



HAL
open science

Développement d'un modèle de radiosité mixte pour simuler la distribution du rayonnement dans les couverts végétaux

Michaël Chelle

► To cite this version:

Michaël Chelle. Développement d'un modèle de radiosité mixte pour simuler la distribution du rayonnement dans les couverts végétaux. Informatique [cs]. Université de Rennes 1, 1997. Français. NNT : . tel-02841953v2

HAL Id: tel-02841953

<https://hal.inrae.fr/tel-02841953v2>

Submitted on 21 Jun 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Présentée devant

L'UNIVERSITÉ DE RENNES I

Institut de Formation Supérieure en Informatique et Communication

Pour obtenir

Le Titre de Docteur de l'Université de Rennes I
Mention Informatique

par

Michaël CHELLE

Titre de la thèse

**Développement d'un modèle de radiosité mixte
pour simuler la distribution du rayonnement
dans les couverts végétaux.**

Soutenue le **21 mars 1997**, devant la commission d'examen composée de :

M.	Bruno	ARNALDI	Président
MM.	René Frédéric	CAUBET BARET	Rapporteurs
MM.	Bruno Kadi	ANDRIEU BOUATOUCH	Examineurs

Trugarez bras

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au laboratoire de Bioclimatologie de l'Institut National de Recherche Agronomique (Centre de Grignon), au sein du groupe "Fonctionnement des grandes cultures".

Je souhaiterais remercier tout d'abord les membres du jury qui ont accepté de juger ce travail :

- Bruno Arnaldi, Professeur à l'INSA de Rennes, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury et pour la confiance qu'il m'a accordée depuis l'époque où j'avais la tête dans les nuages plus communément, appelés milieux participatifs ;
- René Caubet, Professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse et Frédéric Baret, Directeur de Recherche INRA en Bioclimatologie à Avignon, à qui j'adresse tous mes remerciements pour le temps passé à analyser, critiquer et commenter cette thèse en tant que rapporteurs ;

Naturellement un travail de thèse n'est pas, comme pourrait le laisser croire la page de titre, celui d'une seule personne. Il est le fruit d'une collaboration entre plusieurs personnes.

C'est pourquoi, je voudrais remercier Bruno Andrieu, Chargé de recherche à l'INRA Grignon, pour son aide, les séances de «brain-storming» et ses critiques constructives.

Je remercie pour la confiance qu'il m'a accordée, Kadi Bouatouch mon Directeur de Thèse, qui m'a télé-encadré depuis Rennes et m'a permis de conserver le lien tissé pendant mon DEA avec la communauté infographique. Merci pour sa patience vis-à-vis de mes longs silences.

J'exprime toute ma gratitude à Raymond Bonhomme, Nader Katerji et Bernard Itier pour m'avoir accueilli respectivement dans son équipe, à la station de Grignon et au sein département de Bioclimatologie.

Je souhaiterais aussi associer à ces remerciements Gérard Douaire, Professeur à l'École Nationale Supérieure Agronomique de Rennes, pour m'avoir initié à l'informatique d'une manière passionnante et m'avoir permis d'intégrer la *tribu informatique*.

Je souhaite aussi saluer mes compagnons de route, qui m'ont aidé et soutenu pendant cette thèse et en particulier Éric, Jean-Marc, Laurent, Jean-Michel, Jean-Louis, Christophe(s), Albert, Yann, Hervé.

Enfin un grand merci à mes plus fidèles collaborateurs, quoique parfois retors: **radia**, **diamant** et **tld213**, et surtout merci à Daniel Poudroux, notre ingénieur système, sans qui mes plus fidèles collaborateurs n'auraient été qu'un amas inerte de transistors.

Table des matières

Introduction	1
1 Modèles d'échanges radiatifs dans les couverts végétaux : principes et limitations	5
1.1 Introduction	5
1.2 Physique radiative du couvert végétal	6
1.2.1 Grandeurs radiométriques	7
1.2.2 Interaction rayonnement–surface	8
1.2.3 Interaction rayonnement–volume	12
1.3 Caractéristiques du couvert végétal	14
1.3.1 Sources radiatives	14
1.3.2 Propriétés optiques dans les couverts végétaux	14
1.3.2.1 Variations spectrales des propriétés optiques	15
1.3.2.2 Directionnalité des propriétés optiques	16
1.3.3 Structure d'un couvert	19
1.3.3.1 Paramètres des modèles volumiques	19
1.3.3.2 Paramètres des modèles surfaciques	20
1.3.4 Génération de “maquettes” de couvert	21
1.3.4.1 Création de maquettes	22
1.3.4.2 Simulation d'un couvert infini	23
1.4 État de l'art des modèles radiatifs	24
1.4.1 Approche milieu turbide	24
1.4.2 Monte Carlo	29
1.4.2.1 Définitions	29
1.4.2.2 Applications aux échanges radiatifs	30
1.4.3 Radiosité	35
1.4.3.1 Principe de la radiosité	35
1.4.3.2 Application aux couverts végétaux	40
1.5 Conclusion	44
2 Une nouvelle approche, la radiosité mixte	45
2.1 Introduction	45
2.2 Principe	46

2.3	Calcul du flux moyen	49
2.4	Calcul du premier ordre	49
2.5	Calcul des facteurs de forme et des B_i^{far}	54
2.5.1	Sélection des diffuseurs appartenant à la sphère englobante	54
2.5.2	Remplissage du disque de projection	55
2.5.3	Calcul des facteurs de forme et des B_i^{far} à partir du disque de projection	57
2.6	Résolution du système linéaire	59
3	Monte Carlo, un outil de référence et d'investigation	63
3.1	Introduction	63
3.2	Départ du photon	64
3.3	Tracé de rayon	65
3.3.1	Double maillage	65
3.3.2	Couvert périodique infini	67
3.4	Interaction rayonnement-diffuseur	67
3.4.1	Échantillonnage par importance de la direction de rediffusion	68
3.4.2	Roulette russe	69
3.5	Paramétrisation des propriétés optiques des feuilles et du sol	70
3.6	Les sorties du modèle	71
3.6.1	Conversion des résultats en unité SI	71
3.6.2	Estimation de la variance associée	72
3.7	Mise en œuvre orientée objet	73
4	Validation de l'approche radiosité mixte	77
4.1	Introduction	77
4.2	Validité de SAIL pour le calcul des flux moyens	78
4.2.1	Protocole de simulation	78
4.2.2	Profil de flux moyens	82
4.2.3	Directionnalité des flux moyens	85
4.2.4	Réflectance bidirectionnelle du couvert	92
4.2.5	Bilan	94
4.3	Validation de la radiosité "pure"	95
4.3.1	Objectifs	95
4.3.2	Scènes utilisées	97
4.3.3	Validation du calcul des facteurs de forme	99
4.3.3.1	Choix d'une méthode point-surface.	99
4.3.3.2	Effet de la résolution du disque de projection	101
4.3.4	Validation globale de la radiosité "pure"	103
4.3.5	Bilan	107
4.4	Évaluation de la radiosité mixte	109
4.4.1	Protocole de simulation	109
4.4.2	Validation globale par comparaison avec Monte Carlo	110
4.4.3	Influence du diamètre de la sphère englobante	113

4.4.4	Bilan	120
5	Discussion	121
5.1	Validité de notre approche mixte	121
5.2	Proposition d'études complémentaires	122
5.3	Améliorations envisageables de notre modèle	124
5.4	Propositions pour l'extension à des couverts hétérogènes	126
	Conclusion	131
	A Radiosité directionnelle	133
	Glossaire	137
	Table des figures	140
	Liste des tableaux	141
	Bibliographie	142



Introduction

Le fonctionnement d'un couvert végétal dépend des caractéristiques des plantes (déterminées génétiquement) et du milieu qui les environne. Le couvert et le milieu physique sont en interaction *i.e.* le développement du couvert modifie le milieu physique et réciproquement. Parmi les facteurs du milieu, les principaux sont la lumière, la température, l'eau et les nutriments de la plante (CO₂, minéraux du sol). On peut distinguer deux types d'action de la lumière sur le développement d'une plante : des actions *quantitatives* et des actions *qualitatives*.

Une action quantitative importante correspond à l'action de la lumière sur la *photosynthèse*. La production de biomasse est en effet fonction de la quantité d'énergie captée par les feuilles dans le domaine spectral du PAR¹.

Parmi les actions qualitatives de la lumière, les effets de la composition spectrale de la lumière sur la croissance de la plante sont appelés *photomorphogénèse*. La plante possède en particulier des capteurs de rayonnement sensibles au rapport de la quantité d'énergie dans deux longueurs d'onde : le rouge clair qui appartient au PAR et le rouge sombre qui correspond à la limite du PAR et du proche infrarouge (NIR). Ce rapport est révélateur de la présence de plantes dans le voisinage, car le couvert n'a pas le même comportement radiatif pour ces deux longueurs d'onde. Dans le rouge clair, les feuilles absorbent quasiment toute l'énergie interceptée, tandis que dans le rouge sombre elles rediffusent plus de 90% de l'énergie reçue. Donc plus le rapport sera faible, plus les rediffusions dans le rouge sombre seront importantes par rapport au niveau du rouge clair, plus la plante sera environnée de plantes proches. L'étude de tels phénomènes nécessite de bien traiter les multiples diffusions du rouge sombre.

La température influence un grand nombre de processus biologiques. Elle régule notamment la vitesse des phénomènes de croissance et de développement de la plante. Le calcul de la température dans le couvert nécessite d'évaluer le bilan radiatif. Cependant le calcul du bilan radiatif total *i.e.* sur tout le spectre nécessite de connaître la température pour pouvoir prendre en compte le bilan dans l'infra-rouge thermique (IRT). Le calcul de la température nécessite donc un modèle couplé plus complexe qu'un modèle purement radiatif. La complexité de ce modèle provient aussi des autres modes de transfert d'énergie (convectif, conductif, chaleur latente). Les régulations biologiques comme la régulation stomatique nécessitent de prendre en compte le fonctionnement de la plante pour calculer la température (Prévot *et al.*, 1995). C'est pourquoi nous nous limitons dans cette étude

1. Photosynthetically Active Radiation (Rayonnement Photosynthétiquement Utile) : bande spectrale de 0.4 μm à 0.7 μm

au domaine solaire des courtes longueurs d'onde : PAR, NIR et infrarouge moyen (MIR).

L'étude des phénomènes de *compétition pour la lumière* nécessite des modèles de fonctionnement qui travaillent à l'échelle de l'organe, du fait de la forte variabilité de l'énergie lumineuse reçue par les organes. Ce type de modèle implique un modèle radiatif capable de prendre en compte une description fine de la structure des plantes, de manière à calculer un bilan radiatif distribué par organe précis. Notre objectif est de réaliser un tel modèle.

La majorité des modèles radiatifs développés à ce jour utilisent une description statistique de la structure et fournit donc des valeurs moyennes. Ceci est satisfaisant pour la majorité des modèles de fonctionnement qui sont de type "plante moyenne" c-à-d qu'ils assimilent le couvert à une plante ayant le comportement moyen de toute la population de plantes. Nous appellerons ces modèles, *modèles volumiques*, car ils modélisent les échanges radiatifs en assimilant le couvert à un milieu continu. Mais pour décrire les phénomènes de compétition, ces modèles rapides ne conviennent pas, car du fait de la description statistique de la structure ils ne peuvent pas décrire la variabilité inter-organes du bilan radiatif.

Pour pouvoir traiter les échanges radiatifs entre les organes des plantes, quelques travaux ont utilisé des *modèles surfaciques* du type *radiosité*, développés en infographie. Ces modèles permettent de calculer le bilan distribué, mais ils ne peuvent pas traiter de scènes de grande taille. De plus ces modèles sont beaucoup plus lents que les modèles volumiques. Ceci est une contrainte importante dans une optique de couplage avec des modèles de fonctionnement.

Comme la contribution *individuelle* d'un organe à l'éclairement d'un autre organe décroît en fonction de la distance qui les sépare, nous avons eu l'idée de calculer explicitement l'éclairement d'un organe proche par un modèle surfacique précis et de calculer statistiquement l'éclairement d'un organe lointain par un modèle volumique rapide. Notre approche de *radiosité mixte* consiste donc à coupler un modèle volumique – le modèle SAIL – avec un modèle surfacique – la radiosité. Ce couplage permet d'avoir un modèle qui calcule le bilan distribué d'une parcelle de végétation insérée dans un couvert végétal étendu.

Nous rappellerons dans le premier chapitre les bases physiques des échanges radiatifs dans le couvert et les caractéristiques du couvert qui influencent le bilan radiatif. Nous ferons aussi le point sur les travaux existants en modélisation des échanges radiatifs pour établir les bases de notre approche.

Dans le second chapitre, nous présenterons notre approche de radiosité mixte qui couple un modèle surfacique et un modèle volumique. Nous détaillerons aussi son implémentation et ses spécificités par rapport à une méthode de radiosité classique.

La validation expérimentale de notre modèle est délicate car elle exige de mesurer avec précision tous les paramètres d'entrée du modèle. Un des problèmes est la mesure de la géométrie du couvert. L'incertitude sur une telle mesure est difficilement compatible avec la validation d'un modèle radiatif. C'est pourquoi nous avons choisi de valider notre modèle par un modèle de référence, fondé sur la méthode de Monte Carlo. Nous détaillerons au chapitre III notre mise en œuvre de ce lancer de rayons stochastique.

Dans le quatrième chapitre, nous validerons notre modèle, en testant individuellement

chaque module qui le compose. Puis nous étudierons son comportement global par rapport à Monte Carlo.

Le chapitre V sera consacré à la discussion des résultats présentés au chapitre IV. Nous en déduirons les études complémentaires nécessaires pour une validation plus générale. Puis nous discuterons des améliorations possibles de notre approche. Nous ferons enfin des propositions pour l'extension de la radiosité mixte aux couverts hétérogènes.

*"I'm standing at the crossroad.
There are many roads to take.
I'm standing here so silently,
For fear of a mistake.
One way leads to paradise,
One way leads to pain,
One way leads to freedom,
But they are looking the same."*
Calvin RUSSEL

Chapitre 1

Modèles d'échanges radiatifs dans les couverts végétaux : principes et limitations

1.1 Introduction

L'intérêt des modèles d'échanges radiatifs (MER) dans les couverts végétaux est double. Ils permettent de calculer les variables-clefs des modèles de fonctionnement, comme l'énergie radiative absorbée dans le PAR, nécessaire pour estimer la production photosynthétique, l'énergie interceptée par les capteurs photomorphogénétiques et le bilan radiatif global, intervenant dans le calcul de la température. Ils permettent aussi de comprendre la génération de la réflectance bidirectionnelle du couvert en reliant le signal télédétekté aux variables biophysiques. Ceci permet d'estimer ces variables biophysiques par inversion de données de télédétection.

Ces modèles fournissent donc deux types de sortie : des flux distribués par organe permettant un couplage avec les modèles de fonctionnement et des flux moyens qui se scindent en flux à l'intérieur du couvert et en flux sortants, qui permettent de calculer la BRDF du couvert. Parmi les flux distribués, nous étudierons les densités surfaciques de flux de chaque élément du couvert. Nous nous intéresserons aux flux incident, réfléchi et absorbé. Par flux moyen, nous comprenons la valeur moyenne des flux traversant un plan horizontal à une altitude donnée. Nous étudierons les variations verticales de la valeur de ces flux *i.e.* les profils verticaux de flux. La BRDF du couvert correspond à la distribution directionnelle de l'énergie réfléchie par le couvert.

Deux types d'approche sont possibles pour modéliser ces échanges. Une approche consiste à assimiler le couvert à un milieu turbide *i.e.* à ne caractériser sa structure que par des variables volumiques moyennes. Ce type d'approche génère des modèles efficaces en terme de temps de simulation. Toutefois ces modèles calculent les flux comme des fonctions continues dans l'espace et non distribués aux organes. De plus des hypothèses du milieu turbide, comme l'homogénéité du milieu et la taille infinitésimale des feuilles, limitent intrinsèquement ces modèles. C'est pourquoi d'autres approches ont été développées, pro-

fitant notamment de l'augmentation des performances des ordinateurs et des algorithmes développés en recherche infographique. Ces approches traitent le couvert *explicitement* *i.e.* comme un ensemble de surfaces finies dans l'espace 3D. Elles modélisent le transfert radiatif entre ces surfaces en utilisant l'équation du rendu (eq. 1.6). Quelles que soient la position relative des surfaces et leur propriétés optiques, cette équation est valide. Ceci permet de traiter implicitement plusieurs types de couvert (couvert mono-spécifique d'espèces différentes, couvert pluri-spécifique, couvert hétérogène (maladie, traitement différent, ...)). Deux voies sont possibles pour résoudre le système d'équations résultant : une approche stochastique utilisant la *méthode de Monte Carlo* et une approche déterministe dérivée de la méthode des éléments finis, la *méthode des radiosités*.

Les variables d'entrée d'un MER sont les sources lumineuses, les propriétés optiques (PO) des éléments du couvert (feuilles, tiges, sol) et la structure du couvert *c-à-d* l'agencement des feuilles et des tiges dans l'espace.

Après avoir présenté les lois physiques qui régissent l'interaction radiative entre un rayon lumineux et une surface ou un volume, nous détaillerons les caractéristiques du couvert en terme d'échanges radiatifs. Puis une revue bibliographique posera les bases de l'approche nouvelle de la radiosité mixte, détaillée au chapitre suivant.

1.2 Physique radiative du couvert végétal

À un instant donné, l'énergie radiative dans le couvert végétal se caractérise par une fonction de plusieurs variables : le point de l'espace où l'on mesure cette énergie, la direction de propagation, la longueur d'onde, la fonction de phase de l'onde, la polarisation et le temps (Bruhat, 1959; Léna et Blanchard, 1990). Comme nous cherchons à établir le bilan radiatif d'un couvert végétal aux courtes longueurs d'onde, de la bande spectrale du rayonnement photosynthétiquement utile (PAR) à celle du moyen infrarouge (MIR) *i.e.* dans la bande spectrale $[0.4-2.6 \mu m]$, nous pouvons faire les hypothèses suivantes qui permettent de réduire la dimension de cette fonction :

- Comme la dimension des objets est très supérieure aux longueurs considérées, nous nous plaçons dans le cadre de l'*optique géométrique*. Ainsi la propagation de l'énergie est approchée par celle de rayons lumineux. Ceci simplifie les calculs de cette propagation par rapport à ceux nécessaires en *optique ondulatoire*.
- Nous supposons la lumière non polarisée, car le soleil fournit un rayonnement non polarisé et le ciel un rayonnement faiblement polarisé. Le rayonnement peut devenir fortement polarisé, lors d'interaction avec des éléments fortement spéculaires et aux courtes longueurs d'onde. Mais quantitativement ces effets restent négligeables à l'échelle du couvert (Vanderbilt *et al.*, 1993).
- Nous négligeons les phénomènes de phosphorescence et de fluorescence. Ainsi le bilan radiatif pour la longueur d'onde λ se calcule indépendamment de celui de longueur d'onde $\lambda \pm \delta\lambda$.

- Nous supposons que le couvert est toujours quasi-instantanément en équilibre thermodynamique, ce qui permet de calculer le bilan radiatif à l’instant t , indépendamment du bilan à l’instant $t - \delta t$.

Nous allons maintenant décrire les grandeurs radiométriques qui permettent de mesurer cette énergie radiative. Puis nous présenterons leur variation lors de l’interaction du rayonnement avec une surface ou un volume.

1.2.1 Grandeurs radiométriques

Plusieurs grandeurs radiométriques sont utilisées pour décrire l’énergie radiative. Nous montrerons les liens de nature géométrique qui existent entre elles.

Considérons deux surfaces dS_1 et dS_2 telles que dS_1 émet de l’énergie, qui est en partie captée par dS_2 (fig. 1.1).

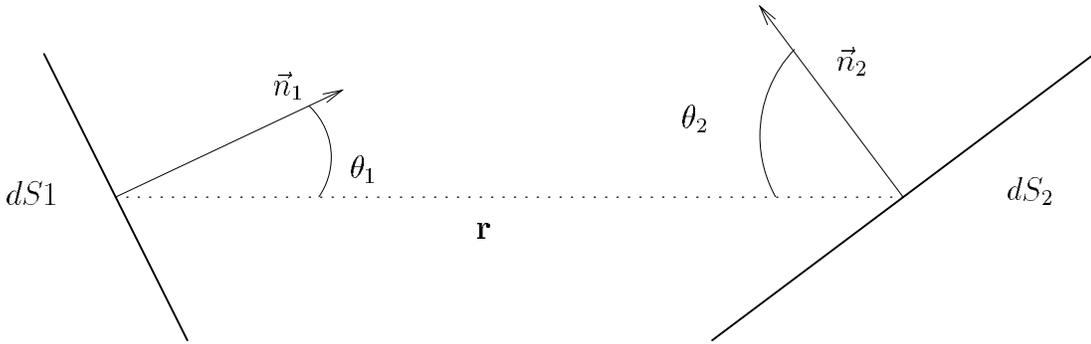


FIG. 1.1 – Géométrie pour la définition des grandeurs radiométriques

- **Flux** [W] (Φ) : énergie émise par une surface (ou atteignant une surface) par unité de temps.
- **Luminance** [$W.m^{-2}.sr^{-1}$] (L) : flux émis (ou reçu) par unité de surface et par unité d’angle solide projeté. Par conséquent le flux transmis par dS_1 à dS_2 est :

$$\begin{aligned} d^2\Phi &= L_1 \cos \Theta_1 dS_1 d\omega_1 \\ &= L_1 \cos \Theta_1 \cos \Theta_2 \frac{dS_1 dS_2}{r^2} \end{aligned}$$

où

$d\omega_1 = \frac{\cos \Theta_2 dS_2}{r^2}$ est l’angle solide défini par la surface dS_2 et dont l’origine est dS_1

et L_1 est la luminance de dS_1 .

Nous adopterons la notation suivante pour spécifier si le rayonnement décrit par L est incident ou émergent :

- $L(x \rightarrow \vec{r})$ est la luminance, quantifiant le flux “quittant” le point x dans la direction \vec{r}

- $L(\mathbf{x} \leftarrow \vec{r})$ est la luminance, quantifiant le flux “arrivant” au point \mathbf{x} dans la direction \vec{r}

La luminance est directement mesurable par un instrument de mesure, comme un radiomètre ou l’œil. De plus elle est à la fois indépendante de la taille de la surface émettrice (ou receveuse) et est fonction de la direction de propagation. Les autres grandeurs que nous définissons ici peuvent se déduire de la luminance soit par intégration angulaire, soit par intégration surfacique. La luminance $L(\mathbf{x} \rightarrow \vec{r})$ est constante en tout point y , tel que $\vec{xy} = k \cdot \vec{r}$, $\forall k \in \mathbb{R}$, si le milieu traversé entre x et y est optiquement inerte. Cette propriété permet de calculer directement le bilan radiatif global à partir des lois locales d’interaction du rayonnement avec la matière. Par exemple si une loi donne la luminance réfléchie par le sol vers un capteur situé au dessus du couvert, le rayonnement atteignant ce capteur a la même luminance.

- **Intensité** [$W \cdot sr^{-1}$] (i) : flux émis par unité d’angle solide,

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega_1}$$

- **Émittance** [$W \cdot m^{-2}$] (B) : appelée aussi exitance ou *radiosité*, elle représente le flux émis par unité de surface,

$$B = \frac{d^2\Phi}{dS_1} = L_1 \cos \Theta_1 d\omega_1.$$

- **Éclairement** [$W \cdot m^{-2}$] (E) : flux par unité de surface arrivant sur une surface,

$$E = \frac{d^2\Phi}{dS_2} = L_1 \cos \Theta_2 d\omega_2 \quad (1.1)$$

où $d\omega_2 = \frac{dS_1 \cos \Theta_1}{r^2}$ est l’angle solide défini par la surface dS_1 et dont l’origine est dS_2

Nous présentons maintenant les lois décrivant les variations de la luminance, lors de l’interaction du rayonnement avec la matière.

1.2.2 Interaction rayonnement–surface

Un modèle radiatif du couvert décrit les échanges énergétiques inter-objets, les objets étant les feuilles, les tiges et le sol. Ces objets sont considérés comme des “boîtes noires” qui agissent sur le rayonnement. Nous avons besoin de connaître les lois d’action de ces boîtes noires, mais non de modéliser leur action sur le rayonnement dans le détail. Pour reprendre la classification de Govaerts (1995), nous décrivons les phénomènes d’interaction à une *milli-échelle i.e.* à la surface des phytoéléments, mais non à une *micro-échelle i.e.* les interactions du rayonnement à l’intérieur du phytoélément. La contribution de la micro-échelle à la milli-échelle est prise en compte par des fonctions de distribution statistique, comme par exemple la BRDF, que nous détaillerons plus loin.

Nous considérons quatre types de loi d’action : l’émission, l’absorption, la réflexion et la transmission.

Émission L'émission radiative dépend de la température du corps et de la nature de ce corps. Elle résulte de phénomènes à l'échelle atomique et moléculaire (pour plus de détails sur ces phénomènes, cf. (Liou, 1980; Siegel et Howel, 1992)). La réponse à la température est décrite par la loi de Planck (1.2) pour un corps idéal, le *corps noir*, qui transforme toute l'énergie thermique accumulée en énergie radiative :

$$L_b(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 (\exp(hc/k\lambda T) - 1)} \quad (1.2)$$

où k est la constante de Boltzmann, h la constante de Planck, T la température du corps noir en Kelvin et λ la longueur d'onde du rayonnement émis.

La différence entre le comportement émissif du phytoélément et celui d'un corps noir est prise en compte par un coefficient, l'*émissivité* (ϵ_λ). Dans les domaines spectraux que nous allons étudier (du PAR au MIR), cette émission est négligeable pour le sol et les phytoéléments. En revanche c'est le phénomène principal des sources lumineuses, comme celles utilisées en expérimentation de laboratoire.

Absorption et diffusion Outre le rayonnement qu'il émet, un phytoélément modifie le rayonnement qu'il intercepte. Ainsi un rayonnement incident est absorbé, réfléchi et/ou transmis de telle manière que la loi de conservation de l'énergie soit vérifiée (fig. 1.2). Ces phénomènes sont caractérisés à la milli-échelle par trois coefficients, l'*absorptance* (a_λ), la *réflectance* (ρ_λ) et la *transmittance* (τ_λ). Ces coefficients sont des rapports entre le flux incident et le flux absorbé, réfléchi ou transmis et traduisent de façon statistique le comportement d'une surface composée d'un grand nombre de micro-éléments.

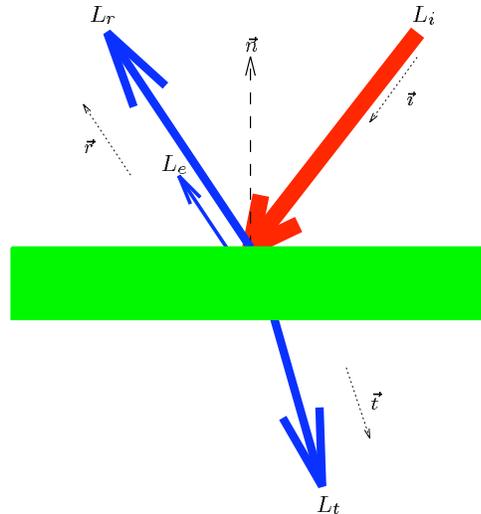


FIG. 1.2 – Géométrie de l'interaction rayonnement-objet "surfactive"

Nous avons vu au §1.2.1 que l'énergie radiative peut être décrite par des grandeurs directionnelles ou intégrées hémisphériquement. Ces coefficients (a_λ , ρ_λ , τ_λ) existent ainsi

sous différentes formes, en fonction de l'énergie incidente (directionnelle ou non) et de l'énergie étudiée (réfléchie, transmise, absorbée ou émise). Les définitions précises de ces coefficients se trouvent dans (Nicodemus *et al.*, 1977). Pour décrire précisément la diffusion d'une surface, on utilise une grandeur bidirectionnelle, qui traduit la relation entre un flux incident directionnel et un flux émergent directionnel. Dans ce qui suit, nous suivrons la nomenclature de réflectance proposée par (Nicodemus *et al.*, 1977). Il définit la *fonction de distribution de réflectance bidirectionnelle* (ou Bidirectional Reflectance Distribution Function [BRDF]), qui correspond à "une densité de réflectance par stéradian". Nous introduisons aussi le facteur de réflectance, qui est le ratio entre la luminance réfléchie par un objet et la luminance que réfléchirait une plaque horizontale idéalement lambertienne *i.e.* de réflectance hémisphérique égale à 1.0. Le facteur de réflectance vaut donc π fois la réflectance bidirectionnelle.

La luminance réfléchie $L_r(x \rightarrow \vec{r})$ vaut, si la surface est éclairée au point x par la luminance incidente $Li(x \leftarrow \vec{v})$:

$$L_r(x \rightarrow \vec{r}) = f_r(\vec{v}, \vec{r}) dE_i(x) \quad (1.3)$$

où $dE_i(x)$ est l'éclairement en x dû à $Li(x \leftarrow \vec{v})$.

Donc on a :

$$L_r(x \rightarrow \vec{r}) = f_r(\vec{v}, \vec{r}) Li(x \leftarrow \vec{v}) |\vec{v} \cdot \vec{n}_x| d\Omega_i \quad (1.4)$$

où \vec{n}_x est la normale à la surface au point x . Nous adopterons la notation des angles solides de Nicodemus où $d\Omega_i$ représente l'angle solide projeté sur une surface de normale \vec{n} *i.e.* $d\Omega_i = d\omega_i |\vec{v} \cdot \vec{n}|$

On définit de la même façon une *fonction de distribution de transmittance bidirectionnelle* (BTDF) [f_t] et une luminance transmise L_t .

Ces définitions permettent d'établir la loi qui régit l'interaction entre un rayonnement et une surface, appelée en infographie l'*équation du rendu* (Kajiya, 1986) :

$$L(x \rightarrow \vec{r}) = L_e(x \rightarrow \vec{r}) + L_r(x \rightarrow \vec{r}) + L_t(x \rightarrow \vec{r}) \quad (1.5)$$

$$L(x \rightarrow \vec{r}) = L_e(x \rightarrow \vec{r}) + \int_{\pi} f_r(\vec{v}, \vec{r}) Li(x \leftarrow \vec{v}) d\Omega_i + \int_{\pi} f_t(\vec{v}', \vec{r}) Li(x \leftarrow \vec{v}') d\Omega_{i'} \quad (1.6)$$

où \vec{v}' est une incidence telle que $Li(\vec{v}')$ éclaire l'autre face de la surface *i.e.* $\vec{n} \cdot \vec{v}' \geq 0$.

L'équation (1.6) peut s'écrire sous une autre forme, où l'intégration ne se fait plus sur l'hémisphère surplombant l'élément de surface dx , mais sur l'ensemble des points y visibles de x . Ceci permet d'avoir une équation où les variables géométriques sont uniquement les surfaces composant la scène. Pour cela on introduit la *fonction de visibilité* $v(x, y)$ entre deux points x et y ,

$$v(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{s'il n'existe pas de primitive occultante entre } x \text{ et } y \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.7)$$

L'équation (1.6) s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
L(x \rightarrow \vec{r}) &= L_e(x \rightarrow \vec{r}) \\
&+ \int_S v(x, y) f_r(\vec{v}_{yx}, \vec{r}) Li(x \leftarrow y) \frac{|\vec{v}_{xy} \cdot \vec{n}_x| |\vec{v}_{yx} \cdot \vec{n}_y|}{\|\vec{x}\vec{y}\|^2} dy \\
&+ \int_S v(x, y') f_t(\vec{v}_{y'x}, \vec{r}) Li(x \leftarrow y') \frac{|\vec{v}_{y'x} \cdot \vec{n}_x| |\vec{v}_{y'x} \cdot \vec{n}_{y'}|}{\|\vec{x}\vec{y}'\|^2} dy'
\end{aligned} \tag{1.8}$$

où S est l'ensemble des surfaces de la scène, dy , un élément de surface autour du point y , \vec{n}_x la normale à la surface au point x et où \vec{v}_{xy} est le vecteur $\vec{x}\vec{y}$ normé.

En nommant $G(x, y)$ la partie de l'intégrande qui ne dépend que de la géométrie, on obtient une écriture plus compacte :

$$\begin{aligned}
L(x \rightarrow \vec{r}) &= L_e(x \rightarrow \vec{r}) \\
&+ \int_S f_r(\vec{v}_{yx}, \vec{r}) Li(x \leftarrow y) G(x, y) dy \\
&+ \int_S f_t(\vec{v}_{y'x}, \vec{r}) Li(x \leftarrow y') G(x, y') dy'
\end{aligned} \tag{1.9}$$

où $G(x, y) = v(x, y) \frac{|\vec{v}_{xy} \cdot \vec{n}_x| |\vec{v}_{yx} \cdot \vec{n}_y|}{\|\vec{x}\vec{y}\|^2}$.

Équation de Fredholm de la seconde espèce L'équation (1.9) est une équation de Fredholm de la seconde espèce. Elle s'écrit formellement sous la forme :

$$f(t) = \lambda \int_a^b K(t, s) f(s) ds + g(t) \tag{1.10}$$

où f est la fonction inconnue, g une fonction donnée et $K(t, s)$ est une fonction de deux variables appelée le *noyau*.

Une méthode de résolution de base de ce type d'équation est la méthode de Nystrom, qui consiste à intégrer numériquement l'intégrale *i.e.*

$$f(t) = \lambda \sum_{j=1}^N w_j K(t, s_j) f(s_j) + g(t) \tag{1.11}$$

Puis pour résoudre cette équation, il faut évaluer l'équation (1.10) aux points de quadrature c-à-d les points utilisés pour l'intégration numérique :

$$f(t_i) = \lambda \sum_{j=1}^N w_j K(t_i, s_j) f(s_j) + g(t_i) \tag{1.12}$$

Ceci revient à trouver la solution du système de N équations linéaires ci-dessus, par exemple par les techniques de décomposition triangulaire standard (Press *et al.*, 1992) qui sont en $O(N^3)$. Puis on obtient la valeur de f en tout point t , par interpolation des valeurs de f aux N points de quadrature avec l'équation (1.11).

Le principe de résolution numérique de ce type d'équation est donc assez simple. Dans le cas du problème du bilan radiatif, les problèmes sont que N est toujours très grand et que le noyau K ne permet pas une intégration numérique simple. C'est pourquoi des méthodes spécialisées pour la résolution de l'équation (1.9), comme la méthode de radiativité, ont été développées en infographie et des méthodes stochastiques comme la méthode de Monte Carlo ont été appliquées à ce problème.

1.2.3 Interaction rayonnement–volume

Nous avons vu que la complexité de la résolution de l'équation du rendu provient notamment du très grand nombre de surfaces constituant un couvert végétal. Comme nous le verrons au §1.3.3, la description du couvert en surface pose aussi le problème de la caractérisation de ces surfaces. C'est pourquoi une autre approche est de considérer le couvert comme un milieu turbide ou semi-transparent (MST) *i.e.* comme un milieu continu, dans lequel sont réparties de façon homogène d'infimes particules diffusantes. Des exemples de MST sont les gaz (atmosphère) ou des milieux avec des particules en suspension (fumée, brouillard, cytoplasme d'une feuille).

De même que pour une surface, le rayonnement se propageant dans un MST peut être absorbé ou diffusé dans toutes les directions de l'espace. De plus le milieu émet de l'énergie en fonction de sa température (loi de Planck (1.2)).

On quantifie ces phénomènes en faisant le bilan énergétique d'un élément de volume, centré sur le point x et traversé par un rayonnement selon la direction ω (fig. 1.3).

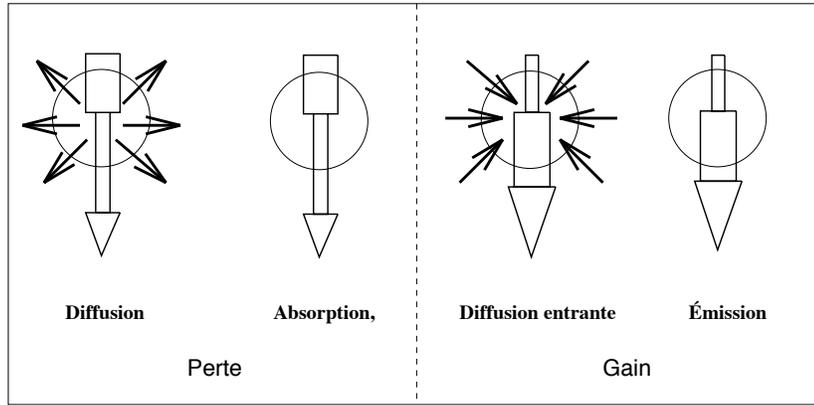


FIG. 1.3 – Variation de la luminance, lors de la traversée d'un volume élémentaire

Comme pour l'interaction surface-rayonnement, on introduit des coefficients qui quantifient les variations de luminance :

- $a_\lambda(x, \vec{r})$: le *coefficient d'absorption* tel que la variation de luminance due à l'absorption est $dL = a_\lambda L(x, \vec{r}) ds$, où ds est le chemin "parcouru" par le rayonnement, correspondant à la variation dL
- $\sigma_\lambda(x, \vec{r})$: le *coefficient de diffusion* tel que la variation de luminance due à la diffusion *i.e.* l'énergie incidente selon \vec{r} qui est diffusée dans toute les directions, est $dL = \sigma_\lambda L(x, \vec{r}) ds$.
- $\Phi_\lambda(x, \vec{r}' \rightarrow \vec{r})$: la *fonction de phase* normalisée qui caractérise la distribution directionnelle de l'énergie diffusée. Ainsi la luminance dans la direction \vec{r}' provenant de la diffusion du rayonnement incident selon \vec{r} vaut :

$$dL(x, \vec{r}') = \frac{\sigma_\lambda}{4\pi} \Phi_\lambda(x, \vec{r} \rightarrow \vec{r}') L(x, \vec{r}) ds$$

Comme Φ est normalisée, on a $\forall(x, \vec{r}), \int_{4\pi} \Phi_\lambda(x, \vec{r} \rightarrow \vec{r}') d\vec{r}' = 1$

- $\epsilon_\lambda(x, \vec{r})$: l'émissivité qui caractérise l'émission du milieu par rapport au corps noir (cf. §1.2.2).

En écrivant que la variation de luminance du rayonnement lors de la traversée d'un élément de volume est égale aux pertes et aux gains énergétiques décrits ci-dessus, on obtient l'équation du transfert radiatif (ETR) ou équation linéaire du transport de Boltzmann :

$$\vec{r} \cdot \vec{\nabla} L_\lambda(x, \vec{r}) = \underbrace{-a_\lambda(x, \vec{r}) L_\lambda(x, \vec{r})}_{\text{Absorption}} - \underbrace{\sigma_\lambda(x, \vec{r}) L_\lambda(x, \vec{r})}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{\epsilon_\lambda(x, \vec{r}) L_{b\lambda}(T, x, \vec{r})}_{\text{Émission}} + \underbrace{\frac{\sigma_\lambda(x, \vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} L_\lambda(x, \vec{r}') \Phi_\lambda(x, \vec{r}' \rightarrow \vec{r}) d\vec{r}'}_{\text{Diffusion "entrante"}} \quad (1.13)$$

où $\vec{\nabla}$ est l'opérateur hamiltonien qui vaut $\left(\begin{array}{c} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{array} \right)$

Dans le cas des milieux semi-transparentes, les coefficients de l'ETR peuvent être déterminés assez simplement par des mesures au laboratoire (Desvignes, 1991). Pour ces milieux, ces mesures sont facilitées par le fait que les coefficients ($a_\lambda, \sigma_\lambda, \epsilon_\lambda$) ne sont fonction que de la position x et invariants par rapport à la direction d'incidence. La fonction de phase dépend de l'orientation relative entre la direction d'incidence et la direction de rediffusion.

Ces propriétés ne sont plus vraies pour un couvert, car les phytoéléments ont une taille et une forme différentes des particules diffusantes. de surfaces orientées. Ainsi le coefficient de diffusion est différent pour un couvert planophile, pour une incidence de zéro degré et une incidence de quatre-vingt dix degré (fig. 1.4). Dans le cas du couvert ces coefficients

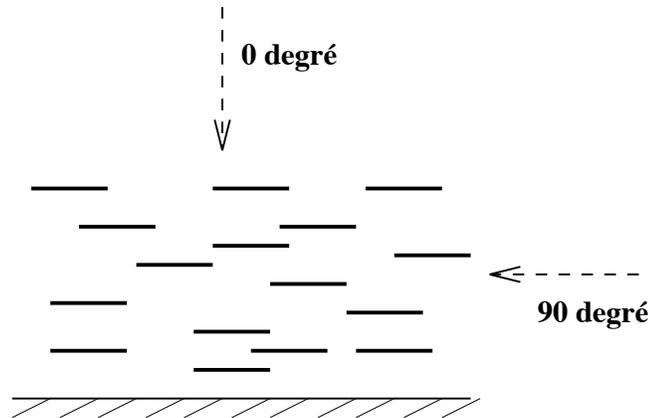


FIG. 1.4 – *Dépendance directionnelle des coefficients de l'ETR dans le cas du couvert* dépendent donc de la structure du couvert et des propriétés optiques des phytoéléments.

Nous détaillerons les calculs de ces coefficients dans le cas du couvert au §1.4.1. Nous y détaillerons aussi les méthodes de résolution numérique de cette équation.

Le bilan radiatif d'un système complexe comme le couvert végétal se calcule en combinant et intégrant les deux équations locales (1.13) et (1.6) sur ce système. Avant d'aborder le calcul de ce bilan, nous allons maintenant présenter les caractéristiques du système "couvert végétal".

1.3 Caractéristiques du couvert végétal

1.3.1 Sources radiatives

Soleil L'énergie solaire au sommet de l'atmosphère est très directionnelle. On assimile souvent le soleil à une source ponctuelle située à l'infini. Sous cette hypothèse, la géométrie de la source "soleil" est caractérisée seulement par une direction soit deux variables θ_s l'inclinaison *i.e.* l'angle entre la direction solaire et la verticale et ϕ_s l'angle azimutal. En toute rigueur le soleil est une source étendue ; le disque solaire correspond à un angle de 0.3 degré. Ceci est important pour modéliser les zones de pénombres.

Ciel L'énergie solaire avant d'atteindre le couvert traverse l'atmosphère, qui rediffuse une partie de cette énergie dans toutes les directions selon les processus détaillés au §1.2.3. La source "ciel" est décrite comme une distribution de luminance sur la voûte céleste. Cette source peut être décrite comme une fonction de la direction d'incidence *i.e.* une fonction de deux variables (θ_c, ϕ_c) . On néglige souvent la variation spatiale de cette distribution du fait des rapports de dimension entre la parcelle vue et le ciel.

Différents modèles décrivent cette fonction pour différents types de ciel : isotrope, couvert ou clair, comme par exemple le modèle de Zibordi et Voss (1989) et plus récemment celui de Grant *et al.* (1996).

Une façon commune de prendre en compte la distribution angulaire de luminance du ciel est de discrétiser la voûte céleste en un nombre fini de directions et de supposer constante la luminance dans l'angle solide associé à une direction (Sinoquet, 1989). Les modèles radiatifs considèrent alors le ciel comme un ensemble de sources collimatées.

Très souvent l'hypothèse d'un ciel isotrope est faite, car la caractérisation de la distribution angulaire de luminance est difficile. Ceci réduit la caractérisation des sources à quatre variables "mesurables" : un flux global incident, (généralement sous la forme de l'éclairement d'une surface horizontale placée au dessus du couvert), un rapport des flux soleil-ciel, aussi appelé *rapport direct-diffus* et la direction du soleil (θ_s, ϕ_s) .

1.3.2 Propriétés optiques dans les couverts végétaux

On considère généralement trois catégories de propriétés optiques, qui correspondent à celles du sol, des feuilles et des tiges. Pour un même couvert, des variations des caractéristiques de chaque groupe peuvent exister : composition du sol, différentes espèces végétales,

plantes malades ou sénescentes, ... Ces propriétés optiques varient spectralement et directionnellement.

1.3.2.1 Variations spectrales des propriétés optiques

Le spectre de réflectance du sol varie relativement faiblement et surtout régulièrement en fonction de la longueur d'onde. L'absorption du rayonnement est due à l'eau, à la matière organique, aux oxydes de fer, ... (cf. fig. 1.5).

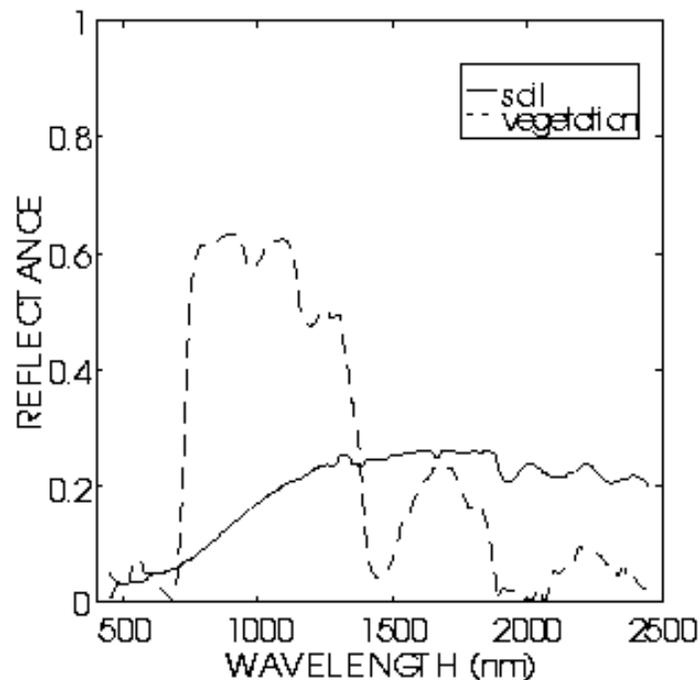


FIG. 1.5 – Spectre de réflectance caractéristique d'un sol et d'une feuille verte (d'après (Baret et al., 1994))

En revanche, le spectre d'une feuille (et d'une tige verte) présente une forte variation spectrale (cf. fig. 1.5) :

- Dans le visible (PAR) [0.4-0.7 μm] 2 à 3 % du rayonnement incident est réfléchi par la cuticule. Le reste de l'énergie incidente pénètre dans la feuille et interagit avec la structure interne et les composants de la feuille. Parmi ces composants, les pigments chlorophylliens absorbent fortement dans les bandes spectrales du rouge et du bleu.
- Dans le proche infrarouge (NIR) [0.7-1.3 μm], seulement 5% de l'énergie est absorbée, donc à peu près 95% de l'énergie est rediffusée. Cette caractéristique est une

contrainte pour la modélisation des échanges radiatifs ; il faut 45 interactions pour absorber 90% de l'énergie incidente. L'énergie captée par la plante dans cette bande influence sa photomorphogénèse, par l'intermédiaire des capteurs rouge clair-rouge sombre (Rc/Rs).

- Dans le moyen infrarouge (MIR) [1.3-2.6 μm], l'eau a des pics d'absorption et donc ρ et τ dépendent du contenu en eau de la feuille.

1.3.2.2 Directionnalité des propriétés optiques

Les éléments du couvert ne sont pas des objets lambertiens *i.e.* leurs propriétés optiques dépendent de la position de l'observateur.

Pour le sol, l'effet directionnel dépend de l'état de sa surface autrement dit sa rugosité. La porosité du sol est décrite par le paramètre de rugosité h (Hapke, 1986). Quand h est faible, le sol est quasiment lisse. Quand h est proche de 1, le sol est très rugueux. Deux phénomènes principaux influencent la directionnalité de la BRDF du sol : la réflexion spéculaire et le *hot spot*. La réflexion spéculaire est régie par les lois de Fresnel, qui devient importante quand le sol est lisse. Le hot spot correspond à une augmentation de la réflectance dans la direction d'incidence, principalement liées à une absence ou une très faible fraction d'ombre vue dans cette direction (Hapke *et al.*, 1996). Ce phénomène s'amplifie quand la rugosité du sol augmente (fig. 1.6))

Pour les feuilles, la BRDF est fonction de nombreux paramètres. Son état de surface (rugosité, pilosité, cuticule cireuse, ...) influence la composante spéculaire de la réflectance. La partie pseudo-diffuse de la BRDF d'une feuille est principalement due aux multiples diffusions générées par les discontinuités de l'indice de réfraction au niveau des interfaces air-paroi cellulaire. Elle provient aussi des discontinuités d'autres interfaces dans la feuilles et des diffusions de Rayleigh et de Mie dans le cytoplasme (Walter-Shea et Norman, 1991) (fig. 1.7).

Des compléments sur les propriétés optiques des feuilles et du sol seront trouvés dans (Guyot, 1988; Walter-Shea et Norman, 1991; Baret *et al.*, 1995).

Des modèles de propriété optique de sol *e.g.* SOILSPEC (Jacquemoud *et al.*, 1992) et de feuilles *e.g.* PROSPECT (Jacquemoud et Baret, 1990) permettent de générer les spectres de réflectance et de transmittance hémisphérique nécessaires aux modèles radiatifs à partir de paramètres biophysiques (concentrations en pigment, teneur en eau, rugosité, ...). SOILSPEC permet aussi de calculer la réflectance bidirectionnelle d'un sol. Pour la BRDF d'une feuille en revanche, le problème est encore ouvert, tant en mesure qu'en modélisation. Les travaux de Sanz (1994) à l'INRA d'Avignon permettent d'avoir un outil de mesure de la BRDF. L'utilisation de ces mesures dans un modèle d'échanges radiatifs de façon efficace (en terme de mémoire et de temps CPU) nécessite des développements spécifiques.

De manière à pouvoir simuler l'influence des propriétés optiques directionnelles sur les flux du couvert, nous avons utilisé une représentation simplifiée, qui consiste en une partie isotrope et une partie directionnelle dans un lobe gaussien pour le sol et les phytoéléments (*cf.* §3.5).

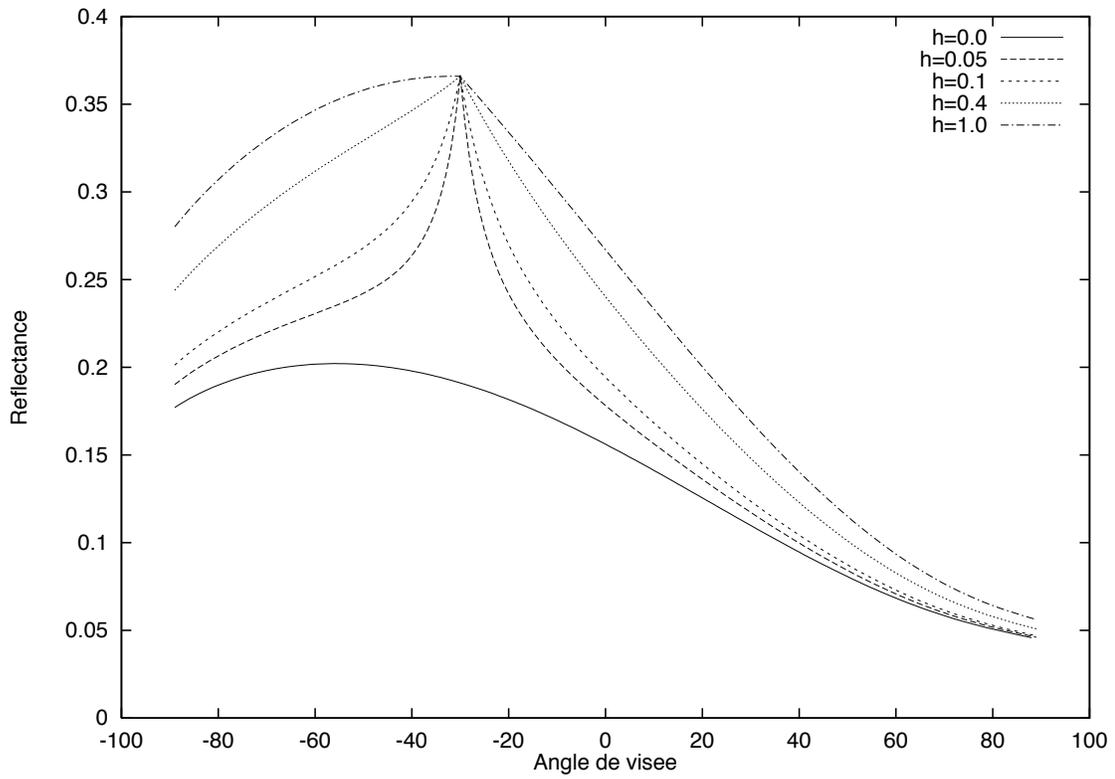
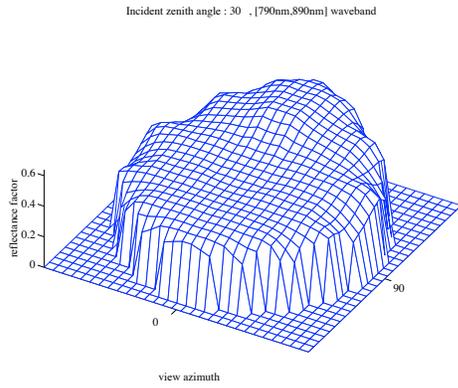
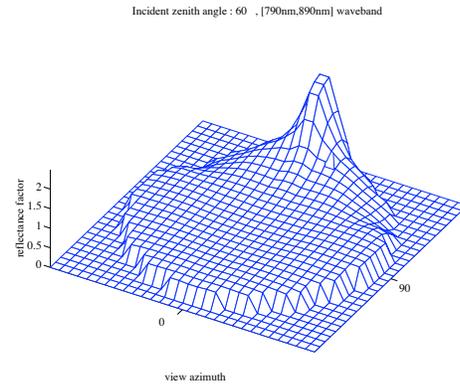


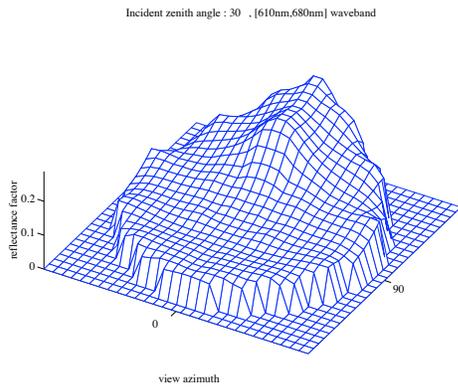
FIG. 1.6 – Effet de la rugosité sur la BRDF d'un sol argileux dans le plan principal, éclairé selon une inclinaison solaire de 30 degrés (d'après (Jacquemoud et al., 1992))



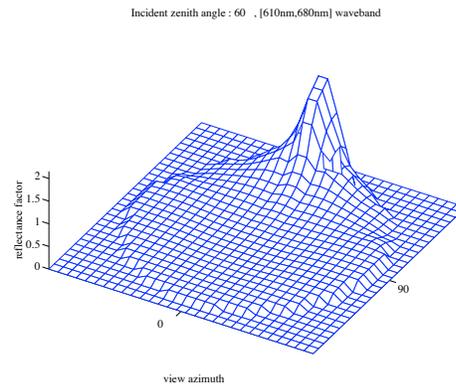
(a) Bande spectrale = 790-890 nm (NIR), $\theta_s = 30^\circ$



(b) Bande spectrale = 790-890 nm (NIR), $\theta_s = 60^\circ$



(c) Bande spectrale = 610-680 nm (rouge), $\theta_s = 30^\circ$



(d) Bande spectrale = 610-680 nm (rouge), $\theta_s = 60^\circ$

FIG. 1.7 – Directionnalité des propriétés optiques d'une feuille verte de maïs (d'après (Sanz, 1994))

1.3.3 Structure d'un couvert

La distribution spatiale et l'orientation des surfaces, qui interceptent le rayonnement sont des paramètres-clés du bilan radiatif. Cette structure du couvert se caractérise en fonction du type de modèle radiatif.

1.3.3.1 Paramètres des modèles volumiques

Pour appliquer la théorie du transport aux couverts végétaux, on fait l'hypothèse que les feuilles peuvent être assimilées à des diffuseurs infiniment petits, répartis aléatoirement dans l'espace. Dans le cadre des modèles volumiques, des paramètres statistiques de description ont été introduits, qui permettent de calculer les coefficients de l'ETR comme nous le verrons au §1.4.1. Ils décrivent la distribution spatiale, l'orientation, la taille et la forme des phytoéléments.

