



**HAL**  
open science

# Modélisation de la dynamique ruissellement-infiltration en fonction des états de surface

L. Garcia Sanchez

► **To cite this version:**

L. Garcia Sanchez. Modélisation de la dynamique ruissellement-infiltration en fonction des états de surface. Sciences du Vivant [q-bio]. Université Montpellier 2 (Sciences et Techniques), 1997. Français. NNT: . tel-02842514

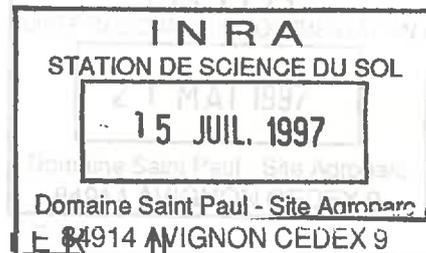
**HAL Id: tel-02842514**

**<https://hal.inrae.fr/tel-02842514>**

Submitted on 7 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ACADÉMIE de MONTPELLIER  
UNIVERSITÉ MONTPELLIER

- SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC -

## THÈSE

Présentée à l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc  
pour obtenir le diplôme de DOCTORAT

Spécialité: *Mécanique, Génie mécanique et Génie civil*

Formation doctorale: *Sciences de l'eau dans l'environnement continental*

École Doctorale: *Géosciences*

### MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE RUISSELLEMENT-INFILTRATION EN FONCTION DES ÉTATS DE SURFACE

par

Laurent GARCIA-SANCHEZ

Soutenue le 8 avril 1997 devant le Jury composé de :

DESBORDES M.	Professeur - Univ. USTL - Montpellier II	<b>Président</b>
GOVERS G.	Professeur - Univ. Catholique de Louvain	<b>Rapporteur</b>
DI PIETRO L.	Chargée de Recherches - INRA Avignon	<b>Examineur</b>
GUÉRIF J.	Directeur de Recherches - INRA Laon	<b>Examineur</b>
MOUSSA R.	Chargé de Recherches - INRA Montpellier	<b>Examineur</b>
BRUCKLER L.	Directeur de Recherches - INRA Avignon	<b>Directeur de Thèse</b>

<b>Rapporteur</b>	GOVERS G.	Professeur - Univ. Catholique de Louvain
<b>Rapporteur</b>	VACHAUD G.	Directeur de Recherches - LTHE Grenoble

*À Anne*

## Avant-propos

Ce travail a été réalisé à l'Unité de Science du Sol de l'INRA d'Avignon. Sa partie expérimentale résulte d'une collaboration avec l'Unité d'Agronomie de l'INRA de Laon. Je tiens à exprimer ma reconnaissance à toutes les personnes qui ont rendu possible ce travail par leur collaboration scientifique ou technique.

Je dois beaucoup à Liliana Di Pietro, responsable scientifique de cette thèse, pour son encadrement tout au long de ces 3 années. J'ai fait mes premiers pas dans le monde des gaz sur réseau à la lumière de ses connaissances approfondies en Physique théorique. Je lui suis particulièrement reconnaissant de m'avoir permis de travailler sur cet outil numérique original récemment introduit en Science du Sol.

Je souhaite remercier les membres de mon comité de pilotage qui se sont réunis à plusieurs reprises pour faire le point sur l'état d'avancement des travaux et m'aider à orienter mes recherches. Je sais gré à Laurent Bruckler d'avoir suivi ce travail depuis le début avec un esprit critique toujours constructif. Les discussions avec Patrick Andrieux, Joël Chadœuf, Peter Germann et Jérôme Guérif ont été très utiles à mon travail.

Je remercie les membres de mon jury de thèse d'avoir accepté d'évaluer ce travail. J'ai été honoré que Michel Desbordes accepte de présider le jury. Je suis reconnaissant envers Gérard Govers et Georges Vachaud d'en avoir été les rapporteurs. Je remercie particulièrement Roger Moussa pour son examen approfondi du manuscrit. J'ai été très heureux que Jérôme Guérif, qui a beaucoup investi dans ce travail, soit venu participer au jury.

Je suis très reconnaissant envers Liliana Di Pietro, Claude Doussan, Jean-Claude Fiès, Laurent Bruckler, François Lafolie et Pierre Renault pour leurs lectures, remarques et corrections aux différents stades de gestation de ce manuscrit.

La partie théorique de ce travail n'aurait pas pu être menée sans les fichiers source des modèles 2D et 3D à interactions mis à disposition par Valérie Pot, Cécile Appert et Stéphane Zaleski, de l'ENS, que je tiens à remercier.

Sa partie expérimentale n'aurait pu se faire sans l'accueil et le soutien quotidien de Jérôme Guérif à l'Unité d'Agronomie de l'INRA de Laon. Je remercie chaleureusement Yves Duval de m'avoir initié aux pluies artificielles et pour avoir participé aux épisodes colorés. L'aide précieuse de Robert Ferret et Olivier Marloie m'a permis de surmonter les pannes emboîtées du rugosimètre laser. La «boîte à miroir» a été confectionnée par Eric Venet, que je remercie pour la qualité de son aide.

Michèle Fiès, Michèle Maximilien et Georgette Puechlong m'ont permis de réaliser une recherche bibliographique approfondie. Je les remercie toutes les trois pour leur disponibilité et leur diligence. Merci à Janine Bonnaud, Chantal Gars et Cécile Incatasciato pour les nombreux services administratifs qu'elles m'ont rendu.

Enfin, je remercie chaleureusement l'ensemble de l'équipe de l'Unité de Science du Sol d'Avignon pour sa sympathie et son soutien jusqu'à la soutenance.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1	Motivations et cadre général de la thèse . . . . .	1
1.2	Objectifs . . . . .	2
1.3	Organisation de la thèse . . . . .	2
<b>I</b>	<b>Synthèse bibliographique</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Ruissellement et états de surface</b>	<b>7</b>
2.1	L'érosion hydrique . . . . .	8
2.2	Le ruissellement . . . . .	9
2.3	Facteurs déterminants du ruissellement . . . . .	10
2.4	Le contexte pratique retenu . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Fonctionnement hydrique de la surface du sol</b>	<b>15</b>
3.1	Caractérisation des phénomènes . . . . .	16
3.2	Approches théoriques . . . . .	24
3.3	Conclusion partielle . . . . .	37
<b>II</b>	<b>Modélisation</b>	<b>41</b>
<b>4</b>	<b>Principes des gaz sur réseau</b>	<b>41</b>
4.1	Généralités . . . . .	42
4.2	Bref historique . . . . .	43
4.3	Description théorique . . . . .	44
4.4	Principe de similitude . . . . .	47
4.5	Discussion . . . . .	51
4.6	Conclusion partielle . . . . .	52
<b>5</b>	<b>Les modèles 2D et 3D développés</b>	<b>53</b>
5.1	Les modèles liquide-gaz . . . . .	54
5.2	Les composantes . . . . .	65
5.3	Discussion . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Simulations sans couplage</b>	<b>77</b>
6.1	Étalement d'une goutte d'eau sur une surface plane . . . . .	78
6.2	Écoulement d'une lame d'eau sur un plan incliné . . . . .	86
6.3	Conclusion partielle . . . . .	95

<b>7</b>	<b>Simulations avec couplage</b>	<b>97</b>
7.1	Couplages à flux constants . . . . .	98
7.2	Couplages avec infiltrabilité évolutive . . . . .	105
7.3	Couplages avec ruissellement . . . . .	108
7.4	Conclusion partielle . . . . .	112
<b>III</b>	<b>Confrontation à des expériences en conditions contrôlées</b>	<b>115</b>
<b>8</b>	<b>Expérimentation</b>	<b>115</b>
8.1	Objectifs . . . . .	116
8.2	Distribution des gouttes de pluies . . . . .	117
8.3	Détention superficielle de surfaces rugueuses . . . . .	125
8.4	Distribution spatiale de l'infiltration . . . . .	138
8.5	Conclusion partielle . . . . .	144
<b>9</b>	<b>Validation</b>	<b>145</b>
9.1	Objectifs . . . . .	146
9.2	Matériel et méthodes . . . . .	146
9.3	Résultats et discussion . . . . .	148
9.4	Conclusion partielle . . . . .	159
<b>IV</b>	<b>Application aux problèmes de transport en surface</b>	<b>163</b>
<b>10</b>	<b>Étude numérique de la friction</b>	<b>163</b>
10.1	Objectifs . . . . .	164
10.2	Matériel et méthodes . . . . .	165
10.3	Résultats et discussion . . . . .	165
10.4	Conclusion partielle . . . . .	172
<b>11</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>173</b>
11.1	Conclusions . . . . .	173
11.2	Perspectives . . . . .	176
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>181</b>
	<b>Annexes</b>	<b>193</b>
<b>A</b>	<b>Annexes au chapitre 5</b>	<b>193</b>
A.1	La gravité inclinée . . . . .	194
A.2	Algorithme de positionnement vertical des gouttes d'eau . . . . .	198
A.3	Simulation des pluies . . . . .	199
<b>B</b>	<b>Annexes au chapitre 6</b>	<b>201</b>
B.1	Définition d'un volume liquide . . . . .	202
B.2	Morphologies de l'étalement capillaire : résultats statistiques . . . . .	203
B.3	Dynamiques d'étalement simulées : résultats statistiques . . . . .	205
B.4	Loi d'écoulement d'une lame liquide . . . . .	207

<b>C</b>	<b>Annexes au chapitre 7</b>	<b>211</b>
C.1	Lattice-gas approach to surface runoff after rain . . . . .	212
<b>D</b>	<b>Annexes au chapitre 8</b>	<b>223</b>
D.1	Étalonnage du papier hydrosensible . . . . .	224
<b>E</b>	<b>Annexes au chapitre 10</b>	<b>225</b>
E.1	Tables statistiques des ajustements puissance . . . . .	226
E.2	Régression linéaire entre $\alpha$ et $\beta$ . . . . .	231

# Liste des figures

2.1	Une typologie de l'érosion hydrique . . . . .	9
2.2	Influence des états de surface sur les flux hydriques . . . . .	11
2.3	Infiltrabilité et pluviométrie au cours d'une cycle cultural . . . . .	13
3.1	Schéma d'écriture du principe de conservation de la matière . . . . .	27
5.1	Cellule du réseau 2D triangulaire . . . . .	55
5.2	Cellule du réseau 3D (HCFC) . . . . .	55
5.3	Transition de phase 3D : images . . . . .	59
5.4	Transition de phase 3D : profils de densité à l'équilibre . . . . .	60
5.5	Transition de phase 3D : profil de densité dans le domaine incompressible . . . . .	60
5.6	Viscosité 3D : vitesse des écoulements en fonction du temps . . . . .	61
5.7	Viscosité 3D : profils de vitesse (lumière de 80 $\mu$ l) . . . . .	63
5.8	Viscosité 3D : profils de vitesse (lumière de 100 $\mu$ l) . . . . .	63
5.9	Conditions aux limites des modèles liquide-gaz 2D et 3D. . . . .	66
5.10	Simulation du ruissellement sur une surface rugueuse . . . . .	66
5.11	Numérisations 2D et 3D d'une grille de hauteurs. . . . .	68
5.12	Simulation 2D et 3D de l'infiltration . . . . .	68
5.13	Influence qualitative du paramètre infiltrabilité 2D. . . . .	70
5.14	Influence quantitative du paramètre infiltrabilité 2D. . . . .	70
5.15	Chute libre de gouttes sphériques 2D . . . . .	72
5.16	Chute libre de gouttes sphériques 3D . . . . .	72
5.17	Simulation d'une pluie par un processus de Poisson. . . . .	73
5.18	Influence quantitative du paramètre $\lambda$ et du rayon des gouttes lors de la simulation d'une pluie 2D. . . . .	75
5.19	Influence quantitative du paramètre $\lambda$ et du rayon des gouttes lors de la simulation d'une pluie 3D. . . . .	75

6.1	Schéma d'une calotte sphérique dans un repère cartésien . . . . .	80
6.2	Profil de gouttes sphériques 2D en cours d'étalement . . . . .	81
6.3	Profil d'une goutte sphérique 3D en cours d'étalement . . . . .	82
6.4	Dynamique d'étalement de gouttes sphériques 2D. . . . .	84
6.5	Dynamique d'étalement d'une goutte sphérique 3D. . . . .	85
6.6	Écoulement d'une lame liquide sur un plan incliné . . . . .	87
6.7	Lame d'eau 2D sur une surface solide . . . . .	87
6.8	Lame d'eau 3D sur un surface solide . . . . .	87
6.9	Lame d'eau 2D en écoulement . . . . .	89
6.10	Lame d'eau 3D en écoulement . . . . .	90
6.11	Simulations 2D. Établissement du régime permanent . . . . .	90
6.12	Simulations 3D. Établissement du régime permanent . . . . .	91
6.13	Profils de vitesses simulés des lames d'eau 2D . . . . .	93
6.14	Profils de vitesses simulés des lames d'eau 3D . . . . .	94
7.1	Simulations 2D à flux constants. Surfaces rugueuses utilisées. . . . .	99
7.2	Simulations à flux constants 2D. Images pour pour la surface lisse . . . . .	101
7.3	Simulations à flux constants 2D. Images pour la surface rugueuse . . . . .	102
7.4	Simulations 2D à flux constants. Flux cumulés en fonction du temps . . . . .	103
7.5	Simulations 3D à flux constants. Flux cumulés en fonction du temps . . . . .	104
7.6	Scénarios 2D à infiltration évolutive. Flux cumulés en fonction du temps . . . . .	107
7.7	Scénarios 3D à infiltration évolutive. Flux cumulés en fonction du temps . . . . .	107
7.8	Simulations 2D du couplage pente×microrelief. . . . .	110
7.9	Simulations 3D du couplage pente×microrelief. . . . .	111
8.1	Simulateur de pluies à capillaires . . . . .	118
8.2	Dispositif d'exposition du papier hydrosensible . . . . .	118
8.3	Deux papiers hydrosensibles exposés. . . . .	119
8.4	Courbe d'étalonnage du papier hydrosensible. . . . .	119
8.5	Test de la distribution de Poisson . . . . .	122
8.6	Estimation de la fonction d'intensité: calcul préliminaire . . . . .	122
8.7	Fonction d'intensité estimée . . . . .	123
8.8	Fonction d'intensité des volumes . . . . .	124

8.9	Fonction d'intensité estimée . . . . .	124
8.10	Préparation de surfaces imperméables avec une résine époxyde . . . . .	127
8.11	Préparation de surfaces imperméables avec du plâtre . . . . .	128
8.12	Suivi photographique de la détention . . . . .	129
8.13	Principe de fonctionnement du rugosimètre laser . . . . .	129
8.14	Une photographie de flaques colorées . . . . .	130
8.15	Flaques délimitées par analyse d'image . . . . .	131
8.16	Surface totale des flaques en fonction des pluies cumulées. . . . .	132
8.17	Périmètre total des flaques en fonction des pluies cumulées. . . . .	132
8.18	Profils de rugosité des 2 surfaces étudiées. . . . .	134
8.19	Côtes de la surface libre des flaques. . . . .	135
8.20	Cartographie des profondeurs de détention . . . . .	136
8.21	Fonction de distribution de la profondeur de détention . . . . .	137
8.22	Volume total de flaques en fonction des pluies cumulées . . . . .	137
8.23	Infiltrométrie spatiale sous succion : principe (I) . . . . .	139
8.24	Infiltrométrie spatiale sous succion : principe (II) . . . . .	139
8.25	Infiltrométrie spatiale sous succion : prototype . . . . .	141
8.26	Infiltrométrie spatiale sous succion : dispositif . . . . .	142
8.27	Infiltrométrie spatiale sous succion : court fonctionnement . . . . .	143
9.1	Estimations des hauteurs moyennes de détention : moyenne et écart-type . .	149
9.2	Estimations des hauteurs moyennes de détention : évolution temporelle . . .	149
9.3	Images en coupe verticale de la détention superficielle 3D simulée . . . . .	152
9.4	Images horizontales de la détention superficielle 3D simulée . . . . .	153
9.5	Hauteurs de détention simulées et mesurées . . . . .	154
9.6	Hauteurs de détention simulées et mesurées (pluies avec énergie cinétique) .	155
9.7	Images horizontales de la détention superficielle 3D simulée (pluies avec énergie cinétique) . . . . .	156
9.8	Hauteurs de détention simulées et mesurées ( $f_l = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m.ul}^{-1}$ ) . . . . .	157
9.9	Images horizontales de la détention superficielle 3D simulée ( $f_l = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m.ul}^{-1}$ )	158
10.1	Les 3 surfaces solides simulées. . . . .	166
10.2	Vitesses moyennes des lames d'eau en fonction du temps . . . . .	170
10.3	Vitesse des lames d'eau en régime permanent . . . . .	171

A.1	Simulation d'une gravité verticale avec le modèle 2D. . . . .	195
A.2	Simulation d'une gravité horizontale avec le modèle 2D. . . . .	195
A.3	Codage de l'état des particules 2D selon leur vecteur vitesse. . . . .	196
B.1	Écoulement d'une lame liquide sur un plan incliné . . . . .	207

# Liste des tableaux

4.1	Facteurs d'échelle des modèles de gaz sur réseau . . . . .	50
5.1	Géométrie, vitesses et règles de transition des modèles 2D et 3D utilisés. . .	56
5.2	Densités liquide et vapeur à l'équilibre pour le modèle 3D. . . . .	59
5.3	Mesures de la viscosité dynamique du modèle 3D. . . . .	62
5.4	Modèles 2D et 3D : densités et viscosité dynamique. . . . .	64
5.5	Paramètres associés aux composantes pente, infiltration, rugosité et pluies.	76
6.1	Simulations 2D et 3D de l'étalement capillaire . . . . .	79
6.2	Étalement capillaire 2D : morphologie . . . . .	82
6.3	Étalement capillaire 3D : morphologie . . . . .	82
6.4	Dynamique d'étalement d'une goutte sphérique 2D : tables statistiques . . .	85
6.5	Lame d'eau sur une surface inclinée : écoulements simulés . . . . .	89
7.1	Scénarios 2D et 3D à flux constants . . . . .	99
7.2	Scénarios 2D et 3D à infiltrabilité évolutive . . . . .	105
7.3	Scénarios 2D et 3D du couplage pente×microrelief . . . . .	108
8.1	Granulométrie des surfaces rugueuses expérimentales . . . . .	125
10.1	Coefficients de friction des écoulements simulés . . . . .	168

# Chapitre 1

## Introduction générale

### 1.1 Motivations et cadre général de la thèse

Le ruissellement désigne l'écoulement de l'eau à la surface du sol. Ce transfert latéral d'eau peut d'une part induire la migration de substances dissoutes, et d'autre part, provoquer l'arrachement et le transport de particules de sol (*érosion hydrique*). Au travers de ses conséquences, le ruissellement a une importance considérable qui concerne à la fois la gestion de l'environnement (en aval) et la conservation des sols (en amont).

La gravité du problème a été très tôt perçue dans le cas où l'ablation de terre remet en cause la production agricole, comme c'est le cas des érosions diffuses et en rigoles aux Etats-Unis. Certaines méthodes de lutte y ont été largement rodées et appliquées (Gril et Duvoux, 1991).

Les phénomènes d'érosion en conditions topographiques et climatiques modérées, comme dans les plateaux limoneux du Nord-Ouest de l'Europe, sont l'objet de préoccupations plus récentes. Les motivations concernent ici essentiellement les dégâts en aval même si des dégâts occasionnels peuvent gêner les travaux agricoles et compromettre les cultures (Boiffin *et al.*, 1990; Gril et Duvoux, 1991). L'érosion par ruissellement concentré, chronique en hiver, y est caractérisée par la dissociation spatiale entre formation et concentration du ruissellement (Monnier *et al.*, 1986).

A l'échelle locale, Boiffin *et al.* (1988) ont montré le rôle déterminant des propriétés des tout premiers millimètres de la surface du sol dans la genèse du ruissellement. C'est essentiellement l'infiltrabilité du sol et son microrelief qui contrôlent, dans un contexte évolutif, la répartition des pluies entre infiltration, détention superficielle et ruissellement (Auzet *et al.*, 1990).

Ces couplages des flux sous contrôle dynamique des états de surface doivent être mieux compris et intégrés dans les modèles de ruissellement. D'un point de vue expérimental, il manque une mesure effective de la détention superficielle. D'un point de vue théorique, les modèles mécanistes de ruissellement sont inappropriés aux écoulements peu profonds et à

surface libre complexe.

Dans cette thèse, nous aborderons la répartition des pluies entre infiltration, détention et ruissellement sur sol nu en conditions physiques non évolutives (états de surface constants). L'échelle retenue est celle du mètre carré et de l'événement pluvieux.

## 1.2 Objectifs

Cette thèse a pour objectif l'étude de la relation entre le fonctionnement hydrodynamique du sol, où le ruissellement est indissociable des autres flux d'eau, et les états de surface, constituant le contexte physique gouvernant la partition de ces flux au niveau de l'interface sol-atmosphère.

On se propose :

1. d'adapter deux modèles 2D et 3D de gaz sur réseau (Appert et Zaleski, 1990) pour étudier la partition des pluies sur des surfaces rugueuses infiltrantes inclinées. À cette fin :
  - on adjoindra à ces modèles des composantes pluies, infiltration et microrelief ;
  - on testera le comportement de ces composantes pour des situations d'écoulement connues, puis pour quelques scénarios de couplage simples.
2. de tester expérimentalement le modèle développé. Pour cela :
  - on mesurera, en conditions contrôlées, le microrelief, les pluies et la détention de surfaces rugueuses imperméables ;
  - on confrontera les flaques mesurées avec les flaques issues de ces mêmes expériences simulées.
3. d'appliquer le modèle développé à l'étude de la friction d'un liquide s'écoulant sur une surface solide rugueuse imperméable.

## 1.3 Organisation de la thèse

Ce manuscrit comporte 11 chapitres répartis en 4 parties.

En première partie, une synthèse bibliographique justifie plus en détail les orientations de ce travail (Ch. 2), puis développe les problèmes expérimentaux et théoriques qu'il soulève (Ch. 3).

En deuxième partie, nous présentons la modélisation gaz sur réseau développée. Les principes de cette méthode sont d'abord rappelés (Ch. 4). Les composantes introduites pour adapter cet outil à notre problème sont ensuite présentées (Ch. 5). La cohérence de ces

développements est testée avec des lois physiques d'écoulements simples (Ch. 6) et des scénarios de couplage (Ch. 7).

En troisième partie, nous présentons l'expérimentation en conditions contrôlées réalisée (Ch. 8) et sa confrontation avec le modèle 3D développé (Ch. 9).

En quatrième partie, nous présentons une application de l'outil développé à l'étude de la friction (Ch.10).

Les conclusions et perspectives de ce travail sont développées au chapitre 11.

# I Synthèse bibliographique

## Chapitre 2

# Ruissellement et états de surface

Ce chapitre présente en détail les arguments bibliographiques qui ont motivé l'étude du ruissellement en fonction des états de surface.

Le ruissellement a des implications dans l'érosion hydrique qui sont d'abord rappelées. Les différents mécanismes hydrologiques à son origine sont ensuite présentés. Les facteurs déterminants dans le cas de l'érosion par ruissellement concentré sont enfin détaillés. Nous concluons sur les restrictions du cadre de travail de cette thèse.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>L'érosion hydrique . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>2.2</b>	<b>Le ruissellement . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>2.3</b>	<b>Facteurs déterminants du ruissellement . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>2.4</b>	<b>Le contexte pratique retenu . . . . .</b>	<b>12</b>

---

· *L'eau est la cause matérielle de toute chose.* ·

Thalès de Milet (624-548 av. J.C.)

## 2.1 L'érosion hydrique

L'eau joue un rôle central dans tous les problèmes environnementaux car elle est à la fois ressource, vecteur et milieu (Ambroise, 1991). Son action en tant que vecteur produit notamment l'*érosion hydrique*, qui résulte du *détachement* et du *transport* de particules de sol sous l'action de deux processus élémentaires :

1. Les *pluies*. Elles peuvent provoquer, par battance, le détachement et le transport de particules de sol à l'échelle centimétrique. Leur action diffuse englobe des phénomènes (Le Bissonnais, 1990) :
  - (a) physiques : compactage et projection de terre par effet *splash* (Al-Durrah et Bradford, 1982), éclatement par piégeage d'air, microfissuration à l'humectation ;
  - (b) chimiques : dispersion des argiles, solubilisation de substances chimiques.
  
2. Le *ruissellement*. Le transport et le détachement peuvent se produire à des échelles significatives si la vitesse de l'écoulement dépasse les seuils de transport et d'incision (Govers, 1985; Hairsine *et al.*, 1992). La migration des substances chimiques, dont les polluants, est très liée à la phase solide en suspension (Cayot, 1993).

À l'échelle du bassin versant, qui s'impose comme unité fonctionnelle et intégratrice, une typologie des formes d'érosion hydrique repose sur l'action de ces processus élémentaires et leur répartition spatiale (Auzet *et al.*, 1990). Sur les pentes (Fig. 2.1), des vitesses de ruissellement croissantes correspondent successivement à des contextes non érosifs, à érosion diffuse (*sheet erosion*) puis en rigoles-interrigoles (*rill-interill erosion*). Le regroupement des écoulements en fond de vallée au niveau de structures linéaires de collecte (traces de roue, fossés....) peut également produire une érosion plus intense par ruissellement concentré (*concentrated flow erosion*).

À travers ses conséquences, l'érosion hydrique a une importance considérable qui concerne la conservation des sols (en amont) et la gestion de l'environnement (en aval).

La gravité du problème a très tôt été perçue dans les cas où l'ablation de terre remet en cause la production agricole de vastes territoires, comme c'est le cas avec les érosions diffuses et en rigoles aux Etats-Unis. Certaines méthodes de lutte y ont été largement rodées et appliquées (Gril et Duvoux, 1991).

En périodes de pluies critiques, les milieux à topographie marquée sont caractérisés par des fonctionnements catastrophiques (périodes de crue) qui sont depuis longtemps l'objet d'études spécifiques, autant en milieu agricole que non anthropisé.

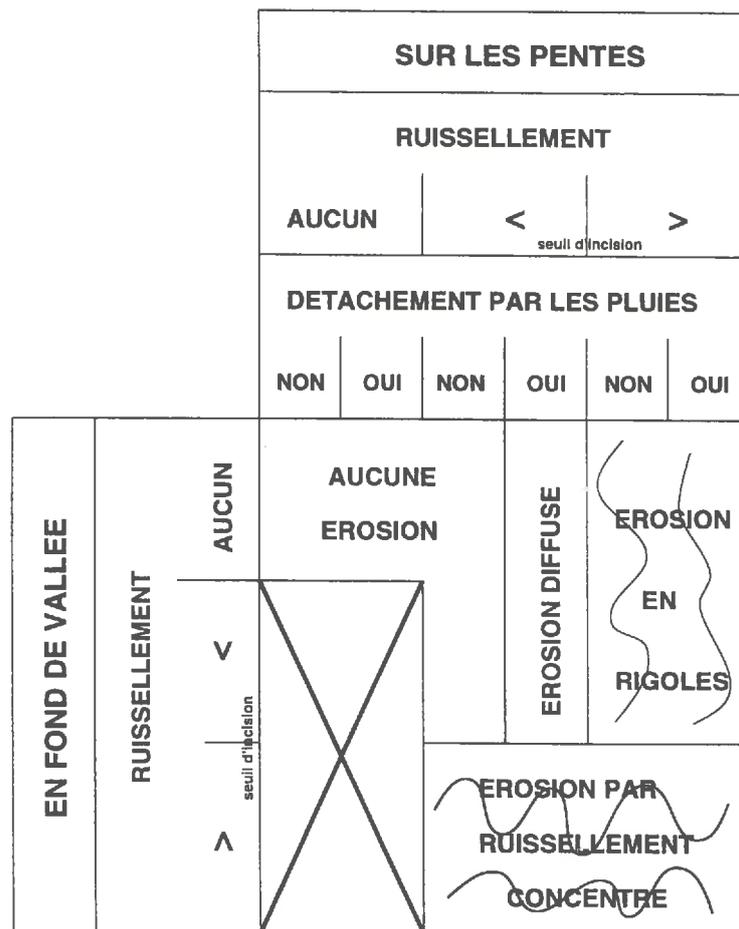


Figure 2.1 – Les différentes formes d'érosion hydrique (d'après Auzet et al., 1990).

Les phénomènes d'érosion en conditions topographiques et climatiques modérées, comme dans les plateaux limoneux du Nord-Ouest de l'Europe, sont l'objet de préoccupations plus récentes. Les motivations concernent essentiellement les dégâts en aval (coulées de boue, qualité des eaux superficielles), même si des dégâts occasionnels peuvent aussi gêner les travaux agricoles et compromettre les cultures (Boiffin *et al.*, 1990; Gril et Duvoux, 1991). L'érosion par ruissellement concentré, chronique en hiver, y est caractérisée par la dissociation dans l'espace entre la formation et la concentration du ruissellement (Monnier *et al.*, 1986).

## 2.2 Le ruissellement

En termes d'échelle de transport, il existe en fait une continuité entre les phénomènes de battance et d'érosion hydrique. Cependant, même si les pluies peuvent à elles seules provoquer la mobilisation et la réorganisation des particules de sol, c'est véritablement avec le ruissellement qu'apparaissent des possibilités de transferts latéraux sur des échelles appréciables en termes d'érosion (Ludwig, 1992). Pour ces raisons, le ruissellement apparaît comme un terme central du bilan hydrologique.

Dans le contexte particulier du Nord-Ouest de l'Europe, dans lequel nous nous placerons par la suite, la compréhension de l'érosion par ruissellement concentré soulève les problèmes distincts de la genèse des écoulements à l'échelle locale ( $m^2$ ) et de leur concentration érosive au-delà (Monnier *et al.*, 1986).

Le ruissellement est un phénomène hydrologique dont la genèse recouvre en réalité une grande diversité de processus différents. La génération des débits à l'exutoire d'un bassin versant est en général expliquée par (Ambroise, 1991; Merot, 1991) :

- Le ruissellement par saturation «par le haut» (*infiltration excess runoff*) (Horton, 1933), qui se produit lorsque l'infiltrabilité du sol est inférieure aux intrants d'eau ;
- Le ruissellement par saturation «par le bas» (*saturation excess runoff*) (Dunne, 1978). Dans les sols très perméables, ce type d'excès d'eau se produit par exhaussement de la nappe jusqu'en surface ;
- Le ruissellement par exfiltration (*return flow*), qui correspond à l'affleurement de la nappe en surface ;
- Le ruissellement hypodermique (*translatory flow*), qui résulte de phénomènes superficiels de percolation liés à des gradients de potentiel hydrique latéraux ;
- Le ruissellement par écoulement dans les macropores à extension verticale et ou horizontale (*ping*), qui n'est actif qu'en conditions saturées.

La conception des phénomènes à l'échelle du bassin versant intègre donc des phénomènes verticaux, tels les ruissellements de Horton et Dunne, et des phénomènes latéraux. L'ensemble de ces processus hydrologiques bien identifiés ne contribuent pas en permanence aux débits à l'exutoire. On dit qu'ils ont des zones contributives à surface variable.

Dans le contexte de l'érosion chronique du Nord-Ouest de l'Europe, Boiffin *et al.* (1988) ont montré que les risques de ruissellement sont très corrélés aux propriétés des tout premiers millimètres de la surface du sol, ce qui prouve dans ce cas la validité du modèle hortonien.

