant moins sûre, ils n'ont pas été retenus.

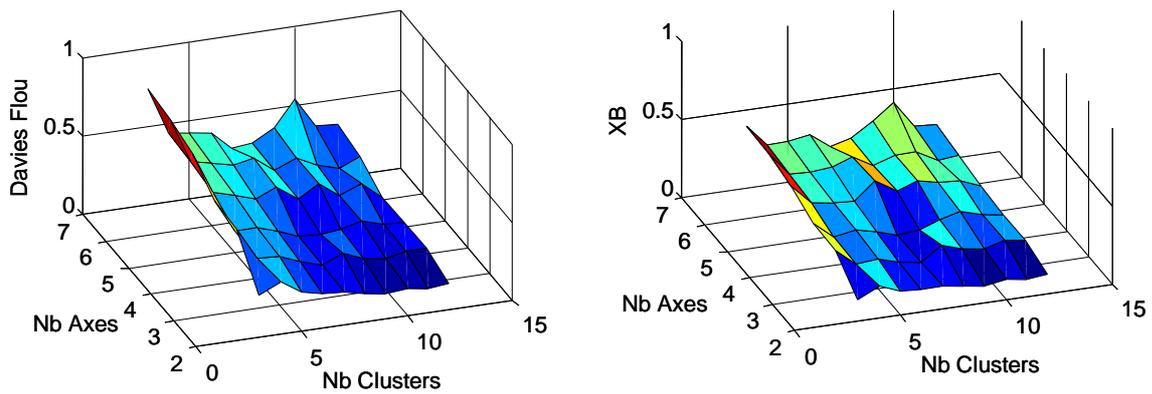


Figure VII-7 : Indices flous de qualité du partitionnement en fonction du nombre de clusters et du nombre d'axes principaux retenus.

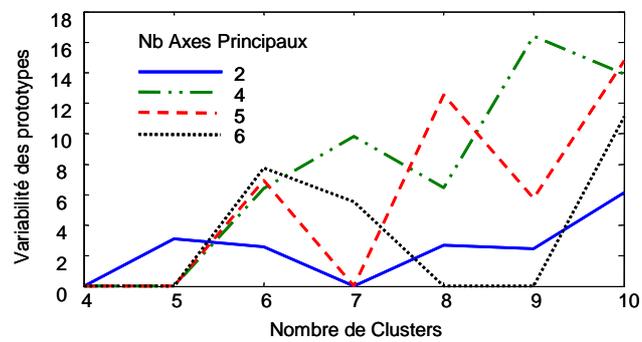


Figure VII-8 : Variabilité des prototypes en fonction des nombres d'axes principaux et de clusters

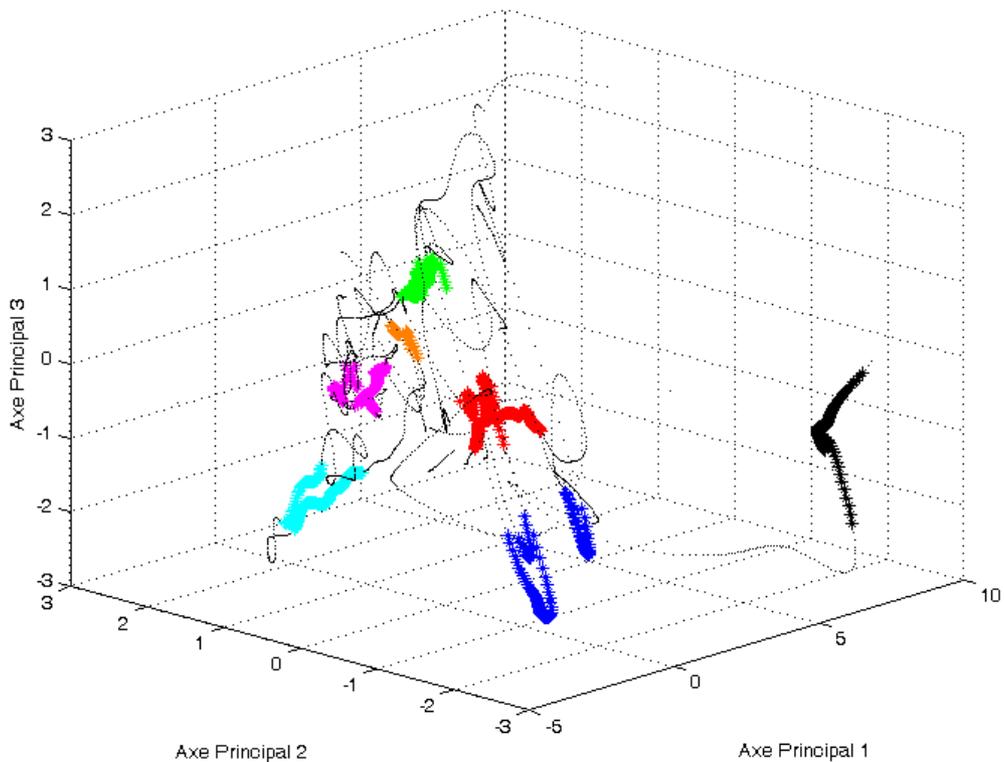


Figure VII-9 : Nuage de points dans l'espace formé par les trois premières composantes principales.

Couleur	Etat	Description des prototypes							
		qIn (L/h)	pH	AGV (mg/L)	DCO (mg/L)	Taux méthane (%)	Débit Gaz (L/h)	Alcalinité (meq/L)	Ratio d'Alcalinité
bleu	Sous-charge	10,5	7,2	840	1800	73	80	88	0,83
vert	Normal (Dilué)	26	7,15	950	1760	70	208	81	0,7
rouge	Normal (Standard)	23	7,3	1100	2400	70	206	106	0,7
cyan	Normal (Concentré)	24,5	7,4	1450	3660	67	224	144	0,75
magenta	Surcharge organique	14,5	7,6	2200	5890	67	205	205	0,77
orange	Surcharge hydraulique	36,5	7,22	2000	4440	63	270	125	0,68
noir	Acidogénèse	42	5,9	6080	11561 0	57	141	57	0,16

Tableau VII-1 : Coordonnées et labellisation des prototypes.

### VII.3 Diagnostic de l'état du procédé

#### VII.3.1 Structure des règles

Afin de préserver la portabilité et la robustesse du système expert en cas de panne d'un capteur, une architecture modulaire a été privilégiée : chaque module doit fournir une classification de l'état à partir de l'observation d'un nombre limité d'entrées. Du fait de l'information partielle disponible par un module, celui-ci ne peut systématiquement distinguer les classes et il ne peut proposer dans ce cas qu'une union de classes possibles. A partir de la typologie présentée au paragraphe précédent, les classes suivantes ont été retenues : *Normal (N)*, *Sous-charge (UL)*, *Surcharge hydraulique (HO)*, *Surcharge organique (OO)*, *Acidogénèse (Ac)*, *Toxicité (Tox)*. Les états *Normal (dilué)* et *Normal (concentré)* sont représentés respectivement par l'union des états *Normal* et *Surcharge hydraulique* ( $N \cup HO$ ) et par l'union des états *Normal* et *Surcharge organique* ( $N \cup OO$ ).

Chaque module est donc constitué :

- d'un jeu de fonctions de fuzzification, spécifiques seulement de la variable et du procédé,
- d'un corps de règles complet décrivant pour chaque prémisse un état ou une union d'états.

Les modules utilisent deux à trois variables, parfois complétées par leur tendance. Les variables choisies sont couramment mesurées sur les digesteurs anaérobies. La Figure VII-10 illustre l'architecture et les modules développés. Les conclusions de chaque module sont représentées par une structure de croyance définie sur la typologie présentée auparavant. La méthode présentée dans la partie V.4 est utilisée pour produire cette structure de croyance à partir de l'évaluation du corps de règles. La Figure VII-11 illustre le corps de règle d'un de ces modules.

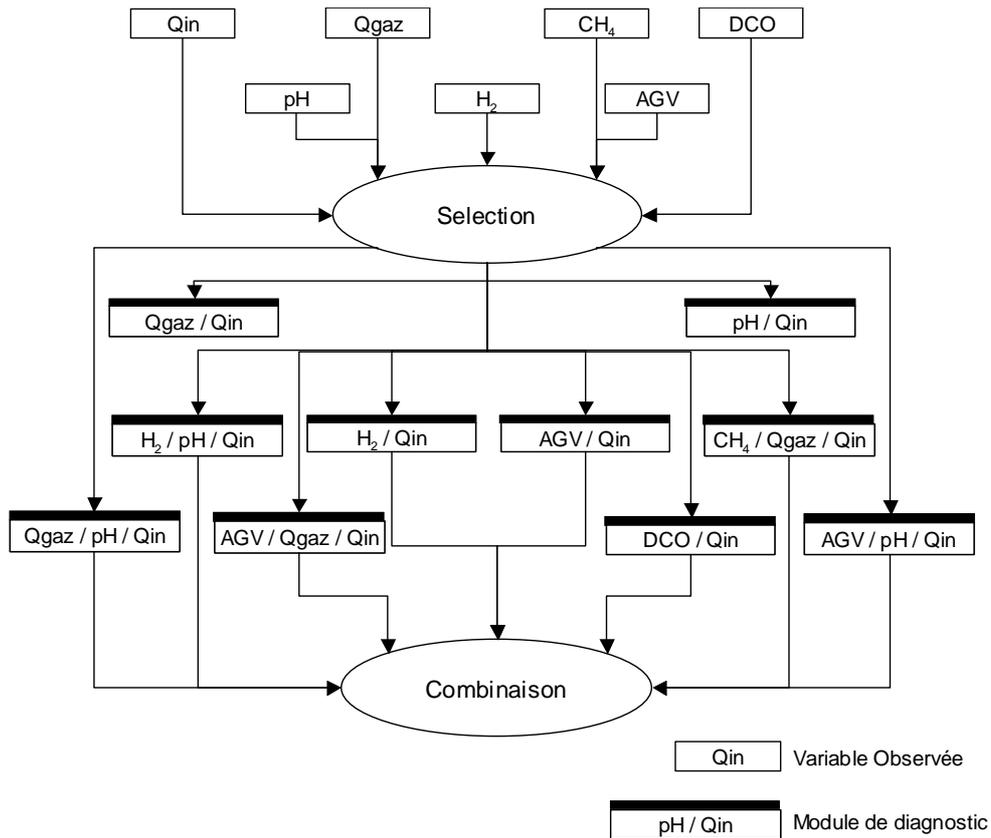


Figure VII-10 : Architecture modulaire du système de diagnostic.

Cette structure de diagnostic permet non seulement d'appliquer le système de diagnostic sur un procédé à l'instrumentation légèrement différente, mais aussi de suivre dynamiquement l'évolution de la qualité de l'instrumentation disponible sur le procédé. Si le module de diagnostic vient à classer comme incertaines les mesures d'un capteur, alors le système expert se basera préférentiellement sur d'autres capteurs.

### VII.3.2 Réglage des fonctions de fuzzification

Les fonctions de fuzzification ne sont pas spécifiques au module auquel elles appartiennent mais seulement à la variable et au procédé. Les règles ont été construites à partir de recueil d'expertise en se basant sur 5 classes (très faible --, faible -, moyen 0, fort +, très fort ++). L'identification des sous-ensembles flous utilisés pour la fuzzification se base sur le partitionnement réalisé dans la partie précédente. En effet le partitionnement décrit sur chaque variable 7 ensembles flous. En supprimant les chevauchements on obtient une partition floue des mesures de la variable observée ; cependant l'exploitation du jeu de données donne une image biaisée de ce partitionnement : ses bornes sont les valeurs extrêmes présentes dans les données et il peut exister d'importantes zones non décrites. Il est donc nécessaire de corriger ce partitionnement manuellement afin d'obtenir une fonction de fuzzification complète.

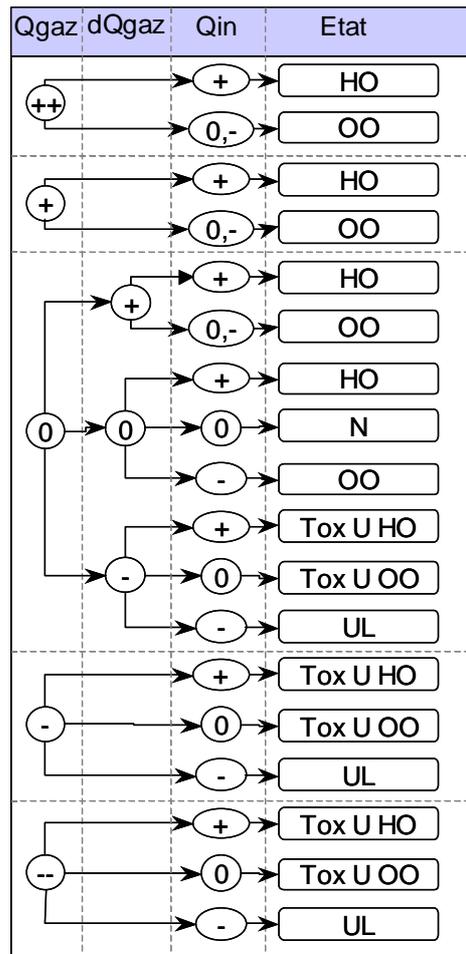


Figure VII-11 : Exemple du corps de règles d'un module de diagnostic.