La *densité de surface foliaire* $u(x, y, z)$ représente la surface des feuilles présentes dans un élément de volume dV unitaire autour du point (x, y, z) . Cette fonction correspond à l'espérance mathématique de la distribution statistique décrivant la répartition moyenne des feuilles. Elle ne fournit pas d'informations sur la position relative des feuilles à l'intérieur de dV . Très souvent on ne prend en compte que la variation verticale de cette densité foliaire, ainsi $u(x, y, z) = u(z)$. On définit alors l'*indice foliaire cumulé* F ou LAI cumulé (Leaf Area Index) qui correspond à la surface des feuilles, comprises entre l'altitude z et le sommet du couvert z_t , normalisée par la surface du sol. On a donc :

$$F(z) = \int_{z'=z}^{z_t} u(z') dz'$$

L'orientation des surfaces foliaires intervient également dans le calcul du bilan radiatif. En effet l'éclairement d'une surface est fonction du cosinus de l'angle que fait sa normale avec la direction d'incidence (eq. 1.1). L'orientation détermine la surface projetée des phytoéléments sur un plan orthogonal à la direction de propagation du rayonnement *i.e.* sa capacité d'interception. Pour décrire l'orientation des phytoéléments, on définit la *distribution d'inclinaison foliaire* (Leaf Inclination Distribution Function [LIDF]). Cette fonction $g(\theta)$ donne la proportion de surface des phytoéléments, dont l'inclinaison est comprise entre θ et $\theta + d\theta$. Cette fonction réduit la description de l'orientation à l'inclinaison, car l'hypothèse d'une distribution uniforme en azimuth est généralement faite. De Wit (1965) classe les couverts par l'orientation de leurs feuilles en quatre types : *planophile*, *érectophile*, *plagiophile* et *extrémophile* (fig .1.8). Par la suite cette distribution fut décrite par des fonctions mathématiques, comme les fonctions ellipsoïdales (Campbell, 1986) ou des distributions Beta (Goel et Strebel, 1991), qui permettent de décrire quasiment tous les types de couvert. Une distribution d'inclinaison foliaire caractéristique de nombreux couverts végétaux est la LIDF *sphérique*. Cette LIDF décrit un couvert dont l'orientation des phytoéléments est telle qu'ils peuvent être placés sur la surface d'une sphère.

La fonction $u(x, y, z)$ est une valeur moyenne et donc n'indique pas comment se répartissent les feuilles dans le volume dV . C'est pourquoi Nilson (1971) a introduit la *dis-*

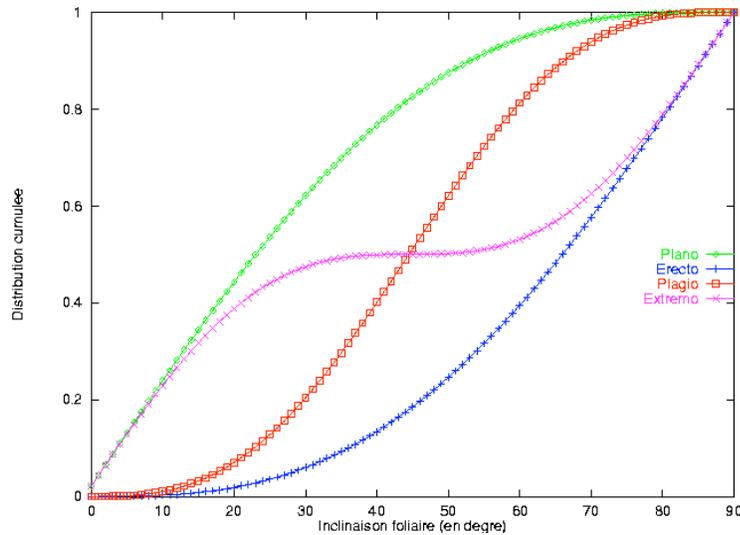


FIG. 1.8 – *Classification des couverts de de Wit*

persion foliaire qui prend en compte globalement les relations spatiales entre les feuilles. Cette dispersion quantifie l'écart de la distribution spatiale des feuilles par rapport à une distribution aléatoire. Cette notion est liée à la capacité d'interception d'un volume dV de feuilles, notamment car elle permet la prise en compte de l'ombrage mutuel. En effet le volume dV interceptera moins de lumière, si les feuilles qu'il contient sont regroupées au centre que si elles sont réparties uniformément dans tout le volume. Toutefois la plupart des modèles volumiques font l'hypothèse d'une dispersion foliaire aléatoire, du fait de sa simplicité de mise en œuvre et de la difficulté de mesurer au champ la dispersion réelle (Sinoquet et Andrieu, 1993).

L'hypothèse de feuilles infiniment petites ne permet pas de décrire exactement les échanges radiatifs dans le couvert. Certains phénomènes, comme le hot spot qui correspond à une augmentation de la BRDF du couvert dans la direction d'incidence, dépendent de la taille et de la forme de la feuille. Kuusk (1991) a introduit dans ce type de modèle la prise en compte du hot spot au premier ordre de diffusion, en introduisant un nouveau paramètre de structure, le *paramètre de hot spot* S_l , qui est fonction de la taille moyenne des feuilles, de leur forme et de la hauteur du couvert. Ce paramètre n'est pas toujours facile à estimer pour un couvert donné, comme nous le verrons au chapitre 4.

1.3.3.2 Paramètres des modèles surfaciques

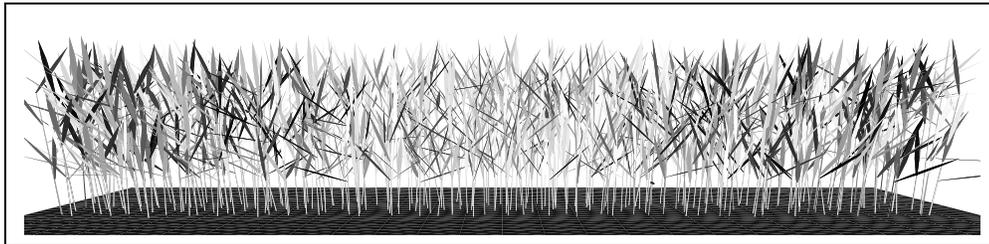
Pour les modèles surfaciques, le couvert doit être décrit comme un ensemble de surfaces. Cette description requiert beaucoup plus de paramètres que l'approche volumique. En effet il faut décrire chaque surface exhaustivement. Nous appellerons par la suite "maquette" ou "scène" l'ensemble de surfaces qui décrit le couvert. La mesure au champ ou la génération

par modèle de ces maquettes seront détaillées au §1.3.4.

Le couvert végétal est très différent en terme de *cohérence spatiale* des scènes utilisées en recherche infographique. En effet ces scènes, qui sont essentiellement des scènes architecturales, sont composées d'objets qui peuvent être de grande taille comme les murs et dont la répartition est moins homogène (fig. 1.9). Nous verrons que cette différence de structure est une des raisons des développements présentés dans ce mémoire.



(a) Scène infographique



(b) Couvert végétal

FIG. 1.9 – *Différence de structure entre une scène architecturale et un couvert végétal*

Une autre différence est que nous avons une scène “ouverte” c-à-d que le système “scène” échange de l'énergie avec l'extérieur.

1.3.4 Génération de “maquettes” de couvert

La surface des éléments du couvert est décrite par un ensemble de primitives géométriques. Pour décrire correctement cette surface, on peut utiliser des surfaces paramétriques comme les patches de Bezier ou les patches de Steiner (Coffman *et al.*, 1996). Toutefois l'utilisation de ces primitives n'est pas simple. C'est pourquoi ces surfaces sont souvent approchées par un ensemble de polygones. Pour bien décrire une maquette, un nombre important de polygones est nécessaire.

Nous allons maintenant présenter les méthodes de création de maquettes. Puis pour diminuer le nombre de primitives nécessaires, nous introduirons la notion de couvert *périodique infini*.

1.3.4.1 Création de maquettes

Une maquette peut être soit mesurée au champ, soit générée par des modèles statistiques ou dynamiques.

Digitalisation 3D Pour des petits volumes avec des formes assez simples, il est possible d'utiliser un digitaliseur 3D qui fournit une description géométrique d'un couvert (Mouliat et Sinoquet, 1993). Pour les simulations de validation, nous avons utilisé une maquette de 4 rangs de 5 plants de maïs digitalisés et reconstruits par Jean-Louis Drouet (1996).

Pour des couverts plus importants, des techniques de stéréovision peuvent être (Ivanov *et al.*, 1994, 1995). Ces techniques sont détaillées dans (Boissard *et al.*, 1995).

Modèles statistiques Un modèle statistique génère une maquette de couvert en tirant des paramètres de structure d'une plante (inclinaison foliaire, azimuth des feuilles, longueur des entre-nœuds, *etc*) selon des distributions de probabilité, mesurées sur le terrain (Prévot *et al.*, 1991; Espana *et al.*, 1997).

Nous avons utilisé un cas particulièrement simple de maquettes statistiques, où une feuille est décrite par un seul triangle. Ceci nous a permis de créer des maquettes, dont les caractéristiques sont proches des hypothèses des modèles radiatifs volumiques. La génération de ces maquettes a lieu en deux étapes. Tout d'abord nous tirons suivant les distributions choisies les triangles qui constituent le feuillage de telle façon que leur centre de gravité soit inclus dans un volume prédéfini. Puis nous ajoutons un sol plan à une altitude qui correspond au plus bas sommet des triangles du feuillage, de façon à éviter que des feuilles traversent le sol. Ce type de maquette permet des comparaisons entre modèles dans le domaine de validité de modèles volumiques. Elles permettent aussi d'isoler l'effet de certains paramètres, comme le LAI, la taille des feuilles ou la LIDF.

Leur caractère statique implique qu'elles supposent nulles les corrélations entre plantes, *i.e.* la mise en place d'une plante se fait indépendamment de celle des autres. Un effet de cette hypothèse est l'intersection possible entre deux feuilles. Une investigation est à mener pour savoir si cette hypothèse est une limitation forte à l'utilisation de ces méthodes. En effet cela pourrait conduire à des couverts dont les propriétés géométriques diffèrent sensiblement des couverts réels et ainsi induire un comportement radiatif différent, notamment en terme d'interception.

Modèles dynamiques La prise en compte de ces corrélations entre plantes n'est envisageable qu'avec un système dynamique reproduisant l'évolution temporelle de la structure. Une des voies empruntées pour générer l'architecture d'une plante repose sur des processus itératifs fonctionnant à partir de règles décrivant la succession d'apparition et de développement d'organes. Cette formalisation est celle utilisée par AMAP (CIRAD-GERDAT) et dans les modèles à base de L-système (Lindenmayer, 1968). Ces modèles dynamiques

sont potentiellement capables de prendre en compte les phénomènes de compétition entre plantes (Fournier, 1995; Mèch et Prunskiewicz, 1996) et donc de générer une structure réaliste (fig. 1.10).

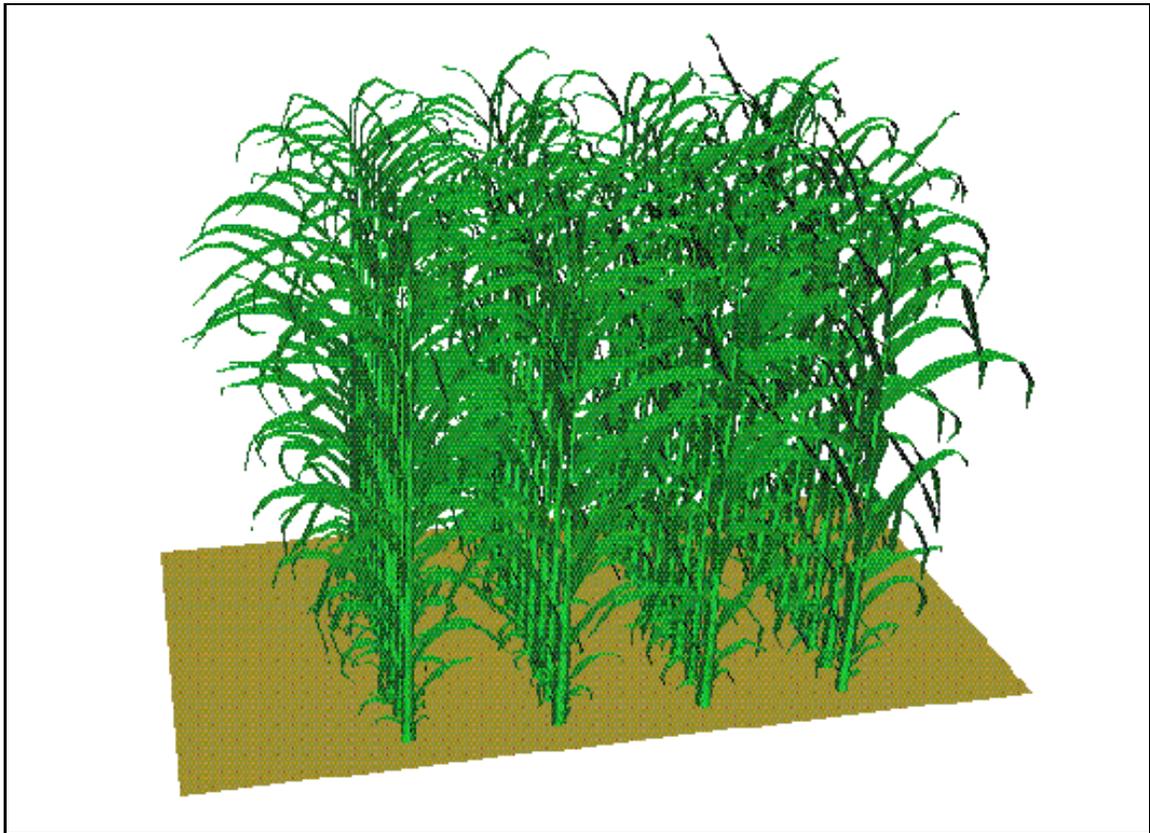


FIG. 1.10 – *Simulation d'une parcelle de maïs (Fournier, 1996)*

1.3.4.2 Simulation d'un couvert infini

Un couvert végétal peut être très étendu. Or les modèles de fonctionnement décrivant le couvert comme une populations de plantes interagissantes ne modélisent que le comportement d'une parcelle plus limitée. Pour calculer le bilan radiatif distribué nécessaire à ces modèles, nous pouvons donc scinder le couvert en deux parties : une partie correspondant à la parcelle modélisée pour laquelle nous devons calculer un bilan distribué précis et le reste du couvert entourant cette parcelle dont nous n'avons pas à calculer le bilan précis, mais dont nous devons prendre en compte les interactions radiatives avec celle-ci. Pour éviter les *effets de bord* liés aux contributions de ce couvert environnant et éviter d'avoir à traiter des maquettes de grande taille, nous simulons le cas d'un couvert *périodique infini*, dont le motif est la parcelle étudiée. Nous détaillerons aux chapitres 2 et 3 la prise en compte de tels couverts dans les modèles que nous avons développés. Ces modèles exigent

que la maquette soit inscrite dans un parallélépipède, telle que la réplique de celui-ci par translation donne un couvert infini périodique.

La création de ce motif à partir de la maquette de la parcelle doit être telle que le couvert périodique infini généré ait les mêmes propriétés de structure (LAI, LIDL, ...) que la parcelle étudiée. Pour cela nous appliquons le théorème d'échantillonnage statistique suivant (Stoyan *et al.*, 1995) :

Soit un ensemble de formes géométriques donné. Nous souhaitons prélever dans un volume donné un échantillon de ces formes, représentatif de l'ensemble. Pour cela la sélection d'une forme se fait en testant l'appartenance d'un point particulier de cette forme, appelé centroïde, au volume de l'échantillon.

Pour un milieu turbide où les feuilles sont représentées par un triangle, nous prenons comme centroïde le centre de gravité du triangle. Pour une maquette de plantes, nous avons choisi le collet¹.

Si une forme *e.g.* un triangle ou une plante a été retenue et que des parties de celle-ci sont en dehors du volume du motif, nous translatons celles-ci des dimensions du motif, de manière à ce qu'elles soient incluses dans le volume. Les dimensions du motif doivent être choisies supérieures à la taille maximale des formes, de façon à garantir l'équivalence de propriétés entre la parcelle et ce motif répété à l'infini. De plus dans le cas d'une maquette présentant une structure régulière, comme un couvert en rang, les dimensions du motif doivent être un multiple de cette structure régulière *e.g.* un multiple de l'inter-rang.

1.4 État de l'art des modèles radiatifs

Nous présentons maintenant les travaux existants sur la modélisation des échanges radiatifs dans les couverts végétaux, ainsi que les travaux en infographie pouvant s'y appliquer. Une description plus exhaustive mais ancienne de ces travaux en bioclimatologie se trouve dans (Goel, 1988; Myneni et Ross, 1991). Nous nous attacherons à montrer les limitations de ces modèles dans une optique de couplage avec des modèles de fonctionnement décrivant le couvert comme une population de plantes en compétition.

1.4.1 Approche milieu turbide

L'assimilation du couvert végétal à un milieu turbide est à la base de nombreux modèles en bioclimatologie. Elle est apparue plus récemment en infographie (Patmore, 1993).

Cette assimilation permet de décrire les échanges radiatifs grâce à l'équation du transfert radiatif (eq. 1.13). Cette équation est définie en un point de l'espace et pour une direction. Le bilan radiatif se calcule en résolvant cette équation en tout point du couvert et pour toutes les directions. Cette équation est du type intégral-différentielle. Elle ne peut se résoudre analytiquement que dans des cas triviaux. Dans le cas du couvert, le système est résolu numériquement. Cette résolution est difficile, car le terme intégral $(\frac{\sigma_\lambda(x;\vec{r})}{4\pi} \int_{4\pi} L_\lambda(x, \vec{r}') \Phi(x, \vec{r}' \rightarrow \vec{r}) d\vec{r}')$ et le terme différentiel $(\vec{r} \cdot \vec{\nabla} L(x, \vec{r}))$ ne portent pas sur les mêmes variables de la luminance, à savoir la position et la direction. Le schéma de

1. *Collet*: point situé à la limite de la tige d'une plante et de ses racines

résolution classique consiste à transformer le terme intégral en une somme finie, soit par un schéma de quadrature classique, soit en projetant l'équation sur une base de fonctions, comme les harmoniques sphériques. Ceci transforme l'équation en un système d'équations aux dérivées partielles résolu numériquement. Les sorties de ces modèles sont la distribution angulaire de la luminance en certains points de l'espace.

Nous présenterons un modèle complexe 3D faisant peu d'approximation, puis une approche qui permet de simplifier le problème par des hypothèses sur les caractéristiques du couvert.

Calcul des coefficients de l'ETR dans le cas des couverts végétaux Nous allons maintenant détailler le calcul des coefficients de l'équation de transfert dans le cas du couvert végétal.

Le coefficient d'extinction ($K_\lambda = a_\lambda + \sigma_\lambda$) correspond dans le couvert à la probabilité que le photon soit intercepté par une feuille (Ross, 1981) *i.e.*

$$K_\lambda(x, \omega) = u(x)G(x, \omega) \quad (1.14)$$

où $G(x, \omega)$ est un facteur géométrique qui définit la projection d'une unité de surface foliaire en x sur le plan perpendiculaire à la direction ω du photon :

$$G(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} g_L(x, \omega_L) |\omega \cdot \omega_L| d\omega_L \quad (1.15)$$

où $g_L(x, \omega_L)$ est la proportion de surface foliaire orientée selon ω_L , la fonction g_L est appelée LIDF (*cf.* §1.3.3).

Contrairement au cas d'un milieu semi-transparent isotrope, K_λ est fonction de l'incidence du rayon. Ceci complique la résolution numérique comme nous le verrons plus tard.

La part du rayonnement diffusé dans la direction étudiée ω est calculée de la même façon que K_λ , en pondérant par la LIDF l'action des feuilles de même orientation. La *fonction de phase* $\gamma_L(\omega_L, \omega' \rightarrow \omega)$ d'une feuille orientée selon ω_L correspond à la fraction d'énergie d'incidence ω' qui est diffusée par cette feuille dans la direction ω . Elle vaut :

$$\gamma_L(\omega_L, \omega' \rightarrow \omega) = \begin{cases} f_r(\omega', \omega) |\omega \cdot \omega_L| & \text{si } (\omega \cdot \omega_L)(\omega' \cdot \omega_L) < 0 \\ f_t(\omega', \omega) |\omega \cdot \omega_L| & \text{si } (\omega \cdot \omega_L)(\omega' \cdot \omega_L) > 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

L'énergie totale diffusée par les feuilles en x dans la direction ω se calcule ainsi :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} g_L(x, \omega_L) \left(\int_{4\pi} u(x) L(x, \omega') |\omega' \cdot \omega_L| \gamma_L(\omega_L, \omega' \rightarrow \omega) d\omega' \right) d\omega_L \quad (1.17)$$

Ce terme correspond au terme intégral de l'ETR.

Modèle 3D directionnel Nous présentons maintenant l'exemple d'un modèle complexe, ne faisant pas d'autres hypothèses que celles liées à l'approche milieu turbide (Myneni *et al.*, 1991). Ce modèle permet de calculer les hétérogénéités spatiales et directionnelles des flux dans le couvert, résultant des hétérogénéités de la distribution des diffuseurs et de leurs propriétés optiques non lambertiennes.

Ce modèle utilise la méthode des ordonnées discrètes, qui discrétise l'espace des directions en N directions et génère un système à N équations aux dérivées partielles. Dans le cas des milieux semi-transparents, le calcul des coefficients de l'ETR supposent une indépendance entre la direction d'incidence et celle de diffusion, appelée *invariance rotationnelle*. Ceci permet d'exprimer la dépendance angulaire des coefficients en fonction d'une seule variable, l'angle de phase entre les deux directions. Cette invariance n'est pas vraie dans le cas des couverts végétaux, du fait de la surface finie des diffuseurs. C'est pourquoi Myneni *et al.* (1991) utilisent la méthode du "noyau exact", qui calcule une matrice de transfert contenant la valeur de la fonction de phase du volume dV , pour chaque couple de directions discrètes (ω'_i, ω_j) .

Le système d'équations aux dérivées partielles résultant est résolu par la méthode des différences finies. Cette méthode consiste à subdiviser le couvert en une grille 3D, à calculer les variations de luminances dans un élément de cette grille à partir des équations du système, puis à résoudre itérativement le système obtenu, connaissant les flux aux bornes.

Une limite à ces modèles complexes est leur coût en temps calcul et en ressource mémoire, quand le niveau de discrétisation tant spatiale qu'angulaire croît (Chelle, 1993).

Modèles 1D isotropes Des modèles plus simples ont été développés à partir du modèle de Kubelka et Munk (1931), qui avait été établi pour les substances diffusantes (peintures, pigments, papier, ...). Ces modèles font l'hypothèse d'un couvert décrit par une *couche horizontale homogène et infiniment étendue*. Ceci permet de réduire le problème à un problème à une dimension, l'altitude. De plus le calcul des rediffusions est fait en supposant les flux rediffusés *isotropes*. Ceci permet d'éliminer le terme intégral de l'ETR, ce qui simplifie le problème.

Suits (1972) a repris ces travaux, en introduisant le calcul des coefficients dans le cas d'un couvert composé de feuilles horizontales et verticales. Verhoef (1984, 1985) dans son modèle SAIL² a étendu le modèle de Suits en traitant un couvert multicouche avec une LIDF quelconque.

Nous allons maintenant détailler ce modèle SAIL, car nous l'utiliserons par la suite pour calculer des profils verticaux de flux moyens dans le couvert et des BRDF de couvert. Pour chaque couche, on décrit les variations des quatre flux qui la traversent par un système de quatre équations différentielles linéaires, appelé "système de Suits". Ces flux sont les flux diffus hémisphériques montants E_{\uparrow} et descendants E_{\downarrow} de la théorie de Kubelka-Munk (1931), E_s le flux directionnel direct introduit par Duntley (1942) et E_o le flux directionnel dans la direction de l'observateur introduit par Suits (fig. 1.11).

$$dE_s = k E_s dL \quad (1.18)$$

$$dE_{\downarrow} = -s E_s dL + a E_{\downarrow} dL - \sigma E_{\uparrow} dL \quad (1.19)$$

$$dE_{\uparrow} = s' E_s dL + \sigma E_{\downarrow} dL - a E_{\uparrow} dL \quad (1.20)$$

$$dE_o = w E_s dL + v E_{\downarrow} dL + u E_{\uparrow} dL - K E_o dL \quad (1.21)$$

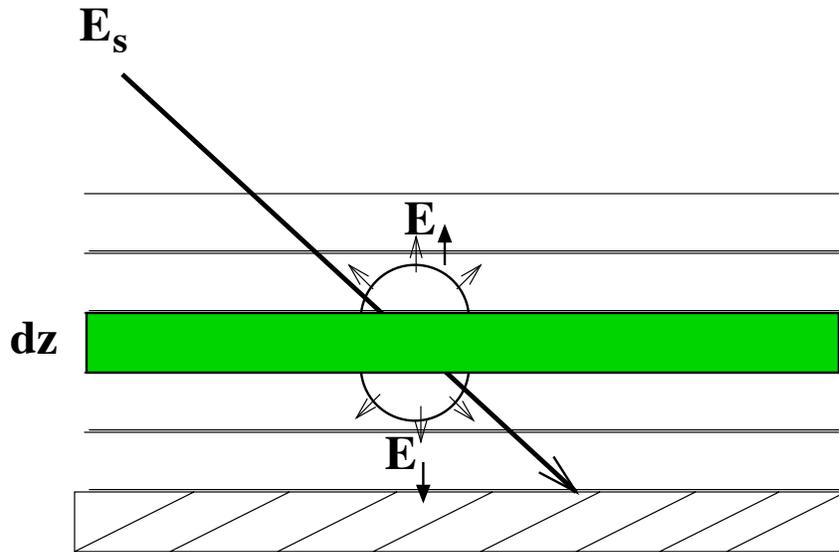


FIG. 1.11 – Géométrie associée au modèle SAIL

Cinq coefficients correspondent au système de Duntley : a un coefficient d'atténuation des flux diffus, σ un coefficient de rétrodiffusion du flux solaire (E_s) et k un coefficient d'extinction du flux solaire. Trois coefficients déterminent le flux dE_o introduit par Suits : w , u et v , qui sont respectivement les coefficients de diffusion de E_s , de E_{\uparrow} et de E_{\downarrow} dans la direction de visée. Enfin K est le coefficient d'extinction de E_o dans la direction de visée.

Ces coefficients sont calculés à partir de la densité de surface foliaire de la couche, de sa LIDF et des propriétés optiques des feuilles, ainsi que des angles d'incidence et de visée. L'extension à une couche contenant des feuilles orientées selon une LIDF quelconque se fait en discrétisant la LIDF en n classes et en calculant les coefficients du système comme une moyenne pondérée par la LIDF des coefficients calculés pour les n classes d'angle. Le calcul de ces coefficients est détaillé dans (Verhoef, 1984; Oliso, 1995) et dérive des mêmes types de calcul que ceux présentés au paragraphe précédent.

Une fois les coefficients de toutes les couches calculés, le système est résolu numériquement à partir des conditions limites qui assurent la continuité des flux entre le couvert et le milieu extérieur. Ces conditions limites sont définies par la réflectance du sol et par les flux solaires et célestes au sommet du couvert. La méthode de résolution numérique du système des $4N$ équations différentielles pour un couvert à N couche a été décrite par Verhoef (1985).

SAIL est très utilisé dans le domaine de la télédétection notamment pour calculer la réflectance bidirectionnelle du couvert. Cette BRDF se calcule à partir des valeurs de E_o pour plusieurs directions d'observation. Elle permet de prédire la valeur captée par

un satellite en fonction du rayonnement incident, de la direction de visée du satellite et des caractéristiques du couvert. SAIL a aussi été utilisé en inversion pour estimer des caractéristiques biophysiques du couvert à partir de données de télédétection (Baret *et al.*, 1996).

Limites de ces modèles

Prise en compte du hot spot La description statistique des feuilles par une densité surfacique interdit de modéliser les phénomènes où la taille et la forme de la feuille interviennent, comme le hot spot. Kuusk (1991) a proposé une prise en compte du hot spot limitée au calcul du premier ordre de la réflectance du couvert, qui a été reprise dans de nombreux modèles “milieu turbide” *e.g.* par Myneni *et al.* (1991) et par Andrieu *et al.* (1997).

Le principe de cette extension est le suivant. Pour plus de clarté, on introduit les concepts de *fréquence de trous* $P_0(\Omega)$, qui est la probabilité d’avoir un chemin libre dans la direction Ω vers le sommet du couvert en un point donné et de *fréquence bidirectionnelle de trous* $P_0(\Omega_1, \Omega_2)$, qui est la probabilité d’avoir simultanément deux chemins libres vers le sommet du couvert dans les directions Ω_1 et Ω_2 . Si le couvert est supposé homogène et la dimension des feuilles très petite, il n’y a pas de corrélation entre les directions d’incidence et de rediffusions *i.e.*

$$P_0(\Omega_1, \Omega_2) = P_0(\Omega_1) \cdot P_0(\Omega_2)$$

Or quand les feuilles ont une taille finie, ceci n’est plus vrai. En particulier, nous avons $P_0(\Omega_1, \Omega_1) = 1$, car si un rayon lumineux incident atteint un point, il est certain que le rayon lumineux rediffusé dans la direction d’incidence atteindra le sommet du couvert. C’est pourquoi Kuusk (1991) a introduit un facteur correctif C_{HS} , qui permet de traduire cette non-indépendance des probabilités ainsi :

$$P_0(\Omega_1, \Omega_2) = C_{HS} P_0(\Omega_1) \cdot P_0(\Omega_2)$$

Le calcul de ce coefficient dépend notamment du rapport entre la dimension caractéristique des feuilles d_l et la hauteur du couvert. Toutefois le calcul de ce coefficient en fonction du type de couvert n’est pas simple. C’est pourquoi différentes formules ont été proposées pour calculer C_{HS} et dl . Pour les comparaisons du chapitre 5, nous avons utilisé celle de Qin et Jupp (1993), qui consiste à estimer dl par la racine carré de la surface moyenne des feuilles. Ce paramètre de hot spot est plus souvent obtenu par ajustement sur des données expérimentales que déduit de la structure du couvert.

Agrégation Les phénomènes d’agrégation (Nilson, 1971) ont été peu introduits dans les modèles (Qin et Jupp, 1993) Leur prise en compte est limité au calcul de la pénétration du rayonnement direct. Ils n’ont pas été pris en compte pour le traitement des rediffusions. Le calcul ou la mesure du paramètre de dispersion est délicat (Sinoquet et Andrieu, 1993), car on ne sait pas le relier aux paramètres de structure du couvert, comme la taille des feuilles, la distance entre les éléments du couvert ou encore la taille des trous dans le

feuillage.

Ce type de modèle souffre donc de limitations intrinsèques qui sont la prise en compte des hétérogénéités de structure (dispersion foliaire, taille des feuille) et l'incapacité à fournir des flux distribués par organe.

1.4.2 Monte Carlo

1.4.2.1 Définitions

“La méthode de Monte Carlo se définit en assimilant la solution du problème étudié à un paramètre d'une hypothétique population et en utilisant une séquence de nombres aléatoires pour construire un échantillon de cette population à partir duquel un estimateur statistique de ce paramètre peut être obtenu” (Heermann, 1990).

Cette méthode donne un cadre de résolution numérique très général, sans contraintes théoriques et un cadre pour évaluer l'incertitude liée aux résultats. C'est pourquoi elle a été appliquée à une grande variété de problèmes ; un historique de cette méthode se trouve dans (Kalos et Whitlock, 1986; Burns *et al.*, 1990; Petritis, 1993).

L'échantillon doit être choisi tel qu'il minimise le biais et la variance de l'estimateur. Pour cela il existe des techniques mathématiques de réduction de variance qui se servent d'une information disponible *a priori* sur le système étudié pour générer l'échantillonnage. Nous allons présenter le principe de ces méthodes dans le cas de l'intégration numérique. Appliquons la méthode de Monte Carlo au calcul de l'intégrale I d'une fonction f sur sur $[a, b]$:

$$I = \int_a^b f(x)dx$$

Si x_1, \dots, x_n sont des nombres aléatoires indépendants, tirés selon $U(a, b)$, la loi uniforme associée à l'intervalle $[a, b]$, alors $f_i = f(x_i)$ sont des variables aléatoires indépendantes d'espérance mathématique égale à I .

Un estimateur de I est :

$$\langle I \rangle = (b - a) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \quad (1.22)$$

Il est sans biais *i.e.* $E(\langle I \rangle) = I$ et a pour variance :

$$V(\langle I \rangle) = \sigma^2 = \frac{1}{n(b - a)} \int_a^b (f(x) - I)^2 dx \quad (1.23)$$

Un estimateur de cette variance est :

$$\langle \sigma^2 \rangle = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f^2(x_i) - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i) \right)^2}{n(b - a)} \quad (1.24)$$

L'équation (1.24) nous montre que la variance de la méthode de Monte Carlo décroît selon \sqrt{n} . Des *techniques de réduction de variance* permettent d'accélérer la convergence. Parmi celles-ci, on peut citer :

- l'*échantillonnage stratifié*, qui consiste à estimer la somme de sous-intégrales en décomposant I en m intégrales :

$$I = \int_a^{t_1} f(x)dx + \int_{t_1}^{t_2} f(x)dx + \dots + \int_{t_{m-1}}^b f(x)dx$$

- l'*échantillonnage par importance* consiste à tirer les x_i en fonction de f ou d'une fonction "proche" de f , g , telle que f/g soit la plus constante possible. En effet, pour un même nombre d'échantillons, la variance associée à l'estimateur de l'intégrale d'une fonction quasi-constante est moins forte que celle d'une fonction à forte variation. Ainsi I se réécrit :

$$I = \int_a^b \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) g(x)dx$$

Si l'on choisit g telle qu'elle ait les propriétés d'une densité de probabilité, le nouvel estimateur de I s'écrit :

$$\langle I \rangle = (b - a) \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{f(\mu_i)}{g(\mu_i)}, \text{ où } \mu_i \text{ est tiré selon } g \quad (1.25)$$

D'autres techniques de réduction de variance se trouvent dans (Hammersley et Handscomb, 1964; Rubinstein, 1981; Kalos et Whitlock, 1986; Lafortune, 1996)

1.4.2.2 Applications aux échanges radiatifs

La méthode de Monte Carlo pour estimer le bilan radiatif d'un couvert consiste à simuler le trajet de photons dans la scène ou, selon Ross et Marshak (1991), à simuler "la chaîne de Markov aléatoire des collisions entre les photons et le substrat".

Tanaka (1969) fut le premier à appliquer cette méthode au couvert végétal; il l'utilisa pour calculer les zones éclairées d'un champ de tabac. En 1976, Szwarchbaum et Shaviv (1976) l'ont appliquée aux calculs des flux radiatifs dans le couvert. Toutefois leur modèle utilisait une description statistique de la structure. Les flux calculés étaient donc des flux moyennés spatialement et non des flux distribués aux organes végétaux. Ross et Marshak (1988, 1991) présentent un lancer de rayons stochastique dans un couvert explicitement décrit *i.e.* comme un ensemble fini de surfaces. Ce modèle conçu pour estimer la réflectance de couvert était limité à un couvert géométriquement simple, mais il pose les bases de l'application de la méthode de Monte Carlo aux calculs des flux distribués dans le couvert, que nous décrirons dans le paragraphe suivant.

Les améliorations du lancer de rayons stochastique faites en infographie, tant sur l'algorithme du tracé de rayons qu'au niveau des optimisations statistiques, ont permis d'étendre le modèle de Ross et Marshak (1988) au traitement de géométries plus complexes. Ainsi Dautzat et Hauteœur (1991) ont simulé les transferts radiatifs dans des maquettes créées

par le logiciel AMAP du CIRAD (palmeraie, mil), pour générer la réflectance bidirectionnelle du couvert. Dans sa thèse, Govaerts (1995) a développé un lancer de rayons stochastique qui traite les interactions surfaciques et volumiques, comme (Pattanaik, 1993), pour simuler les transferts radiatifs dans le couvert (Govaerts et Verstraete, 1994) mais aussi dans la feuille (Govaerts *et al.*, 1995). Son modèle permet de calculer la BRDF d'un couvert, mais aussi les profils de flux moyens, ce qui répond aux besoins de son laboratoire qui travaille sur la télédétection. Pour avoir un modèle performant, le modèle a été parallélisé selon une technique par passage de messages, en supposant une architecture de processeurs parallèles à mémoire distribué.

Principe du lancer de rayons stochastique En supposant un milieu radiativement passif entre les surfaces, la propagation des photons est rectiligne entre chaque interaction avec les éléments du couvert. L'algorithme consiste donc à suivre le "devenir" de photons (*cf.* alg. 1).

La simulation du trajet d'un rayon débute par le tirage aléatoire de ses paramètres initiaux : ce rayon provient-il du ciel ou du soleil, quelle est sa direction et son point de départ, quel est son poids (proportion d'énergie) ?

On détermine ensuite le point d'intersection le plus proche de la droite, définie par la direction et le point de départ du rayon, avec l'ensemble des surfaces décrivant le couvert.

L'interaction entre le rayon et la surface intersectée comprend le calcul de la direction de propagation à partir de la BRDF de la surface et la mise à jour du poids du rayon en fonction de l'absorptance de la surface.

La boucle – calcul du point d'intersection, mise à jour du poids et calcul de la nouvelle direction de propagation – se termine quand le rayon sort de la scène ou que son poids devient inférieur à un seuil donné.

Lorsque le rayon sort de la scène, on stocke son poids dans un tableau, qui permettra de calculer la BRDF du couvert à la fin de la simulation. L'adresse de l'élément du tableau dans lequel le poids est cumulé est calculé à partir de la direction du rayon.

Optimisation du tracé de rayons Pour pouvoir traiter des scènes importantes, des optimisations dans la mise en œuvre de cet algorithme ont été développées essentiellement en infographie.

L'algorithme du *tracé de rayons*, qui propage un rayon dans une scène tridimensionnelle jusqu'à ce qu'il intersecte une des primitives de la scène, a été très étudié (Glassner, 1989; Arvo et Kirk, 1989; Foley *et al.*, 1990). Le temps de calcul de cet algorithme provient de deux éléments : les *tests d'intersection* et la *propagation du rayon* dans l'espace 3D. Pour minimiser le nombre de tests d'intersection, des structures de données complexes sont utilisées. Ces structures impliquent un algorithme de propagation plus complexe et donc plus lent. Le temps lié aux tests d'intersection est fonction du nombre de tests à effectuer et du coût d'un seul test. Le coût d'un test d'intersection avec un polygone³ est faible, car l'algorithme a été très optimisé (Snyder et Barr, 1987). En revanche le nombre

3. Ce temps est conséquent pour des surfaces paramétriques (Sederberg, 1984; Barth et Stürzlinger, 1993)

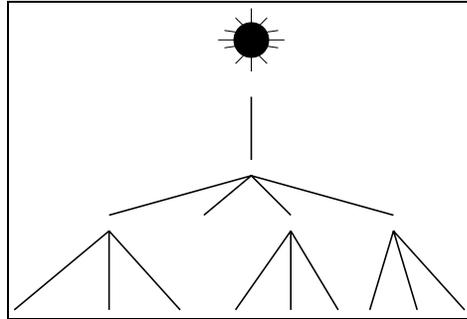
Algorithme 1 Suivi de rayons

```
Lecture des paramètres du modèle
pour  $i=0$  à  $n$  faire
  Tirage aléatoire de la direction de départ en fonction des sources radiatives
  Dehors = faux
  répéter
    si rayon.intersection() == vrai alors
      Calcul de la direction de rediffusion en fonction de la BRDF de la surface
      intersectée
      Mise à jour des flux distribués de la surface intersectée
      Mise à jour des variables associées au rayon (origine, direction, poids)
    sinon
      Dehors = vrai
    fin si
  jusqu'à (rayon.poids < seuil) ou (Dehors == vrai)
  Mise à jour de la BRDF du couvert en fonction de la direction et du poids du
  rayon
fin pour
```

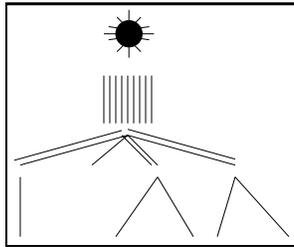
de tests d'intersection à effectuer est important. Pour diminuer ce nombre de tests, l'idée est de subdiviser l'espace de la scène en régions et de ne tester que les zones qui sont traversées par le rayon. De nombreux travaux ont porté sur la subdivision de la scène : grille régulière ou subdivision adaptative. La grille régulière n'est pas optimale en terme de subdivision, mais la structure de donnée associée – tableau 3D – permet un algorithme de propagation incrémental (Amanatides et Woo, 1987). La subdivision adaptative permet, par une subdivision récursive de la scène, de prendre en compte l'hétérogénéité spatiale de la scène. Elle génère des structures de données plus complexes de type arbre (octree, BSP tree). L'algorithme de propagation du rayon utilisant ces structures est plus coûteux notamment à cause de la complexité des recherches de voisinage spatial.

Stratégie d'échantillonnage 3D C'est pourquoi des travaux ont porté sur la réduction du nombre de rayons à tracer. Un ensemble de travaux peuvent se regrouper sous le terme de “*stratégie d'échantillonnage* de l'espace 3D” du photon. L'énergie d'un rayon lumineux après une interaction avec la lumière est diffusé dans toutes les directions *i.e.* un rayons lumineux se scinde en une infinité de rayons. Ainsi le trajet d'un rayon dans la scène peut se schématiser sous la forme d'un arbre de rayons, où un nœud représente une interaction avec une surface (fig. 1.12(a)) et une feuille correspond soit à une interaction avec un corps noir ($a_\lambda = 1$), soit à une sortie de la scène. Cette arbre a une dimension trop importante pour être parcouru intégralement. Les différentes stratégies d'échantillonnage consiste à ne décrire qu'une partie de cet arbre en donnant une importance différente aux différentes parties de l'arbre.

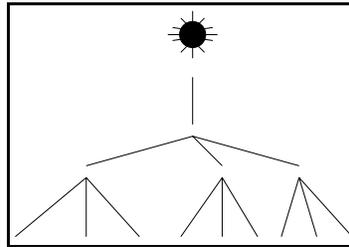
La simulation de Monte Carlo de base correspond à un suivi de photons ; à chaque



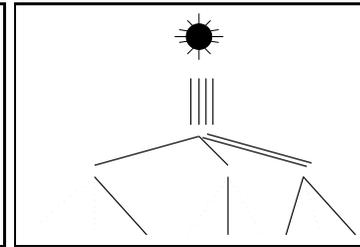
(a) Arbre de rayons



(b) Sans capture implicite



(c) Splitting



(d) Sans splitting

FIG. 1.12 – Stratégie d'échantillonnage de l'espace 3D

interaction avec une primitive, ce photon est soit absorbé, soit rediffusé, en fonction de l'absorptance de celle-ci. Avec ce schéma, l'estimation correcte de la répartition d'énergie d'une primitive (absorbée, rediffusée) implique que la primitive est interceptée un grand nombre de rayons. Pour déterminer cette répartition pour un ordre élevé de rediffusion, il faut lancer un très grand nombre de rayons primaires (fig. 1.12(b)).

Pour éviter cela, il existe la technique de *capture implicite* (Lewis et Miller, 1984), qui consiste à ne plus propager une entité photon mais une énergie sous forme d'un poids. À chaque interaction, ce poids est multiplié par $(1 - a\lambda)$. Cette méthode a de meilleures propriétés statistiques pour l'estimation des flux d'ordre supérieur (Arvo et Kirk, 1990). Dans l'arbre de rayons de profondeur infinie, cette méthode implique qu'un rayon se propage tant que son poids n'est pas nul. Or la contribution aux flux totaux des flux d'ordre très élevé est marginale. Il faut donc arrêter le rayon quand son poids devient inférieur à un seuil. La méthode de la *roulette russe* permet l'arrêt d'un rayon de poids non nul sans introduire de biais. Nous détaillerons cette méthode au chapitre 3.

Le choix du parcours de l'arbre dépend des sorties attendues. Ainsi pour bien décrire cet arbre, la méthode du "splitting" est adaptée. Elle consiste à chaque interaction à lancer n rayons pour chaque rayon incident, afin d'échantillonner l'hémisphère de rediffusion (fig. 1.12(c)). Un rayon primaire génère alors n^i rayons pour échantillonner les rediffusions d'ordre i . Donc plus l'ordre de rediffusion est élevé, plus on génère de rayons. Si la précision des flux d'ordre élevé n'est pas prioritaire, mais que l'on souhaite avoir une précision similaire pour tous les ordres de rediffusion, il est plus intéressant (Arvo et Kirk, 1990) de ne générer qu'un rayon à chaque rediffusion, comme l'a fait Kajiyama (1986) dans ce qu'il nommait le *path tracing*.

Techniques de réduction de variance spécifiques Nous avons présenté au début de cette section des techniques de réduction de variance applicables à toute simulation de Monte Carlo. D'autres techniques propres au lancer de rayons stochastique ont été développées en infographie.

Toute méthode de Monte Carlo peut être vue à la fois, comme une "simulation naturelle", ainsi que nous venons de le présenter, mais aussi comme la résolution des équations qui formalisent le problème (Kalos et Whitlock, 1986). Dans le cas des échanges radiatifs entre surfaces, cela revient à résoudre l'équation de Fredholm (1.6). Le caractère récursif de cette équation nécessite une série d'intégration par Monte Carlo, qui vont décrire l'arbre de la figure 1.12(a). Cette vision mathématique du problème a permis d'introduire de nouvelles optimisations pour réduire la variance, à partir de l'étude des propriétés de l'équation (1.6). Par exemple, Lafortune (1996) et Dutré (1996) ont développé de nouvelles techniques de réduction de variance, comme par exemple l'*estimation du prochain événement*.

Dans le cas du couvert, cette technique pourrait être utilisée ainsi : si l'on souhaite simuler l'image d'une caméra, la variance associée à chaque pixel de l'image sera grande, car peu de rayons atteindront l'objectif de la caméra. Avec la méthode d'estimation du prochain événement, à chaque interaction avec un diffuseur, deux rayons sont lancés, un dont la direction est fonction de la BRDF du diffuseur et un vers la caméra.

Ces techniques ont été étudiées pour la génération d'images photo-réalistes. L'application de ces méthodes aux flux du couvert est un sujet ouvert, car une technique de réduction de variance peut améliorer l'estimation d'une variable au détriment d'une autre. Contrairement à l'infographie, nous souhaitons estimer plusieurs types de sorties (flux distribués, flux moyens) avec la même précision. Une méthode prometteuse pour ce genre de problème semble être la *combinaisons d'estimateurs* (Veach et Guibas, 1995), dont le principe est d'utiliser plusieurs estimateurs différents, ayant des variances variant en fonction des paramètres du modèles, comme la BRDF des phytoéléments ou la géométrie de la scène, de manière à avoir une variance globale minimum, quelque soit la valeur de ces paramètres.

La méthode de Monte Carlo permet de simuler les échanges radiatifs dans tous les types de couverts végétaux. Toutefois, malgré tous ces travaux, la méthode de Monte Carlo reste très coûteuse en temps calcul sur une machine séquentielle. Ces temps de calcul sont trop importants dans le cadre d'un couplage avec un modèle de fonctionnement, car nous ne disposons pas comme Govaerts (1995) d'une machine parallèle.

1.4.3 Radiosité

L'autre voie de résolution de l'équation du rendu est une méthode dérivée de la méthode des éléments finis, la méthode de radiosité, qui a été très étudiée ces dernières années en infographie (Cohen et Wallace, 1993; Sillion et Puech, 1994).

1.4.3.1 Principe de la radiosité

Définition Résoudre l'équation du rendu (1.6) consiste à déterminer la luminance pour l'ensemble des points des surfaces de la scène et dans toutes les directions de l'hémisphère associée à chaque surface. Cela revient donc à déterminer les valeurs d'une fonction dans un espace à cinq dimensions. Pour diminuer la complexité spatiale, les surfaces sont subdivisées en éléments appelés *carreaux*, de telle façon que les propriétés optiques et les flux puissent être supposés constants en tout point d'un carreau. Pour diminuer la complexité liée à la directionnalité des flux, on suppose les surfaces lambertiennes. Cette hypothèse forte permet de décrire les flux diffusés par une surface non plus par une distribution hémisphérique de luminance, mais par un scalaire, la radiosité.

En faisant ces approximations l'équation du rendu se simplifie en l'équation de radiosité (Christensen, 1995) [fig. 1.13]:

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_j B_j F_{ij} + \tau_i \sum_{j'} B_{j'} F_{ij'} \quad (1.26)$$

où

- B_i est la radiosité du carreau i ,
- E_i est l'émittance propre du carreau i

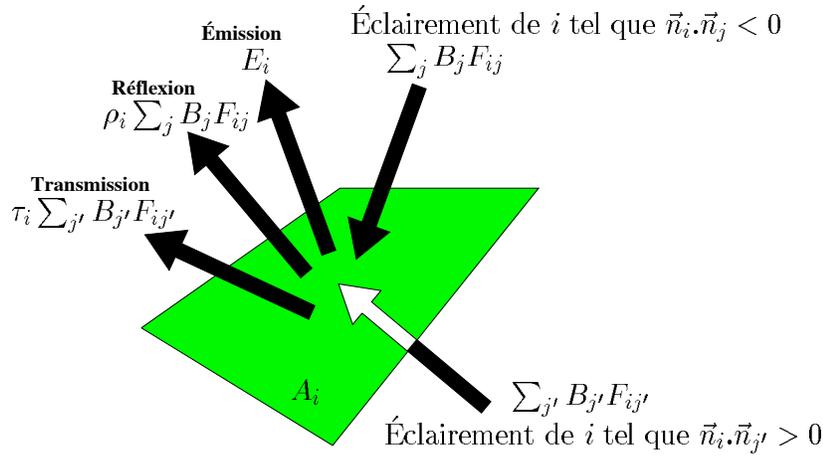


FIG. 1.13 – Bilan radiatif d'un carreau (cf. eq. 1.26)

- ρ_i est la réflectance directionnelle-hémisphérique du carreau i et τ_i sa transmittance,
- F_{ij} est le *facteur de forme* (FF) entre i et j , qui exprime la proportion d'énergie qui quitte le carreau i et atteint j .
- les carreaux j éclairent le carreau i et les carreaux j' éclairent l'autre face du carreau i .

L'équilibre radiatif des éléments du couvert se traduit donc par autant d'équations de radiosité que de carreaux et peut être représenté par un système linéaire :

$$\begin{bmatrix} 1 - \chi_1 F_{11} & -\chi_1 F_{12} & \cdots & -\chi_1 F_{1N} \\ -\chi_2 F_{21} & 1 - \chi_2 F_{22} & \cdots & -\chi_2 F_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\chi_N F_{N1} & -\chi_N F_{N2} & \cdots & 1 - \chi_N F_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

où χ_i vaut ρ_i si le carreau j de normale \vec{n}_j éclaire le carreau i de normale \vec{n}_i directement et τ_i si le carreau j éclaire le carreau i par transparence :

$$\chi_i = \begin{cases} \rho_i & \text{si } (\vec{n}_i \cdot \vec{n}_j) < 0 \\ \tau_i & \text{si } (\vec{n}_i \cdot \vec{n}_j) > 0 \end{cases} \quad (1.28)$$

La méthode de radiosité consiste à calculer la matrice de facteurs de forme entre les carreaux puis à résoudre le système linéaire (1.27).

Calcul du facteur de forme Le calcul des facteurs de forme représente la majeure partie du temps de simulation. En effet s'il y a N carreaux dans la scène, il y a N^2 facteurs de

forme à calculer. Ce facteur de forme s'exprime par une double intégrale surfacique sur les deux carreaux (fig. 1.14) :

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} v(dA_i, dA_j) \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi d^2(dA_i, dA_j)} dA_j dA_i \quad (1.29)$$

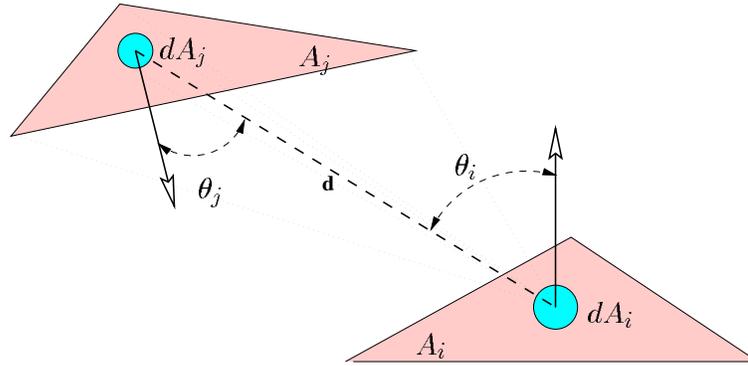


FIG. 1.14 – Géométrie associée au facteur de forme

Du fait de l'importance du calcul de ce facteur de forme, la bibliographie le concernant est très vaste.

Les *méthodes analytiques* permettent de calculer *exactement i.e.* sans approximation le facteur de forme entre deux polygones (Schröder et Hanrahan, 1993). Mais elles supposent l'inexistence d'occultation entre polygones, ce qui limite considérablement leur domaine d'utilisation.

Pour calculer les facteurs de forme de scènes présentant des occultations, deux voies sont possibles : une *approche locale* et une *approche globale*.

Approche locale L'approche locale consiste à calculer les FF entre un carreau et les autres *i.e.* à déterminer N facteurs de forme. Ceci doit être fait successivement pour les N carreaux de la scène. Pour évaluer la fonction de visibilité entre deux carreaux, deux techniques sont possibles : le tracé de rayons et la projection.

L'utilisation du tracé de rayons consiste à calculer la double intégrale (1.29) par la méthode de Monte Carlo (Maxwell *et al.*, 1986; Wallace *et al.*, 1989; Languéno, 1994), ce qui est relativement coûteux.

L'autre approche repose sur l'*analogie de Nusselt*, qui dit que le facteur de forme entre un élément de surface dA_i et une surface finie A_j est le même pour toute surface A'_j qui est vue sous le même angle solide dans la même direction qu' A_j (fig. 1.15). La projection perspective A'_j de A_j en prenant dA_i comme centre de projection a le même facteur de forme que A_j , quelque soit la surface de projection. Ainsi, en projetant tous les A_j sur une surface discrétisée et en appliquant un tampon de profondeur, on détermine les pixels

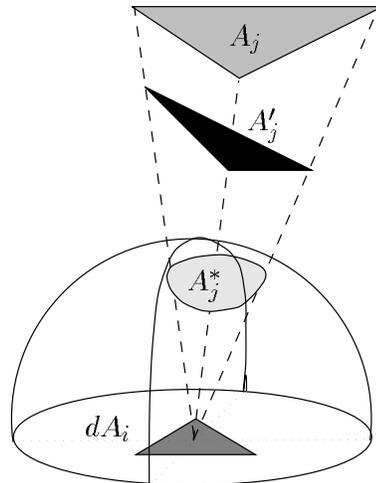


FIG. 1.15 – *Analogie de Nusselt*

qui correspondent aux parties visibles de A_j . Connaissant le facteur de forme entre dA_i et les pixels de la surface de projection et en utilisant la propriété d'additivité des FF, on calcule les facteurs de forme F_{ij} .

Les premières surfaces de projection retenues furent un hémicube (Cohen et Greenberg, 1985), puis un plan (Sillion et Puech, 1989), utilisant ainsi les algorithmes performants voire câblés de projection perspective avec tampon de profondeur. Ces méthodes génèrent un échantillonnage du plan de projection, qui n'est optimal pour le calcul des facteurs de forme.

Pour éviter ces problèmes, Borel *et al.* (1991), Spencer (1992) et Renaud *et al.* (1995) projettent sur une hémisphère discrétisée. Cette méthode est un bon compromis entre la vitesse due aux méthodes projectives et la précision liée à l'adéquation de l'échantillonnage. Toutefois la discrétisation de la surface de projection entraîne des erreurs dans le calcul du FF, liées à l'aliasage (Baum *et al.*, 1989). Pour éviter ces problèmes, Bellis (1995) propose une méthode de projection sur l'hémisphère sans discrétisation, en construisant des polygones d'occlusion pour chaque primitive projetée et en calculant les FF à partir de ces polygones. Les polygones d'occlusion permettent de déterminer les parties visibles des surfaces.