A l'échelle du bassin versant, la concentration du ruissellement hortonien dépend non seulement de l'extension des surfaces aptes à produire un ruissellement mais aussi de leur connexion au niveau de motifs linéaires dus à la topographie (lignes en dépression) ou aux systèmes de culture (traces de roues, dérayures) (Ludwig, 1992).

### 2.3 Facteurs déterminants du ruissellement

L'aptitude des surfaces à ruisseller a des répercussions décisives sur toutes les formes d'érosion. Dans un contexte hortonien, les facteurs de premier ordre sont (Fig. 2.2) :

1. *Les apports atmosphériques d'eau*, essentiellement sous forme liquide (pluies), qui sont le moteur de l'ensemble des flux d'eau à la surface du sol pendant la durée des précipitations ;

2. L'ensemble des propriétés physiques de l'interface sol-atmosphère, qu'on regroupe sous le terme d'*état de surface*, et dont les aspects déterminants sont (Auzet *et al.*, 1990):

- (a) *L'infiltrabilité du sol.* Sous une pluie d'intensité constante, l'eau peut tout d'abord être totalement infiltrée lorsque l'infiltrabilité du sol est supérieure à l'intensité de la pluie. Ensuite, les chutes du gradient d'humidité et de la conductivité, suite aux modifications morphologiques de l'extrême surface du sol sous l'action des pluies, diminuent le régime d'infiltration et provoquent la formation locale d'excès d'eau (Hillel, 1974; Boiffin, 1984);
- (b) *Le microrelief.* Les excès d'eau sont stockés dans les dépressions formées par le microrelief du sol. C'est la rétention superficielle. Si la pluie se poursuit, ces excès dépassent la capacité de stockage de la surface et débute alors le ruissellement. Que ce soit avant ou après cette transition de percolation des flaques d'eau, le microrelief joue un rôle essentiel dans le cheminement des excès d'eau à la surface du sol (Bruneau et Gascuel-Oudou, 1990).

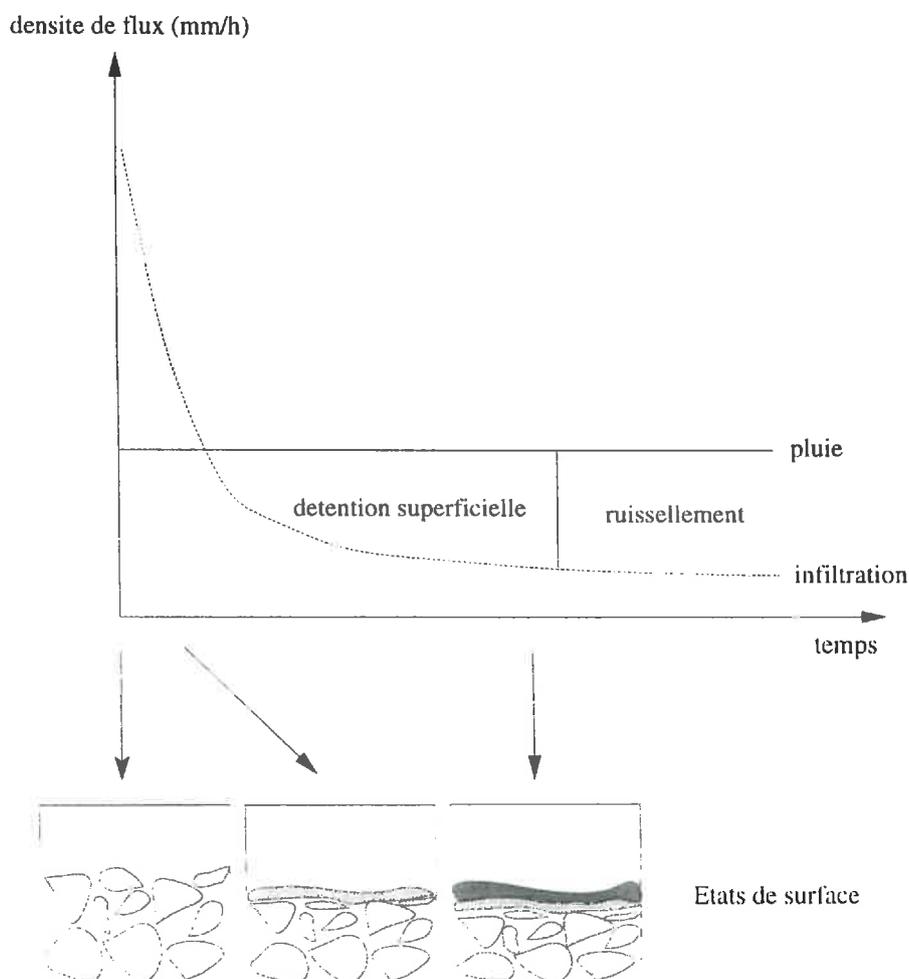


Figure 2.2 Lien entre la dynamique des états de surface et le fonctionnement hydrique de la surface du sol (d'après Boiffin, 1984).

L'évaluation des risques de ruissellement est complexe car le comportement hydrodynamique de la surface du sol implique donc des flux d'eau couplés sous contrôle dynamique de ses états de surface. Deux aspects du problème sont soulignés dans la littérature :

**Couplages** Le ruissellement résulte d'un contexte pluie-infiltration qui favorise les excès d'eau. Infiltration, rétention superficielle et ruissellement sont donc interdépendants et résultent de la partition de l'eau de pluie à la surface du sol (Desbordes, 1984). Leur évaluation est centrale dans une gamme où leurs répercussions sont décisives sur le ruissellement et l'érosion (Ludwig, 1992).

**Dynamique** Le déroulement de ces phénomènes est gouverné par les propriétés des couches superficielles du sol, qui définissent son état de surface. De nombreux auteurs ont montré le contexte dynamique d'un tel système physique, soumis à des modifications continues et discontinues sous l'action respective des pluies et des opérations culturales.

Dans le calendrier cultural (Fig. 2.3), les risques de ruissellement se situent entre la récolte et le semis, quand les sols sont nus (Monnier *et al.*, 1986).

Sous l'action des pluies, c'est essentiellement la stabilité structurale du sol qui influence la cinétique des flux dont en particulier la chute de l'infiltrabilité du sol (Boiffin, 1984; Auzet *et al.*, 1990).

Outre leurs cycles temporels à court et long terme, une caractéristique importante des états de surface est leur hétérogénéité spatiale (empreintes de roues, compactage, croûtes) (Boiffin, 1984; Boiffin *et al.*, 1990).

## 2.4 Le contexte pratique retenu

Dans le cadre d'une problématique générale sur les aspects quantitatifs et qualitatifs liés à l'érosion hydrique, ce travail de thèse vise à l'étude de la genèse du ruissellement en adoptant les restrictions suivantes :

- Le contexte général est celui des plateaux agricoles du Nord-Ouest de l'Europe, caractérisés par une *érosion par ruissellement concentré* et où la compréhension du ruissellement, de type hortonien, se pose à l'échelle de sa genèse ( $m^2$ ) et de sa concentration (au-delà de la parcelle) ;
- L'aptitude d'une surface à ruisseler, à l'échelle du *mètre carré*, s'évalue en général par une prise en compte des états de surface (essentiellement infiltrabilité et microrelief) que nous voulons affiner du fait de son importance sur le déroulement de l'érosion à l'échelle du bassin versant. Dans la mesure où le modèle hortonien est valide, le volume de sol considéré se limitera en épaisseur à quelques centimètres ;
- Nous étudierons la situation temporelle *a priori* la plus risquée en termes de ruissellement qui correspond à un *sol nu cultivé entre deux travaux du sol*, où le moteur de fonctionnement hydrique est uniquement climatique ;
- Parmi les problèmes soulevés par la genèse du ruissellement en fonction des états de surface, nous nous limiterons aux aspects de *couplage des flux* (pluie, infiltration, rétention et ruissellement) à la surface du sol.

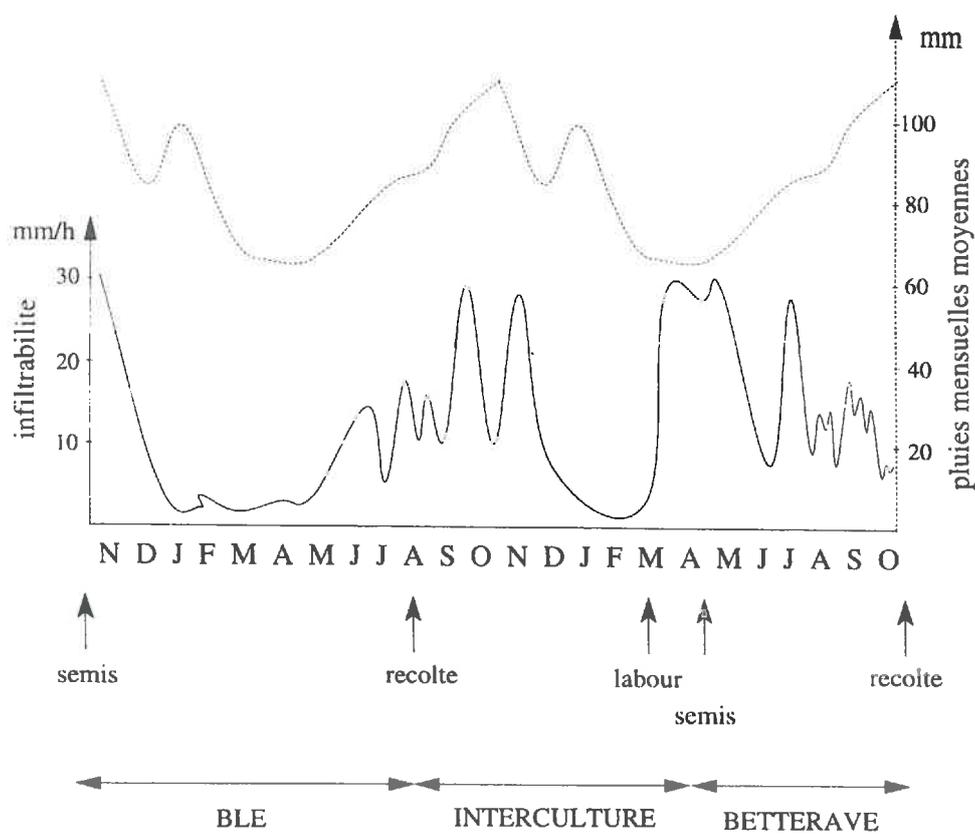


Figure 2.3 – Évolution temporelle de l'infiltrabilité et des pluies au cours de 2 cycles culturaux dans le Nord-Ouest de la France (d'après Monnier et al., 1986). L'infiltrabilité est représentée en traits continus. Les pluies mensuelles moyennes sont représentées en traits pointillés.

## Chapitre 3

# Fonctionnement hydrique de la surface du sol

Ce travail de thèse porte sur la génèse locale du ruissellement à la surface du sol. Le cadre de cette étude du fonctionnement hydrique du sol a été justifié au chapitre précédent. L'objet de ce chapitre est de faire un bilan des connaissances expérimentales et théoriques sur la liaison entre la structure de l'interface sol-atmosphère ( tats de surface) et son fonctionnement hydrique (flux hydriques).

Dans le premier paragraphe, nous présentons d'abord les études expérimentales relatives à chacun des flux (pluie, infiltration, détention superficielle et ruissellement) et leurs apports. Dans le deuxième paragraphe, les principes et objectifs de la modélisation en Physique sont rappelés. Les modèles mécanistes de ruissellement, d'infiltration et leur couplage sont ensuite présentés. Nous concluons sur les problèmes expérimentaux et théoriques non résolus et que nous tenterons d'aborder dans les chapitres suivants.

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Caractérisation des phénomènes</b>	<b>16</b>
3.1.1	Pluies	16
3.1.2	Infiltration	17
3.1.3	Détention superficielle	19
3.1.4	Ruissellement	21
3.1.5	Conclusion partielle	23
<b>3.2</b>	<b>Approches théoriques</b>	<b>24</b>
3.2.1	épistémologie	24
3.2.2	Modèles de ruissellement	26
3.2.3	Modèles d'infiltration	34
3.2.4	Couplages	36
<b>3.3</b>	<b>Conclusion partielle</b>	<b>37</b>

---

### 3.1 Caractérisation des phénomènes

#### 3.1.1 Pluies

Il n'existe pas aujourd'hui de paramètre simple de caractérisation de la pluie que l'on puisse relier aux phénomènes d'érosion, ruissellement et infiltration. La reproduction et le contrôle d'au moins 2 des caractéristiques de base des pluies appliquées – parmi vitesse, rayon des gouttes et intensité pluviométrique – sont pour cela reconnus essentiels dans les études expérimentales (Bubenzer, 1979).

Deux grandes familles de simulateurs de pluie permettent le contrôle de ces caractéristiques des apports d'eau (Meyer, 1979) :

**Les buses** sont de courts tuyaux, alimentés par de l'eau sous pression, qui émettent un volume conique de gouttes d'eau. Les gouttes produites par ce dispositif atteignent assez systématiquement leur vitesse terminale dès que leur hauteur de chute est de l'ordre du mètre. Leur rayon, qui a une gamme de variation assez étendue, diminue en moyenne quand la pression d'alimentation des buses augmente. La pression d'alimentation détermine également l'intensité pluviométrique de l'apport. Pour de fortes pressions et une faible hauteur de chute, ces systèmes produisent un apport d'eau sous forme brumisée qu'on peut considérer sans énergie cinétique (Fiès et Panini, 1995).

**Les goutteurs** sont constitués d'un ensemble de tubes capillaires souples ou rigides. L'intensité pluviométrique qu'ils simulent dépend de la pression à la sortie des capillaires et de leur densité surfacique. La grande densité surfacique de goutteurs nécessaire pour simuler des intensités suffisantes limite cette technique à l'échelle du mètre carré. En fonction de leur rayon, les gouttes, dont la vitesse initiale est nulle, n'atteignent leur vitesse terminale que pour une hauteur de chute supérieure à 5 mètres (Epema et Riezebos, 1983). La distribution du rayon des gouttes dépend du choix des capillaires qui individuellement, pour un section donnée, produisent des gouttes isodiamétriques. Différentes stratégies visent à rendre aléatoire la position des gouttes et à diminuer la taille des gouttes produites : grilles métalliques à maille serrée, ventilateurs (Fiès et Panini, 1995) ou oscillateurs (Hignett *et al.*, 1995).

Les études quantitatives locales privilégient les simulateurs de pluie de type goutteur car ils permettent de contrôler indépendamment chacune des caractéristiques de base des pluies simulées (Meyer, 1979).

Quel que soit le type de simulateur de pluie utilisé, l'intensité pluviométrique de l'apport se mesure le plus souvent grâce à des entonnoirs de collecte à surface connue reliés à des compteurs volumiques. Un modèle répandu d'appareils de ce type est le pluviomètre à augets basculeurs (Dubrulle et Boiffin, 1989).

Les études cinétiques des gouttes de pluie à leur impact sont fondées sur la mesure photographique de leur trajectoire pour des temps d'exposition (courts) connus. Ces mesures s'insèrent maintenant systématiquement dans les études expérimentales de l'évolution des états de surface car l'énergie cinétique reçue cumulée semble être un indice quantitatif

déterminant de la dynamique des phénomènes (Boiffin, 1985; Roth et Helming, 1992; Fiès et Panini, 1995).

De façon plus fine, la mesure de la distribution spatiale des gouttes de pluies, qui a de nombreuses implications en géophysique et en télédétection (Lovejoy et Schertzer, 1990), a été développée pour résoudre des problèmes à la fois surfaciques, comme l'étude de la distribution des rayons et des points d'impact des gouttes d'eau, et volumiques, comme par exemple la mesure de la réflectance de nuages (Smith, 1992).

Les techniques météorologiques associées sont diversifiées : points d'impact et rayons avec le papier hydrosensible (Marshall et Palmer, 1948), distribution des rayons avec le spectromètre (Waldvogel, 1974) et le *disdromètre* (Campistron *et al.*, 1987), mesures de réflectance par les techniques de polarisation (Hall *et al.*, 1980) ou les caméras (Smith, 1992).

L'étude directe la plus simple de la distribution surfacique des rayons et points d'impact des gouttes d'eau consiste à utiliser du papier hydrosensible, utilisé pour la première fois par Marshall et Palmer (1948). Ce matériau a la propriété de changer de couleur au contact d'eau ou d'huile. La surface de la tâche colorée ainsi produite dépend de la nature du fluide, de son volume et de sa vitesse d'impact.

Ces techniques de mesure ont notamment permis de montrer que les simulateurs de type goutteur produisent en général des gouttes de pluies dont le rayon moyen (2.9 mm) (Roth et Helming, 1992) est en général supérieur à celui des pluies naturelles (1.34 mm) (Smith et De Veaux, 1994).

Pour les pluies naturelles, la grande variabilité des intensités pluviométriques mesurées semble être essentiellement due à des variations de la fréquence d'impact des gouttes (Smith et De Veaux, 1994) alors que la fonction de distribution des rayons de gouttes semble avoir une forme analytique assez constante (Marshall et Palmer, 1948; Waldvogel, 1974; Ulbrich, 1983). Ainsi, l'énergie cinétique reçue par le sol ( $ke$  en  $J.m^{-2}$  pour 1 mm de pluie) lors d'un événement pluvieux peut être liée empiriquement à l'intensité de l'apport ( $I$ ) (Wischmeier et Smith, 1958) :

$$ke = a + b \log_{10} I \quad (3.1)$$

où  $a$  et  $b$  sont deux constantes.

### 3.1.2 Infiltration

Une grande diversité de techniques *in situ* permettent de quantifier les différents aspects que recouvre l'infiltration : infiltrabilité, humidité du sol, et flux d'infiltration.

L'aptitude du sol à absorber l'eau, ou *infiltrabilité*, se quantifie à court et long terme en utilisant respectivement les concepts de *sorptivité*, qui traduisent les effets capillaires, et de *conductivité à saturation*, qui traduit les effets gravitaires (Philip, 1957).

Toutes les techniques de mesure de ces grandeurs nécessitent un apport d'eau au niveau de la zone à caractériser.

La méthode la plus simple est la technique de la tâche saturée (Boiffin et Monnier, 1985). Elle fournit un indice d'infiltrabilité ( $q_i$ ) à partir de la mesure, en régime permanent, de la surface de la zone saturée ( $S$ ) formée par un apport d'eau ponctuel pour différents débits ( $Q$ ):

$$q_i = \frac{Q}{S} \quad (3.2)$$

Même si les valeurs d'infiltrabilité obtenues semblent être en accord avec les comportements observés en termes de flaquage, cette méthode très simple et rapide à mettre en oeuvre manque cependant de justifications théoriques et se limite à des sols à faible infiltrabilité.

Les développements théoriques relatifs à l'infiltration sous une source d'eau circulaire (Wooding, 1968; Young, 1968) sont à l'origine de techniques plus élaborées telles que les infiltromètres multidisques (Scotter *et al.*, 1982; Vauclin et Chopart, 1992). Ces méthodes permettent de mesurer la conductivité ( $K$ ) et la sorptivité du sol ( $s$ ) en suivant le régime d'infiltration d'un apport circulaire d'eau (de rayon  $r$ ) sous succion ( $h$ ). En régime permanent :

$$q = K(h) + \frac{4\phi(h)}{\pi r} \quad (3.3)$$

La sorptivité  $s$  dépend des humidités initiale et finale, mesurées par la méthode gravimétrique, et de  $\phi(h)$  (Young, 1968).

Ces méthodes restent assez faciles mais l'établissement du régime permanent peut demander beaucoup de temps et les mesures ne sont pas reproductibles en un point (Scotter *et al.*, 1982).

En outre, l'infiltrométrie est issue d'une étude idéalisée de l'infiltration largement justifiée mais dont la mise en oeuvre pratique est très délicate (Vandervaere, 1995; Zaremba, 1996).

La mesure du stock d'eau du sol et ses variations dans le temps est un autre principe permettant de quantifier l'infiltration. Pour cette approche, l'humidité volumique du sol peut être mesurée par tout un ensemble de mesures indirectes.

Différents types de dispositifs à électrode permettent de déterminer la *permittivité diélectrique* des sols (Topp *et al.*, 1982; Gaudu *et al.*, 1993). Sachant que cette grandeur physique dépend essentiellement de l'humidité volumique, sa mesure permet d'accéder, après étalonnage, à la teneur en eau du sol (Topp *et al.*, 1982). Très sensibles au contact sol-ligne, toutes les configurations d'électrodes existantes (1 ou 2 tiges parallèles) sont intégratrices et ne permettent donc pas de mesures en surface.

Dans les sols agronomiques, le *ralentissement des neutrons rapides* (énergie supérieure à 0.5 MeV) est essentiellement dû aux noyaux d'hydrogène contenus dans les molécules d'eau. Les sondes neutroniques consistent en une source radioactive émettrice de neutrons rapides et un compteur de neutrons lents placés dans un tube d'accès vertical dans le sol. Le comptage et l'humidité volumiques sont reliés par une relation d'étalonnage spécifique à chaque site étudié. La méthode permet des mesures rapides et périodiques et à plusieurs profondeurs sur un même site. On considère que le volume exploré par l'humidimètre est une sphère de 20 cm de rayon. Cette faible résolution empêche de faire des mesures au

voisinage de la surface (Hillel, 1974).

L'*atténuation relative des rayons X* d'un volume de sol peut être reliée à sa teneur en eau. Des méthodes, inspirées de la tomographie (imagerie médicale), permettent, en exploitant ce résultat, de suivre en 3D les phénomènes d'infiltration et d'invasion dans des colonnes de sol (Hopmans *et al.*, 1994). Avec une résolution millimétrique, il semble que l'extension de ces techniques prometteuses ne soit limitée que par leur coût.

Des techniques directes peuvent réaliser des mesures de flux d'infiltration dans des volumes de sol non remaniés.

Les dispositifs classiques, qui consistent à recueillir par drainage gravitaire l'eau infiltrée dans une colonne de sol (Di Pietro et Lafolie, 1991), ne permettent pas de suivre les flux d'infiltration au sens strict. En revanche, en conditions saturées, le volume d'eau collecté sous succion à la base d'une colonne de sol correspond exactement au volume d'eau infiltré à sa surface. Ce principe a déjà été mis en oeuvre pour l'infiltrabilité de surfaces croûtées sur un cylindre de 20 cm de diamètre (Fiès et Panini, 1995).

En s'appuyant sur ces techniques de mesure, les travaux de la littérature montrent que l'infiltrabilité des sols est très diminuée par la présence d'une croûte (Boiffin et Monnier, 1985), dont l'effet le plus manifeste est la chute de la conductivité hydraulique à saturation (Rawls *et al.*, 1990).

La variabilité spatiale des caractéristiques des croûtes a souvent été abordée dans la littérature (Boiffin, 1984; Gascuel-Oudoux *et al.*, 1991; Ludwig, 1992). Mais nous venons de voir que sa mesure à l'échelle du mètre carré soulève des difficultés méthodologiques.

Après quelques millimètres de pluie, la croûte est continue et reste le facteur dominant de l'infiltration jusqu'à ce que celle-ci se fissure par dessiccation. Dans ce cas, si l'infiltrabilité est faible, l'infiltration dans les macropores peut être importante (Beven et Germann, 1981; Germann et Beven, 1981; Di Pietro et Lafolie, 1991).

En conclusion, l'infiltration est un phénomène hydrodynamique variable spatialement dont les aspects superficiels sont déterminants dans la partition de l'eau qui va pénétrer dans le sol et de celle qui va ruisseler. La compréhension de ce phénomène est grandement limitée par des problèmes méthodologiques. D'une part, l'essentiel des méthodes existantes sont intégratrices, et les échelles de mesure dépassent l'échelle pertinente des phénomènes étudiés. D'autre part, bien que non destructrices, elles ne permettent souvent pas de mesures spatialisées en surface.

### 3.1.3 Détention superficielle

La détention superficielle désigne le stockage des excès d'eau dans les dépressions formées par le microrelief du sol. Ce type de remplissage sous forme de flaques est temporaire et est limité par la rugosité et la pente du sol, mais il peut retarder le déclenchement du ruissellement (Burwell *et al.*, 1963).

La limite conceptuelle entre la détention superficielle et le ruissellement peut paraître floue du fait que les deux phénomènes sont en général simultanés (Moore et Larson, 1979). En fait, la distinction entre les phénomènes de redistribution interne et de ruissellement sur une surface de sol rugueuse dépend de l'échelle d'observation. A l'échelle du mètre carré, on peut distinguer l'excès d'eau selon la taille des dépressions impliquées (Gayle et Skaggs, 1978) (*micro-storage*, *macro-storage*) ou selon que l'eau est mobile (*détention storage*) ou immobile (*depressional storage*) (Ullah, 1974).

Comme elle est synchrone avec l'infiltration, la détention superficielle est fugace et donc difficile à mesurer.

Elle peut être caractérisée directement en volume par des méthodes d'imperméabilisation de la surface du sol (Monteith, 1974; Gayle et Skaggs, 1978) et en surface par photographie noir et blanc en cas d'épaisseurs d'eau importantes (Merot et Chanzy, 1991).

Cependant, les surfaces et volumes de flaques ont fait plus généralement l'objet de mesures indirectes grâce à des algorithmes de remplissage de surfaces mesurées ou simulées :

- Depuis le profilomètre à aiguilles (Allmaras *et al.*, 1966), les dispositifs de mesure du microrelief du sol ont beaucoup évolué en faisant appel à des techniques sans contact comme la stéréophotographie (Martin, 1980), la photogrammétrie (Jeschke, 1990; Warner, 1995) et la technologie laser (Bertuzzi *et al.*, 1990b; Huang et Bradford, 1990b; Frede et Gäth, 1995).
- Par son rôle central dans le devenir des excès d'eau à la surface du sol, le microrelief, appréhendé comme une variable aléatoire, est souvent modélisé par des processus spatiaux. Les modèles géostatistiques de microrelief se définissent par une fonction de distribution des hauteurs, avec une condition portant sur leur organisation spatiale introduite par un modèle de covariance (Huang et Bradford, 1990a; Huang et Bradford, 1992). L'aspect accidenté des surfaces gaussiennes ainsi simulées est en contradiction avec l'existence d'éléments structuraux de taille finie dans les sols. Comme d'autres facteurs environnementaux, le microrelief du sol a été modélisé à l'aide de fractals (Burrough, 1983a; Burrough, 1983b). En s'appuyant sur les fonctions booléennes aléatoires (Jeulin, 1987; Serra, 1988), la surface du sol a aussi été modélisée par des sphères de diamètres différents, localisés aléatoirement sur un plan de forme plate ou ondulée et pouvant s'interpénétrer (Chadœuf *et al.*, 1989; Garcia-Sanchez, 1992; Goulard *et al.*, 1994; Bertuzzi *et al.*, 1995).
- Les modèles de remplissage reposent sur des hypothèses de devenir des pluies nettes à la surface du sol. Les descriptions les plus simples considèrent que toutes les surfaces de flaques ont la même côte (Mitchell et Jones, 1976). Des approches plus hydrauliques supposent que l'apport d'eau et sa redistribution à la surface du sol sont contemporains. Elles délimitent alors, par des algorithmes itératifs à plusieurs étapes élémentaires (écoulement latéral, remplissage, débordement...), des flaques dont les côtes de surface sont distinctes (Moore et Larson, 1979; Onstad, 1984). Les volumes détenus sont ensuite calculés par sommation des volumes élémentaires constituant les excès d'eau.

Même si les échelles de mesure (résolutions et précisions) sont maintenant en accord avec celles des phénomènes étudiés (Huang et Bradford, 1992), ces algorithmes de remplissage

sont issus d'une observation plus ou moins approfondie des phénomènes et ne produisent que des estimations ponctuelles de la détention potentielle maximale.

Les volumes mentionnés dans la littérature ont une grande variabilité. Les méthodes de remplissage utilisées sont assez équivalentes (Moore et Larson, 1979; Onstad, 1984) et ont tendance à surestimer le volumes détenus quand la résolution horizontale augmente (Brough et Jarret, 1992). À des résolutions comparables, les valeurs mentionnées amènent à souligner l'importance potentielle du compartiment détention dans le retardement du ruissellement : 0,05–0,6 mm (Ullah et Dickinson, 1979a), 2–52 mm (Gayle et Skaggs, 1978), 5,7–28,9 mm (Brough et Jarret, 1992).

De plus, les flaques, qui représentent 3 à 10% de la surface du sol (Ullah et Dickinson, 1979a; Gascuel-Oudoux *et al.*, 1991), soustraient les couches superficielles du sol à l'action dégradante des pluies. Leur superficie conditionne l'importance relative des croûtes structurales et de dépôt qui en découlent (Onstad, 1984).

La détention potentielle est considérablement affectée par les évolutions du microrelief. Les pluies et le travail du sol peuvent ainsi respectivement diviser et multiplier par 3 les volumes estimés (Moore et Larson, 1979). A microrelief invariant, une pente croissante diminue les volumes détenus (Ullah et Dickinson, 1979b).

Certaines techniques spatiales permettent de délimiter les dépressions et les zones d'écoulement (Peucker et Douglas, 1975). Sur des modèles numériques de terrain, elles montrent que les dépressions ainsi créées jouent un rôle de collecte en amont et regroupent les écoulements en aval des parcelles cultivées (Gascuel-Oudoux *et al.*, 1991).

La distribution statistique des profondeur, surface et volume de ces dépressions a été étudiée (Ullah et Dickinson, 1979b). En reconnaissant une nature probabiliste au phénomène de remplissage d'une surface sous une pluie, les flaques peuvent ainsi être considérées comme un réseau plus ou moins aléatoire de dépressions actives ou inactives en termes de flux latéraux. Avec ce point de vue, la détention superficielle et le déclenchement du ruissellement se conçoivent comme des problèmes de percolation (Broadbent et Hammersley, 1957; De Gennes, 1976).

Sous la contrainte de problèmes méthodologiques importants, la détention superficielle est un phénomène encore mal défini et dont les mesures ne sont que des estimations statiques et souvent globales (volumiques), et ce malgré le rôle déterminant qu'elle semble jouer dans la genèse du ruissellement.

En conditions contrôlées, l'utilisation conjointe de techniques d'imperméabilisation du sol et de mesure 3D de son microrelief peuvent permettre de réaliser des mesures directes effectives et dynamiques de ce phénomène.

#### 3.1.4 Ruissellement

Dans un contexte hortonien, le ruissellement (*runoff*) est la résultante de la transformation de la pluie nette à la surface du sol. Ce terme générique désigne un écoulement superficiel

qui peut être une lame d'eau diffuse de faible hauteur (*overland flow*), un chenal à ciel ouvert (*channel flow*) ou un cours d'eau (Desbordes, 1984).

Ce phénomène motive une diversité d'échelles d'approche : étude de la génèse du ruissellement à l'échelle locale (Mohamoud *et al.*, 1990), étude spatialisée sur un versant (Gascuel-Oudoux *et al.*, 1991; Cayot, 1993) ou concentration érosive sur un bassin versant (Ludwig, 1992; Ribolzi, 1996).

Les approches expérimentales de ce phénomène peuvent se faire sur le terrain ou en laboratoire.