### VII.3.3 Combinaison des modules de diagnostic

Chaque module est évalué selon la méthode présentée dans la partie V.4 en interprétant chaque règle comme une implication. L'évaluation de chaque module isolé sur un jeu de données labellisées permet d'évaluer la pertinence du diagnostic de chacun d'entre eux. Le Tableau VII-2 indique les performances établies, en recensant le taux de fausses réponses, de classifications imprécises (*i.e.* la conclusion contient la bonne réponse) et de bonnes classifications.

Module	Taux de classification (%)		
	Fausse	Imprécise	Juste
pH-Qin-H <sub>2</sub>	9	14	77
Qgaz-Qin-H <sub>2</sub>	12	20	68
H <sub>2</sub> -Qin	15	29	56
pH-Qin	24	13	63
AGV-Qin-pH	25	17	58
AGV-Qin-Qgaz	25	24	51
CH <sub>4</sub> -Qin-Qgaz	26	22	52
AG-Qin	30	20	50
Qgaz-Qin-pH	35	18	47
DCO-Qin	39	09	53
Qgaz-Qin	47	18	36

Tableau VII-2 : Performances de chaque module isolé.

Cette grille permet au moment de la combinaison de sélectionner les meilleurs modules disponibles. Les modules sont sélectionnés à partir de leurs performances puis leurs conclusions exprimées sous la forme de structure de croyance sont combinées. La méthode de combinaison choisie est celle de Dubois et Prade qui permet de préserver un avis juste mais isolé. Cette propriété permet d'être plus robuste à des défauts non détectés des capteurs : en effet, si un capteur donne des mesures erronées, la combinaison des modules basés sur ce capteur avec les conclusions de modules basés sur d'autres capteurs provoquera une structure de croyance finale avec un fort niveau de conflit.

La Figure VII-12 décrit les conclusions de chaque classificateur pour la série de donnée présentée par la Figure VII-5. Les zones blanches correspondent à l'ignorance totale lorsque les mesures ne sont pas disponibles. La Figure VII-13 présente les résultats obtenus : la combinaison est indiquée ainsi que la distribution de crédibilité des hypothèses singletons associées.

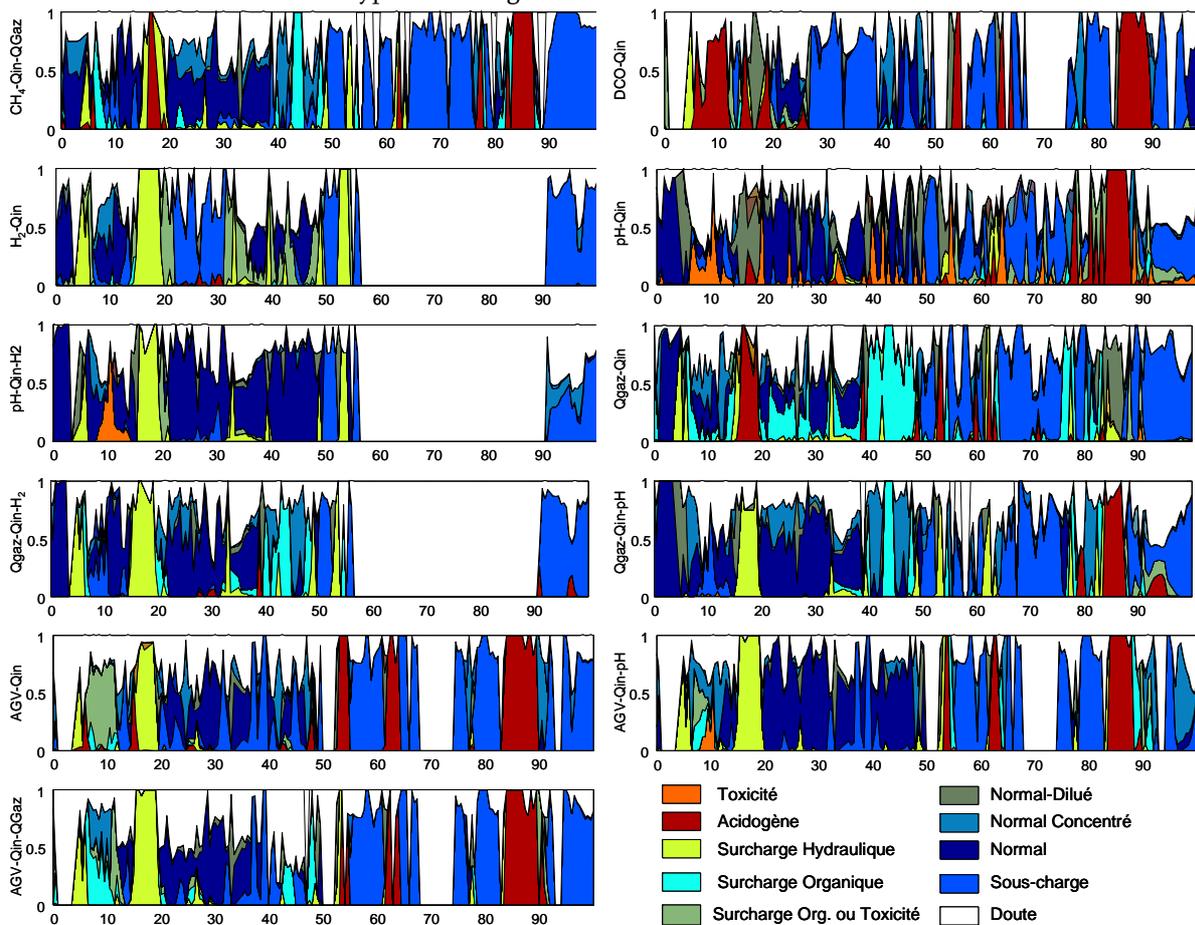


Figure VII-12 : Conclusions de chaque classificateur isolé.

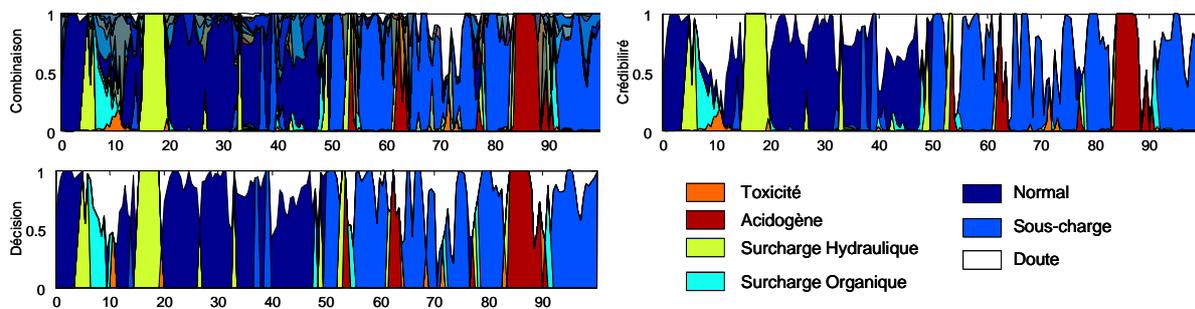


Figure VII-13 : Combinaison, crédibilité et prise de décision associées.

L'évolution de la somme des crédibilités donne une évaluation du niveau de certitude du diagnostic. En effet si aucune hypothèse singleton n'a pu être sélectionnée à l'issue du processus de combinaison, cette somme des crédibilités sera nulle. Enfin la prise de décision pignistique associée à la structure combinée est indiquée. La comparaison des conclusions du système avec les labels de référence indiquent au niveau de la structure combinée un taux de bonne classification de 73% et un taux de classification imprécise de 18%.

## **VII.4 Application à un procédé industriel**

### **VII.4.1 Développement d'un logiciel de supervision**

L'application des modules de diagnostic présentés précédemment dans le cadre du projet TELEMAT a nécessité le développement d'un logiciel modulaire de supervision des procédés. Ce logiciel devait fournir un cadre générique et reconfigurable pour l'acquisition de données, l'exécution de contrôleurs et d'observateurs, le diagnostic des pannes et de l'état physiologique du procédé. De plus ce logiciel devait être prévu pour la télésupervision. En collaboration avec l'INRIA et avec le LASB de l'INRA de Montpellier, j'ai donc développé le logiciel ODIN, un logiciel de supervision respectant ce cahier des charges. Ce logiciel représente à peu près 20 000 lignes de codes pour le système de supervision lui-même et 20 000 lignes de code pour son interface graphique. Il est utilisé actuellement par un procédé de laboratoire et un procédé pilote à l'INRA, ainsi que par un procédé industriel de la société coopérative Agralco, située à Estrella (Espagne). Les fonctions de télésupervision ont nécessité le développement de PlantML, un langage XML de description des informations nécessaires à la gestion à distance des procédés. Une présentation plus détaillée de ce langage est disponible dans [Neveu *et coll.* 2003].

### **VII.4.2 Portage du système expert**

Le système développé et validé sur le procédé pilote de l'INRA a été appliqué sur le procédé industriel d'Agalco. Il s'agit d'un réacteur de type infiniment mélangé de 2000 m<sup>3</sup>, utilisé pour la dégradation des vinasses produites par une distillerie locale. Les périodes de production de vinasses suivent avec un léger décalage la saison viticole ; en conséquence, le procédé est en activité de mi-octobre à juin-juillet. Ce procédé est équipé d'un capteur de débit d'alimentation, d'un capteur de débit de gaz et d'un capteur de *pH*. Les autres mesures disponibles (taux de *CO*<sub>2</sub>, *AGV* et *DCO*) sont des mesures manuelles effectuées quotidiennement. Comparé au temps de séjour du procédé (de deux semaines à un mois), cette période d'acquisition est largement suffisante pour capter les variations et perturbations du procédé et ces mesures manuelles peuvent donc être considérées comme des mesures en ligne.

Le portage du système a été effectué seulement en adaptant les fonctions de fuzzification des variables d'entrées, le corps de règle de chaque module est resté inchangé. L'application de facteurs de dimensionnement entre le réacteur pilote d'1m<sup>3</sup> et le réacteur industriel de 2000 m<sup>3</sup> et quelques modifications ont permis de régler le système à partir des labels attribués à la première moitié de la campagne (100 premiers jours). La Figure VII-15 montre les mesures collectées pendant la campagne 2002.

Sur les données, on peut observer :

- un épisode toxique en début de campagne, les 15 premiers jours, suivi d'une surcharge hydraulique,
- une surcharge organique allant jusqu'à l'acidogénèse autour du 50<sup>ème</sup> jour,
- une surcharge hydraulique autour du jour 90
- une surcharge organique entre les jours 115 et 125,
- une surcharge hydraulique autour du jour 150, suivie d'une surcharge organique jusqu'au jour 190.



Figure VII-14 : Réacteur industriel (en bleu-vert) et son réacteur tampon (jaune) d'Agralco.

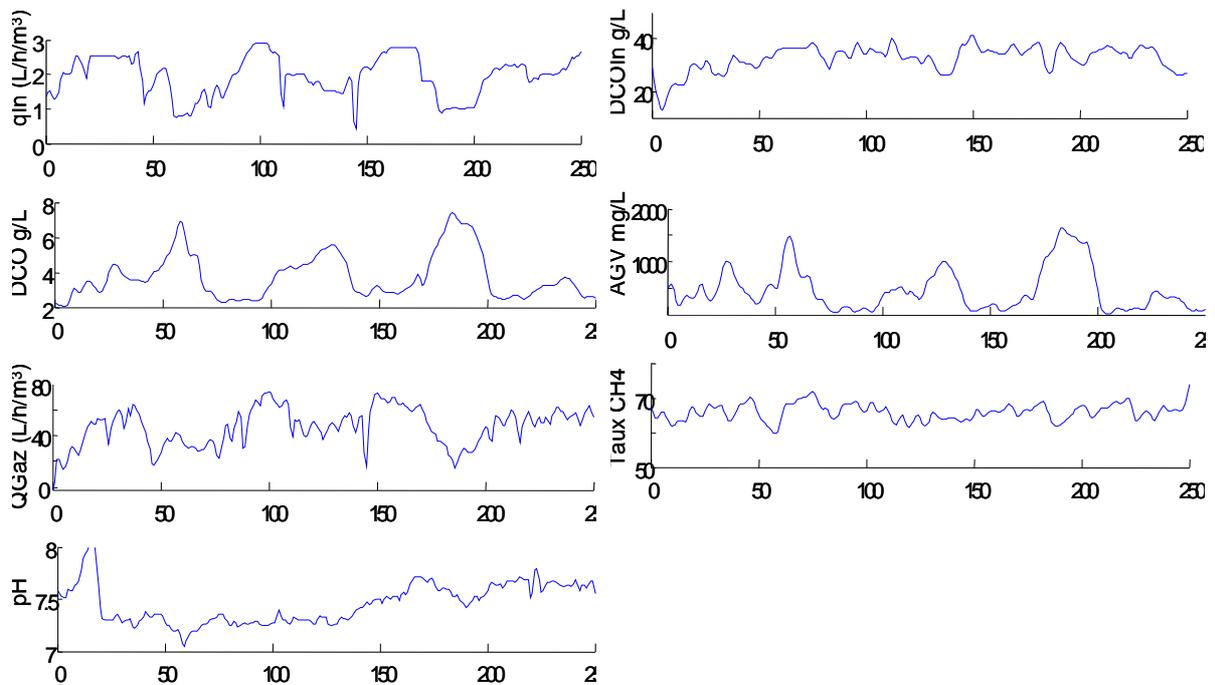


Figure VII-15 : Mesures collectées pendant la campagne 2002.