Malgré les problèmes liés à la discrétisation, nous avons adopté la méthode de Renaud *et al.* (1995) pour notre radiosité mixte, car elle permet de calculer aussi les coefficients nécessaires au couplage avec le modèle volumique, contrairement à la méthode de Bellis (1995)

Approche globale Le problème de l'approche locale est qu'elle oblige à avoir une boucle de calcul des FF sur tous les carreaux. La complexité du calcul des N^2 FF est donc en $O(N \times \text{complexité du calcul des FF d'un carreau})$, ce qui n'est pas le plus optimal. Par exemple si deux carreaux sont très proches, leurs FF vont être similaires. Or une méthode locale ne prend pas en compte cette proximité et réitérera deux fois les mêmes calculs. Plus généralement la localité de la méthode lui interdit de prendre en compte les cohérences de la scène. Pour s'abstraire de ces problèmes, Goel *et al.* (1991), puis partant de travaux en géométrie intégrale, Sbert (1993) et Pellegrini (1995) proposent une approche globale. D'un point de vue informatique, ces méthodes peuvent être vues comme une inversion de l'ordre des boucles dans l'algorithme de calcul. Dans l'approche locale, cet algorithme a la structure suivante :

```

pour chaque primitive  $A_i$  faire
  pour chaque direction de l'hémisphère  $\Omega$  faire
    Trouver la primitive  $A_j$  la plus proche de  $A_i$  dans la direction  $\Omega$ 
    Incrémenter  $F_{ij}$  du facteur de forme, correspondant à la direction  $\Omega$ 
  fin pour
fin pour

```

Dans l'approche globale, il devient :

```

pour chaque direction de l'hémisphère  $\Omega$  faire
  pour chaque primitive  $A_i$  faire
    Trouver la primitive  $A_j$  la plus proche de  $A_i$  dans la direction  $\Omega$ 
    Incrémenter  $F_{ij}$  du facteur de forme  $dF_{ij}^\Omega$ , correspondant à la direction  $\Omega$ 
  fin pour
fin pour

```

Le gain de cette approche provient du fait que les calculs lourds de détermination des parties visibles se font en traitant la scène globalement et non plus primitive à primitive. Le calcul des dF_{ij}^Ω est fait soit par projection parallèle (Goel *et al.*, 1991), soit par tracé de rayons (Sbert, 1993; Pellegrini, 1995). Cette méthode nouvelle est attrayante. Toutefois l'échantillonnage qui est fait pour déterminer les directions pour calculer les dF_{ij}^Ω peut générer des problèmes d'aliassages importants, surtout pour des scènes à faible cohérence spatiale. C'est pourquoi nous avons retenu une méthode locale pour notre approche.

Résolution du système linéaire L'inversion de la matrice ne pose pas de problème, lorsque le nombre de carreaux N est faible. En revanche quand N croît, il n'est plus possible de stocker toute la matrice. La résolution se fait donc selon des schémas itératifs (Gauss-Seidel, Southwell), qui n'ont besoin à chaque itération d'avoir en mémoire qu'une ligne ou qu'une colonne de la matrice. L'utilisation de schémas itératifs de résolution ne pose pas de problème de convergence, car la matrice (1.27) est *diagonalement dominante*, d'après les propriétés optiques ($\rho_i + \tau_i \leq 1$) et les propriétés des facteurs de forme ($\sum_j F_{ij} \leq 1$) (Heckbert et Winget, 1991). Nous n'avons pas la relation classique en infographie, $\sum_j F_{ij} = 1$, car le couvert végétal est un système ouvert.

En revanche la vitesse de convergence peut être faible, par exemple dans la bande spectrale du NIR où $\rho_i + \tau_i > 0.8$. Ceci rend les solutions itératives moins performantes

que la solution directe, du fait du recalcul de lignes (ou de colonnes) de facteurs de forme.

1.4.3.2 Application aux couverts végétaux

Radiosité directionnelle Nous avons vu au §1.3.2 que les propriétés optiques des phytoéléments et du sol ne sont pas lambertiennes. Des extensions de la radiosité aux objets non lambertiens ont été proposées, mais soit à des coûts trop importants par rapport à nos objectifs, soit en faisant des hypothèses fortes. Un problème déjà abordé au §1.3.2 est celui de la paramétrisation de la BRDF. On trouvera dans (Schlick, 1994b) une revue des modèles proposées en infographie. Plus un modèle de BRDF est fondé sur les lois physiques, plus il est coûteux, à moins d'utiliser des paramétrisations efficaces de ces lois, comme les harmoniques sphériques (He *et al.*, 1991) ou une voie prometteuse, les fractions rationnelles (Schlick, 1994a).

Disposant d'un modèle de BRDF, l'extension au directionnel consiste à décrire le flux réfléchi d'un carreau par une distribution directionnelle de luminance. Le problème est que cette distribution est une fonction à deux dimensions. Pour pouvoir manipuler cette distribution, la solution est de la projeter sur une base de fonctions et de résoudre l'équation dans l'espace défini par cette base. Nous montrons dans l'annexe A que cette projection permet de décrire le bilan radiatif par un système linéaire, semblable à celui de la "radiosité lambertienne". Différentes bases ont été proposées dans la littérature: les ordonnées discrètes (Immel *et al.*, 1986), les harmoniques sphériques (Sillion *et al.*, 1991) et plus récemment les ondelettes (Schröder et Hanrahan, 1994; Christensen *et al.*, 1994; Schröder et Sweldens, 1995). Ces méthodes sont coûteuses en ressource mémoire et calcul, si l'on souhaite décrire précisément la variation de la luminance.

Pour prendre en compte la directionnalité à moindre coût, des méthodes deux passes ont été proposées en synthèse d'image (Wallace *et al.*, 1987; Sillion et Puech, 1989; Teller, 1993). Ces méthodes se fondent sur l'hypothèse que la BRDF peut se décomposer en une composante isotrope et une composante fortement directionnelle. La résolution du problème comprend deux étapes. Tout d'abord on calcule la composante diffuse de l'énergie réfléchie par les carreaux, en étendant la notion de facteur de forme pour prendre en compte les réflexions directionnelles. Puis on génère une image (étape du rendu) par tracé de rayons, en prenant en compte récursivement les effets directionnels. Si le rayon intersecte une surface ayant une composante directionnelle, le rayon est relancé dans la direction spéculaire et on mémorise la valeur de la réflectance spéculaire de la surface. Si le rayon intersecte une surface ayant une composante diffuse, le parcours du rayon s'arrête et la valeur du pixel associé au rayon est calculé en pondérant par les réflectances directionnelles stockées la radiosité de la surface. Cette méthode plus efficace que celles citées au paragraphe précédent est difficilement applicable au couvert végétal, car la BRDF des phytoéléments ne se décompose pas simplement en une composante isotrope et une composante fortement directionnelle et quasiment toutes les primitives seraient directionnelles. Ainsi le nombre de réflexions directionnelles pour calculer un facteur de forme étendu devrait être très grand.

La prise en compte de la directionnalité en radiosité est donc coûteuse. Si cette directionnalité est importante en image de synthèse, car l'œil est sensible à une grandeur

directionnelle, la luminance, son importance dans le calcul de l'éclairement ou du flux absorbé qui sont des grandeurs hémisphériques est à démontrer. C'est pourquoi nous avons fait l'hypothèse de propriétés lambertiennes en première approche.

Réduction de la complexité, liée au maillage Un certain nombre de travaux en infographie ont proposé des solutions pour diminuer la taille du système final, c'est-à-dire diminuer le nombre total de carreaux.

Radiosité hiérarchique Une solution est de ne subdiviser une surface que lorsque les hypothèses de constance intra-carreaux de flux sont fausses. Ainsi deux surfaces éloignées seront peu ou pas subdivisées, alors que deux surface proches le seront. Ces travaux ont abouti à la radiosité hiérarchique (Hanrahan et Salzman, 1990; Hanrahan *et al.*, 1991; Languénoy *et al.*, 1992) et à la radiosité par ondelettes (Schröder, 1994; Gortler, 1995). Ces méthode permettent d'avoir un maillage en carreaux optimal et donc d'avoir un nombre minimal de facteurs de forme entre carreaux à calculer pour une précision donnée.

L'approche hiérarchique permet donc de réduire la complexité liée au nombre de carreaux, mais pas celle liée aux nombre de primitives, qui décrivent la scène.

Or dans le cas des couverts végétaux, le nombre des primitives nécessaire pour reproduire la géométrie 3D des plantes est très grand. Par exemple une parcelle de quatre rangs de six plants de maïs nécessite 200 000 triangles pour décrire très finement les feuilles (España *et al.*, 1997). Nous recherchons donc dans un premier temps une méthode qui réduisent la complexité liée au nombre de primitives.

Radiosité avec importance En synthèse d'images photo-réalistes, le fait de raffiner uniquement le maillage des primitives, qui contribuent sensiblement à la génération de l'image permet de diminuer considérablement les temps de calcul. Smits *et al.* (1992) a introduit la notion d'*importance*, qui quantifie l'apport d'une surface à la luminance captée par la caméra après éventuellement un certain nombre de réflexions. Pour des scènes comprenant des grandes surfaces occultantes, comme un bâtiment, cette notion permet de limiter significativement le nombre de calcul (Teller, 1992).

Cette approche est peu applicable dans notre cas, car nous nous intéressons aux flux de toutes les surfaces de la scène et les surfaces sont de petites tailles et réparties dans tout le volume de la scène. Toutefois cette idée d'avoir un traitement précis pour une zone d'intérêt et des calculs plus grossiers pour une zone uniquement contributrice est transposable au cas du couvert végétal (*cf.* §2).

Réduction de la complexité, liée au nombre de primitives

Matrice creuse En 1991, Borel *et al.* et Goel *et al.* ont indépendamment proposé une méthode de radiosité dans les couverts, qui calcule d'abord la matrice des FF, puis la résout. Le stockage de cette matrice (en théorie en $o(N^2)$) est rendue possible par les techniques de matrices creuses.

Toutefois la méthode de Goel *et al.* (1991) est limitée par la taille de la scène (9 plantes, soit 3136 triangles), car il utilise le creux “naturel” de la matrice des facteurs de forme dans le cas des couverts. Pour traiter des couverts importants, ils simulent un couvert *périodique infini* (cf. §1.3.4) en n’ayant qu’un nombre limité de facteurs de forme à manipuler, dépendant du nombre de primitives contenu dans le motif. Cette notion d’infini est prise en compte dans le calcul de l’éclairement direct et dans le calcul des facteurs de forme, en répliquant 101 fois le motif.

Borel *et al.* (1991) ont creusé la matrice des facteurs de forme en éliminant tous les FF inférieurs à un seuil. L’idée de creuser la matrice est très intéressante, car elle permet de stocker la matrice des facteurs de forme, même dans le cas de couvert important (9000 disques). Cependant leur méthode sous-estime les échanges et génère donc un biais.

Clustering Une autre voie pour réduire cette complexité en $o(N^2)$ est le grouping (Kok, 1993; Rushmeier *et al.*, 1993) ou clustering (Smits *et al.*, 1994; Sillion, 1994, 1995; Christensen, 1995), qui consistent à regrouper des primitives en des méta-objets, les clusters. Ces clusters sont utilisés à la place des primitives pour calculer les échanges de ces primitives avec une primitive lointaine A_i . Ainsi il n’y a qu’un facteur de forme à calculer entre le cluster et A_i .

Une limite de ces travaux est la caractérisation du comportement radiatif d’un cluster, tout comme dans l’approche milieu turbide se pose le problème du calcul des coefficients de l’ETR. Une autre limite est la détermination des fonctions de changement d’échelle, qui permettent de mettre à jour les flux associés au cluster en fonction de ceux des primitives qui le composent et inversement.

(Kok, 1994) propose des méthodes empiriques pour décrire le comportement radiatif des clusters et transférer les données d’une échelle à une autre. Rushmeier *et al.* (1993) proposent d’estimer les propriétés optiques des clusters avec un lancer de rayons stochastique. Ceci est plus rigoureux mais a un coût important. Sillion (1994) propose une extension de la radiosité hiérarchique très intéressante. Il résout le problème des clusters de petits objets en les assimilant à des milieux turbides, en reprenant ainsi le principe des modèles décrits au §1.4.1. Toutefois les fonctions utilisées pour les changements d’échelle repose sur des hypothèses assez fortes comme l’isotropie des clusters.

L’application de cette méthode aux couverts peut poser des problèmes. Dans l’étape de clustering, le caractère homogène de la distribution spatiale des primitives ne facilite pas l’identification des clusters. Dans l’étape de résolution, le calcul itératif des échanges entre les différents liens de la hiérarchie peut avoir des problèmes de convergence pour des longueurs d’onde où l’absorptance des surfaces est faible.

Méthode de décomposition des domaines La méthode de décomposition des domaines consiste à transformer un système en un ensemble de sous-systèmes et d’interfaces entre ces sous-systèmes. L’avantage de cette méthode est de substituer à la complexité du problème global celle associée à la résolution des sous-systèmes.

L’application de cette méthode à la radiosité consiste à introduire dans la scène des primitives virtuelles qui subdivisent la scène en m sous-scènes fermées (Fournier *et al.*, 1989;

Arnaldi *et al.*, 1991; Merzouk *et al.*, 1995). Ces primitives virtuelles sont des diffuseurs transparents parfaits. Ces flux sont donc très directionnels et doivent être décrits comme une distribution de luminances. Le problème n'est plus de décrire les N^2 échanges des diffuseurs de la scène, mais de décrire les N_i^2 échanges de chaque sous-scènes i . Comme la somme des N_i est égale à N plus le faible nombre des interfaces, la complexité du problème est effectivement réduite.

Cette méthode pose différents problèmes, dont l'origine est commune : la subdivision de la scène est faite dans le repère global associé à la scène. Si la mise en œuvre nécessite de stocker au cours de la résolution les distributions de luminances des primitives virtuelles, cela doit être fait avec une forte résolution tant spatiale que directionnelle, pour que la primitive virtuelle n'ait pas le comportement optique d'un verre poli (Arnaldi *et al.*, 1991). Ceci implique que ces frontières virtuelles sont très consommatrices en ressource mémoire. L'erreur due à l'imprécision de la description des distributions de luminances des frontières virtuelles est plus forte pour une primitive proche d'une frontière virtuelle que pour une primitive située au centre d'un sous-domaine. La méthode génère donc des erreurs variables en fonction de la position de la primitive. La localisation des murs virtuels dans une scène de couvert végétal est plus problématique que dans une scène architecturale structurée. Enfin cette méthode a surtout été utilisée sur des machines parallèles où la localisation des données liée à la méthode permet une mise en œuvre efficace (Drettakis *et al.*, 1990). L'intérêt des versions séquentielles a été moindre.

Nous reprendrons les concepts de cette méthode, qui sont la subdivision de la scène en sous-domaines et la localisation des données, mais en adoptant une méthode de subdivision locale *i.e.* centrée sur chaque diffuseur.

Radiosité progressive Le fait de manipuler la matrice des facteurs de forme même creusée est un handicap du fait de sa taille. La radiosité progressive (Cohen *et al.*, 1988) consiste à calculer les facteurs de forme au moment où ils sont nécessaires pour la résolution du système linéaire. Ceci permet de ne manipuler qu'une ligne ou qu'une colonne de cette matrice à chaque itération de la résolution du système linéaire.

Cette solution n'est pas efficace dans le cas du couvert, car pour une même géométrie *i.e.* une même matrice de FF, nous souhaitons faire plusieurs simulations (différentes longueurs d'onde, positions du soleil, ...). Or avec l'approche progressive, il faut pour chaque condition recalculer la matrice des FF, ce qui est très exigeant en ressource calcul. La solution classique, calculant la matrice de FF puis résolvant le système linéaire, nous semble pour ces raisons plus adaptée.

Convergence Nous avons vu au §1.4.3.1, que la matrice de radiosité par construction possédait des propriétés garantissant la convergence d'un schéma itératif.

Toutefois la vitesse de convergence peut être lente. En effet dans le NIR à chaque interaction du rayonnement avec une primitive, plus de 85% de l'énergie est rediffusée. Cette caractéristique radiative du couvert pénalise les solutions itératives, comme le modèle de clustering de Sillion ou la méthode de décomposition des domaines. Enfin, pour ces mêmes problèmes de convergence, la radiosité progressive n'est pas adaptée (Baranoski *et al.*, 1995).

Ces problèmes de convergence liés au NIR sont un autre argument en faveur d'une radiosité "classique" en deux étapes : calcul de la matrice des FF et résolution du système linéaire. Ils justifient aussi la recherche d'une approche non itérative pour réduire la complexité liée au nombre de diffuseurs.

1.5 Conclusion

Notre objectif est la réalisation d'un modèle radiatif, pour calculer efficacement les flux radiatifs distribués dans le couvert végétal.

Le caractère distribué de ces flux élimine les modèles volumiques, comme nous l'avons vu au §1.4.1.

Le temps d'exécution du modèle est important, surtout dans une optique de couplage avec un modèle de fonctionnement. Pour cette raison, le lancer de rayons stochastique ne peut être retenu, du fait de ses temps de simulation importants.

Il ne reste donc que l'approche radiosité. Toutefois les caractéristiques du couvert, exposées au §1.3 – notamment le très grand nombre de primitives, la faible cohérence spatiale et le haut niveau de rediffusion dans le NIR – et le fait de pouvoir simuler sans sur-coût, pour une géométrie donnée, plusieurs longueurs d'onde et plusieurs conditions d'éclairage sont des contraintes fortes. Ces contraintes rendent caduques de nombreuses solutions développées en infographie. C'est pourquoi nous proposons une nouvelle méthode de radiosité exposée au chapitre 2, qui supprime les problèmes de convergence et réduit la complexité du problème en spécialisant la méthode au cas du couvert végétal.

Chapitre 2

Une nouvelle approche, la radiosité mixte

2.1 Introduction

Nous avons vu au §1.4.3 qu'une méthode de radiosité stockant la matrice des facteurs de forme serait idéale selon nos objectifs, car elle permettrait pour une géométrie donnée de simuler plusieurs conditions radiatives sans sur-coût excessif. Pour une scène composée de N carreaux, il y a N^2 relations entre eux. Du fait qu'une maquette de couvert végétal est de grande taille, l'application de ce type de radiosité aux couverts végétaux a deux limites : le temps de calcul des facteurs de forme et la taille de la matrice des facteurs de forme.

Jusqu'à maintenant deux voies ont été proposées pour résoudre ce problème dans le cas du couvert.

Goel *et al.* (1991) ont limité la taille de la matrice, en simulant un couvert *périodique infini*. Ceci limite la taille du problème aux N primitives du motif à répéter. Cette idée de couvert périodique est intéressante, mais leur méthode est contrainte par N qui peut être trop grand, si on veut avoir un motif qui décrit correctement certains types de structure. Ainsi dans leur article, la scène utilisée est limitée à 9 plants de maïs, décrits par 3 136 triangles.

Borel *et al.* (1991) ont *creusé* cette matrice, en mettant à zéro les facteurs de forme inférieurs à un seuil. Ceci permet de traiter des maquettes plus grandes (9 000 disques), mais cela introduit un biais.

Notre solution est fondée sur une méthode qui creuse la matrice des facteurs de forme mais sans introduire de biais et qui permette de simuler un couvert infini périodique. Pour éliminer le biais nous reprenons l'idée du *clustering*, qui consiste à ne pas traiter carreaux à carreaux les interactions lointaines et l'idée de la *méthode de décomposition des domaines* qui localise les calculs à des sous-domaines. Notre solution élimine les problèmes de détermination des clusters et de leurs propriétés radiatives et les problèmes d'échanges itératifs entre différentes échelles ou différents sous-domaines.

Nous proposons donc une méthode de radiosité sans biais et non itérative, adaptée aux

calculs des flux distribués dans une parcelle incluse dans un champ, que nous appelons la *radiosité mixte* (nested radiosity).

2.2 Principe

Notre idée de départ est de limiter l'interaction d'un diffuseur avec ceux d'un sous-domaine et donc de diminuer le nombre de facteurs de forme à calculer pour ce diffuseur. Ceci est le principe des méthode de décomposition de domaine. Les travaux de Fournier *et al.* (1989), d'Arnaldi *et al.* (1991) et de Merzouk *et al.* (1995) consistent à subdiviser la scène en sous-domaines et à calculer des facteurs de formes entre les diffuseurs d'un sous-domaine et entre ces diffuseurs et les bornes du sous-domaine (murs virtuels). Cette approche a l'inconvénient de ne pas calculer avec la même précision la radiosité de tous les diffuseurs du fait des imprécisions introduites par les murs virtuels. Ces imprécisions sont liées à des problèmes d'échantillonnage spatial et directionnel du mur virtuel (Lewis et Fournier, 1996). Ainsi la radiosité d'un diffuseur M près d'un mur virtuel sera moins précise que celle d'un diffuseur C au centre du sous-domaine (fig. 2.1). De même que les échanges entre les couples (M, M') et (C, C') , qui pourtant devraient être les mêmes, ne le sont pas du fait de la présence du mur virtuel entre M et M' .

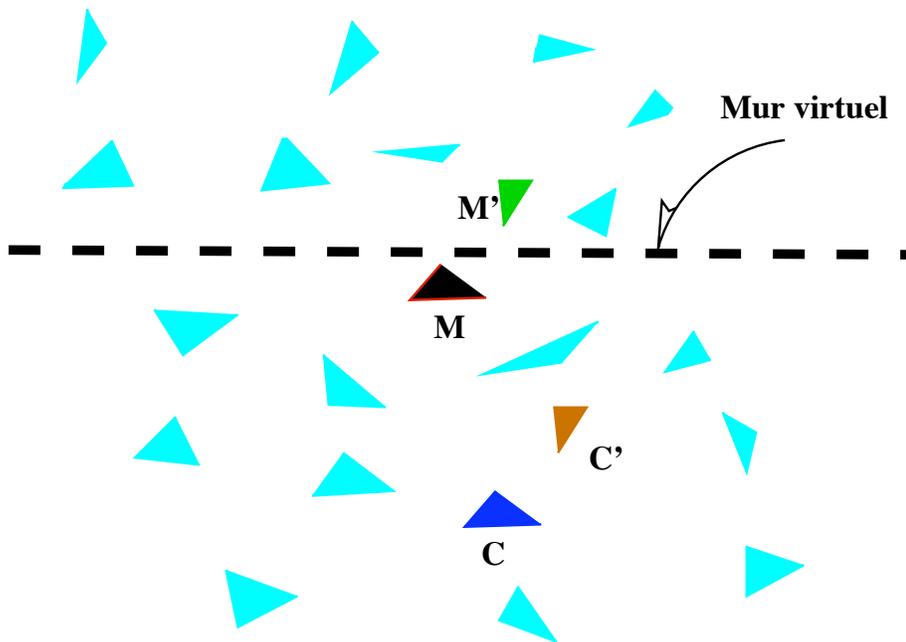


FIG. 2.1 – Méthode de décomposition des domaines (en 2D) - Problèmes liés à l'introduction d'un mur virtuel

Le caractère homogène du couvert ne permet pas d'introduire un mur virtuel sans que cet inconvénient de non-similarité de traitement n'apparaisse. C'est pourquoi nous

n'avons pas un sous-domaine provenant d'une subdivision globale de la scène, mais nous avons un sous-domaine pour chaque diffuseur. De plus la contribution d'un diffuseur à l'éclairage d'un autre varie selon le carré de la distance entre les deux. Donc en centrant le sous-domaine sur chaque diffuseur, nous traitons de façon précise les contributions des diffuseurs proches, qui ne sont pas nombreux, et d'une façon moins précise mais plus efficace, celle des nombreux diffuseurs lointains *i.e.* en dehors du sous-domaine. Ces diffuseurs lointains contribuent individuellement peu du fait du faible angle solide, mais contribuent collectivement de façon conséquente à l'éclairage d'un diffuseur. C'est pourquoi l'idée d'éliminer les facteurs de formes trop faibles de Borel *et al.* (1991) introduit un biais qui peut être important.

Pour des raisons de symétrie, nous avons défini un sous-domaine sphérique. Ainsi, pour chaque diffuseur A_i de la scène, nous plaçons une sphère \mathcal{S} autour de lui et nous considérons qu' A_i est éclairé par les diffuseurs inclus dans \mathcal{S} et par les flux entrants dans la sphère (fig. 2.2).

Le problème est la détermination des flux entrant dans la sphère. Ces flux sont déterminés par le bilan radiatif des diffuseurs extérieurs A_e . Nous pouvons écrire une relation mathématique entre ces flux et la radiosité des diffuseurs A_e . Mais la résolution numérique de cette relation nécessite un schéma itératif, car les flux moyens sont fonction des radiosités des diffuseurs A_e et ces radiosités sont calculées à partir de ces flux moyens. Cette solution itérative, qui est aussi requise par le clustering ou l'usage des murs virtuels, peut nécessiter de nombreuses itérations pour atteindre la convergence (cas du NIR). Au lieu de calculer ces flux moyens à partir des radiosités des A_e , nous les calculons avec un modèle "milieu turbide" (*cf.* §1.4.1). Le modèle calcule rapidement la valeur des flux moyens en tout point de l'espace 3D et permet d'éliminer la nécessité d'un calcul itératif.

Notre approche limite donc le calcul de facteurs de forme aux proches voisins et le calcul des luminances aux bornes des sous-systèmes ne nécessite pas une solution itérative. Ceci réduit le nombre de relations entre diffuseurs et la complexité de $o(N^2)$ à $o(N * N_S)$ où N_S est le nombre moyen de diffuseurs inclus dans la sphère.

Avec cette approche l'équation de radiosité devient :

$$B_i = E_i + \chi_i \sum_{j \in \mathcal{S}} B_j F_{ij} + B_i^{far} \quad (2.1)$$

où B_i est la radiosité du carreau i , E_i est l'émittance propre du carreau i ,

F_{ij} est le *facteur de forme* entre i et j ,

$B_i^{far} = \frac{\chi_i}{A_i} \int_{A_i} \int_{\Omega^*} \cos \theta_i \bar{L}(P, \vec{\omega}) d\omega$ est la radiosité due à l'éclairement par les flux moyens, Ω^* est l'ensemble des directions, dans lesquelles A_i ne voit pas de primitives de \mathcal{S} (fig. 2.2), $\bar{L}(P, \vec{\omega})$ est la luminance correspondant au flux moyen en P dans la direction $\vec{\omega}$ et

$$\chi_i = \begin{cases} \rho_i, & \text{si } \vec{\omega} \cdot \vec{n}_i > 0 \\ \tau_i, & \text{si } \vec{\omega} \cdot \vec{n}_i < 0 \end{cases}, \text{ où } \vec{n}_i \text{ est la normale à } A_i \quad (2.2)$$

Cette méthode permet de creuser à volonté la matrice des facteurs de forme mais sans introduire de biais du fait de la prise en compte des contributions lointaines par les flux

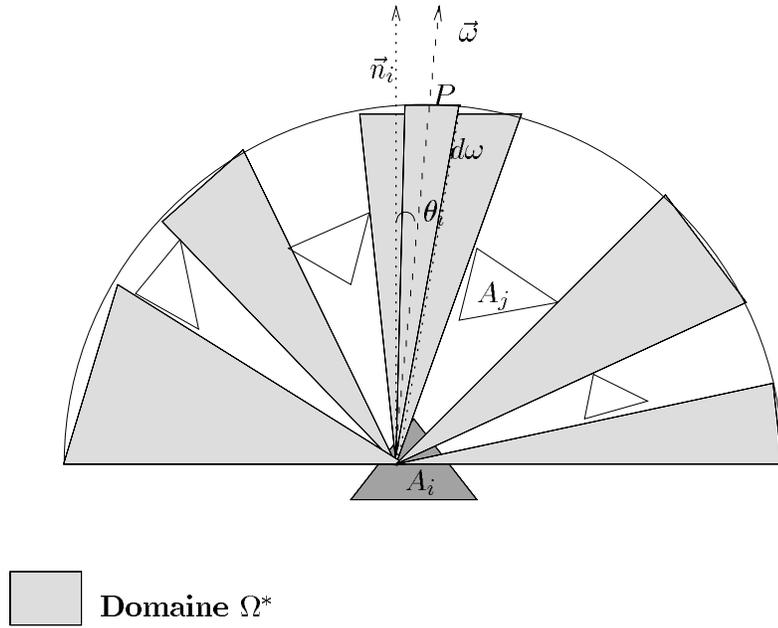


FIG. 2.2 – Partition de la sphère englobante de A_i utilisée dans le calcul de la radiosité de A_i (eq. 2.1)

moyens. Ceci permet grâce aux algorithmes spécialisés pour les matrices creuses de stocker la matrice et de résoudre efficacement le système linéaire résultant.

Nous calculons précisément par projection le premier ordre *i.e.* l'éclairement du soleil et du ciel en dehors du modèle de radiosité et l'introduisons dans le système d'équations de radiosité comme un terme source E_i . Ainsi la méthode de radiosité ne calcule que les échanges d'ordre de rediffusion supérieur à 1.

Nous calculons les flux moyens avec un modèle volumique simple, le modèle SAIL. La précision de ce modèle influence la qualité globale de notre approche. Cette précision est limitée par les hypothèses de l'approche "milieu turbide" (*cf.* §1.4.1). C'est pourquoi nous l'évaluerons dans le chapitre 4 dans différentes configurations, en le comparant avec notre modèle de Monte Carlo.

Ayant calculé les facteurs de forme, les E_i et les $\bar{L}(P_\omega, \vec{\omega})$, nous résolvons le système linéaire en utilisant une méthode classique en analyse numérique.

Notre algorithme de radiosité mixte se subdivise donc ainsi :

1. Calcul des flux moyens $\bar{L}(P_\omega, \vec{\omega})$ par le modèle SAIL
2. Calcul du premier ordre *i.e.* l'éclairage direct (ciel, soleil),
3. Calcul des F_{ij} et des B_i^{far}

4. Pour chaque condition radiative r

- calcul de la matrice $M[r] = f(F_{ij}, \rho_r)$
- Résolution du système $M.B = B^{far} + E$

La prise en compte des *couverts périodiques infinis* intervient dans le calcul du direct et dans le calcul des facteurs de forme.

Nous allons maintenant détailler les principaux points de cet algorithme.

2.3 Calcul du flux moyen

La résolution de l'équation (2.1) nécessite de connaître le flux moyen rediffusé, en tout point P de toutes les sphères \mathcal{S} et dans la direction $P\vec{A}_i$ (fig. 2.2). Ces flux n'intervenant dans le bilan que pour la prise en compte des contributions lointaines, nous utilisons un modèle "milieu turbide" simple mais efficace, le modèle SAIL présenté au §1.4.1. Ce modèle fait l'hypothèse de flux rediffusés isotropes et ne fournit donc que des densité surfaciques de flux hémisphériques montants E_\uparrow et descendants E_\downarrow . De plus il fait l'hypothèse d'un milieu infiniment étendu horizontalement, donc stationnaire en (x, y) .

SAIL fournit le profil vertical de $E_\uparrow(z)$ et de $E_\downarrow(z)$. Ainsi pour calculer le flux entrant dans \mathcal{S} , nous utilisons l'équation :

$$\forall(P, \vec{\omega}), \bar{L}(P, \vec{\omega}) = \begin{cases} E_\uparrow(P_z)/\pi, & \text{si } \omega_z < 0 \\ E_\downarrow(P_z)/\pi, & \text{si } \omega_z > 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Pour calculer les profils verticaux de flux hémisphériques, nous calculons préalablement les paramètres de structure de la maquette, à savoir les profils verticaux de LAI et de LIDF. Nous utilisons un programme d'Andrieu (1996), qui subdivise la maquette en couches horizontales et calcule, pour chaque couche, la surface totale et la distribution d'orientation des polygones.

L'algorithme du modèle SAIL (Oliosio, 1995) calcule ce profil de façon discrète. Il subdivise le couvert en couches horizontales et évalue E_\uparrow et E_\downarrow aux bornes supérieures et inférieures de chaque couche. Pour calculer le flux à un point d'altitude z et appartenant à la couche i , nous interpolons linéairement les valeurs des flux E_i et E_{i+1} correspondant aux bornes inférieures (z_i) et supérieures (z_{i+1}) de la couche i :

$$E(z) = \frac{z - z_i}{z_{i+1} - z_i} E_i + \frac{z_{i+1} - z}{z_{i+1} - z_i} E_{i+1} \quad (2.4)$$

2.4 Calcul du premier ordre

Notre méthode de calcul du premier ordre est adaptée aux sources lumineuses collimatées. Dans le cas d'une source étendue comme le ciel, nous discrétisons l'espace des directions en n directions et l'assimilons à n sources collimatées.

Le calcul de l'éclairement direct des diffuseurs se déroule en trois étapes :

1. Calcul de la position et de la dimension de l'écran de projection en fonction des bornes de la scène et de la direction d'éclairement.

2. Projection parallèle avec Z-buffer des diffuseurs sur l'écran.
3. Calcul de l'éclairement de chaque diffuseur, en fonction de leur surface projetée éclairée et de la puissance de la source E_s^H , selon (2.8).

Pour calculer l'éclairement reçu d'une source collimatée ($\vec{\nu}$) par un diffuseur, nous projetons parallèlement à $\vec{\nu}$ tous les diffuseurs sur un écran perpendiculaire à $\vec{\nu}$. Les dimensions de l'écran sont calculées à partir du parallélépipède englobant de la scène. Cet écran est discrétisé en pixels. Chaque pixel contient un pointeur vers le diffuseur projeté. De manière à n'avoir dans l'écran que les parties des diffuseurs éclairés, nous réalisons un tampon de profondeur (Z-buffer) sur la distance du point projeté à l'écran. Pour ceci, nous utilisons un algorithme de projection efficace avec un remplissage incrémental des triangles (Andrieu, 1996).

Une fois tous les diffuseurs projetés, nous pouvons calculer l'éclairement de chacun. Si l'éclairement E_s^H d'un plan horizontal placé au-dessus du couvert caractérise la source, alors l'éclairement reçu par un plan perpendiculaire à la source d'inclinaison θ est :

$$E_s^\theta = \frac{E_s^H}{\cos \theta} \quad (2.5)$$

Le flux reçu ϕ_D par un diffuseur D de surface réelle A_D^{reel} , à laquelle correspond la surface projetée sur l'écran A_D^{proj} vaut $\phi_D = E_s^\theta A_D^{proj}$. Donc l'éclairement E_D du diffuseur est égal à :

$$E_D = \frac{\phi_D}{A_D^{reel}} = E_s^\theta \frac{A_D^{proj}}{A_D^{reel}} \quad (2.6)$$

Le problème est que nous ne connaissons A_D^{proj} qu'en unité pixel A_D^{pixel} résultant du Z-buffer. Connaissant la surface en pixel A_E^{pix} et réelle A_E^{reel} de l'écran de projection, nous avons la relation :

$$A_D^{proj} = A_D^{pixel} \frac{A_E^{reel}}{A_E^{pix}} \quad (2.7)$$

D'où d'après (2.5), (2.6) et (2.7), nous pouvons calculer l'éclairement du diffuseur :

$$E_D = \frac{A_D^{pix}}{A_D^{reel}} \frac{A_E^{reel}}{A_E^{pix}} \frac{E_s^H}{\cos \theta} \quad (2.8)$$

Couvert périodique infini Le cas d'un couvert périodique infini nécessite des traitements supplémentaires. En effet la répétition du motif peut mettre dans l'ombre des diffuseurs qui étaient éclairés en "couvert isolé". Pour prendre en compte cet ombrage des répliquants, il faudrait aussi projeter les diffuseurs répliqués, ce qui implique une augmentation du nombre de projections. Nous avons développé un algorithme qui permet de

calculer la projection d'un motif répliqué à l'infini, en ne projetant qu'une fois ce motif et en faisant par la suite des filtrages de l'image du motif.

Comme la projection est parallèle, la translation selon une direction horizontale d'une primitive dans le repère scène correspond à une translation de la projection dans le repère écran.

Les relations géométriques associées à une projection parallèle permettent de calculer simplement l'altitude dans le repère écran d'un point translaté selon une direction horizontale à partir de l'altitude du point original. Ainsi nous pouvons calculer l'image d'un motif et d'un de ses répliquants, en ne connaissant que le Z-buffer du motif et la géométrie de la projection.

En fonction de la direction de projection, plusieurs translations peuvent être nécessaires pour que toute la zone projetée appartienne au couvert. Le nombre de translations est déterminé de façon récursive par un algorithme de *pavage* de l'image. Le pavage de l'image consiste à recouvrir toute l'image par translation d'un motif M selon les deux axes de l'image (fig. 2.3).

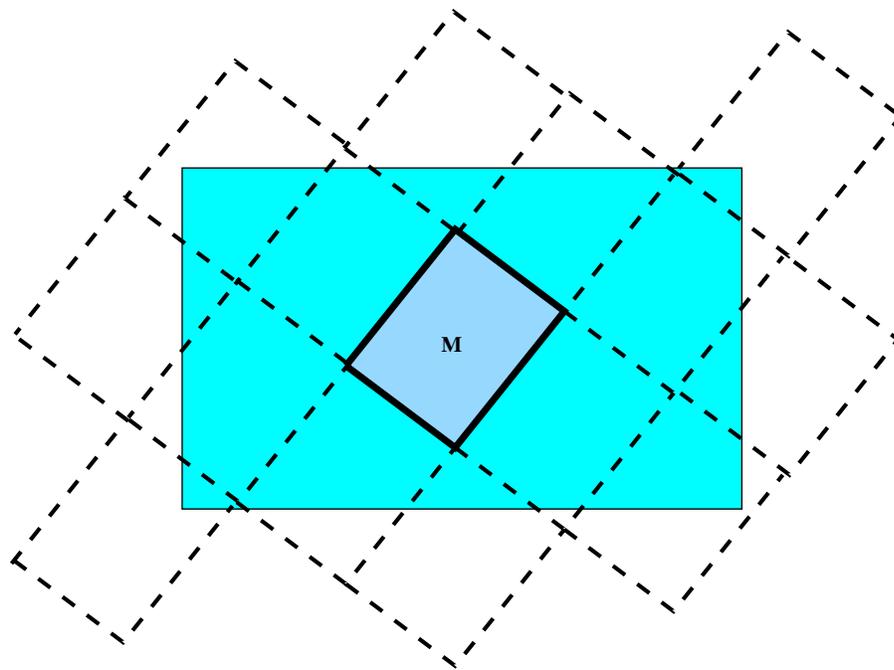


FIG. 2.3 – Pavage d'une image par translation d'un motif M

L'algorithme de pavage s'écrit ainsi ; les flèches indiquent une direction de translation dans le repère image :

```

fonction pave(i,j,↑)
debut
  si(endehors(i,j)== vrai) alors retour;
  copie_motif(i,j);
  enavant(i+→, j+→,→);
  enavant(i+←, j+←,←);
  pave(i+↑, j+↑,↑);
fin

```

```

fonction enavant(i,j,↑)
debut
  si(endehors(i,j)== vrai) alors retour;
  copie_motif(i,j);
  enavant(i+↑,j+↑,↑);
fin

```

```

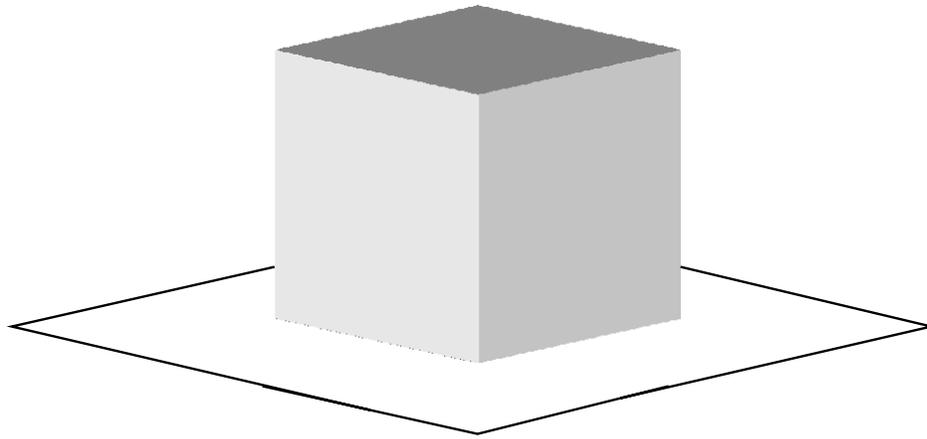
Programme
debut
  // (i,j) sont les coordonnées du motif
  pave(i,j,↑);
  pave(i+↓,j+↓,↓);
fin

```

Dans le cas du pavage d'une projection de maquette, il faut définir deux zones dans le motif à paver : le motif lui-même qui correspond à la projection de la maquette et une partie de ce motif, le toit, qui correspond à la projection du rectangle supérieur de la boîte englobante du motif. Pour projeter les répliquants, nous utilisons l'algorithme de pavage vu ci-dessus, tel que les répliques du toit recouvrent toute l'image, mais la fonction `copie_motif()` recopie tout le motif (et non uniquement le toit) à l'endroit voulu. Nous avons appelé la fonction qui réalise ces opérations, `infinetise()`. La figure 2.4 montre l'utilisation d'`infinetise()`, pour générer l'image d'une maquette périodique infinie (fig.2.4(b)) obtenue par réplication de la projection du motif de la figure 2.4(a).

Pour calculer l'éclairement direct des diffuseurs d'une maquette périodique infinie, nous avons donc 5 étapes :

1. Calcul de la position et de la dimension de l'écran de projection en fonction des bornes de la scène et de la direction d'éclairement.
2. Projection parallèle avec Z-buffer des diffuseurs sur l'écran.
3. Calcul du toit de la maquette et de sa projection.
4. Appel de la fonction `infinetise()`
5. Calcul de l'éclairement de chaque diffuseur, en fonction de leur surface projetée éclairée et de la puissance de la source E_s^H , selon (2.8).



(a) Motif à répliquer



(b) Image du motif répliqué à l'infini

FIG. 2.4 – Exemple de la fonction *infinite()*

2.5 Calcul des facteurs de forme et des B_i^{far}

Le calcul des facteurs de forme étant limités aux diffuseurs situés dans une sphère englobante, nous verrons en premier lieu comment nous déterminons l'appartenance des diffuseurs à cette sphère englobante. Puis nous présenterons la méthode de projection des diffuseurs retenus sur le disque de projection. Enfin nous montrerons comment l'analyse de ce disque de projection permet de calculer les facteurs de forme et les contributions des flux moyens B_i^{far} .

2.5.1 Sélection des diffuseurs appartenant à la sphère englobante

Nous n'effectuons pas la sélection des diffuseurs A_j appartenant à la sphère englobante de A_i en prenant en compte tous les diffuseurs de la scène pour des raisons évidentes d'efficacité. Pour limiter le nombre de diffuseurs à trier nous créons une double grille : une grille régulière qui permet de sélectionner les primitives et une grille adaptative, qui permet un codage optimal en terme d'occupation de mémoire de la grille régulière.

La grille régulière est créée à la lecture du fichier décrivant la maquette. Cette grille subdivise la scène en cubes, dont l'arête d'un *voxel* vaut le diamètre de la sphère D_S .

Pour calculer les facteurs de forme de A_i , nous ne testons l'appartenance à la sphère englobante d' A_i que des diffuseurs A_j appartenant au même voxel que A_i ou aux voxels adjacents, comme le montre la figure 2.5(a). En fonction de la position du centre de gravité de A_i dans le voxel, nous ne retenons que les voxels adjacents pouvant contenir des diffuseurs dont la distance à A_i est inférieure à D_S . Comme l'arête du cube vaut D_S , la détermination de ces voxels se fait en déterminant à quel octant¹ du cube appartient le centre de gravité de A_i . Nous ne calculons les facteurs de forme que des diffuseurs A_j appartenant aux voxels retenus et dont la distance à A_i est inférieure à D_S .

Le codage d'une grille régulière par un tableau 3D de listes de diffuseurs n'est pas toujours optimal, car de nombreuses listes peuvent être de petite taille ou vides. Pour optimiser la dimension des listes, nous subdivisons adaptativement la scène en boîte, telle que chaque boîte contienne un nombre entier de voxels de la grille régulière (Pradhan et Mukhopadhyay, 1991). Ces boîtes de listes de diffuseurs sont codées sous la forme d'un arbre de subdivision binaire (BSP). Les voxels de la grille régulière contiennent alors un pointeur vers une boîte de l'arbre BSP.

Cas du couvert infini périodique La contribution des diffuseurs à l'infini est prise en compte par le flux moyen aux bornes de la sphère. Toutefois, il subsiste le problème des bords du motif. Un diffuseur situé sur un des bords latéraux du motif doit prendre en compte dans son environnement proche les diffuseurs appartenant à la réplication du motif adjacent, du fait du caractère périodique du couvert. Ceci est pris en compte, en translatant les voxels nécessaires du bord opposé, comme le présente la figure 2.5(b).

1. Un octant est un cube, résultant de la division en huit d'un cube

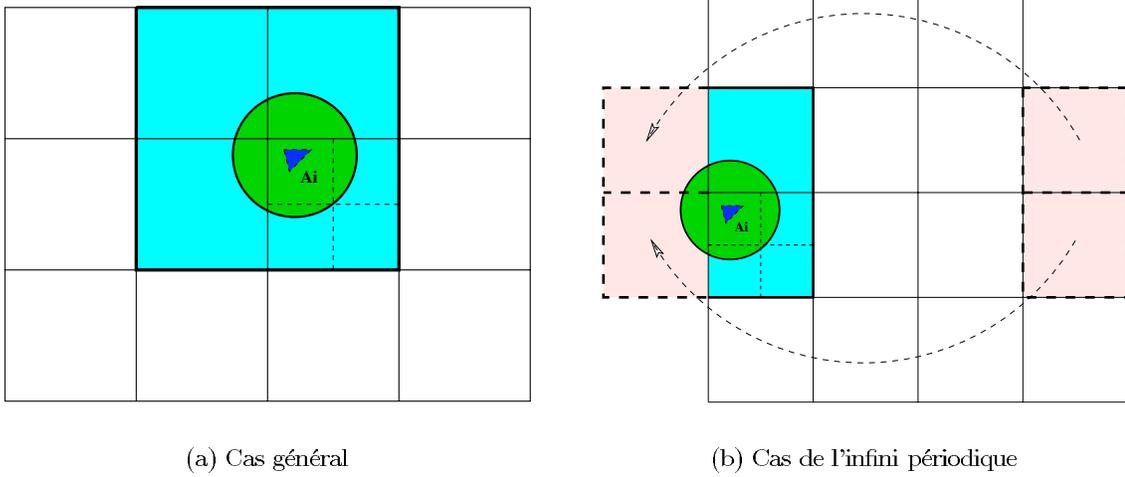


FIG. 2.5 – Voxels utilisés pour calculer les facteurs de forme de A_i

2.5.2 Remplissage du disque de projection

Ayant la liste des diffuseurs A_j appartenant à la sphère englobante de A_i , nous devons calculer les facteurs de forme F_{ij} entre A_i et A_j et calculer les B_i^{far} en déterminant les directions où A_i “voit” la sphère englobante. Parmi les nombreux travaux sur le calcul des facteurs de forme présentés au §1.4.3.1, nous avons choisi une méthode locale projective (Renaud, 1993), car elle s’est avérée plus efficace en terme de temps calcul qu’une méthode par tracé de rayons². La discrétisation en pixels du disque de projection permet de calculer les facteurs de forme et les B_i^{far} , avec un échantillonnage régulier en terme d’angle solide projeté.

Méthode de Renaud Cette méthode a été développée pour calculer les facteurs de formes entre objets opaques.

Elle est une méthode *point-surface*, qui approxime le facteur de forme F_{ij} ainsi :

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \left(\int_{A_j} v_{ij} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi d_{ij}^2} dA_j \right) dA_i \simeq \int_{A_j} v_{ij} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi d_{ij}^2} dA_j \quad (2.9)$$

Ceci est valide quand la surface A_i est petite par rapport à la distance d_{ij} et quand la fonction de visibilité varie peu en fonction de la position de dA_i sur A_i dans le cas d’occlusions (Baum *et al.*, 1989).

Cette méthode calcule le facteur de forme élémentaire d^2F_{ij} , en projetant dA_j sur un hémisphère unitaire, puis orthogonalement sur le disque de projection, qui est la base de

². Nous avons dans un premier temps implémenté une méthode par tracé de rayons en réutilisant le code développé pour la méthode de Monte Carlo

l'hémisphère. En effet le facteur de forme élémentaire d^2F_{ij} entre dA_i et dA_j , qui est égal à $((\cos \theta_i \cos \theta_j) / \pi d^2) dA_j$, est proportionnel à la surface projetée dA'_j de dA_j , d'après les relations de l'analogie de Nusselt. Ces relations géométriques sont pour une sphère de rayon R (Maxwell *et al.*, 1986) (fig. 2.6) :

Soit dA'_j la projection de dA_j sur la sphère et dA''_j la projection orthogonale de celle-ci sur le disque de surface A_0 .

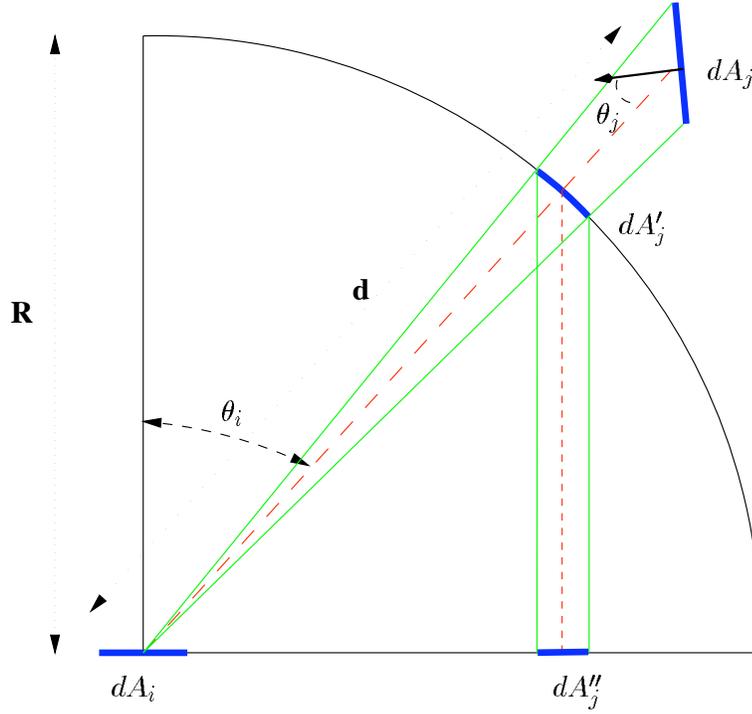


FIG. 2.6 – Géométrie de l'analogie de Nusselt

$$dA'_j = dA_j \cos \theta_j \frac{R^2}{d^2} \quad (2.10)$$

$$dA''_j = dA'_j \cos \theta_i = dA_j \cos \theta_i \cos \theta_j \frac{R^2}{d^2} \quad (2.11)$$

$$(2.10) \text{ et } (2.11) \Rightarrow \frac{dA''_j}{A_0} = \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi d^2} dA_j \quad (2.12)$$

Cette méthode pose des problèmes pratiques. La projection d'un triangle T sur une sphère transforme T en une surface T' , délimitée par des arcs de cercle. La projection de T' sur le disque donne une surface délimitée par l'intersection de trois arcs d'ellipse (fig. 2.7). Les détails du calcul de ces ellipses à partir des coordonnées d'un triangle et du remplissage

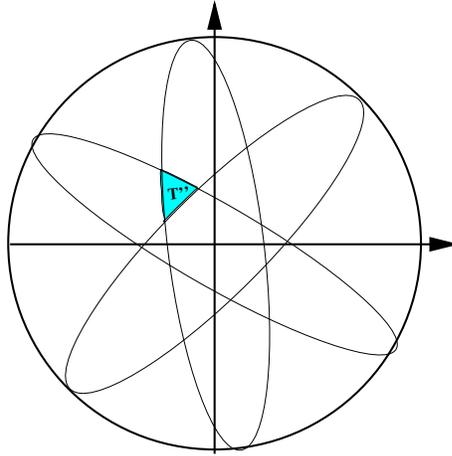


FIG. 2.7 – Projection d'un triangle selon la méthode de Nusselt

d'une image à partir des paramètres de ces ellipses sont détaillés dans (Renaud, 1993; Renaud *et al.*, 1995). Le principe du remplissage est de déterminer un rectangle englobant de la surface délimitée par les 3 arcs d'ellipse, puis de tester l'appartenance de chaque point de ce rectangle à cette surface.

Pour déterminer les portions des triangles A_j visibles par A_i , nous utilisons un tampon de profondeur (Z-buffer). Ce Z-buffer nécessite de discrétiser le disque de projection en pixels et d'avoir deux tableaux 2D. Un pixel du premier tableau contient un pointeur vers la primitive projetée "vue" et un pixel de l'autre contient l'altitude du point vu dans le repère associé à A_i .

Cas des diffuseurs transparents L'extension au cas des diffuseurs transparents nécessite d'effectuer deux Z-buffers, car la radiosité d'une face est égale à l'éclairement de cette face, multiplié par la réflectance, auquel s'ajoute l'éclairement de l'autre face multiplié par la transmittance. Ainsi chaque Z-buffer correspond à l'hémisphère des directions vu par chacune des faces. Les diffuseurs qui éclairent les deux faces du diffuseur A_i sont subdivisés de la façon présentée à la figure 2.8.

Lorsque tous les diffuseurs de la sphère associée à A_i ont été projetés, nous disposons d'un tableau 2D pour chaque face de A_i . Un pixel peut être vide ou peut contenir un pointeur vers la primitive vue dans l'angle solide associé au pixel.

2.5.3 Calcul des facteurs de forme et des B_i^{far} à partir du disque de projection

Ayant projeté les diffuseurs A_j de la sphère englobante, nous disposons d'un tableau par face de A_i contenant des pointeurs vers les primitives "vues" par A_i . L'équation (2.12) permet de calculer le facteur de forme dFF associé à un pixel du disque. En parcourant ces tableaux, pixel à pixel, nous pouvons mettre à jour la matrice des facteurs de forme, en

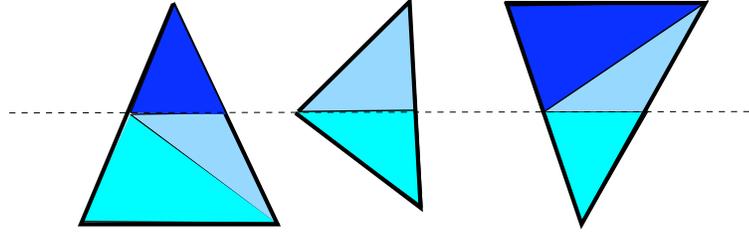


FIG. 2.8 – Subdivision des triangles pour le calcul des facteurs de forme des deux faces d'un diffuseur transparent

insérant la ligne des facteurs de forme entre A_i et les A_j et calculer B_i^{far} . L'algorithme 2 décrit l'analyse de ces tableaux. Nous allons maintenant en présenter les principes.

Si le pixel contient un pointeur vers un diffuseur A_j , nous incrémentons la valeur de E_{ij} de dFF . Cependant ce facteur de forme devra être multiplié pour résoudre le système linéaire, soit par la réflectance, soit par la transmittance de A_i en fonction de la face qu'éclaire A_j . C'est pourquoi nous affectons un signe à ce facteur de forme. S'il est positif, il sera multiplié par la réflectance, sinon par la transmittance de A_i .

Si le pixel est vide, nous calculons la contribution à B_i^{far} du flux moyen dans l'angle solide correspondant à ce pixel (p, q) . Pour cela nous calculons l'altitude z dans le repère de la scène du point d'intersection entre la direction \vec{v}_{pq} associée à (p, q) et la sphère englobante. Connaissant z nous pouvons calculer la luminance $L_{far}(p, q)$ calculée par SAIL grâce aux formules (2.3) et (2.4). L'éclairement du flux moyen correspondant vaut donc $E^{far}(p, q) = L^{far}(p, q) * dFF * \pi$. B_i^{far} est incrémenté par le produit de $E^{far}(p, q)$ avec la réflectance ou la transmittance de A_i .

En réalité nous ne calculons pas exactement les B_i^{far} à cet endroit du programme, car cela impliquerait que la prise en compte d'un changement de valeur des flux moyens nécessite de refaire tous les calculs géométriques coûteux que nous venons de voir. Ceci ne permettrait donc pas de recalculer rapidement pour la même scène les radiosités en ne changeant que les conditions radiatives. C'est pourquoi nous ne calculons et stockons que les coefficients géométriques nécessaires au calcul de B_i^{far} . Ceci est possible car B_i^{far} peut s'écrire comme une combinaison linéaire des $E_{\uparrow k}$ et des $E_{\downarrow k}$. Détaillons l'expression de B_i^{far} .

$$B_i^{far} = \sum_p \sum_q \chi_i E^{far}(p, q), \text{ où } \chi_i \text{ vaut } \rho_i \text{ ou } \tau_i \quad (2.13)$$

$$B_i^{far} = \sum_p \sum_q \chi_i \pi dFF L^{far}(p, q) \quad (2.14)$$

$$B_i^{far} = \sum_p \sum_q \chi_i dFF \left(\delta_{pq} \left(\frac{z - z_k}{z_{k+1} - z_k} E_{\uparrow k} + \frac{z_{k+1} - z}{z_{k+1} - z_k} E_{\uparrow k+1} \right) + (1 - \delta_{pq}) \left(\frac{z - z_k}{z_{k+1} - z_k} E_{\downarrow k} + \frac{z_{k+1} - z}{z_{k+1} - z_k} E_{\downarrow k+1} \right) \right) \quad (2.15)$$

où δ_{pq} vaut 1 si \vec{v}_{pq} est descendante, 0 sinon et k est l'indice de la couche horizontale correspondant à l'altitude z associée au pixel (p, q) . Le découpage en n couches horizontales

est celui utilisé par SAIL.