Le principe général de l'approche de terrain repose sur la collecte des écoulements en amont d'un point. Un dispositif de base qui a inspiré de nombreuses techniques actuelles sont les fosses de Gerlach (Gerlach, 1967). Selon les échelles et problématiques, les appareillages actuels résultent d'une complexification du système pour démultiplier les volumes collectés qui peuvent être considérables et récolter, sans les polluer, les phases en suspension dans l'écoulement (Cayot, 1993). Des mesures de débit peuvent être réalisées dans des canaux de type Venturi pour lesquels la relation débit-hauteur d'eau est connue. Ces dispositifs sont souvent équipés de préleveurs d'échantillons d'eau pour l'étude qualitative des écoulements.

En laboratoire, de nombreux dispositifs permettent de simuler un excès d'eau pour étudier ses propriétés (hauteur, vitesse, teneur en sédiment) et les relier aux propriétés du milieu (texture, rugosité, pente, pluies) (Wischmeier, 1976). Sur une surface inclinée, les protocoles produisent des excès superficiels dont la hauteur d'eau est soit imposée, avec des ruisselateurs (Janeau, 1983; Gendreau, 1996), soit libre, en utilisant des simulateurs de pluie (De Ploey, 1985; Hignett *et al.*, 1995). Dans ce dernier cas, la hauteur d'eau peut être mesurée par des méthodes indirectes (Hignett *et al.*, 1995). Les mesures de vitesse utilisent entre autres la vitesse de transfert d'un signal carré de soluté, ou pour des mesures spatiales, la méthode du fil chaud (Gendreau, 1996).

Sur les parcelles cultivées, les écoulements sont en général peu profonds ( $< 150 \text{ mm}$ ) et ont une faible vitesse ( $0.02 - 0.04 \text{ m.s}^{-1}$ ) (Maheshwari, 1992).

Ils dépendent beaucoup de l'infiltrabilité du sol et de son microrelief (Hairsine *et al.*, 1992). La génèse du ruissellement se développe avec la chute de l'infiltrabilité du sol due à la dégradation de la surface du sol, même pour de faibles pentes et intensités pluviométriques ( $2\%$ ,  $5 \text{ mm.h}^{-1}$ ) (Gascuel-Oudoux *et al.*, 1991). Par sa capacité de stockage des excès d'eau, le microrelief du sol joue d'abord un rôle retardant sur le ruissellement (De Ploey, 1985). Une fois amorcé, le ruissellement a des lignes d'écoulement dans les lignes de dépressions du sol (Moran et Vézina, 1993) et sa vitesse résulte d'un équilibre entre les forces de gravité, qui augmentent avec la pente, et les forces de friction avec les éléments de microrugosité de la surface du sol (Maheshwari, 1992).

Le ruissellement a des aspects spatiaux importants. Il concerne de faibles superficies et il est croissant en volume vers l'aval, même si le coefficient de ruissellement diminue quand on l'intègre sur des échelles spatiales plus grandes (Cayot, 1993; Bader, 1994). A l'échelle de la parcelle, sa distribution semble liée à l'intensité des pluies, qui au-dessus d'un seuil, impliquent un ruissellement concentré au lieu de diffus (Cayot, 1993).

En conclusion, le ruissellement est une variable spatialisée mais dont la mesure est souvent limitée dans la pratique en un point (Desbordes, 1984).

#### 3.1.5 Conclusion partielle

Les études expérimentales montrent que de nombreux problèmes méthodologiques ne permettent pas de quantifier de manière spatialisée les flux en surface. Elles mettent aussi en avant le rôle central des états de surface du fait de leurs dynamique et variabilité spatiale. Les progrès dans ce domaine dépendent donc largement de la capacité à suivre les conditions et phénomènes de surface.

La diversité des échelles en jeu soulèvent en outre des problèmes de transfert et d'intégration entre les approches spécifiques à chaque problématique, et où la somme n'est pas la simple somme de ses parties.

## 3.2 Approches théoriques

### 3.2.1 Épistémologie

En physique, les approches théoriques utilisent souvent des modèles pour dépasser la description et la classification des phénomènes et aborder leur analyse. Ces outils, de vaste portée méthodologique, désignent toutes les figurations ou reproductions de la réalité qui servent les buts de la connaissance. Comme ils résultent d'une interprétation de la réalité qui dépend du problème abordé par le modélisateur, les modèles physiques ont tous une nature à la fois subjective, hypothétique et simplificatrice.

Leur utilisation renforce la fonction organisatrice de la pensée scientifique :

- Un modèle a une fonction analytique. Sa construction suppose que le problème qu'on cherche à analyser soit défini de manière claire. Dans ce cadre, la formalisation mathématique permet de porter le discours scientifique à un niveau de rigueur où la logique formelle des prédicats est valable (cohérence interne). Elle permet en outre d'aboutir à des déductions auxquelles on ne saurait parvenir à l'aide de la seule intuition.
- Un modèle a une fonction spéculative. Pour leur application, du fait de leur nature hypothétique, les modèles doivent être soumis à un critère de validité. Comme une équation décrit mais aussi permet de prédire, les mathématiques constituent l'interface idéale au niveau de laquelle la confrontation expérimentale des modèles avec le réel peut se produire (Hillel, 1974).
- Un modèle a une fonction expérimentale productrice de connaissances. Par la précision des prédictions qu'il engendre, un modèle contient le germe de sa réfutation. Il permet à l'expérimentateur de vérifier ses résultats, contrôler ses hypothèses. Il fait avancer la science pas à pas par la résolution de problèmes cernés.
- Un modèle est un outil opérationnel de prédiction. Il constitue une version plus dépouillée et en même temps plus quantitative et plus utilisable que les apparences qu'il prétend analyser.
- Un modèle est utilisateur de connaissances. Il s'établit dans une fonction médiatrice vis-à-vis de ce qui est, d'un côté, le plus concret, et, de l'autre, le plus abstrait. Il surmonte le détail de l'expérience et fournit les bases matérielles au concept.

Cependant, la valeur instrumentale des modèles en physique ne doit pas faire oublier leurs limitations. D'une part, il n'existe pas de critère absolu de validité aussi, au mieux, les modèles ne sont valides que provisoirement. D'autre part, leur construction repose sur des simplifications hypothétiques qui permettent de substituer à la réalité un système plus simple. Elle limite d'autant leur application, qui doit respecter les contraintes de la tragédie grecque : unités de lieu, d'action et de temps (De Marsily, 1994).

Comme le souligne Storm (1989), tous les modèles hydrologiques consistent à exprimer, à un instant  $t$ , la valeur d'une variable à expliquer  $y_t$ , par une fonction  $f$  de variables

explicatives  $x_1, \dots, x_m$ , de paramètres  $a_1, \dots, a_n$ , et des valeurs  $y_1, \dots, y_{t-1}$ . Cette expression est approchée. Elle introduit une erreur  $\epsilon_t$  entre la valeur réelle mesurée et la valeur prédite :

$$y_t = f(x_1, \dots, x_m, y_1, \dots, y_{t-1}, a_1, \dots, a_n) + \epsilon_t \quad (3.4)$$

Une typologie des modèles hydrologiques repose sur la nature des différentes formalisations utilisées (Clarke, 1973; Storm, 1989) :

- Le choix de la fonction de transfert  $f$  proposée renseigne sur les façons d'aborder un même problème.

Les modèles de type *boîte noire* ne tiennent pas compte du phénomène physique qu'ils représentent. Ils ne présentent donc aucun intérêt dans la connaissance interne du système étudié.

Si certaines considérations physiques des processus sont prises en compte, le modèle est *conceptuel*. Cette approche traduit une vision *a priori* des phénomènes et utilise assez systématiquement en hydrologie le concept de réservoirs interconnectés (Ambroise, 1991).

Si les relations utilisées sont issues de connaissances expérimentales des phénomènes, le modèle est dit *empirique*.

Les modèles *physiques*, ou *mécanistes*, font appel à des variables d'état reliées entre elles par des relations d'état, de dynamique et de conservation, qui conduisent souvent à des équations aux dérivées partielles. Dans ce cas, les paramètres  $a_1, \dots, a_n$  ont un sens physique et sont en principe tous directement mesurables. En revanche, les autres modèles doivent suivre un processus d'apprentissage pour pouvoir prédire une sortie  $y_t$  non observée (il consiste en général à minimiser, en fonction des  $a_i$ , une fonction croissante du terme d'erreur  $\epsilon_t$ ).

- Selon qu'ils supposent ou non la nature aléatoire des variables explicatives  $x_1, \dots, x_m$ , la représentation des phénomènes est dite *stochastique*<sup>1</sup> ou *déterministe*.
- Si les paramètres  $a_1, \dots, a_n$  varient dans l'espace, les modèles sont dits *distribués* (ou au contraire *globaux*) et supposent implicitement l'existence d'une maille élémentaire au sein de laquelle les phénomènes étudiés sont homogènes.

Les problèmes de calcul ont initialement motivé, dès le 19<sup>ème</sup> siècle, le développement de modèles conceptuels ou empiriques. Les progrès récents dans les possibilités de calcul numérique ont permis un important développement des modèles mécanistes (Todini, 1988).

**À l'échelle d'un bassin versant**, il semble qu'on privilégie aujourd'hui une modélisation hydrologique à la fois fonctionnelle<sup>2</sup>, distribuée, et à paramétrisation stochastique (Aboujaoudé, 1991; Ambroise, 1991). Ces modèles, dits *à base physique*, éviteraient les insuffisances des approches conceptuelles, dont les lois imprécises sont utilisatrices de nombreux paramètres interdépendants sans sens physique et dont la mesure est difficile. Cette démarche idéale ne bénéficiera de ses avantages de principe que quand seront résolus les problèmes qu'elle soulève (Beven, 1989) :

- Les équations qu'elle utilise sont issues de la physique locale des systèmes homogènes.

1. qualifie des phénomènes dus au hasard et à propos desquels on ne peut formuler que des probabilités.

2. basée sur la connaissance des processus réels.

Leur utilisation doit être justifiée, ainsi que leur application à l'échelle de la maille élémentaire.

- Une telle modélisation nécessite la valeur effective des paramètres au sein de chacune des mailles. Or, aucune définition d'un paramètre effectif ne permet de reproduire une réponse due à un motif spatial de ce même paramètre (Beven, 1989; Aboujaoudé, 1991).
- Les paramètres ont deux échelles différentes. Celle de leur définition est la maille, alors que celle de leur mesure est toujours plus restreinte. Cet écart compromet à la fois leur sens physique et leur accessibilité métrologique.
- Il est difficile de choisir une discrétisation (les mailles), car elle suppose la connaissance de l'hétérogénéité spatiale du milieu étudié, et d'y formaliser les couplages de flux.

On peut finalement considérer les modèles à base physique comme des approches conceptuelles. Il leur manque une validation des lois utilisées à l'échelle de la maille, ainsi qu'une théorie du changement d'échelle pour les intégrations intra- et inter-mailles. La réponse à ces questions peut justifier dans l'avenir le bien-fondé théorique et pratique de cette approche.

À l'échelle locale, à laquelle se limite ce travail, la compréhension et la quantification des flux a surtout motivé des approches à base physique, de nature à la fois empirique et mécaniste. Les travaux classiques de modélisation de la génèse du ruissellement utilisent les connaissances des processus de flux d'eau à la surface du sol. Ils s'appuient sur le couplage de deux grandes familles de lois :

- Les lois de type Saint Venant (1871) pour le ruissellement.
- Les lois de type Richards (1931) pour l'infiltration.

Nous proposons un aperçu plus approfondi de ces grandes lois et de leur couplage dans les paragraphes suivants.

### 3.2.2 Modèles de ruissellement

Les modèles physiques de ruissellement au sens large découlent tous de la mécanique des fluides. Mais cette base théorique ne doit pas occulter les systèmes importants d'hypothèses utilisés, dont les restrictions implicites sont rarement détaillées dans la littérature. Aussi, dans cette revue nous expliciterons succinctement les étapes et les hypothèses adoptées par les différents auteurs pour établir et/ou utiliser chacune de ces lois.

#### Équations de Navier-Stokes

Aux échelles appropriées, les variables d'état d'un fluide peuvent être considérées comme continues. Dans ce cadre, la mécanique des fluides fournit la description mathématique du

mouvement d'un fluide visqueux. Ses équations *dynamiques* fondamentales, dites de Navier-Stokes, découlent de la mécanique Newtonienne appliquée à un fluide. Sous leur forme vectorielle la plus générale, elles expriment la conservation de la quantité de mouvement par (Landau et Lifchitz, 1971) :

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v \right] = -\nabla p + \eta \nabla^2 v + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot v) + \mathcal{F} \quad (3.5)$$

$v$ ,  $p$  et  $\rho$  désignent respectivement la vitesse, la pression et la masse volumique du fluide.  $\eta$  et  $\zeta$  sont les viscosités de premier et deuxième type, issues des lois phénoménologiques de frottement interne dans les fluides.  $\mathcal{F}$  désigne la résultante des forces extérieures appliquées à un élément de fluide de volume unité (pesanteur  $\rho g$ , friction...).

L'équation de conservation de la matière, dite de *continuité*, doit en général tenir compte du bilan des apports de fluide non liés à l'écoulement (pluie, infiltration, évaporation...). Par la suite, nous noterons  $\rho e$  la densité de flux de ce terme d'échange (appelé aussi terme «source-puits»).

Dans le volume d'espace  $\Omega$  de surface  $\Sigma$ , la masse sortante de fluide par unité de temps est (Fig.3.1) :

$$\oint_{\Sigma} \rho v d\Sigma - \int_{\Sigma} \rho e d\Sigma \quad (3.6)$$

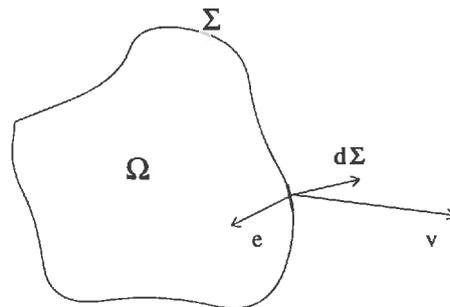


Figure 3.1 – Schéma d'écriture du principe de conservation de la matière sur un volume  $\Omega$  de fluide de vitesse  $v$  ayant un échange de matière  $e$  au niveau de sa surface  $\Sigma$ .

La vitesse de diminution interne de la masse de fluide dans  $\Omega$  est :

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega \quad (3.7)$$

Le principe de conservation de la matière implique l'égalité de ces deux termes. Soit :

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega = \oint_{\Sigma} \rho v d\Sigma - \int_{\Sigma} \rho e d\Sigma \quad (3.8)$$

Puis<sup>3</sup>,

3. Théorème de Green-Ostrogradsky: pour une fonction vectorielle  $f$  continue,  $\oint_{\Sigma} f d\Sigma = \int_{\Omega} \nabla \cdot f d\Omega$  (Landau et Lifchitz, 1971).

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot \rho v \, d\Omega - \int_{\Sigma} \rho e \, d\Sigma \quad (3.9)$$

L'équation de continuité sous sa forme générale est donc :

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho v \right) d\Omega = \int_{\Sigma} \rho e \, d\Sigma \quad (3.10)$$

Pour un fluide incompressible tel que l'eau dans un système fermé ( $e = 0$ ), (3.10) se réduit à  $\nabla \cdot v = 0$ , et l'équation (3.5) devient donc :

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v \right] = -\nabla p + \eta \nabla^2 v + \mathcal{F} \quad (3.11)$$

Dans certains cas stationnaires ( $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ ) et pour des géométries solides simples, l'équation de Navier-Stokes dans la limite incompressible (3.11) possède des solutions analytiques. Mais les surfaces naturelles ont des géométries complexes à toutes les échelles (Burrough, 1983a). L'application généralisée des équations de Navier-Stokes à des écoulements fluides sur des surfaces rugueuses soulève un sérieux problème de conditions aux limites :

- Le fluide est soumis à des forces de résistance à l'écoulement. Ces forces de «friction» sont liées à l'existence d'aspérités au niveau de l'interface liquide-solide. Leur expression analytique doit être connue et être intégrée, à travers le terme  $\mathcal{F}$ , dans l'équation (3.11).
- La géométrie de l'interface solide doit être connue et prise en compte dans la résolution des équations (3.11)

### Lois de friction

Le traitement théorique des forces de friction aux interfaces solides est particulièrement complexe dans le cas de fluides denses (Bosquet, 1993). Cependant, ce problème a très tôt bénéficié d'approches essentiellement expérimentales (Maheshwari, 1992). Toutes les équations de friction proposées dans la littérature relient la vitesse macroscopique  $\bar{v}$  et le rayon hydraulique<sup>4</sup>  $\mathcal{R}$  de l'écoulement. Elles expriment la vitesse macroscopique  $\bar{v}$  en régime permanent sous la forme :

$$\bar{v} = \alpha \mathcal{R}^{\beta} \quad (3.12)$$

Les forces de résistance à l'écoulement sont ainsi quantifiées de façon synthétique par les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ , appelés aussi *coefficients de rugosité hydraulique*. Il existe une grande diversité d'équations et de coefficients de friction. Une revue des différentes approches peut être trouvée chez Engman (1986) et Maheshwari (1992). Les expressions empiriques les plus employées sont celles introduites par Chézy (1768) (cité par Chow, 1959), Darcy-Weisbach (1845) (cité par Henderson, 1966) et Manning (1889).

4. Pour une section donnée, le rayon hydraulique  $\mathcal{R}$  d'un écoulement est défini comme le rapport entre la surface  $S$  et le périmètre  $\mathcal{L}$  mouillés.

La loi de Chèzy se retrouve mathématiquement en supposant que la force de friction  $\mathcal{F}_f$  est proportionnelle au carré de la vitesse moyenne de l'écoulement  $\bar{v}^2$  :

$$\mathcal{F}_f = -k \bar{v}^2 \quad (3.13)$$

et qu'en régime permanent, cette force équilibre la composante effective de la force de gravité (Maheshwari, 1992). Soit, si  $S_f$  désigne la pente de la ligne d'énergie en régime permanent, et si  $\mathcal{F}_f$  est exprimé par unité de surface de berge :

$$\mathcal{F}_f \mathcal{L} = -\rho g S S_f \quad (3.14)$$

$S_f$ , aussi appelée «pente de frottement», représente le gradient de la ligne d'énergie nécessaire pour vaincre la résistance en écoulement stationnaire (Cunge, 1991).

La combinaison des relations (3.13) et (3.14) donne donc la loi de Chèzy :

$$\bar{v} = C S_f^{1/2} \mathcal{R}^{1/2} \quad (3.15)$$

$C$  est le coefficient de Chèzy. La loi de Darcy-Weisbach et le coefficient  $f$  du même nom résultent de l'écriture de l'équation (3.15) sous la forme :

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8g}{f}} S_f^{1/2} \mathcal{R}^{1/2} \quad (3.16)$$

La loi empirique de Manning exprime la relation  $\bar{v}(\mathcal{R})$  sous une forme puissance plus générale (Manning, 1889) :

$$\bar{v} = \frac{1}{n} S_f^{1/2} \mathcal{R}^m \quad (3.17)$$

$n$  est le coefficient de résistance de Manning.  $m$  est un exposant empirique dont la valeur préconisée par l'auteur est de  $2/3$  en régime turbulent, et supérieure en régime laminaire (en canal ouvert).

Ces trois lois traduisent que, pour un fluide donné, les facteurs déterminants des forces de friction sont essentiellement le type de surface ( $C, f, n$ ), la pente d'énergie ( $S_f$ ) et le régime de l'écoulement ( $m$ ). Il est important de souligner que les coefficients de rugosité hydraulique et le rayon hydraulique  $\mathcal{R}$  n'ont aucune raison d'être constants pour tout le milieu d'écoulement (Manning, 1889).

La paramétrisation de ces 3 lois, particulièrement celle de Manning (3.17), est très documentée dans la littérature pour les écoulements turbulents et profonds en canal. De nombreuses tables fournissent les valeurs expérimentales de  $n$  pour des surfaces types. Les valeurs effectives proposées prennent non seulement en compte l'influence de la rugosité du sol mais aussi la résistance imposée par les pluies (turbulence à l'impact des gouttes), les variations locales des vitesses, la présence d'un couvert végétal (culture ou résidus), le détachement et le transport de particules de sol... (Foster *et al.*, 1968; Phelps, 1970; Engman, 1986).

Toutefois, à ce jour, ni le sens physique des coefficients de rugosité hydraulique, ni le domaine de validité des lois empiriques de friction n'ont été clairement établis. Il est difficile de relier les indices  $n$  et  $m$  respectivement à la rugosité aléatoire du sol et au nombre de Reynolds de l'écoulement (Gilley et Finkner, 1991; Maheshwari, 1992). Certains auteurs suggèrent un domaine de validité pour des nombres de Reynolds entre 9300 et 7500 et pour une rugosité relative<sup>5</sup> supérieure à 30 (Phelps, 1970; Maheshwari, 1992).

De plus, les écoulements d'eau sur les surfaces cultivées s'écartent notablement des conditions dans lesquelles sont estimés les paramètres des lois de friction : les écoulements sont en général de faible profondeur, de faible vitesse et non canalisés (diffus) et leur régime n'est pas turbulent. Dans ce domaine, beaucoup moins documenté, la rugosité du sol a notamment un rôle accru (Maheshwari, 1992). Le calibrage des lois empiriques dans les conditions du flux étudiées, bien que souhaitable, n'est pas systématiquement envisagé (Aboujaoudé, 1991).

### Équations de Saint Venant (1871)

Le système complet dit de Barré de Saint-Venant est un modèle mathématique de référence pour les écoulements à surface libre en régime transitoire. Ses équations sont à l'origine de quasiment tous les modèles mécanistes de ruissellement actuels (ondes cinématiques, ondes diffusives, ...). Elles dérivent des équations de Navier-Stokes (3.5) en supposant (Cunge, 1991) :

(H1) L'écoulement est unidimensionnel, le long d'un axe  $x$  dont la pente est  $S_0$ .

(H2) Les accélérations verticales et transversales sont négligées :

$$\nabla^2 v = 0 \quad (3.18)$$

Par suite, la répartition des pressions au sein du fluide est hydrostatique et se traduit, si  $h$  désigne le tirant d'eau en un point, par :

$$\nabla p = \rho g \nabla h \quad (3.19)$$

(H3) Le fluide est incompressible dans les domaines de pression de l'écoulement.

$$\nabla \rho = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.20)$$

(H4) Les forces de frottement  $\mathcal{F}_f$  sur les parois peuvent être représentées globalement par les formules de friction du même type que celles qui sont en écoulement permanent.

(H5) L'écoulement a un tirant d'eau  $\bar{h}$  très inférieur aux dimensions des berges  $L$  :

$$\mathcal{R} = \frac{S}{\mathcal{L}} = \frac{hL}{2h - L} \simeq \bar{h} \quad (3.21)$$

<sup>5</sup> La rugosité relative est définie comme le rapport entre la hauteur d'eau de l'écoulement et l'écart-type des hauteurs du microrelief du sol.

(H6) Les vitesse  $\bar{v}$  et hauteur  $\bar{h}$  macroscopiques sont représentatives de l'écoulement. Elles vérifient donc toutes les équations issues de (3.5).

(H7) La pente longitudinale du chenal est faible. L'angle  $\varphi$  entre le thalweg et l'horizontale vérifie alors :

$$\sin \varphi \simeq \tan \varphi = S_0 \quad (3.22)$$

$$\cos \varphi \simeq 1 \quad (3.23)$$

• L'équation *dynamique* (3.5) et (H2) impliquent :

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v \right] = -\rho g \nabla h + \rho g + \mathcal{F}_f \quad (3.24)$$

De (H1), (H4), (H5), et (H6), l'équation (3.24) projetée sur l'axe  $x$  s'exprime alors :

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right] = -\rho g \cos \varphi \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} + \rho g (\sin \varphi - S_f) \quad (3.25)$$

(H7) implique alors :

$$\frac{1}{g} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\bar{v}}{g} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} = (S_0 - S_f) \quad (3.26)$$

Dans cette équation dynamique, les trois termes adimensionnels de gauche correspondent respectivement à des accélérations locale, convective et à un gradient de pression (Richardson et Julien, 1994).

• On peut faire intervenir le tirant d'eau  $\bar{h}$  dans l'équation de continuité générale (3.8),

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho (\bar{h} d\Sigma) = \oint_{\Sigma} \rho v (\bar{h} dx) - \int_{\Sigma} \rho e d\Sigma \quad (3.27)$$

Alors,

$$\int_{\Omega} \left( \frac{\partial \rho \bar{h}}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{h} \bar{v}}{\partial x} \right) d\Sigma = \int_{\Sigma} \rho e d\Sigma \quad (3.28)$$

Et de (H3), on tire enfin :

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \bar{h} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} = e \quad (3.29)$$

Les équations (3.26) et (3.29) constituent le système complet des équations de Saint Venant, dans lequel les variables  $e$  et  $h$  suffisent à décrire l'état du fluide dans une section de l'écoulement.

Leur résolution (non explicite) soulève en général des difficultés numériques, mais est couramment développée pour les écoulements en canaux et en réseaux (rivières) (Desbordes, 1984; Beven, 1989; Aboujaoudé, 1991). Leur application dans le cas du ruissellement soulève des problèmes de conditions aux limites plus difficiles (Woolhiser et Liggett, 1967), qui ont motivé des simplifications de l'équation dynamique.

### Approximations

La filiation de l'approche de Saint-Venant exploite des équations dynamiques simplifiées dont la résolution est beaucoup plus réalisable. Les différentes versions reposent sur l'importance relative accordée aux termes de l'équation dynamique (3.26). Pour une meilleure généralisation, les argumentations classiques écrivent le système de Saint Venant sous forme adimensionnelles (Woolhiser et Liggett, 1967; Vieira, 1983; Richardson et Julien, 1994).

En utilisant la loi de Manning (3.17) et les variables de l'écoulement associées au régime permanent (vitesse  $v_0$ , tirant  $h_0$ , longueur  $L_0$ ), la normalisation  $V = \bar{v}/v_0$ ,  $H = \bar{h}/h_0$ ,  $X = x/L_0$ ,  $T = v_0 t/L_0$  et  $E = e/e_0 = eL_0/h_0v_0 = 1$ , permet d'écrire le système de Saint-Venant sous la forme :

$$\frac{\partial V}{\partial T} + V \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{Fr^2} \frac{\partial H}{\partial X} = k \left( 1 - \frac{V^2}{H^{2\beta}} \right) \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial H}{\partial T} + H \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial H}{\partial X} = 1 \quad (3.31)$$

Les termes  $Fr$  et  $k$ , appelés respectivement nombres de Froude et cinématique, sont définis par :

$$Fr = \frac{V_0}{\sqrt{gH_0}} \quad (3.32)$$

$$k = \frac{S_0 L_0}{H_0 Fr^2} \quad (3.33)$$

Cette formulation permet une typologie des écoulements. Pour certaines régions du plan ( $k$ ,  $Fr$ ), l'équation dynamique (3.30) se simplifie. et, par substitution dans l'équation de continuité (3.31), donne l'équation de l'écoulement (Vieira, 1983; Richardson et Julien, 1994):

1. Si  $k \gg 1$ , on utilise l'approximation des *ondes diffusives*.

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial H^{\beta+1} \left[ 1 - \frac{1}{Fr^2 k} \frac{\partial H}{\partial X} \right]}{\partial X} = 1 \quad (3.34)$$

Ce modèle a notamment été utilisé pour modéliser le ruissellement sur de fortes pentes par Govindaraju (1988).

2. Si  $k \gg 1$  et  $Fr^2 k \gg 1$ , un cas particulier des ondes diffusives est l'approximation des *ondes cinématiques*:

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial H^{\beta+1}}{\partial X} = 1 \quad (3.35)$$

Cette équation ne repose finalement que sur la loi de friction empirique et le principe de conservation. De manière plus générale, si on suppose une relation fonctionnelle entre les dérivées temporelle, spatiale d'une propriété, on peut décrire l'évolution de cette propriété par une équation de ce type (Lighthill et Whitam, 1955).

3. Si  $k \ll 1$ , on utilise l'approximation des *ondes gravitaires*.

$$\frac{\partial V}{\partial T} + V \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{1}{Fr^2} \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \quad (3.36)$$

4. Si  $k \ll 1$  et  $Fr^2 \ll 1$ , l'approximation du *gradient de profondeur nul* s'écrit :

$$\frac{\partial H}{\partial X} = 0 \quad (3.37)$$

Ces régions extrêmes introduites utilisent des nombres  $Fr$  et  $k$  supposés constants pendant toute la durée de l'écoulement. Leurs frontières sont difficiles à déterminer car elles dépendent des conditions initiales et aux limites choisies. En outre, la précision des approximations ne peut être évaluée que si la résolution du système complet peut aboutir. Pour ces raisons, le domaine de validité de ces approximations n'a été étudié que dans un nombre limité de situations (Vieira, 1983).

Depuis son introduction en hydrologie (Lighthill et Whitam, 1955; Woolhiser et Liggett, 1967), l'approche des ondes cinématiques a dominé la modélisation du ruissellement et a été utilisée dans une grande diversité de situations. Elle est adaptée aux écoulements en réseau où la pente et la friction dominent l'écoulement. Dans les modèles distribués, les ondes cinématiques sont pour cela fréquemment utilisées pour la propagation des écoulements bien amorcés dans les mailles.

### Conclusion partielle

L'émergence des modèles mécanistes de ruissellement a été dominée par des problèmes numériques. Tout d'abord, l'utilisation de lois empiriques de friction a considérablement simplifié la prise en compte de la géométrie de l'interface solide et des forces dont elle est le siège. Ces lois constituent le noyau du système Saint Venant. Ensuite, l'inapplicabilité fréquente de ces équations complètes a motivé 4 grands types d'approximations.

Les hypothèses posées limitent ces avancées théoriques à la description mathématique des écoulements en canaux et réseaux.

En assimilant la surface du sol à des portions planes dont la résistance globale à l'écoulement est connue, le cas limite d'une lame d'eau diffuse (détention superficielle, genèse du ruissellement) est fondamentalement omis dans ces études hydrologiques. L'application de ces outils à l'échelle du mètre carré relèverait d'une démarche conceptuelle. Ces écoulements 3D diffus de faible rugosité relative nécessitent une approche plus appropriée.

Pour les écoulements plus conséquents, les lois empiriques de friction constituent le point faible des modèles à base physique. Leur utilisation, centrale pour la prise en compte des conditions aux limites de l'écoulement, doit s'appuyer sur une validité et des sens physiques qui sont encore à établir.

### 3.2.3 Modèles d'infiltration

#### Théorie de l'écoulement potentiel

La configuration d'un matériau poreux comme le sol est trop complexe et non spécifiable en termes quantitatifs pour permettre le calcul du régime d'infiltration par application des lois de Navier-Stokes (Childs, 1969).

La loi empirique de Darcy (1856) surmonte cette impasse théorique dans le cas d'une colonne de sable homogène saturé en eau. Par analogie avec les lois de transfert classiques (Fourier, 1822; Ohm, 1827), l'eau du sol est conçue comme un système dans un champ de potentiel hydrostatique  $H$ . La densité de flux d'infiltration  $i$  s'exprime alors par :

$$i = -K\nabla H \quad (3.38)$$

Cette loi exprime que l'écoulement résulte de l'action d'une force motrice constituée par le gradient de potentiel de l'eau hydrostatique du sol ( $\nabla H$ ). L'efficacité de cette force est proportionnelle à la capacité du sol à conduire l'eau, ou conductivité hydraulique ( $K$ ).