La Figure VII-16 illustre les conclusions de chaque module et leur combinaison ; la Figure VII-17 présente la distribution de crédibilité et la prise de décision associées à cette structure combinée ; à chaque fois les états de référence sont indiqués.

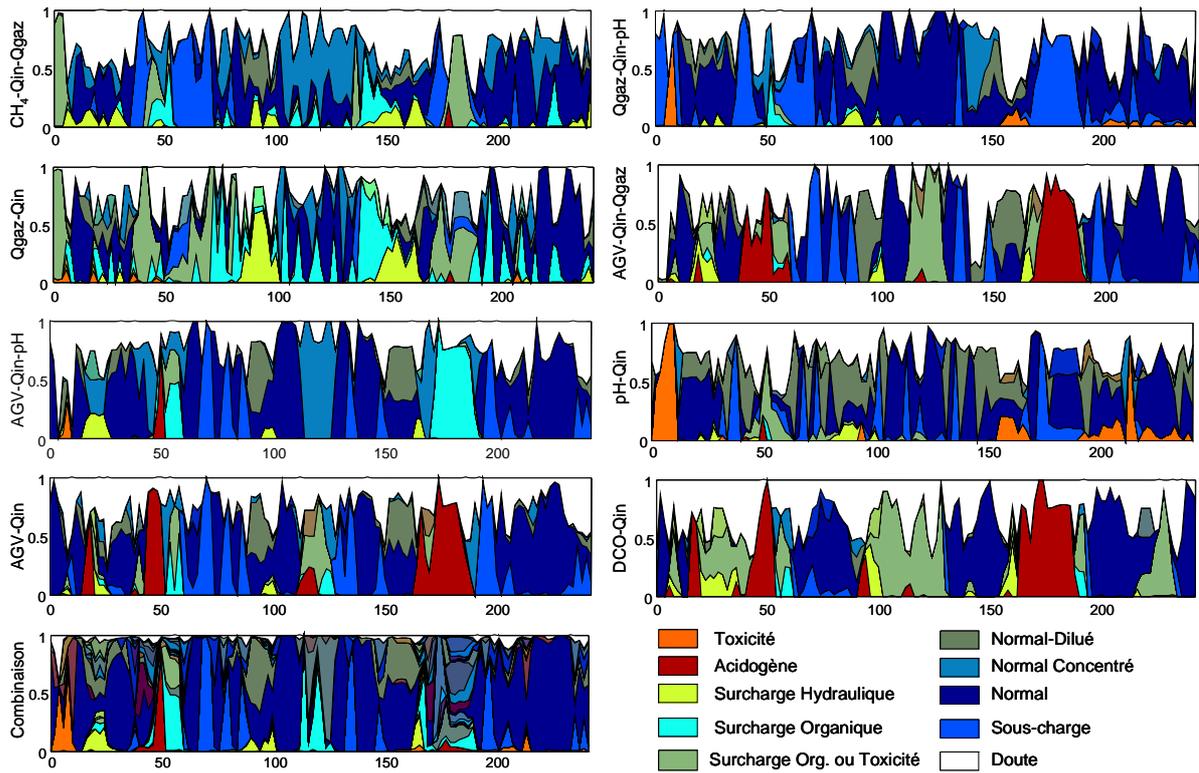


Figure VII-16 : Structures de croyances issues de chaque module, et leur combinaison.

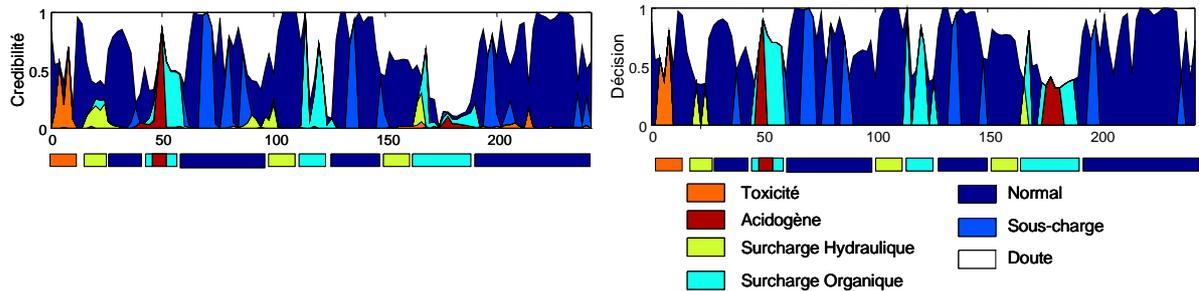


Figure VII-17 : Crédibilité et prise de décision associées, comparés aux états attendus.

### VII.5 Conclusion

Le système de diagnostic présenté ici repose sur une structure et une représentation des connaissances modulaires : chaque bloc représente les conclusions qu'on peut tirer de l'observation partielle du procédé. Les conclusions de chaque modules sont représentées séparément par une structure de croyance obtenue à partir de la méthode présentée dans le chapitre V, puis combinée en fonction des performances des modules. Cette architecture permet une grande robustesse et adaptabilité du système, puisque la disparition ou l'ajout d'un capteur ne se traduit que par la modification du nombre de modules activés. De plus le corps de règles utilisé est générique aux procédés de digestion anaérobie et l'application du système d'un procédé à un autre ne nécessite que le changement des fonctions de fuzzification des variables. Le développement de cette architecture sur un procédé pilote puis son application sur un procédé industriel ont permis de valider l'approche.



## **Chapitre VIII**

### **Conclusions et perspectives**

#### **Guide de lecture**

Ce chapitre reprend la problématique de cette thèse et présente les développements apportés et leurs applications.

### **VIII.1 Conclusions**

Nous l'avons vu, les procédés biologiques sont des procédés complexes à superviser, requérant de la part du responsable la mobilisation d'une expertise importante et l'appréciation des incertitudes. La supervision automatique de ces procédés doit donc tenir compte :

- de la dimension biologique en cherchant par exemple à caractériser l'état physiologique des micro-organismes,
- des incertitudes de mesures en fondant le diagnostic sur des méthodes aptes à les représenter,
- de ses limites et être capable d'exhiber l'incertitude de ses propres conclusions.

Les travaux présentés dans cette thèse ont essayé de répondre à ce cahier des charges en déterminant au préalable un formalisme basé sur la théorie de Dempster-Shafer pour représenter une information de diagnostic. En effet, il est clair que les informations de diagnostic utilisables sont issues d'horizons différents, certaines sont générées par des redondances analytiques, d'autres exploitent des modèles qualitatifs du système ou se basent sur les enregistrements précédents pour reconnaître une situation déjà rencontrée et labellisée. La tâche de diagnostic nécessite donc de combiner des informations dont les conclusions sont partielles et imprécises. Le formalisme des structures de croyance apparaît tout à fait adapté à traiter ces caractéristiques de l'information.

Un préalable au diagnostic des procédés a donc été la description de la modélisation du diagnostic au moyen de structures de croyance. Cette description a abouti à la proposition d'une règle de combinaison adaptée à la combinaison de signaux de diagnostic qui complète les approches de diagnostic FDI et DX. La résolution d'un problème de diagnostic dans ce formalisme s'appuie sur la description exacte de l'information apportée par une source d'information. Cette description tient compte de l'imprécision des mesures utilisées, précise la partialité de la méthode et inclut les hypothèses de diagnostic telles que l'exonération des composants. Un exemple de description de l'information est donné à partir du problème de représentation d'un corps de règles floues. Selon le sens donné à la règle et aux sous-ensembles flous qu'elle sous-tend, différentes représentations d'un même corps de règles peuvent être données.

En s'appuyant sur cette étude théorique d'un problème de diagnostic, deux applications de diagnostic d'un procédé de digestion anaérobie ont été illustrées. La première portait sur le diagnostic d'un réseau de capteurs et d'observateurs d'un procédé pilote. L'exploitation des redondances directes et l'utilisation d'invariants et d'observateurs basés sur des mesures définies par intervalle a permis de procéder au diagnostic du réseau en exhibant explicitement d'une part, l'incertitude due à la non diagnosticabilité d'un capteur, d'autre part l'incertitude due à des informations conflictuelles. La méthode a tout à fait supporté la perte d'une partie des informations de diagnostic, mais elle génère dans ce cas une information moins précise.

La deuxième application est un système modulaire de diagnostic de l'état physiologique d'un réacteur. Les résultats de plusieurs modules de diagnostic à base de règles floues sont représentés à l'aide de la méthode proposée préalablement, puis combinées. Le système de diagnostic a fourni ainsi une information représentant un consensus entre plusieurs observations et a donné l'évaluation de la qualité de cette information. Comme précédemment, la perte d'une source d'information ne perturbe pas le système. Le système défini repose sur un ensemble de corps de règles génériques à la digestion anaérobie et sur la donnée d'ensembles flous pour les variables observées. Il est donc facile à régler sur un autre procédé comme cela a été montré avec un réacteur industriel.

Ces deux applications ont validé l'approche sur deux aspects différents du diagnostic des procédés biologiques. Par rapport à la problématique de télésupervision d'un procédé, ces modules de diagnostic sont capables d'évaluer leur qualité de diagnostic et de fournir une description précise de son incertitude.

De plus les deux applications ont été intégrées au sein du logiciel ODIN et peuvent être appliquées sur de nouveaux procédés.

## **VIII.2 Perspectives**

Comme de nombreux travaux de génie des procédés, les travaux présentés se sont situés à l'interface de deux domaines, d'une part l'automatique et l'intelligence artificielle avec les problématiques de représentation des incertitudes en diagnostic, d'autre part la biologie et le traitement des eaux. C'est donc naturellement vers ces deux domaines que cette thèse ouvre des perspectives de travaux futurs.

### **VIII.2.1 Supervision des procédés biologiques**

Dans le domaine d'application des procédés biologiques, les travaux se sont arrêtés à la caractérisation du procédé. Celle-ci doit maintenant servir de base à un système d'aide à la décision. Le développement d'un module d'aide à la décision doit cependant prendre en compte plusieurs éléments.

Les procédés biologiques sont des procédés offrant plusieurs niveaux d'action : le changement de consigne d'un contrôleur, des actions complexes faisant appel à un opérateur (recalibrage d'un capteur ou réglage d'un composant), l'utilisation de bassins d'égalisation, ou le contournement de la station et le rejet direct au milieu naturel. Le choix de ces actions doit donc être basé non seulement sur la caractérisation de l'installation mais aussi sur la caractérisation du milieu dans lequel le procédé est intégré. Cette caractérisation comme celle du procédé doit rendre compte de son niveau d'incertitude.

De plus l'évaluation des coûts attendus est délicate dans le cadre de questions environnementales aux nombreuses externalités. Le système d'aide à la décision doit donc non seulement propager les incertitudes exprimées au niveau de la caractérisation des éléments du système, mais aussi représenter et utiliser une information pauvre et incertaine sur l'évaluation des conséquences de chaque action.

Ce travail de caractérisation et d'aide à la décision pour la conduite de procédés environnementaux nécessite d'une part le recueil de connaissance auprès d'experts du domaine mais aussi l'extraction de connaissances à partir des données accumulées. Le chapitre VII a introduit l'exploitation de l'historique pour déterminer la typologie des états du réacteur. Ces travaux ont servi de base à deux étudiants de DEA qui ont étudié la fouille de données et la génération automatique de règles. Ces travaux ont montré qu'une information très riche est présente dans ces données et qu'elle peut être exploitée.

Enfin, les travaux réalisés autour du diagnostic de réseaux de capteurs peuvent se généraliser à d'autres problèmes de fusion de données. Ils se prêtent finalement à tout système où les sources d'information sont diffuses, partielles et se recoupent mutuellement. On pourra donc citer le diagnostic de réseaux d'égouts ou d'irrigation, le suivi de composés le long de leur cycle de vie, la caractérisation de parcelles agricoles.

### **VIII.2.2 Diagnostic**

Dans le cadre du diagnostic, il faudrait prolonger le travail de représentation des sources d'information pour le diagnostic. D'autres méthodes exploitant les statistiques, les modèles qualitatifs du système ou les réseaux de neurones doivent pouvoir être représentées dans le cadre des structures de croyance. Enfin, dans la réalisation du diagnostic, et particulièrement dans le cas de procédés biologiques, la prise en compte de la variable temporelle est nécessaire. Celle-ci peut s'appuyer sur le renforcement des structures par les structures antérieures, ou par des modèles plus complexes décrivant des enchaînements d'états et les contraintes temporelles associés (comme les automates temporisés par exemple). D'autre part la gestion de l'incertitude peut être réalisée plus tôt dans l'analyse du réseau, dès la formation des variables de redondance. Ceci permettrait de manipuler des mesures floues et d'aboutir à des structures de croyance à masses floues.