Nous nommerons maintenant α_k , le coefficient $\frac{z-z_k}{z_{k+1}-z_k}$. Nous avons alors

$$1 - \alpha_k = \frac{z_{k+1} - z}{z_{k+1} - z_k}$$

De façon à mettre en évidence la combinaison linéaire évoquée plus haut, nous introduisons le coefficient δ_{pq}^n tel que

$$\delta_{pq}^n = \begin{cases} 1 & \text{si l'altitude } z \text{ associée au pixel } (p,q) \text{ appartient à la couche } n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On a alors,

$$B_i^{far} = \chi_i dFF \sum_n \left(\sum_p \sum_q \delta_{pq}^n (\delta_{pq} (\alpha_n E_{\uparrow n} + (1 - \alpha_n) E_{\uparrow n+1}) + (1 - \delta_{pq}) (\alpha_n E_{\downarrow n} + (1 - \alpha_n) E_{\downarrow n+1})) \right) \quad (2.16)$$

$$B_i^{far} = \chi_i \sum_n \left[dFF \sum_p \sum_q \delta_{pq} (\delta_{pq}^n \alpha_n + \delta_{pq}^{n-1} (1 - \alpha_n)) \right] E_{\uparrow n} + \left[dFF \sum_p \sum_q (1 - \delta_{pq}) (\delta_{pq}^n \alpha_n + \delta_{pq}^{n-1} (1 - \alpha_n)) \right] E_{\downarrow n} \quad (2.17)$$

Dans l'équation 2.17, nous remarquons que les coefficients de $E_{\uparrow n}$ et de $E_{\downarrow n}$ sont purement géométriques. Donc en ayant ces $2n$ coefficients, nous pouvons calculer B_i^{far} rapidement pour des conditions radiatives différentes *i.e.* quand les valeurs des flux moyens ou χ_i changent.

2.6 Résolution du système linéaire

Avant de résoudre le système, il faut calculer la matrice M selon l'équation :

$$\forall (i, j), i \neq j, M(i, j) = \begin{cases} -\rho_i F(i, j) & \text{si } F(i, j) > 0 \\ \tau_i F(i, j) & \text{si } F(i, j) < 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

où (ρ_i, τ_i) sont les propriétés optiques de A_i

Il ne nous reste donc plus qu'à résoudre le système $M.B = B^{far} + E$, où B est le vecteur des radiosités des diffuseurs.

Propriétés de la matrice La matrice M est *creuse* par construction. En effet seuls les facteurs de forme des diffuseurs des sphères englobantes sont non nuls.

Elle est *diagonalement dominante* (cf. § 1.4.3.1).

Elle n'est pas *symétrique*. Du fait de la transparence des objet, M ne peut être transformé en une matrice symétrique, comme l'ont proposé DiLaura et Franck (1993). Leur

Algorithme 2 Calcul des facteurs de forme et des B_i^{far} à partir des tableaux du Z-buffer

Étant donnés M la dimension en pixels du disque de projection, $\text{Proj}^+(M,M)$ un tableau contenant les pointeurs vers les A_j projetés sur la face supérieure de A_i et $\text{Proj}^-(M,M)$ sur la face inférieure et dFF le facteur de forme associé à un pixel selon l'équation (2.12),
/*La notation i^+ réfère à la face supérieure de A_i , et i^- à sa face inférieure*/

```
pour  $p = 0$  à  $M$  faire
  pour  $q = 0$  à  $M$  faire
     $A_k = \text{Proj}^+(p,q)$ ;
    si  $A_k \neq \text{NULL}$  alors /*Cas où le pixel est non vide  $\Rightarrow F_{i+k}$  */
       $F_{i+k} = \text{dFF}$ ; /*Face sup. éclairée par  $A_l$  en réflexion*/
    sinon /*Cas où le pixel est vide  $\Rightarrow B_{i+}^{far}$  */
      /*Face sup. éclairée par  $\bar{L}$  en réflexion*/
      Mise à jour de  $B_{i+}^{far}$ , en fonction de dFF et de  $\bar{L}(P_\omega, \vec{\omega})$ 
    fin si
    si  $A_i.\text{transparent}() == \text{VRAI}$  alors /*Cas où  $A_i$  est transparent*/
      si  $A_k \neq \text{NULL}$  alors /*Cas où le pixel est non vide  $\Rightarrow F_{i-k}$  */
         $F_{i-k} = \text{dFF}$ ; /*Face inf. éclairée par  $A_l$  en transmission*/
      sinon /*Cas où le pixel est vide  $\Rightarrow B_{i-}^{far}$  */
        /*Face inf. éclairée par  $\bar{L}$  en transmission*/
        Mise à jour de  $B_{i-}^{far}$ , en fonction de dFF et de  $\bar{L}(P_\omega, \vec{\omega})$ 
      fin si
       $A_l = \text{Proj}^-(p,q)$ ;
      si  $A_l \neq \text{NULL}$  alors /*Cas où le pixel est non vide  $\Rightarrow F_{i+l}$  et  $F_{i-l}$  */
         $F_{i+l} = \text{dFF}$ ; /*Face sup. éclairée par  $A_l$  en transmission*/
         $F_{i-l} = \text{dFF}$ ; /*Face inf. éclairée par  $A_l$  en réflexion*/
      sinon /*Cas où le pixel est vide  $\Rightarrow B_{i-}^{far}$  */
        /*Face sup. éclairée par  $\bar{L}$  en transmission*/
        Mise à jour de  $B_{i+}^{far}$ , en fonction de dFF et de  $\bar{L}(P_\omega, \vec{\omega})$ 
        /*Face inf. éclairée par  $\bar{L}$  en réflexion*/
        Mise à jour de  $B_{i-}^{far}$ , en fonction de dFF et de  $\bar{L}(P_\omega, \vec{\omega})$ 
      fin si
    fin si
  fin pour
fin pour
```

transformation est fondée sur la propriété des facteurs de forme ($A_i.F_{ij} = A_j.F_{ji}$) et sur le fait que, dans le cas d'objet opaque, chaque ligne de F est multipliée par une constante ρ_i . Celle-ci est inapplicable aux cas des objets transparents, car chaque ligne de F est transformée par la combinaison linéaire de l'équation (2.18).

Choix de la méthode des gradients conjugués Différents algorithmes existent pour résoudre un tel système linéaire. Baranoski *et al.* (1995) ont comparé cinq algorithmes, fondés sur des principes différents, en les utilisant pour calculer les radiosités dans le cas de scènes à haute valeur de réflectance moyenne et dont la matrice résultante était creuse. Il concluait que les méthodes de gradient conjugué et de Chebyshev étaient les plus performantes pour ce type de scène. Disposant de la librairie numérique Meschach (Stewart et Leyk, 1993), possédant une structure de données pour les matrices creuses et une méthode de résolution par gradient conjugué généralisé, nous avons choisi celle-ci pour inverser notre matrice.

La méthode de Leyk (1993) est une extension de la méthode des gradients conjugués au cas des matrices non symétriques. Pour une introduction à la généralisation de la méthode des gradients conjugués, nous signalons l'article de Schönauer et Weiss (1995).

La méthode des gradients conjugués est présentée dans (Press *et al.*, 1992). Nous en présentons maintenant le principe :

Soit l'équation linéaire à résoudre :

$$A.x = b$$

La méthode minimise la fonction f ,

$$f(x) = \frac{1}{2}x.A.x - b.x$$

car cette fonction est minimale quand son gradient ∇f est nul :

$$\nabla f = A.x - b$$

La minimisation s'effectue en générant une suite de directions de recherche p_k dans l'espace où est définie f . À chaque étape k , une quantité α_k est calculée telle que $f(x_k + \alpha_k p_k)$ soit minimal, puis on calcule $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$. La suite des x_k converge vers la solution recherchée x .

Cette méthode est bien adaptée au traitement des matrices creuses, car elle ne traite pas la matrice globalement, mais ligne à ligne. L'algorithme n'utilise la matrice qu'en multipliant une de ces lignes avec un vecteur. Pour une matrice pleine (NxN), cela exige N multiplications et N-1 additions. Pour une matrice creuse, on ne manipule que les éléments non nuls de la ligne de la matrice, d'où un gain important.

Cas des matrices trop grandes par rapport à la mémoire disponible Malgré le creux important de la matrice M , sa taille peut être trop grande pour pouvoir la stocker en mémoire. C'est pourquoi nous avons mis en œuvre une version "disque" de notre modèle,

car nous sommes plus souvent contraints par un manque de mémoire RAM que d'espace disque.

Cette version stocke sur disque la matrice creuse des facteurs de forme, selon le codage efficace proposé par Borel *et al.* (1991). Elle génère aussi un fichier contenant les coefficients géométriques de l'équation 2.17 permettant de calculer les B_{far}^i . Nous avons modifié l'algorithme de Leyk, de manière à ce qu'il fonctionne avec une matrice stockée sur disque. Nous avons modifié la fonction qui multiplie une ligne de la matrice par un vecteur, en lisant cette ligne dans le fichier qui contient la matrice des facteurs de forme.

Cette version est un peu plus lente du fait des lectures-écritures sur le disque, mais elle est moins contrainte en taille de scène et surtout elle permet de stocker les paramètres géométriques d'une simulation pour pouvoir ultérieurement simuler d'autres conditions radiatives.

Chapitre 3

Monte Carlo, un outil de référence et d'investigation

3.1 Introduction

La validation expérimentale de notre algorithme de radiosité mixte nécessite de caractériser parfaitement la structure 3D et les propriétés optiques des éléments d'une parcelle et de mesurer l'éclairement incident et le flux incident ou réfléchi pour un certain nombre de feuilles. La difficulté de ces mesures, notamment la structure 3D et les propriétés optiques, implique de fortes incertitudes sur les variables d'entrée du modèle et donc une difficulté d'analyse de la valeur du modèle. C'est pourquoi nous avons choisi de valider la radiosité mixte par le lancer de rayons stochastique. Nous avons vu au §1.4.2 que la méthode de Monte Carlo permet de simuler les échanges radiatifs, en faisant peu d'hypothèses par rapport à la méthode de radiosité. N'ayant pas trouvé de programme correspondant à ce que nous voulions faire¹, nous avons choisi de le développer.

Notre modèle est monospectral. Ceci est dû à l'échantillonnage par importance de la BRDF, nécessaire pour l'efficacité du modèle, comme nous le détaillerons plus loin.

L'algorithme de la méthode de Monte Carlo est simple :

1. Tirage aléatoire des caractéristiques initiales du rayon (poids, origine, direction), en fonction des propriétés des sources lumineuses.
2. Détermination de la primitive intersectée la plus proche
3. *Si* intersection, *aller au (4)*, *sinon aller au (7)*
4. Interaction rayon - primitive : mise à jour du flux absorbé et du flux incident de la primitive en fonction du poids du rayon, calcul de la direction et du poids du rayon rediffusé, en fonction de la BRDF associée à la primitive.
5. Arrêt aléatoire non biaisé du rayon par roulette russe, si son poids est inférieur à un seuil.

1. Depuis est apparu le Raytran de Govaerts (1995)

6. Si arrêt décidé, retour au (1), sinon retour au (2)
7. Sortie du photon de la scène : mise à jour de la BRDF du couvert, cas de la parcelle infinie
8. Retour au (1)

Les résultats obtenus sont des estimations de la valeur recherchée. Il est nécessaire de calculer leur variance associée. Cette variance est une fonction inverse du nombre N de rayons lancés pour l'algorithme de base de Monte Carlo (Kalos et Whitlock, 1986). Nous avons mis en œuvre des techniques de réduction de variance, présentées au §1.4.2, pour accélérer la convergence. De plus nous détaillerons les techniques du tracé de rayons utilisées pour réduire les temps de simulation.

Ce modèle nécessite en entrée: un couvert constitué d'un sol, de tiges et de feuilles et décrit sous la forme d'une liste de polygones, les caractéristiques des sources lumineuses (directionnalité, rapport direct-diffus), les propriétés optiques des éléments du couvert pour la longueur d'onde considérée, les bornes du motif périodique en cas de simulation d'une parcelle périodique infinie et les paramètres des sorties souhaitées. Ces sorties sont la BRDF du couvert, les flux moyens dans le couvert pour une altitude donnée, les flux distribués par polygone (flux absorbé, radiosité) et l'image vue par une caméra.

Nous allons maintenant présenter les caractéristiques de notre modèle.

3.2 Départ du photon

Comme pour la radiosité, nous traitons le soleil comme une source ponctuelle située à l'infini. Elle est donc caractérisée uniquement par une direction. L'extension à un soleil non collimaté revient à prendre en compte une source à l'infini avec une variation angulaire d'environ 0,3 degré.

Le prise compte du ciel est plus délicate car cela nécessite la paramétrisation d'une distribution directionnelle de luminances, fournie par un modèle de ciel. Ce problème est similaire à celui de la paramétrisation de la BRDF d'un phytoélément que nous verrons au §3.5. Pour la validation de la radiosité mixte, nous n'avons considéré qu'une source directionnelle. Nous n'avons donc implémenté qu'un modèle de ciel uniforme, où la fonction de distribution directionnelle de l'émissivité est :

$$\epsilon(\theta, \phi) = \frac{\sin \theta}{\pi} d\theta d\phi, \text{ où } \theta = \arccos x, (x \in U(0, 1)) \quad (3.1)$$

Ayant traduit la directionnalité de la source ciel par son émissivité, nous caractérisons sa puissance par le ratio entre l'énergie solaire et l'énergie céleste, dénommé *rapport direct-diffus*.

Notre modèle simule un soleil collimaté et le ciel par l'algorithme suivant :

1. Tirage aléatoire d'origine du rayon sur le plan horizontal surplombant la scène, que nous appelons *toit*.
2. Tirage aléatoire du type de source (soleil ou ciel) en fonction du rapport direct-diffus

3. Si *rayon solaire*, aller au (4), sinon au (5)
4. Mise à jour de la direction du rayon en fonction de celle du soleil et de son poids à 1
5. Calcul de la direction du rayon, selon l'équation (3.1). Pour bien échantillonner l'hémisphère, nous pouvons lancer N_c rayons "ciel" d'un poids $1/N_c$, N_c étant un paramètre de la simulation.

Pour diminuer la variance liée au tirage du point de départ du rayon sur le toit, nous faisons un échantillonnage stratifié de ce plan (Press *et al.*, 1992). Cela consiste à subdiviser le toit en une maille régulière et à tirer aléatoirement un point dans chaque pixel de cette grille (fig. 3.1).

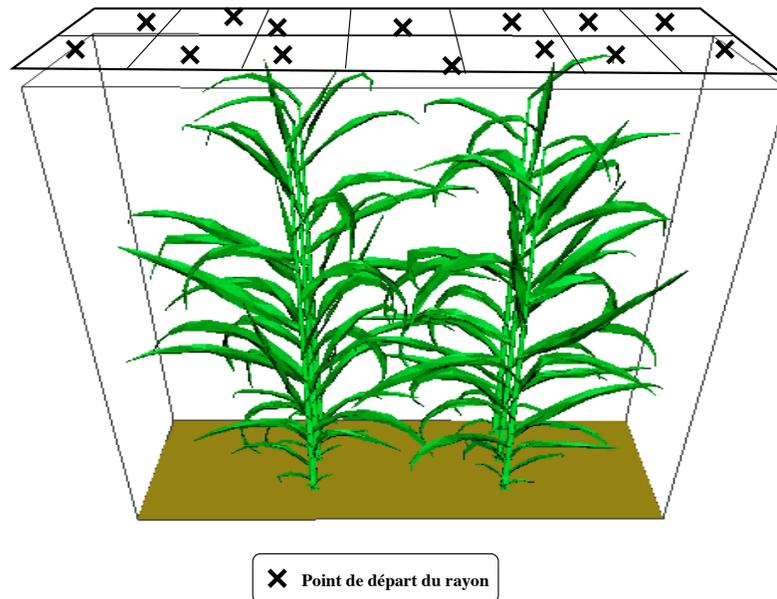


FIG. 3.1 – Échantillonnage stratifié du point de départ du rayon

3.3 Tracé de rayon

3.3.1 Double maillage

Pour optimiser le tracé d'un rayon d'un point O dans la direction \vec{r} , il faut restreindre le nombre de tests aux primitives proches de O et situées dans un environnement proche de la droite (O, \vec{r}) .

Pour cela nous subdivisons la scène en boîtes de façon adaptative, pour que le nombre de primitives dans chaque boîte soit quasiment le même. Ceci est efficace quand le couvert présente des hétérogénéités spatiales, comme c'est le cas pour des couverts en rang. Cette

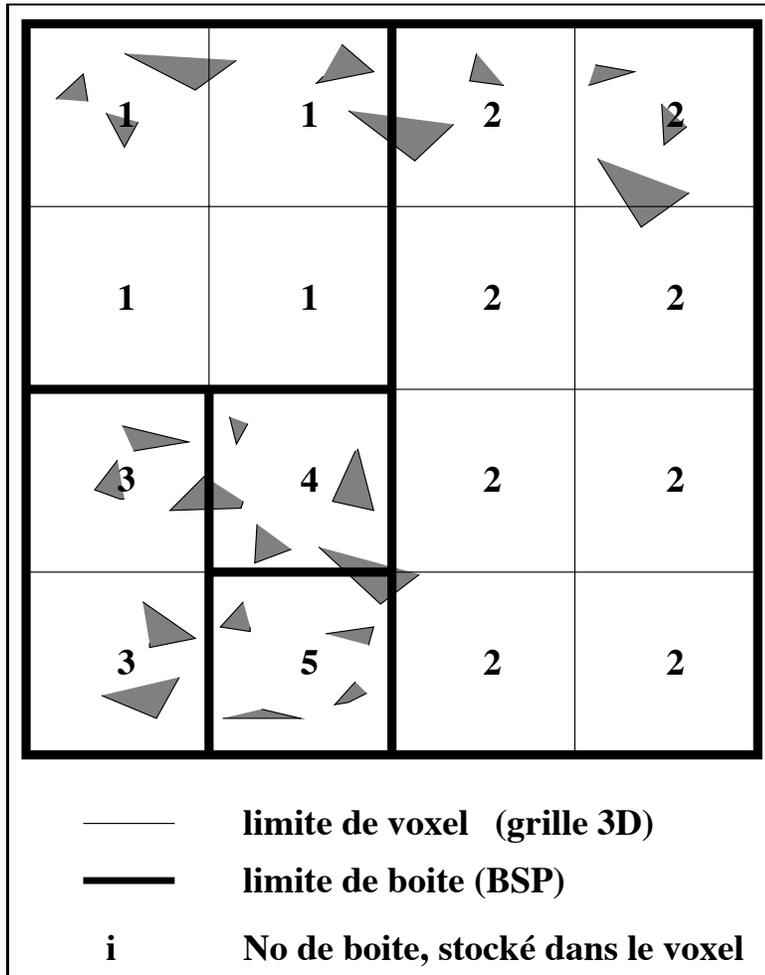


FIG. 3.2 – Double subdivision : arbre BSP et grille régulière 3D

subdivision est codée sous la forme d'un arbre binaire de subdivision (BSP² tree), qui résulte d'une subdivision récursive de la scène selon les trois axes. À chaque étape de subdivision, une boîte n'est subdivisée que selon un seul axe, donnant ainsi deux sous-boîtes et non huit, comme le cas d'un octree (arbre 8-aire). Les critères d'arrêt de la subdivision sont fixés pour chaque simulation. Ce sont le nombre maximum de primitives par boîte et une profondeur maximale de subdivision. Grâce à cette subdivision, nous n'avons qu'à tester les intersections du rayon avec les primitives de la boîte qui contient O . S'il n'y a pas d'intersection dans cette boîte, nous testons les primitives de la boîte suivante *i.e.* celle qui est adjacente à la première dans la direction \vec{r} . La détermination de cette boîte n'est pas efficace, car elle nécessite le parcours d'une structure de donnée complexe, l'arbre binaire de subdivision (Devillers, 1989).

C'est pourquoi nous avons adopté la méthode de Bouatouch *et al.* (1987), qui associe cet arbre à une grille régulière subdivisée en *voxels*. Les dimensions d'un voxel correspondent à celle de la plus petite boîte résultant de la subdivision adaptative (fig. 3.2). Ceci permet de propager efficacement un rayon sur la grille régulière par un algorithme incrémental (Amanatides et Woo, 1987).

3.3.2 Couvert périodique infini

Pour le lancer de rayon la mise en œuvre des couverts périodiques infinis est simple (Oikiwa et Saeki, 1972). Lorsque le rayon sort de la scène latéralement *i.e.* franchit un des "murs" définis par les bornes, ce rayon est "réinjecté" dans la scène avec la même orientation, à partir d'un point appartenant au mur d'"en face" et de mêmes coordonnées dans le repère local du mur (fig. 3.3).

Pour que cette méthode simule correctement l'infini, aucune primitive ne doit avoir de parties en dehors du motif. Si ce cas se produit, il faut traduire la partie extérieure de cette primitive pour qu'elle appartienne au motif. Pour éviter de subdiviser les primitives, nous dupliquons toute la primitive (fig. 3.3) en la stockant dans une nouvelle structure de donnée, qui contient à la fois la description d'une primitive et un pointeur sur le diffuseur d'origine. Ainsi cette nouvelle structure peut être intersectée par le rayon, mais toutes les données radiatives mises à jour sont, grâce au pointeur, celles du diffuseur d'origine.

3.4 Interaction rayonnement-diffuseur

Ayant déterminé par tracé de rayon la primitive intersectée, nous réalisons l'interaction rayonnement-diffuseur en mettant à jour les variables locales de flux de la primitive et en calculant les nouveaux paramètres du rayon : origine, poids et direction. Les variables mises à jour sont le flux incident ϕ_{inc} , le flux absorbé ϕ_{abs} et les flux réfléchis *i.e.* les radiosités B_i pour la face inférieure et B_s pour la face supérieure. La mise à jour consiste à cumuler dans ses variables la contribution d'un rayon incident ayant un poids P_i . La nouvelle origine du rayon a été calculée dans la procédure d'intersection du tracé de rayon. Son poids P_{i+1}

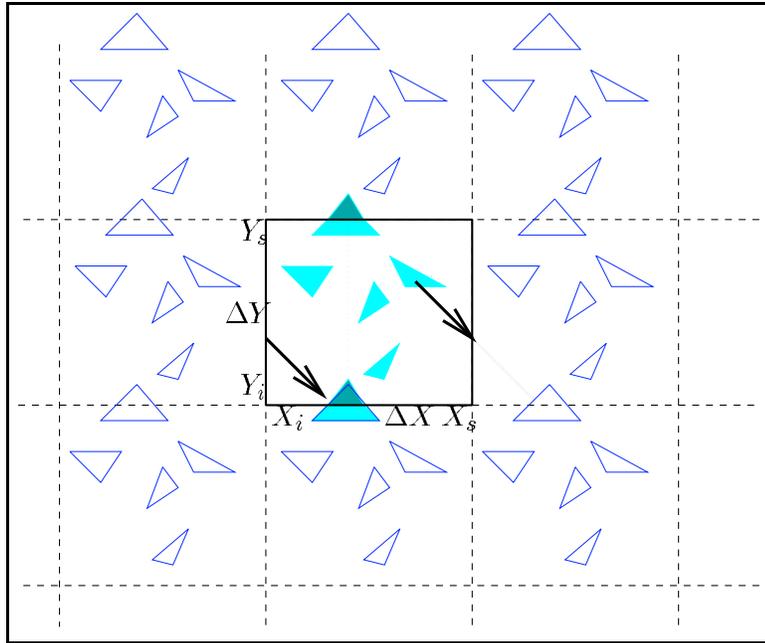


FIG. 3.3 – Couvert infini périodique

est amputé de la part absorbée par la primitive, selon $P_{i+1} = P_i * (1 - a_\lambda)$. La direction de rediffusion est tirée aléatoirement en fonction des propriétés optiques.

Ainsi l'interaction rayonnement-diffuseur se traduit par l'algorithme :

```

Étant données  $a_\lambda$ ,  $\rho_\lambda$  et  $\tau_\lambda$ , les propriétés directionnelles-hémisphériques
de la primitive et  $u()$ , une fonction retournant un nombre aléatoire, tiré
selon  $U(0, 1)$ ,
si  $u() < \frac{\rho_\lambda}{\rho_\lambda + \tau_\lambda}$  alors /*Cas du rayon réfléchi*/
  Calcul de la nouvelle direction, en fonction de la BRDF
   $B_{s+} = P_i * (1 - a_\lambda)$ 
sinon /*Cas du rayon transmis*/
  Calcul de la nouvelle direction, en fonction de la BTDF
   $B_{i+} = P_i * (1 - a_\lambda)$ 
fin si
/*Mise à jour des flux du diffuseur*/
 $\phi_{inc+} = P_i$ 
 $\phi_{abs+} = P_i * a_\lambda$ 
 $P_{i+1} = P_i * (1 - a_\lambda)$ 

```

3.4.1 Échantillonnage par importance de la direction de rediffusion

Pour calculer la direction de rediffusion, nous tirons au hasard une direction de l'hémisphère. Comme nous ne lançons qu'un rayon de rediffusion *i.e.* nous ne faisons pas

de *splitting*, nous faisons un échantillonnage par importance de l'espace des directions de rediffusion de manière à décrire efficacement la distribution directionnelle des rayons de rediffusion. Pour cela nous échantillonnons l'espace des directions selon une loi de probabilité issue de la BRDF (ou de la BTDF). Nous verrons dans le paragraphe suivant les problèmes posés par les BRDF réelles de feuille et du sol.

Nous illustrons maintenant ce calcul dans le cas d'un objet lambertien, cas qui nous servira pour les comparaisons avec la radiosité. Dans le cas d'une surface lambertienne, la densité de probabilité associée à la direction de rediffusion est :

$$f(\theta, \phi) = \frac{\cos \theta}{\pi}, \text{ telle que } \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi = 1 \quad (3.2)$$

Remarquant que pour tout ϕ , $f(\theta, \phi)$ est constante, le tirage de ϕ se fait selon la loi $U(0, 2\pi)$. Pour θ nous utilisons la méthode de *transformée inverse* (Rubinstein, 1981), car la fonction de répartition F associée à $f(\theta)$ est inversible :

$$F(x) = \int_0^x f(\theta) \sin \theta d\theta = \int_0^x \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad (3.3)$$

$$\text{d'où } F^{-1}(x) = \frac{\arccos(1 - 2x)}{2} \quad (3.4)$$

Selon cette méthode, pour tirer aléatoirement θ en fonction de la loi f , il faut tirer un nombre ξ selon $U(0, 1)$ et on a la relation $\theta = F^{-1}(\xi)$. Ainsi la direction de rediffusion s'obtient en tirant aléatoirement deux nombres ξ_θ et ξ_ϕ selon $U(0, 1)$ et leur appliquant les relations :

$$\begin{cases} \theta = \frac{\arccos(1 - 2\xi_\theta)}{2} \\ \phi = 2\pi\xi_\phi \end{cases} \quad (3.5)$$

3.4.2 Roulette russe

Nous avons choisi pour avoir une "stratégie d'échantillonnage de l'espace" efficace d'implémenter la méthode de la "capture implicite", qui consiste à propager un rayon porteur d'un poids P proportionnel à son énergie. Cette méthode nécessite d'arrêter la propagation du rayon, quand son poids devient inférieur à un seuil.

La contribution des poids inférieurs à ce seuil au bilan radiatif global est marginale. Pour stopper le rayon sans introduire de biais *i.e.* en redistribuant de façon statistique l'énergie du rayon non propagée du fait de l'arrêt, nous utilisons la méthode de la roulette russe (Arvo et Kirk, 1990), présentée par l'algorithme 3.

Statistiquement le rayon ne perd pas d'énergie, car si le poids moyen associé aux rayons de poids P après application de la roulette russe est $\langle P \rangle$, on a :

$$\langle P \rangle = \text{proba}(\text{terminaison}) * 0 + \text{proba}(\text{survie}) * \frac{P}{1-p} = p * 0 + (1-p) * \frac{P}{1-p} = P$$

Algorithme 3 Algorithme de la roulette russe

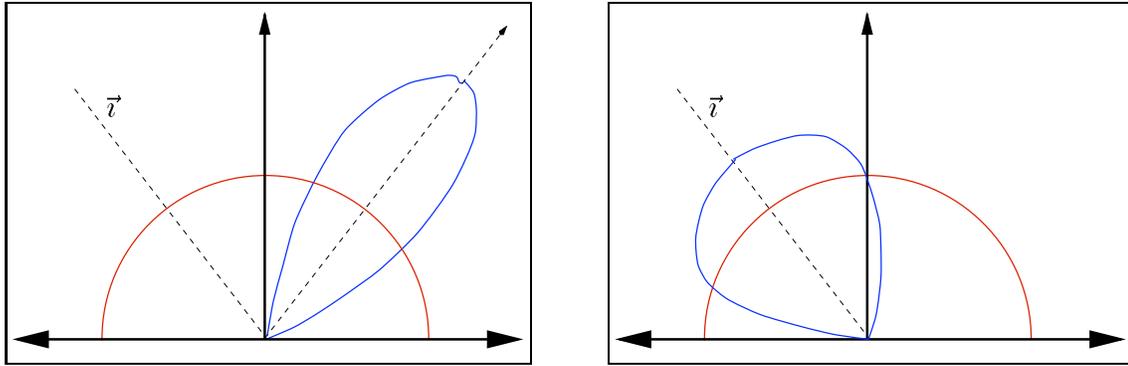
```
si  $P < \text{seuil}$  alors
  tirage de  $s$  selon  $U[0, 1]$ 
  si  $s < p$  alors /* où  $p$  est la probabilité d'arrêt du rayon, qui est un paramètre
    de la simulation*/
    ARRÊT de la propagation du rayon
  sinon
     $P = P/(1 - p)$ 
  fin si
fin si
```

3.5 Paramétrisation des propriétés optiques des feuilles et du sol

Nous avons vu au paragraphe précédent que la direction de rediffusion était échantillonnée en fonction de la BRDF (ou de la BTDF) du diffuseur. Le cas lambertien est simple, car la densité de probabilité s'intègre analytiquement et la fonction de répartition est inversible. Cela permet de tirer aléatoirement des directions selon la BRDF par la méthode de la transformée inverse (Rubinstein, 1981). Les BRDF réelles de feuille ou de sol (fig. (1.6) et (1.7)) sont décrites par des fonctions, qui ne permettent pas d'utiliser cette méthode de tirage aléatoire.

Une solution (Govaerts, 1995) est, à partir d'un modèle ou de mesures, de construire numériquement la fonction de répartition et de la discrétiser en stockant les résultats dans une table de correspondance (Look-Up Table). Pendant la simulation, les directions de rediffusion sont tirées aléatoirement par le schéma d'*acceptation-rejet* de von Neumann (Rubinstein, 1981) utilisant la fonction de répartition stockée dans la LUT. Les inconvénients de cette méthode sont liés à l'utilisation d'une LUT (compromis entre la précision et la place nécessaire en mémoire) et le coût en temps calcul du schéma d'*acceptation-rejet*, qui doit être multiplié par le nombre d'interactions rayon-diffuseur. Govaerts (1995), travaillant sur une machine parallèle a pu utiliser une telle méthode, ce que nous ne pouvons nous permettre au vu de la puissance de calcul disponible.

De manière à simuler l'impact de propriétés optiques non lambertiennes, nous utilisons un modèle de BRDF simple mais proche des propriétés réelles. Ce modèle scinde la BRDF en une partie diffuse et une partie directionnelle constituée d'un lobe gaussien. Ce lobe est centré sur la direction spéculaire dans le cas des phytoéléments (fig. 3.4(a)) et sur la direction du hot spot pour les sols (fig. 3.4(b)). Ce modèle s'inspire de celui de Ross et Marshak (1989) pour le spéculaire, dont la mise en œuvre est détaillée dans la thèse de Govaerts (1995). Les paramètres de ce modèle sont la réflectance hémisphérique diffuse ρ_d , un paramètre réglant l'ouverture du lobe et la réflectance hémisphérique du lobe ρ_l . Pour les feuilles, ρ_l est calculé à partir des lois de Fresnel pondérées par le facteur d'atténuation de Kuusk et Nilson (1989). Pour le sol, il est calculé en utilisant le modèle SOILSPEC (Jacquemoud *et al.*, 1992). L'algorithme de calcul de la direction avec



(a) Cas du phytoéléments

(b) Cas du sol

FIG. 3.4 – *Modèle simple de BRDF*

ce modèle est :

Étant donnée $u()$, une fonction retournant un nombre aléatoire, tiré selon $U(0, 1)$,
si $u() < \frac{\rho_d}{\rho_d + \rho_l}$ **alors** /*Cas du rayon, diffusé isotropiquement*/
 Calcul d'une direction en fonction de l'équation (3.5)
sinon /*Cas du rayon, diffusé dans le lobe*/
 Calcul de la direction, par tirage dans un lobe gaussien (Govaerts, 1995).
fin si

3.6 Les sorties du modèle

Nous allons détailler le calcul des flux distribués et moyens à partir de la distribution de poids, générée par le lancer de rayon, et celui de la variance associée à chaque résultat.

3.6.1 Conversion des résultats en unité SI

Flux distribué par diffuseur Nous avons vu à la section précédente qu'à chaque interaction d'un rayon avec un diffuseur, on cumule dans des variables le poids du rayon, pondéré par les propriétés optiques hémisphériques respectives ($a_\lambda, \rho_\lambda, \tau_\lambda$). À la fin d'une simulation, ces variables sont normalisées de manière à représenter des densités surfaciques de flux [$W.m^{-2}$], relatives à un éclaircissement incident tel que qu'une surface horizontale placée au dessus du couvert ait un éclaircissement d'1 $W.m^{-2}$. Le coefficient de normalisation K se calcule ainsi :

Soit S_t , la surface de la zone de départ des rayons que nous appellerons "toit".

Soit n , le nombre de rayons lancés

Si ϕ_t est le flux émis par le toit *i.e.* par les n rayons, on a $\phi_t = S_t$, car on suppose un éclaircissement de 1 au-dessus du couvert.

Ainsi chaque rayon a un poids P initial de 1 qui correspond à un flux de ϕ_t/n .

Les grandeurs calculées par le lancer de rayons sont exprimées en unité “poids”, donc pour les convertir en $W.m^{-2}$ nous les multiplions par ϕ_t/n pour obtenir un flux exprimé en W et en normalisant par la surface du diffuseur S_d , nous obtenons la densité surfacique de flux recherchée.

D’où $K = \frac{S_t}{n.S_d}$

Profils verticaux de flux moyens Nous estimons le flux direct (1er ordre) E_s , le flux rediffusé hémisphérique montant E_{\uparrow} *i.e.* les rayons ayant subi au moins une interaction et dont la direction est montante et le flux rediffusé hémisphérique descendant E_{\downarrow} . Ces flux sont les mêmes que ceux calculés par les modèles type Kubelka-Munk (*cf.* §1.4.1). Nous calculons aussi la distribution directionnelle des flux E_{\uparrow} et E_{\downarrow} , en stockant dans un tableau les poids des rayons traversant le plan selon certaines directions prédéfinies.

Pour calculer les profils verticaux de ces flux dans le couvert, nous plaçons à différentes hauteurs des plans horizontaux. Quand un rayon traverse un de ces plans, nous cumulons dans des variables associées au plan le poids de ce rayon.

Tout comme les flux distribués, à l’issue de la simulation nous convertissons nos résultats de l’unité “poids” en densités surfaciques de flux, relatives à un éclairage du “toit” de $1 W.m^{-2}$. Pour cela nous calculons suivant le même raisonnement qu’au paragraphe précédent un coefficient de normalisation, qui vaut $S_t/(S_p.n)$ où S_p est la surface du plan qui capte les rayons.

Réflectance bidirectionnelle du couvert Le calcul de la réflectance bidirectionnelle du couvert s’effectue ainsi.

Après avoir échantillonné l’hémisphère en n_a angles solides, nous stockons les poids des rayons émergents dans un tableau de n_a valeurs en fonction de leur direction de sortie.

À la fin de la simulation, pour obtenir un facteur de réflectance *i.e.* une réflectance normalisée par rapport à la réflectance d’une surface horizontale lambertienne idéale, nous convertissons les valeurs en poids du tableau de réflectance en facteur de réflectance, en les multipliant par un coefficient géométrique. Pour calculer ce coefficient, nous suivons le raisonnement suivant. La réflectance hémisphérique d’une surface lambertienne idéale vaut 1 et donc sa réflectance bidirectionnelle vaut $1/\pi$. Ainsi pour tout angle solide ω_i , si l’éclairage incident vaut $1 W.m^{-2}$, le flux réfléchi dans cet angle solide vaut Ω_i/π (où Ω_i est l’angle solide projeté de ω_i). Donc le facteur de réflectance du couvert pour l’angle solide ω_i vaut :

$$R_{\omega_i} = \frac{P_{\omega_i}}{n \Omega_i/\pi}, \text{ où } P_{\omega_i} \text{ est le flux en “poids” réfléchi par le couvert dans } \omega_i$$

3.6.2 Estimation de la variance associée

Pour calculer la variance associée, nous scindons une simulation de N rayons en i itérations de n rayons.

À chaque fin d'itération *i.e.* de lancer de n rayons, nous cumulons chaque résultat obtenu x dans des variables inter-itérations X et X^2 . Par exemple, pour le flux absorbé ϕ_{abs} par un diffuseur, nous calculons à chaque fin d'itération le flux $\phi_{a,j}$ selon la méthode présentée au paragraphe précédent puis nous cumulons cette valeur ainsi :

$$\begin{cases} X_{abs} & += \phi_{a,j} \\ X_{abs}^2 & += \phi_{a,j} * \phi_{a,j} \end{cases} \quad (3.6)$$

À la fin des i itérations, nous estimons la moyenne de la simulation par la moyenne des i itérations (Dagnélie, 1992),

$$\langle \phi_{abs} \rangle = \frac{X_{abs}}{i} = \frac{\sum_{j=1}^i \phi_{a,j}}{i} \quad (3.7)$$

L'erreur-standard de cette moyenne $\sigma(\langle \phi_{abs} \rangle)$ vaut σ/\sqrt{i} , où σ est l'écart-type de la simulation. Nous estimons σ à partir des résultats des i itérations, selon la formule (Dagnélie, 1992) :

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{i-1.5} \left(X_{abs}^2 - \frac{1}{i} X_{abs} \right)} \quad (3.8)$$

Finalement l'erreur-standard sur l'estimation de la moyenne est calculée comme :

$$\sigma(\langle \phi_{abs} \rangle) = \sqrt{\frac{1}{i(i-1.5)} \left(X_{abs}^2 - \frac{1}{i} X_{abs} \right)} \quad (3.9)$$

3.7 Mise en œuvre orientée objet

Pour la mise en œuvre de ce modèle, nous avons choisi d'avoir une *approche orientée objet* pour pouvoir étendre facilement le modèle notamment pour qu'il puisse traiter d'autres types d'entrée (type de primitive, propriétés optiques, ...) et générer d'autres sorties. Une introduction de la programmation orientée objet (POO) et son application au développement d'un lancer de rayons se trouve dans (Ureña *et al.*, 1992). Certaines spécificités de cette approche permettent cette extensibilité :

– Encapsulation

En POO on manipule des objets qui sont des instances de classes. Une classe est un type de donnée défini par le programmeur (Stroustrup, 1992). Ces objets possèdent deux parties, une interface accessible de l'extérieur et un ensemble de fonctions et de données qui ne sont accessibles que via les fonctions de l'interface. Chacune des parties peuvent contenir des fonctions et des données. L'intérêt de ces deux zones est de limiter l'accès aux données privées, ce qui permet d'éviter de nombreux effets de bord classiques en programmation procédurale et ainsi d'accroître la *fiabilité* du code généré.

– **Héritage**

L'héritage permet de définir une classe comme la spécialisation d'une classe plus générale. Par exemple, nous pouvons hériter une classe Triangle d'une classe Polygone. L'avantage est de n'avoir à écrire que le code spécifique à la nouvelle classe et de profiter des développements de la classe mère. Cette hiérarchie de classes devient intéressante, quand elle est combinée avec le *polymorphisme*

– **Polymorphisme**

Le polymorphisme caractérise le fait qu'un même traitement produit des comportements différents selon les objets auxquels il est appliqué. Il permet de définir des *classes abstraites*, dont le comportement varie dynamiquement au cours de l'exécution du programme. Par exemple une classe abstraite Primitive ne fera pas les mêmes calculs de surface, si elle est instanciée en un objet Polygone ou un objet Sphère. Cette caractéristique nous a été très utile pour développer notre lancer de rayons. En effet le cœur du programme ne manipule que des *types abstraits de données*. Ainsi toute introduction d'un nouvel élément (nouvelle primitive, nouvelle propriété optique, nouvelles sources radiatives) se fait en héritant de la classe mère abstraite et en écrivant les fonctions spécifiques. Leur manipulation par le cœur du programme se fera de façon transparente.

Suite à l'analyse de l'application de la méthode de Monte carlo aux couverts végétaux, nous avons identifié quatre types abstraits de donnée principaux, qui correspondent au rayon (**Rayon**), au diffuseur (**Diffuseur**), à la la source de lumière (**Source_Lumiere**) et au couvert végétal (**Canopy**).

Le cœur du programme consiste à suivre le devenir du rayon dans le couvert. Il implique les classes **Rayon** et **Diffuseur**.

Rayon est une classe qui implémente un tracé de rayon, en utilisant le double maillage 3D présenté au §3.3. Les données membres de cette classe sont l'origine, la direction de propagation et le poids qui correspond à l'énergie portée par le rayon.

Diffuseur est une classe composite qui comprend un objet géométrique, qui est une instance de la classe abstraite **Primitive** et un objet relatif aux propriétés optiques du Diffuseur, qui est aussi l'instance d'une classe abstraite **Actop**. Les données-membres de cette classe sont les flux distribués, dont nous avons détaillé les calculs au §3.6.

Ces deux classes sont en relation par le biais des fonctions de leur interface. La fonction **Rayon::intersect()** détermine si le rayon intersecte un diffuseur. Si tel est le cas, la fonction **Diffuseur::interact()** code l'interaction rayon-diffuseur, décrite au §3.4.

Les paramètres d'initialisation (origine, direction, poids) du rayon sont fournis par la classe abstraite **Source_Lumiere**.

L'ensemble des instances de **Diffuseur** est stocké dans une classe **Canopy** qui rassemble toutes les informations au niveau du couvert, comme la BRDF du couvert.

Toutes les instances de ces classes sont utilisées dans la fonction **main()** en utilisant le polymorphisme, ce qui fait que l'extension du programme ne nécessite que des modifications locales de celui-ci. Par exemple la définition d'un nouveau type de primitive se fait uniquement en dérivant par héritage une classe de la classe mère **Primitive**. Il n'y a aucune modification à faire au cœur du programme.

La figure 3.5 montre les différentes relations entre les classes : héritage, clientèle *i.e.* avoir un objet comme donnée-membre d'une classe, relation fonctionnelle.

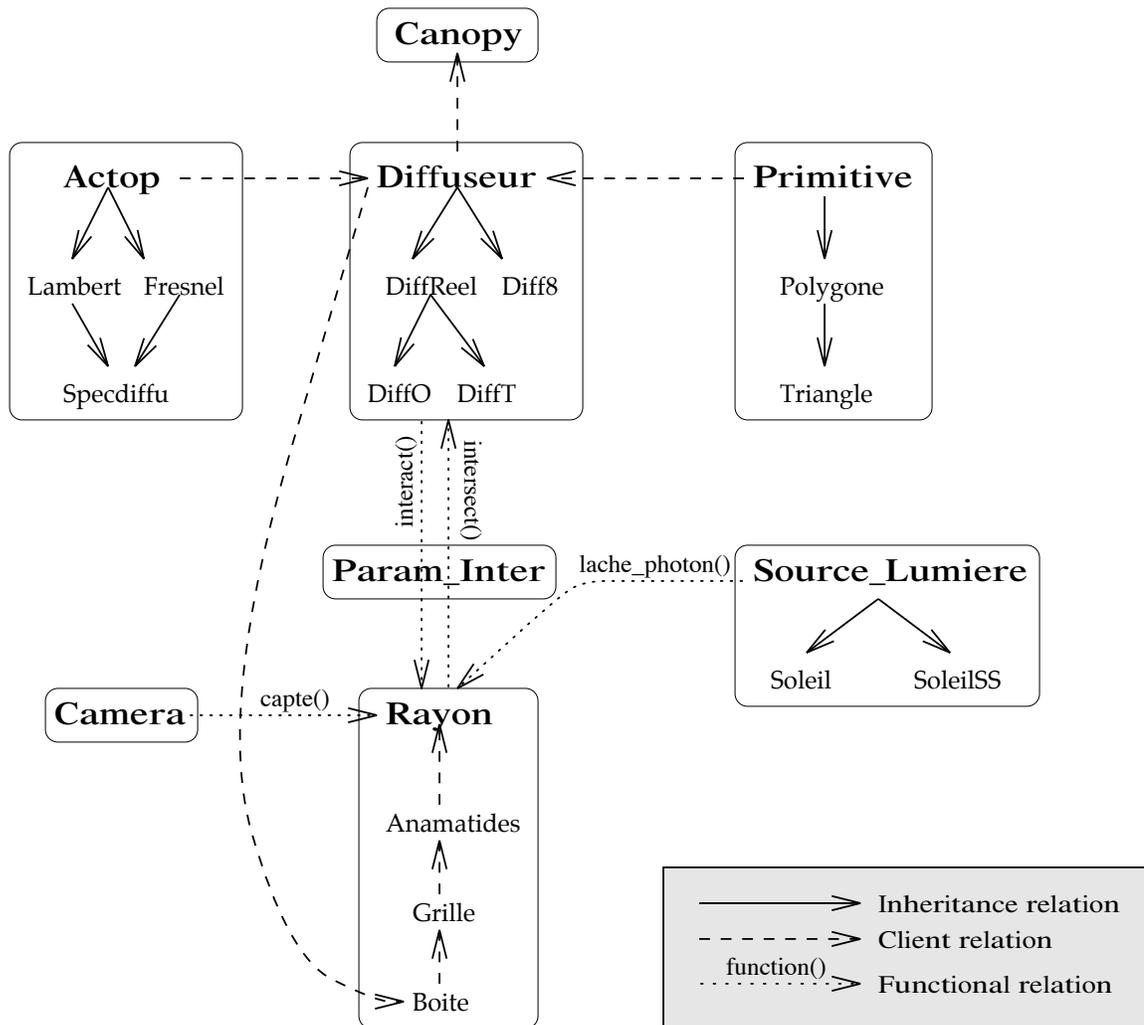


FIG. 3.5 – Diagramme des relations entre classes

Le tableau 3.1 décrit brièvement les classes utilisées dans notre programme : *parcinopy*.

Classe	Mère	Description
Diffuseur	<i>ABSTRAITE</i>	Classe abstraite qui interagit avec un rayon lumineux
DiffReel	Diffuseur	Classe abstraite interne.
DiffO	DiffReel	C'est un diffuseur, qui n'a qu'une face opaque <i>e.g.</i> tige, sol
DiffT	DiffReel	C'est un diffuseur transparent à deux faces <i>e.g.</i> feuille
Diff8	Diffuseur	Cette classe permet de gérer le cas des diffuseurs à cheval sur une borne dans une maquette périodique infinie.
Actop	<i>ABSTRAITE</i>	Classe abstraite qui calcule le comportement optique d'un diffuseur.
Lambert	Actop	Cas Lambertien
Fresnel	Actop	Cas spéculaire
Specdiffu	Fresnel, Lambert	Cas du modèle simple, décrit au §3.5
Primitive	<i>ABSTRAITE</i>	Décrit une primitive géométrique.
Polygone	Primitive	Cas du polygone plan.
Triangle	Polygone	Cas du triangle
Param_Inter		Permet le transfert de données entre Diffuseur and Rayon.
Rayon		Tracé de rayons
Anamatides		Propagation incrémentale d'Amanatides et Woo (1987)
Grille		Une liste de boites, qui subdivise adaptativement la scène
Boite		Une liste de diffuseurs
Source_Lumiere	<i>ABSTRAITE</i>	Génère les paramètres initiaux du rayon
Soleil	Source_Lumiere	Génère les points de départ de rayons ayant une même direction (lumière collimatée)
SoleilSS	Source_Lumiere	Soleil utilisant un échantillonnage stratifié pour déterminer le point de départ du rayon
Camera		Simule la prise de vue d'une caméra
Canopy		Contient la liste des diffuseurs et les données propres au couvert <i>e.g.</i> la BRDF

TAB. 3.1 – Description des classes de parcinopy

Chapitre 4

Validation de l’approche radiosité mixte

4.1 Introduction

Nous allons étudier dans ce chapitre la validité de notre modèle de radiosité mixte (§ 2) par comparaison avec des simulations de Monte Carlo. Nous avons validé chaque module de la radiosité mixte pour étudier leur influence sur l’erreur globale, puis validé globalement l’approche. Cette étude est plus une étude de faisabilité et de potentialité de notre approche qu’une véritable validation. En effet une validation complète de notre modèle aurait nécessité un plan de simulation croisant les valeurs des différents paramètres du modèle, notamment la structure du couvert (LIDF, agrégation, LAI), les propriétés optiques, les caractéristiques des sources lumineuses. La gamme de variation de chacun de ces paramètres étant vaste, nous nous sommes limités pour cette étude préliminaire à la variation de certains paramètres-cl fs. Pour les autres paramètres nous avons choisi leur valeur telle qu’elle soit représentative de la majorité des cas ou qu’elle permette d’avoir un maximum de sensibilité du modèle.

Comme le premier ordre est calculé de façon précise par une technique de projection, nous avons centré notre étude sur le test de la partie “calcul des rediffusions” de notre modèle. C’est pourquoi nous avons choisi des valeurs de paramètres qui maximisent les rediffusions de rayonnement dans le couvert.

Ainsi nous avons limité cette étude à la simulation des échanges radiatifs dans le proche infrarouge. En effet nous avons vu au § 1.3.2 que dans cette bande spectrale les feuilles rediffusaient plus de 90% de l’énergie reçue. Nous avons donc pris des propriétés optiques lambertiennes, valant pour les deux faces des feuilles ($\rho_f = 0.40$, $\tau_f = 0.45$), pour les tiges ($\rho_t = 0.40$) et pour le sol ($\rho_s = 0.35$).

Pour favoriser ces rediffusions, nous avons choisi des feuillages denses (LAI entre 3 et 4).

Nous avons restreint notre étude au cas des LIDF sphériques, qui est une distribution très utilisée dans les modèles pour décrire les couverts de grande culture. Nous avons traité

deux types de structure : un couvert homogène type milieu turbide et un couvert structuré en rang, composé de plants de maïs.

Nous nous sommes limités à un type de BRDF des phytoéléments et du sol, le cas lambertien. Ce choix discutable du fait de la directionnalité des propriétés optiques de nombreuses plantes a permis de limiter les sources d'erreur entre Monte Carlo et notre modèle que nous détaillerons plus tard. Le choix de propriétés non isotropes auraient entraîné des erreurs supplémentaires dans les calculs des flux moyens par SAIL et dans les calculs des contributions proches par la radiosité, car ces deux modèles supposent des propriétés lambertiennes des diffuseurs. Ceci aurait compliqué l'analyse des sources d'erreur.

Nous avons choisi une source lumineuse collimatée pour maximiser la directionnalité des flux dans le couvert. Nous avons retenu trois inclinaisons solaires : le cas particulier de 0 degré, une faible inclinaison (30 degrés) et une forte inclinaison (60 degrés). Pour faciliter les comparaisons, la puissance de la source est telle que l'éclairement d'une surface horizontale placée au dessus de la scène soit de 1 W.m^{-2} .

Nous avons validé la radiosité mixte module à module, puis globalement.

Pour étudier la validité du choix de SAIL pour calculer les profils verticaux de flux moyens hémisphériques, nous avons comparé les résultats de SAIL avec les simulations de Monte Carlo. De plus nous avons estimé la directionnalité de ces flux, pour évaluer l'influence de l'importance de l'hypothèse d'isotropie des flux de SAIL. Cette étude fut nécessaire car SAIL a principalement été utilisé et validé pour générer des réflectances bidirectionnelles de couvert. Il n'a pas été validé pour le calcul des flux moyens au sein du couvert végétal.

Nous avons aussi testé notre mise en œuvre de la méthode de radiosité, qui calcule les contributions des diffuseurs proches. Nous avons notamment validé le choix de la méthode de calcul de facteur de forme et quantifié les différences entre la radiosité et Monte Carlo pour des scènes du type couvert végétal.

Enfin nous avons globalement validé l'approche d'un modèle mixte en la comparant avec Monte Carlo. Nous avons aussi testé la sensibilité de notre modèle à un paramètre clef, le diamètre de la sphère englobante.

4.2 Validité de SAIL pour le calcul des flux moyens

4.2.1 Protocole de simulation

Objectifs SAIL est un modèle simple faisant de nombreuses hypothèses, notamment l'isotropie des flux rediffusés.

Dans cette section nous présentons une comparaison des profils verticaux de flux moyens hémisphériques calculés par SAIL et par le lancer de rayons stochastique. Par flux moyen, nous comprenons la valeur moyenne des flux traversant un plan horizontal à une altitude donnée.

Puis nous étudierons la directionnalité de ces flux moyens, car la radiosité mixte calcule les contributions lointaines en faisant l'hypothèse de l'isotropie de ces flux.

Enfin nous détaillerons la directionnalité d'un flux particulier - le flux montant au sommet du couvert - qui permet de calculer la réflectance bidirectionnelle du couvert. Cette grandeur est une sortie très étudiée des modèles radiatifs, car elle permet de prédire les signaux télédéteçtés en fonction des caractéristiques du couvert.

Cette étude sera centrée sur l'effet de la taille des feuilles et le cas d'un couvert structuré, pour tester la validité de SAIL dans des cas où certaines de ces hypothèses de modélisation ne sont pas valides.

Les modèles SAIL utilisés Nous avons vu au § 1.4.1 que l'utilisation du modèle SAIL implique que le couvert satisfasse certaines contraintes, qui dérivent des hypothèses de modélisation de SAIL.

Ainsi le couvert doit pouvoir être décrit comme un ensemble de couches horizontales, infiniment étendues. Dans chaque couche, les feuilles se distribuent dans l'espace de façon homogène. La LIDF est constante pour toute la couche et la distribution des orientations est uniforme en azimut. Les feuilles sont supposées avoir une taille infinitésimale. Leurs propriétés optiques sont lambertiennes et constantes par couche.

Outre les contraintes sur les paramètres du couvert, SAIL fait une hypothèse importante, l'isotropie des flux moyens rediffusés.