Dans un sol non-saturé, d'autres forces sont à l'origine des mouvements d'eau dans le sol (capillarité, adsorption, osmose...). Le potentiel de l'eau du sol (noté  $\psi$ ) peut se généraliser comme étant la somme des potentiels associés à chacune de ces forces. Sur cette base, Richards (1931) a proposé l'extension empirique suivante à la loi de Darcy :

$$i = -K(\psi)\nabla\psi \quad (3.39)$$

en montrant la proportionnalité entre  $i$  et  $\nabla\psi$ , qui définit la conductivité hydraulique  $K(\psi)$  en milieu non-saturé. Le potentiel  $\psi$  est une fonction croissante de l'humidité volumique  $\theta$  (Hillel, 1974). Cette relation est cependant affectée par l'hystérèse des processus dans les sols (Nielsen *et al.*, 1986).

Ces approches sont dites mécanistes car on a pu montrer qu'elles sont la conséquence macroscopique des lois de Navier-Stokes dans un milieu poreux homogène (Childs, 1969). Leur domaine d'application sont les écoulements laminaires, qui, dans les sols, correspondent à un nombre de Reynolds inférieur à l'unité (Hillel, 1974). En effet, d'une part la dissipation d'énergie par turbulence affecte la linéarité des relations (3.38) et (3.39). D'autre part, les écoulements rapides compromettent l'hypothèse implicite d'équilibre local constant entre les potentiels  $\psi$  et la teneur en eau  $\theta$  (Germann, 1990).

Combinée à l'équation de conservation de la matière

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = -\nabla \cdot i \quad (3.40)$$

la loi de Richards (3.39) conduit à l'équation d'infiltration, dont la forme différentielle est non linéaire :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot (K(\theta) \cdot \nabla \psi(\theta)) \quad (3.41)$$

Philip (1957) a résolu analytiquement l'équation d'infiltration monodimensionnelle dans un sol homogène, initialement à une humidité constante, et soumis à un apport d'eau à sa surface. La solution  $i(t)$  en surface est approchée par les premiers termes d'un développement en série.

En infiltration verticale :

$$i(t) = s_0 t^{-1/2} + K_f \quad (3.42)$$

En infiltration horizontale :

$$i(t) = s_0 t^{-1/2} \quad (3.43)$$

où  $s_0$  et  $K_f$  sont la «sorptivité» et la conductivité finale du sol. Cette loi simplifiée est en accord avec l'expérience. Elle montre que le moteur de l'infiltration est d'abord la succion (isotrope), puis ensuite la gravité (verticale) aux temps longs.

Dans le cas plus général où le sol peut être découpé en sous-unités homogènes dont les propriétés hydrauliques ( $\psi_i$ ,  $K_i(\theta)$ ) sont connues, la résolution de l'équation d'infiltration fait largement appel aux différentes méthodes numériques de résolution des équations différentielles.

### Théorie des ondes cinématiques

Les sols hétérogènes sont le siège d'écoulements préférentiels (pores, fissures...) qui ne satisfont pas les hypothèses de Richards. Leur étude théorique a essentiellement bénéficié de l'approche alternative des ondes cinématiques (Beven et Germann, 1981).

Pour des macropores isolés et de géométrie simple, la mécanique des fluides permet d'établir des relations sous forme puissance entre l'infiltrabilité des macropores ( $i_{ma}$ ) et leur humidité volumique ( $\theta_{ma}$ ). Sur des bases expérimentales, une relation semblable peut être proposée à l'échelle d'un réseau de macropores de géométries différentes (Beven et Germann, 1981; Germann et Beven, 1981):

$$i_{ma} = b \theta_{ma}^a \quad (3.44)$$

En multipliant l'équation (3.40) par  $c = \frac{\partial i_{ma}}{\partial \theta_{ma}}$ , on obtient l'équation de l'écoulement :

$$\frac{\partial i_{ma}}{\partial t} + c \nabla i_{ma} = 0 \quad (3.45)$$

Le traitement monodimensionnel de l'infiltration d'un pulse carré d'eau dans un milieu à macropores montre l'efficacité numérique de cet outil. A la lumière des solutions analytiques trouvées, le facteur  $c$  s'interprète comme la célérité du front d'humectation,  $b$  est une conductivité cinématique et  $a$  caractérise le milieu de transfert (Germann, 1985).

Ce modèle a notamment été testé sur une colonne de sol artificiel agrégé par Di Pietro et Lafolie (1991). Il reconstitue d'autant mieux les hydrographes que l'apport d'eau est ponctuel et intense. Mais ses paramètres  $a$  et  $b$  dépendent en fait des conditions initiales de l'écoulement (type de pulse).

Même si ce modèle contribue à la description des écoulements brefs dans la macroporosité du sol, il reste difficile à appliquer à cause du problème de la validité de la loi  $i_{ma}(\theta_{ma})$  (changement d'échelle) et du sens physique de ses paramètres.

### Conclusion partielle

Comme le souligne Nielsen (1986), la zone non-saturée du sol recèle encore de nombreuses énigmes de fonctionnement. La dualité des approches théoriques de l'infiltration soulignent l'opposition entre les écoulements statiques (par succion dans les micropores) et dynamiques (par gravité dans les macropores). Dans le cas de milieux à double porosité (micro et macro-porosités), une approche unifiée peut consister à formuler un modèle d'infiltration à deux compartiments couplant les approches darciennes et des ondes cinématiques (Beven et Germann, 1981).

#### 3.2.4 Couplages

Les modèles mécanistes des différents processus hydrologiques sont aujourd'hui largement disponibles. Leurs équations permettent la modélisation indépendante de chacun des flux à la surface du sol. Mais ces phénomènes sont en réalité interdépendants au niveau de l'interface du sol. Leur modélisation simultanée pose alors le problème numérique de la formalisation de leur *couplage*.

La modélisation mécaniste de phénomènes couplés repose sur l'utilisation d'équations indépendantes reliées par un élément de couplage. Selon sa nature, on distingue classiquement les couplages de type interne et externe (Freeze, 1972):

- Lorsque la solution d'un système devient l'entrée d'un autre système sans aucune contrainte de conditions aux limites, le couplage est externe. Ce type d'approche utilise en général un terme source-puits dans l'équation de conservation de la matière à l'interface des deux systèmes ;
- Le couplage interne se produit lorsque les deux systèmes doivent satisfaire les mêmes conditions aux limites. Seule cette approche permet une véritable résolution simultanée des deux systèmes, dont les conditions aux limites sont interdépendantes.

Les difficultés numériques liées au couplage infiltration-ruissellement a essentiellement motivé un couplage externe des phénomènes, par ailleurs exprimés par des lois approchées: ondes cinématiques et infiltrabilités constante (Foster *et al.*, 1968), de Philip (Cundy et Tonto, 1985), de Green et Ampt (Stone *et al.*, 1992) ou de Richards (Motha et Wigham, 1995). Le couplage interne nécessite d'autres hypothèses simplificatrices pour la résolu-

tion simultanée des équations des ondes cinématiques et de Richards (Smith et Woolhiser, 1971).

Dans les couplages externes, la détention superficielle est prise en compte sous la forme d'un seuil dans le terme source-puits (Aboujaoudé, 1991). A ce titre, le couplage infiltration-ruissellement est «doublement» externe.

Dans des situations typiquement d'interface comme la génèse du ruissellement, l'approche mécaniste, essentiellement externe, est limitée par les lois approchées et le couplage simplifié avec la détention superficielle utilisés.

### 3.3 Conclusion partielle

Dans la mesure où elle dépend à la fois de l'infiltration, de la détention superficielle, des pluies et du microrelief du sol, la génèse du ruissellement apparaît comme un phénomène typiquement d'interface. Les problèmes métrologiques et théoriques que soulève son étude ne sont pas complètement résolus à ce jour.

D'un point de vue expérimental, l'étude spatialisée des flux à la surface du sol soulève des difficultés méthodologiques importantes. D'une part, il manque une mesure effective et dynamique de la détention superficielle. D'autre part, aucune technique ne permet une mesure réaliste et distribuée de l'infiltration de surface.

D'un point de vue théorique, les modèles existants privilégient le devenir d'un écoulement conséquent au détriment de l'étude de sa génèse à l'échelle locale. Les modèles mécanistes existants sont limités par leur dimensionalité, la validité des approximations utilisées et la simplification externe des couplages utilisés, en particulier pour la détention superficielle. La modélisation du ruissellement diffus nécessite une approche couplée plus appropriée.

## II Modélisation

# Chapitre 4

## Principes des gaz sur réseau

Ce chapitre présente l'approche alternative des gaz sur réseau que nous utiliserons pour l'étude du ruissellement.

Les principes de ces automates sont d'abord rappelés. Leur application selon le principe de similitude est ensuite détaillé. Les possibilités de cette approche sont discutées et nous concluons enfin sur la démarche théorique de ce travail.

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Généralités</b>	<b>42</b>
<b>4.2</b>	<b>Bref historique</b>	<b>43</b>
<b>4.3</b>	<b>Description théorique</b>	<b>44</b>
4.3.1	Principes	44
4.3.2	Équations microdynamiques	45
4.3.3	Implémentation	45
4.3.4	Équations macrodynamiques	45
<b>4.4</b>	<b>Principe de similitude</b>	<b>47</b>
4.4.1	Définitions	47
4.4.2	Méthodes	47
4.4.3	Application aux modèles de gaz sur réseau	48
<b>4.5</b>	<b>Discussion</b>	<b>51</b>
4.5.1	Propriétés numériques	51
4.5.2	Domaine d'application	51
4.5.3	Hypothèses dans le cas diphasique	52
<b>4.6</b>	<b>Conclusion partielle</b>	<b>52</b>
4.6.1	Validité	52
4.6.2	Gaz sur réseau et ruissellement	52

---

« En observant la nature, nous remarquons que le comportement d'un fluide dépend très peu du caractère spécifique des particules qui le constituent. [...] Nous pouvons mettre à profit cette constatation pour inventer un type de particule imaginaire particulièrement simple à simuler par ordinateur. Cette particule serait une bille parfaite pouvant se déplacer avec une vitesse choisie parmi six possibilités. L'écoulement de ces particules, vu à suffisamment grande échelle, devrait être très semblable à celui d'un fluide naturel. »

Richard Feynman (1980)

## 4.1 Généralités

Les interfaces de géométrie complexe qui sont le siège de flux couplés font partie des problèmes physiques difficilement traitables par la mécanique des fluides (voir la synthèse bibliographique du chapitre précédent).

Les modèles dits de «gaz sur réseau» (*lattice gas*) proposent un nouveau traitement de ces systèmes complexes. Ils consistent à simuler un fluide par un ensemble de particules évoluant dans un espace discret (appelé «réseau») et à des temps discrets selon des règles de transition microscopiques simples.

Le formalisme booléen est adapté à la description théorique du fluide ainsi simulé. Il conduit aux équations *microdynamiques* d'évolution du système, dont l'intégration, sous certaines hypothèses, aboutit aux équations macroscopiques de Navier-Stokes. Les modèles de gaz sur réseau peuvent donc décrire le comportement macroscopique des fluides réels.

Ces outils de simulation sont des *automates cellulaires*<sup>1</sup> dont les cellules sont les nœuds du réseau (ou sites), et dont les règles de transition sont les lois microscopiques d'évolution des particules. Leurs algorithmes peuvent aujourd'hui être mis en oeuvre avantageusement sur des machines puissantes et parallèles.

---

1. En intelligence artificielle, on nomme automate tout système évoluant selon des règles dépendant de son état. L'automate est *fini* s'il possède un nombre fini d'états possibles. Il est *déterministe* si ses règles d'évolution, dites de *transition*, sont uniques pour chacun des états possibles. Enfin, il est dit *cellulaire* s'il est constitué de composantes identiques, appelées alors cellules.

## 4.2 Bref historique

Les modèles discrets constituent une branche de la Physique Statistique qui se propose d'expliquer les propriétés macroscopiques des fluides à partir d'une analyse statistique des mouvements des particules qui le constituent. Bien que leurs bases aient été formulées au siècle dernier, leur aboutissement n'est que très récent.

Le principe de cette démarche fut introduit par Maxwell et Boltzmann (1872) dans leur théorie cinétique des gaz. Cette représentation microscopique d'un gaz parfait par un ensemble fini de molécules indiscernables et indépendantes, dont les coordonnées et les vitesses sont continues, a notamment permis une nouvelle interprétation de grandeurs macroscopiques telles que les température, pression, entropie, capacités calorifiques...

Cependant, ce formalisme mathématique aboutit à des équations macroscopiques d'état et de transport très difficiles à expliciter. Dans ce sens, la poursuite de cette démarche a été rendue possible grâce à un principe de simplification considérable : la discrétisation.

La discrétisation des vitesses des particules est au centre de la théorie cinétique discrète des gaz (Broadwell, 1964; Gatignol, 1975), dont la formulation a notamment permis d'étudier la dynamique des gaz raréfiés.

Le premier modèle de gaz sur réseau (HPP) résulte de la discrétisation complète de l'espace, des vitesses et du temps (Hardy *et al.*, 1973). Les particules du fluide ont des masses et vitesses unitaires et se déplacent aux noeuds d'un réseau bidimensionnel carré. A chaque pas de temps, elles effectuent un déplacement unitaire le long des liens du réseau selon la direction de leur vecteur vitesse et les règles de collision respectent la conservation de la quantité de mouvement.

Les propriétés d'isotropie d'un modèle analogue (FHP) sur un réseau triangulaire permettent de montrer que l'automate satisfait macroscopiquement aux équations de Navier-Stokes en deux dimensions (Frisch *et al.*, 1986).

L'essor que connaît cette approche depuis lors montre son application à une grande diversité de problématiques :

- Les conditions d'isotropie nécessaires à la construction d'un modèle 3D sont satisfaites par l'utilisation d'un réseau à 4 dimensions projeté dans un espace à 3 dimensions (HCFC) (D'Humières et Lallemand, 1986). De la même façon, le fluide tridimensionnel simulé satisfait aux équations de Navier-Stokes dans la limite incompressible (Frisch *et al.*, 1987).
- L'introduction de règles d'interactions attractives à distance entre les particules conduit à la formation d'une phase légère (le «gaz») et d'une phase dense (le «liquide») au sein du fluide simulé (Appert et Zaleski, 1990; Appert *et al.*, 1994). Les modèles 2D et 3D à interactions restituent des comportements thermodynamiques réalistes pour ces deux phases et leur interface (Appert et Zaleski, 1993; Pot, 1994).
- En transmettant aux particules une quantité de mouvement qui modifie la direction de leur vecteur vitesse, il est possible de soumettre le fluide simulé à un ou plusieurs champs de force tels que la pesanteur.

- Une phase solide peut être définie sur le réseau par des sites faisant obstacle aux transferts et interagissant avec les particules de fluide selon des règles de collision-interaction fluide-solide spécifiques (Melayah, 1990). Cette démarche permet d'envisager le traitement des problèmes de transfert dans les milieux poreux complexes.
- L'introduction des différentes espèces de particules et de règles de collision-interaction appropriées permet de simuler de nombreux phénomènes tels que la diffusion, les comportements simultanés de fluides non-miscibles et/ou encore réactifs (Boon *et al.*, 1993; Gutfraind et Ippolito, 1995).

## 4.3 Description théorique

### 4.3.1 Principes

Les modèles de gaz sur réseau sont définis par les principes généraux suivants :

- L'espace fini est discrétisé en un réseau régulier  $\mathcal{L}$ , dont les *noeuds*, ou *sites*, sont reliés à leurs voisins par des *liens*. Une *cellule* est constituée par un site et l'ensemble de ses liens.
- Les particules d'une même espèce ont la même masse et sont indistinguables. Leur vecteur vitesse discret, de norme constante, a la direction des liens du réseau (certaines modèles autorisent aussi le cas de particules de vitesse nulle). De plus, des particules d'une même espèce ayant des vecteurs vitesses identiques ne peuvent pas coexister en un même site (principe d'exclusion).
- Les particules évoluent à chaque pas de temps par des étapes d'évolution qui, en conservant la masse et la quantité de mouvement, constituent une sorte de dynamique moléculaire simplifiée. Les particules se propagent d'abord dans la direction de leur vecteur vitesse vers leur site voisin (elles restent immobiles si leur vitesse est nulle). L'étape de collision (élastique) redistribue ensuite l'ensemble des vitesses par échange de quantité de mouvement. Quand elle existe, la phase d'interaction introduit des forces attractives entre les particules, et formalise ainsi les forces de cohésion au sein des liquides et les forces de mouillages au voisinage des surfaces solides. Selon les versions des modèles, ces différentes règles de transition peuvent être à la fois déterministes et probabilistes.
- Les modèles de gaz sur réseau fonctionnent selon cet algorithme simple et itératif qui simule l'évolution d'un système dont on s'est fixé l'état initial.

Par convention, toutes les variables relatives à ces modèles sont exprimées avec des unités réseau arbitraires :

- Pour les modèles à une espèce, l'unité de masse  $um$  correspond à la masse d'une particule.
- La distance unitaire  $ul$  est la distance séparant deux sites consécutifs.
- L'unité de temps  $ut$  est le pas de temps séparant l'application des règles de transition.

### 4.3.2 Équations microdynamiques

Le vecteur vitesse d'une particule quelconque du réseau n'a qu'un nombre fini  $b$  de valeurs possibles que nous noterons  $\{c_i, i = 1 \dots, b\}$  (s'il n'existe pas de particules immobiles,  $b$  correspond au nombre de liens d'un site donné et les  $c_i$  sont ces liens).

À l'instant  $t$ , l'état d'une cellule, ou *configuration*, de coordonnées  $r$  peut être codé par la variable  $n(r, t)$  définie par :

$$n(r, t) = \{n_i(r, t), i = 1, \dots, b\} \quad (4.1)$$

où les  $n_i$  sont des variables Booléennes valant 1 si le site contient une particule de vitesse  $c_i$ , et valant 0 sinon.

Avec ce formalisme, les règles de transition des modèles de gaz sur réseau peuvent être décrites par des équations arithmétiques de mise à jour du champ booléen  $n(\cdot)$ . Sous forme compacte, ces équations dites *microdynamiques* font intervenir les opérateurs éventuellement probabilistes de propagation ( $\mathcal{S}$ ), interaction ( $\mathcal{I}$ ) et collision ( $\mathcal{C}$ ) (Frisch *et al.*, 1987) :

$$\forall t \in \mathbb{N}, \forall r \in \mathcal{L}, n(t+1, r) = (\mathcal{S} \circ \mathcal{I} \circ \mathcal{C}) n(t, r) \quad (4.2)$$

### 4.3.3 Implémentation

La construction informatique d'un tel automate utilise avantageusement le formalisme booléen avec lequel une vitesse est codée par un bit, et la configuration d'un site par un mot-machine de  $b$  bits<sup>2</sup>. Le codage de l'état du réseau par un tableau de ces mot-machines minimise ainsi la mémoire vive requise pour la mise en oeuvre de ces modèles.

La mise à jour itérative de ce tableau utilise un pointeur au niveau duquel sont appliquées les relations (4.2). Ces formes de parcours et de calcul sur les variables, par ailleurs hautement parallélisables, optimisent la vitesse de traitement des étapes d'évolution du système en utilisant les opérations logiques élémentaires les plus proches du langage machine. Ces structures et formes de calcul sont particulièrement adaptées à la programmation en langage C.

### 4.3.4 Équations macrodynamiques

Les *équations macrodynamiques* décrivent l'hydrodynamique macroscopique des modèles de gaz sur réseau. On peut les dériver des équations microdynamiques (4.2) en trois grandes étapes :

- Obtention des solutions correspondant à l'équilibre statistique du fluide simulé.

2. Un bit supplémentaire est nécessaire pour coder la nature fluide (0) ou solide (1) de chaque site. Il faut  $b$  bits pour coder l'état d'un site relativement à chaque espèce. Ainsi, de façon plus générale, l'algorithme à  $k$  espèces et une phase solide code l'état de chaque site par un mot-machine de  $(kb + 1)$  bits.

- Ecriture des relations de conservation en utilisant un développement limité des vitesses et densités locales au voisinage de la solution d'équilibre statistique.
- Prise en compte des propriétés d'isotropie des tenseurs introduits.

D'un point de vue probabiliste, la configuration du réseau  $s(\cdot)$  n'est finalement qu'une chaîne de Markov<sup>3</sup>. Si, dans l'ensemble  $\Omega$  des configurations possibles du réseau, on note  $A(s \rightarrow s')$  la probabilité de transition d'une configuration de réseau  $s(\cdot)$  à  $s'(\cdot)$ , l'écriture probabiliste de l'équation (4.2) est (Frisch *et al.*, 1987) :

$$\forall s'(\cdot) \in \Omega, \forall t \in \mathbb{N}, P(t+1, s'(\cdot)) = \sum_{s(\cdot) \in \Omega} \prod_{r \in \mathcal{C}} A(s(r) \rightarrow s'(r)) P(t, s(\cdot)) \quad (4.3)$$

Sous l'hypothèse d'indépendance des configurations des sites, les solutions d'équilibre statistique de l'équation (4.3) maximisent l'entropie du système  $S = \ln P$ , et sont donc de la forme (Hardy *et al.*, 1973) :

$$\forall s(\cdot) \in \Omega, P(s) = \prod_i N_i^{s_i} (1 - N_i)^{(1-s_i)} \quad (4.4)$$

On peut alors montrer que les  $N_i$  vérifiant (4.3) ont à l'équilibre une distribution de Fermi-Dirac :

$$N_i = \frac{1}{1 + \exp(h + q \cdot c_i)} \quad \text{avec } h \in \mathbb{R}, q \in \mathbb{R}^D \quad (4.5)$$

$D$  désigne la dimension du réseau (2 en 2D et 3 en 3D). Si les règles de transition utilisées conservent la masse et la quantité de mouvement et vérifient également l'isotropie des tenseurs d'ordre 4, on peut toujours en dériver les équations macrodynamiques suivantes :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot v &= 0 & (4.6) \\ \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \mathcal{G}(\rho_0) \rho_0 v \nabla v &= -c_s^2 \nabla \left( p' - p_0 \mathcal{G}(\rho_0) \frac{v^2}{c^2} \right) + \rho_0 \nu(\rho_0) \nabla^2 v & (4.7) \end{aligned}$$

où  $p_0$  et  $\rho_0$  sont les pression et densité à l'équilibre et  $c_s$ ,  $\nu$  et  $\mathcal{G}$  sont des fonctions de la densité d'équilibre. Les équations macrodynamiques des gaz sur réseau diffèrent seulement des équations de Navier-Stokes, dans la limite incompressible, par le terme  $\mathcal{G}$  en face du terme d'advection.

La forme générale des équations macrodynamiques ne dépend pas du détail des règles de transition utilisées. En revanche, leurs coefficients de transport ne possèdent pas cette universalité. Leur calcul explicite peut être réalisé dans le cadre de l'approximation de Boltzmann (Frisch *et al.*, 1987). Mais les modèles à interactions s'écartant de ces hypothèses de travail (non-indépendance, périodicité en 3D) (Somers et Rem, 1992), les coefficients de transport sont établis par simulations.

3. On appelle chaîne une suite de variables aléatoires  $X_1, \dots, X_n, \dots$  telles que la loi de probabilité de  $X_n$  dépende des épreuves précédentes. Une chaîne de Markov d'ordre 1 est une suite de telles variables dans laquelle la loi  $X_n$  dépend uniquement de  $X_{n-1}$ .

## 4.4 Principe de similitude

Les conditions pour que le modèle d'un phénomène reproduise tous les aspects du comportement du prototype qu'il représente sont connues sous le nom de *conditions de similitude* (Bear, 1972). Même si ces concepts ont d'abord concerné l'hydraulique (Reynolds, 1883), les problèmes de caractérisation et de relation des systèmes physiques bénéficient aujourd'hui d'une diversité de méthodes d'analyse complémentaires (Bear, 1972; Tillotson et Nielsen, 1984).

### 4.4.1 Définitions

Des systèmes physiques sont dits *semblables* s'ils peuvent être déduits les uns des autres par des changements d'échelle de chacune de leurs variables d'état (Landau et Lifchitz, 1971; Bear, 1972). Ces simples facteurs de conversion qui les relient alors sont appelés *facteurs d'échelle* (Tillotson et Nielsen, 1984).

La notion de similitude implique les similitudes *géométrique*, *cinématique* et *dynamique* : des systèmes sont dits *similaires géométriquement* si toutes leurs grandeurs géométriques homologues ont le même rapport. Les similitudes cinématique et dynamique concernent de la même façon les champs de vitesse et de force respectivement.

### 4.4.2 Méthodes

Dans le cadre de la mécanique des fluides, la simple écriture des équations hydrodynamiques sous forme adimensionnelle permet d'établir un certain nombre de résultats fondamentaux (Landau et Lifchitz, 1971).

En faisant intervenir quatre variables caractérisant le fluide - la vitesse  $v$ , le rapport de la pression à la densité  $p/\rho$ , les coordonnées  $r$  et la viscosité cinématique  $\nu$  - les équations de Navier-Stokes s'écrivent, pour un fluide incompressible<sup>4</sup> :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v = -\nabla \frac{p}{\rho} + \nu \nabla^2 v \quad (4.8)$$

En régime permanent, en exprimant les vitesses en unités  $u$  ( $v^* = v/u$ ) et les longueurs en unités  $l$  ( $r^* = r/l$ ) caractéristiques de l'écoulement, on obtient l'équation adimensionnelle :

$$(v^* \nabla^*) v^* = \frac{\nu}{ul} \nabla^{*2} v^* - \nabla^* \frac{p}{\rho u^2} \quad (4.9)$$

où  $\nabla^*$  est l'opérateur de différenciation spatiale dans le nouveau système de coordonnées. On définit le nombre de Reynolds adimensionnel  $Re$  par :

$$Re = \frac{u \cdot l}{\nu} \quad (4.10)$$

4.  $\nabla$  désigne l'opérateur de différenciation par rapport au système de coordonnées (gradient). Avec cette notation,  $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$  est le Laplacien (Landau et Lifchitz, 1971)

La résolution de l'équation (4.9) donnera donc des solutions de la forme :

$$\begin{aligned} v &= u F(r/l, Re) \\ p &= \rho u^2 G(r/l, Re) \end{aligned} \quad (4.11)$$

On peut introduire d'autres nombres adimensionnels pour caractériser des systèmes plus complexes où d'autres forces interviennent (nombre de Froude<sup>5</sup> en présence de gravité...) ou si le régime est transitoire (nombre de Strouhal<sup>6</sup>). Dans tous les cas, la forme des équations du type (4.11) montre qu'en hydrodynamique, des écoulements sont semblables si :

- Ils sont similaires géométriquement (terme  $r/l$ )
- Tous leurs nombres adimensionnels sont égaux (similitude cinématique avec le nombre de Reynolds, similitude dynamique avec les nombres de Froude... )

De manière plus générale, les nombres adimensionnels et les facteurs d'échelle peuvent être déterminés par des techniques reposant sur (Bear, 1972) :

1. Le *principe de Fourier* : Toute équation exprimant une relation physique entre quantités doit être dimensionnellement homogène.
2. Le *théorème de Buckingham* : Une relation entre  $N$  grandeurs peut toujours être transformée en une relation entre  $N - r$  produits adimensionnels de ces grandeurs (appelés termes  $\pi$ ), où  $r$  est le rang de la matrice de ces  $N$  grandeurs.

Les contraintes de similitude sont l'égalité de ces termes  $\pi$ . Leur détermination se fait par des algorithmes dépendant de la nature du problème :

- (a) L'*analyse dimensionnelle* s'applique aux systèmes dont on a identifié les variables.
- (b) L'*analyse inspectionnelle* est fondée sur l'écriture adimensionnelle des lois mathématiques décrivant le phénomène étudié.

#### 4.4.3 Application aux modèles de gaz sur réseau

On obtient les facteurs d'échelle des modèles 2D et 3D en identifiant leur équation macrodynamique, écrite en termes de variables physiques réelles, à l'équation de Navier-Stokes (Somers et Rem, 1992).

Dans la limite incompressible, l'équation macrodynamique qui décrit le comportement des gaz sur réseau est (Frisch *et al.*, 1987) :

$$\rho_{l_g} \frac{\partial v_{l_g}}{\partial t_{l_g}} + \mathcal{G} \rho_{l_g} v_{l_g} \nabla_{l_g} v_{l_g} = -\nabla_{l_g} p_{l_g} + \rho_{l_g} \nu_{l_g} \nabla_{l_g}^2 v_{l_g} \quad (4.12)$$

5.  $Fr = u^2/lg$

6.  $St = u\tau/l$ , où  $\tau$  est un temps caractéristique de l'écoulement.

L'indice  $lg$  indique que les variables utilisées sont relatives au gaz sur réseau (*lattice gas* en anglais).  $\mathcal{G}$  est un facteur qui dépend de la densité du fluide simulé et de la nature des règles de transition utilisées (Somers et Rem, 1992). Il doit être calculé par simulations car ses valeurs théoriques ne correspondent pas aux valeurs effectives (Somers et Rem, 1992) et aucune expression de  $\mathcal{G}$  n'existe à ce jour pour les modèles 2D et 3D à interaction (Frisch *et al.*, 1987). Des développements récents soulignent cependant que le modèle 3D à interactions minimales s'éloigne peu des hypothèses théoriques utilisées, pour lesquelles les auteurs montrent que  $\mathcal{G} \simeq 3$  (Appert *et al.*, 1994).