De plus, la méthode de diagnostic utilisée caractérise l'incertitude structurelle du réseau d'informations disponibles. Elle peut donc être appliquée non pas pour effectuer le diagnostic dynamique du procédé mais pour déterminer le placement de capteurs et le type de relations minimisant l'incertitude de diagnostic.

## **Chapitre IX**

### **Bibliographie**

- [Akbarian et Bishnoi 2001] Akbarian F. et Bishnoi P. R., Fault diagnosis of multivariate systems using pattern recognition and multisensor data analysis technique, *Computers & Chemical Engineering*, 25 (9-10), pp. 1313-1339, 2001.
- [Barnett et Andrews 1992] Barnett M. W. et Andrews J. F., Expert System for Anaerobic Digestion Process Operation, *Journal of Environmental Engineering*, 118 (6), pp. 949-963, 1992.
- [Basseville et Benveniste 1986] Basseville M. et Benveniste A., Detection of abrupt changes - theory and applications. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Berlin, Springer-Verlag, 77, pp., 1986.
- [Basseville 1988] Basseville M., Detecting changes in signals and systems-A survey, *Automatica*, 24 (3), pp. 309-326, 1988.
- [Basseville et Nikiforov 1993] Basseville M. et Nikiforov T. V., *Detection of abrupt changes-Theory and application*, Prentice Hall, 1993.
- [Bastin et Dochain 1990] Bastin G. et Dochain D., *On-Line Estimation and Adaptive Control of Bioreactors*, Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo, Elsevier, 1990.
- [Batstone *et coll.* 2002] Batstone D. J., Keller J., Angelidaki I., Kalyuzhnyi S., Pavlostathis S. G., Rozzi A., Sanders W., Siegrist H. et Vavilin V., *Anaerobic Digestion Model No.1 (ADMI)*, London, UK., IWA publishing, 2002.
- [Bernard *et coll.* 2001] Bernard O., Sadok Z. H., Dochain D., Genovesi A. et Steyer J.-P., Dynamical model development and parameter identification for anaerobic wastewater treatment process, *Biotechnology and Bioengineering*, 75, pp. 424-439, 2001.
- [Bernard et Gouzé 2004] Bernard O. et Gouzé J.-L., Closed loop observers bundle for uncertain biotechnological models, *Journal of Process Control*, 14 (7), pp. 765-774, 2004.
- [Chow et Willsky 1984] Chow E. Y. et Willsky A. S., Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29 (7), pp. 603-614, 1984.
- [Cordier *et coll.* 2000] Cordier M.-O., Dague P., Dumas M., Lévy F., Montmain J., Staroswiecki M. et Travé-Massuyès L., AI and Automatic Control Theory approaches of model-based diagnosis : links and underlying hypotheses, *Safeprocess'2000*, Budapest, pp. 274-279, 2000.
- [Cordier et Largouët 2001] Cordier M.-O. et Largouët C., Using model-checking techniques for diagnosing discrete-event systems, *Twelve International Workshop on Principles of diagnosis (DX'01)*, pp. 39-46, 2001.
- [Cordier *et coll.* 2003] Cordier M.-O., P.Dague, M.Dumas, F.Lévy, J.Montmain et M.Staroswiecki, Conflicts versus Analytical Redundancy Relations, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics - Part B.*, 34 (5), pp. 2163-2177, 2003.
- [Davies et Bouldin 1979] Davies D. L. et Bouldin D. W., A cluster separation measure, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1 (2), pp. 224-227, 1979.
- [Davis 1984] Davis R., Diagnostic reasoning based on structure and behaviour, *Artificial Intelligence*, 24, pp. 347-410, 1984.
- [de Kleer *et coll.* 1992] De Kleer J., Mackworth A. K. et Reiter R., Characterizing diagnoses and systems, *Artificial Intelligence*, 56 (2-3), pp. 197-222, 1992.

- [De Mouzon *et coll.* 2000] De Mouzon O., Dubois D. et Prade H., Using consistency and abduction based indices in possibilistic causal diagnosis, *9th IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE'00)*, San Antonio (Texas-USA), pp. 729-734, 2000.
- [De Neve *et coll.* 2004] De Neve K., Lievens K., Steyer J.-P. et Vanrolleghem P. A., Development of an on-line titrimetric analyser for the determination of Volatile Fatty Acids, bicarbonate and alkalinity, *10th conference on Anaerobic Digestion (AD10)*, Montreal, Canada, 3, pp. 1316-1318, 2004.
- [Demolombe 1997] Demolombe R., Uncertainty in intelligent databases. *Uncertainty Management in Information Systems*. A. Motro et C. Thanos, Kluwer, pp. 1-37, 1997.
- [Dempster 1967] Dempster A. P., Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping, *Annals of Mathematical Statistics*, 38, pp. 325-339, 1967.
- [Denoeux 1997] Denoeux T., Analysis of evidence-theoretic decision rules for pattern classification, *Pattern Recognition*, 30 (7), pp. 1095-1107, 1997.
- [Dixon *et coll.* 2004] Dixon M., Gallop J., Lambert S., Lardon L., Steyer J.-P. et Healy J., Data mining to support anaerobic WWT plant monitoring and control, *Web-based Conference Manager Tool (WCMT), IFAC Conference*, Venice (Italy), pp., 2004.
- [Dochain 2001] Dochain D., Quels enjeux pour l'automatique des bioprocédés ? *Automatique des bioprocédés*. Paris, Hermes, pp., 2001.
- [Dubois et Prade 1985] Dubois D. et Prade H., *Théorie des Possibilités. Applications à la Représentation des Connaissances en Informatique*, Collection Méthode + Programmes, Masson, Paris, 1985.
- [Dubois et Prade 1994] Dubois D. et Prade H., Fusion d'informations imprécises, *Revue Traitement du Signal. Signal, Image, Parole*, 11 (6), pp., 1994.
- [Dubois et Prade 1996] Dubois D. et Prade H., What are fuzzy rules and how to use them, *Fuzzy Sets and Systems*, 84, pp. 169-185, 1996.
- [Dubois et Prade 1998] Dubois D. et Prade H., Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures, *Computational Intelligence*, 4, pp. 244-264, 1998.
- [Dubois *et coll.* 1999a] Dubois D., Grabisch M. et Prade H., Assessing the value of a candidate. A qualitative possibilistic approach, *Symbolic and Quantitative Approaches to reasoning and Uncertainty (ECSQARU 99)*, pp. 137-147, 1999a.
- [Dubois *et coll.* 1999b] Dubois D., Grabisch M., Prade H. et Smets P., Assessing the value of a candidate. Comparing belief functions and possibility theories., *XVth Conf. Uncertainty in Artificial Intelligence*, San Francisco, pp. 170-177, 1999b.
- [Dunia *et coll.* 1996] Dunia R., Joe Qin S., Edgar T. F. et Mcavoy T. J., Use of principal component analysis for sensor fault identification, *Computers & Chemical Engineering*, 20 (Supplement 1), pp. S713-S718, 1996.
- [Dupla *et coll.* 2004] Dupla M., Conte T., Jean-Claude B., Bernet N. et J-Ph. S., Dynamic evaluation of a fixed bed anaerobic digestion process in response to toxic shocks, *Water Science Technology*, 49 (1), pp. 61-68, 2004.

- [Fabiani 1996] Fabiani P., *Représentation dynamique de l'incertain et stratégie de prise d'information pour un système autonome en environnement évolutif*, Ph.D. Thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 1996.
- [Francois *et coll.* 2003] Francois J., Grandvalet Y., Denoeux T. et Roger J.-M., Resample and combine: an approach to improving uncertainty representation in evidential pattern classification, *Information Fusion*, 4 (2), pp. 75-85, 2003.
- [Frank 1994] Frank P., On-line fault detection in uncertain nonlinear systems using diagnostic observers : a survey., *International Journal Systems Science*, 25 (12), pp. 2129-2154, 1994.
- [Frank 1990] Frank P. M., Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy : A survey and some new results, *Automatica*, 26 (3), pp. 459-474, 1990.
- [Frank et Koppen-Seliger 1997] Frank P. M. et Koppen-Seliger B., New developments using AI in fault diagnosis, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 10 (1), pp. 3-14, 1997.
- [Fuente et Saludes 2000] Fuente M. J. et Saludes S., Faulty detection and isolation in a non-linear plant via neural networks, *4th IFAC symposium Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, SAFEPROCESS*, Budapest (Hungary), 1, pp. 472-477, 2000.
- [Genovesi *et coll.* 2000] Genovesi A., Harmand J. et Steyer J.-P., Integrated fault detection and isolation : Application to a winery's wastewater treatment plant, *Applied Intelligence Journal (APIN)*, 13, pp. 207-224, 2000.
- [Gertler et Singer 1990] Gertler J. et Singer D., A new structural framework for parity equations-based failure detection and isolation, *Automatica*, 26, pp. 381-388, 1990.
- [Grabisch et Perny 2003] Grabisch M. et Perny P., Agrégation multi-critère. *Logique floue, principes, aides à la décision*. B. Bouchon-Meunier et C. Marsala. Paris, Hermès Science Publications, pp. 81-120, 2003.
- [Graef et Andrews 1974] Graef S. et Andrews J. F., Mathematical modeling and control of anaerobic digestion, *Water Research*, 8, pp. 262-289, 1974.
- [Guillaume 2001] Guillaume S., Designing fuzzy inference systems from data: an interpretability-oriented review, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 9 (3), pp. 426-443, 2001.
- [Hamed *et coll.* 2004] Hamed M. M., Khalafallah M. G. et Hassanien E. A., Prediction of wastewater treatment plant performance using artificial neural networks, *Environmental Modelling & Software*, 19 (10), pp. 919-928, 2004.
- [Hélias *et coll.* 2004] Hélias A., Guerrin F. et Steyer J.-P., Abstracting continuous system behaviours into timed automata: application to diagnosis of an anaerobic digestion process, *International Workshop on Principles of Diagnosis (DX 04)*, Carcassonne (France), pp., 2004.
- [Isermann 1984] Isermann R., Process fault detection based on modeling and estimation methods--A survey, *Automatica*, 20 (4), pp. 387-404, 1984.

- [Isermann et Ballé 1997] Isermann R. et Ballé P., Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes, *Control Engineering Practice*, 5 (5), pp. 709-719, 1997.
- [Kamimura *et coll.* 1996] Kamimura R., Konstantinov K. et Stephanopoulos G., Knowledge-based systems, artificial neural networks and pattern recognition: applications to biotechnological processes, *Current Opinion in Biotechnology*, 7 (2), pp. 231-234, 1996.
- [Konstantinov *et coll.* 1993] Konstantinov K. B., Aarts R. et Yoshida T., Expert Systems in Bioprocess Control : Requisite Features, *Advances in Biochemical Engineering / Biotechnology*, 48 (Bioprocess Design and Control), pp. 170-191, 1993.
- [Kuipers 1987] Kuipers B., Qualitative simulation as causal explanation, *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 3, pp. 432-444, 1987.
- [Lardon *et coll.* 2002] Lardon L., Steyer J.-P., Roca E., Lema J., Lambert S., Ratini P., Frattesi S. et Bernard O., Specifications of modular internet-based remote supervision systems for wastewater treatment plants,, *15th biennial European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'2002), Workshop 14: Binding Environmental Sciences and Artificial Intelligence*, Lyon, France, pp. 5.1-5.5., 2002.
- [Lefevre *et coll.* 2002] Lefevre E., Colot O. et Vannoorenberghe P., Belief function combination and conflict management, *Information Fusion*, 3 (2), pp. 149-162, 2002.
- [Leger *et coll.* 1998] Leger R., Garland W. et Poehlman W., Fault detection and diagnosis using statistical control charts and artificial neural networks, *ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN ENGINEERING*, 12 (1-2), pp. 35-47, 1998.
- [Marsili-Libelli et Muller 1996] Marsili-Libelli S. et Muller A., Adaptive fuzzy pattern recognition in the anaerobic digestion process, *Pattern Recognition Letters*, 17 (6 SU -), pp. 651-659, 1996.
- [Montmain et Gentil 1993] Montmain J. et Gentil S., Decision-making in fault detection : A fuzzy approach, *Int. Conf. TOOLDIAG'93*, Toulouse, France, pp., 1993.
- [Mosey 1983] Mosey F. E., Mathematical Modelling of the Anaerobic Digestion Process : Regulatory Mechanisms for the Formation of Short-Chain Volatile Acids from Glucose, *Wat. Sci. Tech.*, 15, pp. 209-232, 1983.
- [Murnleitner *et coll.* 2002] Murnleitner E., Becker T. M. et Delgado A., State detection and control of overloads in the anaerobic wastewater treatment using fuzzy logic, *Water Research*, 36 (1), pp. 201-211, 2002.
- [Neveu *et coll.* 2003] Neveu P., Lardon L., Hacquart C., Simon B. et Steyer J.-P., PlantML, un langage pour la gestion répartie de bioprocédés (PlantML, a language for distributed management of bioprocesses), *3ème colloque STIC et Environnement*, Rouen, France, pp. 197-200, 2003.
- [Nigro *et coll.* 2002] Nigro J.-M., Loriette-Rougegrez S. et Rombaut M., Driving situation recognition with uncertainty management and rule-based systems, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 15 (3-4), pp. 217-228, 2002.
- [Passet 1996] Passet R., *L'Economie et le vivant*, Payot, 1996.