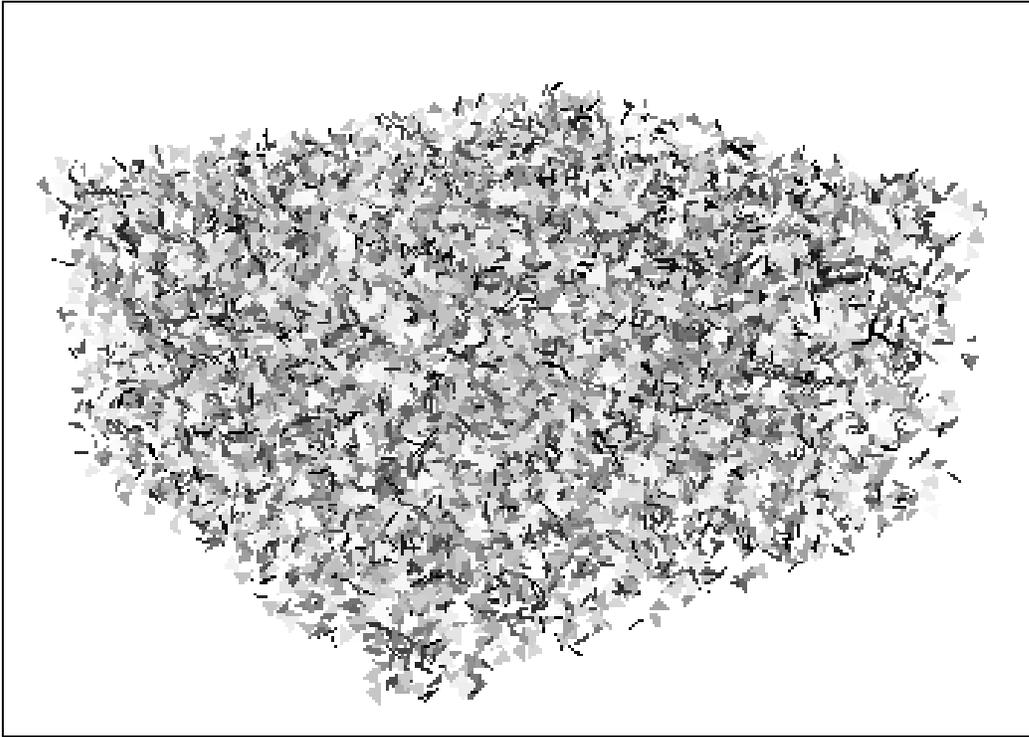
Nous avons dû utiliser deux modèles SAIL pour nos comparaisons. Le modèle SAIL d'Andrieu *et al.* (1997), qui inclut un traitement du hot spot mais qui n'est pas multicouche, a servi pour calculer la BRDF du couvert. Pour calculer les profils verticaux de flux moyens, nous avons utilisé la version multicouche d'Albert Olioso (1995), qui n'inclut pas le traitement du hot spot.

Estimation de la variance associée aux résultats de Monte Carlo Nous avons présenté au § 3.6.2 que pour estimer les écarts-types associés aux estimations de Monte Carlo, nous scindons une simulation en m itérations de n rayons.

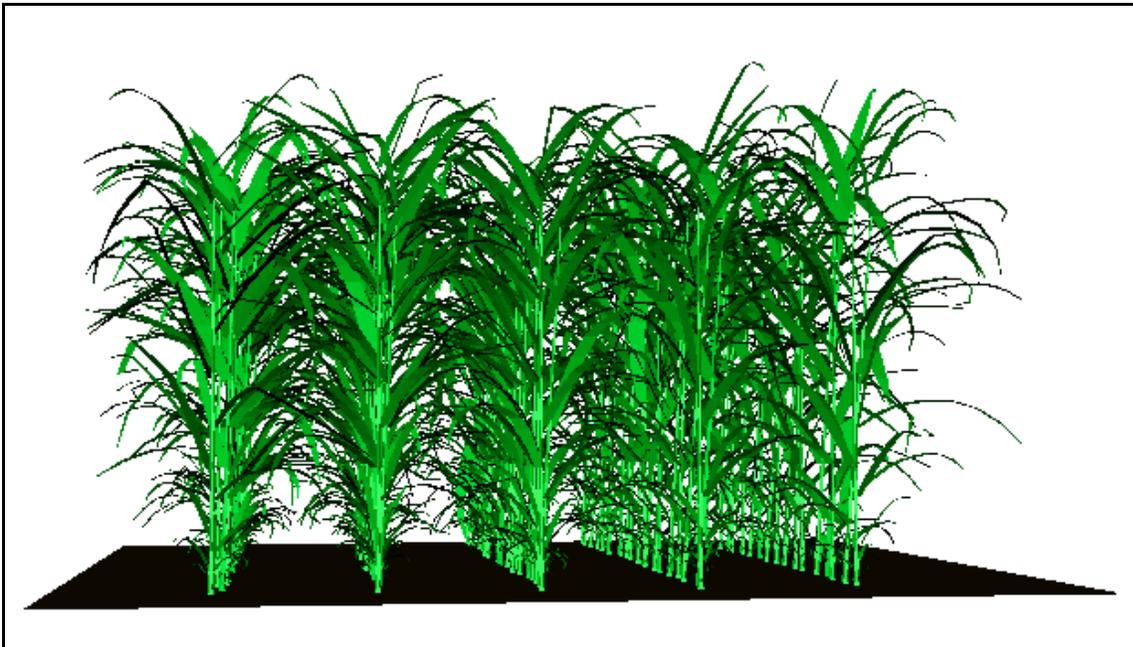
Les calculs de SAIL sont fondés sur des paramètres moyens de la structure, comme le LAI ou la LIDF. Si la maquette est trop petite, elle ne peut être représentative des distributions sur lesquels SAIL a fondé ses calculs. Les maquettes utilisées pour les comparaisons avec SAIL doivent donc être suffisamment grandes. Mais le traitement des maquettes de grande taille nécessite plus de temps de simulation, car plus de rayons sont nécessaires pour les échantillonner correctement et des ralentissements dus à des problèmes de "swap"¹ interviennent.

Comme nous ne nous intéressons qu'aux flux moyens, la position de chaque triangle n'a d'importance que dans sa contribution au résultat moyen. C'est pourquoi nous avons diminué les temps de simulation par Monte Carlo, en générant une nouvelle maquette entre chaque itération. Ainsi pour une simulation de m itérations, en effectuant le retraitage de la maquette nous avons une simulation qui est statistiquement équivalente à une simulation sans retraitage avec une maquette composée d'au moins m fois plus de triangles.

1. Transfert de données entre la mémoire vive et la mémoire de masse d'un ordinateur



(a) TM4: Milieu turbide composé de petits triangles - LAI 4 - LIDF sphérique



(b) M5x20: 5 rangs de 20 plants de maïs - LAI 3.5

FIG. 4.1 – *Maquettes utilisées pour le calcul des flux moyens*

Scènes utilisées Pour tester l'effet de la taille des feuilles sur la validité de SAIL, nous avons choisi un couvert type milieu turbide.

Ce couvert est constitué de triangles équilatéraux, répartis de façon *homogène* dans l'espace et ayant une LIDF sphérique (fig. 4.1(a)). Nous avons étudié trois tailles de feuille, qui correspondent à des arêtes de triangle de 5, 30 et 60 *cm*. La taille des petits triangles (5 *cm*) est telle par rapport à une hauteur du couvert de 1.05 *m* que les caractéristiques de ce couvert se rapproche de celles d'un milieu diffusant où l'hypothèse d'indépendance des directions d'incidence et de rediffusion est valide. Pour les deux autres tailles cette hypothèse n'est plus valide et nous permet donc de tester l'impact de feuilles de taille finie sur la qualité d'estimation des flux moyens hémisphériques de SAIL.

Une autre hypothèse forte de SAIL est l'homogénéité du couvert. Pour tester l'influence de cette hypothèse, nous avons choisi une maquette de maïs en rang (fig. 4.1(b)). Ce maïs a été généré par L-système (Fournier, 1995). Les paramètres de cette génération sont 5 rangs de 20 plantes semées avec une densité agronomique classique de 100 000 pieds-hectare. Le maïs est à un stade adulte de 15 feuilles. La maquette ne comprend que l'appareil végétatif (feuilles, tiges). La paramétrisation des formes de feuille est celle d'Aries *et al.* (1987). Le réalisme de cette maquette est toutefois limité, car le modèle de croissance utilisé ne traduit pas les interactions entre plantes. Chaque plante se développe comme si elle était isolée. Ceci fait que la disposition des feuilles diffère de celle d'un maïs réel. Une illustration de ceci est l'existence d'intersection de feuilles. Ainsi la maquette n'a pas tout à fait les mêmes propriétés qu'un maïs réel, notamment au niveau des propriétés d'interception du rayonnement. Cependant ses propriétés sont plus proches d'un vrai maïs que celle d'un milieu turbide, notamment au niveau de l'agrégation que nous voulons tester avec cette maquette.

Alors que dans le cas du milieu turbide, pour chaque itération de Monte Carlo nous générons une nouvelle maquette. Dans le cas du maïs, nous ne l'avons pas fait, car ces simulations de Monte Carlo nous ont aussi servi à calculer les flux distribués par triangle pour la validation globale de la radiosité mixte (*cf.* § 4.4.2). Les temps de simulation étant limités, ceci implique que la maquette de maïs a proportionnellement été échantillonnée avec moins de rayons, ce qui a pour conséquence d'avoir des écarts-types associés plus forts que dans le cas du milieu turbide.

Comme SAIL suppose un couvert horizontalement infini, nous avons utilisé dans nos simulations de Monte Carlo le mécanisme de maquette périodique infinie, décrit au §1.3.4 et au §3.3.2.

Le tableau (4.1) résume les caractéristiques des scènes utilisées pour ces simulations.

Géométrie de l'éclairage des scènes Nous utilisons une source collimatée, qui éclaire le couvert selon trois inclinaisons (0, 30 ou 60 degrés). Nous noterons θ_s , l'angle zénithal de la source.

Pour les maquettes "milieu turbide", l'azimut de la direction incidente n'a pas d'importance, car le milieu est isotrope.

Pour le maïs en rang l'existence d'une structure implique une réponse qui est fonction de l'azimut du soleil. Deux directions sont particulières : la direction perpendiculaire aux

Nom	LAI	Nombre de triangles	Nombre de retirages	Arête du triangle	Hauteur du couvert	Effets étudiés
TM4	4	14780	50	5 cm	1.05 m	Aucuns (référence)
BTM4	4	14780	50	30 cm	1.30 m	Taille des feuilles
VBTM4	4	14780	50	60 cm	1.60 m	Taille des feuilles
M5x20	3.5	30890	1	0.5-20 cm	2.50 m	Agrégation Couvert structuré

TAB. 4.1 – *Caractéristiques des scènes utilisées pour valider le choix de SAIL*

rangs et celle parallèle aux rangs. Pour ne pas traiter un cas particulier, nous avons choisi une direction oblique, faisant un angle azimutal de 60 degrés par rapport à l’axe des rangs.

4.2.2 Profil de flux moyens

Dans ce paragraphe nous nous intéressons au profil vertical de trois flux moyens : le flux solaire direct (E_s), le flux rediffusé hémisphérique montant (E_{\uparrow}) et le flux hémisphérique descendant (E_{\downarrow}). E_{\uparrow} et E_{\downarrow} sont importants, car ils sont utilisés pour calculer les contributions lointaines B_{far} de la radiosité mixte. Les courbes présentent la valeur des densité surfaciques de flux E_s , E_{\uparrow} et E_{\downarrow} en fonction de l’altitude. Pour pouvoir comparer les résultats de couverts de hauteurs différentes, les résultats sont présentés non pas en fonction de l’altitude, mais du LAI cumulé à partir du sommet du couvert. L’écart-type associé aux flux calculés par Monte Carlo est infime, car ces flux sont des flux intégrés à la fois spatialement et directionnellement. Ainsi beaucoup de rayons contribuent à leur calcul.

Milieu homogène Les couverts testés sont des couverts du type milieu turbide. Nous avons testé l’effet “taille des feuilles” en générant 3 maquettes composées de triangles de longueur d’arête respective 5 cm, 30 cm et 60 cm pour des hauteurs du couvert de 1.05 m, 1.30 m et 1.60 m.

Ce couvert a les caractéristiques structurales d’un milieu turbide pour lequel les hypothèses de SAIL sont valides. Nous remarquons qu’effectivement les profils coïncident, alors que les méthodes de calcul sont totalement différentes.

Les profils verticaux de pénétration du flux solaire direct calculés par SAIL et estimés par Monte Carlo sont égaux pour les 3 inclinaisons solaires et pour les 3 tailles de feuilles testées (fig. 4.2 et 4.3). Ceci est normal car le calcul de ce flux dans SAIL n’est fondé que sur l’hypothèse d’homogénéité du couvert. La taille des feuilles n’intervient dans le calcul que sous la forme d’une surface foliaire totale.

La bonne adéquation des flux rediffusés montants et descendants est plus surprenante au vu des hypothèses faites dans SAIL pour calculer ces flux. SAIL suppose les flux rediffusés isotropes et suppose les feuilles infiniment petites.

Pour le couvert composé de petites feuilles, seule l’hypothèse d’isotropie des flux rediffusés intervient. Malgré cette hypothèse forte, SAIL et la méthode de Monte Carlo

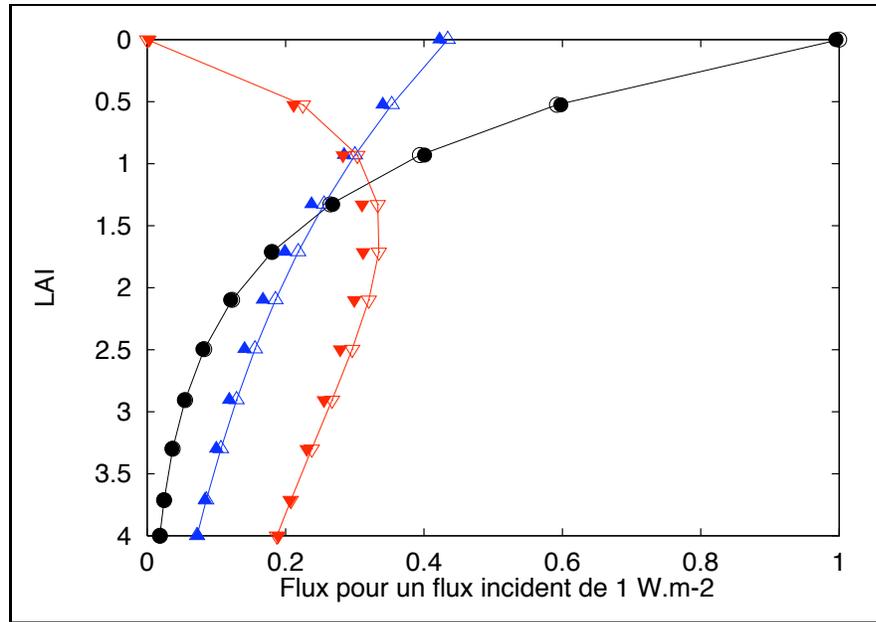


FIG. 4.2 – Profil vertical de flux moyens pour un milieu turbide composé de petits triangles ($\theta_s = 60^\circ$) - (○) E_s , (△) E_{\uparrow} et (▽) E_{\downarrow} - ligne et symboles creux: SAIL, symboles pleins: Monte Carlo

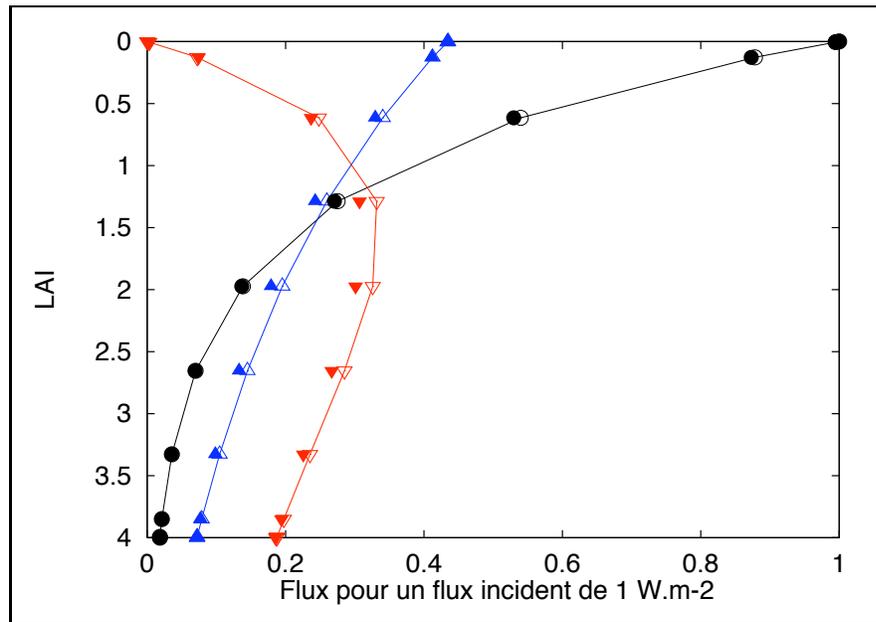


FIG. 4.3 – Profil vertical de flux moyens pour un milieu turbide composé de grands triangles ($\theta_s = 60^\circ$) - (○) E_s , (△) E_{\uparrow} et (▽) E_{\downarrow} - ligne et symboles creux: SAIL, symboles pleins: Monte Carlo

calculent le même profil pour les 3 inclinaisons solaires (fig. 4.2). Nous verrons au § 4.2.3 que cette hypothèse est correcte pour ce type de couvert.

Pour les couverts composés de grandes feuilles (30 et 60 cm), nous avons aussi obtenu la concordance des profils verticaux des flux rediffusés calculés par les deux modèles. Dans ces deux cas, la taille individuelle des feuilles n'influence donc pas la valeur du flux rediffusé. Ceci peut s'expliquer par le fait que les flux d'ordre supérieur ne proviennent pas d'une seule direction comme le direct mais de toutes les directions. Ainsi un phénomène lié à la taille des feuilles comme le hot spot, qui contribue à la directionnalité des flux, est fortement *lissé* aux ordres supérieurs, car le premier ordre de diffusion résulte d'un éclairage très directionnel alors que les ordres supérieurs résultent d'un éclairage diffus.

Ces résultats sont satisfaisants, car ils nous permettent d'utiliser les flux moyens calculés par SAIL dans notre radiosité mixte sans erreur due à SAIL pour des couverts homogènes pour une grande gamme de variation de la taille des feuilles. Une étude complémentaire comprenant des tailles de feuilles plus extrêmes serait toutefois intéressante pour cerner les limites de ces conclusions.

Couvert en rang À la différence des comparaisons précédentes, le cas du maïs viole une hypothèse importante du modèle SAIL : l'homogénéité du milieu *i.e.* la distribution uniforme des triangles dans l'espace. Or cette hypothèse est utilisée tant pour le calcul du profil d'interception du direct que pour celui des rediffusions. C'est pourquoi nous avons obtenu des divergences similaires dans les profils de flux, pour les trois inclinaisons solaires testées. Nous présentons les résultats pour une inclinaison de 60 degrés (fig. 4.4), car cela correspond aux écarts les plus grands entre les deux modèles.

Dans la figure 4.4, le profil d'interception calculé par SAIL (E_s) diffère sensiblement de celui estimé par Monte Carlo. Ceci s'explique par le fait que l'hypothèse d'homogénéité est nécessaire au calcul de la pénétration du direct de SAIL.

Pour les flux rediffusés, l'écart entre Monte Carlo et SAIL est aussi significatif. Cet écart s'explique en partie par les différences d'estimation de la pénétration du direct, car les flux rediffusés d'une couche sont calculés à partir du flux direct intercepté par celle-ci. Nous remarquons aussi que l'écart se creuse à partir du LAI 1, notamment pour E_{\downarrow} . Or le LAI 1 correspond à une hauteur de 1.70 m, qui est la hauteur des tiges. Cette divergence entre les modèles correspond donc aux couches inférieures du couvert contenant les tiges. Une étude complémentaire serait nécessaire pour vérifier que cette divergence est liée à l'apparition des tiges et donc à la structuration du couvert.

Pour les flux montants E_{\uparrow} , la valeur au sommet du couvert coïncide avec l'estimation de Monte Carlo. Nous verrons au §4.2.4 que ceci se confirme avec la BRDF du couvert, justifiant l'utilisation classique de SAIL pour le calcul de cette BRDF.

Les différences de profil vertical des flux rediffusés entraînent une limitation d'application de la radiosité mixte aux couverts structurés. En effet ce type de scène nécessite d'utiliser une sphère englobante importante pour diminuer la contribution de SAIL, qui est inexacte. Une amélioration simple de SAIL pour ce type de couvert serait de lui fournir le profil réel de pénétration du direct. Celui-ci peut simplement se calculer avec une maquette de plantes par des techniques de projection.

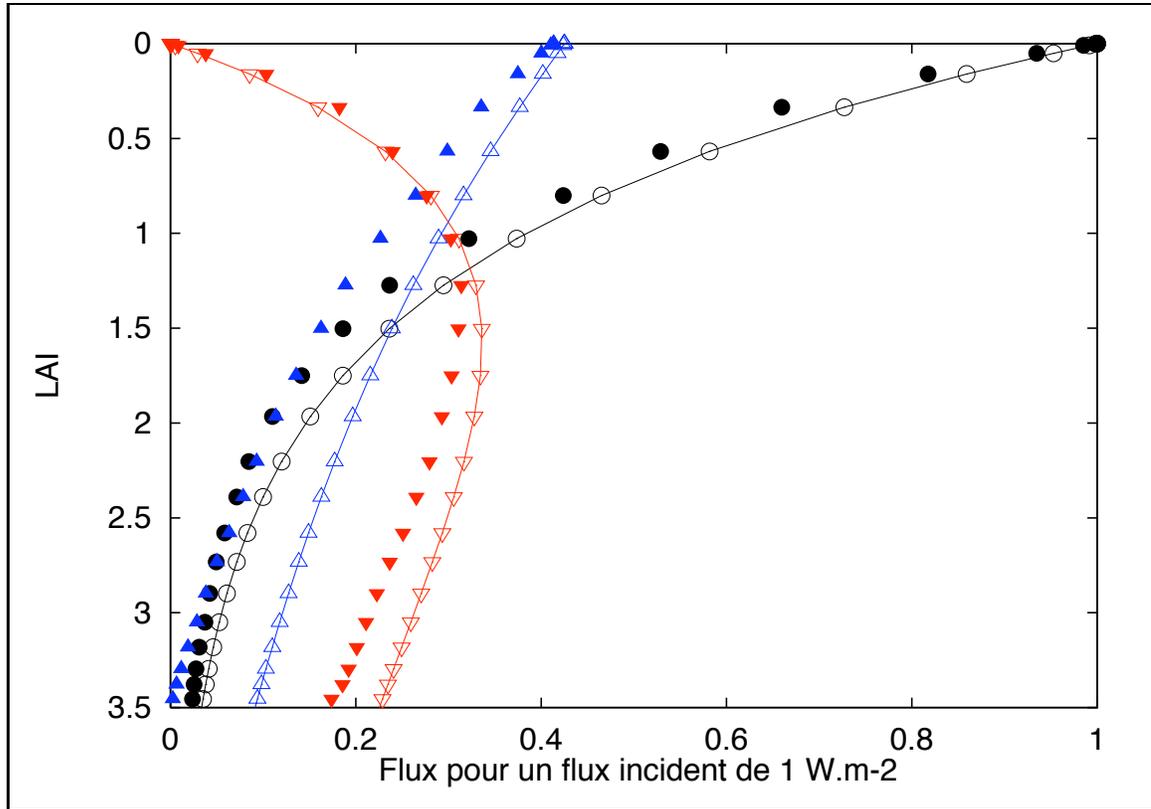


FIG. 4.4 – Profil vertical de flux moyens pour un couvert de maïs ($\theta_s = 60^\circ$) - (○) E_s , (Δ) E_{\uparrow} et (∇) E_{\downarrow} - ligne et symboles creux: SAIL, symboles pleins: Monte Carlo

4.2.3 Directionnalité des flux moyens

Dans la radiosité mixte, nous utilisons les flux rediffusés moyens pour calculer les contributions lointaines. Pour cela nous les supposons isotropes. Cette hypothèse de flux isotrope nous permet de stocker ces flux moyens par un scalaire, le flux moyen hémisphérique, au lieu d'une distribution directionnelle de luminance plus délicate à manipuler. De plus SAIL ne peut fournir que ce type de flux du fait de son hypothèse d'isotropie des flux rediffusés. Pour vérifier que notre hypothèse d'isotropie est valide et que le problème lié aux couverts structurés ne provient pas de cette hypothèse d'isotropie faite par SAIL, nous avons simulé par Monte Carlo le profil des flux directionnels montants et descendants *i.e.* la distribution des luminances pour différentes hauteurs.

Pour faciliter les comparaisons avec les résultats des profils de flux hémisphériques et les courbes de facteur de réflectance que nous verrons à la section suivante, nous avons normalisé les valeurs des luminances en les multipliant par π .

Nous présentons ces distributions de luminance, calculées à deux hauteurs dans le couvert: une près du sommet (LAI 0.5) et une au cœur du couvert (LAI 3.30). Pour ces

deux hauteurs nous avons calculé les distributions de luminance pour différents ordres de rediffusion. Ainsi nous disposons de ces distributions pour l'ordre 1, 2, 3 et le cumul des ordres supérieurs ou égaux à 4. Pour faciliter la lecture des courbes, nous ne présentons les valeurs de ces distributions de luminance que pour les directions appartenant au plan d'incidence et celles appartenant au plan orthogonal.

Dans les figures que nous allons présenter, les valeurs négatives d'angle correspondent aux directions, dont l'azimut par rapport à la direction du soleil est inférieur à 90 degrés (fig. 4.5).

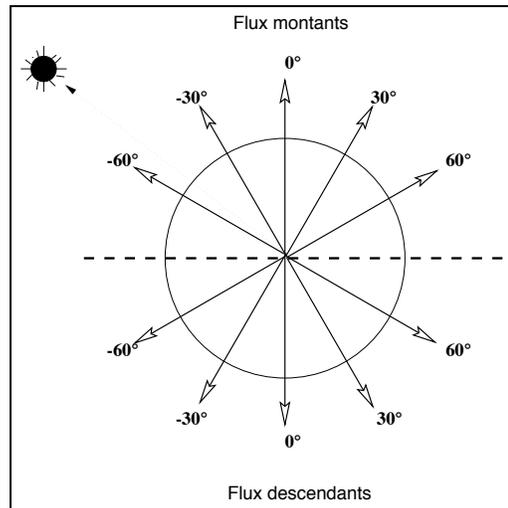


FIG. 4.5 – Notation des angles dans les figures de directionnalité des flux

Milieux homogènes Dans ce paragraphe nous étudions le cas des milieux homogènes, en utilisant les maquettes du type milieu turbide. Nous avons calculé ces distributions de luminance pour trois tailles de feuilles différentes. Nous présentons les résultats pour les tailles de feuille extrêmes, 5 et 60 cm et pour une inclinaison solaire de 30 degrés (fig. 4.6 et 4.8). Ces résultats montrent que les flux d'ordre 1 et les flux d'ordre supérieur à 1 ont des propriétés différentes.

Premier ordre de rediffusion Le premier ordre est directionnel, quelque soit la hauteur du couvert, aussi bien pour les flux montants que descendants.

La directionnalité des flux montants s'explique par le phénomène de hot spot, comme le montre la différence de largeur du lobe dans la direction du hot spot entre le couvert de petites feuilles (fig. 4.6) et de grandes feuilles (fig. 4.8). Cette directionnalité s'atténue avec la diminution de l'altitude qui correspond à l'augmentation de la couche de végétation. Ceci s'explique par une diminution de l'effet hot spot du couvert liée aux diminutions des fréquences de trou et par l'influence croissante du sol, qui est lambertien. Cet effet hot spot n'est évidemment pas présent dans le plan orthogonal (fig. 4.7).

Pour les flux descendants au sommet du couvert, nous notons une prépondérance des luminances correspondant aux forts angles zénithaux d'observation. Ceci rend la courbe fortement concave en haut du couvert. Ceci s'atténue avec l'augmentation du LAI. Ceci s'explique par le fait que les fréquences de trous sont plus faibles dans les directions rasantes que celles des directions proches de la verticale, car la distance au sommet du couvert est plus longue suivant une direction oblique qu'une direction verticale. Ainsi il y a plus de surfaces éclairées qui contribuent aux flux rasants qu'au flux descendant verticalement.

Nous constatons que logiquement le premier ordre est quantitativement prépondérant au sommet du couvert par rapport aux flux d'ordre supérieur. Cela n'est plus vrai au cœur du couvert où la végétation est plus dense. Ceci s'explique par le fait qu'au sommet du couvert le LAI est trop faible pour générer de fortes rediffusions et par l'atténuation du direct.

Cette directionnalité du premier ordre de rediffusion est un handicap pour le choix de SAIL pour le calcul des flux moyens de notre radiosité, surtout pour le haut du couvert où il prédomine. Le premier ordre de rediffusion est utilisé pour calculer la contribution des diffuseurs lointains au deuxième ordre de rediffusion des diffuseurs par la radiosité mixte.

Les flux d'ordre supérieur à 1 Ces flux sont nettement moins directionnels que les flux d'ordre 1.

L'effet hot spot n'est pas visible, ce qui s'explique par le fait que les flux d'ordre 1, dont la rediffusion par les feuilles donnent les flux supérieurs, sont peu directionnels en comparaison de l'éclairage collimaté du soleil.

La distribution des luminance n'est toutefois pas parfaitement isotrope. En revanche à un LAI donné, la "forme" des différents ordres est similaire. Par exemple dans le bas du couvert, pour les flux montants la courbe est légèrement concave, tandis que pour les flux descendants le profil est biconvexe.

Cette stabilité des formes des courbes des ordres supérieurs à 1 nous encourage à une investigation plus poussée pour essayer d'établir une relation entre les différents ordres de rediffusion. Ceci permettrait de simplifier la modélisation des rediffusions dans les modèles "milieux turbides". Mais cela nécessite un plan de simulation plus conséquent que celui que nous avons réalisé pour valider notre approche "radiosité mixte".

Le caractère peu directionnel des flux rediffusés valide l'hypothèse d'isotropie de SAIL, mais seulement à partir de l'ordre 2 et pour ce type de couvert.

Couvert en rang Les courbes de la figure 4.9 nous montrent l'effet d'une structure en rang sur la directionnalité des flux.

Pour les flux montants au sommet du couvert, la même analyse que pour les milieux turbides peut être faite, à savoir un premier ordre très directionnel prépondérant et des ordres supérieurs quasiment isotropes.

En revanche pour les flux descendants, la directionnalité est plus marquée, avec notamment une asymétrie. Toutefois la similarité des formes de courbes à partir de l'ordre 2 reste valable.

Les différences de directionnalité dans le cas des couverts "milieu turbide" et couvert en rang ne sont pas suffisamment fortes pour expliquer les divergences entre SAIL et Monte

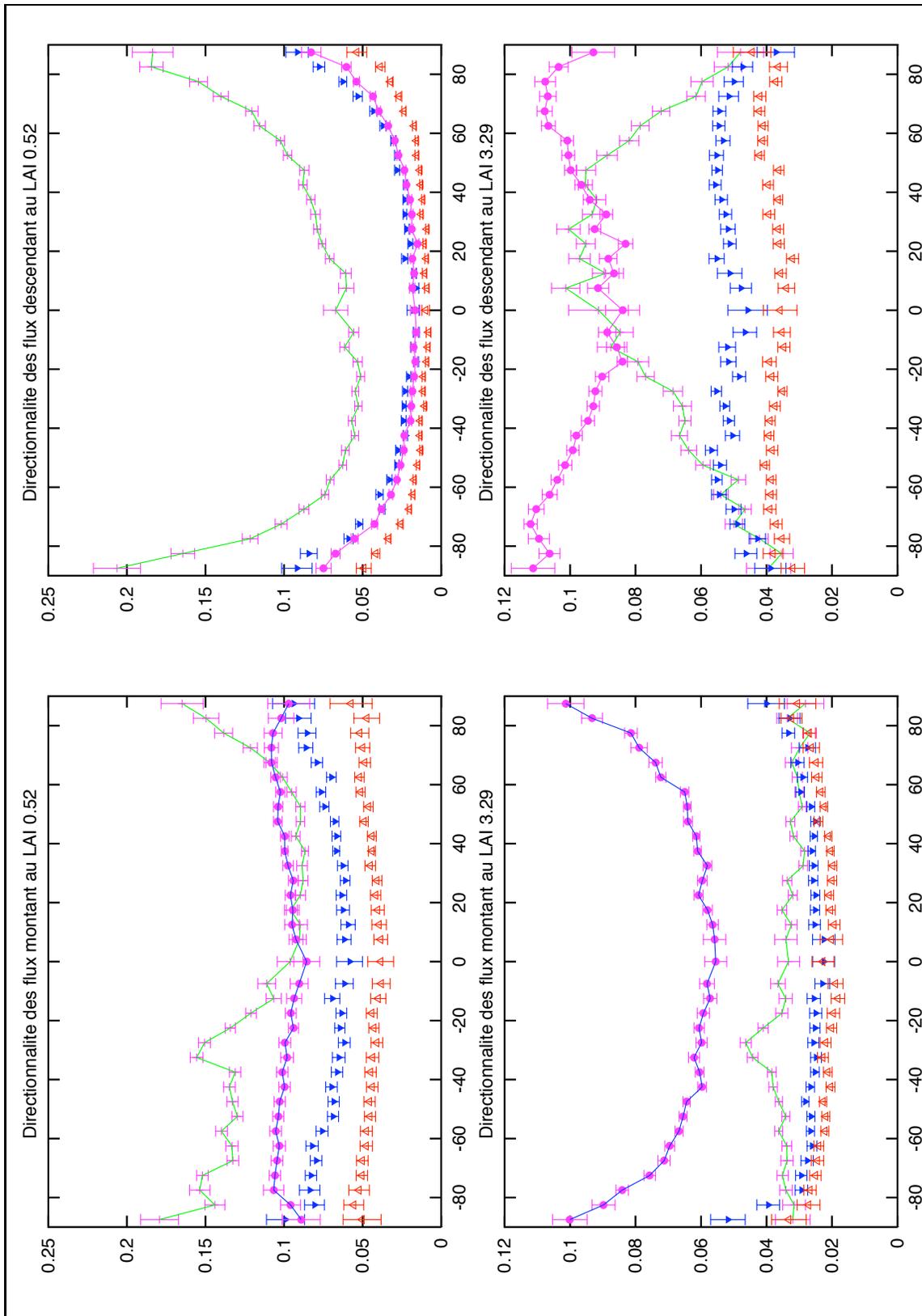


FIG. 4.6 – Directionnalité des flux dans le plan principal pour un milieu turbide composé de petits triangles ($\theta_s = 30^\circ$) - (—) 1er ordre, (Δ) 2ème ordre, (\blacktriangledown) 3ème ordre et (\bullet) cumul des ordres supérieurs ou égaux à 4

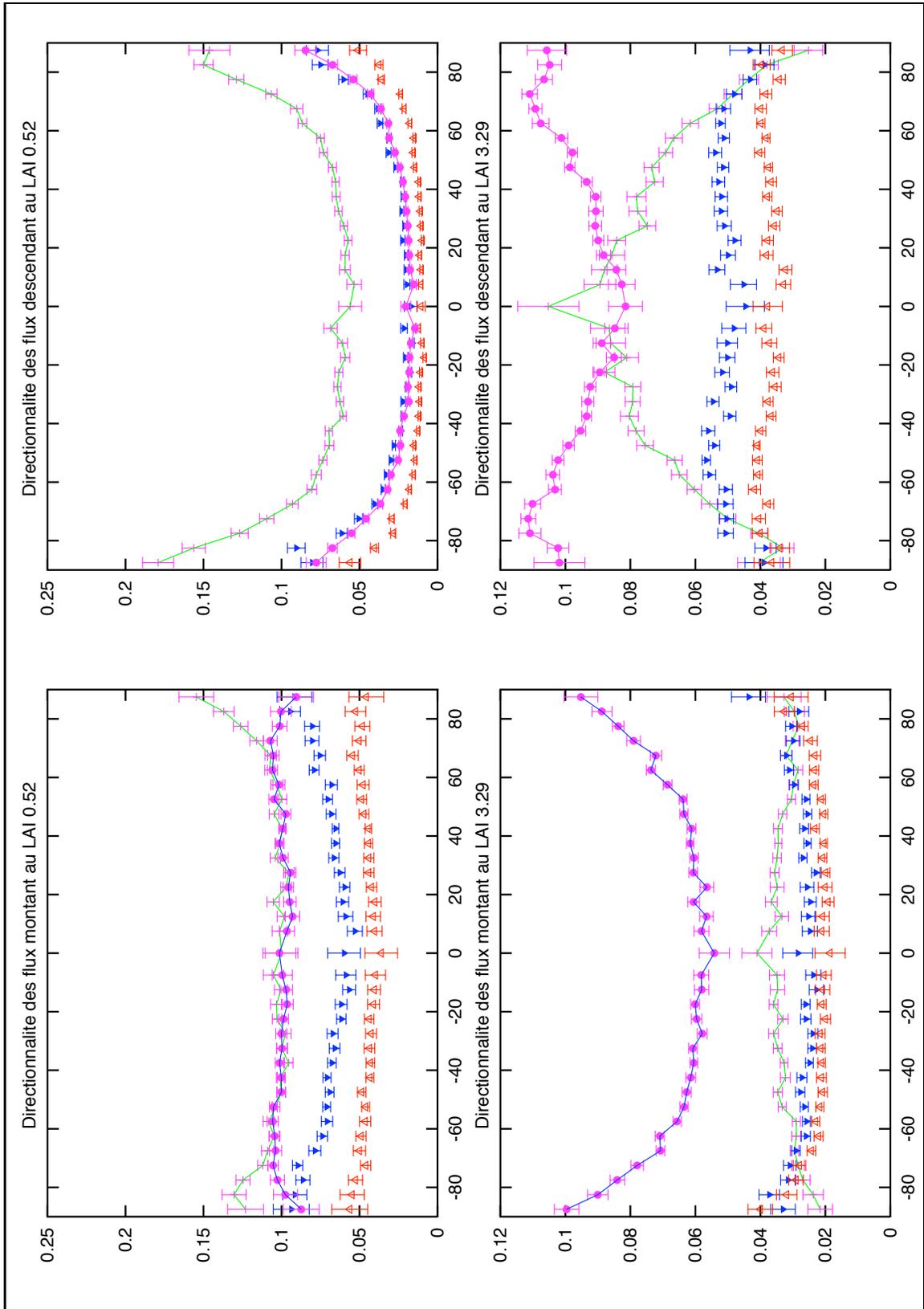


FIG. 4.7 – Directionnalité des flux dans le plan orthogonal pour un milieu turbide composé de petits triangles ($\theta_s = 30^\circ$) - (—) 1er ordre, (Δ) 2ème ordre, (\blacktriangledown) 3ème ordre et (\bullet) cumul des ordres supérieurs ou égaux à 4

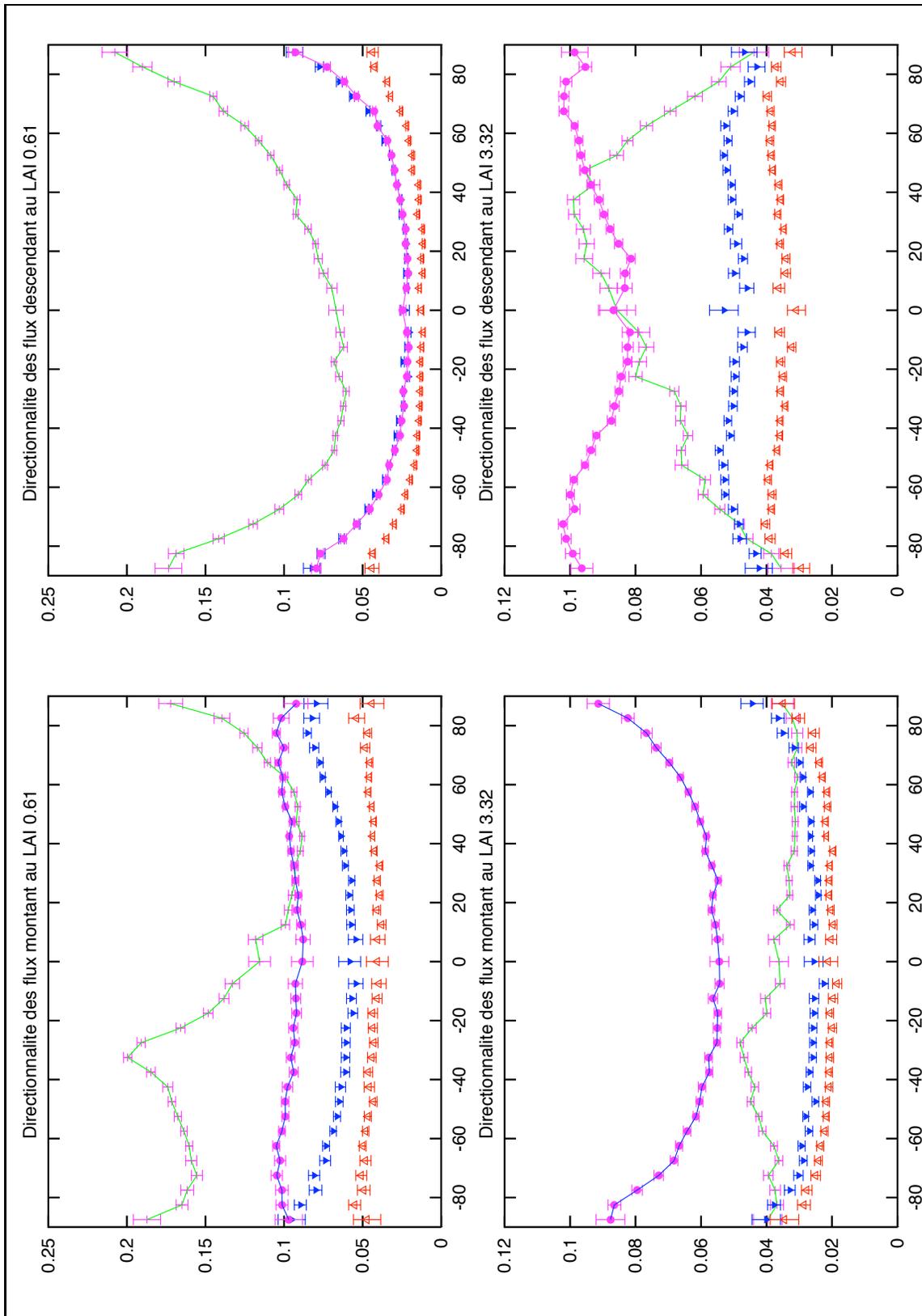


FIG. 4.8 – Directionnalité des flux dans le plan principal pour un milieu turbide composé de grands triangles ($\theta_s = 30^\circ$) - (—) 1er ordre, (Δ) 2ème ordre, (\blacktriangledown) 3ème ordre et (\bullet) cumul des ordres supérieurs ou égaux à 4

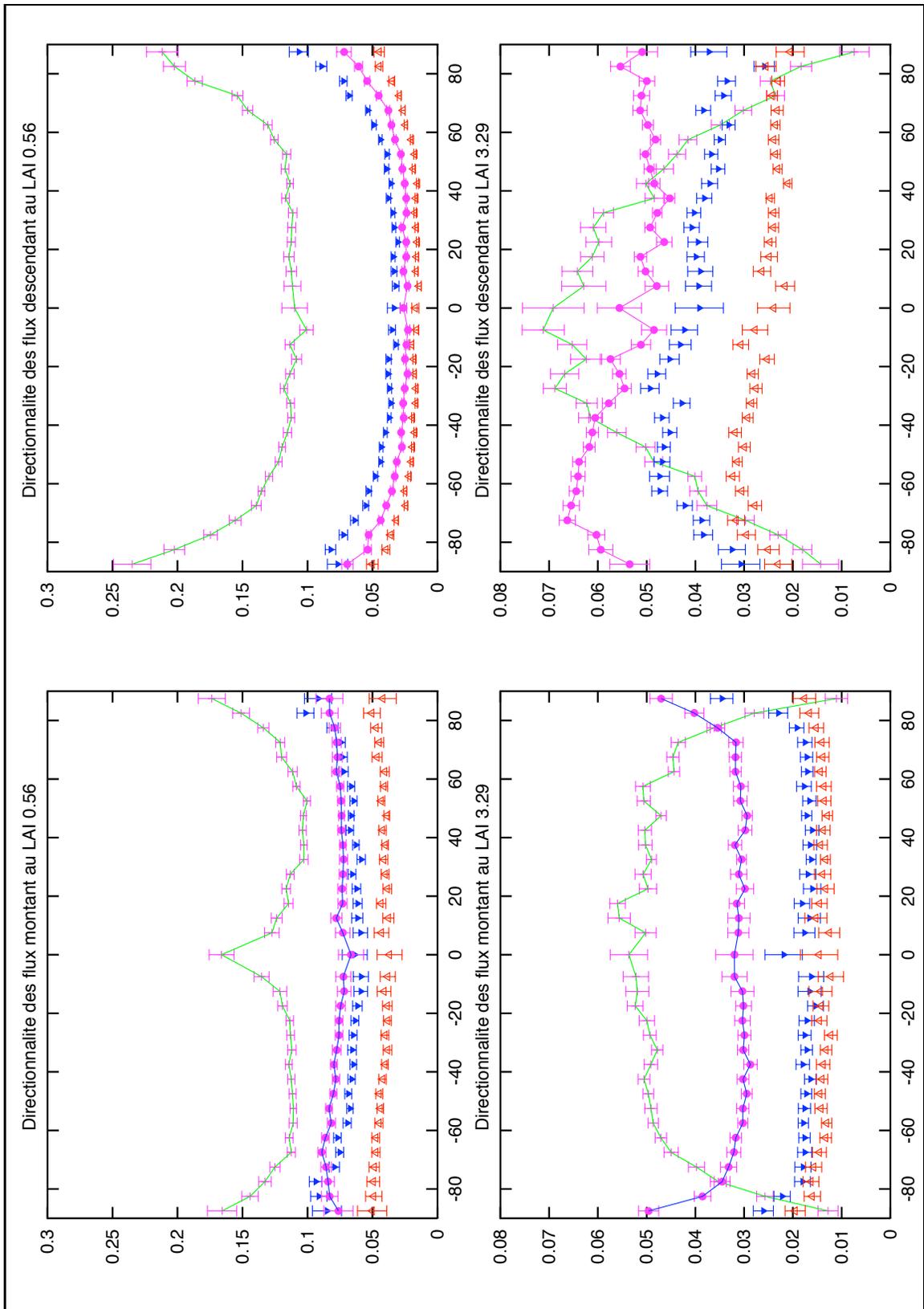


FIG. 4.9 – Directionnalité des flux dans le plan principal pour un couvert de maïs ($\theta_s = 0^\circ$) - (-) 1er ordre, (Δ) 2ème ordre, (\blacktriangledown) 3ème ordre et (\bullet) cumul des ordres supérieurs ou égaux à 4

Carlo pour le calcul des flux hémisphériques. La différence peut alors s'expliquer par le fait que SAIL suppose une distribution homogène des diffuseurs. Nous avons vu à la section précédente que cela influait fortement sur le profil vertical de pénétration du direct. Les extensions de SAIL pour la prise en compte de l'agrégation sont pour l'instant limitées et restreintes au calcul du premier ordre. La prise en compte de l'agrégation pour le calcul des rediffusions est nettement moins évidente. Ceci pose un problème pour l'utilisation de SAIL dans notre modèle de radiosité pour des structure en rang, notamment dans le cas de petites sphères englobantes. Dans le cas de sphères plus grandes la précision nécessaire sur les flux moyens devient moindre, car ils deviennent marginaux dans le calcul des radiosités.

Nous présenterons au chapitre 5 des améliorations envisageables de SAIL pour le traitement de ces couverts structurés.

4.2.4 Réflectance bidirectionnelle du couvert

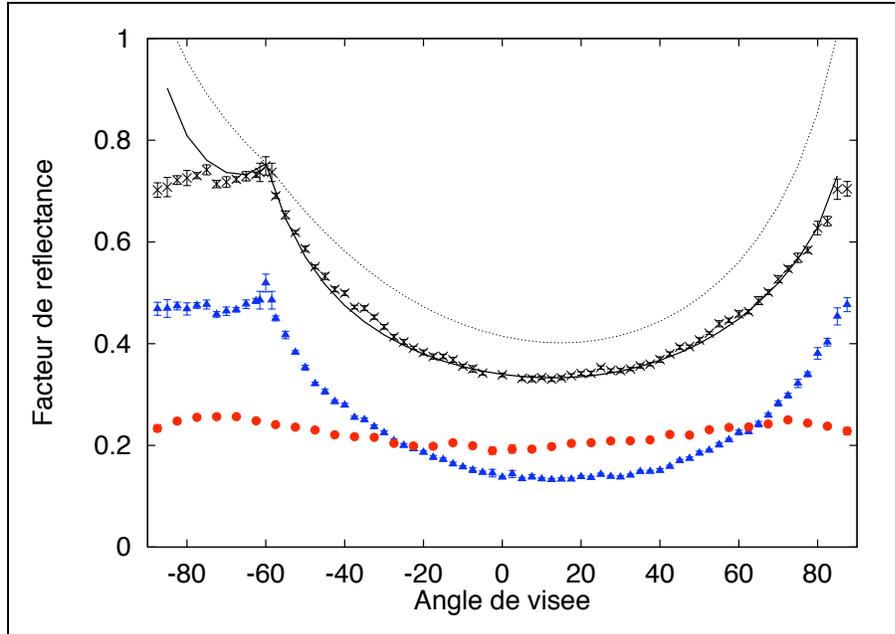
Nous avons vu au §4.2.2 que SAIL prédit correctement le flux hémisphérique montant au sommet du couvert. Nous allons voir dans ce paragraphe qu'il estime aussi correctement la directionnalité de ce flux montant, sans avoir un traitement spécifique de l'agrégation. Pour cela nous allons tracer le facteur de réflectance (*cf.* §1.2.2) en fonction de l'angle zénithal de visée, en adoptant les mêmes conventions de notation des angles que dans la section précédente (fig. 4.5).

Pour pouvoir comparer les BRDF de SAIL avec celles de Monte Carlo, nous devons estimer la dimension caractéristique des feuilles dl_i , qui paramétrise le lobe de hot spot. Dans le cas de nos maquettes constituées de triangles équilatéraux, nous avons calculé dl_i avec la formule de Qin et Jupp (1993). Cependant pour les trois tailles de feuilles (5cm, 30cm, 60cm), SAIL paramétré avec ce coefficient "théorique" calcule une BRDF assez éloignée de celle de Monte Carlo (fig. 4.10(a)).

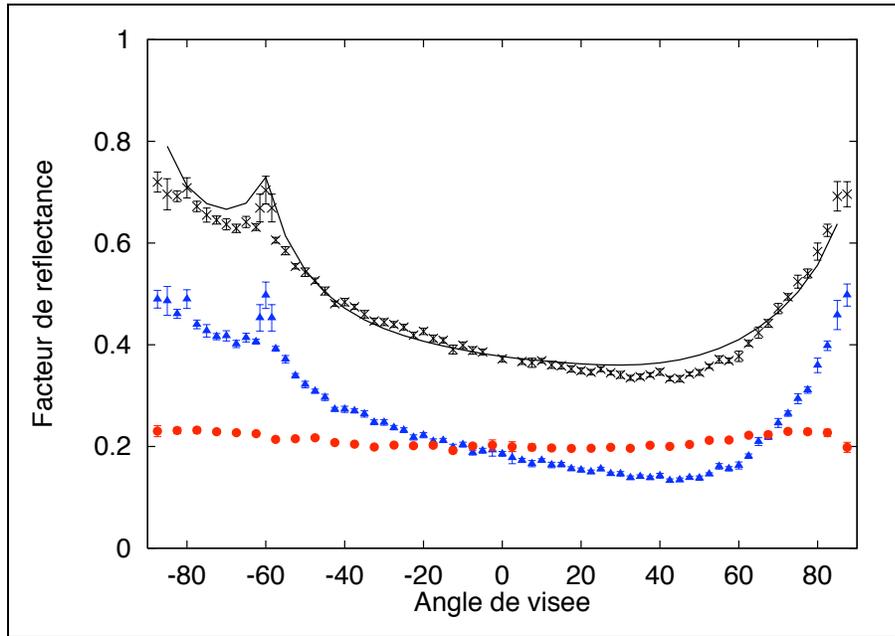
En revanche en ajustant le paramètre dl_i pour chaque cas, SAIL donne de bons résultats dans le cas de couvert type milieu turbide avec des tailles de feuilles très différentes (fig. 4.10(a)) et dans le cas d'une culture en rang (fig. 4.10(b)). La détermination du dl se fait en minimisant l'écart entre la BRDF calculée par SAIL et celle estimée par la méthode de Monte Carlo.

On notera toutefois une surestimation de SAIL aux fortes inclinaisons, notamment dans la demi-hémisphère à laquelle appartient la direction soleil. Toutefois les estimations de Monte Carlo aux fortes inclinaisons sont moins précises, car moins de rayons échantillonnent ces directions. Une étude complémentaire est nécessaire, pour avoir des estimations de Monte Carlo avec de plus faibles variances aux fortes inclinaisons pour pouvoir interpréter ces résultats.

Ces courbes nous montrent aussi que l'essentiel de la directionnalité du signal provient du premier ordre, alors que les ordres supérieurs sont plutôt isotropes. Cette constatation justifie le développement d'un modèle rapide et précis de calcul de la réflectance du couvert sur maquette, que nous présenterons dans le paragraphe suivant.



(a) Milieu turbide (grands triangles) - $d_t = 0.232$, $\hat{d}_t = 0.09$



(b) Couvert de maïs - $\hat{d}_t = 0.05$

FIG. 4.10 – Réflectance bidirectionnelle dans le plan principal d'un couvert - $\theta_s = 60^\circ$
 Monte Carlo: Réflectance totale (\times), 1^{er} ordre (\blacktriangle), rediffusions multiples (\bullet)
 (les barres d'erreur correspondent à l'écart-type)
 Modèle SAIL: Réflectance calculée avec d_t théorique (\cdots) (Qin et Jupp, 1993) et avec \hat{d}_t ajusté
 ($-$)

4.2.5 Bilan

Nous avons vu que l'utilisation de SAIL pour calculer les flux moyens dans notre radiosité mixte se justifie pour des couverts homogènes. Ceci reste valide pour des couverts homogènes avec des grandes feuilles, ce qui est remarquable au vu des hypothèses de SAIL. En revanche pour un couvert structuré comme le maïs, la qualité de prédiction des flux moyens de SAIL baisse. Ceci est une limite à notre approche, car cela oblige pour ce type de couvert à avoir une sphère englobante importante pour diminuer le poids des flux moyens dans le calcul des radiosites. Une amélioration de SAIL serait de calculer précisément le profil de pénétration du direct par projection. Si toutefois cela ne donne pas des résultats satisfaisants, d'autres modèles "milieu turbide" plus complexes que SAIL existent, comme nous l'avons vu au §1.4.1. Une amélioration de notre approche serait de trouver un modèle plus adapté aux couverts structurés.

Notre étude de la directionnalité des flux rediffusés dans le couvert est nouvelle. Les premiers résultats sont très encourageants, notamment les relations qui semblent exister entre les différents ordres de rediffusion. Trouver de telles relations permettrait d'améliorer les modèles radiatifs, car souvent ils traitent les ordres successifs de rediffusion itérativement.

Nous avons vu que SAIL estime correctement la BRDF d'un couvert. Toutefois il se pose le problème de l'estimation du paramètre de hot spot dans le cas de couverts composés de feuilles variables en taille et en forme. Comme le traitement du hot spot n'intervient que dans le calcul du premier ordre dans SAIL et que les ordres supérieurs sont quasi-isotropes, Bruno Andrieu a développé un modèle de réflectance sur maquette calculant le premier ordre de façon précise par double Z-buffer et les ordres supérieurs par SAIL. En effet le premier ordre peut être calculé simplement et précisément par un double Z-buffer (un pour la direction d'éclairage et un pour la direction de visée). Pour les ordres supérieurs nous avons vu au §4.2.2 que SAIL calculait correctement le flux rediffusé hémisphérique montant au sommet du couvert.

Ce modèle pourrait être adapté aux cas des maquettes périodiques infinies en intégrant au double Z-buffer la fonction `infinite`() décrite au §2.4.

Enfin, nous rappelons que ces résultats ont été établis sur un nombre de cas limité. Leur caractère général devra être démontré par un plan de simulation plus conséquent. Pour le milieu homogène, un des paramètres importants est la LIDF. Nous devons donc tester d'autres distributions d'inclinaison foliaire. Pour l'effet "taille des feuilles", le choix de triangles plus petits et plus grands devraient permettre d'établir le domaine de validité de cette absence d'effet de la taille des feuilles sur les flux rediffusés dans les couverts homogènes. Enfin le choix de couverts intermédiaires entre un milieu homogène et un couvert de maïs en rang permettra de mieux comprendre l'influence d'une structure sur la rediffusion des flux dans le couvert.

4.3 Validation de la radiosité “pure”

4.3.1 Objectifs

Dans notre mise en œuvre de la radiosité, nous avons fait certains choix conditionnant la qualité des simulations : le choix de la méthode de résolution du système linéaire (MRSL) et celui de la méthode de calcul des facteurs de forme.