Ce facteur intervient dans l'expression du nombre de Reynolds des modèles de gaz sur réseau ( $Re_{lg}$ ). En effet, si on introduit, comme nous l'avons fait au paragraphe précédent, les longueur  $l_{lg}$  et vitesse  $u_{lg}$  caractéristiques de l'écoulement, l'écriture adimensionnelle de l'équation (4.12) montre que (Frisch *et al.*, 1987) :

$$Re_{lg} = \frac{\mathcal{G} u_{lg} l_{lg}}{\nu_{lg}} \quad (4.13)$$

En introduisant les facteurs d'échelle  $f$  entre les variables du réseau et celles du système réel :

$$\begin{aligned} l &= f_l l_{lg} \\ \nu &= f_\nu \nu_{lg} \\ t &= f_t t_{lg} \\ \rho &= f_\rho \rho_{lg} \\ v &= f_v v_{lg} \\ p - p_0 &= f_p p_{lg} \end{aligned} \quad (4.14)$$

l'équation (4.12) peut s'écrire en termes de variables réelles. En substituant les opérateurs de différenciation, on obtient d'abord :

$$\rho_{lg} \left( f_t \frac{\partial}{\partial t} \right) v_{lg} + \mathcal{G} \rho_{lg} v_{lg} (f_l \nabla) v_{lg} = - (f_l \nabla) p_{lg} + \rho_{lg} \nu_{lg} (f_l^2 \nabla^2) v_{lg} \quad (4.15)$$

La substitution des variables du réseau par celles du milieu réel donne ensuite :

$$\left( \frac{\rho}{f_\rho} \right) f_t \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{v}{f_v} \right) + \mathcal{G} \left( \frac{\rho v}{f_\rho f_\nu} \right) f_l \nabla \left( \frac{v}{f_v} \right) = - f_l \nabla \left( \frac{p - p_0}{f_p} \right) + \left( \frac{\rho \nu}{f_\rho f_\nu} \right) f_l^2 \nabla^2 \left( \frac{v}{f_v} \right) \quad (4.16)$$

soit finalement :

$$\left( \frac{f_t}{f_\nu f_\rho} \right) \rho \frac{\partial v}{\partial t} + \left( \mathcal{G} \frac{f_l}{f_\rho f_\nu^2} \right) \rho v \cdot \nabla v = - \left( \frac{f_l}{f_p} \right) \nabla p + \left( \frac{f_l^2}{f_\rho f_\nu f_\nu} \right) \nu \rho \nabla^2 v \quad (4.17)$$

Si, dans l'équation (4.17), les coefficients entre parenthèses sont tous égaux à une même constante arbitraire, l'équation (4.17) est l'équation de Navier-Stokes. Les conditions de similitude des gaz sur réseau avec les fluides réels sont donc :

$$\frac{f_t}{f_\nu f_\rho} = G \frac{f_l}{f_\rho f_\nu^2} = \frac{f_l}{f_p} = \frac{f_l^2}{f_\rho f_\nu f_\nu} \quad (4.18)$$

La résolution de ces 6 équations à 6 inconnues est résumée dans le tableau 4.1 :

Facteur	Contrainte	Expression
$f_\rho$	simuler l'eau	$f_\rho = \frac{\rho_{eau}}{\rho_{lg}}$
$f_\nu$	simuler l'eau	$f_\nu = \frac{\nu_{eau}}{\nu_{lg}}$
$f_p$	sans influence	
$f_l$	mémoire machine	
$f_t$	$f_t = \frac{f_l^2}{f_\nu}$	
$f_\nu$	$f_\nu = G \frac{f_l}{f_t}$	

Tableau 4.1 – Détermination des facteurs d'échelle

Les densité et viscosité des modèles de gaz sur réseau sont des caractéristiques fixes qui dépendent des règles de transition adoptées. La connaissance *a priori* du fluide réel à simuler (ici l'eau) permet alors de déterminer les facteurs de densité ( $f_\rho$ ) et de viscosité ( $f_\nu$ ).

Dans le cas de fluides incompressibles, le facteur de pression  $f_p$  ne nous intéresse pas. Il ne reste donc plus qu'à déterminer les 3 inconnues  $f_l$ ,  $f_t$  et  $f_\nu$ , reliées par les 3 équations suivantes déduites de (4.18) :

$$\frac{f_t}{f_\nu} = G \frac{f_l}{f_\nu^2} = \frac{f_l^2}{f_\nu f_\nu} \quad (4.19)$$

La connaissance d'une de ces inconnues, fixée de manière arbitraire en fonction de nos objectifs de simulation, suffit pour déterminer les deux autres. À cause de limitations en mémoire machine lors des simulations, c'est le facteur d'échelle géométrique  $f_l$  qui est systématiquement fixé en premier. De l'équation (4.19), les deux autres facteurs d'échelle  $f_t$  et  $f_\nu$  se déduisent alors par :

$$\begin{aligned} f_t &= \frac{f_l^2}{f_\nu} \\ f_\nu &= G \frac{f_l}{f_t} \end{aligned} \quad (4.20)$$

## 4.5 Discussion

### 4.5.1 Propriétés numériques

Par leurs propriétés macrodynamiques, les modèles de gaz sur réseau constituent une méthode numérique alternative pour la résolution des équations de Navier-Stokes. Leur principe est voisin du schéma explicite des différences finies. Leur particularité pourrait se résumer à la discrétisation du fluide (en particules) qui *précède* l'application des lois (microscopiques) de transfert, alors que la simulation numérique classique discrétise le fluide après y avoir appliqué les lois hydrodynamiques et de conservation.

L'algorithme des modèles de gaz sur réseau utilise un codage exhaustif  $n(\cdot)$  de la configuration du réseau à chaque instant qui permet d'accéder à toutes les variables d'état du fluide simulé. Par exemple, la densité  $\rho$  et la vitesse  $v$  sont,  $\forall r \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathbb{N}$ :

$$\rho(r, t) = \sum_{i=1}^b n_i(r, t) \quad (4.21)$$

$$v(r, t) = \sum_{i=1}^b n_i(r, t) c_i \quad (4.22)$$

Cet algorithme manipule des mots-machine, représentés par des entiers, qui lui confèrent une grande stabilité numérique. En contrepartie, l'imprécision locale des variables d'état discrètes se traduit par un bruit. Quoiqu'il en soit, les solutions et convergences sont recouvrées macroscopiquement (Somers et Rem, 1992). En conséquence, toutes les variables d'état du fluide simulé doivent être moyennées dans l'espace (dans le voisinage  $\mathcal{V}(r)$  d'un site  $r$  contenant  $|\mathcal{V}|$  sites) et dans le temps ( $\Delta t$ ).  $\forall r \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathbb{N}$ :

$$\overline{\rho(r, t)} = \frac{1}{\Delta t |\mathcal{V}(r)|} \sum_{r' \in \mathcal{V}(r)} \sum_{t'=t}^{t+\Delta t} \sum_{i=1}^b n_i(r', t') \quad (4.23)$$

$$\overline{v(r, t)} = \frac{1}{\Delta t |\mathcal{V}(r)|} \sum_{r' \in \mathcal{V}(r)} \sum_{t'=t}^{t+\Delta t} \sum_{i=1}^b n_i(r', t') c_i \quad (4.24)$$

Cette technique numérique robuste apparaît donc particulièrement appropriée pour les conditions aux limites complexes (Somers et Rem, 1992).

### 4.5.2 Domaine d'application

La correspondance entre le milieu réel et les simulations sur réseau sont définies par les conditions de similitude particulières à chaque problème hydrodynamique. Les coûts en calcul et mémoire semblent être actuellement les aspects limitants de l'approche compté-tenu de la fine discrétisation spatiale qu'elle requiert (Somers et Rem, 1992).

Même si cette approche a pu être appliquée avec succès aux phénomènes évaporatifs, la

méthode des gaz sur réseau n'inclut pas actuellement de représentation des variables d'état thermodynamiques telles que la température (Pot, 1994).

### 4.5.3 Hypothèses dans le cas diphasique

L'application des modèles de gaz sur réseau à l'étude des transferts diphasiques (eau-air) en milieu poreux repose explicitement sur deux grandes hypothèses (Di Pietro, 1993; Pot, 1994) :

- Les modèles bidimensionnels, premiers introduits, supposent l'homogénéité des écoulements dans la troisième dimension.
- L'eau est assimilée à la phase dense. La phase légère, qui en toute rigueur selon cette analogie devrait être de la vapeur d'eau pure, représente l'air. De plus, la phase solide représente un sol homogène dont les interactions (densité, mouillabilité...) avec le fluide sont isotropes.

## 4.6 Conclusion partielle

### 4.6.1 Validité

Les travaux en Physique Statistique montrent que les modèles de gaz sur réseau sont indistinguables des fluides réels (Frisch *et al.*, 1987). Ils simulent macroscopiquement, dans la limite incompressible, les lois complexes de la mécanique des fluides à partir de règles locales extrêmement simples (Boon *et al.*, 1993). Leur utilisation nécessite le respect de contraintes de similitude avec le système physique réel qu'ils visent à simuler.

Par ses propriétés numériques, cet outil constitue une alternative robuste aux approches mécaniques classiques en mécanique des fluides, notamment dans le cas de conditions aux limites et géométriques complexes.

Ses premières applications ont essentiellement visé à retrouver des résultats et/ou observations connues. Ainsi, récemment, dans le domaine des transferts polyphasiques en milieu poreux, l'approche a permis de retrouver quelques lois classiques concernant l'infiltration (Di Pietro, 1993) et l'évaporation (Pot, 1994).

### 4.6.2 Gaz sur réseau et ruissellement

Tout en retenant les hypothèses implicites qu'elle utilise pour les transferts polyphasiques en milieu poreux, la modélisation gaz sur réseau peut être appliquée à l'étude des flux couplés à la surface du sol.

L'adaptation de cette approche à notre problématique nécessite alors l'introduction de composantes pente, microrelief, infiltration, pluie, que nous présentons au chapitre suivant.

## Chapitre 5

# Les modèles 2D et 3D développés

Ce chapitre présente les modèles mis au point pour l'étude du ruissellement hortonien. Ils s'appuient sur deux versions 2D et 3D de modèles de gaz sur réseau existants. Une première partie détaille leurs fonctionnement et propriétés hydrodynamiques. En deuxième partie, les composantes introduites (pente, rugosité, infiltration et pluies) sont présentées, et leurs paramètres explicités. Nous discutons enfin, en troisième partie, des avantages et inconvénients de l'outil proposé, et de la nécessité de sa justification théorique et expérimentale.

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Les modèles liquide-gaz</b> . . . . .	<b>54</b>
5.1.1	Fonctionnement . . . . .	54
5.1.2	Grandeurs caractéristiques . . . . .	57
<b>5.2</b>	<b>Les composantes</b> . . . . .	<b>65</b>
5.2.1	Pente . . . . .	65
5.2.2	Infiltration et rugosité . . . . .	65
5.2.3	Pluies . . . . .	71
<b>5.3</b>	<b>Discussion</b> . . . . .	<b>76</b>

---

## 5.1 Les modèles liquide-gaz

### 5.1.1 Fonctionnement

Nous avons utilisé des modèles 2D et 3D à une espèce fluide, et une phase solide, avec interactions. Leurs principales caractéristiques sont résumées dans le tableau 5.1 (page 56).

L'isotropie des tenseurs d'ordre 4 est une contrainte géométrique nécessaire pour recouvrer macroscopiquement les équations de Navier-Stokes dans la limite incompressible. Elle peut être satisfaite en 2D par un réseau triangulaire (Frisch *et al.*, 1986) (Fig. 5.1), mais aucun réseau 3D ne peut induire cette propriété. Le modèle 3D utilise un réseau hypercubique 4D isotrope projeté ensuite en 3D en un cube à faces centrées (Frisch *et al.*, 1987) (Fig. 5.2).

En chaque site, les vitesses possibles sont le vecteur nul ( $c_0$  du modèle 2D) et les liens du site vers ses plus proches voisins. Les coordonnées des vitesses sont respectivement :

$$\text{En 2D, } i = 1, \dots, 6 \quad c_i = (\cos[2\pi(i-1)/6], \sin[2\pi(i-1)/6]) \quad (5.1)$$

$$\text{En 3D, } c_i \in \{0, 1, -1\}^4 \quad \text{tels que } \|c_i\| = \sqrt{2} \quad (5.2)$$

Comme l'illustre la représentation 3D de la figure 5.2, les vitesses tridimensionnelles sont projetées sur les arêtes, et les vitesses quadridimensionnelles sur les centres des faces du cube.

La propagation des particules est complètement déterministe. L'opérateur microdynamique  $\mathcal{S}$  associé à cette étape est défini par :

$$\forall r \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathbb{N}, i = 1, \dots, b, \quad \mathcal{S}n_i(r, t) = n_i(r - c_i, t) \quad (5.3)$$

Pour une configuration d'entrée donnée, l'étape de collision attribue de façon équiprobable les configurations de sortie conservant la quantité de mouvement. Pour procéder, l'algorithme 2D utilise des tables d'adressage recensant toutes les configurations de collision et leur issues possibles (D'Humières et Lallemand, 1987). Pour simplifier l'action de l'opérateur collision 3D (qui a  $2^{24}$  configurations d'entrée possibles), l'algorithme manipule une table de collision réduite tenant compte des isométries du réseau (Somers et Rem, 1992).

L'étape d'interaction attractive correspond à l'échange d'une quantité de mouvement au niveau des sites fluides éloignés d'une certaine distance, appelée *distance d'interaction* ( $d$ ). Cette étape conservative transforme des couples de vitesses centrifuges en couples de vitesses centripètes. Pour la variante 2D choisie, cet opérateur concerne toutes les paires de sites occupés par des particules et distants de  $d$  (Appert et Zaleski, 1993). En 3D, son action se limite aux couples de particules dont les vitesses tridimensionnelles sont opposées.

Les forces de mouillage sont simulées de façon analogue. Toutes les particules à une distance  $d$  de sites solides échangent avec eux une quantité de mouvement déterminée par un paramètre de mouillabilité  $g_w$ . Pour le modèle 2D, ce paramètre discret correspond à la quantité de mouvement échangée (0: aucune, 4: maximale) (Pot *et al.*, 1993). Pour le modèle 3D,  $g_w$  est à variations continues et définit la probabilité d'échange (Pot, 1994).

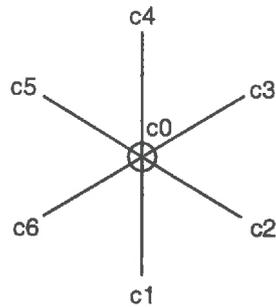


Figure 5.1 – Géométrie d'une cellule dans le modèle 2D à réseau triangulaire (Frisch et al., 1986). Les  $c_i$  désignent les vitesses discrétisées des particules.

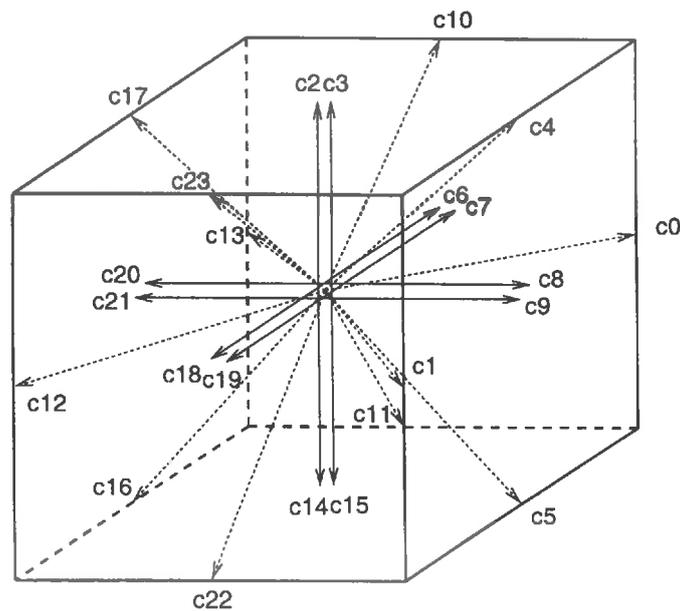


Figure 5.2 – Géométrie d'une cellule dans le modèle 3D à réseau hypercubique à faces centrées (Frisch et al., 1987). Les  $c_i$  désignent les vitesses discrétisées des particules. En pointillés sont figurées les vitesses tridimensionnelles, et en traits continus les vitesses quadridimensionnelles (de composantes 1 ou -1 dans la quatrième dimension).

L'action d'un champ de pesanteur vertical  $g$  est restituée numériquement par la transmission, avec une probabilité  $\beta$ , d'une quantité de mouvement aux particules fluides :

$$\text{En 2D, } c_0 \rightarrow c_1 \quad (5.4)$$

$$\text{En 3D, } \left\{ \begin{array}{l} c_4 \rightarrow c_5 \\ c_{10} \rightarrow c_{11} \\ c_{17} \rightarrow c_{16} \\ c_{23} \rightarrow c_{22} \end{array} \right. \quad (5.5)$$

L'algorithme utilisé effectue cette opération à chaque pas de temps, et de façon aléatoire uniforme, en explorant séquentiellement tous les sites du réseau (Appert et Zaleski, 1993; Di Pietro, 1993).

Chacune des règles de transition introduites pose le problème limite de son application aux frontières géométriques du réseau. Pour garantir la conservation de la matière et s'affranchir d'effets de bords, les particules des sites d'une frontière (par ex. haut) peuvent se propager vers, et interagir avec, les sites de la frontière opposée (par ex. bas). La construction de ces règles confère au réseau une structure «périodique» dans toutes les directions de l'espace. Cette périodicité est d'un site dans la quatrième dimension pour éviter des structures d'écoulement dans cette dimension.

Géométrie		2D	3D
		triangulaire (Fig. 5.1)	hypercube (Fig. 5.2)
Vitesses	mobiles	6	$12 \in \mathbb{R}^3$ $12 \in \mathbb{R}^4$
	au repos	1	0
Propagation		déterministe (Hardy <i>et al.</i> , 1973; Frisch <i>et al.</i> , 1987)	
Collisions		FHP III (D'Humières et Lallemand, 1987)	tables réduites (Somers et Rem, 1992)
Interactions fluide	version	maximales version A (Appert et Zaleski, 1993)	minimales (Appert <i>et al.</i> , 1994)
	distance ( $ul$ )	3	8
Interactions solide	version	discrète (Pot <i>et al.</i> , 1993)	continue (Pot, 1994)
	mouillabilité	2	0.3

Tableau 5.1 – Géométrie, vitesses et règles de transition des modèles 2D et 3D utilisés (voir texte).

### 5.1.2 Grandeurs caractéristiques

Les densités des phases liquide et vapeur et la viscosité dynamique de la phase liquide sont des grandeurs caractéristiques des modèles utilisés. Elles permettent d'initialiser les simulations, et interviennent dans la correspondance entre les grandeurs physiques du réseau et du milieu réel.

Leurs valeurs sont fixes pour chacune des variantes des modèles retenus car elles dépendent directement des règles de transition utilisées (Frisch *et al.*, 1987). On peut les déterminer soit par des considérations théoriques, soit par simulations (Somers et Rem, 1992). L'existence d'interactions dans les modèles utilisés invalide la méthode théorique statistique utilisée, qui repose sur l'hypothèse d'équiprobabilité des configurations sur chaque site du réseau à l'équilibre (hypothèse de Boltzmann). On peut cependant considérer que le modèle 3D à interactions minimales ne s'en écarte pas trop (Appert *et al.*, 1994).

Pour le modèle 2D à interactions maximales avec gravité, les valeurs de densités d'équilibre et viscosité ont déjà été établies par simulations (Di Pietro *et al.*, 1994). En revanche, les valeurs 3D connues sont issues de considérations théoriques sur l'équation d'état du modèle à interactions sans gravité (Pot, 1994).

L'objet de cette partie est d'établir ces valeurs numériques par simulations pour le modèle 3D à interactions minimales avec gravité.

#### Densités d'équilibre

Pour déterminer les densités d'équilibre du modèle 3D, nous avons simulé un fluide de densité initiale  $6 \text{ ul. ul}^{-3}$  sur un réseau de dimensions  $30 \times 30 \times 200 \text{ ul}^3$ . Les parois horizontales avaient pour épaisseur  $10 \text{ ul}$ . Pour étudier la compressibilité de la phase liquide, les simulations ont été réalisées sous des gravités verticales d'intensité comprises entre  $1.6 \cdot 10^{-4}$  et  $1.56 \cdot 10^{-2} \text{ ul. ut}^{-2}$ .

Les images des simulations montrent la condensation de ce fluide instable et sa séparation par gravité en deux phases distinctes (Fig. 5.3).

La courbe moyenne de densité à l'équilibre (5 répétitions) en fonction de la profondeur confirme la nette séparation sous gravité des phases dense et légère par la présence de deux paliers de densités bien distincts (Fig. 5.5). La zone de transition entre ces deux paliers définit l'interface liquide-gaz dont l'épaisseur est d'environ 16 sites. Les pics de densités aux profondeurs extrêmes montrent en outre la condensation du fluide au voisinage des parois solides.

Pour de fortes valeurs de gravité, la phase dense présente des différences de densité significatives en fonction de la profondeur (Fig. 5.4). Dans cette gamme de gravité, le fluide est donc compressible.

Pour une gravité de  $1.6 \cdot 10^{-4} \text{ ul. ut}^{-2}$ , les différences de densité ne sont pas visibles. La pente du profil de densité au sein de la phase liquide est de  $-0.0028$ . Cette valeur traduit que la densité d'une lame liquide est inférieure en sa surface. Cette différence représente

un écart de densité de  $0.28 \text{ um. ul}^{-3}$  pour une lame d'eau d'épaisseur  $100 \text{ ul}$ . soit un écart relatif d'environ 3 %. On pourra donc considérer par la suite qu'en deça d'une gravité simulée de  $1.6 \cdot 10^{-4} \text{ ul.ut}^{-2}$ , le liquide simulé est dans la gamme incompressible. Le respect de cette contrainte dans le cadre des simulations ultérieures permettra de simuler le comportement d'un fluide incompressible.

Pour cette gravité ( $1.6 \cdot 10^{-4} \text{ ul.ut}^{-2}$ ), les densités d'équilibre, moyennées sur 5 répétitions et entre les temps 2000 et 6000  $ut$ , figurent dans le tableau 5.2. Les valeurs montrent que, sous gravité, les deux phases qui se séparent ont des densités d'équilibre légèrement supérieures à celles calculées par Pot (1994) en l'absence de gravité.

		Densité ( $um.ul^{-3}$ )	
Phase	liquide	12.76	$\pm 0.03$
	(Pot, 1994)	12.6	$\pm 0.0002$
Phase	vapeur	0.76	$\pm 0.02$
	(Pot, 1994)	0.74	$\pm 0.0002$

Tableau 5.2 – Densités liquide et vapeur à l'équilibre pour le modèle 3D. Les valeurs obtenues sous gravité sont comparées aux calculs hors gravité effectués par Pot (1994).

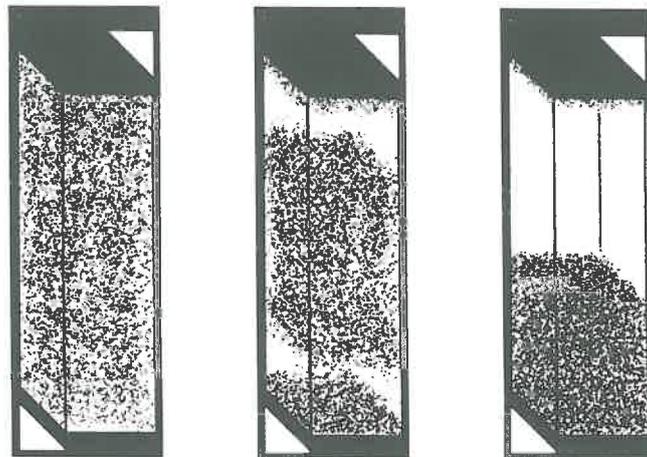


Figure 5.3 – Transition de phase 3D : images avec le modèle 3D. Le réseau a pour dimensions  $30 \times 30 \times 200 \text{ ul}^3$ . La densité initiale est de  $6 \text{ um.ul}^{-3}$  et la gravité verticale simulée est de  $1.6 \cdot 10^{-4} \text{ ul.ut}^{-2}$ .

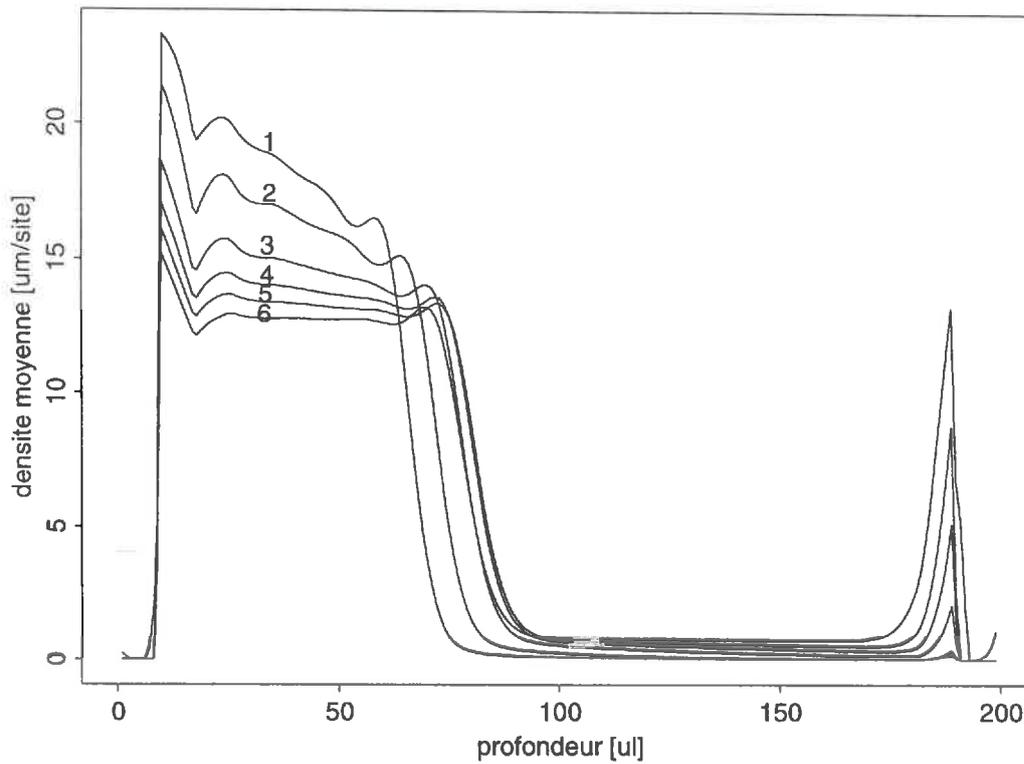


Figure 5.4 – Transition de phase 3D : profils moyens de densité à l'équilibre sous différentes gravités. Les nombres 1-6 correspondent à des intensités de ( $\times 10^{-4} \text{ ul.ut}^{-2}$ ) : 156, 78, 32, 16, 8 et 1.6.

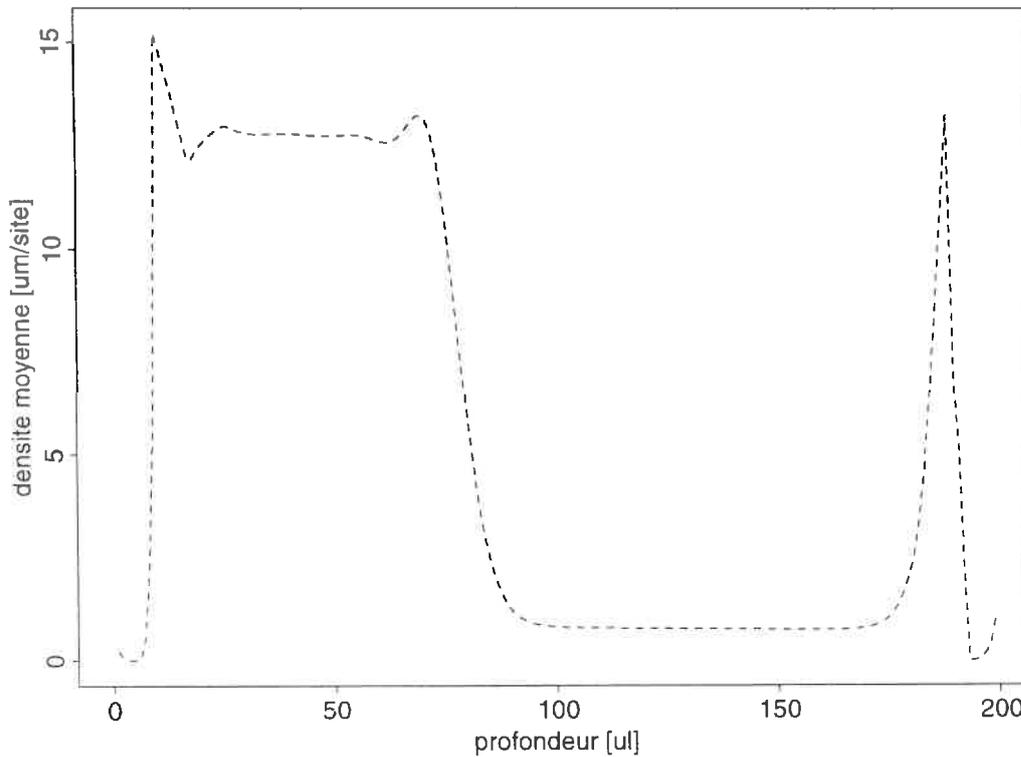


Figure 5.5 – Transition de phase 3D : profil moyen de densité à l'équilibre pour une gravité verticale de  $1.6 \cdot 10^{-1} \text{ ul.ut}^{-2}$ .

## Viscosité

En régime permanent, la vitesse  $v$  d'un fluide en écoulement gravitaire (d'intensité  $g$ ) entre deux parois planes (de lumière  $L$ ) a une distribution parabolique dite de Poiseuille :

$$v(y) = \frac{g}{2\rho\nu} \left[ \left( y - \frac{L}{2} \right)^2 - \frac{L^2}{4} \right] \quad (5.6)$$

$$\bar{v} = \frac{gL^2}{12\rho\nu} \quad (5.7)$$

où  $y$  est la distance à la paroi,  $\rho$  la densité et  $\nu$  la viscosité dynamique du fluide. En retrouvant cette loi par simulations, nous voulons l'inverser pour en déduire, avec l'une des équations (5.6) et (5.7), la viscosité dynamique du fluide (en unités réseau).

Nous avons donc simulé un écoulement gravitaire ( $g = 1.6 \cdot 10^{-4} \text{ ul.ut}^{-2}$ ) de la phase liquide dans des réseaux de même section ( $50 \times 50 \text{ ul}^2$ ) et de lumières  $L = 80$  et  $100 \text{ ul}$ .

Pour déterminer le temps d'établissement du régime permanent, nous avons mesuré la vitesse moyenne du fluide par pas de  $50 \text{ ut}$  et pendant  $6000 \text{ ut}$ . Les profils de vitesse ont ensuite été calculés sur 5 répétitions et pendant  $4000$  pas de temps après l'établissement du régime permanent.

Comme le montre le graphe des vitesses moyennes du fluide en fonction du temps (Fig. 5.6), l'écoulement a déjà atteint un régime permanent au temps  $2000 \text{ ut}$ .

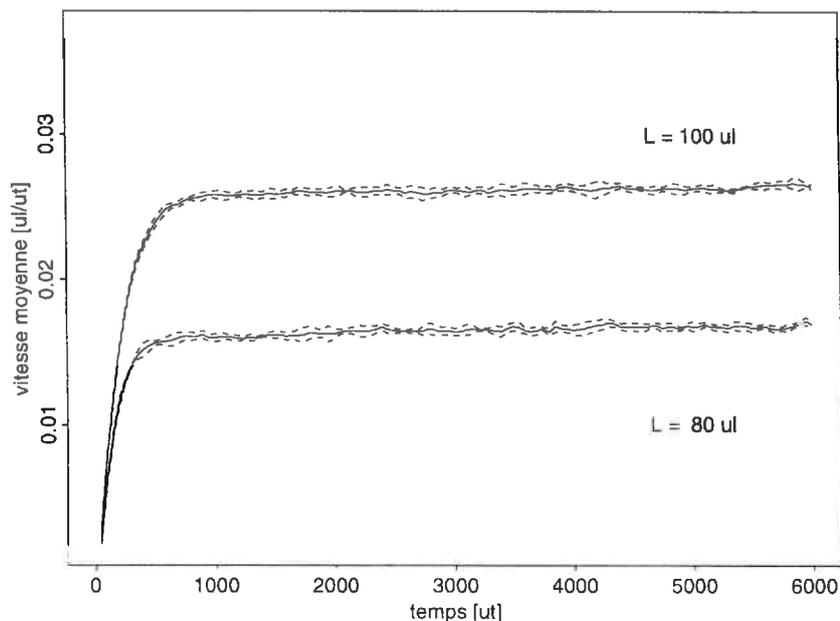


Figure 5.6 – Mesure de la viscosité 3D : vitesse moyenne des écoulements simulés en fonction du temps. Les vitesses moyennes sont représentées en traits continus. Les traits discontinus correspondent à l'intervalle plus ou moins un écart-type.