- [Punal *et coll.* 2002] Punal A., Roca E. et Lema J. M., An expert system for monitoring and diagnosis of anaerobic wastewater treatment plants, *Water Research*, 36 (10 SU -), pp. 2656-2666, 2002.
- [Qin et McAvoy 1992] Qin S. et Mcavoy T. J., Nonlinear PLS modeling using neural networks, *Computers and Chemical Engineering*, 16 (4), pp. 379-391, 1992.
- [Rakar *et coll.* 1999] Rakar A., Juricic D. et Ballé P., Transferable belief model in fault diagnosis, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 12 (5), pp. 555-567, 1999.
- [Reiter 1987] Reiter R., A theory of diagnosis from first principles, *Artificial Intelligence*, 32 (1), pp. 57-95, 1987.
- [Ripoll *et coll.* 1998] Ripoll P., Caillet D., Benoit E. et Foulloy L., Fuzzy umplikations handling fault detection and isolation problems, *6th European Conference on intelligent techniques and soft computing*, Aachen (Germany), pp. 1226-1231, 1998.
- [Rosen et Olsson 1997] Rosen C. et Olsson G., Disturbance Detection in WasteWater Treatment Systems, *7th IAWQ Workshop on Instrumentation, Control and Automation of Water and WasteWater Treatment and Transport Systems*, Brighton, UK, pp. 454-456, 1997.
- [Savage 1954] Savage L. J., *The Foundations of Statistics*, New York, John Wiley & Sons, 1954.
- [Shafer 1976] Shafer G., *A mathematical theory of evidence*, Princeton, USA, Princeton University Press, 1976.
- [Smets 1990] Smets P., The combination of evidence in the Transferable Belief Model., *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12 (5), pp. 447-458, 1990.
- [Smets et Kennes 1994] Smets P. et Kennes R., The transferable belief model, *Artificial Intelligence*, 66 (2), pp. 191-234, 1994.
- [Speece 1996] Speece R. E., *Anaerobic biotechnology*, Nashville (Tennessee-USA), Archae Press, 1996.
- [Stephanopoulos et Han 1996] Stephanopoulos G. et Han C., Intelligent systems in process engineering : A review, *Computers & Chemical Engineering*, 20 (6-7), pp. 743-791, 1996.
- [Steyer 1991] Steyer J. P., *Sur une Approche Qualitative des Systèmes Physiques : Aide en Temps Réel à la Conduite des Procédés Fermentaires*, Ph.D. Thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 1991.
- [Steyer *et coll.* 1997] Steyer J. P., Roland D., Bouvier J. C. et Moletta R., Hybrid fuzzy neural network for diagnosis - application to the anaerobic treatment of wine distillery wastewater in a fluidized bed reactor, *Water Science Technology*, 36 (6-7), pp. 209-217, 1997.
- [Steyer *et coll.* 2000] Steyer J. P., Alcaraz-González V. et Harmand J., Interval based diagnosis : An application to a wastewater treatment plant, *SAFEPROCESS'2000*, Budapest, Hungary, 1, pp. 174-179, 2000.
- [Steyer *et coll.* 2002] Steyer J.-P., Bouvier J.-C., Conte T., Gras P. et Sousbie P., Evaluation of a four year experience with a fully instrumented anaerobic digestion process, *Water Science and Technology*, 45 (4-5), pp. 495-502, 2002.

- [Teppola *et coll.* 1999] Teppola P., Mujunen S.-P. et Minkkinen P., Adaptive Fuzzy C-Means clustering in process monitoring, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 45 (1-2 SU -), pp. 23-38, 1999.
- [Trave-Massuyes *et coll.* 1997] Trave-Massuyes L., Dague P. et Guerrin F., *Le raisonnement qualitatif pour les sciences de l'ingénieur*, Paris, Hermès, 1997.
- [Ulerich et Powers 1988] Ulerich N. H. et Powers G. A., Online hazard aversion and fault diagnosis i, chemical processes: the digraph + fault tree method, *IEEE Transactions on Reliability*, 37 (2), pp. 171-177, 1988.
- [Ulieru et Isermann 1993] Ulieru M. et Isermann R., Design of a fuzzy-logic based diagnostic model for technical processes., *Fuzzy Sets and Systems*, 58, pp. 249-271, 1993.
- [Van Lier *et coll.* 2001] Van Lier J., Tilche A., Ahring B. K., Macarie H., Moletta R., Dohanyos M., Hulshoff Pol L. W., Lens P. et Verstraete W., New perspectives in anaerobic digestion, *Water Science and Technology*, 43 (1), pp. 1-18, 2001.
- [Venkatasubramanian *et coll.* 2003] Venkatasubramanian V., Rengaswamy R., Yin K. et Kavuri S. N., A review of process fault detection and diagnosis: Part I: Quantitative model-based methods, *Computers & Chemical Engineering*, 27 (3), pp. 293-311, 2003.
- [Verstraete et Vandevivere 1999] Verstraete W. et Vandevivere P., New and broader applications of anaerobic digestion, *Critical Reviews in Environmental Science and Technology*, 29 (2), pp. 151-165, 1999.
- [Walley 1996] Walley P., Measures of uncertainty in expert systems, *Artificial Intelligence*, 83 (1), pp. 1-58, 1996.
- [Willsky 1976] Willsky A. S., A survey of design methods for failure detection in dynamic systems, *Automatica*, 12 (6), pp. 601-611, 1976.
- [Xie et Beni 1991] Xie X. L. et Beni G., A validity measure for fuzzy clustering, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13, pp. 841-847, 1991.
- [Yager 1987] Yager R. R., On the Dempster-Shafer framework and new combination rules, *Information Sciences*, 41 (2), pp. 93-137, 1987.
- [Yager 2004] Yager R. R., Uncertainty modeling and decision support, *Reliability Engineering & System Safety*, 85 (1-3), pp. 341-354, 2004.
- [Zadeh 1965] Zadeh L., Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8, pp. 338-353, 1965.
- [Zbiri *et coll.* 1996] Zbiri N., Djenidi R. et Verge M., Sensor failure using neural network architecture, *CESA '96 IMACS Multiconference*, Lille (France), pp., 1996.
- [Zimmermann 2000] Zimmermann H.-J., An application-oriented view of modeling uncertainty, *European Journal of Operational Research*, 122 (2), pp. 190-198, 2000.
- [Zouhal et Denoeux 1998] Zouhal L. M. et Denoeux T., An evidence-theoretic k-NN rule with parameter optimization, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 28 (2), pp. 263-271, 1998.



## Chapitre X

### Annexes

#### **Guide de lecture**

Cette annexe comprend une illustration de l'utilisation des trois formalismes de représentation de l'incertitude (probabilités, possibilités, croyances) présentés dans le chapitre IV, puis un rappel de la nomenclature utilisée dans ce manuscrit, et enfin une liste des publications réalisées pendant ces travaux de thèse.

## X.1 Comparaison des trois formalismes de représentation des incertitudes à partir d'un exemple prototype

De nombreux problèmes peuvent se ramener à l'évaluation d'une entité ou d'une situation selon plusieurs critères et par plusieurs observateurs ou experts. Dans [Dubois *et coll.* 1999a, Dubois *et coll.* 1999b], les auteurs comparent les formalismes possibilistes et crédaux autour d'un tel exemple. Cet exemple sera repris et illustré ici en ajoutant le formalisme probabiliste.

### X.1.1 Présentation du problème

Supposons qu'un décideur doive déterminer l'appartenance d'une entité à une classe  $D$  parmi un ensemble de classes prédéfini  $L_D = \{1, \dots, 5\}$ . Il convoque plusieurs experts qui auront tous à évaluer plusieurs critères. La valeur réelle du critère  $i$ , notée  $C_i$ , est à valeurs dans l'ensemble ordonné  $L_s = \{1, \dots, 5\}$ . Chaque expert, noté  $E_j$ , fournit pour chaque critère son estimation, notée  $C_i^j$ , sous la forme soit d'une valeur précise, soit d'un intervalle de valeurs, soit d'aucune valeur. De plus, il doit qualifier son évaluation d'un niveau de certitude  $\gamma_i^j$ , à valeurs dans  $L_\gamma$ , reflétant sa compétence à évaluer ce critère. De son côté, le décideur définit pour chaque expert un degré de confiance global  $\alpha^j$  et pour chaque critère un degré d'importance  $\beta_i$ . Ces notations et leur ensemble de valeur sont rappelés dans le Tableau X-1.

Par défaut, ces ensembles de valeurs sont des ensembles ordonnés. Cependant, pour les besoins des formalismes probabilistes et crédaux, ces ensembles seront transformés en ensembles algébriques. Les ensembles ordonnés sont de la forme  $L = \{0, s_1, \dots, s_k, \dots, 1\}$  et sont dotés des opérateurs min et max, notés respectivement  $\wedge$  et  $\vee$ .

Notation	Ensemble de valeurs	Description
$D$	$L_D = \{1, \dots, 5\}$	Classe de l'entité
$c_i^j$	$L_s = \{1, \dots, 5\}$	valeur du critère $c_i$ estimée par l'expert $E_j$
$\gamma_i^j$	$L_\gamma = \{0, a, b, 1\}$	confiance de l'expert $E_j$ dans son jugement du critère $c_i$
$\alpha^j$	$L_\alpha = \{0, u, v, 1\}$	confiance du décideur dans l'expert $j$
$w_i^j$	$L_w$	fiabilité globale de la valeur attribuée à $c_i$ par l'expert $j$ selon le décideur
$\beta_i$	$L_\beta = \{0, e, f, 1\}$	importance du critère $c_i$ pour l'évaluation du candidat

Tableau X-1 : Principales notations.

Pour simplifier les notations, considérons le cas où trois experts ont eu une grille de quatre critères différents à évaluer. Ces quatre critères permettent d'évaluer une situation unique. L'évaluation fournie par chaque expert et sa confiance dans son évaluation sont données par le Tableau X-2 et le Tableau X-3.

$C_{ij}$	$E_1$	$E_2$	$E_3$
$C_1$		4	2
$C_2$	[2 3]	[1 5]	4
$C_3$	4	3	
$C_4$	[1 5]		[1 2]

Tableau X-2 : Evaluation par le panel d'experts.

$\gamma_i^j$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$\beta_i$
$C_1$	0	a	b	1
$C_2$	a	b	b	e
$C_3$	b	1	0	f
$C_4$	1	0	1	1
$\alpha^j$	1	u	v	

Tableau X-3 : Valeurs des indices de confiance.

Il s'agit donc dans une première étape de représenter correctement l'information apportée par chaque expert, c'est à dire non seulement la valeur affectée à un attribut mais aussi l'incertitude de cette évaluation. A ce stade, deux stratégies peuvent s'appliquer, chacune correspondant à des interprétations différentes :

- une première approche consiste à déterminer la classe de l'entité selon chaque expert puis à combiner le jugement des experts,
- une deuxième approche consiste à déterminer la valeur de chaque critère par l'agrégation des jugements des experts puis, à partir de cette information, de déterminer la valeur du candidat.

Ces deux procédures ne sont sémantiquement pas équivalentes et généralement produisent des résultats différents. Autrement dit, la fusion d'opinions et l'agrégation multicritère ne sont pas commutatives. Il faut donc s'accorder sur la signification de chacune et choisir la procédure correspondant au problème donné :

- la fusion de jugements experts vise à identifier la valeur réelle et à exhiber les conflits entre experts, en espérant obtenir un consensus au moins sur les valeurs à exclure,
- l'agrégation vise à décider de la valeur du candidat eu égard à plusieurs critères ; la méthode d'agrégation reflète les règles de décision, elle peut par exemple considérer certaines valeurs de critère éliminatoires, d'autres comme compensatoires.

La première approche recherche le consensus sur la valeur du candidat et la deuxième sur la valeur des critères ; elle revient à considérer que chaque expert cherchait non pas à évaluer des critères mais à évaluer le candidat et que potentiellement, les experts ne partagent pas la même grille d'analyse. Dans ce cas, le décideur est plus assesseur de l'évaluation que décideur. A l'opposé, dans la deuxième approche, les experts sont de simples évaluateurs de critères, éventuellement spécialisés pour l'évaluation de certains critères et incompetents pour d'autres, et c'est le décideur qui est auteur du processus de décision.

Dans ce problème, l'opinion des experts sur chaque critère sera fusionnée puis les valeurs globales de chaque critère seront agrégées pour obtenir la valeur du candidat.