Le choix de la MRSL n’est pas limitant, car la matrice de facteurs de forme possède de bonnes propriétés (*cf.* §2.6), notamment pour des algorithmes de résolution itératifs (garantie de convergence). Nous avons toutefois validé le choix de la méthode de Leyk (1993) en la comparant avec d’autres MRSL. Sur des petites scènes *i.e.* quand la matrice n’est pas trop grande, nous l’avons comparée à la méthode directe du pivot. Pour des scènes plus grandes où la structure de matrice creuse est nécessaire, nous l’avons comparée à une méthode itérative – la méthode LSQR de Paige et Saunders (1982) – qui utilise un autre principe de résolution consistant à chercher x pour qu’il minimise $\|Ax - b\|_2$. Les résultats obtenus montrent la validité de l’algorithme de Leyk pour notre problème.

La méthode de calcul des facteurs de forme choisie notamment pour sa rapidité est une méthode *point-surface* (*cf.* §2.5.2). Ceci est valide quand la surface A_i est petite par rapport à la distance d_{ij} et quand la fonction de visibilité varie peu en fonction de la position de dA_i sur A_i dans le cas d’occlusions (Baum *et al.*, 1989). Comme dans le couvert la répartition des primitives est assez homogène, il nous faut vérifier que la violation de cette hypothèse n’implique pas des erreurs trop importantes.

D’autre part un autre problème de notre méthode projective est le choix de la résolution du disque de projection. En effet plus la résolution augmente, meilleure est l’estimation du facteur de forme, mais plus le temps de traitement augmente.

Enfin des hypothèses sont inhérentes à la méthode de radiosité, notamment la constance du flux en tout point de la primitive. En infographie, l’impact de cette hypothèse est diminué en affinant le maillage. Or nous appliquons la méthode de radiosité avec le maillage fourni par les générateurs de maquettes. Si ce maillage est suffisamment fin pour traduire les formes des plantes, il n’est pas réalisé selon des critères radiatifs.

Nous avons donc en premier lieu étudié le comportement de la partie radiosité de notre modèle sur des scènes sans occlusions, qui permettent de calculer analytiquement les facteurs de forme et ainsi de dissocier l’effet facteur de forme de l’effet constance des flux. Puis nous avons calculé les radiosités de scènes du type couvert végétal, mais dont la dimension réduite permettait le stockage des N^2 facteurs de forme. Pour présenter la précision de notre méthode, nous nous intéressons aux rediffusions (D) *i.e.* la radiosité totale (B) à laquelle nous retranchons la part du premier ordre de rediffusion (E), car le premier ordre est calculé différemment, comme nous l’avons vu au chapitre 2.

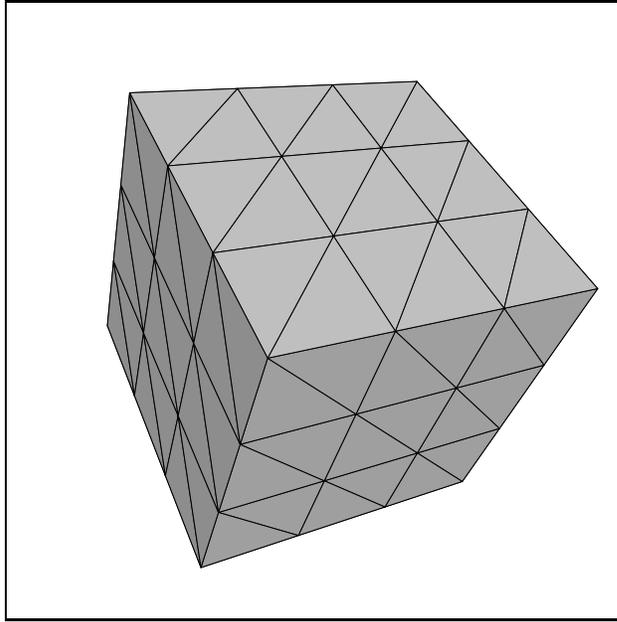


FIG. 4.11 – *Scène sans occlusion : un cube de 108 triangles*

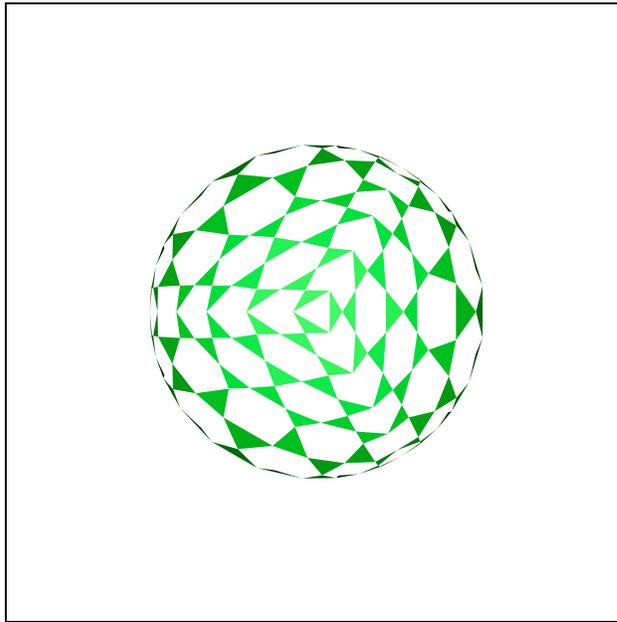


FIG. 4.12 – *Scène sans occlusion : une sphère de 256 triangles (Nous avons représenté l'hémisphère supérieur, les parties blanches correspondent aux trous)*

4.3.2 Scènes utilisées

Pour la validation de la partie radiosité de notre modèle, nous avons utilisé deux types de scènes : des scènes sans occlusion (cube, sphère), qui permettent la comparaison avec une radiosité analytique, et des scènes du type “couvert végétal” (milieu turbide, maïs), pour comparer les résultats de la radiosité et ceux de la méthode de Monte Carlo.

Cube Les faces du cube sont subdivisées en 18 triangles (fig. 4.11). L'éclairage provient des triangles de la face supérieure du cube qui ont une auto-émission de 1 W.m^{-2} . Tous les triangles sont opaques et ont une réflectance hémisphérique de 0.5.

Les sources d'erreur dans cette scène sont les triangles formant les coins. La distance entre deux points de deux triangles formant un coin varie fortement en fonction de la position relative des deux points par rapport au coin (fig. 4.13). Or nous avons vu que le facteur de forme est une fonction inverse du carré de la distance entre les points. Ceci implique que les triangles présentent un gradient d'énergie, du coin vers l'extérieur. Cela implique aussi que la simplification point-surface est mise en défaut.

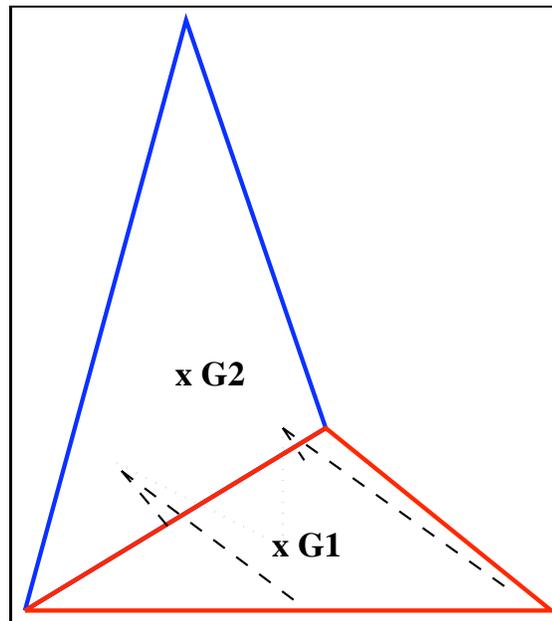


FIG. 4.13 – *Le problème du coin*

Ainsi la radiosité des triangles des sommets du cube calculée par notre méthode doit être différente de celle calculée par la radiosité analytique (exactitude du FF) et de celle calculée par Monte Carlo (exactitude du FF et non constance de la radiosité en chaque point d'un triangle).

Sphère Cette scène est composée de 256 triangles de différente taille. De fait les triangles ont une distribution sphérique de leur orientation (fig. 4.12).

Nous avons choisi une sphère dont toute la surface n'est pas couverte par des triangles. Ceci nous a permis de vérifier la validité de l'algorithme de remplissage des surfaces elliptiques. En effet dans le cas du cube les triangles sont tous jointifs. Ainsi si la méthode de remplissage est "buguée", des compensations entre les facteurs de forme de triangles voisins peuvent intervenir, induisant une radiosité calculée correcte. Dans le cas de la sphère, une erreur de remplissage n'est pas compensée du fait du vide entre les triangles.

Toutefois ceci implique que la somme des facteurs de forme de chaque triangle est inférieure à 1 c-à-d qu'à chaque rediffusion une part significative d'énergie sort de la scène et donc le niveau de rediffusion est faible. Pour atténuer cet effet, nous avons choisi des propriétés optiques qui permettent de maximiser les rediffusions dans la scène *i.e.* la réflectance (ρ) des faces internes des triangles vaut 1 et leur transmittance (τ) 0 et pour les faces externes, $\rho = 0$ et $\tau = 1$. Ainsi ces triangles jouent le rôle de diodes optiques, qui concentrent l'énergie à l'intérieur de la sphère. Malgré cela les niveaux d'énergie rediffusée sont faibles et rendent les résultats difficiles à interpréter. Cependant il était intéressant d'avoir un cas intermédiaire entre le cube et le couvert végétal.

La scène est éclairée par un source collimatée d'incidence 0 degré.

Milieu turbide Cette scène est composée de 750 feuilles réparties de façon *homogène* dans un cube de 0.5 m d'arête et dont l'orientation des normales suit une distribution *sphérique* (fig. 4.1(a)). Chaque feuille est représentée par un petit triangle équilatéral de 5 cm d'arête. Le LAI de cette scène est de 3 afin d'avoir un couvert suffisamment dense pour que le niveau de rediffusion soit important.

Cette scène comporte aussi un sol composé de 162 triangles. Leur surface est du même ordre de grandeur que celle des feuilles, de façon à avoir un maillage homogène.

Le nombre de triangles est limité pour pouvoir étudier l'effet d'un maillage plus fin sur le calcul de la radiosité en subdivisant chaque triangle en 4.

Maïs Cette maquette a été réalisée par Jean-Louis Drouet (1996) à partir de mesures faites au champ avec un digitaliseur 3D (fig. 4.14).

Elle correspond à 4 rangs de 5 plants de maïs mature au stade 15 feuilles. Ses dimensions sont 1.45 m de large, 3.40 m de long et 2.55 m de haut. La maquette ne contient que les tiges et les feuilles. Elle ne contient pas les appareils reproducteurs (épils et panicule).

La maquette est décrite par 7 239 triangles de surface très inégale. En effet la surface moyenne est de $1.68 \cdot 10^{-3} m^2$, mais le minimum est de $3 \cdot 10^{-6} m^2$ et le maximum $9 \cdot 10^{-3} m^2$. À ces plantes nous avons adjoint un sol plan composé de 288 triangles, dont la surface est du même ordre que celle de la surface moyenne des triangles décrivant les plantes.

Nous avons vu au § 4.2 qu'une maquette de maïs générée par L-système avait un comportement différent d'un maïs réel vis à vis de l'interception du rayonnement. Le comportement radiatif d'une maquette acquise par digitalisation diffère aussi de celui du maïs réel du fait des erreurs de mesure. Un exemple marquant est l'existence d'intersection de feuilles. Toutefois cette différence est moins marquée que dans le cas d'une maquette générée par L-système.

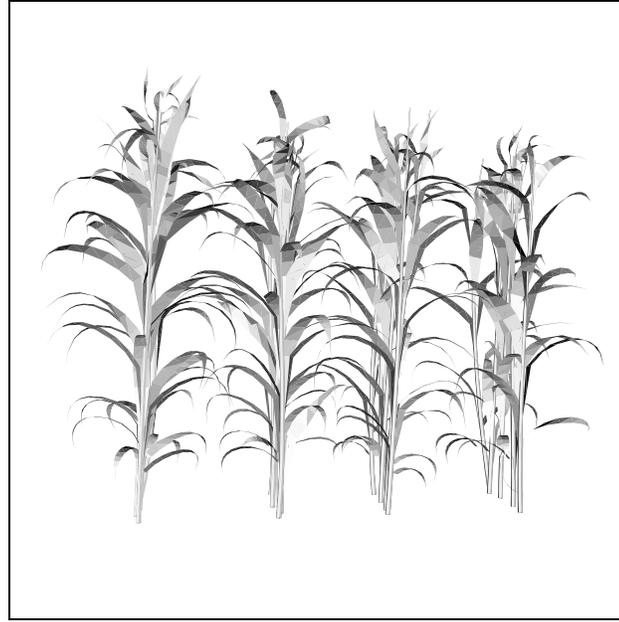


FIG. 4.14 – Maquette de 4 rangs de 5 plants de maïs digitalisé (7527 triangles)

4.3.3 Validation du calcul des facteurs de forme

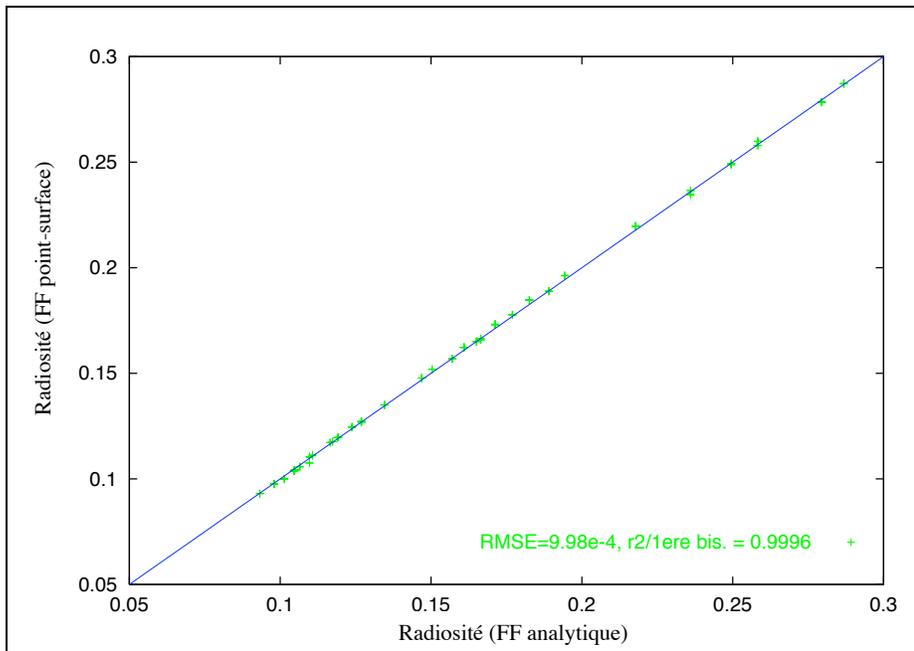
4.3.3.1 Choix d'une méthode point-surface.

Pour étudier l'impact d'une méthode point-surface, nous comparons les rediffusions calculées par notre méthode avec celles calculées par une méthode de radiosité que nous appelons *radiosité analytique*. Cette méthode calcule exactement les facteurs de forme entre deux polygones plans, convexes ou concaves et pouvant contenir des trous, par la méthode de Schröder et Hanrahan (1993). Elle ne peut cependant pas traiter les problèmes des occlusions. C'est pourquoi nous avons d'abord choisi le cas classique en infographie du *cube* (fig. 4.11) puis celui d'une sphère triangulée (fig. 4.12).

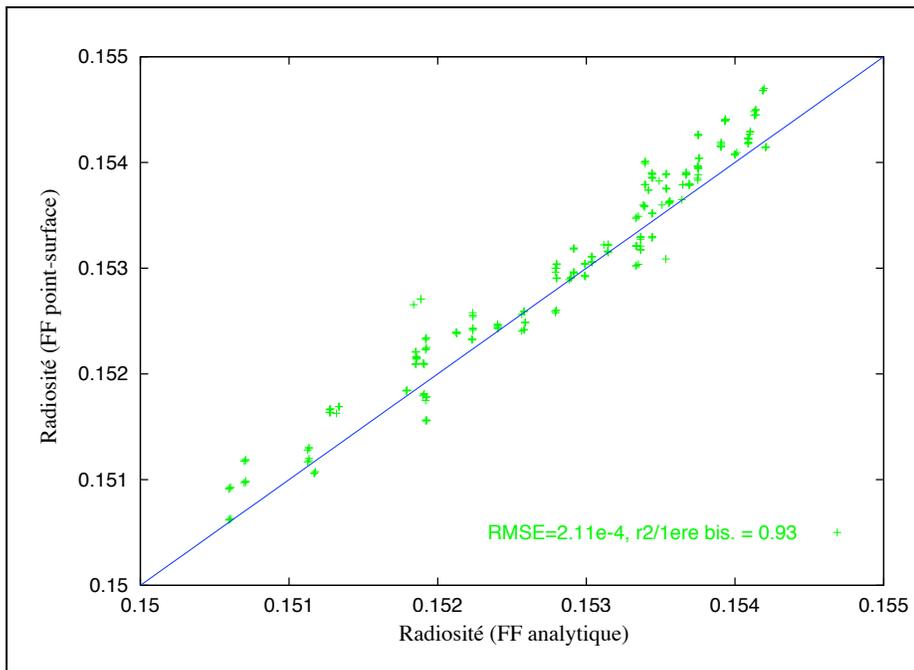
Cube La figure 4.15(a) montre que pour cette scène le gain d'un calcul exact est négligeable. Une analyse plus fine des résultats des deux méthodes montre que les faibles différences correspondent aux triangles situés dans les coins. Cela signifie que les écarts entre les résultats des deux méthodes proviennent de la simplification point-surface.

Malgré le problème lié aux coins, nous obtenons des résultats très satisfaisants pour le calcul du facteur de forme, ce que nous estimons indirectement en analysant les rediffusions calculées par les deux méthodes.

Les temps d'exécution pour obtenir ces résultats sur un DEC Alpha 3600 sont pour la radiosité mixte de 47 s et pour la méthode analytique de 57 s. Ces temps seront à comparer avec ceux de Monte Carlo à la section suivante.



(a) La scène est un cube composé de 108 triangles



(b) La scène est une sphère partielle composée de 256 triangles

FIG. 4.15 – Évaluation de la méthode point-surface pour la calcul des facteurs de forme - Comparaisons entre les radiosités d'ordre supérieur à 1 calculées en utilisant la méthode point-surface et celles calculées en utilisant la méthode analytique

Sphère La figure 4.15(b) trace les valeurs des rediffusions calculées par notre méthode en fonction de celles calculées par la radiosité analytique. Le nuage de points est relativement dispersé. Le coefficient de détermination par rapport à la première bissectrice (r^2) vaut 0.93. Toutefois ceci est à moduler par le fait que les valeurs des rediffusions sont faibles du fait de l'importance de la surface correspondant aux trous et surtout proches du fait de la symétrie de la sphère. Ainsi l'écart-type résiduel par rapport à la première bissectrice est faible, $2.11 \cdot 10^{-4} W.m^{-2}$ pour des rediffusions comprises entre 0.1505 et 0.1547 $W.m^{-2}$. L'erreur relative maximale vaut 0.6%.

La géométrie de la sphère implique de faibles facteurs de forme. En effet une variable influence la valeur d'un FF entre deux triangles : l'angle solide projeté sous lequel est vu le triangle. Il varie en fonction de l'inverse du carré de la distance et du cosinus de l'angle, que fait la droite qui relie les deux triangles et la normale du triangle. Dans le cas de la sphère, l'effet de ces deux paramètres de l'angle solide projeté se compense. Quand la distance est grande (triangles diamétralement opposés), le cosinus est maximal. Quand la distance est faible (triangles adjacents), le cosinus est proche de zéro. Une raison des écarts entre la radiosité analytique et notre méthode pourrait alors être une trop faible résolution du disque de projection. Pour cela nous avons calculé les rediffusions en prenant une forte résolution (2048x2048). Certes les écarts ont été quelque peu réduits, mais cela n'a pas résolu la tendance générale d'une faible divergence entre les deux méthodes.

4.3.3.2 Effet de la résolution du disque de projection

La résolution du disque de projection est un paramètre important du calcul des facteurs de forme. En effet l'évaluation du FF entre deux triangles est fonction du nombre de pixels, résultant de la projection orthosphérique d'un triangle sur l'autre. Plus la résolution est grande, plus la surface projetée est calculée avec précision. Cependant le temps de calcul des facteurs de forme d'un triangle est aussi fonction du nombre de pixels utilisés.

Nous avons donc étudié l'influence de la résolution du disque de projection sur la précision et la rapidité des calculs. Pour cela, nous avons choisi la maquette de milieu turbide (fig. 4.1(a)), car son faible nombre de triangles a permis des simulations relativement rapides même pour de haute résolution et ses caractéristiques géométriques sont proches de celles d'un couvert végétal réel.

Le tableau suivant montre l'évolution du temps de calcul des 831 744 facteurs de forme en fonction de la résolution (simulations réalisées sur un DEC Alpha 3600) :

Résolution	32	44	52	64	128	256	512	640
Temps CPU	3'37"	4'22"	4'58"	6'15"	16'15"	44'27"	2h39'55"	4h05'55"

Puis nous avons comparé les rediffusions calculées avec les résolutions de 32 à 512 avec celles calculées à la résolution maximale (640x640). Le tableau suivant présente les coefficients de détermination (r^2) des régressions linéaires résultant de ces comparaisons.

Résolution	32	52	64	128	256	512
r^2	0.99904	0.99974	0.99984	0.99997	0.99999	~ 1

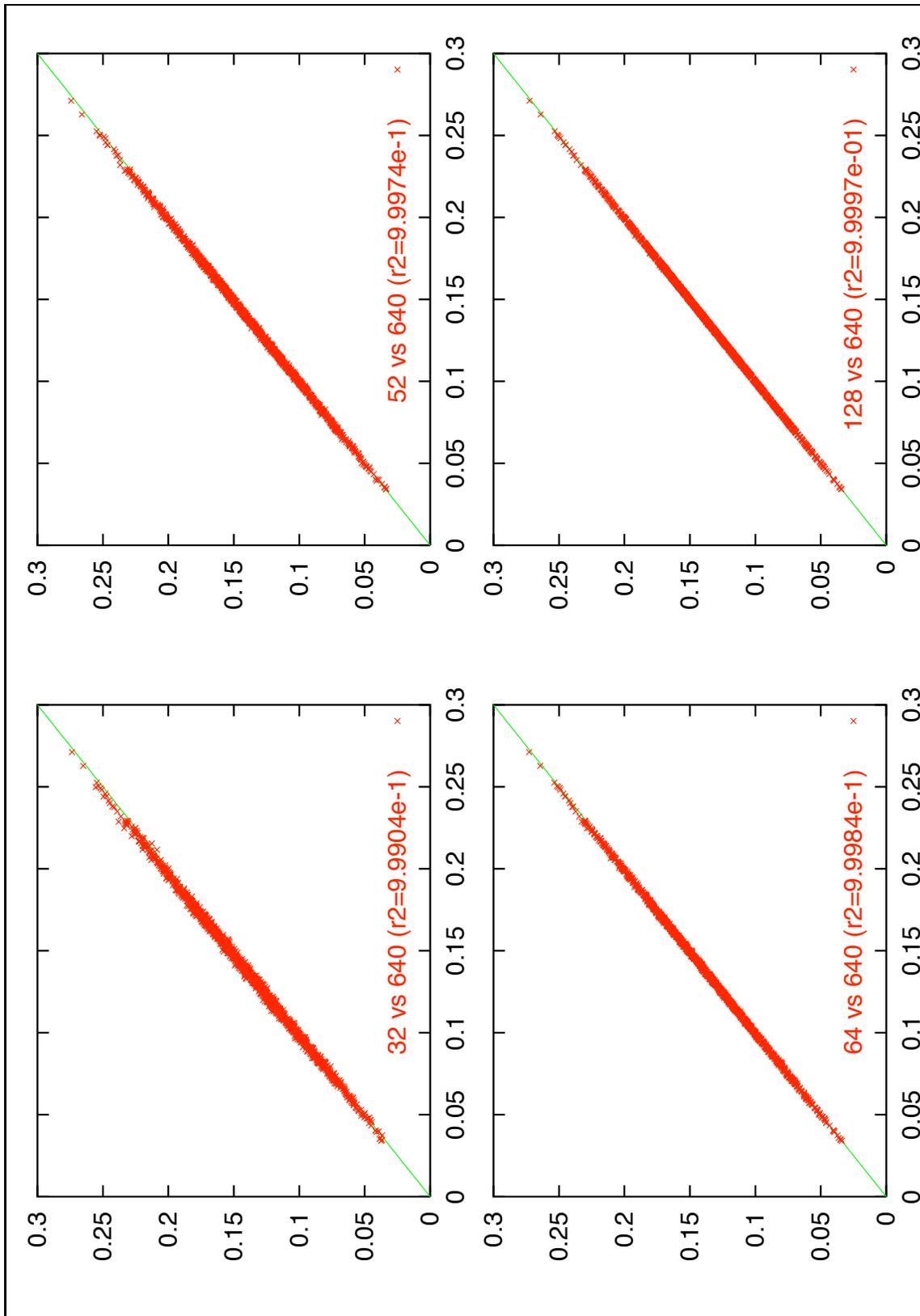


FIG. 4.16 – Influence de la résolution du disque de projection sur le calcul des rediffusions pour un milieu turbide

Ces coefficients de détermination sont très proches de 1, montrant qu’une faible résolution dégrade faiblement la précision du calcul des facteurs de forme. La figure 4.16 montre les graphes de cette analyse de sensibilité. Nous remarquons qu’à la résolution 32x32 les écarts sont faibles, mais non négligeables si l’on souhaite une grande précision. Ainsi l’écart maximal est de $0.015 W.m^{-2}$, soit une erreur relative maximale par rapport à la résolution 640x640 inférieure à 5%. En revanche à la résolution 128x128, les écarts sont négligeables. Nous avons choisi cette résolution pour l’ensemble des simulations présentées par la suite, car elle permet de calculer des rediffusions de façon précise relativement rapidement.

4.3.4 Validation globale de la radiosité “pure”

Dans cette section nous présentons les résultats d’une validation globale du module radiosité par comparaison avec Monte Carlo. Le cas simple du cube nous permettra de voir les influences relatives sur les rediffusions de la méthode point-surface et de l’hypothèse de constance des flux.

Nous ne présenterons pas les résultats pour la sphère, car le faible niveau de rediffusions nécessite un très grand nombre de rayons pour l’échantillonner correctement. Ainsi pour cette petite scène (256 triangles), nous avons lancé 8 millions de rayons. Malgré cela les écarts-types associés sont très élevés; l’écart-type moyen est de $0.003 W.m^{-2}$ pour des rediffusions, ayant des valeurs entre $0.15 W.m^{-2}$ et $0.155 W.m^{-2}$. Ceci montre la faiblesse de la méthode de Monte Carlo sans optimisation pour l’estimation des faibles flux rediffusés, car ils correspondent à des événements peu probables.

Enfin nous étudierons la validité de notre méthode sur des scènes type couvert végétal.

Cube Nous avons vu dans les paragraphes précédents que notre méthode pouvait générer des erreurs dans le cas des triangles formant les arêtes du cube.

La comparaison des rediffusions calculées par notre méthode et estimées par Monte Carlo montre que ces erreurs restent faibles (fig. 4.17). Toutefois elles sont un peu plus grandes que celles obtenues par la comparaison avec la radiosité analytique. Le fait que l’erreur soit plus grande montre que les différences entre Monte Carlo et notre méthode proviennent à la fois du calcul de facteur de forme approché et de l’hypothèse de constance des flux. Nous remarquons aussi que les triangles pour lesquels l’erreur entre les deux méthodes est la plus grande sont aussi ceux, dont l’écart-type associé à la radiosité calculée par Monte Carlo est le plus grand. Ainsi l’erreur entre les deux méthodes est à relativiser par rapport à cet écart-type.

Les temps d’exécution pour obtenir ces résultats sur un DEC Alpha 3600 sont pour la radiosité mixte et Monte Carlo respectivement 47 s et 5 h pour 1 million de rayons lancés.

En conclusion les bons résultats obtenus avec le cube indiquent que pour une scène simple les choix d’algorithme sont bons. Les simplifications faites sont certes génératrices d’erreur, mais de façon acceptable dans ce type de scène. Cela indique surtout que la mise en œuvre de la partie radiosité “pure” est, au moins dans sa majeure partie, correcte en terme de codage (bogues).

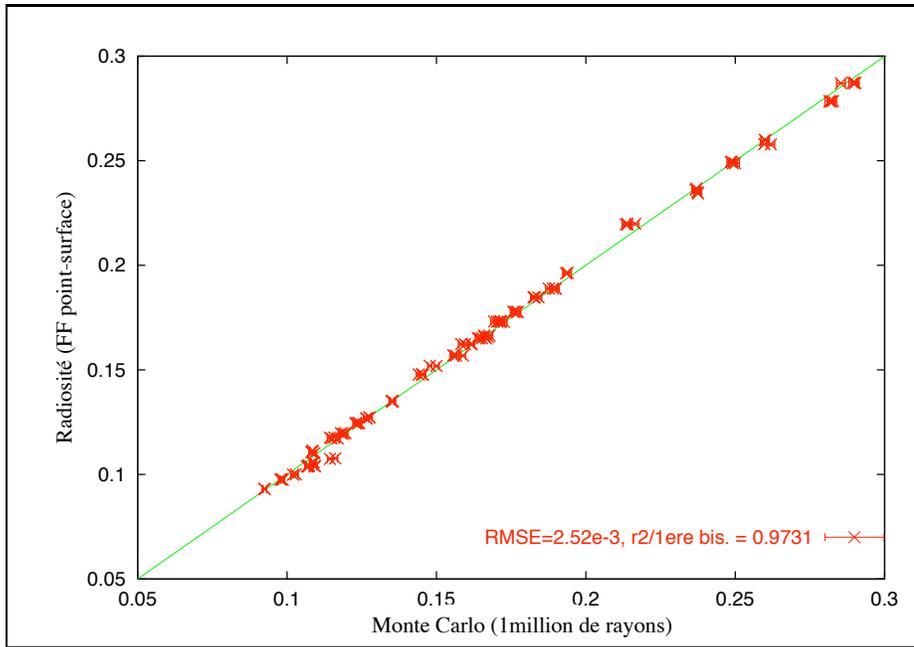
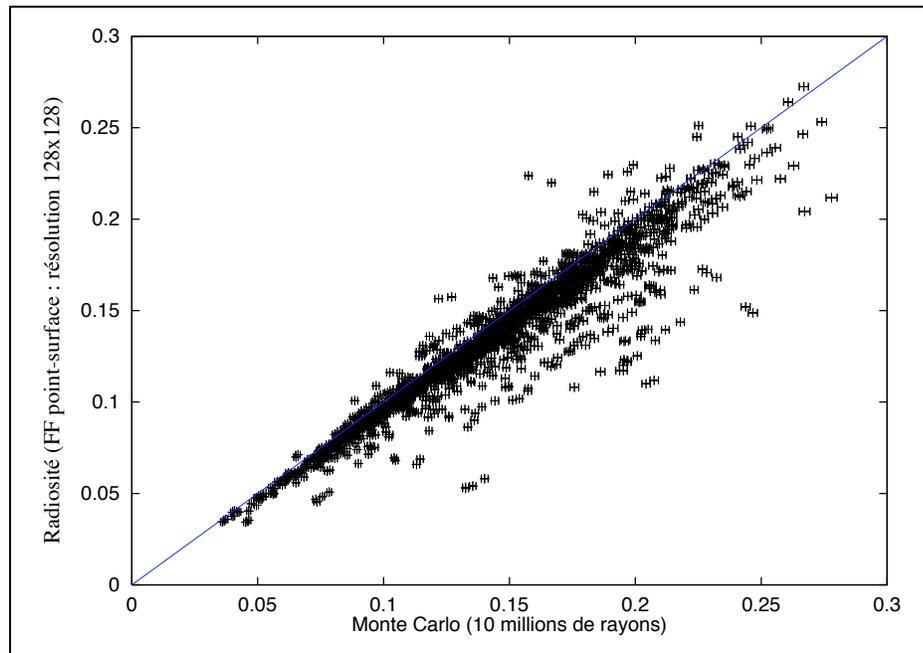


FIG. 4.17 – Évaluation globale de la radiosité “pure” dans le cas d’un cube composé de 108 triangles - Comparaison entre les radiosités d’ordre supérieur à 1 calculées en utilisant le module “radiosité” de notre modèle et celles estimées par la méthode de Monte Carlo

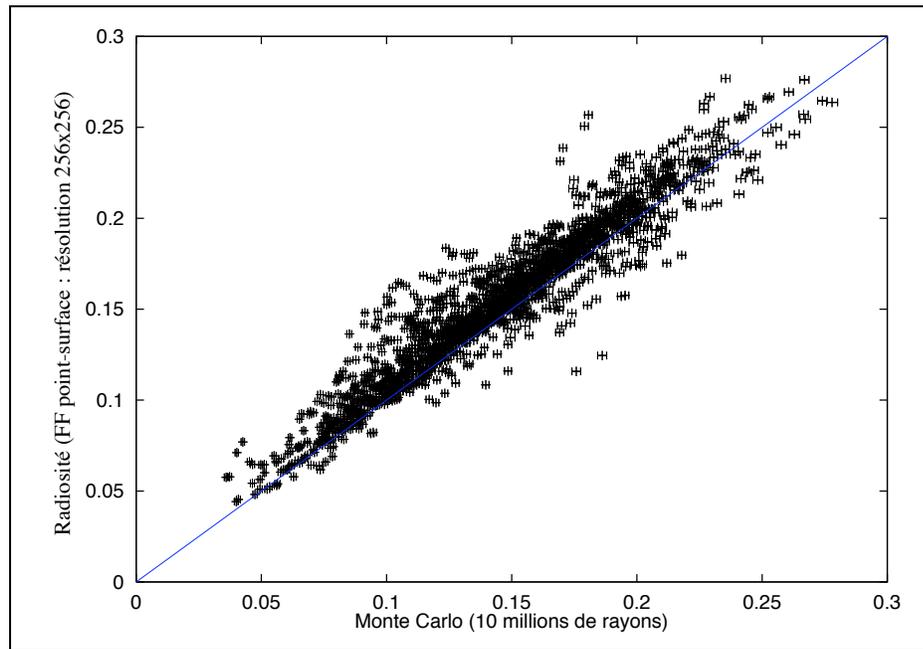
Milieu turbide La figure 4.18(a) présente les radiosités d’ordre de rediffusion supérieur à 1 calculées par le module “radiosité” de notre modèle et celle estimées par Monte Carlo. Malgré une corrélation entre les résultats des deux modèles, notre modèle a tendance à sous-estimer les rediffusions. De plus l’écart entre les résultats des deux modèles est important pour certains triangles. La figure 4.19 montre le nombre de triangles, pour lesquels l’erreur relative entre la radiosité calculée par la méthode de radiosité et celle estimée par Monte Carlo est inférieure à un seuil, en fonction de ce seuil. Ainsi 80% des valeurs de rediffusion sont calculées par notre méthode avec une erreur relative inférieure à 10%.

Nous avons analysé la position des triangles, auxquels est associée une forte erreur. Ceux-ci se situent très près d’autres triangles. Ceci implique des erreurs sur le calcul de leurs facteurs de formes et la non-vérification de la constance intra-surfacique des flux.

Effet du maillage Pour diminuer l’erreur générée par la radiosité dans le cas des triangles trop proches, nous avons raffiné le maillage en subdivisant chaque feuille en 4 triangles. Pour pouvoir comparer les résultats avec ceux du maillage initial, nous calculons les radiosités des feuilles en faisant une moyenne, pondérée par les surfaces, des radiosités, calculées par la radiosité avec le maillage fin. Pour avoir la même précision du calcul des facteurs de forme avec ce maillage, nous utilisons une résolution du disque de projection de 256 par 256.



(a) Maillage initial : 912 triangles



(b) Maillage raffiné : 3162 triangles

FIG. 4.18 – Évaluation globale de la radiosité pure dans le cas d’un milieu turbide et influence du raffinement du maillage - Comparaisons entre les radiosits d’ordre supérieur à 1 calculées en utilisant le module “radiosité” de notre modèle et celles estimées par la méthode de Monte Carlo

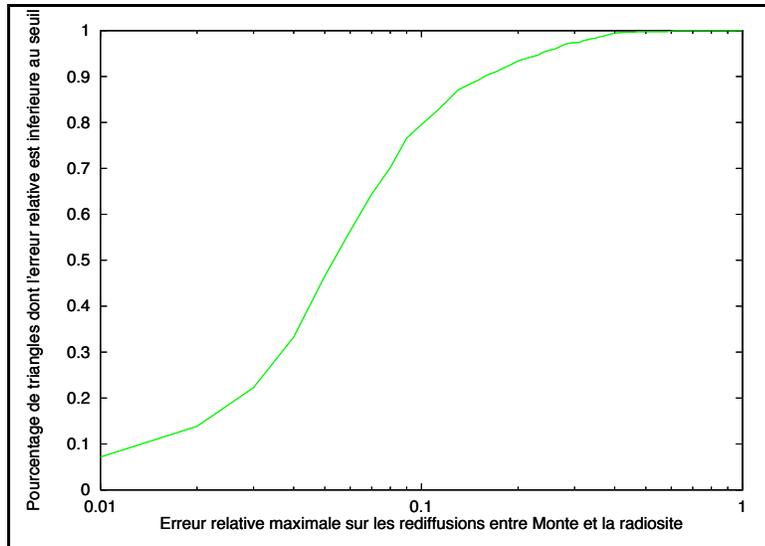


FIG. 4.19 – *Évaluation de l'erreur relative entre les rediffusions calculées par la méthode de Monte Carlo et par notre module de radiosité dans le cas d'un milieu turbide*

La figure 4.18(b) présente les radiosités d'ordre supérieur à 1 calculées par notre radiosité avec ce maillage affiné en fonction de celles estimées par Monte Carlo. Cette figure montre un nuage de points aussi dispersé que celui associé au calcul des radiosités avec le maillage initial. En revanche la tendance générale à la sous-estimation est corrigée. Ce résultat était attendu car un maillage plus fin traduit mieux les gradients existants et améliore la méthode de calcul de facteur de forme, en transformant la méthode point-surface en une méthode 4 points-surface.

Comme nous avons multiplié le nombre de triangles par 4, le nombre de facteurs de forme est multiplié par 16 et donc le temps de calcul est considérablement augmenté. Ainsi de 16', nous passons à 3h40' pour le maillage plus fin.

Les résultats du raffinement du maillage sont toutefois modérément satisfaisant. Les écarts entre les rediffusions calculées par Monte Carlo et par notre méthode ont été peu réduits. La sous-estimation liée à notre méthode s'est transformée en une surestimation. Une explication aurait pu être un problème lié à notre algorithme de résolution de système linéaire car la taille du système a été multipliée par 16. Mais les bons résultats des tests de validation de cet algorithme infirment cette hypothèse. Une explication pourrait être que le maillage n'est pas encore assez raffiné. Ceci pourrait expliquer la surestimation. En effet l'évolution de la précision de notre méthode en fonction de la finesse du maillage n'est pas une fonction croissante du fait du caractère discontinu et très variable de la fonction de visibilité entre deux triangles. Malheureusement nous ne pouvons raffiner plus le maillage de cette scène car la machine sur laquelle ces tests ont été effectués n'a pas les ressources pour traiter un maillage plus fin.

Pour étudier plus en détail l'effet du maillage, une solution serait de comparer les résultats, tant au niveau du calcul des rediffusions qu'au niveau du maillage généré, avec

ceux obtenus par une méthode de radiosité qui dispose d'un maillage adaptatif ou d'une méthode de radiosité hiérarchique.

Maïs Après avoir étudié le comportement de notre radiosité dans le cas d'un couvert homogène type milieu turbide, nous avons étudié son comportement dans le cas d'une maquette de maïs en rang (fig. 4.14). Une différence importante est un maillage non uniforme c- -d que la surface des triangles varie de 0.03 cm^2 à 170 cm^2 avec une moyenne   20 cm^2 . La présence de triangles très petits est un problème pour la méthode de Monte Carlo, car leur probabilité d'interception est faible. Cela pose aussi des problèmes à notre méthode de radiosité, du fait du caractère discret de notre méthode de calcul de facteurs de forme.

De façon à diminuer cet effet, nous avons utilisé 10 millions de rayons pour la simulation de Monte Carlo. Ceci a nécessité 30h14' sur un DEC alpha 3600 à comparer au 3h47' de la radiosité.

Malgré cela nous obtenons une variance très forte associée aux rediffusions pour les petites surfaces (fig. 4.20(a)). Toutefois le nuage de point est centré sur la première bissectrice. Nous remarquons certains points éloignés de la première bissectrice avec un écart-type nul ou très faible. Ces points correspondent à des  v nements très peu probables et donc les calculs statistiques ne sont pas valides car le nombre d'échantillon est trop faible. Ce sont les cas des surfaces très petites ou situées dans des endroits peu accessibles, comme la tige à la base des feuilles.

Pour les surfaces supérieures à 1 cm^2 (fig. 4.20(b)), les écarts-types associés aux rediffusions estimées par Monte Carlo sont plus faibles que précédemment mais ils restent forts. Le nuage est toujours centré sur la première bissectrice, ce qui montre que globalement notre méthode donne de bons résultats.

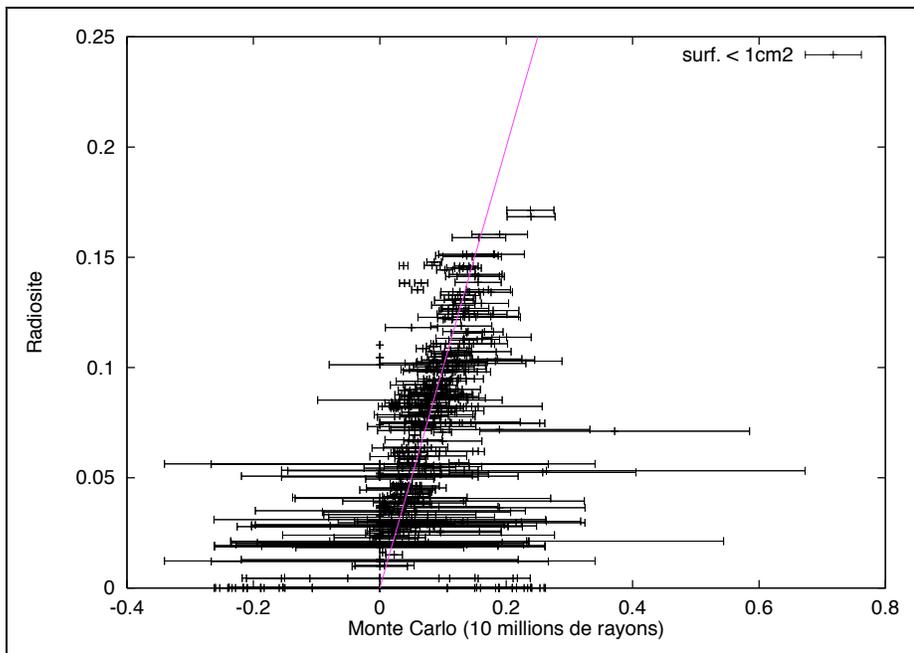
Toutefois nous trouvons comme précédemment des points éloignés de cette première bissectrice avec un faible écart-type. Ils correspondent aussi à des  v nements peu probables, associés à un nombre de rayons non significatif.

Les points situés très au-dessus de la première bissectrice correspondent à des endroits où les triangles sont entourés de triangles proches *i.e.* où l'hypothèse de validité d'éloignement des diffuseurs n'est pas vérifiée.

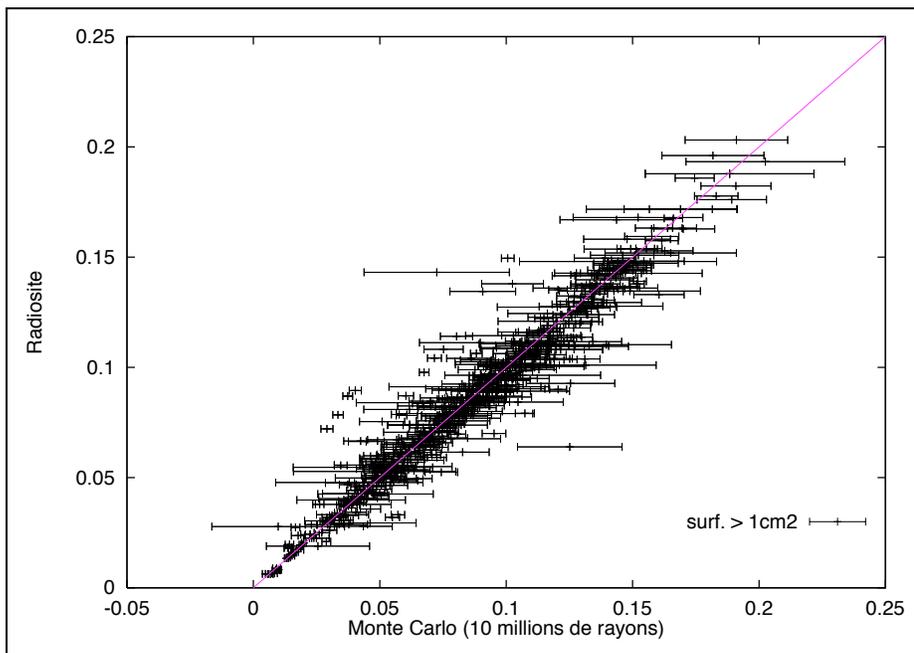
4.3.5 Bilan

La comparaison avec la radiosité analytique nous a montré que notre choix d'algorithme de calcul de facteur de forme était satisfaisant. L'étude de l'effet de la résolution du disque de projection sur une scène comme le milieu turbide qui contient un très grand nombre de configurations géométriques différentes a montré qu'une résolution relativement faible (128x128) permettait une bonne évaluation des rediffusions. Le relativement faible écart avec des réolutions plus basses est intéressant pour une utilisation où la vitesse d'exécution primerait sur la précision.

L'étude sur le maillage a montré une influence du maillage sur la calcul des rediffusions par notre module de radiosité dans le cas d'un milieu turbide. Toutefois le raffinement



(a) Cas des triangles ayant une surface inférieure à 1 cm^2 (250 triangles)



(b) Cas des triangles ayant une surface supérieure à 1 cm^2 : 7277 triangles (Pour faciliter la lecture du graphe, nous n'avons représenté que 700 points choisis aléatoirement)

FIG. 4.20 – Évaluation globale de la radiosité “pure” dans le cas d’une maquette de maïs (7527 triangles) - Comparaisons entre les radiosités d’ordre supérieur à 1 calculées en utilisant le module “radiosite” de notre modèle et celles estimées par la méthode de Monte Carlo (le trait représente la 1ère bissectrice)

du maillage n'a pas grandement amélioré la précision de notre méthode. Pour pouvoir conclure sur les effets du maillage sur la précision de la radiativité dans le cas du couvert végétal, cette étude est à compléter, notamment par une comparaison avec une méthode de radiativité adaptative ou hiérarchique. Toutefois notre objectif étant de traiter un très grand nombre de primitives initiales, les possibilités de raffinement du maillage seront limitées dans l'utilisation globale de notre méthode.

Nous avons vu à la section 4.2 que la méthode de Monte Carlo permettait d'estimer avec un écart-type modéré les flux moyens dans le couvert. Nous venons de voir que l'estimation des flux distribués était plus difficile car il faut estimer une valeur par face de diffuseur. Même pour les scènes de petite taille utilisées pour cette validation, le nombre de valeurs à estimer est grand et cela implique de lancer un grand nombre de rayons. Pour chaque simulation, nous avons lancé 10 millions de rayons. Les forts écarts-types obtenus montrent que nous aurions dû lancer beaucoup plus de rayons, mais nous avons été limité par la puissance de la machine dont nous disposions. Ceci a limité la finesse de l'analyse de la comparaison entre Monte Carlo et notre module de radiativité.

Enfin les difficultés de traiter efficacement les rediffusions multiples avec Monte Carlo (cas de la sphère) nous confirme dans notre choix d'une méthode où les rediffusions multiples ne sont pas calculées par une méthode itérative qui raffine l'ordre de rediffusion.

4.4 Évaluation de la radiativité mixte

4.4.1 Protocole de simulation

Pour valider notre approche qui consiste à dissocier le traitement des contributions lointaines de celles des contributions proches, nous avons choisi deux scènes.

La première scène est du type milieu turbide (fig. 4.1(a)), possédant les mêmes caractéristiques que celles décrites au § 4.2. Elle contient beaucoup plus de triangles (37 488 triangles équilatéraux de 5 cm d'arête, dont 4 230 pour le sol, dans un volume de 3 m par 3 m par 1 m de hauteur). Elle est plus grande car contrairement aux calculs des flux moyens nous ne pouvons pas effectuer pas de retraitage de la maquette en cours de simulation. En effet nous étudions dans cette section les radiativités, qui sont associées à des triangles dont la position dans l'espace 3D est bien définie, et non des valeurs moyennées spatialement, comme les flux moyens. Cette scène nous permet d'avoir un profil vertical de flux hémisphériques moyens correctement évalué par SAIL, comme nous l'avons vu § 4.2. De plus nous avons vu au § 4.3 qu'une scène composée de triangles de surface similaire permettait de meilleures estimations des rediffusions par Monte Carlo. Cette maquette est répliquée à l'infini pour former un couvert périodique infini.

L'autre scène est la maquette de 5 rangs de 20 plants de maïs décrite au § 4.2. Elle permet de valider notre méthode avec une maquette plus proche de la réalité qu'un couvert type milieu turbide. Cette maquette est aussi répétée à l'infini. Cette maquette est constituée de triangles de surface variable. La surface moyenne est de 20 cm^2 . La surface la plus grande vaut 50 cm^2 ; la plus petite est inférieure à 1 mm^2 . 20% des triangles ont une surface inférieure à 1 cm^2 .

Les propriétés optiques sont celles définies dans l'introduction de ce chapitre et qui

correspondent à la bande de spectrale du proche infrarouge de façon à maximiser les rediffusions.

Nous présenterons en premier lieu la comparaison de notre modèle avec Monte Carlo, en choisissant le plus grand diamètre de la sphère englobante en fonction de nos ressources machine. Puis nous étudierons l'influence du diamètre de cette sphère en comparant des résultats de simulations faites avec différents diamètres avec les résultats de la simulation faite avec le plus grand diamètre *i.e.* ceux qui ont servi à la comparaison avec Monte Carlo.

4.4.2 Validation globale par comparaison avec Monte Carlo

Milieu turbide Pour comparer notre méthode avec Monte Carlo, nous avons choisi une taille de sphère maximale de diamètre 0.5 m. Cette taille de sphère correspond à un nombre moyen de triangles dans la sphère de 217, qui occultent 41% de la sphère. Ceci implique qu'un triangle reçoit en moyenne une contribution lointaine de 59%, calculée à partir des flux moyens estimés par SAIL. Cela peut paraître important, mais ces 59% correspondent aux contributions de très nombreux diffuseurs, qui contribuent individuellement peu du fait de leur éloignement. C'est pourquoi prendre une valeur moyenne au lieu du cumul de toutes ces contributions faibles nous semble acceptable.

La figure 4.21(a) montre les radiosités d'ordre de rediffusion supérieur à 1 calculées par la radiosité mixte en fonction de celles estimées par Monte Carlo. Nous avons lancé 10 millions de rayons pour estimer 70 746 valeurs de radiosité. Ceci explique que l'écart-type associé aux estimations de Monte Carlo ne soit pas faible. Nous n'avons pas pu diminuer ces écarts-types par des simulations complémentaires, car cette simulation a demandé 3 jours 6 heures et 23 minutes de temps CPU sur une Sun Sparc Server 1000 quadri-processeur 85 MHz. Par comparaison le calcul de radiosité a nécessité 6 heures 29 minutes de temps CPU sur un DEC Alpha 3600.

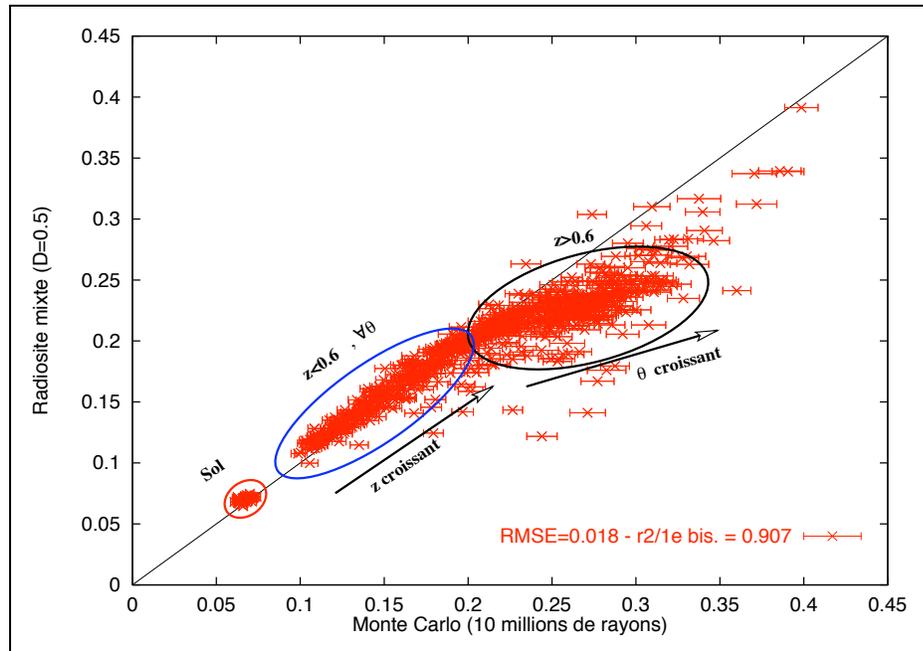
Le nuage de points peut se diviser en 3 groupes que nous avons délimités sur la figure 4.21(a).

Un groupe homogène de points correspondant à de faibles rediffusions et centré sur la première bissectrice correspond aux valeurs des triangles du sol. Ces bons résultats peuvent s'expliquer par deux phénomènes complémentaires :

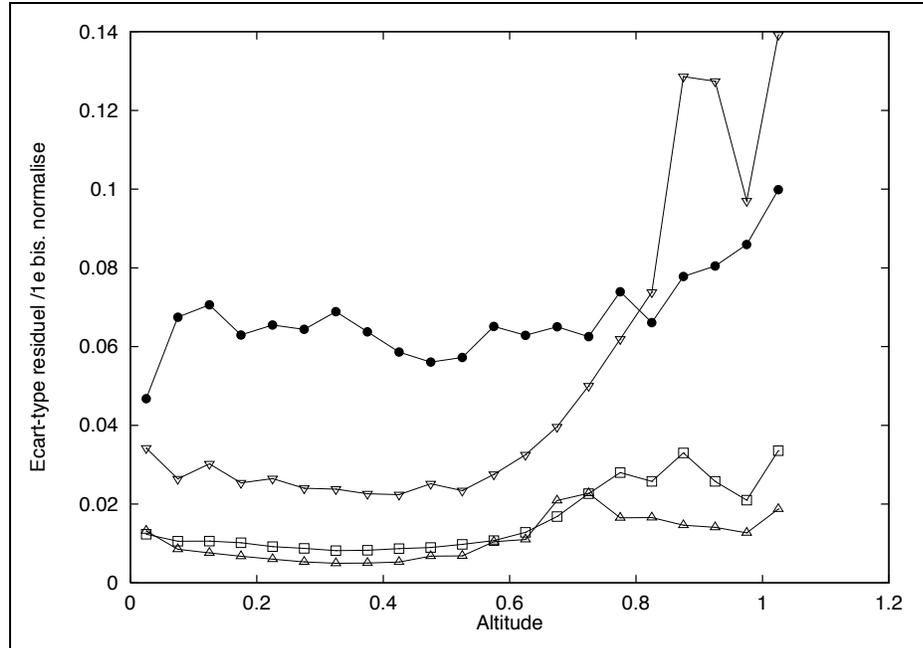
- Les triangles du sol sont statistiquement plus éloignés des autres triangles que les triangles qui constituent le feuillage, ce qui correspond plus au domaine de validité du module de radiosité. Cette éloignement s'explique par la méthode de construction de la maquette décrite au § 1.3.4.
- Nous avons vu au § 4.2 que les flux rediffusés dans le bas du couvert étaient quasiment isotropes, ce qui rend valide les hypothèses de SAIL

Les deux autres groupes de points correspondent aux valeurs associées aux triangles décrivant les plantes:

Un groupe de points correspondant aux faibles rediffusions est centré sur la première bissectrice où notre méthode donne de bons résultats.