Les profils de vitesse, représentés en figures 5.7 et 5.8, ont une allure globale parabolique. Ils sont localement structurés en paliers d'épaisseur 8 sites environ qui montrent la structure laminaire de l'écoulement.

À partir de ces données, les viscosités calculées varient avec la vitesse moyenne de l'écoulement (Tab. 5.3). Les calculs ont été faits par ajustement soit à la loi de  $v$  (5.6), soit à la loi de  $\bar{v}$  (5.7). Outre leur dépendance à la méthode de calcul, les valeurs obtenues augmentent légèrement avec la lumière  $L$ , et donc avec la vitesse moyenne de l'écoulement en régime permanent. L'augmentation de la viscosité avec la vitesse, déjà observée et étudiée par Di Pietro (1993), est un effet indésirable du modèle en désaccord avec le comportement des fluides réels. Par la suite, nous appliquerons donc le modèle dans la gamme des écoulements simulés ici ( $< 0.03 \text{ ul.ut}^{-1}$ ) pour laquelle les écarts reportés sont peu importants. Et on retiendra la valeur moyenne  $\nu = 1.125 \text{ ul}^2.\text{ut}^{-1}$ .

	lumière L (ul)	
	80	100
méthode 1	1.121 ±0.008	1.134 ±0.010
méthode 2	1.116 ±0.009	1.135 ±0.011

Tableau 5.3 – Mesures de la viscosité dynamique de la phase liquide du modèle 3D ( $\text{ul}^2.\text{ut}^{-1}$ ). Valeurs calculées et écart-types associés pour les deux séries de simulations et pour les 2 méthodes de calcul proposées (voir texte).

## Bilan

Sous gravité, nous avons montré que le fluide simulé était incompressible. Les densités d'équilibre de ses phases liquide et vapeur ont alors été calculées. Ensuite, par simulations, nous avons pu retrouver la loi de Poiseuille et en déduire les valeurs de la viscosité dynamique de la phase liquide 3D, comme cela avait déjà été fait pour le modèle 2D (Di Pietro, 1993). Le tableau 5.4 récapitule les valeurs des propriétés intrinsèques des modèles 2D et 3D utilisés.

Pour l'application ultérieure du modèle 3D, le rapport de densité entre les deux phases ( $\simeq 16$ ) peut justifier l'assimilation de la phase liquide à l'eau et de la phase vapeur à l'air.

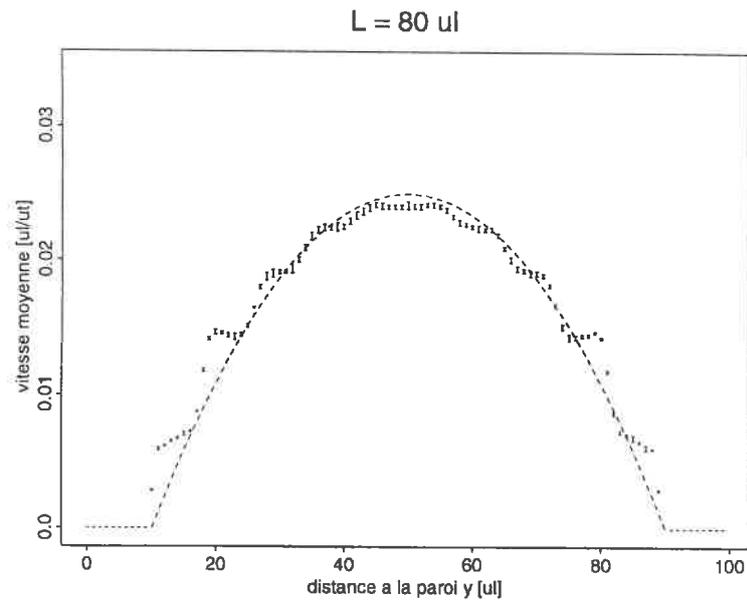


Figure 5.7 – *Mesure de la viscosité 3D : profils de vitesse moyens pour une lumière L de 80  $\mu\text{l}$ . Le profil théorique ajusté est représenté en traits discontinus. Les valeurs expérimentales sont représentées par des segments verticaux de longueur 2 écarts-types.*

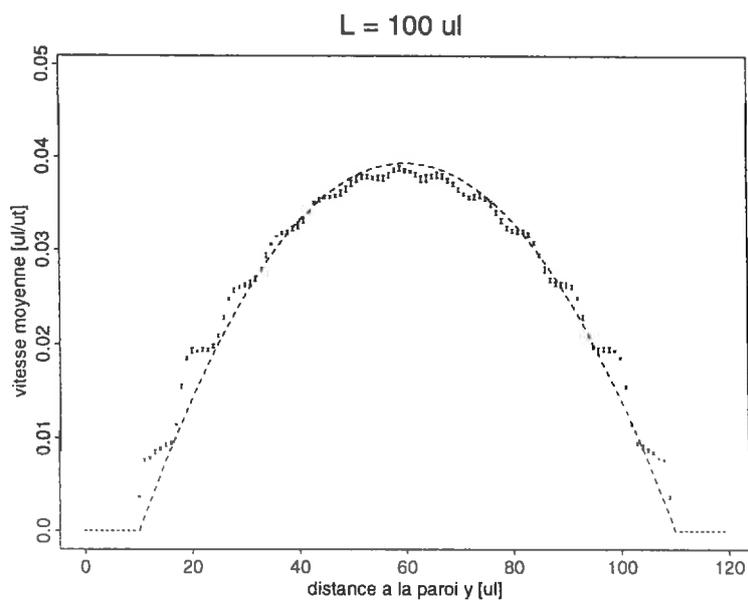


Figure 5.8 – *Mesure de la viscosité 3D : profils de vitesse moyens pour une lumière L de 100  $\mu\text{l}$ . Le profil théorique ajusté est représenté en traits discontinus. Les valeurs expérimentales sont représentées par des segments verticaux de longueur 2 écarts-types.*

		Modèle	
		2D (Di Pietro, 1993)	3D
Densité	liquide	4.2	12.76 ±0.03
	vapeur	0.098	0.76 ±0.02
Viscosité dynamique ( $ul^2.ut^{-1}$ )		1.2 ± 0.2	1.125 ± 0.010

Tableau 5.4 – Modèles 2D et 3D : densités et viscosité dynamique.

## 5.2 Les composantes

Cette partie présente les composantes pente, infiltration, rugosité et pluies introduites pour adapter les modèles de gaz sur réseau à l'étude de la dynamique ruissellement-infiltration à l'échelle du mètre carré.

### 5.2.1 Pente

Pour soumettre le fluide simulé à des conditions physiques correspondant à une pente, une composante gravitaire supplémentaire lui est appliquée sur l'axe horizontal  $y$  (Fig. 5.9). Le champ de pesanteur  $g'$  résultant assure alors le contexte physique nécessaire à l'établissement d'un écoulement latéral s'affranchissant des effets de bord.

L'application de cette technique numérique simple à l'étude du ruissellement sur une surface solide irrégulière nécessite de transformer le système réel (Fig. 5.10 a.) en une géométrie solide de réseau (Fig. 5.10 b.) en :

- retirant la pente générale  $p = \tan \alpha$  de la surface réelle étudiée ;
- simulant un champ de pesanteur formant un angle  $\alpha$  avec l'axe vertical du réseau.

La simulation d'une gravité globale inclinée est réalisée, à chaque pas de temps, en deux étapes distinguant ses composantes sur les axes  $x$  et  $y$ . Une étude mécanique probabiliste d'un élément de phase liquide détaille l'expression du champ de pesanteur simulé en Annexe A.1.

### 5.2.2 Infiltration et rugosité

L'approche gaz sur réseau pour l'étude des transferts en milieux poreux est exhaustive car elle utilise toute l'information géométrique (2D ou 3D) du milieu de transfert solide (porosité, rugosité) pour y simuler le comportement du (ou des) fluide(s) (Rothman, 1988; Di Pietro, 1993; Pot, 1994; Gutfraind et Ippolito, 1995).

Les coûts en temps et mémoire machine sont des limitations importantes de cette démarche, qui ne peut aboutir qu'à des simulations centimétriques. Cette démarche soulève en outre le problème de la disponibilité des données géométriques du milieu solide.

Pour des objectifs à l'échelle du mètre carré, il n'est donc pas envisageable de prendre en compte toute cette information. Pour cela, nous avons choisi une simulation de l'infiltration consistant à retirer des particules liquides au niveau de l'interface liquide-solide selon une fonction spatiotemporelle de retrait choisie.

Cette démarche privilégie la simulation des phénomènes à l'interface sol-atmosphère et ne nécessite que la donnée du microrelief du sol et de sa loi d'infiltrabilité. Les gains de mémoire occasionnés par ces choix augmentent la portée des simulations réalisées. La

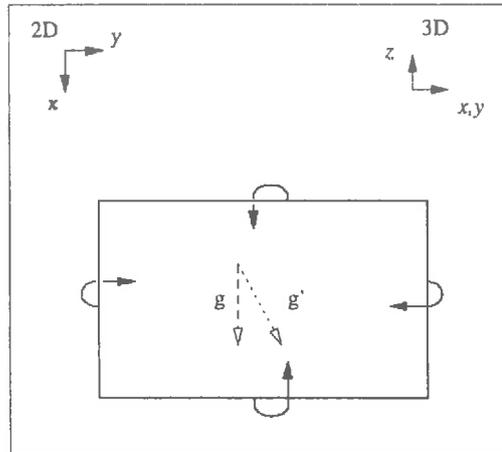
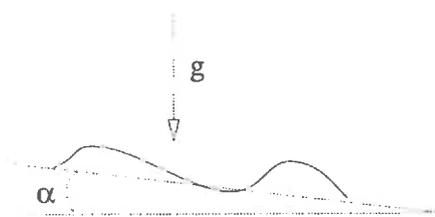


Figure 5.9 – Conditions aux limites des modèles liquide-gaz 2D et 3D. La gravité simulée, originalement verticale ( $g$ ), est inclinée ( $g'$ ) pour s'affranchir des effets de bord pour les écoulements latéraux sur une surface plane.

a.



b.

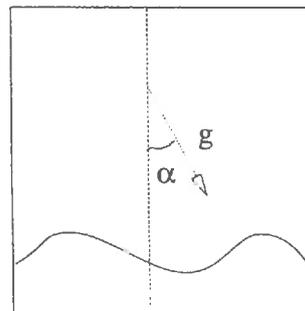


Figure 5.10 – Simulation du ruissellement sur une surface rugueuse. La surface solide réelle (a) subit une rotation d'un angle  $\alpha$  correspondant à son inclinaison. La gravité  $g$  simulée est inclinée, par rapport à l'axe vertical du réseau, d'un même angle  $\alpha$  (b).

numérisation de la phase solide et l'algorithme de retrait qu'elle implique sont présentés dans ce paragraphe.

### Numérisation de la phase solide

Par construction, le microrelief (ou rugosité) est la seule donnée géométrique du milieu solide de transfert utilisée par cette composante infiltration.

Sur le réseau, une phase solide de densité constante est initialisée à partir de profils de hauteurs (mesurés ou simulés), et de deux paramètres jouant le rôle de facteurs d'échelle dans la correspondance entre les hauteurs réelles et simulées (Fig. 5.11).

L'exemple présenté illustre la numérisation 2D et 3D d'une surface issue d'une méthode statistique de génération du microrelief introduite par Chadœuf *et al.* (1989). La surface du sol est modélisée par des sphères de diamètres différents, localisées aléatoirement sur un plan et pouvant s'interpénétrer. Par rapport aux autres modèles de microrelief, cette approche intègre l'aspect motteux de la surface du sol par l'emploi d'objets structurants (ici les sphères). Par la suite, nous utiliserons donc ce type de surface rugueuse dans toutes simulations où nous ne disposons pas de mesure du microrelief.

### Algorithme de retrait

La simulation proposée consiste à retirer des particules liquides au niveau de l'interface liquide-solide.

Un paramètre d'infiltration réseau, analogue à une infiltrabilité (particules potentiellement retirées par unité de surface ( $ul$ ) et par unité de temps ( $ut$ )), contrôle en chaque site et à chaque pas de temps l'intensité de ce retrait.

Une fois choisie la loi spatio-temporelle de l'infiltrabilité simulée (elle peut aussi bien être théorique –loi de Philip, Kostiakov, Horton...– qu'empirique), la simulation de l'infiltration repose sur la mise en oeuvre, sur chaque site de l'interface solide-fluide et à chaque pas de temps, d'un algorithme de retrait de particules :

Pour une infiltrabilité simulée de  $X$  ( $um.ut^{-1}.site^{-1}$  ou  $um.ut^{-1}.ul^{-2}$ ) au niveau d'un site de l'interface solide-fluide, cet algorithme consiste à retirer  $x$  particules dans l'un des trois sites liquides à la verticale de ce site solide,  $x$  étant la réalisation d'une variable aléatoire uniforme discrète de moyenne  $X$ . Sur chaque site concerné, le choix des particules retirées est lui-même aléatoire. Une illustration graphique de cet algorithme est proposée en figure 5.12.

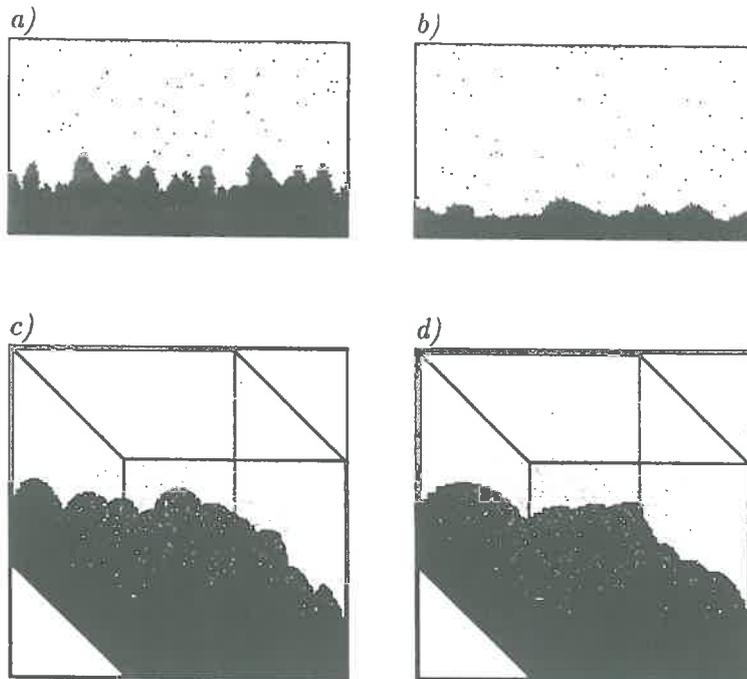


Figure 5.11 – Numérisations 2D et 3D d'une grille de hauteurs pour différents paramètres d'échelle verticale et horizontale : a) (2,1), b) (1,2), c) (2,4) et d) (2,2).

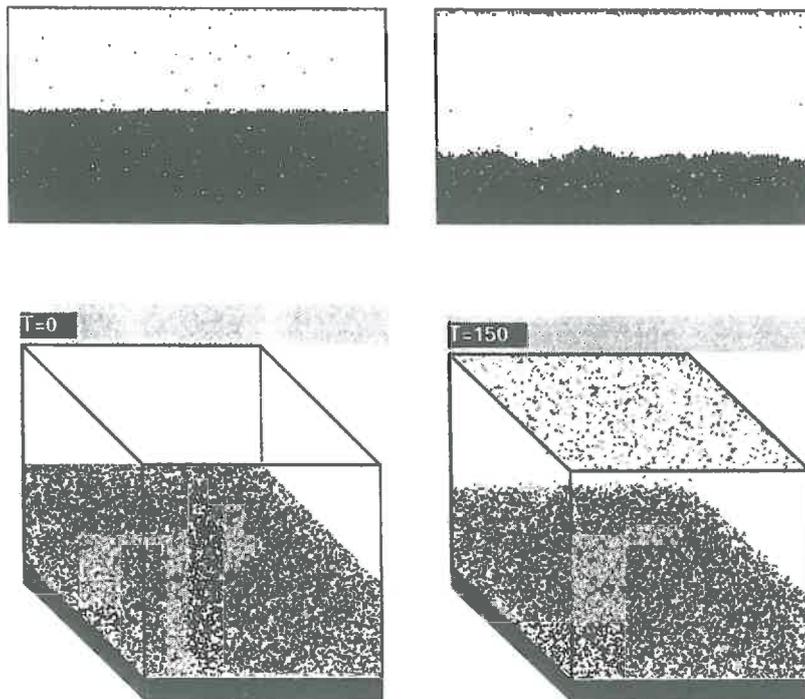


Figure 5.12 – Simulation 2D et 3D de l'infiltration par retrait de particules à l'interface solide-fluide.

### Étude de sensibilité

Le sens des paramètres d'infiltrabilité réseau 2D et 3D a été testé lors de scénarios à infiltration constante (dans l'espace et dans le temps). La géométrie du réseau 2D ( $192 \times 480 \text{ ul}^2$ ) (resp. 3D,  $10 \times 10 \times 100 \text{ ul}^3$ ) était une surface solide horizontale initialement recouverte d'une lame d'eau d'épaisseur  $100 \text{ ul}$  (resp.  $50 \text{ ul}$ ).

La figure 5.13 représente le système 2D au temps  $500 \text{ ut}$  pour différentes infiltrabilités  $i$  simulées. On peut observer que le niveau de la surface liquide ondule et diminue d'autant plus que l'infiltrabilité  $i$  est grande. Plus précisément, on peut distinguer deux tendances au sein des simulations :

- pour une forte infiltrabilité ( $i > 1 \text{ um.ut}^{-1}.\text{site}^{-1}$ ), on peut observer la formation de zones vides au niveau de l'interface solide-fluide. Ce phénomène est la conséquence directe de l'important retrait de particules, imposé par de fortes valeurs de l'infiltrabilité, et non compensé par les phases de propagation, collision et d'application du champ de pesanteur.
- pour de faible infiltrabilité ( $i \leq 1 \text{ um.ut}^{-1}.\text{site}^{-1}$ ), aucune zone vide n'est observable au niveau de l'interface solide-fluide. L'infiltration simulée n'est pas limitée par la disponibilité de particules à l'interface.

La figure 5.14 montre le flux d'infiltration effectif moyen simulé exprimé en hauteur d'eau ( $\text{ul.ut}^{-1}$ ) pour différentes valeurs des paramètres infiltration réseau  $i$  ( $\text{um.ut}^{-1}.\text{site}^{-1}$  ou  $\text{um.ut}^{-1}.\text{ul}^{-2}$ ).

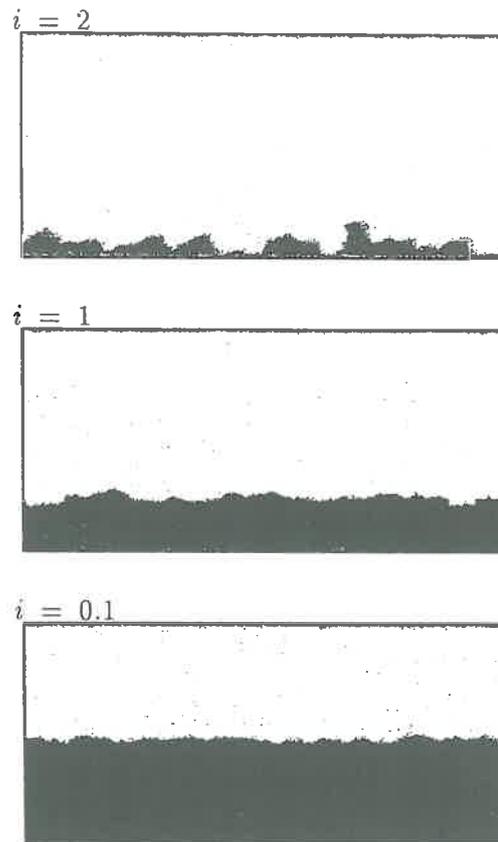


Figure 5.13 – Influence qualitative du paramètre infiltrabilité 2D. Le système est représenté au temps 500 ut pour différentes valeurs du paramètre infiltrabilité  $i$  ( $um.ut^{-1}.site^{-1}$ ).

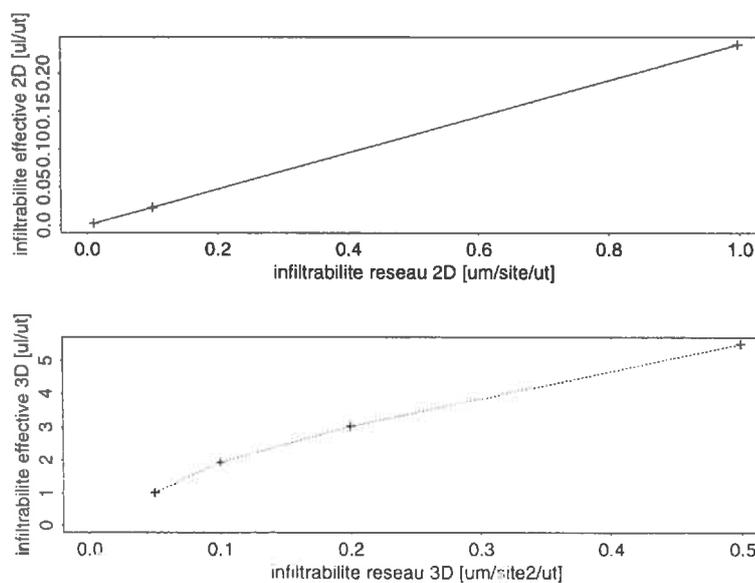


Figure 5.11 Infiltrabilités effectives, moyennées sur 5 répétitions, pour différentes valeurs de l'infiltrabilité réseau ( $um.ut^{-1}.site^{-1}$ ,  $um.ut^{-1}.ul^{-2}$ ).

### 5.2.3 Pluies

Nous avons envisagé la modélisation des pluies par la génération, dans l'espace et le temps, de gouttes liquides. Nous abordons dans ce paragraphe les deux grandes questions soulevées par ce choix :

1. *La morphologie d'une goutte de pluie.* Pour simplifier le problème, nous avons supposé que toutes les gouttes de pluies d'un événement pluvieux étaient sphériques.
2. *La distribution spatio-temporelle des gouttes de pluie au sein d'un événement pluvieux.* Nous avons ensuite utilisé des processus spatiaux ponctuels pour la génération des temps d'apparition et la position des gouttes de pluie simulées.

#### Une goutte d'eau sphérique

Nous nous plaçons ici à l'échelle d'une goutte d'eau simulée dont la projection sur la surface d'impact est connue. Puisque la forme initiale des gouttes simulées est également fixée, la modélisation envisagée soulève le problème du choix, sur l'axe vertical, de la position des gouttes simulées.

La solution la plus simple consiste à positionner les gouttes à la verticale de leur point d'impact. Leur arrivée sur la surface solide résulte alors de l'action du champ de pesanteur simulé, comme s'il s'agissait de gouttes d'eau en chute libre.

Les gouttes d'eau sphériques ainsi simulées se désagrègent avant leur impact, d'autant plus que leur rayon initial est faible (Fig. 5.15 et 5.16). Des expériences numériques, identiques à celles représentées en figures 5.15 et 5.16 et réalisées sur une large gamme de rayons, montrent en outre qu'il ne s'agit pas d'un problème d'échelle. Pour une raison inconnue, les modèles à interactions ne peuvent pas restituer l'existence de force de cohésion au sein de gouttes liquides sphériques. En conséquence, il est impossible dans ce cadre de simuler la chute libre d'un volume de liquide sphérique, et plus généralement de forme quelconque.

Sachant qu'il est souhaitable de simuler les intrants d'eau sous forme de gouttes liquides, il est nécessaire de positionner celles-ci à la surface de leur impact. La figure 5.17 illustre comment fonctionne l'algorithme de positionnement tangent adopté (Annexe A.2).

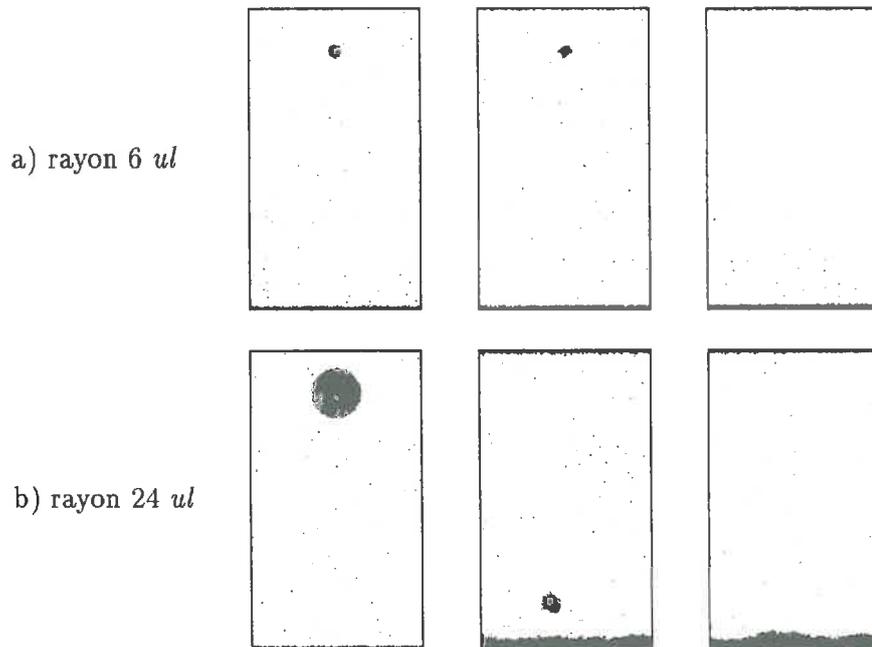


Figure 5.15 – Simulation 2D de la chute libre de gouttes sphériques. Les gouttes sont représentées aux temps : a) 0, 100 et 300 *ut*, b) 0, 2000 et 2500 *ut*.

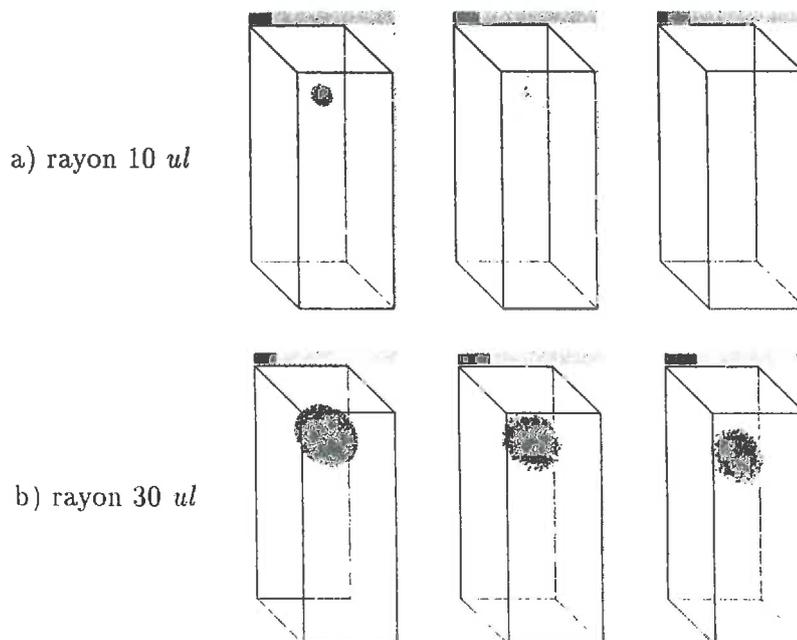


Figure 5.16 – Simulation 3D de la chute libre de gouttes sphériques. Les gouttes sont représentées aux temps : a) 0, 50, 100, et b) 0, 300, 600 *ut*.

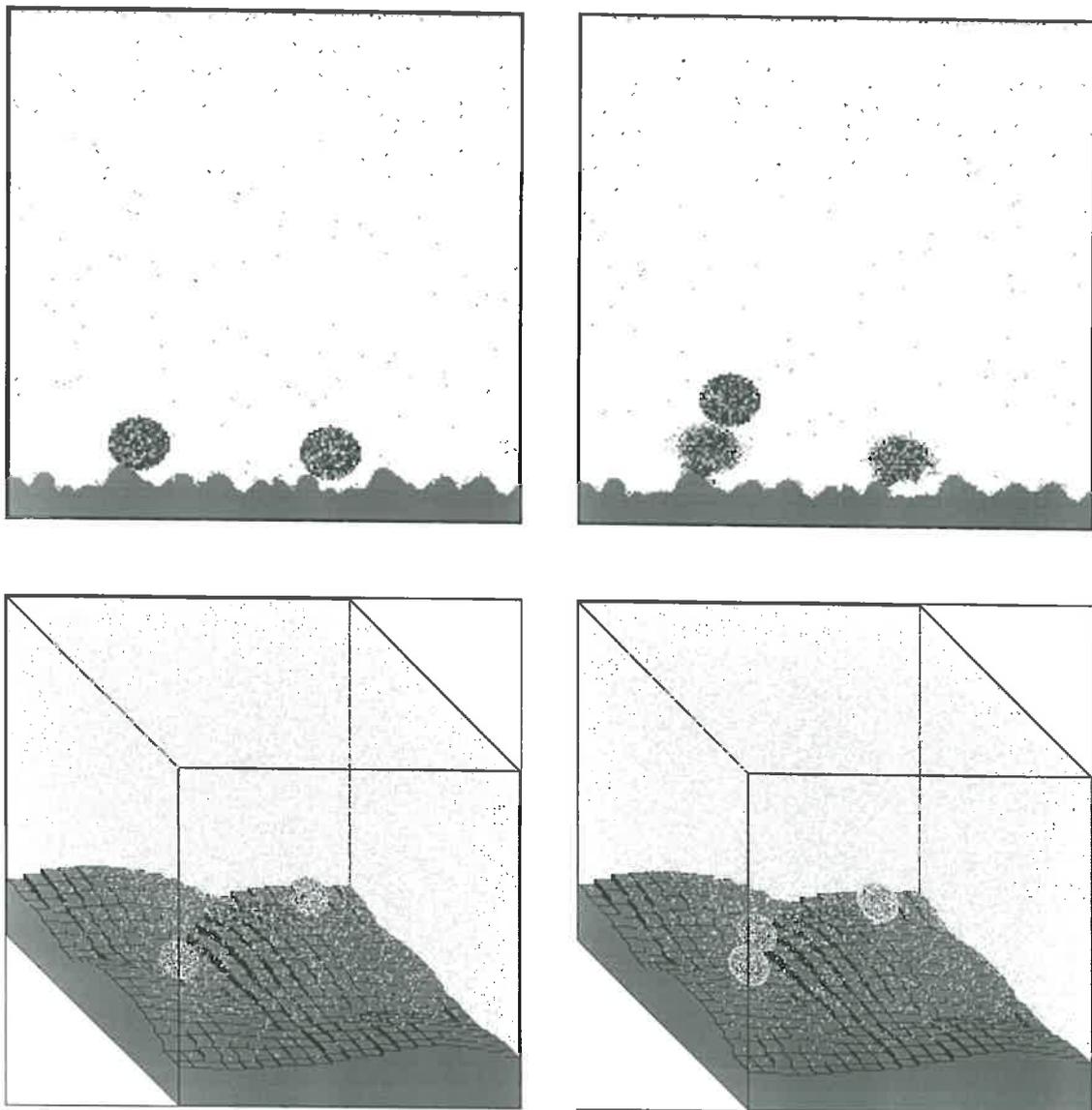


Figure 5.17 – Simulation d'une pluie par un processus de Poisson, et un positionnement des sphères à leur point d'impact. De gauche à droite, les figures montrent une surface solide rugueuse au moment de l'impact d'une goutte (impact liquide-solide), et au moment de l'impact d'une deuxième goutte (impact liquide-liquide).