### X.1.2 Résolution par une approche probabiliste

#### *Représentation de l'information initiale*

Le jugement d'un expert est représenté par la probabilité conditionnelle  $P(C_i = x | C_i^j = a)$  que le critère  $C_i$  vaille  $x$  sachant que l'expert  $E_j$  lui donne une valeur  $a$ . L'établissement de cette probabilité repose sur l'hypothèse d'une distribution de vraisemblance  $P(C_i^j = a | C_i = x)$  modélisant le comportement d'un expert. Une proposition raisonnable consiste à estimer que la probabilité est forte si  $x$  est égal à  $a$ , deux fois moins forte si  $x$  est dans le voisinage de  $a$  et nulle si  $x$  est loin de  $a$ . La loi de probabilité suivante, illustrée par la Figure X-1 possède ce comportement et conduit à la distribution de vraisemblance présentée dans le Tableau X-4 :

$$\forall a \in L_s, \forall x \in L_s \begin{cases} a \in \mathcal{I} \Rightarrow P(C_i^j = a | C_i = x) = \frac{2}{2 \times \text{Card}(\mathcal{I}) + \text{Card}(\mathcal{J})} \\ a \in \mathcal{J} \setminus \mathcal{I} \Rightarrow P(C_i^j = a | C_i = x) = \frac{1}{2 \times \text{Card}(\mathcal{I}) + \text{Card}(\mathcal{J})} \\ a \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{J} \Rightarrow P(C_i^j = a | C_i = x) = 0 \end{cases} \quad (\text{X-1})$$

où  $\mathcal{I}, \mathcal{J}$  et  $\mathcal{K}$  sont des sous-ensembles de  $L_s$  tels que  $\begin{cases} x \in \mathcal{I} \\ \mathcal{K} \subset \mathcal{J} \subset \mathcal{I} \\ \text{card}(\mathcal{J}) \leq 2 \end{cases}$

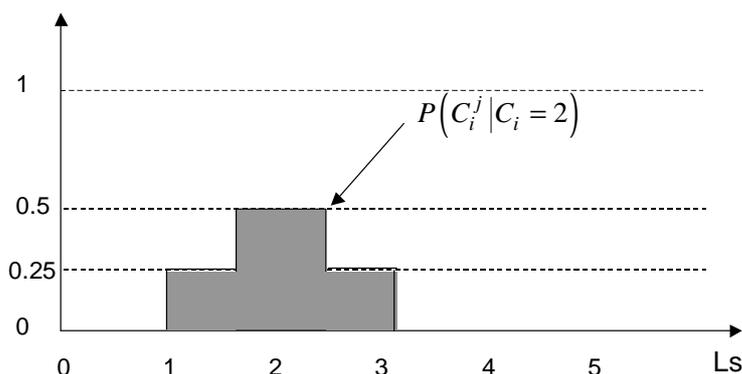


Figure X-1 : Distribution de probabilité modélisant le jugement d'un expert.

Expert		$C_i$				
		1	2	3	4	5
$E_1$	$C_2^1$ [2 3]	0.25	0.75	0.75	0.25	0.00
	$C_3^1$ 4	0.00	0.00	0.25	0.50	0.25
	$C_4^1$ [1 5]	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$E_2$	$C_1^2$ 4	0.00	0.00	0.25	0.50	0.25
	$C_2^2$ [1 5]	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	$C_3^2$ 3	0.00	0.25	0.50	0.25	0.00
$E_3$	$C_1^3$ 2	0.33	0.50	0.25	0.00	0.00
	$C_2^3$ 4	0.00	0.00	0.25	0.50	0.33
	$C_4^3$ [1 2]	1.00	0.75	0.25	0.00	0.00

Tableau X-4 : Distribution de vraisemblance  $P(C_i^j = a | C_i = x)$

A partir de cette distribution de vraisemblances et en supposant l'ignorance *a priori* de la véritable valeur de  $C_i$  (i.e.  $\forall a \in L_{Si} \ P(C_i = a) = \frac{1}{\text{Card}(L_{Si})}$ ), le théorème de Bayes fournit la distribution de probabilités

$$P(C_i = x | C_i^j = a)$$

$$P(C_i = x_0 | C_i^j = a) = \frac{P(C_i^j = a | C_i = x_0) P(C_i = x_0)}{\sum_{x \in L_s} P(C_i^j = a | C_i = x) P(C_i = x)} \quad (\text{X-2})$$

Les distributions de probabilité conditionnelles  $P(C_i = x | C_i^j = a)$  obtenues à partir du Tableau X-1 sont détaillées dans le Tableau X-5.

Expert	Critère	Valeur	$C_i$					
			1	2	3	4	5	
$E_1$	$C_2^1$	[2 3]	0,125	0,375	0,375	0,125	0	
	$C_3^1$	4	0	0	0,25	0,5	0,25	
	$C_4^1$	[1 5]	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	
$C_i^j$	$E_2$	$C_1^2$	4	0	0	0,25	0,5	0,25
	$C_2^2$	[1 5]	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	
	$C_3^2$	3	0	0,25	0,5	0,25	0	
$E_3$	$C_1^3$	2	0,308	0,462	0,231	0	0	
	$C_2^3$	4	0	0	0,231	0,462	0,308	
	$C_4^3$	[1 2]	0,5	0,375	0,125	0	0	

Tableau X-5 : Distribution de probabilité  $P(C_i = x | C_i^j = a)$ .**Fusion de jugements experts**

Le décideur dispose en plus de la valeur attribuée par l'expert à chaque critère d'une évaluation numérique de la fiabilité  $w_i^j$  de l'évaluation. L'événement *l'évaluation  $C_i^j$  est fiable* est noté  $F_i^j$  et le terme  $w_i^j$  est interprété comme la probabilité  $P(F_i^j)$ . Lorsque l'évaluation n'est pas fiable, on considère que toutes les valeurs de  $C_i$  sont possibles ; cette ignorance de la valeur est représentée par une loi uniforme :  $\forall a \in L_S \quad P(C_i = a | C_i^j = x, \bar{F}_i^j) = \frac{1}{\text{Card}(L_S)}$ .

On peut donc produire une nouvelle distribution de probabilité conditionnelles  $\tilde{P}(C_i = a | C_i^j = x)$ , en combinant les deux distributions de probabilité  $P(C_i = x | C_i^j = a)$  et  $P(F_i^j)$ .

$$\begin{aligned} \tilde{P}(C_i = a | C_i^j = x) &= P(C_i = a | C_i^j = x, F_i^j) + P(C_i = a | C_i^j = x, \bar{F}_i^j) \\ &= P(C_i = a, F_i^j | C_i^j = x) \cdot P(F_i^j) + P(C_i = a, \bar{F}_i^j | C_i^j = x) \cdot P(\bar{F}_i^j) \\ &= P(C_i = a | C_i^j = x) \cdot P(F_i^j) + \frac{1}{\text{Card}(L_S)} P(\bar{F}_i^j) \end{aligned}$$

La fiabilité du jugement de l'expert  $E_j$  quant au critère  $C_i$ , représentée par la probabilité  $P(F_i^j)$ , doit tenir compte et de la confiance  $\gamma_i^j$  de l'expert dans son jugement et de la confiance  $\alpha_j$  du décideur dans l'expert : ceci revient à déterminer un indice de fiabilité  $w_i^j$  calculé par une combinaison conjonctive entre  $\gamma_i^j$  et  $\alpha_j$ . D'autre part, le formalisme probabiliste nécessite la manipulation de valeurs numériques et pas seulement ordinales. Une fonction raisonnable consiste à substituer l'ensemble  $\{0, 0,6, 0,8, 1\}$  aux ensembles  $L_\gamma$  et  $L_\alpha$  et à effectuer le produit des termes. Ainsi plus la pertinence de l'expert et la confiance du décideur dans l'expert augmentent, plus la fiabilité de l'évaluation augmente. Le Tableau X-6 décrit la confiance de l'évaluation de chaque expert pour chaque critère et le Tableau X-7.

$w_i^j$	$E_1$	$E_2$	$E_3$
$C_1$	0	0,36	0,64
$C_2$	0,6	0,48	0,64
$C_3$	0,8	0,6	0
$C_4$	1	0	0,8

Tableau X-6 : Fiabilité globale de chaque évaluation.

Expert	Critère	Valeur	Distrib. Probabilités.				
			1	2	3	4	5
$E_1$	$C_2$	23	0,144	0,331	0,331	0,144	0,05
	$C_3$	4	0,04	0,04	0,24	0,44	0,24
	$C_4$	15	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
$E_2$	$C_1$	4	0,128	0,128	0,218	0,308	0,218
	$C_2$	15	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
	$C_3$	3	0,08	0,23	0,38	0,23	0,08
$E_3$	$C_1$	2	0,271	0,372	0,220	0,068	0,068
	$C_2$	4	0,068	0,068	0,220	0,372	0,271
	$C_4$	12	0,467	0,356	0,133	0,022	0,022

Tableau X-7 : Distributions de probabilité représentant l'avis des experts sur chaque critère vu par le décideur.

Cependant, pour la fusion de jugements d'experts, il est plus aisé de combiner les vraisemblances (i.e. les probabilités conditionnelles  $P(C_i^j = x | C_i = a)$ ). Il faut donc produire préalablement la vraisemblance tenant compte de l'affaiblissement.

Expert	$C_i$	$C_i$				
		1	2	3	4	5
$E_1$	$C_2^1$ [2 3]	0,23	0,53	0,53	0,23	0,08
	$C_3^1$ 4	0,04	0,04	0,24	0,44	0,24
	$C_4^1$ [1 5]	1	1	1	1	1
$E_2$	$C_1^2$ 4	0,13	0,13	0,22	0,31	0,22
	$C_2^2$ [1 5]	0,58	0,58	0,58	0,58	0,58
	$C_3^2$ 3	0,08	0,23	0,38	0,23	0,08
$E_3$	$C_1^3$ 2	0,29	0,39	0,23	0,07	0,07
	$C_2^3$ 4	0,07	0,07	0,23	0,39	0,29
	$C_4^3$ [1 2]	0,84	0,64	0,24	0,04	0,04

Tableau X-8 : Vraisemblances mises à jour par la confiance du décideur dans le jugement des experts.

Afin de prendre en compte l'avis de tous les experts pour les valeurs des critères, il faut combiner les vraisemblances  $P(C_i^j = a | C_i = x)$  pour tous les experts (cf. Tableau X-9), puis à nouveau à l'aide du théorème de Bayes, inverser la probabilité conditionnelle pour obtenir  $P(C_i = x | C_i^1 = a_1, \dots, C_i^n = a_n)$ .

$$P(C_i^1 = a_1, \dots, C_i^n = a_n | C_i = x_0) = \frac{\prod_j P(C_i^j = a_j | C_i = x_0)}{\sum_k \prod_j P(C_i^j = a_j | C_i = x_k)} \tag{X-3}$$

	$C_i^1$	$C_i^2$	$C_i^3$	$C_i$				
				1	2	3	4	5
$C_1^j$	-	4	2	0,04	0,05	0,05	0,02	0,02
$C_2^j$	[2 3]	[1 5]	4	0,01	0,02	0,07	0,05	0,01
$C_3^j$	4	3	-	0	0,01	0,09	0,10	0,02
$C_4^j$	2	4	[1 2]	0,84	0,64	0,24	0,04	0,04

Tableau X-9 : Vraisemblances  $P(C_i^1 = a_1, \dots, C_i^n = a_n | C_i = x)$ .

	$C_i^1$	$C_i^2$	$C_i^3$	$C_i$				
				1	2	3	4	5
$C_1^j$	-	4	2	0,23	0,39	0,23	0,07	0,07
$C_2^j$	[2 3]	[1 5]	4	0,08	0,08	0,27	0,46	0,10
$C_3^j$	4	3	-	0,01	0,04	0,41	0,45	0,09
$C_4^j$	2	4	[1 2]	0,31	0,31	0,31	0,04	0,04

Tableau X-10 : Probabilités conditionnelles  $P(C_i = x | C_i^1 = a_1, \dots, C_i^n = a_n)$ .

### X.1.3 Résolution par la théorie des possibilités qualitatives

#### Représentation de l'information initiale

Les valeurs possibles du critère  $C_i$  selon l'expert  $E_j$  sont représentées par la distribution de possibilité  $\pi_i^j$ . La distribution est déterminée de la sorte :

- les valeurs fournies sous formes d'intervalles sont modélisées par une distribution de possibilité prenant la valeur 1 sur l'intervalle et 0 ailleurs,
- l'absence de valeurs (*i.e.* l'incertitude complète) est modélisée par une possibilité de 1 sur tout l'intervalle.

D'autre part, comme précédemment, il est possible de considérer les valeurs affectées à un critère comme un ensemble continu et de représenter la distribution de possibilité sous la forme d'un sous-ensemble flou : les valeurs proches de la valeur certaine reçoivent donc une possibilité non nulle de valeur  $a$ .

Notons  $\Pi(C_i^j = a | C_i = x)$  la possibilité que l'expert  $E_j$  donne une valeur  $[a \ a]$  au critère  $C_i$  sachant que la valeur réelle de ce critère est  $x$ .