(a) Comparaison entre les radiosités d'ordre supérieur à 1 calculées en utilisant la radiosité mixte et celles estimées par la méthode de Monte Carlo (Pour facilité la lecture du graphe, nous avons sélectionné aléatoirement 1400 points)



(b) Écart-type entre Monte Carlo et la radiosité mixte (●)
Écart-type entre les simulations par radiosité mixte pour un diamètre de sphère englobante de 0.5 m (référence) et pour un diamètre inférieur (0.4 m (▲), 0.3 m (□) et 0.1 m (▽))

FIG. 4.21 – Comparaison des énergies rediffusées calculées par la radiosité mixte et par Monte Carlo sur une scène infinie type milieu turbide ($\theta_s = 60^\circ$)

Le dernier groupe de points correspondant aux fortes rediffusions est beaucoup plus dispersé. Ce sont donc des points pour lesquels les écarts entre les deux modèles sont importants. Pour comprendre cette dégradation de notre modèle aux fortes valeurs de rediffusion, nous avons calculé l'écart-type résiduel normalisé par rapport à la première bissectrice (Dagnélie, 1992) en fonction de l'altitude du triangle, car nous avons vu au § 4.2 que le niveau de rediffusion augmentait avec l'altitude.

La figure 4.21(b) montre le profil vertical de l'écart normalisé entre Monte Carlo et notre modèle. Nous remarquons que cet écart est à peu près constant de 0 à 60 cm de haut, puis augmente jusqu'au sommet. La hauteur de 60 cm correspond à un LAI cumulé de 1.7. Or nous avons vu au § 4.2 que la directionnalité des flux était important en haut du couvert notamment du fait du premier ordre de rediffusion. Pour vérifier si l'imprécision de notre méthode provenait de la non-prise en compte de cette directionnalité, nous avons calculé la variation de ce même écart normalisé en fonction de l'orientation des triangles par rapport à la verticale. Cette étude a montré une augmentation de l'écart en fonction de l'inclinaison des triangles. Ceci démontre donc l'impact de la directionnalité des flux. En effet la sous-estimation de notre méthode par rapport à Monte Carlo pour les triangles quasi verticaux du haut du couvert peut s'expliquer par le fait que les triangles en haut du couvert sont éclairés dans le cas de Monte Carlo par des luminances plus grandes aux fortes inclinaisons tandis que dans le cas de la radiosité ils sont éclairés par la valeur intégrée directionnellement de ces luminances, qui est relativement plus faible aux fortes inclinaisons (fig. 4.22).

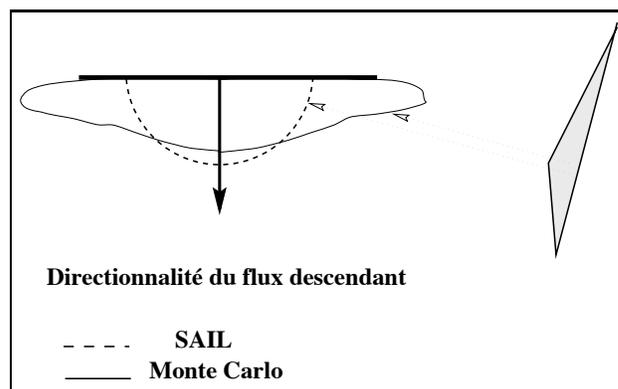


FIG. 4.22 – Effet de la directionnalité des flux moyens sur la comparaison entre Monte Carlo et la radiosité mixte

Maïs en rangs Pour comparer notre méthode avec Monte Carlo, nous avons choisi un diamètre maximal de la sphère englobante de 0.7 m. Cela correspond à un nombre moyen de triangles dans la sphère de 223, qui occultent 32% de cette sphère. Ceci implique qu'un triangle reçoit en moyenne une contribution lointaine de 68%, calculée à partir des flux moyens estimés par SAIL.

Pour la simulation de Monte Carlo, nous n'avons pu lancé que 5 millions de rayons

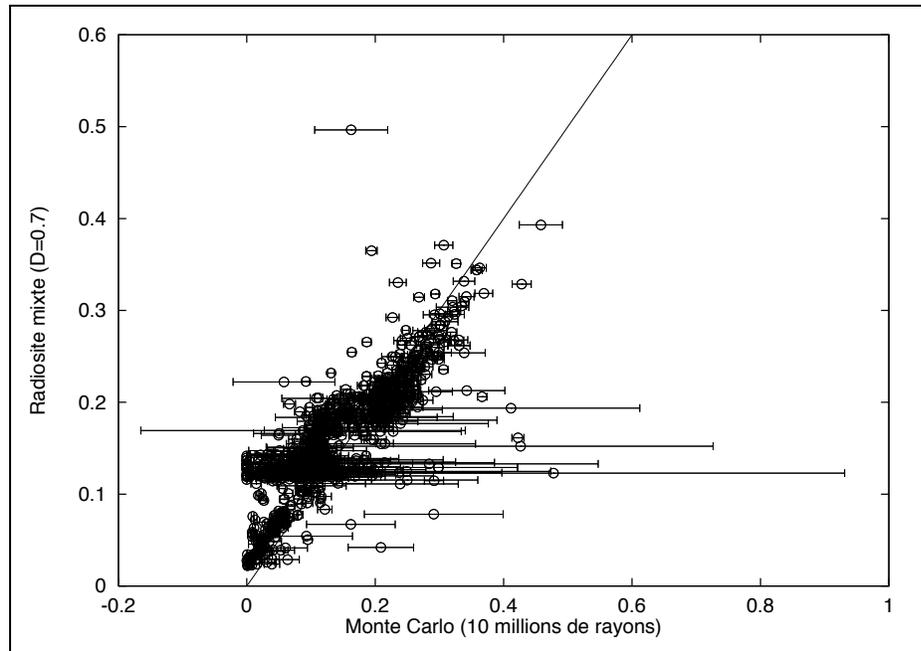


FIG. 4.23 – Comparaison des énergies rediffusées calculées par la radiosité mixte et par Monte Carlo pour un couvert infini de maïs en rangs ($\theta_s = 60^\circ$)

pour estimer 51 391 valeurs de rediffusions. Cela a demandé 1 jour et 20 heures de temps CPU sur une Sun Sparc Server 1000, mais en temps réel du fait de l'encombrement du serveur la simulation a nécessité plus de 10 jours de calcul. Le calcul des rediffusions par la radiosité mixte a duré 4 heures 3 minutes de temps CPU sur un DEC Alpha3600.

La régression entre les rediffusions estimées par Monte Carlo et celle calculées par notre modèle est présentée à la figure 4.23. Le nombre modéré de rayons et la présence de surfaces très petites expliquent les très fortes variances et aussi les très faibles variances qui correspondent à des événements peu probables. Nous avons vu au § 4.2 que les profils verticaux de flux hémisphériques calculés par SAIL avaient une imprécision pouvant atteindre 25%. Ceci implique des écarts entre notre méthode et Monte Carlo.

Malgré les forts écarts-types, le nuage de points est centré sur la première bissectrice, ce qui signifie que notre modèle est globalement satisfaisant car il est globalement sans biais.

4.4.3 Influence du diamètre de la sphère englobante

Le diamètre de la sphère englobante est un paramètre essentiel de notre approche, car il conditionne la rapidité et la précision du modèle. Nous allons maintenant étudier l'influence de ce diamètre sur la précision du modèle.

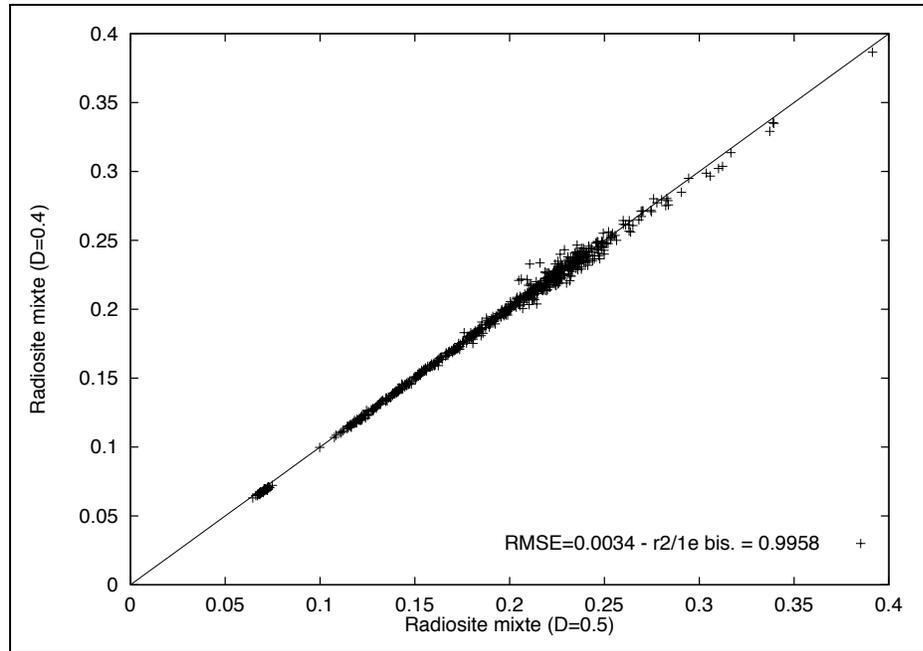
Milieu turbide Le tableau suivant présente les diamètres utilisés, le nombre moyen de triangles dans la sphère, le pourcentage de contribution lointaine et le temps CPU sur un DEC Alpha 3600 :

Diamètre de la sphère (en m)	0.5	0.4	0.3	0.1
Nombre de triangles	217	111	48	1.75
Poids de Bfar	0.59	0.66	0.73	0.91
Temps CPU	6h30'	5h24'	4h32'	3h29'

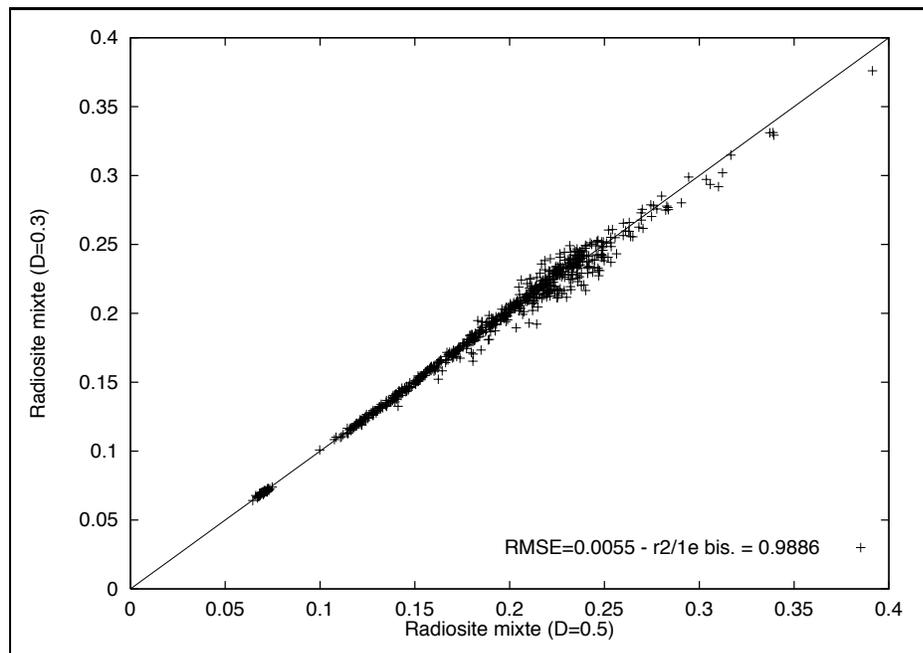
Les figures 4.24(a), 4.24(b) et 4.25(a) montrent la dégradation progressive de la précision de notre méthode quand le rayon de la sphère englobante décroît. Nous notons toutefois que globalement la méthode donne de bons résultats sauf pour le cas extrême du diamètre de $0.1 m$ qui correspond au cas où la radiosité du diffuseur n'est quasiment calculée qu'à partir du flux moyen. Les trois nuages de points sont centrés sur la première bissectrice confirmant que le remplacement du calcul exact des contributions lointaines par la valeur d'un flux moyen est sans biais pour ce type de maquette.

Pour le diamètre de $0.4 m$ (fig. 4.24(a)), chaque diffuseur est éclairé directement par deux fois moins de triangles que pour un diamètre de 0.5 . Malgré cela, les résultats sont bons. L'écart-type résiduel est de $0.0034 W.m^{-2}$, ce qui correspond à une erreur relative moyenne de 1.6% . L'erreur maximale est de 8% . Avec quatre fois moins de triangles (fig. 4.24(b)) dans la sphère d'environnement proche, les résultats sont corrects. L'écart-type résiduel est de $0.0055 W.m^{-2}$ *i.e.* une erreur relative moyenne de 2.6% . L'erreur maximale est de 9.6% . Le cas extrême d'une sphère de $0.1 m$ de diamètre, qui correspond à un éclairage par le flux moyen de 91% donne des résultats moyens en absolu ; le nuage de points est dispersé. Cependant prenant en compte le fait que chaque diffuseur est éclairé essentiellement par un flux moyen les rediffusions calculées sont correctes (fig.4.25(a)). L'écart-type résiduel est de $0.018 W.m^{-2}$, soit une erreur relative moyenne de 9% . L'erreur maximale est de 35% . Toutefois, le graphe de régression entre les émittances *i.e.* les flux hémisphériques d'ordre 1 plus les rediffusions (fig.4.25(b)) montre un nuage de points beaucoup moins dispersé. Ceci est dû à la prise en compte du premier ordre, qui est calculé de façon précise et indépendamment du diamètre de la sphère englobante (*cf.* § 2.4).

Dans ces trois comparaisons, le nuage de points se scinde en deux parties : un groupe de points centré sur la première bissectrice et un groupe où les points sont fortement dispersés. De plus cette dispersion croît avec la diminution du diamètre de la sphère. C'est pourquoi comme dans la comparaison avec Monte Carlo, nous avons étudié l'évolution de l'écart-type résiduel normalisé en fonction de l'altitude (fig. 4.21(b)). D'après ce graphe, il est clair que le calcul des triangles du sommet du couvert pénalise la précision globale de notre méthode. Comme nous l'avons déduit au § 4.4.2, cette imprécision de notre méthode semble être due à la directionnalité des flux en haut du couvert qui n'est pas prise en compte du fait de l'utilisation de SAIL. L'étude de la variation de l'écart-type résiduel normalisé pour les triangles situés à plus de $60 cm$ de hauteur en fonction de l'inclinaison de ces triangles corrobore cette hypothèse. L'intégration dans notre modèle d'un modèle milieu turbide prenant en compte la directionnalité des flux notamment au premier ordre de rediffusion permettrait de vérifier que l'imprécision de notre méthode provient

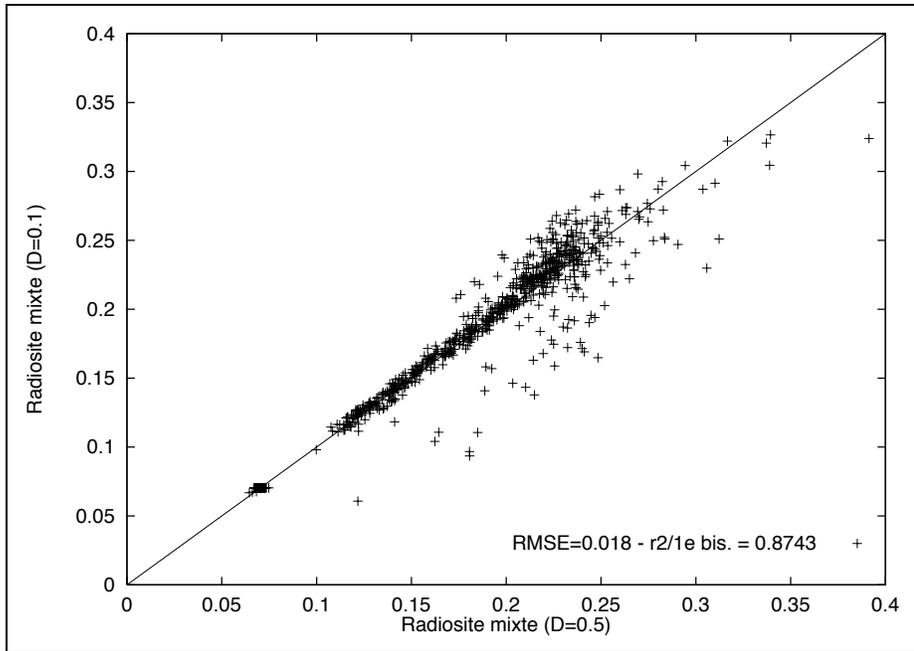


(a) Comparaison entre les radiosités d'ordre de rediffusion supérieur à 1 calculées par la radiosite mixte avec une sphère de diamètre de 0.5 m et celles calculées avec un diamètre de 0.4 m

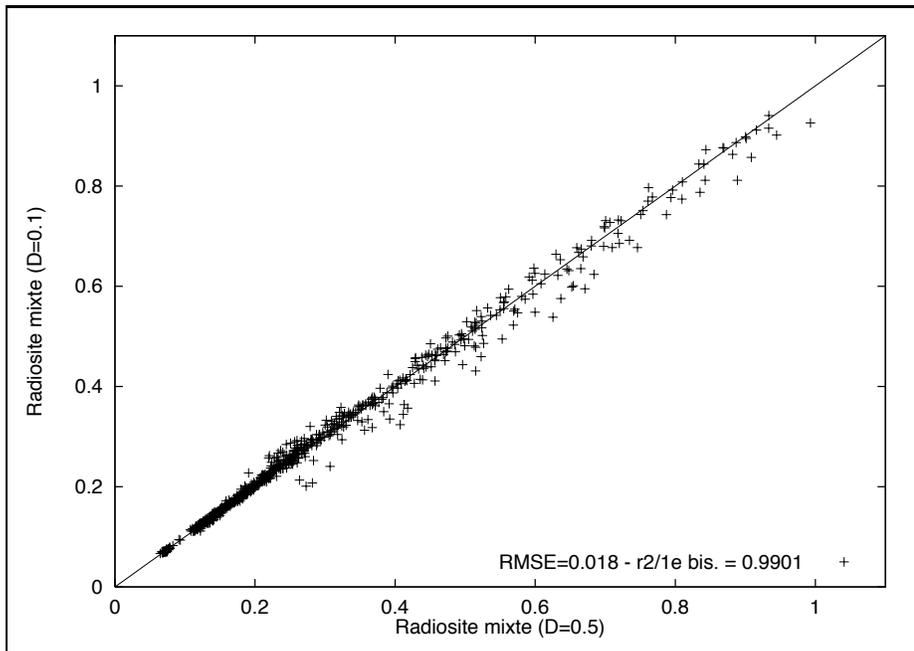


(b) Comparaison entre les radiosités d'ordre de rediffusion supérieur à 1 calculées par la radiosite mixte avec une sphère de diamètre de 0.5 m et celles calculées avec un diamètre de 0.3 m

FIG. 4.24 – Effet de la taille de la sphère englobante sur le calcul des énergies rediffusée par la radiosite mixte dans le cas d'un milieu turbide ($\theta_s = 60^\circ$)



(a) Comparaison entre les radiosités d'ordre de rediffusion supérieur à 1 calculées par la radiosité mixte avec une sphère de diamètre de 0.5 m et celles calculées avec un diamètre de 0.1 m



(b) Comparaison entre les radiosités (totales) calculées par la radiosité mixte avec une sphère de diamètre de 0.5 m et celles calculées avec un diamètre de 0.1 m

FIG. 4.25 – Comportement de la radiosité mixte en prenant une sphère minimale dans le cas d'un milieu turbide ($\theta_s = 60^\circ$)

effectivement du module “flux moyen”. Si tel est le cas, cela permettrait d’augmenter significativement la précision de notre modèle.

Maïs en rangs Comme dans le cas du milieu turbide, le tableau suivant présente les diamètres utilisés, le nombre moyen de triangles dans la sphère, le pourcentage de contribution lointaine et le temps CPU sur un DEC Alpha 3600 :

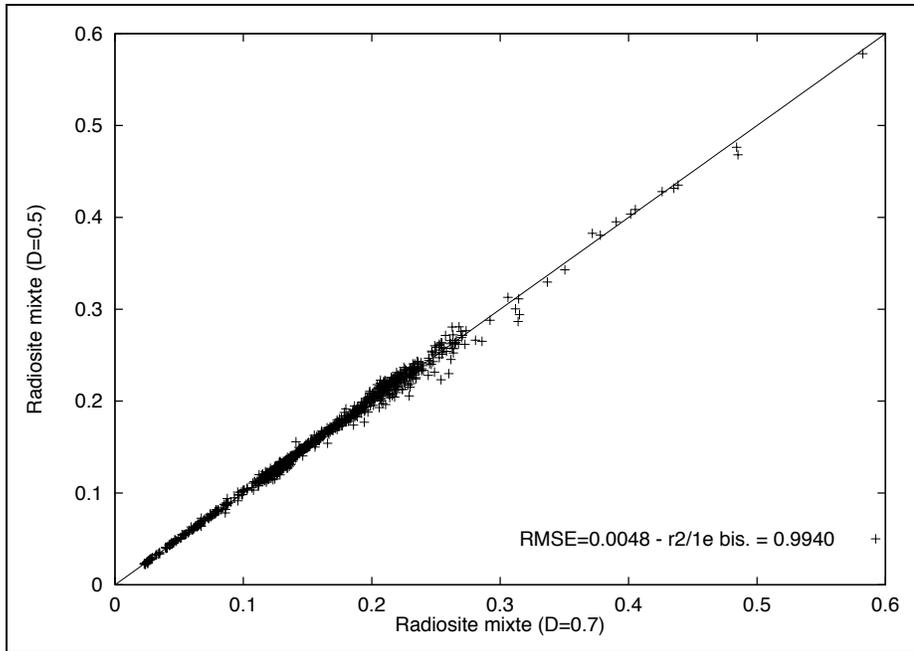
Diamètre de la sphère (en m)	0.7	0.5	0.3	0.1
Nombre de triangles	223	119	33	5.75
Poids de Bfar	0.68	0.75	0.84	0.93
Temps CPU	4h03'	3h27'	2h55'	2h35'

Malgré une surface moyenne des triangles (20 cm^2) plus grande que celle des triangles du milieu turbide (10.8 cm^2), pour un même nombre de triangles dans la sphère, un triangle de la maquette de maïs est éclairé par une part plus importante de flux moyen. Ceci implique que la comparaison des résultats du couvert de maïs et ceux du milieu turbide est délicate car leur référence n’est pas la même. Cependant comme dans le cas du milieu turbide, les régressions entre les valeurs des rediffusions calculées avec des diamètres décroissants montre une dispersion croissante, mais aussi des nuages centrés sur la première bissectrice. Ceci indique que même pour un couvert hétérogène comme le maïs notre approche est globalement sans biais.

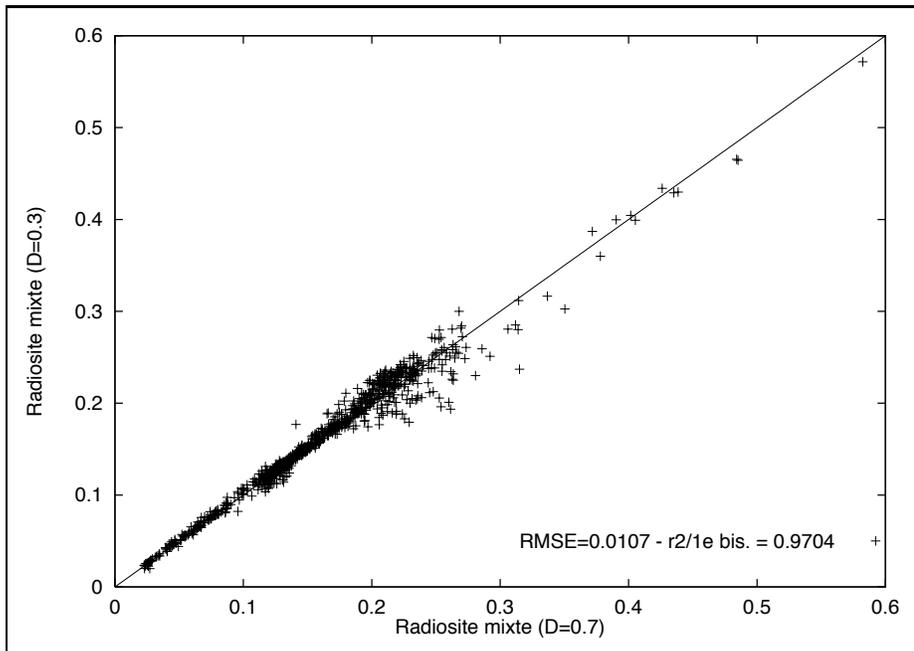
La figure (fig. 4.26(a)) compare les rediffusions calculées avec une sphère englobante de 0.7 m et de 0.5 m , qui contient environ deux fois moins de triangles que la précédente. Le nuage de points est peu dispersé et centré sur la première bissectrice ($r^2 = 0.994$). L’écart-type résiduel est de 0.0048 W.m^{-2} , soit une erreur relative moyenne de 2.4%. L’erreur maximale est de 14%. Les comparaisons entre les rediffusions calculées avec un diamètre de 0.7 m et celles calculées avec un diamètre de 0.3 m (fig. 4.26(b)) et celles calculées avec un diamètre de 0.1 m (fig.4.27(a)) montrent des résultats beaucoup moins bons. Les erreurs relatives moyennes sont respectivement de 5.3% et de 10% et les erreurs maximales 25% et 51%.

Ces résultats moins bons que ceux du milieu turbide peuvent s’expliquer par les résultats du § 4.2. En effet nous avons vu que SAIL n’avait pas une bonne précision dans l’estimation du profil vertical de flux hémisphériques moyens dans le cas du maïs. Or plus le diamètre de la sphère diminue, plus la part des flux moyens calculés par SAIL dans l’émittance des triangles augmente. Ainsi pour une petite sphère, l’écart entre l’estimation de SAIL et les flux réels contribue plus à la valeur de l’émittance totale. C’est pourquoi comme dans le cas du milieu turbide, la recherche et l’étude d’un modèle “milieu turbide” calculant plus précisément les profils verticaux de flux semble nécessaire.

Toutefois comme dans le cas du milieu turbide, la comparaison des valeurs de radiosité entre la sphère de 0.7 m et celle extrême de 0.1 m fournit un graphe de régression centré sur la première bissectrice et relativement peu dispersé ($r^2 = 0.991$). Ceci montre que si la précision des rediffusions se dégrade avec la diminution du diamètre de la sphère englobante, la précision globale (1er ordre plus rediffusion) se dégrade sensiblement moins du fait de la précision du calcul du premier ordre.

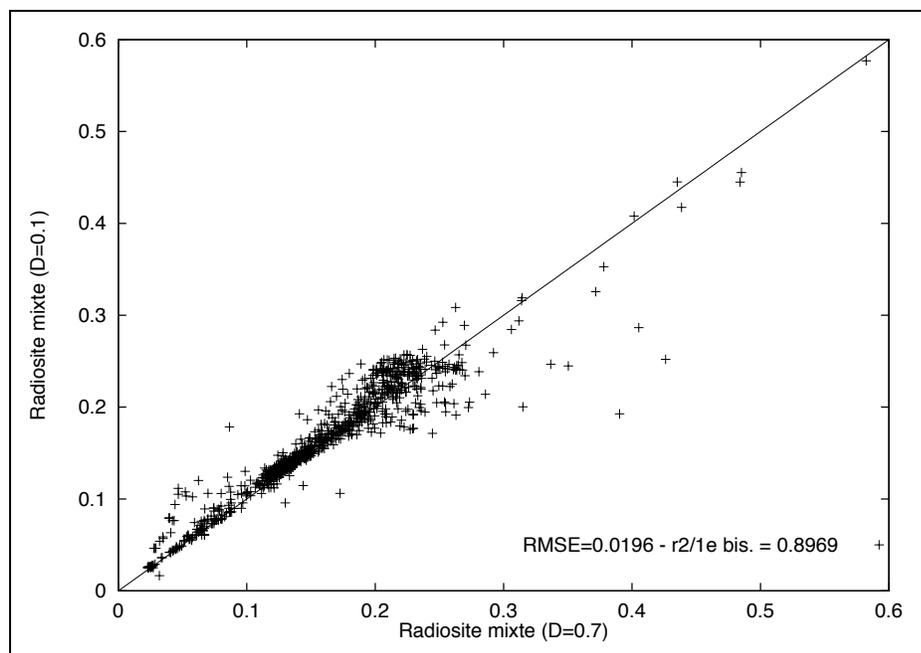


(a) Comparaison entre les radiosités d'ordre de rediffusion supérieur à 1 calculées par la radiosité mixte avec une sphère de diamètre de 0.7 m et celles calculées avec un diamètre de 0.5 m

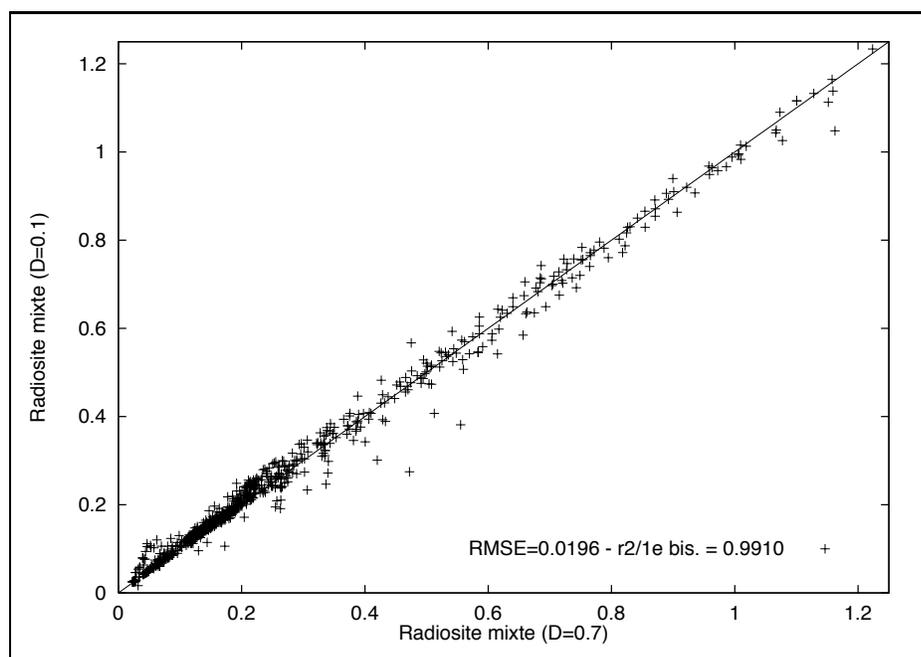


(b) Comparaison entre les radiosités d'ordre de rediffusion supérieur à 1 calculées par la radiosité mixte avec une sphère de diamètre de 0.7 m et celles calculées avec un diamètre de 0.3 m

FIG. 4.26 – Effet de la taille de la sphère englobante sur le calcul des rediffusions par la radiosité mixte dans le cas d'un couvert de maïs ($\theta_s = 60^\circ$)



(a) Comparaison entre les radiosités d'ordre de rediffusion supérieur à 1 calculées par la radiosité mixte avec une sphère de diamètre de 0.7 m et celles calculées avec un diamètre de 0.1 m



(b) Comparaison entre les radiosités (totales) calculées par la radiosité mixte avec une sphère de diamètre de 0.7 m et celles calculées avec un diamètre de 0.1 m

FIG. 4.27 – Comportement de la radiosité mixte en prenant une sphère minimale dans le cas d'un couvert de maïs ($\theta_s = 60^\circ$)

4.4.4 Bilan

Les résultats que nous venons de présenter tendent à valider notre idée de coupler un modèle surfacique pour calculer les interactions proches et un modèle volumique pour simuler les interactions lointaines. Certes les comparaisons avec Monte Carlo montrent que certains choix comme le choix d'un modèle simple comme SAIL sont dans certaines configurations une source d'erreur importante. Mais les études de l'effet de taille de la sphère ont validé le principe de notre approche, consistant à substituer le calcul exact des contributions lointaines par la valeur d'un flux moyen. Le modèle volumique choisi pour calculer les flux moyens influence grandement la précision de la mise en œuvre de notre approche.

De plus notre objectif d'avoir un modèle qui permettent un recalcul rapide d'autres situations radiatives est atteint. Par exemple dans le cas du milieu turbide avec une sphère de 0.7 m de diamètre, la première simulation est longue car elles calculent tous les coefficients de la géométrie du couvert (facteurs de forme, coefficients nécessaires aux calculs des B_{far}): 6 heures 29 minutes, les autres simulations *e.g.* autres inclinaisons solaires prennent moins de 3 minutes.

Cependant notre jeu de données de validation est loin d'être exhaustif. Ces premiers résultats positifs nous encouragent donc à élaborer un plan de simulation plus étoffé pour valider le caractère opérationnel du modèle après en avoir validé le principe avec ces quelques résultats.

Nous avons vu que les hypothèses de SAIL (flux rediffusés isotropes, couvert homogène) entraînaient des erreurs de notre modèle quand celles-ci n'étaient plus valides. La recherche et le test d'un modèle "milieu turbide" un peu plus complexe devrait améliorer sensiblement nos résultats.

Enfin s'il est intéressant d'étudier la sensibilité du modèle au niveau des rediffusions, il faut noter que les sorties du modèle utilisées en agronomie seront les flux distribués totaux à savoir premier ordre et rediffusions multiples. Or du fait du calcul précis du premier ordre par projection, le poids de l'erreur liée aux rediffusions est réduit. Ainsi nous avons vu que même avec un modèle simple comme SAIL et un diamètre de la sphère extrême, les résultats sur les émittances totales étaient corrects.

Chapitre 5

Discussion

5.1 Validité de notre approche mixte

Notre objectif initial était le développement d'un modèle d'échanges radiatifs, fournissant le bilan de rayonnement distribué par organe d'un couvert décrit par un ensemble de triangles. Les flux distribués calculés par le modèle seront utilisés en entrée des modèles de fonctionnement des cultures. Ceci a impliqué des contraintes de développement. Le modèle doit traiter des scènes de taille importante. Par exemple il doit pouvoir calculer le bilan radiatif d'un groupe de plantes situées au milieu d'un couvert. Nous ne devons pas calculer le bilan des plantes en dehors de ce groupe, mais nous devons prendre en compte leurs interactions avec les plantes étudiées. Le modèle doit être capable de simuler un niveau élevé de rediffusion (cas du proche infrarouge). Il doit aussi pouvoir calculer le bilan pour plusieurs longueurs d'onde, pour différentes propriétés optiques (espèces, états physiologiques) et pour différentes inclinaisons solaires. Enfin du fait du couplage avec un modèle de fonctionnement, il doit être suffisamment rapide.

Les résultats du chapitre 4 montrent la faisabilité de notre approche consistant à coupler un modèle volumique et un modèle surfacique. De plus notre modèle satisfait les contraintes imposées par le couplage avec un modèle de fonctionnement, à part celle du temps de calcul. Les temps de simulation sont satisfaisants pour une utilisation ponctuelle des modèles de culture. Ils sont trop importants pour une utilisation intensive, comme par exemple une étude de sensibilité d'un modèle de fonctionnement. Nous pouvons traiter des scènes importantes situées dans un environnement radiativement actif *e.g.* le cas de 100 plants de maïs situés dans un couvert infini. Le choix d'une méthode de radiosité stockant la matrice des facteurs de forme est une contrainte forte. Cependant ce choix nous permet de traiter implicitement *i.e.* efficacement (sans schéma itératif) les hauts niveaux de rediffusion. Il nous permet aussi de simuler, sans sur-coût en temps calcul, plusieurs conditions radiatives pour une géométrie de couvert donnée, contrairement aux méthodes itératives qui ne stockent pas la matrice, comme la radiosité progressive. La taille de la sphère englobante influence la précision mais aussi les temps d'exécution du modèle. Notre modèle n'a pas la rapidité des modèles volumiques simples type SAIL, mais il est beaucoup plus rapide que Monte Carlo. Il serait intéressant de comparer sa vitesse par

rapport à des modèles volumiques plus complexes type subdivision spatiale et ordonnées discrètes pour un même niveau de précision.

Les résultats montrent certains problèmes de précision liés à la mise en œuvre. Nous avons noté que l'utilisation d'un modèle volumique simple comme SAIL entraînait des erreurs localement importantes. Ainsi dans le cas des milieux turbides la forte directionnalité des flux du premier ordre au sommet du couvert génère une imprécision dans le calcul des radiosités des triangles de cette zone, car SAIL suppose les flux isotropes. Pour le couvert structuré l'hypothèse d'homogénéité du couvert faite par SAIL n'est pas valide. Ceci induit un niveau d'erreur plus grand de notre méthode que dans le cas du milieu homogène.

Les imperfections de SAIL interdit de choisir des diamètres de sphère englobante trop petits, car le poids des flux moyens dans le calcul de l'éclairement d'un diffuseur est directement déterminé par ce diamètre. Le diamètre de la sphère englobante est donc un paramètre essentiel de notre modèle. Des tests complémentaires devront étalonner son influence sur la qualité de notre modèle.

Enfin notre étude par Monte Carlo des propriétés des flux moyens dans le couvert s'est révélée riche en informations, bien qu'elle ait été limitée à un nombre restreint de cas. Parmi celles-ci, nous pouvons noter la relative isotropie des flux rediffusés d'ordre supérieur. De plus les distributions directionnelles de ces flux sont similaires. Enfin le premier ordre prédomine dans la directionnalité des flux totaux notamment au sommet du couvert.

5.2 Proposition d'études complémentaires

Étendre le plan de simulation Compte tenu du temps imparti, l'objectif des simulations était de démontrer la faisabilité de notre approche et non de réaliser une validation globale du modèle.

Ainsi dans le type de structure nous nous sommes limités au cas le plus fréquent, une LIDF sphérique. Il est clair qu'il nous faudra étudier l'influence de ce paramètre important de la structure du couvert en testant des LIDF non sphériques.

La taille des feuilles semble n'influencer que les flux montants au sommet du couvert. Cependant notre étude ne comportait que trois tailles de feuille. Une étude prenant en compte des tailles de feuille extrêmes est nécessaire pour cerner le domaine de validité de ce résultat.

Enfin nous nous sommes limités au cas de propriétés optiques lambertiennes pour les phytoéléments et le sol. L'étude de l'effet de propriétés optiques directionnelles tant sur les flux moyens que sur les flux distribués est nécessaire pour cerner le domaine de validité de notre radiosité mixte. La prise en compte d'une BRDF réelle n'est pas simple car il s'agit d'une fonction de quatre variables. Ceci explique qu'elle soit peu connue car sa détermination expérimentale est difficile. De plus sa prise en compte dans notre modèle de Monte Carlo est difficile du fait de l'échantillonnage par importance de cette fonction 4D.

Une première approche serait de tester la sensibilité du modèle à la directionnalité

des propriétés optiques, en utilisant les BRDF simples du sol et des feuilles implémentées dans notre lancer de rayons. Si cela montre une forte influence, l'utilisation des réseaux de neurones pour intégrer les BRDF dans Monte Carlo nous semble une solution. Cela consisterait en une étape d'apprentissage du réseau à partir de mesures de BRDF. Le réseau de neurones permettrait ainsi de faire une régression non linéaire sur les points de mesure. Puis une fois les paramètres du réseau déterminés, son utilisation en cours de simulation est rapide. Cette rapidité est importante, car dans Monte Carlo le calcul de la BRDF est réalisé très souvent.

Niveau d'intégration Les résultats présentés correspondent à un bilan radiatif instantané. Or les modèles de fonctionnement requièrent le plus souvent des bilans intégrés temporellement. Leur pas de temps varie entre une heure et une journée. Simuler les échanges radiatifs sur un pas de temps entraîne que la source principale, le soleil, éclaire dans un ensemble de directions. Il faut aussi prendre en compte l'éclairement dû au ciel. Ceci doit atténuer les aspects directionnels des flux moyens qui étaient essentiellement dûs au premier ordre. Un autre phénomène doit limiter la directionnalité de ces flux : les mouvements des plantes notamment causés par le vent. Une étude de notre modèle en travaillant sur un pas de temps plutôt que de façon instantanée serait intéressante car cela doit modifier la précision du modèle.

Nous avons étudié la précision de notre modèle en étudiant les flux distribués par triangle. Or un modèle de fonctionnement a besoin des flux par organe, décrit par plusieurs triangles. L'intégration à l'échelle de l'organe des résultats établis à celle du triangle permettrait de moyenniser les résultats et ainsi de modifier la précision globale de la méthode.

Maillage Nous avons vu au § 4.3.4 (fig. 4.18) que les écarts entre la méthode *point-surface* de calcul des facteurs de forme et une méthode analytique variaient en fonction de la finesse du maillage. Notre traitement d'un effet maillage est assez grossier : subdiviser tous les triangles. Les travaux sur le maillage ont jusqu'à maintenant essentiellement porté sur des scènes architecturales. Du fait de la plus grande cohérence spatiale de ces scènes par rapport au couvert végétal, les résultats de ces travaux sont difficilement transposables. Pour trouver un maillage adapté dans le cas de couvert, une voie à suivre serait d'utiliser des méthodes de radiosité adaptative ou hiérarchique, qui raffinent le maillage selon des critères radiatifs, comme la valeur des facteurs de forme. Ceci ne pourrait être fait que sur de petites scènes, mais permettrait d'évaluer l'impact réel du maillage sur la précision des calculs.

Propriétés des flux moyens dans le couvert L'analyse des simulations nous a permis de mieux connaître les propriétés des flux moyens et donc d'analyser plus finement les imprécisions du modèle de radiosité mixte. Pour pouvoir tirer des conclusions générales sur les propriétés de ces flux ou établir des relations entre les flux d'ordre supérieur, il nous faut un jeu de données plus important, qui prennent en compte les variations des différents paramètres du couvert (LIDF, taille des feuilles, agrégation, propriétés optiques, ...). Sur ce jeu de données, notre analyse se devra d'être plus quantitative : quelle est le degré de

ressemblance des distributions directionnelles des ordres supérieurs, comment relier ces ordres, ... Ceci fournirait les bases d'une réflexion sur l'amélioration ou la simplification des modèles radiatifs volumiques à partir d'hypothèses physiques.

5.3 Améliorations envisageables de notre modèle

Optimisation du calcul des facteurs de forme Nous avons présenté au § 2.5 notre méthode de calcul des facteurs de forme adaptée de celle de Renaud (1993).

Dans notre adaptation nous n'avons pas modifié l'algorithme de remplissage des tableaux du tampon de profondeur (§ 2.5.2). Or celui-ci représente une part importante du temps de calcul des facteurs de forme.

Les travaux en infographie –*e.g.* le remplissage d'un triangle– ont montré que cette approche n'était pas optimale. Dans le cas du triangle, un algorithme efficace subdivise le triangle en segments, qui sont ensuite tracés de façon incrémentale. Sachant que le segment appartient au triangle, cela élimine les tests d'appartenance à la surface. De plus l'utilisation de segment permet de calculer le prochain pixel ou l'altitude du point projeté par un faible nombre d'instructions.

Dans le cas de la projection orthosphérique, un segment du triangle se projette en un arc d'ellipse. Le tracé d'un arc d'ellipse est moins simple que celui d'un segment, ce qui se traduit par un sur-coût important en temps calcul.

Nous avons eu l'idée d'un remplissage incrémental de la projection orthosphérique d'un triangle. Nous avons cherché à subdiviser notre triangle initial en segments pour que la projection de ceux-ci soit aussi un segment. Une solution serait de découper le triangle à projeter en segments définis comme l'intersection du triangle et d'un plan *méridien* de la sphère servant à la projection. Comme la projection orthosphérique d'un de ces segments est un segment du disque de projection, l'algorithme de remplissage est incrémental.

Choix d'un modèle volumique plus précis Nous avons vu dans l'analyse des résultats que notre méthode était rapide pour de petits rayons de la sphère. Mais une petite sphère réduit la précision de notre modèle, car la proportion de flux moyen dans l'éclairement des diffuseurs croît.

La comparaison des profils verticaux de flux hémisphériques calculés par SAIL et par Monte Carlo ont montré des différences importantes dans le cas d'un couvert structuré comme un couvert en rang. Ces différences portent notamment sur le profil de pénétration du rayonnement direct, du fait que SAIL suppose homogène la distribution horizontale des surfaces. Une amélioration simple serait de calculer ce profil de pénétration par projection et de calculer les rediffusions à partir de ce profil. Le calcul du profil d'interception à partir d'une maquette est simple (Andrieu, 1996). Il suffit de subdiviser le couvert en couches horizontales et de projeter selon la direction du soleil les triangles des différentes couches en débutant avec la couche du haut. Après avoir projeté tous les triangles d'une couche, le rapport du nombre de pixels "noircis" sur le nombre total de pixels nous donne le pourcentage d'interception de la couche.

Un autre inconvénient de SAIL est qu'il suppose les flux rediffusés isotropes. D'autres

modèles volumiques permettent d'avoir la distribution de luminance pour chaque couche. Le principe est de projeter l'équation du transfert radiatif soit sur une base de directions (méthode des ordonnées discrètes), soit sur une base de fonctions comme les harmoniques sphériques. Ces modèles sont plus coûteux en temps calcul que SAIL. Un test de ces modèles par rapport à Monte Carlo est nécessaire pour apprécier leur intérêt par rapport à notre approche.

L'étude complémentaire des propriétés des flux moyens dans le couvert peut aussi aboutir à l'élaboration d'un modèle plus efficace. Si la directionnalité des flux rediffusés est essentiellement due au premier ordre de rediffusion, un modèle simple couplant des calculs de projection pour calculer le premier ordre (double Z-buffer) et SAIL pour les flux d'ordres supérieurs est envisageable. De plus s'il existe des relations entre les ordres de rediffusion supérieurs, la modélisation des rediffusions totales peut être simplifiée. Ceci permettrait d'accélérer les modèles fondés sur la méthode des ordres successifs qui calcule itérativement les rediffusions successives.

Parallélisation Malgré le gain de temps lié à notre approche mixte, le calcul du bilan distribué de rayonnement sur des maquettes de grande taille demande des temps de calcul importants. Dans un objectif de couplage avec un modèle de fonctionnement dynamique comme un modèle L-système, ces temps de simulation sont limitants. Pour diminuer ces temps de traitement, une idée est de paralléliser notre application. La machine parallèle dont nous disposons est constituée d'une vingtaine de petites machines type PC disposant d'une mémoire centrale limitée, d'un serveur rapide possédant un espace mémoire important et d'un réseau de type Ethernet.

Les caractéristiques de cette machine nous feraient opter pour une parallélisation MIMD avec une distribution des données. Les problèmes classiques de la parallélisation de la radiativité proviennent du fait que pour calculer les facteurs de forme d'un triangle, il faille connaître les caractéristiques géométriques de tous les autres triangles qui constituent la scène (Renaud, 1993). Dans notre approche nous avons une *localité* des données, à savoir nous avons besoin de ne connaître que les caractéristiques des triangles inscrits dans la sphère englobante. Cette localité des données permet de limiter le nombre de requêtes d'objet, qui est un facteur limitant dans un schéma de parallélisation avec distribution de données.

Une parallélisation de notre algorithme consisterait à calculer le premier ordre et la création de la grille 3D qui subdivise la scène sur le serveur. Puis le serveur transmet à chaque PC une liste de voxels adjacents. Les PC calculent alors en parallèle les facteurs de formes et les coefficients nécessaires au calcul des contributions lointaines. Durant cette phase les PC n'ont pas besoin de communiquer car ils disposent de toutes les données nécessaires aux calculs. Quand un PC a calculé tous les facteurs de forme possibles dans l'ensemble des voxels que le serveur lui avait assigné. Il envoie au serveur les données calculées et lui demande une nouvelle liste de voxels. Quand tous les facteurs de forme et les coefficients de calcul des B_{far} ont été estimés, le serveur résout le système d'équations de radiativité selon l'algorithme de Leyk.

Un des problèmes inhérent à cette méthode est la bonne gestion des listes de voxels. En effet pour calculer les facteurs de forme des triangles, situés à la frontière de la zone que

constitue la liste de voxels, il faut accéder à des voxels n'appartenant pas à la liste. Par exemple dans la figure 5.1 le processeur peut calculer tous les facteurs de forme de A_1 , s'il dispose de la zone A en mémoire. Ce n'est pas le cas du triangle A_2 .

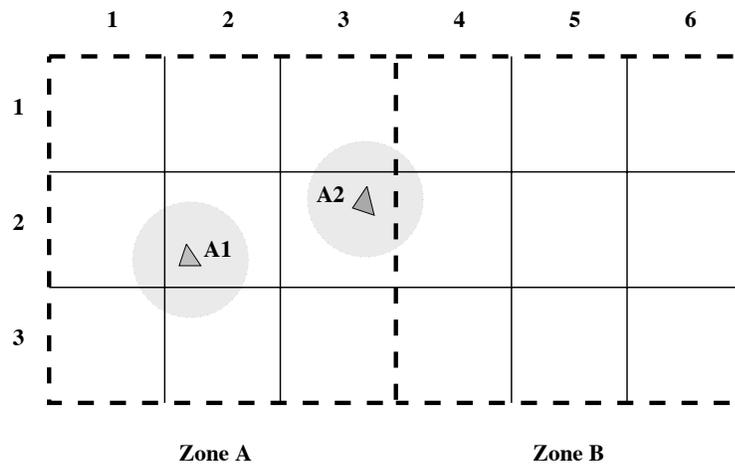


FIG. 5.1 – *Parallélisation: problèmes des voxels situés à la frontière des zones*

Une solution serait que le PC demande au serveur les voxels qui lui manquent. Mais ceci entraînerait une augmentation des communications, qui est le facteur prépondérant de l'écroulement des applications parallèles. Nous pensons plutôt dupliquer des informations de cette façon. Le processeur qui calcule les facteurs de forme de la zone A dispose aussi en mémoire des voxels frontaliers à savoir (1,4), (2,4) et (3,4), mais ne calcule pas leurs facteurs de forme. Comme chaque zone comprend un grand nombre de voxels, la duplication des voxels périphériques n'implique qu'une relativement faible augmentation du nombre de voxels à stocker en mémoire.

La mise en œuvre d'une telle parallélisation pourrait se faire avec une librairie type PVM, qui fournit des fonctions d'assez haut niveau nous libérant de la programmation bas-niveau, proche du matériel.

5.4 Propositions pour l'extension à des couverts hétérogènes

Notre modèle d'échanges radiatifs permet de calculer le bilan distribué du rayonnement, pour un ensemble de plantes au sein d'un couvert végétal étendu et relativement homogène.

Son extension à des couverts hétérogènes nécessiterait d'étendre la notion de sphère englobante de rayon fixe à celle d'une forme convexe adaptative et d'utiliser un modèle volumique adapté à ce type de couvert pour calculer les flux moyens.

Sphère englobante adaptative Nous avons choisi une sphère pour délimiter les diffuseurs proches pour des raisons de symétrie. Cette approche est intéressante si le milieu

est homogène, car chaque sphère englobante contient pratiquement le même nombre de triangles. Si le couvert est hétérogène, une sphère de diamètre fixe induit des différences de traitement entre les triangles, dues à des proportions de flux moyen différentes dans le calcul de l'éclairement des triangles.

Une première idée simple serait d'avoir une sphère de rayon adaptatif pour chaque diffuseur. Le rayon serait déterminé à partir d'un pourcentage d'occultation de la sphère. Ainsi chaque triangle recevrait la même contribution lointaine. Cette approche est intéressante si le couvert présente des hétérogénéités locales mais reste globalement homogène. En effet si le couvert présente une structure hétérogène *e.g.* un couvert en rang avec un inter-rang important (verger, vigne), cette méthode nous semble inefficace. Prenons le cas d'un triangle situé à la limite du rang. D'un côté les autres triangles sont proches (triangle de la même plante ou des plantes voisines dans le rang). De l'autre, du fait de l'inter-rang important, les triangles sont plus éloignés (fig. 5.2). Dans ce cas si nous fixons un seuil d'occultation de plus de 50% la sphère va "grandir" jusqu'à ce qu'elle atteigne le rang voisin. Elle contiendra donc un nombre élevé de triangles du même rang, ce qui nuit à l'efficacité de l'approche.

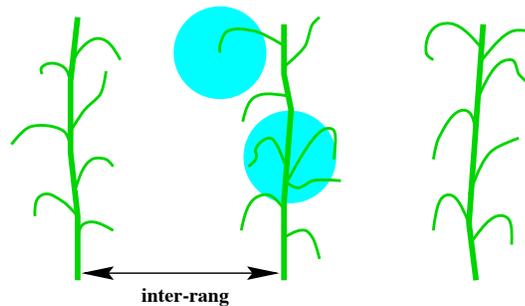
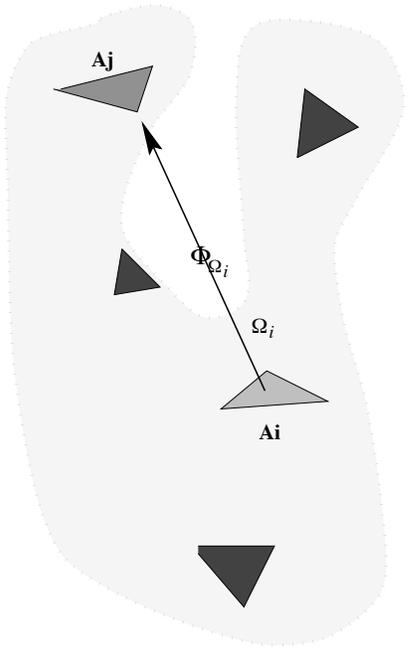


FIG. 5.2 – Inadaptation d'une sphère englobante dans le cas d'un couvert hétérogène

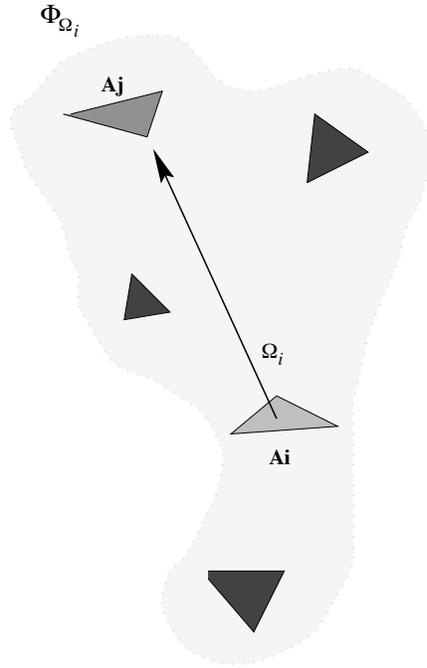
Pour éviter ces problèmes, une autre idée serait d'utiliser une forme *convexe* vis-à-vis du triangle A_i , dont on calcule les facteurs de forme, qui résulterait d'une déformation progressive d'une sphère ou d'un cube initial de faibles dimensions. Le contrôle de la déformation se ferait en subdivisant l'espace des directions en n angles solides $\Delta\omega$ et en testant pour chaque $\Delta\omega$ le pourcentage d'occultation. Dès qu'un $\Delta\omega$ a atteint le pourcentage fixé, la forme ne s'allonge plus dans cette direction. La contrainte de déformation est qu'il faut que la forme finale soit convexe vis-à-vis du triangle A_i . Ceci signifie qu'un rayon lancé à partir de A_i ne doit intersecter la surface de la forme qu'une fois. Ceci garantit que la contribution lointaine par les flux moyens est bien complémentaire de celle de la contribution proche (fig. 5.3).

Modèles volumiques adaptés aux couverts hétérogènes La principale limite à l'extension à d'autres types de couvert est le modèle volumique qui nous fournit la distribution spatiale des flux moyens.

Le cas des couverts très hétérogènes en rang (vigne, verger) nécessite l'emploi de mo-



(a) Forme englobante non valide



(b) Forme englobante valide

FIG. 5.3 – *Contrainte de déformation de la forme englobante adaptative*

dèles volumiques 2D. Ces modèles découpent le couvert en tubes de végétation horizontaux et infiniment allongés, tels que chaque tube soit homogène. Ces modèles 2D sont moins performants que SAIL, mais restent compétitifs si le nombre de tubes est limité (Sinoquet, 1989).