## Un événement pluvieux

La distribution spatio-temporelle des gouttes d'eau sur une surface horizontale a essentiellement fait l'objet de deux approches :

1. Elle est fréquemment représentée par des processus ponctuels marqués<sup>1</sup>. En supposant une distribution homogène dans le temps et l'espace, certains auteurs ont par exemple proposé l'emploi de processus de Poisson pour le temps d'apparition et la position des gouttes de pluie, leur rayon  $r$  étant décrit par une autre processus, la marque, suivant une loi gamma ou lognormale (Smith, 1992). Dans ce cadre théorique, les auteurs ont montré que la connaissance précise du processus d'arrivée des gouttes d'eau suffit pour décrire très précisément l'événement pluvieux étudié, notamment en termes d'intensité et de réflectivité.
2. Le caractère fractal de la distribution spatiale des gouttes de pluies a été souligné par certains auteurs (Lovejoy et Schertzer, 1990), et a été pris en compte en réflectométrie pour corriger les lois classiques reposant sur des hypothèses d'homogénéité spatiale.

Nous avons donc modélisé les impacts des gouttes de pluies à la surface du sol par un processus spatio-temporel de Poisson marqué. Ce processus est paramétré par une fonction dite d'intensité  $A(r)$ .  $A(r)dr$  correspond à la fréquence surfacique moyenne d'apparition des gouttes de rayon compris entre  $r$  et  $r + dr$  (Annexe A.3). Dans le cas de gouttes isodiamétriques, cette fonction se réduit à un paramètre unique  $\lambda$  ( $ut^{-1}.site^{-1}$  ou  $ut^{-1}.ul^{-2}$ ), proportionnel à une intensité pluviométrique.

Nous avons simulé des pluies avec des gouttes isodiamétriques pour différentes valeurs de  $\lambda$  et  $r$ . Les hauteurs d'eau, moyennées sur 5 répétitions, sont représentées en fonction du temps dans les figures 5.18 et 5.19. L'allure linéaire des courbes confirme le sens théorique d'une d'intensité pluviométrique moyenne que revêt le paramètre  $\lambda$ . Les courbes montrent également que le rayon est un facteur qui pondère l'impact de  $\lambda$  sur les flux simulés.

---

1. Un processus *spatio-temporel* est un phénomène aléatoire dont les réalisations sont dans l'espace ( $\mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$ ) –un cas particulier est le processus ponctuel dont les réalisations sont des points– et dans le temps. Les processus *marqués* associent une variable aléatoire supplémentaire ou *marque* à chacune de leur réalisations.

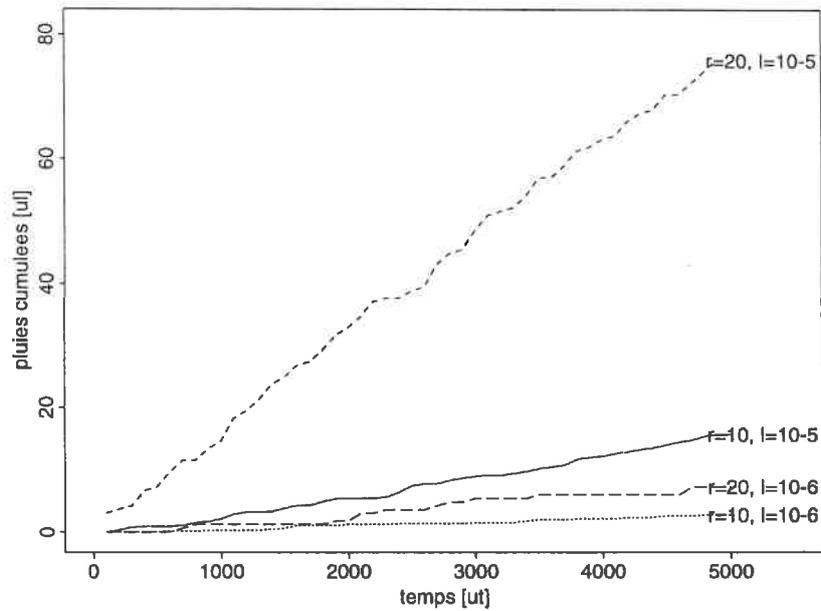


Figure 5.18 – Influence quantitative du paramètre  $\lambda$  et du rayon des gouttes lors de la simulation d'une pluie 2D. Le graphe présente les pluies cumulées en fonction du temps, moyennées sur 5 répétitions.

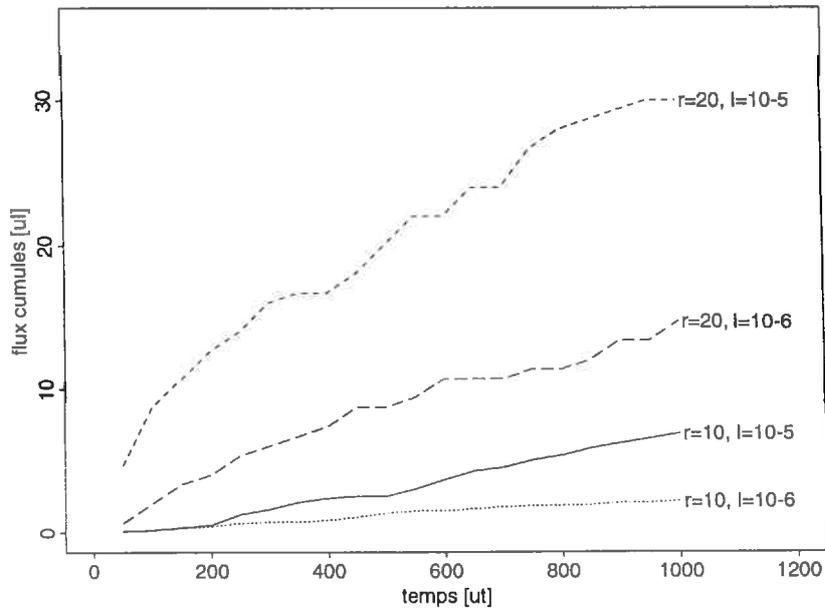


Figure 5.19 – Influence quantitative du paramètre  $\lambda$  et du rayon des gouttes lors de la simulation d'une pluie 3D. Le graphe présente les pluies cumulées en fonction du temps, moyennées sur 5 répétitions.

### 5.3 Discussion

Les composantes introduites sortent de l'utilisation classique des modèles de gaz sur réseau. Elles n'en modifient cependant pas les principes de fonctionnement microscopique.

La technique de la gravité inclinée permet de simuler une pente.

La composante infiltration consiste à retirer, selon une loi à définir, des particules à l'interface solide-fluide. Ce forçage numérique modifie les phénomènes microscopiques simulés à l'interface. Il peut donc y altérer la nature strictement physique de la modélisation gaz sur réseau.

La simulation des pluies repose sur les hypothèses suivantes : les gouttes d'eau ont une vitesse moyenne initiale nulle, sont sphériques et leur distribution spatio-temporelle suit un processus stochastique de Poisson marqué.

La démarche est prometteuse car elle concentre la puissance de l'outil informatique à l'étude des phénomènes hydrauliques superficiels. De plus, chacune des simulations réalisées ont montré le sens physique des paramètres introduits (Tab. 5.5).

La validité du principe de fonctionnement des modèles de gaz sur réseau est acquis (cf. Ch. 4). Pour les versions à interactions utilisées, le rapport de densité entre les deux phases peut justifier leur application à l'étude des transferts diphasiques eau-air sur une surface solide. En revanche, les composantes introduites ici doivent être justifiées sur la base d'arguments théoriques et expérimentaux. Ce travail est l'objet des chapitres suivants.

Composante	Paramètre	Unités
Pente	$\sin \alpha$	—
Rugosité	microrelief	$ul$
Infiltration	loi de retrait	$um.ut^{-1}.site^{-1}$
		$um.ut^{-1}.ul^{-2}$
Pluies	rayons $r$	$ul$
	intensité $A(r)$	$ut^{-1}.ul^{-2}$
		$ut^{-1}.ul^{-3}$

Tableau 5.5 – Paramètres associés aux composantes pente, infiltration, rugosité et pluies.

# Chapitre 6

## Simulations sans couplage

Dans ce chapitre, nous comparons les résultats de simulations aux observations et développements théoriques pour deux situations simples et contrastées :

- L'étalement transitoire d'une goutte d'eau sur une surface horizontale.
- L'écoulement en régime permanent d'une lame d'eau infinie sur une surface plane inclinée.

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Étalement d'une goutte d'eau sur une surface plane . . . . .</b>	<b>78</b>
6.1.1	Lois de l'étalement capillaire . . . . .	78
6.1.2	Simulations . . . . .	79
6.1.3	Résultats et discussion . . . . .	80
<b>6.2</b>	<b>Écoulement d'une lame d'eau sur un plan incliné . . . . .</b>	<b>86</b>
6.2.1	Rappel : loi théorique de distribution des vitesses . . . . .	86
6.2.2	Expériences numériques . . . . .	86
6.2.3	Résultats et discussion . . . . .	88
<b>6.3</b>	<b>Conclusion partielle . . . . .</b>	<b>95</b>

---

## 6.1 Étalement d'une goutte d'eau sur une surface plane

### 6.1.1 Lois de l'étalement capillaire

Les morphologies et cinétiques d'étalement d'une goutte liquide sur une surface solide ont beaucoup été étudiées. Elles concernent les phénomènes de mouillage dont on peut trouver une synthèse chez De Gennes (1985).

A l'échelle macroscopique, la mouillabilité est quantifiée par l'angle liquide-solide, qui peut varier de 0 (mouillage total) à 180 degrés (mouillage nul). Cet angle de contact dépend de l'attraction du solide, de la cohésion du liquide, mais aussi du sens de déplacement du liquide, de la rugosité de l'interface solide et de la contamination chimique des phases liquide et solide (De Gennes, 1985; Shanahan, 1989)...

On a montré par interférométrie laser<sup>1</sup> qu'une goutte liquide a une forme sphérique lors de son étalement sur une surface horizontale (Tanner, 1986).

Les lois temporelles ( $t$ ) du plus grand rayon d'une goutte ( $r$ ) découlent du bilan énergétique entre les forces capillaires et visqueuses au cours de l'étalement. Selon les hypothèses de travail, différentes formulations ont été proposées :

- Pour une goutte de forme initialement sphérique, De Gennes (1984) a établi une loi d'étalement  $r(t)$  en  $t^{1/10}$  ou à convergence en  $e^{-t/\tau}$  selon que le mouillage est total ou partiel :

$$r(t) = \rho_0 + \alpha t^{1/10} \quad (6.1)$$

$$r(t) = r_0 + k \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t_0 - t}{\tau}\right) \right] \quad (6.2)$$

- En supposant que les trois tensions interfaciales ne satisfont pas l'égalité d'Antonov<sup>2</sup>, Pomeau (1984) a proposé des cinétiques d'étalement  $r(t)$  beaucoup plus rapides ( $t^{1/4}$ ,  $t^{2/5}$ ,  $t^{1/8}$ ...).

A l'échelle microscopique, des mesures électriques fines (De Gennes, 1984) ou par diffractométrie aux rayons X (Léger et Benattar, 1990) confirment l'existence d'un film liquide «précurseur», supposée pour la première fois par Hardy (1919), à effet lubrifiant dans le processus d'étalement macroscopique.

Des modèles hydrodynamiques incluant des interactions entre le fluide et le solide prévoient la structure fine de la goutte au voisinage de la ligne triple en accord avec les observations expérimentales disponibles (De Gennes, 1984). Ces travaux soulignent l'importance des interactions moléculaires à petite échelle dans les phénomènes d'étalement capillaire.

1. Technique optique produisant des courbes de niveau sur le fluide étudié.

2. Au niveau d'un point triple à l'équilibre ( $S$ :solide,  $L$ :liquide et  $G$ :gaz), les 3 tensions interfaciales vérifient à l'équilibre l'égalité dite d'Antonov :  $\gamma_{SG} = \gamma_{SL} + \gamma_{LG}$

## 6.1.2 Simulations

Pour confronter notre modélisation aux données statiques (morphologie) et dynamiques (cinétique) développées dans la littérature, nous avons simulé, par la méthode des gaz sur réseau, l'étalement de gouttes liquides sphériques sur une surface solide horizontale. Les caractéristiques des simulations 2D et 3D réalisées sont réunies dans le tableau 6.1.

	rayon ( $ul$ )	géométrie	durée ( $ut$ )	répétitions
2D		( $ul^2$ )		
	20	288×384	10 000	10
	30	288×384	10 000	10
	40	288×384	10 000	10
3D		( $ul^3$ )		
	20	160×160×80	5 000	5

Tableau 6.1 – *Caractéristiques des simulations 2D et 3D de l'étalement capillaire de gouttes d'eau sphériques.*

L'estimation du profil d'épaisseur  $e$  d'une goutte à un instant donné, et de son rayon  $r(t)$  en fonction du temps a utilisé un algorithme de mesure d'épaisseurs liquide dont le principe est décrit en annexe B.1. La cohérence des simulations a été évaluée à travers la qualité des ajustements aux lois :

- Morphologique : Le profil d'épaisseur  $e(y)$  à un instant donné est théoriquement une calotte sphérique. Il s'écrit donc (Fig. 6.1) :

$$(y - a)^2 + (e - b)^2 = R^2 \quad (6.3)$$

où  $R$  est son rayon et si son centre a pour coordonnées  $(a, b)$ . Soit :

$$e^2 = (R^2 - a^2 - b^2) + 2be + 2ay - y^2 \quad (6.4)$$

- Cinétique : Les deux types de modèles d'étalement  $r(t)$  rencontrés dans la littérature ont une forme puissance ou exponentielle :

$$r(t) = \rho_0 + \alpha t^3 \quad (6.5)$$

$$r(t) = r_0 + k \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t_0 - t}{\tau}\right) \right] \quad (6.6)$$

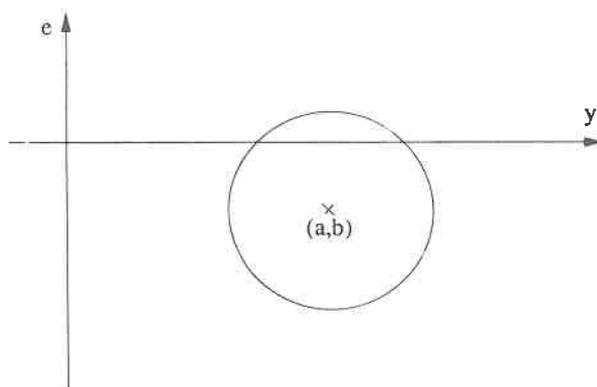


Figure 6.1 – Schéma, en coordonnées cartésiennes  $(y, e)$ , d'une calotte sphérique de centre de coordonnées  $(a, b)$ .

### 6.1.3 Résultats et discussion

#### Morphologie

Pour un rayon initial de 40  $\mu\text{l}$  (resp. 20) en 2D (resp. 3D), l'équation de la calotte sphérique (6.4) s'ajuste bien aux profils des gouttes 2D et 3D simulées (Fig. 6.2 et 6.3). Tous les paramètres estimés sont hautement significatifs (Tab. 6.2 et 6.3).

Le coefficient associé à  $y^2$  est théoriquement égal à 1 pour une sphère. Ses valeurs inférieures à 1 montrent que la forme géométrique ajustée est une calotte d'ellipse de grand axe  $y$ . Les conditions morphologiques initiales de l'étalement capillaire d'une goutte liquide sur une surface solide sont donc une calotte d'ellipse. La forme initiale des gouttes liquides sur une surface solide conditionnent beaucoup leurs lois théoriques d'étalement. Ces résultats fournissent une justification théorique des conditions initiales que l'on peut adopter dans ces études. Ils illustrent les apports des modèles de gaz sur réseau pour l'étude de phénomènes de mouillage.

#### Cinétique

Les dynamiques d'étalement  $d(t)$  des diamètres  $d$  mesurés en fonction du temps  $t$  pour chacun des rayons initiaux simulés sont représentées en figures 6.4 et 6.5. Les mesures moyennes ont été ajustées aux lois théoriques puissance (6.5) et exponentielle (6.6).

Pour des rayons initiaux supérieurs à 30  $\mu\text{l}$ , on peut effectivement observer un étalement, traduit par une courbe  $d(t)$  strictement croissante. On constate dans ces situations que le modèle exponentiel s'ajuste aux données numériques acquises. Le modèle puissance s'ajuste encore mal même après un grand nombre d'itérations. Les résultats statistiques associés privilégient le modèle à mouillabilité partielle pour lequel le rayon de la goutte d'eau converge vers un rayon final à une vitesse exponentielle (Tab. 6.4 et Annexe B.3). Ces simulations justifient les lois d'étalement existantes pour les situations à mouillabi-

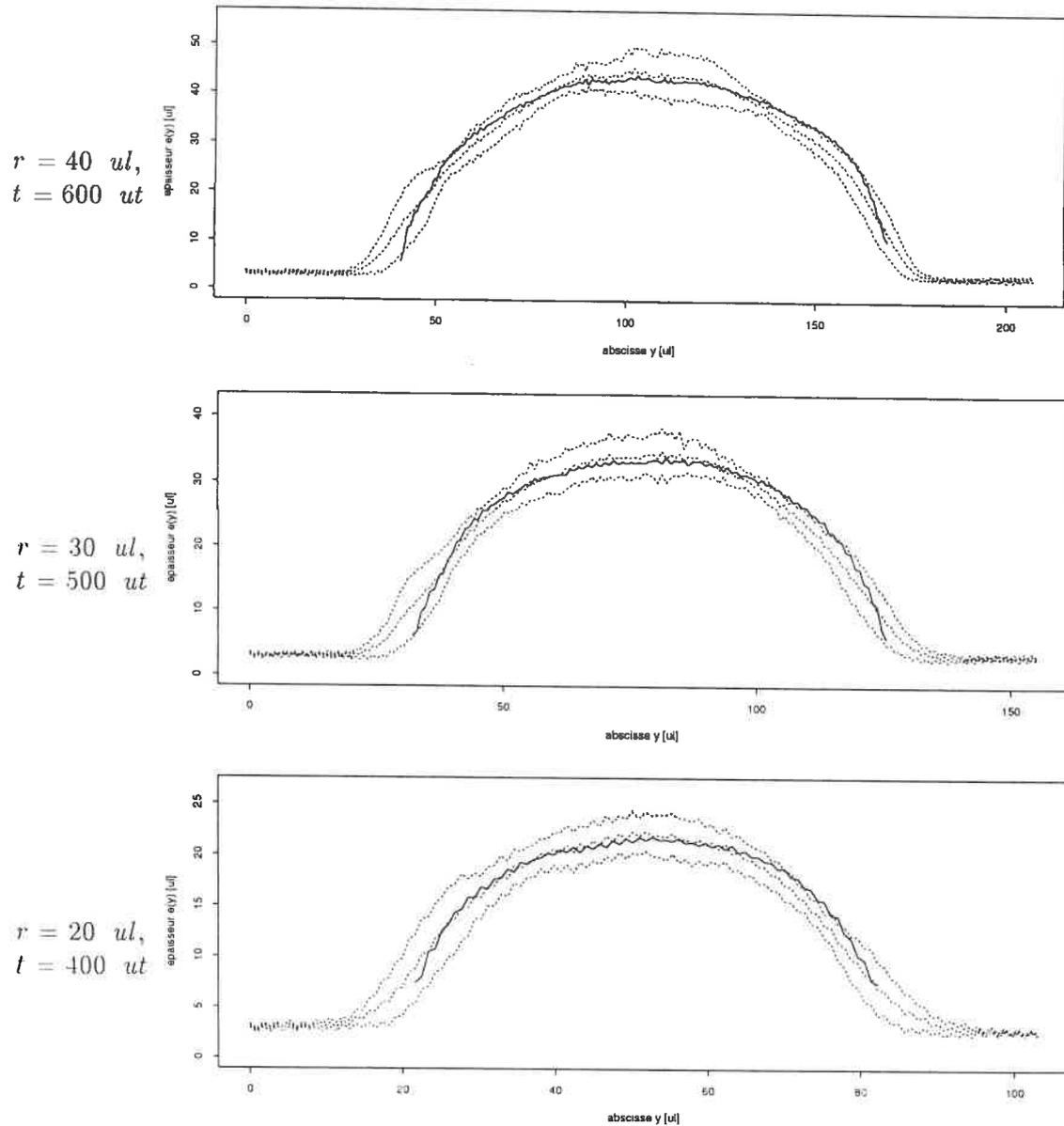


Figure 6.2 – Profil moyen de gouttes sphériques 2D au début de leur étalement pour différents rayons initiaux ( $r$ ) et à différents instants ( $t$ ). Les traits pointillés représentent (plus ou moins écart-type) les profils moyens mesurés (10 répétitions). Les traits continus représentent la calotte sphérique ajustée.

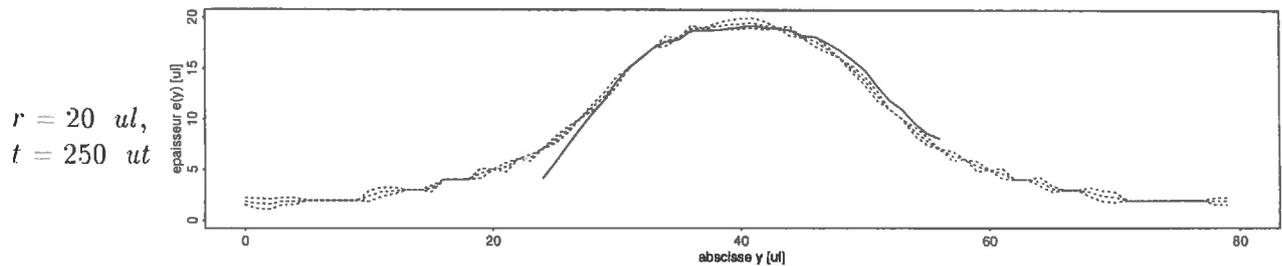


Figure 6.3 – Profil moyen d'une goutte sphérique 3D de rayon ( $r \text{ ul}$ ) au début de son étalement ( $t \text{ ut}$ ). Les traits pointillés représentent (plus ou moins écart-type) les profils moyens mesurés (5 répétitions). Les traits continus représentent la calotte sphérique ajustée.

coefficient	valeur	écart-type	Student $t$	$Pr(> t )$
origine	-458.1	47.1	-9.7	0.0000
$e$	61.8	1.1	57.6	0.0000
$y$	-8.0	1.8	-4.5	0.0000
$y^2$	0.038	0.0084	4.5	0.0000

Tableau 6.2 – Étalement capillaire 2D. Statistiques relatives au profil de calotte sphérique ajusté, au temps 600 ut, pour une goutte sphérique de rayon initial 40 ul.

coefficient	valeur	écart-type	Student $t$	$Pr(> t )$
origine	742.9	61.4	12.1	0.0000
$e$	41.3	1.0	42.9	0.0000
$y$	-59.1	4.0	-14.8	0.0000
$y^2$	0.739	0.050	14.8	0.0000

Tableau 6.3 – Étalement capillaire 3D. Statistiques relatives au profil de calotte sphérique ajusté, au temps 250 ut, pour une goutte sphérique de rayon initial 20 ul.

lité partielle. Elles montrent aussi le sens physique des règles d'interaction fluide-solide introduites pour simuler les phénomènes de mouillage (cf. Ch 4). La constante de temps  $\tau$  estimée (2762.7) signifie qu'il faut environ 12 000 *ut* pour simuler 90 % de l'étalement d'une goutte 2D de rayon initial 40 *ul*.

Pour des rayons inférieurs à 30 *ul*, on peut observer :

- pour des temps faibles, une courbe à palier semblant indiquer une dynamique d'étalement à mouillabilité partielle ;
- pour des temps plus grands, une forte diminution des diamètres des gouttes traduisant leur évaporation. Ces données numériques n'ont donc pas pu être ajustées aux lois d'étalement proposées.

Pour ces rayons, le comportement des gouttes sphériques est donc dominé par l'évaporation. La condensation par attraction de particules à la surface du solide a été observé au chapitre 5. Elle entraîne une baisse de densité de la phase gazeuse (le réseau est un milieu fini). Par suite, cet état instable peut expliquer l'évaporation de la goutte liquide. Ce phénomène s'est produit pour les gouttes liquides de plus grand rayon. Mais dans ces cas, il a entraîné l'évaporation d'un volume négligeable.

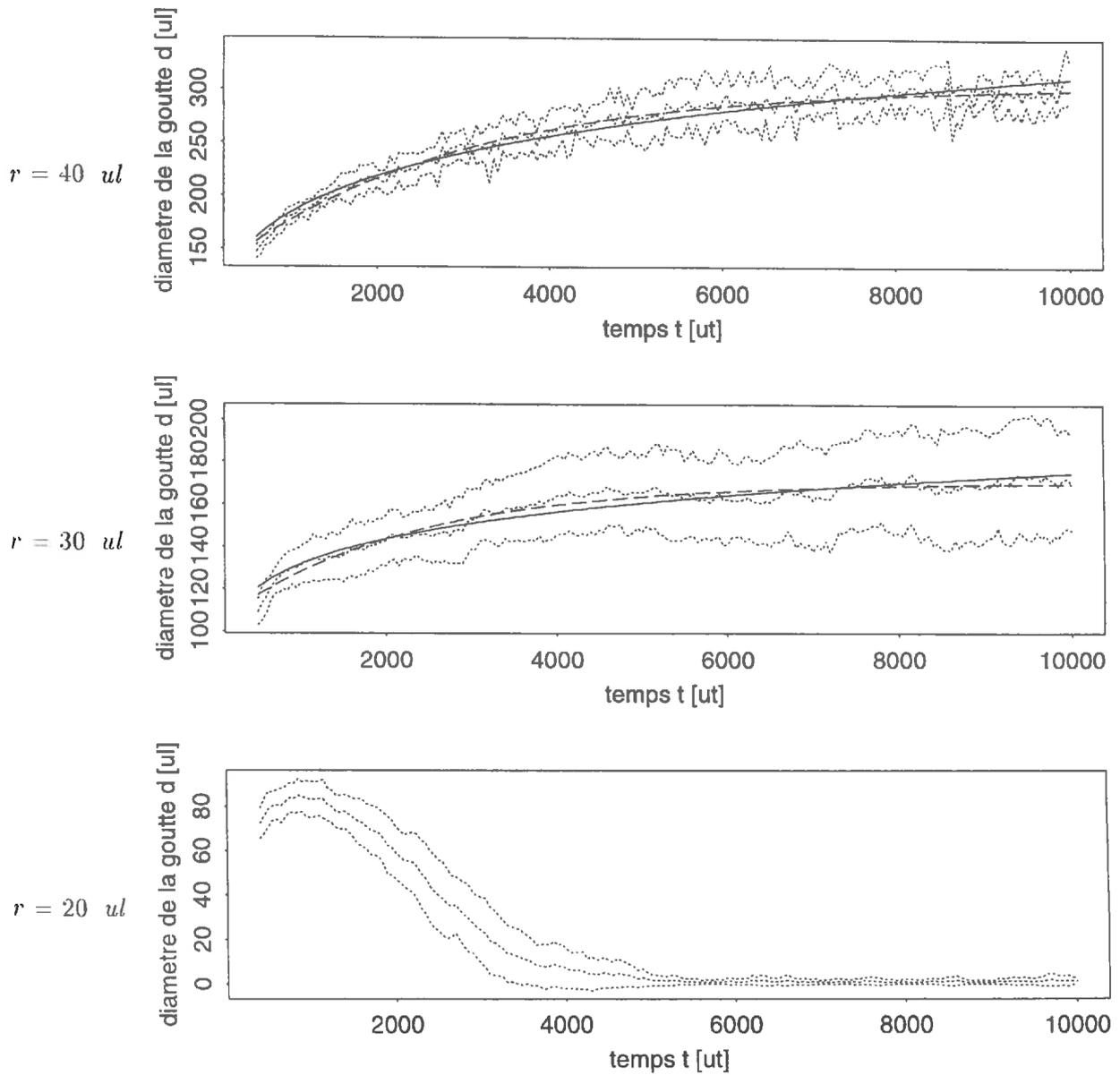


Figure 6.4 – Dynamique d'étalement de gouttes sphériques 2D pour différents rayons  $r$ . En traits pointillés figurent les lois temporelles du diamètre mesuré (moyenne plus ou moins écart-type). L'ajustement de type puissance (resp. exponentiel) est en traits continus (resp. discontinus).

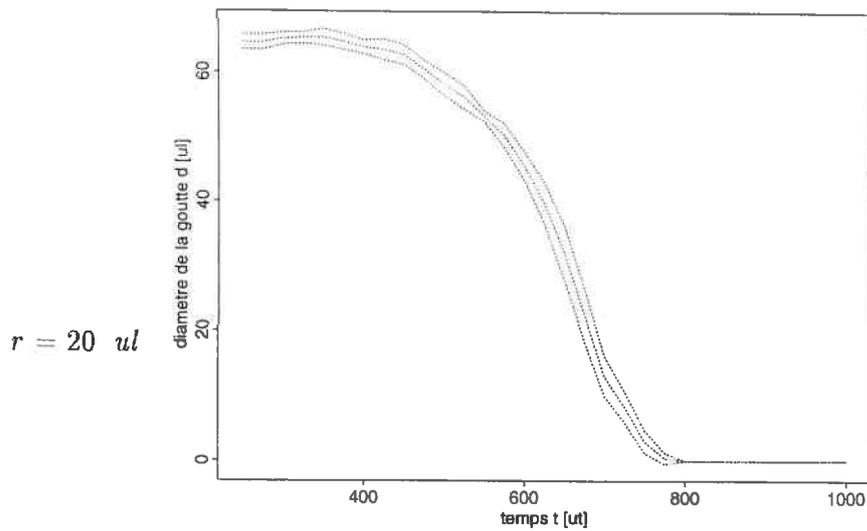


Figure 6.5 – Dynamique d'étalement d'une goutte sphérique 3D de rayon initial 20 ul. En traits pointillés figurent les lois temporelles du diamètre mesuré (moyenne plus ou moins écart-type).

	valeur	écart-type	Student $t$		valeur	écart-type	Student $t$
Loi puissance				Loi exponentielle			
$\rho_0$	-164.3	122.3	-1.3	$r_0$	121.2	2.9	42.0
$\alpha$	137.0	85.8	1.6	$k$	184.6	2.4	78.2
$\beta$	0.14	0.04	3.4	$\tau$	2762.7	84.0	32.9
$\hat{\sigma}^2$	59.1			$\hat{\sigma}^2$	31.6		
$k$	120			$k$	6		
$n$	189			$n$	189		
SS	11164.9			SS	5974		

Tableau 6.4 – Tables statistiques associées aux ajustements non-linéaires exponentiel et puissance de la loi d'étalement  $r(t)$  d'une goutte 3D de rayon initial 40 ul :  $k$  désigne le nombre d'itérations réalisées,  $n$  le nombre d'observations,  $\hat{\sigma}^2$  l'écart-type résiduel estimé et  $SS$  la somme des carrés associés à chacun des ajustements.