Sachant que :

$$\begin{cases} \Pi(X|Y)\Pi(Y) = \Pi(Y|X)\Pi(X) \\ \Pi(X) = \max_{x \in X} (\Pi(x)) \end{cases} \tag{X-4}$$

et en s'appuyant sur l'hypothèse d'ignorance *a priori* des valeurs de  $C_i$  et de  $C_i^j$ , c'est à dire :

$$\begin{aligned} \forall C_i^j \in L_s \quad \Pi(C_i^j) &= 1 \\ \forall C_i \in L_s \quad \Pi(C_i) &= 1 \end{aligned} \tag{X-5}$$

on obtient l'expression de la possibilité de la valeur  $C_i$  du critère selon l'information apportée par l'expert  $E_j$

$$\begin{aligned}
 \forall A \subseteq L_s \quad \Pi(C_i \in A | C_i^j) &= \max_{x \in A} [\Pi(C_i = x | C_i^j)] \\
 &= \max_{x \in A} \left[ \Pi(C_i^j | C_i = x) \cdot \frac{\Pi(C_i = x | C_i^j) \cdot \Pi(C_i^j)}{\Pi(C_i = x)} \right] \\
 &= \max_{x \in A} [\Pi(C_i^j | C_i = x)] \\
 &= \max_{x \in A, a \in C_i^j} [\Pi([a, a] | C_i = x)]
 \end{aligned}
 \tag{X-6}$$

La distribution de possibilité telle que la possibilité est de 1 si  $a=x$ , de 0.5 si  $a$  est proche de  $x$ , et nulle sinon (cf. Figure X-2) reproduit un comportement comparable à celui de la distribution de probabilité utilisée auparavant. Les distributions de possibilité correspondantes aux avis des experts sont représentées par le Tableau X-12.

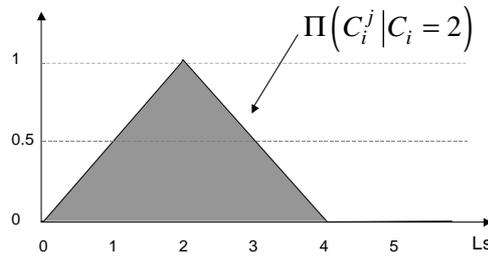


Figure X-2 : Distribution de possibilité de la valeur affectée par l'expert sachant la valeur du critère.

Selon le principe d'équivalence entre la certitude d'un événement et l'impossibilité de son contraire, (*i.e.*  $\mathcal{N}(A) = 1 - \Pi(\bar{A})$ ), la certitude de l'expert quant à son évaluation du critère est exprimée sous la forme d'une distribution de possibilité sur les valeurs du critère incompatibles avec  $\pi_i^j$  : plus la certitude est faible, plus une valeur incompatible avec  $\pi_i^j$  est possible. On obtient alors une nouvelle distribution  $\tilde{\pi}_i^j$ . Ce processus d'affaiblissement est illustré par la Figure X-3.

$$\begin{aligned}
 \forall s \in L_s \quad \tilde{\pi}_i^j(s) &= \pi_i^j(s) \vee \neg \gamma_i^j \\
 &= \max(\pi_i^j(s), \neg \gamma_i^j)
 \end{aligned}
 \tag{X-7}$$

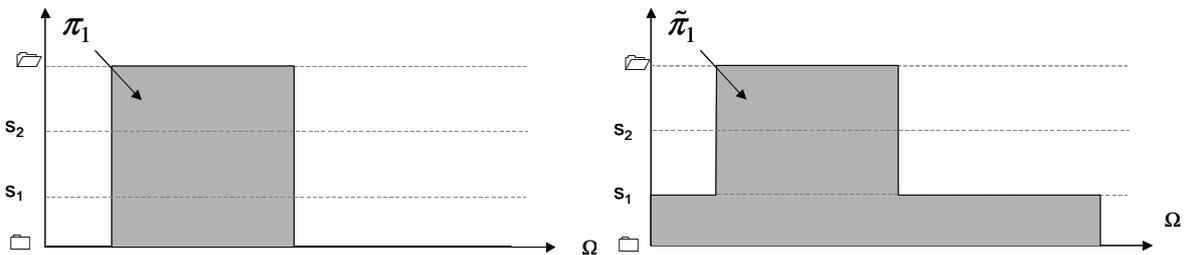


Figure X-3: Affaiblissement d'une distribution de possibilité correspondant à une confiance de niveau  $s_2$ .

La fiabilité du jugement doit tenir compte et de la confiance  $\gamma_i^j$  de l'expert dans son jugement et de la confiance  $\alpha_j$  du décideur dans l'expert : ceci revient à déterminer un indice de fiabilité  $w_i^j$  calculé par une combinaison de type conjonctif entre  $\gamma_i^j$  et  $\alpha_j$ . En l'occurrence, c'est l'opérateur min qui est sélectionné.

$w_i^j$	$E_1$	$E_2$	$E_3$
$C_1$	0	a	b
$C_2$	a	b	1
$C_3$	b	a	0
$C_4$	1	0	b

Tableau X-11 : Fiabilité globale de chaque évaluation.

Expert	Critère	Valeur		Classes				
				1	2	3	4	5
$E_1$	$C_2$	[2 3]	Initiale	a	1	1	a	0
			Affaiblie	a	1	1	b	b
	$C_3$	4	Initiale	0	0	a	1	a
			Affaiblie	a	a	a	1	a
	$C_4$	[1 5]	Initiale	1	1	1	1	1
			Affaiblie	1	1	1	1	1
$E_2$	$C_1$	4	Initiale	0	0	a	1	a
			Affaiblie	b	b	b	1	b
	$C_2$	[1 5]	Initiale	1	1	1	1	1
			Affaiblie	1	1	1	1	1
	$C_3$	3	Initiale	0	a	1	a	0
			Affaiblie	b	a	1	a	b
$E_3$	$C_1$	2	Initiale	a	1	a	0	0
			Affaiblie	a	1	a	a	a
	$C_2$	4	Initiale	0	0	a	1	a
			Affaiblie	0	0	a	1	a
	$C_4$	[1 2]	Initiale	1	1	a	0	0
			Affaiblie	1	1	a	a	a

Tableau X-12 : Distributions de possibilité modélisant les avis des experts sur chaque critère.

**Fusion des jugements**

Dans un contexte peu conflictuel, une fusion conjonctive peut être réalisée, par exemple par l'opérateur min. En cas de conflit fort, une combinaison disjonctive est préférable. Cette combinaison revient à ne pas vouloir écarter une information de certitude élevée même si celle-ci est fortement conflictuelle. Afin de prendre en compte l'affaiblissement de l'information autant au niveau de la combinaison conjonctive que de la combinaison disjonctive, la méthode de combinaison choisie est une combinaison pondérée, définie par :

$$\forall s \in L_S \begin{cases} \pi_i(s) = \bigvee_j (w_i^j \wedge \pi_i^j) \text{ si } \bigwedge_j (\pi_i^j(s)) = 0, \\ \pi_i(s) = \bigwedge_j (\neg w_i^j \vee \pi_i^j) \text{ sinon} \end{cases} \tag{X-8}$$

L'affaiblissement augmente les possibilités faibles lorsque la combinaison est conjonctive (pas de conflit) et diminue les possibilités fortes lorsque la combinaison est disjonctive (présence de conflit). Le principe est illustré par la Figure X-4.

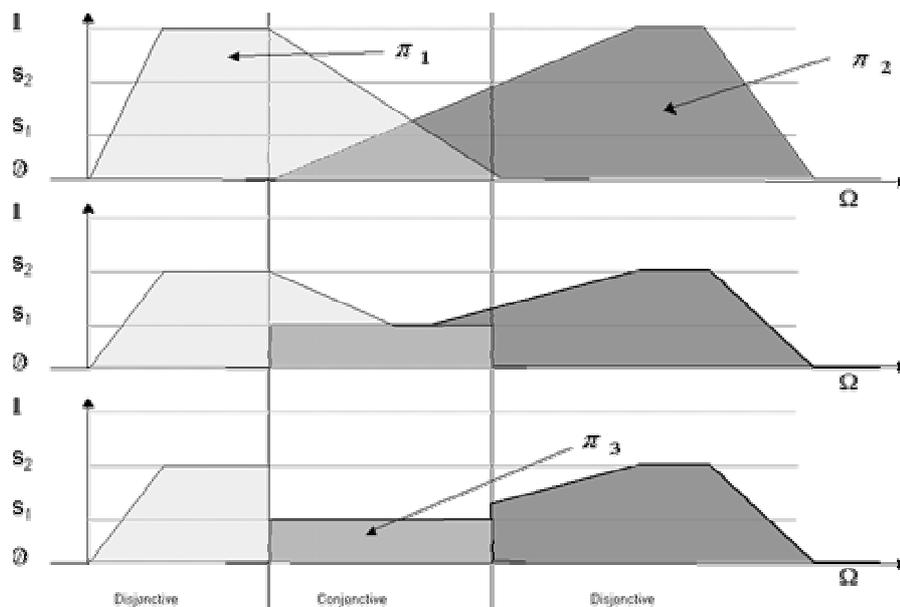


Figure X-4 : Exemple de combinaison disjonctive-conjonctive pondérée  
 (Distributions initiales en haut, distribution affaiblies au milieu, distribution combinée en bas).

Cependant, cette combinaison ne garantit pas que la nouvelle distribution soit une distribution de possibilité. En effet, il peut n'y avoir aucun point dont la possibilité soit de 1. Cette situation arrive si pour un critère, aucun des experts n'est totalement fiable. La normalisation de la distribution peut être effectuée en considérant que le maximum  $h$  de la distribution correspond au niveau de certitude et donc augmenter toute la distribution de cette valeur  $-h$ . Les résultats de combinaison, avant et après normalisation, sont indiqués dans le Tableau X-13.

	brutes					normalisées				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
$C_1$	a	b	a	a	a	b	1	b	b	b
$C_2$	a	a	a	b	a	b	b	b	1	b
$C_3$	0	a	a	a	a	b	1	1	1	1
$C_4$	1	1	a	a	a	1	1	a	a	a

Tableau X-13 : Distributions de possibilité après combinaison disjonctive/conjonctive des avis de chaque expert, brutes (à gauche) et normalisées (à droite).

**Agrégation**

Il ne s'agit pas ici de déterminer une valeur vraie de la valeur du candidat mais bien d'exprimer comment le niveau de satisfaction de chaque critère contribue au niveau global de satisfaction. Dans ce cas, le décideur ayant une attitude compensatoire quant à l'évaluation de la valeur du candidat à partir de la valeur des critères, un opérateur agrégatif compensatoire est nécessaire ; afin de prendre en compte l'importance relative de chaque critère, le score après agrégation est calculé comme la médiane de la conjonction et de la disjonction pondérées :

$$s = \text{mediane} \left( \bigwedge_i (-\beta_i \tilde{\vee} C_i), \bigvee_i (-\beta_i \tilde{\wedge} C_i) \right) \tag{X-9}$$

où  $\tilde{\wedge}$  et  $\tilde{\vee}$  sont respectivement des opérateurs conjonctif et disjonctifs.

**X.1.4 Résolution par la théorie de Dempster-Shafer**

**Représentation de l'information initiale**

A partir de l'expression de la distribution de possibilité de  $C_i$  sachant  $C_i^j$ , on obtient la distribution de plausibilités de l'expert  $E_j$  :

$$\forall A \subseteq L_s \quad Pl^j(C_i \in A) = \max_{x \in A, a \in C_i^j} [\Pi([a, a] | C_i = x)] \tag{X-10}$$

Cette relation permet de déduire du Tableau X-2, les plausibilités de tous les singletons de  $L_s$  et donc de construire l'ensemble des structures de croyance exprimant la croyance de chaque expert pour chaque critère. Le Tableau X-14 rassemble toutes les structures de croyance brutes produites à partir des opinions des experts. Ces structures de croyance représentent *l'imprécision* du jugement en attribuant des masses de croyance à des ensembles de classes des valeurs du critère.

**Fusion de jugements experts**

Les structures de croyance obtenues ne tiennent compte ni de la confiance de l'expert en son jugement, ni de la confiance du décideur en l'expert. C'est l'opération d'affaiblissement, présentée dans le paragraphe IV.4.2c), qui permet de traduire cette information ; on obtient alors pour chaque structure  $m_i^j$  une nouvelle structure  $\tilde{m}_i^j(A)$ , affaiblie en fonction d'un coefficient  $w_i^j = d(\gamma_i^j, \alpha^j)$  à valeurs dans  $[0,1]$ . Les structures de croyance résultantes sont détaillées dans la colonne de droite du Tableau X-14 ; ces nouvelles structures de croyance représentent maintenant l'imprécision de l'information mais aussi l'incertitude quant à sa *pertinence*. Les deux niveaux d'incertitude identifiés précédemment sont donc supportés par la modélisation au moyen de structures de croyance.