Le cas des couverts très hétérogènes sans rang et des parcelles isolées nécessite des modèles volumiques 3D, comme celui de Kimes (1991) ou celui de Myneni *et al.* (1991). Ces modèles 3D peuvent être très coûteux tant en temps calcul qu'en mémoire, pour un maillage 3D fin et une prise en compte de la directionnalité des flux (Languénoü *et al.*, 1994). Dans de telles conditions, au temps de calcul des facteurs de forme, il faudra ajouter le temps de calcul des flux moyens. Ceci pénaliserait notre méthode. Cependant une étude de ces modèles est nécessaire pour évaluer précisément les conséquences de leur couplage avec notre modèle.

« Ce n'est pas parce que les choses sont difficiles que l'on n'ose les faire,
« c'est parce que l'on n'ose pas les faire qu'elles sont difficiles. »

SENEQUE

Conclusion

Le but de cette thèse était de développer un modèle calculant le bilan radiatif distribué sur les éléments d'un couvert végétal dans le domaine solaire. Ce modèle doit être rapide et capable de traiter des couverts végétaux d'une taille suffisante pour pouvoir être intégré dans des modèles de fonctionnement.

Ni les modèles surfaciques, ni les modèles volumiques ne sont satisfaisants pour notre problème. Une limite du modèle de radiosité est qu'il calcule individuellement la contribution faible de nombreux diffuseurs lointains. Pour améliorer cette méthode, une idée est de traiter globalement ces diffuseurs lointains. Ceci est à la base des travaux sur le *clustering* ou l'application à la radiosité de la *méthode de décomposition des domaines*. Pour calculer le comportement global d'un groupe de diffuseurs dans l'approche clustering, Sillion (1994) assimile ce groupe à un milieu turbide. Nous avons vu que cette approche posait des problèmes non résolus dans le cas des couverts végétaux, comme la détermination des clusters, celle de leur comportement radiatif et le choix des fonctions de transferts entre les différents niveaux de la hiérarchie (du carreau au cluster). C'est pourquoi nous avons développé une nouvelle approche, la *radiosité mixte*, qui élimine les problèmes du clustering par un couplage *statique* entre un modèle de radiosité et un modèle volumique. La matrice des facteurs de forme est alors *creuse*. Ceci permet de la stocker et donc de simuler rapidement plusieurs conditions radiatives pour une géométrie donnée.

Notre méthode permet de calculer le bilan distribué d'un groupe de plantes situées dans un couvert. Nous fournissons pour chaque organe ou subdivision d'organe les flux incidents, les flux absorbés et les flux réfléchis.

Ces données permettent de calculer la photosynthèse d'une plante en intégrant les productions photosynthétiques de chaque partie de feuille. Ainsi dans les phénomènes de compétition pour la lumière, nos données permettent de calculer exactement le rayonnement disponible de chaque plante et ainsi déterminer leur capacité de croissance. Une application de ceci est l'étude des compétitions plante cultivée - mauvaise herbe. Une telle étude peut conduire à modifier les pratiques culturales de manière à minimiser le nombre de traitements herbicides.

L'étude de la photomorphogénèse nécessite le calcul du ratio rouge clair-rouge sombre de chaque organe pour différentes inclinaisons solaires ou pour différentes compositions spectrales des sources. Notre modèle ne nécessite qu'une longue simulation pour calculer les paramètres du bilan liés à la géométrie. Une fois ceux-ci calculés, le calcul de ce ratio est très rapide, permettant l'étude de l'influence des différents paramètres radiatifs affectant

ce ratio.

Un paramètre important du fonctionnement des plantes est leur température. Pour la calculer, il faut prendre en compte tous les termes du bilan d'énergie : bilan radiatif, flux de chaleur latente, flux de chaleur sensible (convection) et flux conductifs. Avoir un bilan radiatif précis prenant en compte la structure 3D du couvert devrait permettre d'améliorer le calcul de la température, car les modèles des autres types de transfert utilisent souvent un bilan radiatif calculé très simplement, comme par exemple les modèles 3D de turbulence.

Enfin nous avons validé notre modèle par un modèle de référence pour nous affranchir des incertitudes liées à la caractérisation du couvert (structure, propriétés optiques). Cependant l'objectif de ce modèle est aussi de fournir des données permettant d'interpréter les résultats d'une expérimentation au champ. Pour cela une validation au champ de notre modèle est nécessaire. Celle-ci permettra de juger de la possibilité de l'utilisation du modèle sur des données-terrain c-à-d de notre capacité à calculer le bilan radiatif mais aussi à mesurer ou à simuler par un modèle de fonctionnement la structure et les propriétés optiques d'un couvert réel.

Annexe A

Radiosité directionnelle

Nous avons vu au §1.4.3 qu'une des hypothèses de base de la radiosité était le caractère *lambertien* des objets. Nous avons aussi vu au §1.3.2 que les propriétés optiques des éléments du couvert végétal (feuilles, tiges, sol) étaient directionnelles. Nous allons montrer qu'étendre la radiosité aux objets non lambertiens peut se faire en gardant le formalisme de la radiosité. Cette extension ne pose pas de réels problèmes théoriques. En revanche sa mise en œuvre demande des ressources machines importantes, surtout pour des scènes très grandes comme une maquette de couvert végétal.

Partant de l'équation (1.6) qui régit les échanges énergétiques entre deux surfaces A_i et A_j , nous allons montrer que le problème peut se réduire à résoudre un système d'équations linéaires.

Tout d'abord, examinons les échanges d'énergie entre des surfaces infinitésimales dA_i . L'énergie reçue en dA_j et réfléchie vers dA_k est (fig.A.1) :

$$L_{jk} = L_{jk}^E + \int_{2\pi} L_{ij} \cos \theta_j f_r(\vec{i}\vec{j}, \vec{j}\vec{k}) d\omega_i \quad (\text{A.1})$$

où $f_r(\vec{i}\vec{j}, \vec{j}\vec{k})$ est la réflectance bidirectionnelle (BRDF) de la surface A_j .

La scène étant constituée de N primitives en interaction radiative, on a :

$$L_{jk} = L_{jk}^E + \sum_{i=1}^N \int_{A_i} L_{ij} v(i, j) \underbrace{\frac{\cos \theta_j \cos \theta_i}{r_{ij}^2}}_{G_{ij}} f_r(\vec{i}\vec{j}, \vec{j}\vec{k}) dA_i \quad (\text{A.2})$$

où $v(i, j)$ est un terme de visibilité entre dA_i et dA_j .

En fait on a une infinité d'équations de ce type, si l'on veut décrire la distribution directionnelle de luminance L_i caractérisant dA_i .

Si l'on désigne par “ \circ ”, le symbole d'une fonction définie sur une hémisphère, comme le sont les distributions de luminance ou la BRDF pour une incidence donnée, l'équation

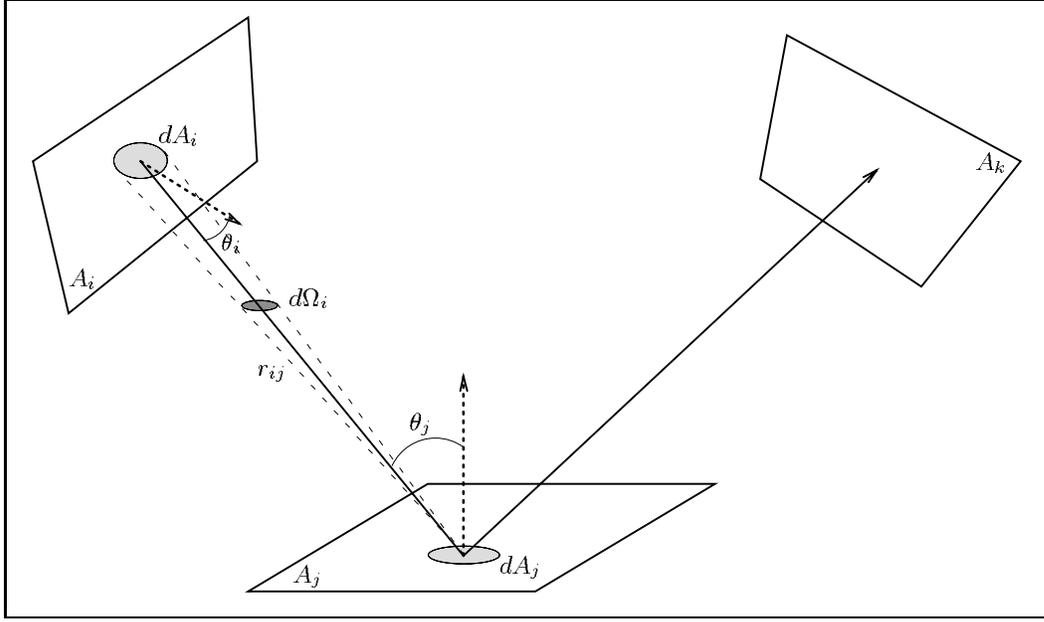


FIG. A.1 – Géométrie du transfert énergétique

A.2 s'écrit de façon plus compacte sous la forme :

$$\mathring{L}_j = \mathring{L}_j^E + \sum_{i=1}^N \int_{A_i} \mathring{L}_i(\vec{i}_j) G_{ij} \mathring{f}_{r_j}[\vec{i}_j] dA_i \quad (\text{A.3})$$

où $\mathring{L}_i(\vec{i}_j)$ désigne la luminance de dA_i dans la direction \vec{i}_j et $\mathring{f}_{r_j}[\vec{i}_j]$, la distribution directionnelle de la BRDF de la surface dA_j , pour l'incidence \vec{i}_j .

Pour manipuler simplement ces fonctions hémisphériques (\mathring{L} , $\mathring{f}_r[\vec{u}]$), en terme de linéarité des équations et d'efficacité de stockage, nous les projetons sur une base de l'espace des fonctions définies sur la sphère $\mathcal{L}^2(\mathcal{S})$, comme par exemple les harmoniques sphériques (HS) ou les ondelettes.

Les harmoniques sphériques définissent en effet une base de $\mathcal{L}^2(\mathcal{S})$. Nous avons ainsi

$$\forall f \in \mathcal{L}^2(\mathcal{S}), f(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{+\infty} \sum_{m=-l}^l C_l^m Y_l^m(\theta, \phi) \quad (\text{A.4})$$

où $C_l^m \in \mathbb{C}$

$$\text{et } Y_l^m = \frac{(-1)^{l+m}}{2^l l!} \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l+m)!}{(l-m)!}} e^{im\phi} (\sin \theta)^{-m} \frac{d^{l-m}}{d(\cos \theta)^{l-m}} (\sin \theta)^{2l}$$

Une autre propriété intéressante des HS est l'approximation d'une fonction f par les premiers termes de la série (A.4). Ceci permet de représenter une fonction sphérique par

un vecteur de taille fini :

$$\forall f \in \mathcal{L}^2(S), f(\theta, \phi) \simeq \sum_{l=0}^{l_{max}} \sum_{m=-l}^l C_l^m Y_l^m(\theta, \phi) \quad (\text{A.5})$$

En projetant l'équation (A.3) sur la base d'HS, nous obtenons $(l_{max} + 1)^2$ équations du type :

$$l_p^j = e_p^j + \sum_{i=1}^N \int_{A_i} \left(\sum_{p'=1}^{p_{max}} l_{p'}^i Y_{p'}(\vec{i}j) \right) G_{ij} f_{r_p^j}[\vec{i}j] dA_i \quad (\text{A.6})$$

où nous simplifions le double indicage (l, m) (ordre et degré) des HS par un simple indice p tel que $C_l^m = C_p$ et $Y_l^m = Y_p$,
 $p_{max} = (l_{max} + 1)^2$

et l_p^i sont les coordonnées de $\overset{\circ}{L}_i$ dans la base des HS.

Comme en radiométrie classique, nous faisons l'hypothèse de constance des distribution de luminance pour un patch donné *i.e.*

$$(\mathcal{H}1) : \forall P_i \in A_i, \overset{\circ}{L}_{P_i} \simeq \text{cste} = \overset{\circ}{L}_i$$

$$\implies \forall P_i \in A_i, \forall p \in [1, p_{max}], l_p^{P_i} \simeq \text{cste} = l_p^i$$

$$(\text{A.6}) \text{ et } (\mathcal{H}1) \implies l_p^j = e_p^j + \sum_{i=1}^N \sum_{p'=1}^{p_{max}} \left(\int_{A_i} G_{ij} f_{r_p^j}[\vec{i}j] Y_{p'}(\vec{i}j) dA_i \right) l_{p'}^i \quad (\text{A.7})$$

Pour l'instant, nous nous sommes intéressés au bilan radiatif d'un élément de surface dA_j . Or notre objectif est d'exprimer le bilan radiatif de surfaces finies, dont les dimensions sont contraintes par l'hypothèse (H1) de constance des distributions directionnelles de luminance. Pour traduire cette échange entre surfaces finies, nous moyennons "surfaciquement" les équations précédentes, ce qui est valide sous l'hypothèse (H1). Nous obtenons ainsi :

$$\frac{1}{A_j} \int_{A_j} l_p^j dA_j = \frac{1}{A_j} \int_{A_j} \left(e_p^j + \sum_{i=1}^N \sum_{p'=1}^{p_{max}} \left(\int_{A_i} G_{ij} f_{r_p^j}[\vec{i}j] Y_{p'}(\vec{i}j) dA_i \right) l_{p'}^i \right) dA_j \quad (\text{A.8})$$

Notons \bar{x} , la moyenne surfacique de la grandeur x ($\bar{x} = \frac{1}{A_x} \int_{A_x} x dA_x$).

$$(\text{A.8}) \implies \bar{l}_p^j = \bar{e}_p^j + \sum_{i=1}^N \sum_{p'=1}^{p_{max}} \left(\int_{A_j} \int_{A_i} \frac{G_{ij}}{A_j} f_{r_p^j}[\vec{i}j] Y_{p'}(\vec{i}j) dA_i dA_j \right) \bar{l}_{p'}^i \quad (\text{A.9})$$

L'équation linéaire (A.9) peut s'écrire pour les N surfaces de la scène.

Le bilan radiatif de la scène se traduit donc par un système de $(N * (l_{max} + 1)^2)$ équations linéaires à $(N * (l_{max} + 1)^2)$ inconnues, qui sont les coefficients dans la base de projection des distributions de luminance des surfaces, composant la scène. Ce système peut s'écrire sous une forme matricielle $A.x = b$, où

- $A = (a_{pp'}^{ij})_{\substack{p,p' \in [1,p_{max}] \\ i,j \in [1,N]}}$, avec $a_{pp'}^{ij} = \delta_{ij} - (\int_{A_j} \int_{A_i} \frac{G_{ij}}{A_j} f_{rp}^j[\vec{i}\vec{j}] Y_{p'}(\vec{i}\vec{j}) dA_i dA_j)$
, où δ_{ij} est le symbole de Kronecker, $\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & , si i = j \\ 0 & , sinon \end{cases}$
- $b = (\bar{e}_p^j)_{\substack{p \in [1,p_{max}] \\ j \in [1,N]}}$
- $x = (\bar{l}_p^j)_{\substack{p \in [1,p_{max}] \\ j \in [1,N]}}$

Les coefficients de la matrice A ne dépendent que de la géométrie et des propriétés optiques des surfaces. Connaissant cette matrice A , nous pouvons calculer le bilan radiatif pour différentes conditions initiales, par une simple résolution matricielle.

Cette matrice a des propriétés spécifiques :

1. Elle est très grande, car elle traduit à la fois les variations spatiales (en N) et directionnelles (en $l_{max} + 1$) du bilan radiatif.
2. Elle peut se structurer en blocs, chaque bloc traduisant les échanges entre deux surfaces. Du fait de la géométrie des échanges entre deux surfaces, des blocs entiers peuvent être nuls, creusant ainsi la matrice.
3. Elle est diagonalement dominante et son rayon spectrale est inférieur à 1, de par les lois de conservation de l'énergie, ce qui autorise des méthodes itératives de résolution.

La propriété (1) montre qu'actuellement gérer simultanément la complexité d'un couvert (nombre de diffuseurs) et la directionnalité des flux par une méthode de résolution directe de système linéaire est utopique car cela exige une capacité de stockage en $o((N * (l_{max} + 1))^2)$.

La propriété (3) nous invitent à choisir une méthode de résolution itérative, de la même manière que la radiosité progressive (PR) fut introduite en radiosité classique. En effet ces méthodes n'imposent qu'une contrainte en $o(N * (l_{max} + 1))$ de stockage. Toutefois, notre objectif étant la connaissance précise des flux, nous ne pouvons stopper le raffinement progressif, comme en PR, lorsqu'un critère visuel est satisfait. De plus dans des gammes d'onde comme le NIR, les absorptances sont très faibles et donc la convergence sera lente. C'est pourquoi cette approche nous semble peu appropriée à notre problème pour des raisons de coût calcul.

En conclusion nous avons montré que la méthode de radiosité peut être étendue aux flux directionnels de manière simple, conduisant à la résolution d'un système linéaire. Cependant la mise en œuvre d'une telle méthode n'est pas envisageable sur les configurations matérielles actuellement à notre disposition. Toutefois la prise en compte de la directionnalité dans la radiosité mixte pourrait être envisagée avec une version distribuée du modèle, qui permettrait d'accéder à plus de ressource machine.

Glossaire

Bandes spectrales

PAR	0.4-0.7 μm	Domaine spectral du visible (Photosynthetically Active Radiation) : forte absorption
NIR	0.7-1.3 μm	Proche infrarouge (Near Infra Red) : forte rediffusion
MIR	1.3-2.6 μm	Infrarouge moyen (Mean Infra Red) : absorption de l'eau
IRT	2.6-50 μm	Infrarouge thermique (thermal infrared) : forte émission

Structure du couvert végétal

LAI	Indice foliaire (Leaf Area Index)
LIDF	Distribution d'inclinaison foliaire (Leaf Inclinaison Distribution Function)
S_l	Paramètre du hot spot
Maquette	Ensemble de primitives géométriques décrivant un couvert végétal (scène)
N	Nombre de primitives d'une maquette
A_i	Surface de la primitive i . Par extension, nom de cette primitive

θ_s	Angle zénital de la source
$U(0, 1)$	Loi uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$

Interaction rayonnement-surface

BRDF	fonction de distribution de réflectance bidirectionnelle (Bidirectional Reflectance Distribution Function), notée f_r
BTDF	fonction de distribution de transmittance bidirectionnelle (Bidirectional Transmittance Distribution Function), notée f_t
ρ	Réflectance directionnelle-hémisphérique
τ	Transmittance directionnelle-hémisphérique
χ	ρ ou τ en fonction de la face de la primitive éclairée
$L(x, \vec{r})$	Luminance au point x dans la direction de propagation \vec{r}
E_i	Éclairement reçu par la primitive A_i
B_i	Radiosité réfléchi par la primitive A_i
FF	Facteur de forme F_{ij} entre A_i et A_j , défini par l'équation 1.29
$d\omega$	Angle solide élémentaire
$d\Omega$	Angle solide élémentaire projeté
\mathcal{S}	Sphère englobant une primitive dans la radiosité mixte
B_i^{far}	Radiosité de A_i , due à l'éclairement des flux moyens (eq. 2.1)

Interaction rayonnement-volume

MST flux moyen	Milieu semi-transparent valeur moyenne des flux traversant un plan horizontal à une altitude donnée
ETR	Équation du transfert radiatif
a_λ	Absorptance d'un milieu semi-transparent (§1.2.3)
σ_λ	Coefficient de diffusion d'un MST (§1.2.3)
ϵ_λ	Émissivité d'un MST (§1.2.3)
Φ_λ	La fonction de phase normalisée d'un MST (§1.2.3)
K_λ	Coefficient d'extinction d'un MST (§1.4.1)

Le modèle SAIL

SAIL	Modèle volumique d'échanges radiatifs, dérivant du modèle 2-flux de Kubelka et Munk
Système de Suits	Système d'équations différentielles qui décrit la variation des flux radiatifs dans le modèle SAIL. Ces flux sont :
E_s	le flux directionnel direct (soleil)
E_o	le flux directionnel dans la direction de l'observateur
E_\uparrow	le flux hémisphérique diffus montant
E_\downarrow	le flux hémisphérique diffus descendant

Lexique informatique

Aliassage	Erreurs due à la discrétisation (pixelisation) [aliasing]
BSP tree	Arbre de subdivision binaire, qui résulte de la subdivision récursive d'une scène. À chaque étape, une région est divisée en 2 parties selon l'un des 3 axes. L'axe de subdivision change à chaque étape par permutation circulaire [Binary Space Partioning]
octree	Arbre 8-aire, qui résulte de la subdivision récursive de la scène. À chaque étape, une région est divisée en 8 parties.
LUT	Table de correspondance (Look Up Table)

Table des figures

1.1	Géométrie pour la définition des grandeurs radiométriques	7
1.2	Géométrie de l'interaction rayonnement-objet "surfactive"	9
1.3	Variation de la luminance, lors de la traversée d'un volume élémentaire . .	12
1.4	Dépendance directionnelle des coefficients de l'ETR dans le cas du couvert .	13
1.5	Spectre de réflectance des phytoéléments	15
1.6	Effet de la rugosité sur la BRDF d'un sol	17
1.7	BRDF d'une feuille verte de maïs	18
1.8	Classification des couverts de de Wit	20
1.9	Différence de structure entre une scène architecturale et un couvert végétal	21
1.10	Simulation d'une parcelle de maïs	23
1.11	Géométrie associée au modèle SAIL	27
1.12	Stratégie d'échantillonnage de l'espace 3D	33
1.13	Bilan radiatif d'un carreau	36
1.14	Géométrie associée au facteur de forme	37
1.15	Analogie de Nusselt	38
2.1	Méthode de décomposition des domaines	46
2.2	Partition de la sphère englobante d'un diffuseur	48
2.3	Pavage d'une image par translation d'un motif M	51
2.4	Exemple de la fonction <code>infinite()</code>	53
2.5	Voxels utilisés pour calculer les facteurs de forme de A_i	55
2.6	Géométrie de l'analogie de Nusselt	56
2.7	Projection d'un triangle selon la méthode de Nusselt	57
2.8	Subdivision des triangles pour le calcul des facteurs de forme	58
3.1	Échantillonnage stratifié du point de départ du rayon	65
3.2	Double subdivision : arbre BSP et grille régulière 3D	66
3.3	Couvert infini périodique	68
3.4	Modèle simple de BRDF	71
3.5	Diagramme des relations entre classes	75
4.1	Maquettes utilisées pour le calcul des flux moyens	80
4.2	Profil vertical de flux moyens pour un milieu turbide (petits triangles) . . .	83
4.3	Profil vertical de flux moyens pour un milieu turbide (grands triangles) . . .	83
4.4	Profil vertical de flux moyens pour un couvert de maïs	85

4.5	Notation des angles zénithaux utilisée	86
4.6	Directionnalité des flux dans le plan principal pour un milieu turbide (petits triangles)	88
4.7	Directionnalité des flux dans le plan orthogonal pour un milieu turbide (petits triangles)	89
4.8	Directionnalité des flux dans le plan principal pour un milieu turbide (petits triangles)	90
4.9	Directionnalité des flux dans le plan principal pour un couvert de maïs . . .	91
4.10	BRDF d'un milieu turbide et d'un couvert de maïs dans le plan principal .	93
4.11	Scène sans occlusion : un cube de 108 triangles	96
4.12	Scène sans occlusion : une sphère de 256 triangles	96
4.13	Le problème du coin	97
4.14	Maquette de maïs digitalisé	99
4.15	Évaluation de la méthode point-surface pour la calcul des facteurs de forme	100
4.16	Influence de la résolution du disque de projection sur le calcul des rediffusions pour un milieu turbide	102
4.17	Évaluation globale de la radiosité "pure" dans le cas d'un cube	104
4.18	Évaluation globale de la radiosité "pure" dans le cas d'un milieu turbide et influence du raffinement du maillage	105
4.19	Évaluation de l'erreur relative entre les rediffusions calculées par la méthode de Monte Carlo et par notre module de radiosité dans le cas d'un milieu turbide	106
4.20	Évaluation globale de la radiosité "pure" dans le cas du maïs	108
4.21	Comparaison des énergies rediffusées calculées par la radiosité mixte et par Monte Carlo sur une scène infinie type milieu turbide ($\theta_s = 60^\circ$)	111
4.22	Effet de la directionnalité des flux moyens sur la comparaison entre Monte Carlo et la radiosité mixte	112
4.23	Comparaison des énergies rediffusées calculées par la radiosité mixte et par Monte Carlo pour un couvert infini de maïs en rangs ($\theta_s = 60^\circ$)	113
4.24	Effet de la taille de la sphère englobante sur le calcul des énergies rediffusée par la radiosité mixte dans le cas d'un milieu turbide ($\theta_s = 60^\circ$)	115
4.25	Comportement de la radiosité mixte en prenant une sphère minimale dans le cas d'un milieu turbide ($\theta_s = 60^\circ$)	116
4.26	Effet de la taille de la sphère englobante sur le calcul des rediffusions par la radiosité mixte dans le cas d'un couvert de maïs ($\theta_s = 60^\circ$)	118
4.27	Comportement de la radiosité mixte en prenant une sphère minimale dans le cas d'un couvert de maïs ($\theta_s = 60^\circ$)	119
5.1	Parallélisation : problèmes des voxels situés à la frontière des zones	126
5.2	Inadaptation d'une sphère englobante dans le cas d'un couvert hétérogène .	127
5.3	Contrainte de déformation de la forme englobante adaptative	128
A.1	Géométrie du transfert énergétique	134

Liste des tableaux

3.1	Description des classes de parcinopy	76
4.1	Caractéristiques des scènes utilisées pour valider SAIL	82

Bibliographie

- Amanatides J., Woo A., 1987:** A fast voxel traversal algorithm for ray tracing. In: Marechal G., ed., *Eurographics '87*, 3–10. North-Holland.
- Andrieu B., 1996:** Communications personnelles - andrieu@bcgn.grignon.inra.fr.
- Andrieu B., Baret F., Jacquemoud S., Malthus T., Steven M., 1997:** Evaluation of an improved version of SAIL model to simulate bi-directional reflectance of sugar beet canopies. *Rem. Sensing of Env.*, In press.
- Aries F., Monestiez P., de Reffye P., Prévot L., 1987:** Modélisation de la géométrie d'un couvert végétal: cas du maïs. In: 3^{ème} Coll. *MARI87 "Machines et Réseaux Intelligents"*, 197–202, Paris. CESTA.
- Arnaldi B., Pueyo X., Vilaplana J., 1991:** On the division of environments by virtual walls for radiosity computation. In: *Eurographics Workshop on Rendering*.
- Arvo J., Kirk D., 1989:** *An Introduction to Ray Tracing*, chapter A survey of ray tracing acceleration techniques, 201–262. Academic Press, New York.
- Arvo J., Kirk D., 1990:** Particle transport and image synthesis. *Computer Graphics*, 24, 4, 63–66.
- Baranoski G., Bramley R., Shirley P., 1995:** Iterative methods for fast radiosity solutions. Technical Report TR-429, Indiana University.
- Baret F., Vanderbilt V., Steven M., Jacquemoud S., 1994:** Use of spectral analogy to evaluate canopy reflectance sensitivity to leaf optical properties. *Remote Sensing Environ.*, 48, 2, 253–260.
- Baret F., Guyon D., Gu X., 1995:** Propriétés optiques des feuilles et des sols. In: École-Chercheur INRA Bioclimatologie (1995).
- Baret F., Chelle M., Sohbi Y., 1996:** Les mesures de télédétection dans le domaine solaire. In: *Acte de l'École-Chercheur INRA en Bioclimatologie - Tome 2*. INRA Éditions.
- Barth W., Stürzlinger W., 1993:** Efficient ray tracing for bezier and B-spline surfaces. *Computers & Graphics*, 17, 4, 423–430.

- Baum D.R., Rushmeier H.E., Winget J.M., 1989:** Improving Radiosity Solutions Through the Use of Analytically Determined Form-Factors. *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '89 Proceedings)*, 23, 3, 325–334.
- Bellis O., 1995:** Facteurs de forme et technique projective sans discrétisation. In: *3ème journée de l'AFIG, 22-24 Novembre*. AFIG.
- Boissard P., Sohbi Y., Garcia F., 1995:** Structure géométrique tri-dimensionnelle des couverts végétaux. In: *École-Chercheur INRA Bioclimatologie (1995)*.
- Borel C., Gerstl S., Powers B., 1991:** The radiosity method in optical remote sensing of structured 3-d surfaces. *Remote Sensing Environ.*, 36, 1, 13–44.
- Bouatouch K., Madani M.O., Priol T., Arnaldi B., 1987:** A new algorithm of space tracing using a CSG model. In: Marechal G., ed., *Eurographics '87*, 65–78. North-Holland.
- Bruhat G., 1959:** *Cours de physique générale: Optique*. Masson.
- Burns P.J., Maltby J.D., Christon M.A., 1990:** Large-scale surface to surface transport for photons and electrons via Monte Carlo. *Computing Systems in Engineering*, 1, 1, 75–99.
- Campbell G., 1986:** Extinction coefficient for radiation plant canopies calculated using an ellipsoidal inclination angle distribution. *Agri. For. Meteorol.*, 36, 317–321.
- Chelle M.G., 1993:** Intégration des milieux participatifs de caractéristiques quelconques dans un modèle d'illumination globale. Rapport de DEA Informatique, Université de Rennes I.
- Christensen P.H., 1995:** *Hierarchical Techniques for Glossy Global Illumination*. Phd thesis, University of Washington.
- Christensen P.H., Stollnitz E.J., Salesin D.H., DeRose T.D., 1994:** Wavelet radiance. In: *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, 287–302, Darmstadt, Germany.
- Coffman A., Schwartz A.J., Stanton C., 1996:** The algebra and geometry of Steiner and other quadratically parametrizable surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, 13, 257–286.
- Cohen M., Greenberg D., 1985:** The hemi-cube, a radiosity solution for complex environments. *Computer graphics*, 19, 3.
- Cohen M.F., Wallace J.R., 1993:** *Radiosity and Realistic Image Synthesis*. Academic Press Professional, Boston, MA.
- Cohen M.F., Chen S.E., Wallace J.R., Greenberg D.P., 1988:** A progressive refinement approach to fast radiosity image generation. *Computer Graphics*, 22, 4, 75–84.

- Dagnélie P., 1992:** *Statistique Théorique et Appliquée Tome 1*. Les presses agronomiques de Gembloux.
- Dauzat J., Hauteœur O., 1991:** Simulation des transferts radiatifs sur maquettes informatiques de couverts végétaux. In: *Proceedings of the 5th International Colloquium on Physical Measurements and Signatures in Remote Sensing*, 415–418, Courchevel, France. (ESA SP-319, May 1991).
- Desvignes F., 1991:** *Rayonnements optiques*. Masson.
- Devillers O., 1989:** Tools to study the efficiency of space subdivision structures for ray tracing. In: *Proceedings of the PIXIM '89*, 467–481.
- DiLaura D.L., Franck P.J., 1993:** On Setting Up and Solving Large Radiative Transfer Systems. *Journal of the Illuminating Engineering Society*, 22, 2, 3–7.
- Drettakis G., Fiume E., Fournier A., 1990:** Tightly-Coupled Multiprocessing for a Global Illumination Algorithm. *Computer Graphics Forum (Eurographics '90)*, 9, 3, C387–C398.
- Drouet J.L., 1996:** Réalisation d'une maquette informatique de maïs à partir de mesures de digitalisation 3D au champ. Communication personnelle - drouet@bcgn.grignon.inra.fr.
- Duntley S.Q., 1942:** The optical properties of diffusing materials. *J. Opt. Soc. Am.*, 32, 2, 61–70.
- Dutré P., 1996:** *Mathematical Frameworks and Monte Carlo Algorithms for Global Illuminations in Computer Graphics*. Phd thesis (doctoraat), Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- École-Chercheur INRA Bioclimatologie, 1995: *Acte de l'École-Chercheur INRA en Bioclimatologie - Tome 1: de la plante au couvert végétal*, Le Croisic.
- Espana M.L., Aries F., Prévot L., Baret F., 1997:** Modeling corn canopy 3D architecture. *Agr. For. Meteorol.*, sous presse.
- Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Hughes J.F., 1990:** *Fundamentals of Interactive Computer Graphics*. Addison-Wesley Publishing Company, 2nd edition.
- Fournier A., Fiume E., Ouellette M., Chee C.K., 1989:** FIAT LUX: Light-Driven Global Illumination. Technical Report DGP89-1, Dynamic Graphics Project, University of Toronto.
- Fournier C., 1995:** Introduction des réponses écophysiologicalues à la température dans un modèle de plante à base de L-systèmes. Rapport du DEA "fonctionnement physique, chimique et biologique de la biosphère continentale", INA-PG, Paris VI et ENS.
- Fournier C., 1996:** Utilisation des L-systèmes comme outils d'intégration des réponses locales à la température. Communication personnelle - fournier@bcgn.grignon.inra.fr.

- Glassner A., ed., 1989:** *An Introduction to Ray Tracing*. Academic Press.
- Goel N., Rozehnal I., Thompson R., 1991:** A computer graphics based model for scattering from objects of arbitrary shapes in the optical region. *Remote Sensing Environ.*, 36, 2, 73–194.
- Goel N.S., 1988:** Models of vegetation canopy reflectance and their use in estimation of biophysical parameters from reflectance data. *Remote Sensing Review*, 4, 1, 1–222.
- Goel N.S., Strebel D., 1991:** Simple beta distribution representation of leaf orientation in vegetation canopies. *Agrom. J.*, 75, 800–802.
- Gortler S.J., 1995:** *Wavelet methods for computer graphics*. Ph.D. thesis, Princeton University.
- Govaerts Y., Verstraete M., 1994:** Evaluation of the capability of brdf models to retrieve structural information on the observed target as described by three-dimensional ray tracing code. In: *Multispectral Sensing of Forestry and Natural resources, EUROPTO Proc.*, number 2314-24, Rome, Italy.
- Govaerts Y., Jacquemoud S., Verstraete M., Ustin S., 1995:** Modeling plant leaf bidirectional reflectance and transmittance with a 3-D ray tracing approach. In: *Proc. 15th Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS'95), Firenze (Italia), 10-14 July 1995*, 1460–1462.
- Govaerts Y.M., 1995:** *A model of light scattering in three-dimensional plant canopies: a Monte Carlo ray tracing approach*. Phd thesis, December 20th, Département de Physique, Université Catholique de Louvain, Belgique - Institute for Remote Sensing Applications, Ispra, Italia.
- Grant R., Heisler G., Gao W., 1996:** Photosynthetically-active radiation: sky radiance distributions under clear and overcast conditions. *Agr. For. Meteorol.*, 82, 1–4, 267–292.
- Guyot G., 1988:** Propriétés spectrales des sols et de la végétation. application à la télédétection. In: CNES, ed., *Remote Sensing from Space: Physical Aspects and Modeling*, 637–728, Toulouse. Cepadues-éditions.
- Hammersley J., Handscomb D., 1964:** *Monte Carlo Methods*. Wiley.
- Hanrahan P., Salzman D., 1990:** A rapid hierarchical radiosity algorithm for unoccluded environments. In: *Proceedings Eurographics Workshop on Photosimulation, Realism and Physics in Computer Graphics*, 151–71, Rennes, France.
- Hanrahan P., Salzman D., Aupperle L., 1991:** A rapid hierarchical radiosity algorithm. In: Sederberg T.W., ed., *Computer Graphics (SIGGRAPH '91 Proceedings)*, volume 25, 197–206.
- Hapke B., 1986:** Bidirectional reflectance spectroscopy: 4. The extinction coefficient and the opposition effect. *Icarus*, 67, 264–280.

- Hapke B., di Mucci D., Nelson R., Smythe W., 1996:** The cause of the hot spot in vegetation canopies and soils: Shadow-hiding versus coherent backscatter. *Rem. Sensing of Env.*, 58, 1, 63–68.
- He X.D., Torrance K.E., Sillion F.X., Greenberg D.P., 1991:** A comprehensive physical model for light reflection. In: Sederberg T.W., ed., *Computer Graphics (SIGGRAPH '91 Proceedings)*, volume 25, 175–186.
- Heckbert P.S., Winget J.M., 1991:** Finite element methods for global illumination. Technical Report UCB/CSD 91/643, Computer Science Division (EECS), University of California.
- Heermann D.W., 1990:** *Computer Simulations Methods in Theoretical Physics - 2nd Ed.* Springer Verlag.
- Immel D.S., Cohen M.F., Greenberg D.P., 1986:** A radiosity method for non-diffused environments. *Computer Graphics*, 20, 4, 133–142.
- Ivanov N., Boissard P., Chapron M., Valéry P., 1994:** Estimation of the height and angles of orientation of the upper leaves in the maize canopy using stereovision. *agronomie*, 3, 183–194.
- Ivanov N., Boissard P., Chapron M., Andrieu B., 1995:** Computer stereo plotting for 3d reconstruction of a maize canopy. *Agri. For. Meteorol.*, 75, 1–3, 85–102.
- Jacquemoud S., Baret F., 1990:** Prospect: a model of leaf optical properties. *Remote Sens. Environ.*, 41, 123–132.
- Jacquemoud S., Baret F., Hanocq J.F., 1992:** Modeling spectral and bidirectional soil reflectance. *Remote Sens. Environ.*, 41, 123–132.
- Kajiya J.T., 1986:** The rendering equation. In: Evans D.C., Athay R.J., eds., *Computer Graphics (SIGGRAPH '86 Proceedings)*, volume 20, 143–150.
- Kalos M.H., Whitlock P.A., 1986:** *Monte Carlo Methods. Volume I.* John Wiley & Sons.
- Kimes D.S., 1991:** *Radiative Transfert in Homogeneous and Heterogeneous Vegetation Canopies*, chapter 11, 339–388. In: Myneni et Ross (1991).
- Kok A.J.F., 1993:** Grouping of patches in progressive radiosity. In: Cohen M.F., Puech C., Sillion F., eds., *Fourth Eurographics Workshop on Rendering*, 221–232. Eurographics. held in Paris, France, 14–16 June 1993.
- Kok A.J.F., 1994:** *Ray Tracing and Radiosity Algorithms for Photorealistic Image Synthesis.* Ph.D. thesis, Delft University.
- Kubelka P., Munk F., 1931:** Ein betrag zur optik der farbenstriche. *Z. Tech. Phys.*, 12, 593–601.

- Kuusk A., 1991:** *The hot spot effect in the leaf canopy*, chapter 5, 139–160. In: Myneni et Ross (1991).
- Kuusk A., Nilson T., 1989:** A reflectance model for the homogeneous plant canopy and its inversion. *Remote Sensing Environ.*, 27, 157–167.
- Lafortune E., 1996:** *Mathematical Models and Monte Carlo Algorithms for Physically Based Rendering*. Phd thesis (doctoraat), Department of Computer Science, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.
- Languénoù E., Bouatouch K., Tellier P., 1992:** An adaptive discretization method for radiosity. In: *Proceedings of Eurographics'92*, Cambridge, UK.
- Languénoù E., 1994:** *Radiosité hiérarchique et transfert radiatif dans les milieux semi-transparents*. Thèse 3^e cycle, Université de Rennes I.
- Languénoù E., Bouatouch K., Chelle M., 1994:** Global illumination in presence of participating media with general properties. In: *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, 69–85, Darmstadt, Germany.
- Léna P., Blanchard A., 1990:** *Lumières: une introduction aux phénomènes optiques*. InterEditions.
- Lewis E.E., Miller W.F., 1984:** *Computational Methods for Neutron Transport*. J. Wiley, New York.
- Lewis R.R., Fournier A., 1996:** Light-Driven Global Illumination with a Wavelet Representation. *Rendering Techniques '96 (Proceedings of the Seventh Eurographics Workshop on Rendering)*, 11–20.
- Leyk Z., 1993:** Modified generalised conjugate residuals method for non-symmetric systems of linear equations. Research Report CMA-MR33-93, Austr. Nat. Univ. CMA/SMS.
- Lindenmayer A., 1968:** Mathematical models for cellular interaction in development, part I and II. *Journal of Theoretical Biology*, 18, 455–484.
- Liou K.N., 1980:** *An introduction to atmospheric radiation*. Academic Press.
- Maxwell G.M., Bailey M.J., Goldschmidt V., 1986:** Calculations of the radiation configuration factor using ray tracing. *Computer-Aided Design*, 18, 7, 371–379.
- Merzouk S., Salque B., Paul J.C., 1995:** A domain decomposition method for radiosity. In: *Computer Graphics International '95*.
- Moulià B., Sinoquet H., 1993:** Three-dimensional digitizing systems for plant canopy geometrical structure: a review. In: Varlet-Granchet C., Bonhomme R., Sinoquet H., eds., *Crop structure and light microclimate, Characterization and applications*, 183–193. INRA Éditions.

- Měch R., Prunsinkiewicz P., 1996:** Visual models for plants interacting with their environment. In: *Proceedings of SIGGRAPH '96 (New Orleans) August 4-9 (To appear)*.
- Myneni R., Ross J., eds., 1991:** *Photon-Vegetation Interactions - Applications in Optical Remote Sensing and Plant Ecology*. Springer-Verlag, 565 p.
- Myneni R.B., Marshak A.K., Knyazikhin Y., Asrar G., 1991:** *Discrete Ordinates Method for Photon Transport in Leaf Canopies*, chapter 3, 45–109. In: Myneni et Ross (1991).
- Nicodemus F.E., Richmond J.C., Hsia J.J., Ginsberg I.W., Limperis T., 1977:** Geometric considerations and nomenclature for reflectance. Monograph 161, National Bureau of Standards (US).
- Nilson T., 1971:** A theoretical analysis of the frequency of gaps in plant stands. *Agric. Meteorol.*, 8, 25–38.
- Oikiwa T., Saeki T., 1972:** Light regime in relation to population structure: An experimental approach based on the Monte Carlo simulation model. In: *Rep 1971, Japanese IBP/PP-Photosynthesis Level III Group*, 107–116, Tokyo.
- Oliosio A., 1995:** Le modèle SAIL et ses extensions. Communication personnelle - oliosio@avignon.inra.fr.
- Paige, Saunders, 1982:** LSQR: an algorithm for sparse linear equations and sparse least squares. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 8, 43–71.
- Patmore C., 1993:** Illumination of dense foliage models. In: *4th Eurographics Workshop on Rendering*, 63–70, Paris.
- Pattanaik S.N., 1993:** *Computational Methods for Global Illumination and Visualisation of Complex 3D Environments*. Ph.D. thesis, Birla Institute of Technology and Science, INDIA.
- Pellegrini M., 1995:** Monte Carlo approximation of form factors with error bounded a priori. In: *11th ACM Symposium on Computational Geometry*, 287–296, Vancouver.
- Petritis D., 1993:** Simulations numériques monte carlo. Cours du d.e.a. de mathématiques, Université de Rennes I.
- Pradhan B., Mukhopadhyay A., 1991:** Adaptive cell division for ray tracing. *Comput. & Graphics*, 15, 4, 549–552.
- Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P., 1992:** *Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing - 2nd edition*. Cambridge University Press.
- Prévot L., Aries F., Monestiez P., 1991:** Modélisation de la structure géométrique du maïs. *agronomie*, 11, 491–503.

- Prévoit L., Gu X., Hanocq J.F., 1995:** Modélisation du transfert radiatif dans l'infrarouge thermique: la température radiative de surface. In: École-Chercheur INRA Bioclimatologie (1995).
- Qin W., Jupp D., 1993:** An analytical and computationally efficient reflectance model for leaf canopies. *Agr. For. Meteorol.*, 66, 1-2, 31-64.
- Renaud C., 1993:** *Approches parallèles pour la radiativité*. Thèse 3^e cycle, Université des Sciences et Technologies de Lille.
- Renaud C., Bricout F., Leprêtre E., 1995:** Massively parallel hemispherical projection for progressive radiosity. *Computers & Graphics*, 19, 2, 273-279.
- Ross J.K., 1981:** *The radiation regime and architecture of plant stands*. Junk Publ., Den Hague, The Netherlands.
- Ross J.K., Marshak A.L., 1988:** Calculation of canopy bidirectional reflectance using the monte carlo method. *Remote Sensing Environ.*, 24, 213-225.
- Ross J.K., Marshak A.L., 1989:** The influence of leaf orientation and the specular component of leaf reflectance on the canopy bidirectional reflectance. *Remote Sensing Environ.*, 27, 251-260.
- Ross J.K., Marshak A.L., 1991:** *Monte Carlo Methods*, chapter 14, 441-467. In: Myneni et Ross (1991).
- Rubinstein R., 1981:** *Simulation and Monte Carlo method*. Wiley.
- Rushmeier H., Patterson C., Veerasamy A., 1993:** Geometric simplification for indirect illumination calculations. In: Kaufmann M., ed., *Graphics Interface'93*, 227-236.
- Sanz C., 1994:** Mesure et modélisation de la variation directionnelle des propriétés optiques des feuilles. Rapport du DEA "AGTS", Dynamique de la biosphère continentale, Université de Toulouse III.
- Sbert M., 1993:** An integral geometry based method for fast form-factor computation. In: Hubbard R.J., Juan R., eds., *Eurographics '93*, 409-420, Oxford, UK. Eurographics, Blackwell Publishers.
- Schlick C., 1994a:** An inexpensive BRDF model for physically-based rendering. In: *Computer Graphics Forum*, volume 13, 233-246. Eurographics, Basil Blackwell Ltd. Eurographics '94 Conference issue.
- Schlick C., 1994b:** A survey of shading and reflectance models. *Computer Graphics Forum*, 13, 2, 121-131.
- Schönauer W., Weiss R., 1995:** An engineering approach to generalized conjugate gradient methods and beyond. *Applied Numerical Mathematics*, 19, 175-206.

- Schröder P., 1994:** *Wavelet algorithms for illumination computations*. Ph.D. thesis, Princeton University.
- Schröder P., Hanrahan P., 1993:** A closed form expression for the form factor between two polygons. Technical report cs-tr-404-93, Department of Computer Science, Princeton University.
- Schröder P., Hanrahan P., 1994:** Wavelet methods for radiance computations. In: *Fifth Eurographics Workshop on Rendering*, 303–311, Darmstadt, Germany.
- Schröder P., Sweldens W., 1995:** Spherical wavelets: Efficiently representing functions on the sphere. In: Cook R., ed., *SIGGRAPH 95 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, 161–172. ACM SIGGRAPH, Addison Wesley. held in Los Angeles, California, 06-11 August 1995.
- Sederberg T.W., 1984:** Ray tracing of Steiner patches. *Computer Graphics*, 18.
- Siegel R., Howel J., 1992:** *Thermal radiation heat transfert - Third Edition*. Hemisphere.
- Sillion F., 1994:** Clustering and volume scattering for hierarchical radiosity calculations. In: *5th Eurographics Workshop on Rendering*, 105–115, Darmstadt.
- Sillion F., Puech C., 1989:** A general two-pass method integrating specular and diffuse reflection. In: Lane J., ed., *Computer Graphics (SIGGRAPH '89 Proceedings)*, volume 23, 335–344.
- Sillion F., Puech C., 1994:** *Radiosity and Global Illumination*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA.
- Sillion F.X., 1995:** A unified hierarchical algorithm for global illumination with scattering volumes and object clusters. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 1, 3, 240–254. ISSN 1077-2626.
- Sillion F.X., Arvo J.R., Westin S.H., Greenberg D.P., 1991:** A global illumination solution for general reflectance distributions. In: Sederberg T.W., ed., *Computer Graphics (SIGGRAPH '91 Proceedings)*, volume 25, 187–196.
- Sinoquet H., 1989:** Modélisation de l'interception des rayonnements solaires dans une culture en rangs i. aspects théoriques. *Agronomie*, 9, 125–135.
- Sinoquet H., Andrieu B., 1993:** The geometrical structure of plant canopies: characterization and direct measurement methods. In: Varlet-Granchet C., Bonhomme R., Sinoquet H., eds., *Crop structure and light microclimate, Characterization and applications*, 131–158. INRA Éditions.
- Smits B., Arvo J., Greenberg D., 1994:** A clustering algorithm for radiosity in complex environments. In: Glassner A., ed., *Proceedings of SIGGRAPH '94 (Orlando, Florida, July 24-29, 1994)*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 435–442. ACM SIGGRAPH, ACM Press. ISBN 0-89791-667-0.

- Smits B.E., Arvo J.R., Salesin D.H., 1992:** An importance-driven radiosity algorithm. In: Catmull E.E., ed., *Computer Graphics (SIGGRAPH '92 Proceedings)*, volume 26, 273–282.
- Snyder J.M., Barr A.H., 1987:** Ray tracing complex models containing surface tessellations. In: Stone M.C., ed., *Computer Graphics (SIGGRAPH '87 Proceedings)*, volume 21, 119–128.
- Spencer S.N., 1992:** The hemisphere radiosity method: A tale of two algorithms. In: Bouatouch K., Bouville C., eds., *Photorealism in Computer Graphics (Proceedings Eurographics Workshop on Photosimulation, Realism and Physics in Computer Graphics, 1990)*, 127–135.
- Stewart D., Leyk Z., 1993:** *Meshach. Matrix computations in C, Version 1.2.*
- Stoyan D., Kendall W., Mecke J., 1995:** *Stochastic Geometry and its Applications - 2nd Edition.* John Wiley & Sons.
- Stroustrup B., 1992:** *Le langage C++.* Addison-Wesley.
- Suits G.H., 1972:** The calculation of the directional reflectance of a vegetative canopy. *Remote Sensing Environ.*, 2, 2, 117–125.
- Szwarchbaum I., Shaviv G., 1976:** Monte Carlo model for the radiation field in plant canopies. *Agric. Meteorol.*, 17, 5, 333–352.
- Tanaka S., 1969:** Estimation of sunlit area in tobacco plant community by the Monte Carlo method, estimation on direct sunlight. In: *Photosynthesis and Utilization of Solar Energy*, Level III Experiments, Japanese IBP/PP-Photosynthesis Level III Group, 76–79, Tokyo.
- Teller S.J., 1992:** *Visibility Computations in Densely Occluded Polyhedral Environments.* Ph.D. thesis, University of California at Berkeley.
- Tellier P., 1993:** *Synthèse d'images réalistes: simulation d'éclairage intérieur et extérieur mixte (naturel et artificiel).* Thèse 3^e cycle, Université de Rennes I.
- Ureña C., Parets J., Torres J.C., del Sol V., 1992:** An object-oriented approach to ray tracing image synthesis implementations. *Comput. & Graphics*, 16, 4, 363–368.
- Vanderbilt V.C., Rondeaux G.M., Baret F., Grant L., 1993:** Polarization of light by vegetation. In: Varlet-Granchet C., Bonhomme R., Sinoquet H., eds., *Crop structure and light microclimate, Characterization and applications*, 63–76. INRA Éditions.
- Veach E., Guibas L.J., 1995:** Optimally combining sampling techniques for monte carlo rendering. In: Cook R., ed., *SIGGRAPH 95 Conference Proceedings*, Annual Conference Series, 419–428. ACM SIGGRAPH, Addison Wesley.

-
- Verhoef W., 1984:** Light scattering by leaf layers with application to reflectance canopy modeling: the sail model. *Remote Sensing Environ.*, 16, 125–141.
- Verhoef W., 1985:** Earth observation modeling based on layer scattering matrices. *Remote Sensing Environ.*, 17, 164–178.
- Waldrop M., 1993:** Frustrated with fortran? bored by basic? try OOP! *Science*, 261, 849–850.
- Wallace J.R., Cohen M.F., Greenberg D.P., 1987:** A two-pass solution to the rendering equation: A synthesis of ray tracing and radiosity methods. In: Stone M.C., ed., *Computer Graphics (SIGGRAPH '87 Proceedings)*, volume 21, 311–320.
- Wallace J.R., Elmquist K.A., Haines E.A., 1989:** A ray tracing algorithm for progressive radiosity. *Computer Graphics*, 23, 3, 315–324.
- Walter-Shea E.A., Norman J.M., 1991:** *Leaf Optical Properties*, chapter 8, 229–251. In: Myneni et Ross (1991).
- de Wit C.T., 1965:** Photosynthesis of leaf canopies. Agric. res. rept no. 663, Center for Agric. Publ. and Doc., Wageningen.
- Zibordi G., Voss K.J., 1989:** Geometrical and spectral distribution of sky radiance: Comparaison between simulations and field measurements. *Rem. Sensing of Env.*, 27, 343–358.



Light regulates many facets of plant growth and development through both quantitative effects of total energy (photosynthesis) and spectral quality (photomorphogenesis). Light also contributes to the global energy budget and thus to temperature. Several crop models treat the plant canopy as a single plant that takes the mean features of the plant population. A more realistic approach considers the canopy as a population of individual, interacting plants. This approach enables the study of plant competitions like competition for light.

The new crop models need a more spatially accurate radiative budget than the mean plant models. The existing radiative models were developed for the homogeneous, non-interacting plant models. The old radiative models consider the canopy as a turbid medium and compute a radiative budget with the linear Boltzmann transport equation that is spatially integrated and not distributed by plant organs. The advantage of these models are speed and the ability to deal with big canopies. Frequently used computer graphics models, such as “radiosity”, compute implicitly the spatial distribution of light intensity within the canopies. Their drawbacks are their inability to deal with big canopies and their requirement in computer memory and time.

Here we investigate a new approach that we called *nested radiosity*. It mixes SAIL, a turbid medium model (TMM) and a radiosity model. We distinguish distant and nearby illumination. Light reflected from distant organs is computed with a quick TMM, and light regime provided by nearby surfaces is computed with an accurate radiosity model. Our model enables the computation of a canopy distributed radiative budget with a moderate computer time. Furthermore for a given canopy geometry we can compute without additional computer time several radiative conditions (wavelength, sun position, . . .), because form factors need not to be recalculated to be used with many different radiative parameters.

For the validation of our model, we have developed a Monte Carlo ray tracing. We show good validation between our model and Monte Carlo simulations of typical cases.

Keywords: Radiosity - Monte Carlo Ray Tracing - Transport Theory - Turbid Medium - Nested Model - Plant Canopy.

Un des paramètres importants du fonctionnement d’une culture est le rayonnement capté par ses organes. Les flux radiatifs interviennent dans les phénomènes biologiques (photosynthèse, photomorphogénèse), mais aussi dans le calcul de la température des organes, paramètre déterminant du fonctionnement des plantes. De nombreux modèles simulent le fonctionnement d’une culture en assimilant le couvert végétal à une plante ayant des caractéristiques correspondant à la moyenne des plantes constituant le couvert. Une nouvelle approche consiste à ne plus considérer le couvert statistiquement, mais comme une population de plantes interagissantes. Ceci permet notamment d’étudier les phénomènes de compétition au sein d’un même culture, mais aussi dans le cas de couvert pluri-spécifique *e.g.* plantes cultivées–adventices.

Ces modèles nécessitent une description plus fine du bilan radiatif que les modèles “plante moyenne”. Ainsi les modèles radiatifs utilisés classiquement assimilent le couvert à un milieu continu et décrivent les échanges radiatifs par l’équation du transport de Boltzmann. Ces modèles ont l’avantage d’être rapide et de pouvoir traiter des couverts très grands. Cependant ils ne fournissent que des flux moyennés spatialement à partir desquels il est délicat de calculer le bilan radiatif distribué par organe. Les modèles radiatifs développés en infographie, comme la méthode de radiosité, calculent les échanges énergétiques surface à surface. Ceci leur permet d’estimer de fait le bilan distribué recherché. Les inconvénients de ces méthodes sont leur limitation en taille de scène et leurs besoins en ressource machine (temps CPU et mémoire).

Nous avons choisi une nouvelle approche couplant un modèle volumique SAIL et un modèle surfacique, la radiosité. Le couplage consiste à calculer par le modèle volumique rapide l’éclairage d’un diffuseur par les nombreux diffuseurs lointains et de calculer précisément par la radiosité les contributions des quelques diffuseurs proches.

Notre approche, que nous avons baptisée *radiosité mixte*, permet de calculer le bilan radiatif distribué d’un couvert végétal en un temps raisonnable. Chose essentielle dans une optique de couplage avec un modèle de fonctionnement, elle permet pour une même géométrie de calculer de façon quasi-instantanée d’autres conditions radiatives (longueur d’onde, position du soleil, sénescence des couches basses). Ceci est possible, car le coût en temps calcul provient du calcul des facteurs d’échanges entre diffuseurs qui sont purement géométriques.

Nous avons validé notre modèle dans quelques situations représentatives. Pour cette validation, nous avons dû mettre en œuvre un modèle de référence basé sur la méthode de Monte Carlo, le lancer de rayons stochastique.

Mots-Clefs: Radiosité - Lancer de rayons - Monte Carlo - Théorie du transport - Milieu semi-transparent - Modèle couplé - Couvert végétal.