Expert	Critère	Valeur	structure brute		structure affaiblie	
			élt focal	masse	élt focal	masse
$E_1$	$C_2$	[2 3]	1 2 3 4	0,5	1 2 3 4	0,3
			2 3	0,5	2 3	0,3
					1 2 3 4 5	0,4
	$C_3$	4	4	0,5	3 4 5	0,4
$E_2$	$C_1$	4	3 4 5	0,5	4	0,18
					3 4 5	0,18
					1 2 3 4 5	0,64
	$C_2$	[1 5]	1 2 3 4 5	1	1 2 3 4 5	1
$E_3$	$C_1$	2	2	0,5	2	0,32
			1 2 3	0,5	1 2 3	0,32
					1 2 3 4 5	0,36
	$C_2$	4	4	0,5	4	0,32
$E_3$	$C_2$	4	3 4 5	0,5	3 4 5	0,32
					1 2 3 4 5	0,36
			$C_4$	[1 2]	1 2	0,5
			1 2 3	0,5	1 2 3	0,5

Tableau X-14 : Structures de croyance représentant l'évaluation des critères par le panel d'experts.

Le terme  $w_i$  étant numérique, il faut exprimer les ensembles ordonnés dans un ensemble algébrique. Une fonction de conversion  $d$  raisonnable consiste à substituer l'ensemble  $\{0 \ 0.6 \ 0.8 \ 1\}$  aux ensembles  $L_\gamma$  et  $L_\alpha$  et à effectuer le produit des termes. Ainsi, plus la pertinence de l'expert et la confiance du décideur dans l'expert augmentent, plus la fiabilité de l'évaluation augmente.

La structure de croyance décrivant la croyance du décideur envers la valeur de chaque critère  $C_i$ , eu égard à l'avis de chaque expert  $E_j$  et à leur fiabilité respective, est décrite par la structure de croyance issue de la combinaison conjonctive  $m_{C_i} = \otimes_j \tilde{m}_i^j$ .

Les combinaisons conjonctives critère par critère des évaluations de chaque expert produisent les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
 m_{C_1}(2) &= 0,2048 & m_{C_1}(4) &= 0,0648 & m_{C_1}(345) &= 0,0648 & m_{C_1}(\Omega) &= 0,2304 \\
 m_{C_1}(3) &= 0,0576 & & & m_{C_1}(123) &= 0,2048 & m_{C_1}(\emptyset) &= 0,1728 \\
 m_{C_2}(3) &= 0,096 & m_{C_2}(23) &= 0,108 & m_{C_2}(345) &= 0,128 & m_{C_2}(\Omega) &= 0,144 \\
 m_{C_2}(4) &= 0,224 & m_{C_2}(34) &= 0,096 & m_{C_2}(1234) &= 0,108 & m_{C_2}(\emptyset) &= 0,096 \\
 m_{C_3}(3) &= 0,18 & m_{C_3}(34) &= 0,12 & m_{C_3}(234) &= 0,06 & m_{C_3}(\Omega) &= 0,08 \\
 m_{C_3}(4) &= 0,28 & & & m_{C_3}(345) &= 0,16 & m_{C_3}(\emptyset) &= 0,12 \\
 m_{C_4}(12) &= 0,5 & & & & & & \\
 m_{C_4}(123) &= 0,5 & & & & & & 
 \end{aligned}$$

### Décision multicritère

Le décideur se dote d'une table mettant en correspondance la valeur d'un critère  $C_i$  et la classe de la situation en fonction de l'importance  $\beta_i$  accordée à ce critère. Cette table permet de passer de structures de croyance définies sur la valeur d'un critère à une structure de croyance définie sur les classes de l'entité à évaluer. La combinaison des structures de croyance décrivant la classe de l'entité eu égard à la valeur agrégée de chacun des critères considérés séparément aboutit à une ultime structure de croyance reflétant l'opinion du décideur en fonction de l'avis de chacun des experts, de leur compétence, de leur fiabilité, et de la règle de décision appliquée. Par souci de simplification, nous utiliserons ici la relation Identité pour passer des valeurs de critères à la classe finale.

Structure de croyance		Prob. pignistique		Crédibilité		Plausibilité	
élément	masse	élément	masse	élément	masse	élément	masse
0	0,8650	1	0,0037	1	0	1	0,0088
2	0,0169	2	0,0238	2	0,0169	2	0,0323
3	0,1028	3	0,1075	3	0,1028	3	0,1138
[1 2]	0,0044	4	0	4	0	4	0
[2 3]	0,0066	5	0	5	0	5	0
[1 2 3]	0,0044						

Tableau X-15 : Structure de croyance finale, probabilité pignistique, crédibilité et plausibilité associées.

Dans ce cas, la décision est facile, puisque la crédibilité de la classe 3 est supérieure aux plausibilités de toutes les autres classes. Les prises de décision pignistiques, ou basées sur le maximum de crédibilité ou le maximum de plausibilité sont donc ici équivalentes.

## X.2 Nomenclature

Symbole	Signification	Unité
$\mu_i$	Taux d'activité de la biomasse $i$	jour <sup>-1</sup>
$X_i$	Concentration de la biomasse $i$	g.L <sup>-1</sup>
$S_i$	Concentration du substrat $i$	mmol.L <sup>-1</sup> ou g.L <sup>-1</sup>
$S_i^{in}$	Concentration du substrat $i$ dans l'alimentation	mmol.L <sup>-1</sup> ou g.L <sup>-1</sup>
$k_i$	Coefficient de rendement (pseudo-stoechiométrique)	mmol.g <sup>-1</sup> ou g.g <sup>-1</sup>
$P_Y$	Pression partielle de l'espèce chimique Y	
$q_Y$	Débit gazeux molaire de l'espèce chimique Y	mmol.L <sup>-1</sup> .jour <sup>-1</sup>
$Q^{gaz}$	Débit gazeux total	L.jour <sup>-1</sup>
$Q^{in}$	Débit d'alimentation	L.jour <sup>-1</sup>
$D$	Taux de dilution	jour <sup>-1</sup>
$V_{Dig}$	Volume du réacteur	L
$\xi$	Vecteur des variables d'état	
$\xi_i$	i <sup>ème</sup> terme du vecteur d'état	
$\xi_i^{in}$	vecteur des variables d'état de l'entrée du réacteur	
$DCO$	Demande chimique en oxygène	g <sub>o<sub>2</sub></sub> · L <sup>-1</sup>
$AGV$	Acides gras volatils	mg.L <sup>-1</sup>
$Bic$	Concentration en bicarbonate	meq.L <sup>-1</sup>
$Z$	Alcalinité totale	meq.L <sup>-1</sup>
$C$	Carbone total inorganique	meq.L <sup>-1</sup>
$CO_2^d$	Concentration en CO <sub>2</sub> dissous	meq.L <sup>-1</sup>
$S_2H$	Concentration en AGV totaux non dissociés	mmol.L <sup>-1</sup>
$S_2^-$	Concentration en AGV totaux dissociés	mmol.L <sup>-1</sup>
$h$	Concentration en ions hydroniums	mol.L <sup>-1</sup>

Tableau X-16 : Principales variables utilisées.

### X.3 Publications réalisées

#### *Chapitres d'ouvrages*

**L. Lardon**, J-Ph. Steyer, *Advances in Diagnosis of Biological Anaerobic Wastewater Treatment Plants*, chapitre du livre *Advances textbooks in Control*, Springer-Verlag, Editeurs M.J. Grimble and M.A. Johnson, 45 pages, *sous presse*.

#### *Publications dans des revues scientifiques internationales à comité de lecture*

**L. Lardon**, A. Puñal and J-Ph Steyer. (2004). *On-line diagnosis and uncertainty management using evidence theory--experimental illustration to anaerobic digestion processes*, Journal of Process Control, **14** (7), pp. 747-763.

O. Bernard, B. Chachuat, A. Hélias, B. Le Dantec, B. Sialve, J.-P. Steyer, **L. Lardon**, P. Neveu, S. Lambert, P. Ratini, S. Frattesi, J. Lema, E. Roca, G. Ruiz, J. Rodriguez, A. Franco, P. Vanrolleghem, U. Zaher, D.J.W. De Pauw, K. De Neve, K. Lievens, D. Dochain, O. Schoefs, H. Fibrianto, R. Farina, V. Alcaraz Gonzalez, V. Gonzalez Alvarez, P. Lemaire, J.A. Martinez, O. Duclaud and J.F. Lavigne *TELEMAC : an integrated system to remote monitor and control anaerobic wastewater treatment plants through the internet*, Water Science and Technology, *in press*, selected from *Proc. of Sustainable viticulture and winery waste management*, (Barcelone, Espagne, 25-26 mai 2004).

J-Ph Steyer, **L. Lardon** and O. Bernard, *Sensors network diagnosis in anaerobic digestion processes using Evidence Theory*, Water Science and Technology, *sous presse*, sélectionné de *Proc. of the second International IWA Conference on Automation in Water Quality Monitoring - Automonet'2004*, (Vienne, Autriche, 19-20 Avril 2004).

#### *Conférences internationales*

**L. Lardon**, J-Ph. Steyer, N. Bernet, C. Le Page, (2002) : *Modelling and analysis of biofilms formation and evolution in wastewater treatment processes using multi-agent systems*, Biennial Meeting of the International Environmental Modelling and Software Society, IEMSS 2002, 24-27 June 2002, Lugano, Suisse, vol. 2, pp. 226-231.

**L. Lardon**, A. Puñal, J-Ph. Steyer, E. Roca, J. Lema, S. Lambert, P. Ratini, S. Frattesi, O. Bernard, (2002) : *Specifications of modular internet-based remote supervision systems for wastewater treatment plants*, 15<sup>th</sup> biennial European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'2002), Workshop 14, Binding Environmental Sciences and Artificial Intelligence, pp. 5.1-5.5, 21-26 Juillet 2002, Lyon, France.

**L. Lardon**, J-Ph. Steyer (2003) : *Using evidence theory for diagnosis of sensors networks: application to a wastewater treatment process*, 18<sup>th</sup> International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI'2003), Workshop on Environmental Decision Support Systems (EDSS'03), Acapulco, Mexique, 9-15 Aout 2003, pp. 29-36.

O. Bernard, B. L. Dantec, B. Chachuat, J.-P. Steyer, **L. Lardon**, S. Lambert, P. Ratini, J. Lema, G. Ruiz, J. Rodriguez, P. Vanrolleghem, U. Zaher, D. D. Pauw, K. D. Neve, K. Lievens, D. Dochain, O. Schoefs, R. Farina, V. A. Gonzalez, V. G. Alvarez, P. Lemaire, J. A. Martinez, O. Duclaud and J. F. Lavigne, *TELEMAC : an integrated system to remote monitor and control anaerobic wastewater treatment plants through the Internet*. *Proc. of 10th Conference on Anaerobic Digestion (AD10)*, Montreal, Canada, 1, pp. 318-323, 2004.

**L. Lardon**, A. Puñal, J.-P. Steyer and J. A. Martinez, *Modular expert system for the diagnosis of operating conditions of industrial anaerobic digestion plants*. *Proc. of 10th Conference on Anaerobic Digestion 2004 (AD10)*, Montreal, Canada, 1, pp. 324-329, 2004.

A. Puñal, L. Palazotto, **L. Lardon** and J.-P. Steyer, *Comparing Fuzzy Logic approaches to Control AD processes. Proc. of 10th conference on Anaerobic Digestion (AD10)*, Montreal, Canada, 3, pp. 1345-1349, 2004.

### *Conférences francophones*

**L. Lardon**, J-Ph. Steyer, C. LePage, N. Bernet, J-Ph. Delgenès (2002) : *Modélisation par système multi-agents d'un biofilm de digestion anaérobie (Multi-agent modelling of anaerobic digestion biofilms)*, Congrès sur les Systèmes d'Information, la Modélisation, l'Optimisation, le Contrôle et la Commande en Génie des Procédés, SIMO 2002, 24 et 25 Octobre 2002, Toulouse, France (6 pages sur CDROM).

J-Ph. Steyer, **L. Lardon**, J-C. Bouvier, T. Conte, P. Neveu, L. Menut, B. Simon, C. Hacquart (2003) : *Instrumentation et gestion de l'information en traitement des eaux (Instrumentation and information management for wastewater treatment)*, Colloque Automatique et Agronomie, AutoAgro 2003, Montpellier, France 22-24 Janvier 2003, pp. 249-260.

P. Neveu, **L. Lardon**, C. Hacquardt, B. Simon, J-Ph. Steyer (2003) : *PlantML, un langage pour la gestion répartie de bioprocédés (PlantML, a language for distributed management of bioprocesses)*, 3<sup>ème</sup> colloque STIC et Environnement, Rouen, France, 19 et 20 June 2003, pp. 197-200.

**L. Lardon**, O. Bernard, and J-P. Steyer, (2004) : *Application du modèle des croyances transférables pour le diagnostic d'un réseau de capteurs et d'observateurs : application à un procédé de traitement des eaux (Application of Transferable Belief Model for sensors and observers network diagnosis : application to a wastewater treatment plant)*, accepted to Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2004), Douz, Tunisie.

**L. Lardon**, J-Ph Steyer, (2004) *Combinaison de classificateurs flous basée sur la théorie de Dempster-Shafer : application à un réacteur biologique (Combination of fuzzy classifiers based on Dempster-Shafer theory)*, accepted to Logique Floue et Applications, Nantes, France.