## 6.2 Écoulement d'une lame d'eau sur un plan incliné

### 6.2.1 Rappel : loi théorique de distribution des vitesses

Soit une couche de fluide d'épaisseur  $h$ , limitée par sa surface libre et un plan fixe incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontale, en mouvement sous l'action du champ de pesanteur  $g$  (Fig. 6.6).

La résolution des équations fondamentales de la mécanique des fluides appliquées à ce système aboutit en régime permanent à un profil de vitesse  $v(z)$  de la forme (Landau et Lifchitz, 1971) (annexe B.4) :

$$v(z) = \frac{\rho g \sin \alpha}{2\eta} z(h - z) \quad (6.7)$$

La vitesse au sein du liquide  $v$  varie en fonction de la distance au plan  $z$  selon une loi parabolique. Elle est nulle à l'interface liquide-solide et est maximale au niveau de sa surface libre.

### 6.2.2 Expériences numériques

Pour confronter notre modélisation à cette loi physique du régime permanent, nous avons simulé, par la méthode des gaz sur réseau, l'écoulement d'une lame infinie sur une surface plane inclinée.

Nous avons utilisé un réseau rectangulaire dans lequel une paroi solide horizontale d'épaisseur constante  $e$  ( $ul$ ) simulait un plan incliné par la technique de gravité inclinée, et était le support imperméable de l'écoulement d'une lame d'eau d'épaisseur  $h$  ( $ul$ ) (Fig. 6.7 et 6.8).

Lors de simulations préliminaires, nous avons mesuré la vitesse moyenne de l'écoulement  $\overline{v}(t)$  en fonction du temps  $t$  pour en déduire le temps d'établissement du régime permanent. Cette vitesse a été calculée numériquement comme la quantité de mouvement moyenne par particule projetée dans la direction de l'écoulement. Les profils de vitesse  $v(z)$  ont alors été calculés numériquement sur  $\Delta t$  pas de temps ( $ut$ ) à partir du temps  $t_p$  d'établissement du régime permanent par la relation :

$$\overline{v}(z) = \frac{1}{\Delta t} \sum_{t=t_p}^{t_p+\Delta t} \langle p_x(z) \rangle(t) \quad (6.8)$$

où  $\langle p_x(z) \rangle(t)$  est la vitesse moyenne dans la direction de l'écoulement ( $x$ ) des particules liquides à une distance  $z$  du support de l'écoulement. Les caractéristiques des 4 séries d'expériences 2D et 3D réalisées sont résumées dans le tableau 6.5.

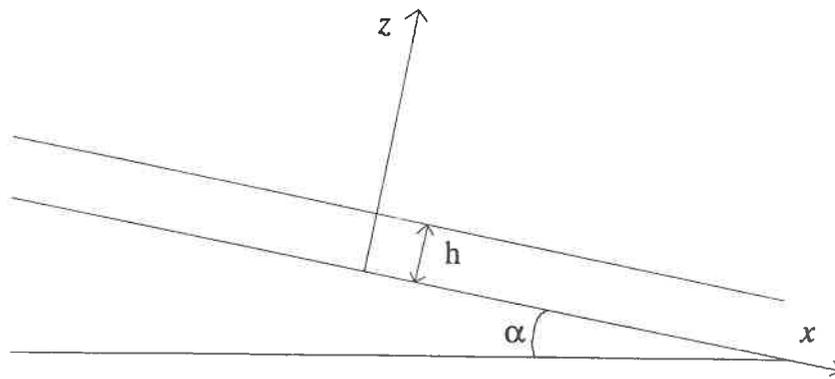


Figure 6.6 – Écoulement d'une couche de fluide d'épaisseur  $h$  sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$ .

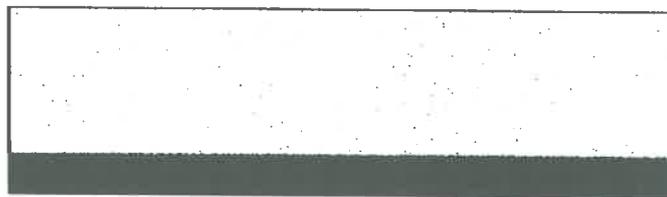


Figure 6.7 – Image 2D d'une lame d'eau sur un surface solide, simulée par la méthode de gaz sur réseau.

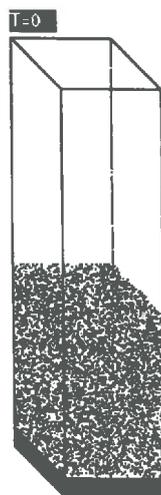


Figure 6.8 – Image 3D d'une lame d'eau sur une surface solide, simulée par la méthode de gaz sur réseau.

### 6.2.3 Résultats et discussion

Des images montrant les lames d'eau simulées sont représentées en figures 6.9 et 6.10. On peut observer que l'interface liquide-vapeur n'est pas plane et est sujette à des fluctuations au cours du temps. Par leur amplitude, ces fluctuations d'interface n'affectent que les couches superficielles de la lame d'eau simulée. Ces observations sont en accord avec les comportements des fluides réels. En effet, lorsqu'un fluide est mis en mouvement sous l'action d'une force extérieure quelconque, sa surface libre quitte son état d'équilibre (surface plane). Le mouvement se propage à sa surface suivant des ondes dues au champ de pesanteur et appelées *ondes de gravitation* (Landau et Lifchitz, 1971). Pour le fluide simulé ici, l'action extérieure est le champ de pesanteur incliné (à  $t \geq 1 \text{ ut}$ ) alors que sa surface libre est initialement plane (à  $t = 0 \text{ ut}$ ).

En figures 6.11 et 6.12 sont représentées les évolutions de la vitesse moyenne de l'écoulement en fonction du temps pour les huit expériences d'écoulement. Les valeurs présentées sont les moyennes des vitesses obtenues lors de 5 (resp. 1) répétitions en 2D (resp. 3D). Au cours du temps, la vitesse moyenne de la lame d'eau augmente lentement puis oscille ensuite autour d'une valeur moyenne stable. Pour l'ensemble des expériences réalisées, nous considérerons qu'un régime permanent est déjà établi au temps  $t = 5000 \text{ ut}$  en 2D, et au temps  $t = 3000 \text{ ut}$  en 3D. Ces expériences montrent que la vitesse moyenne de l'écoulement est à chaque instant une fonction croissante de la pente ( $\sin \alpha$ ) et de l'épaisseur  $h$  de la lame d'eau. En régime permanent, ces premières observations sont en accord avec la loi théorique (6.7) de distribution des vitesses, qui implique une vitesse moyenne d'écoulement  $\bar{v}$  de la forme :

$$\bar{v} = \frac{1}{h} \int_0^h v(z).dz = \frac{\rho g h^2 \sin \alpha}{3\eta} \quad (6.9)$$

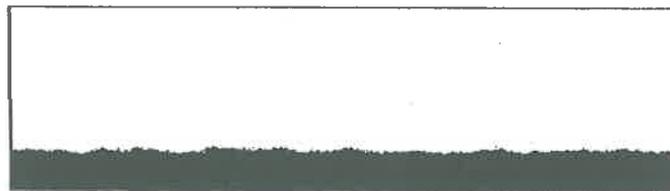
Les profils de vitesse  $v(z)$  en fonction de la distance  $z$  au plan sont présentés en figures 6.13 et 6.14 pour chacune des huit expériences décrites précédemment. Pour des valeurs croissantes de la distance au plan  $z$ , les profils de vitesse expérimentaux  $v(z)$  ont tous leur concavité orientée vers les  $v(z)$  négatifs. Puis ils s'infléchissent au voisinage de la surface de la lame d'eau ( $z \simeq h$ ) :

- Dans les couches superficielles des lames d'eau simulées, les vitesses mesurées surestiment systématiquement la vitesse théorique. Ces écarts représentent jusqu'à 50 % (resp. 100 %) des valeurs théoriques en 2D (resp. 3D). Ils concernent une couche de surface de 6  $ul$  (resp. 16  $ul$ ). Les profils de vitesse  $y$  ont une allure exponentielle.

Quand la densité diminue, les particules entrent moins en collision. Par suite, leur vitesse moyenne augmente. Ces écarts en surface peuvent ainsi être expliqués par la structure de l'interface liquide-gaz. Lors des simulations de transition de phase, nous avons observé une interface séparant les phases liquide et gaz (§ 5.1.2). Dans cette zone, la densité décroît progressivement avec l'altitude entre la densité du liquide et la densité du gaz. L'épaisseur est de deux fois la distance d'interaction (3 en 2D, 8 en 3D). Cette valeur correspond environ à l'épaisseur de la couche où les vitesses simulées sont perturbées.

Ces écarts peuvent être aussi une conséquence physique des ondes de surface observées en figures 6.9 et 6.10, et qui sont négligées dans la loi théorique représentée

$h$ (ul)	$\sin \alpha$ (%)	géométrie	répétitions	$\Delta t$
2D				
40	5	192×768	10	1000
40	10	192×768	10	1000
60	5	192×768	10	1000
60	10	192×768	10	1000
3D				
80	5	50×50×200	3	2000
80	10	50×50×200	3	2000
100	5	50×50×200	3	2000
100	10	50×50×200	3	2000

Tableau 6.5 – *Lame d'eau sur une surface inclinée: écoulements simulés*Figure 6.9 – *Image 2D de la lame d'eau simulée au temps 2000 ut pour  $h=40$  ul et  $\sin \alpha=5$  %. Le liquide est représenté en noir, le solide en gris et la phase vapeur en blanc.*

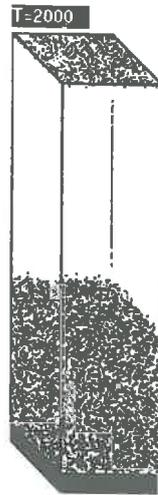


Figure 6.10 – Image 3D de la lame d'eau simulée au temps 2000 ut pour  $h=80$  ul et  $\sin \alpha=10$  %. Le liquide est représenté en gris, le solide en noir et la phase vapeur en blanc.

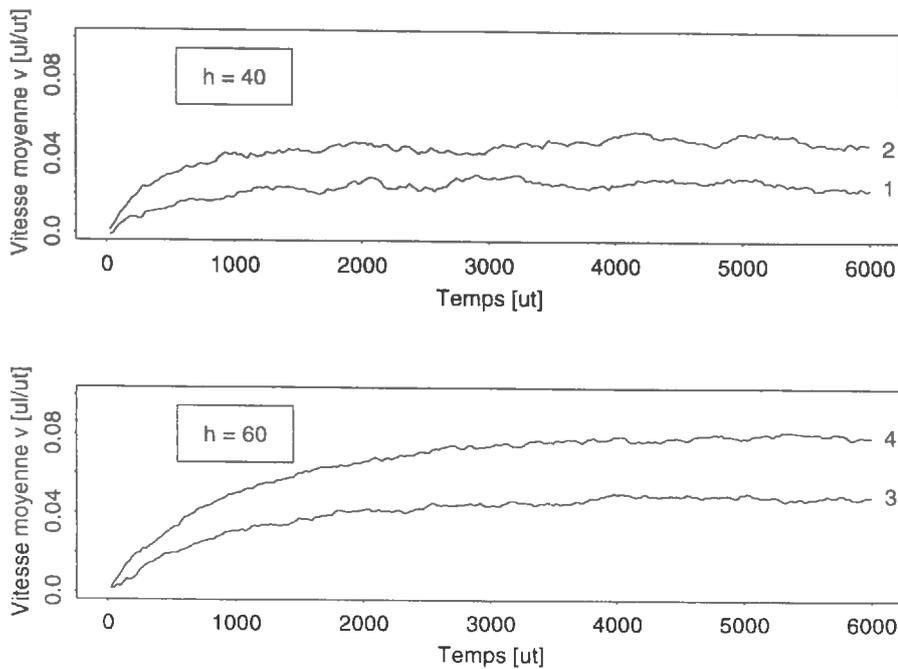


Figure 6.11 – Simulations 2D. Vitesse moyenne de la lame d'eau en fonction du temps. Les indices 1-4 des courbes sont ceux des expériences réalisées (voir texte).

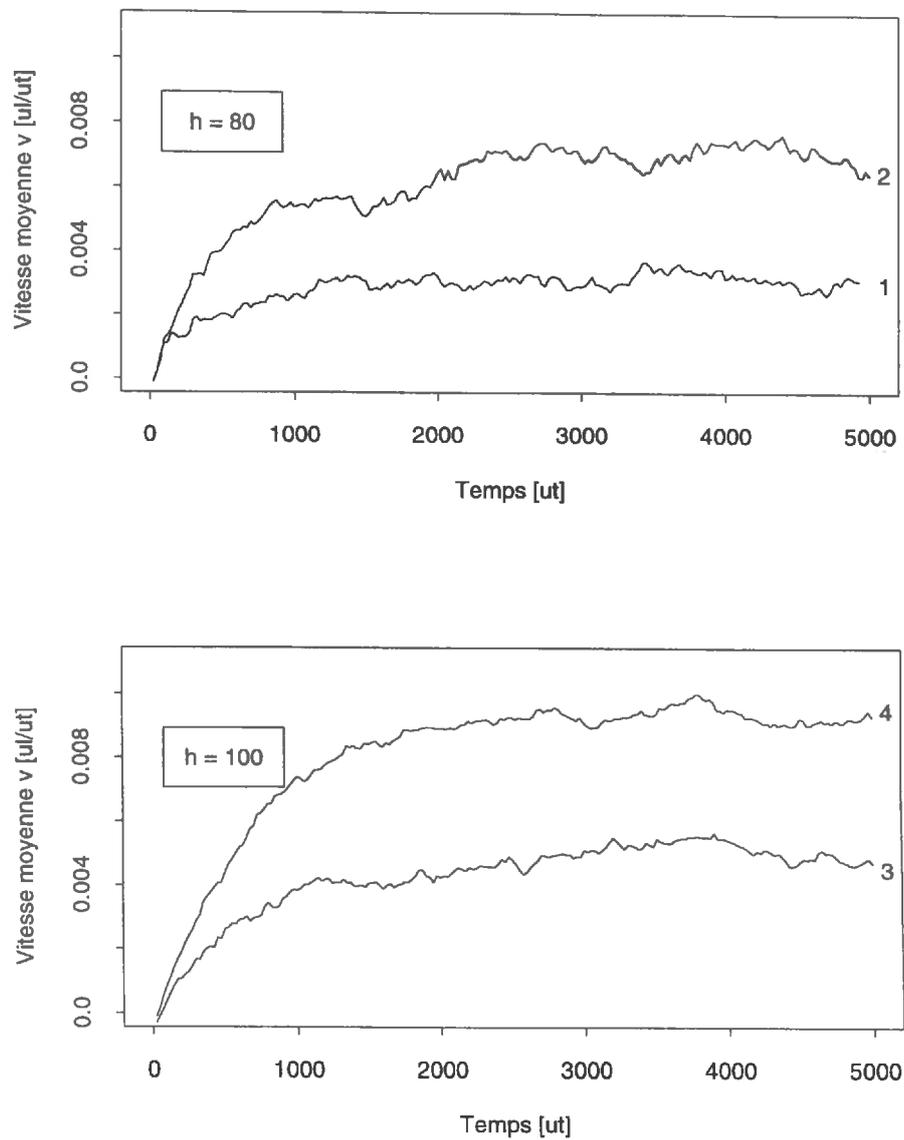


Figure 6.12 – *Simulations 3D. Vitesse moyenne de la lame d'eau en fonction du temps. Les indices 1-4 des courbes sont ceux des expériences réalisées (voir texte).*

graphiquement. En effet, les conditions aux limites utilisées pour établir la loi (6.7) ne prennent pas en compte l'existence d'ondes de gravitation (Annexe B.4). Les oscillations des ondes observées sont ici petites devant les dimensions du système.

Dans le cadre des «petites ondes», on peut montrer qu'au voisinage de la surface, la vitesse du fluide est une fonction périodique et exponentielle en  $z$  (Landau et Lifchitz, 1971). De façon qualitative, tous les profils de vitesse ont, au voisinage de  $z = h$ , une allure en accord avec ces développements théoriques.

Les vitesses mesurées au voisinage de l'interface liquide-vapeur ne peuvent donc pas être confrontées à la loi théorique (6.7) car celle-ci néglige un phénomène qui y est localement prépondérant. Cependant, compte-tenu des données théoriques dont on dispose sur les ondes de surface, les vitesses simulées montrent un comportement physiquement cohérent.

- Dans les couches non affectées par les ondes de gravitation, les profils de vitesse simulés ont une allure parabolique. Ils sont en accord avec les profils théoriques. La qualité de l'ajustement dépend des simulations.

En 2D, pour une faible inclinaison du plan (expériences 1 et 3 :  $\sin \alpha = 5\%$ ), les profils de vitesse mesurés sous-estiment légèrement la loi théorique. Inversement, ils la surestiment pour une pente plus forte (expériences 2 et 4 :  $\sin \alpha = 10\%$ ). La qualité de l'ajustement ne semble pas influencée par l'épaisseur  $h$  de la lame d'eau simulée.

En 3D, pour des vitesses moyennes croissantes (scénarios 1 à 4), les profils simulés sous-estiment de plus en plus les valeurs théoriques. Cette évolution représente moins de 10 % dans la gamme des vitesses étudiées. Elle peut être expliquée par l'augmentation de la viscosité avec la vitesse, observée au chapitre 5, et qui n'est pas prise en compte dans le profil théorique.

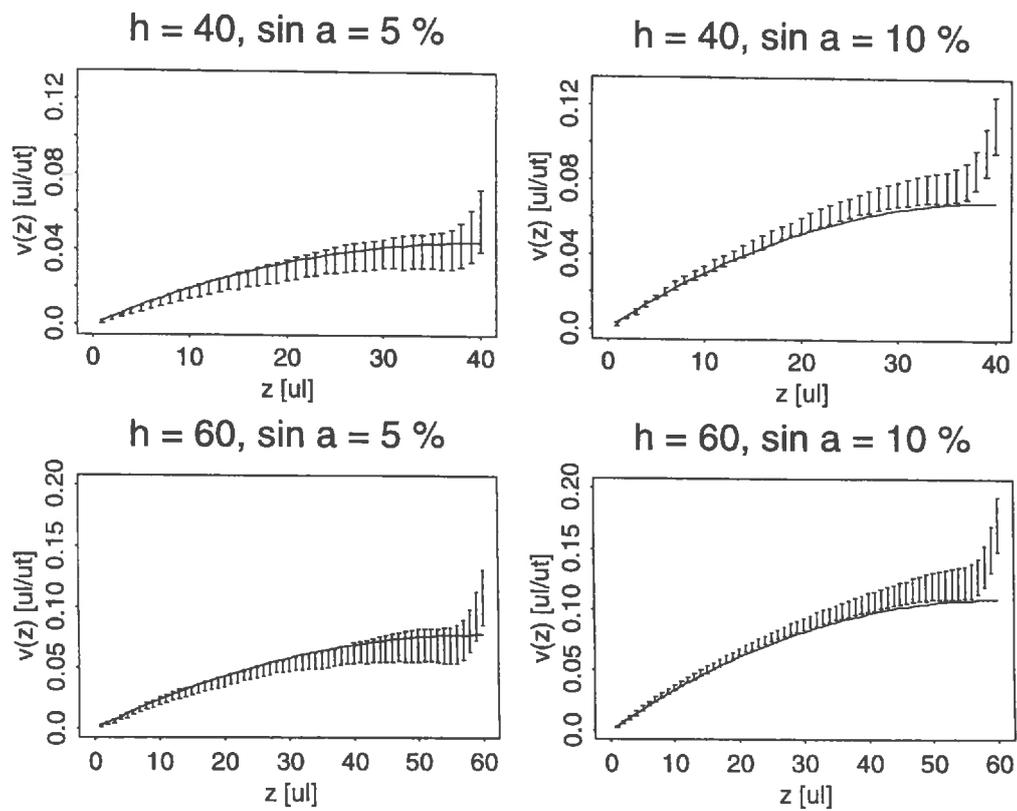


Figure 6.13 – Profils de vitesses simulés au sein de la lame d'eau 2D pour les 4 expériences répétées 10 fois. L'ensemble des mesures numériques sont représentées synthétiquement par des segments verticaux centrés sur la vitesse moyenne calculée et de longueur 2 écarts-types. Les courbes théoriques correspondantes figurent en traits continus.

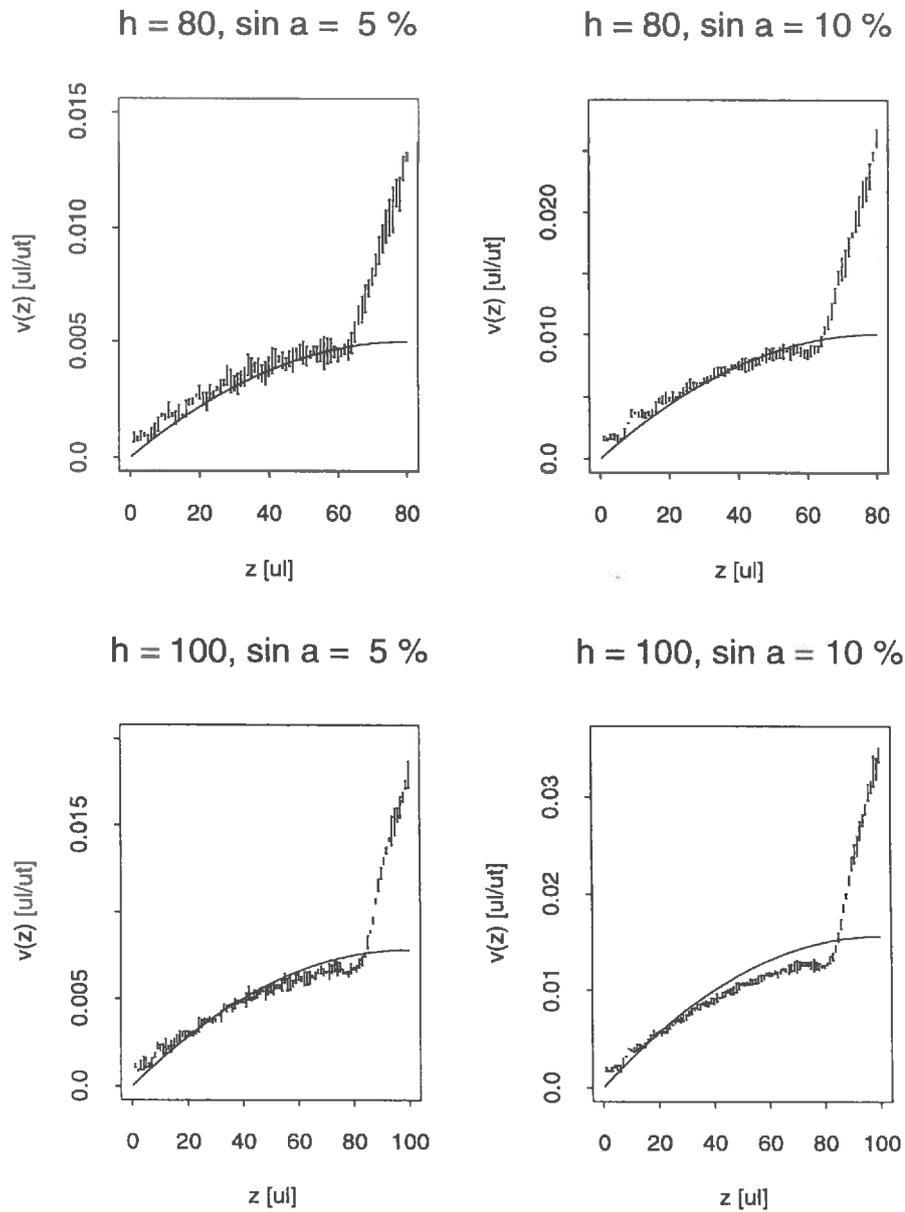


Figure 6.14 – Profils de vitesses simulés au sein de la lame d'eau 3D, pour les 4 expériences répétées 3 fois. L'ensemble des mesures numériques sont représentées synthétiquement par des segments verticaux centrés sur la vitesse moyenne calculée et de longueur 2 écarts-types. Les courbes théoriques correspondantes figurent en traits continus.

## 6.3 Conclusion partielle

En conclusion, l'étalement d'une goutte liquide sur une surface solide est simulé de façon réaliste, en termes morphologiques et cinétiques, pour des gouttes de grand rayon (30  $\mu\text{l}$  en 2D). En effet, les simulations 2D et 3D de l'étalement de gouttes initialement sphériques ont permis de retrouver numériquement les observations et développements théoriques disponibles dans la littérature :

- Les gouttes liquides ont une forme de calotte d'ellipse au début de leur étalement. Cet apport du modèle affine les hypothèses de travail de de Gennes (1984) et va dans le sens des observations de Tanner (1986).
- La loi cinétique d'étalement retrouvée en 2D est de type exponentielle. Elle est cohérente avec les mouillabilités partielles des modèles utilisés. Elle valide différentes approches (De Gennes, 1984; Pomeau, 1984) dont les développements aboutissent à une loi analogue.

Pour une gamme de rayons initiaux inférieurs à 30  $\mu\text{l}$ , la qualité des ajustements aux calottes sphériques est confirmée. En revanche, l'évaporation est prépondérante sur l'étalement capillaire et se traduit par une loi d'étalement  $r(t)$  décroissante.

Ces simulations ont montré les apports potentiels des gaz sur réseau à l'étude des phénomènes de mouillage. Mais les similitudes géométrique et temporelle constatées imposent des tailles de réseau et des durées de simulation rédhibitoires. Pour la suite, nous ne pouvons donc pas envisager de simuler l'étalement de gouttes liquides sphériques pour simuler des pluies.

Les résultats justifient l'utilisation de la composante pente dans la modélisation proposée. En effet, les simulations d'une lame d'eau sur une surface inclinée ont montré :

- *en régimes transitoire et permanent* : des fluctuations temporelles de l'interface liquide-vapeur, qui correspondent, sur les fluides réels, au phénomène des ondes de gravitation (Landau et Lifchitz, 1971).
- *en régime permanent* : un bon ajustement entre les profils de vitesse expérimentaux et leur loi théorique.

# Chapitre 7

## Simulations avec couplage

Ce chapitre a pour but de montrer la cohérence interne de la modélisation simultanée des facteurs pluie, infiltration, rugosité et pente telle qu'elle a été proposée au chapitre 5. À travers les simulations présentées, cette étape constitue une justification intuitive de la modélisation proposée, avant sa véritable étude expérimentale. Les 3 séries de simulations présentées illustrent :

- le sens physique des paramètres introduits (scénarios à flux constants);
- la formation d'excès d'eau (scénarios à infiltrabilité évolutive);
- l'amorce de leur écoulement latéral (scénarios sur surfaces rugueuses inclinées).

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Couplages à flux constants</b>	<b>98</b>
7.1.1	Objectifs	98
7.1.2	Expériences numériques	98
7.1.3	Résultats et discussion	98
<b>7.2</b>	<b>Couplages avec infiltrabilité évolutive</b>	<b>105</b>
7.2.1	Objectifs	105
7.2.2	Expériences numériques	105
7.2.3	Résultats et discussion	105
<b>7.3</b>	<b>Couplages avec ruissellement</b>	<b>108</b>
7.3.1	Objectifs	108
7.3.2	Expériences numériques	108
7.3.3	Résultats et discussion	109
<b>7.4</b>	<b>Conclusion partielle</b>	<b>112</b>

---

## 7.1 Couplages à flux constants

### 7.1.1 Objectifs

En chapitres 5 et 6, nous avons vérifié par simulations le sens physique de chacune des composantes introduites (pluie, infiltration, pente). Nous voulons ici étendre cette étude à la situation plus générale où ces composantes interviennent simultanément.

### 7.1.2 Expériences numériques

Pour cela, nous avons simulé des pluies d'intensité constante sur des surfaces horizontales d'infiltrabilité constante. Les 4 scénarios 2D et 3D répétés 5 fois sont décrits dans le tableau 7.1. Les surfaces 1 et 2 utilisées sont une même réalisation d'un modèle booléen de surface (Chadœuf *et al.*, 1989; Bertuzzi *et al.*, 1995) (Fig. 7.1). Elles ont été numérisées avec des facteurs d'échelle verticale et horizontale différents : respectivement (1, 2) et (3.5, 3). La surface 1 est lisse, et la surface 2 est rugueuse.

Des images du réseau ont été produites pour les scénarios 2D. Elles représentent graphiquement l'état des sites du réseau à un instant donné. Elles ont servi à illustrer le comportement du modèle.

Pour une étude quantitative, les flux simulés (pluies et infiltration cumulée, excès d'eau) ont été calculés en fonction du temps. Les valeurs, moyennées par pas de 25 *ut*, ont été converties en hauteur de liquide (*ul*).

### 7.1.3 Résultats et discussion

#### Interprétation qualitative

Les figures 7.2 et 7.3 présentent les images de chacun des scénarios 2D aux instants 1500, 3000 et 4500 *ut*. La figure 7.2 montre une simulation sur une surface lisse pour une faible (scénario 1) et une forte infiltrabilité (scénario 2). La figure 7.3 montre une simulation sur une surface rugueuse pour une faible (scénario 3) et une forte infiltrabilité (scénario 4).

Ces images illustrent le comportement simultané des composantes introduites dans le modèle 2D. Ces observations se généralisent au modèle 3D, dont les composantes ont été définies de manière analogue. On constate que :

- Les gouttes de pluie simulées ont une période de retour inférieure à leur temps d'étalement. On observe parfois des empilements verticaux de gouttes (Fig. 7.3). Pour simuler cet événement pluvieux avec plus de réalisme, il faudrait diminuer l'intensité des pluies simulées et augmenter la durée des simulations.
- Le nombre de gouttes qui persistent à la surface du sol diminue quand l'infiltrabilité augmente (comparer les scénarios 1 et 2 de la figure 7.2).

	géométrie	durée	rayon	intensité	infiltrabilité	surface	penne
2D	( $ul^2$ )	( $ut$ )	$r$ ( $ul$ )	$\lambda$ ( $ut^{-1}.site^{-1}$ )	$i(um.ut^{-1}.site^{-1})$		(%)
1	192×480	5000	15	$5.10^{-6}$	0.01	1	0
2	192×480	5000	15	$5.10^{-6}$	0.1	1	0
3	192×480	5000	15	$5.10^{-6}$	0.01	2	0
4	192×480	5000	15	$5.10^{-6}$	0.1	2	0
3D	( $ul^3$ )	( $ut$ )	$r$ ( $ul$ )	$\lambda$ ( $ut^{-1}.ul^{-2}$ )	$i(um.ut^{-1}.ul^{-2})$		(%)
1	100×100×100	3000	10	$10^{-5}$	0.01	0	0
2	100×100×100	3000	10	$10^{-5}$	0.1	0	0
3	100×100×100	3000	10	$10^{-6}$	0.01	0	0
4	100×100×100	3000	10	$10^{-6}$	0.1	0	0

Tableau 7.1 – *Simulations à flux constants. Construction factorielle des scénarios 2D et 3D répétés 5 fois. La surface 0 est une surface plane, et les surfaces 1 et 2 sont représentées en figure 7.1.*

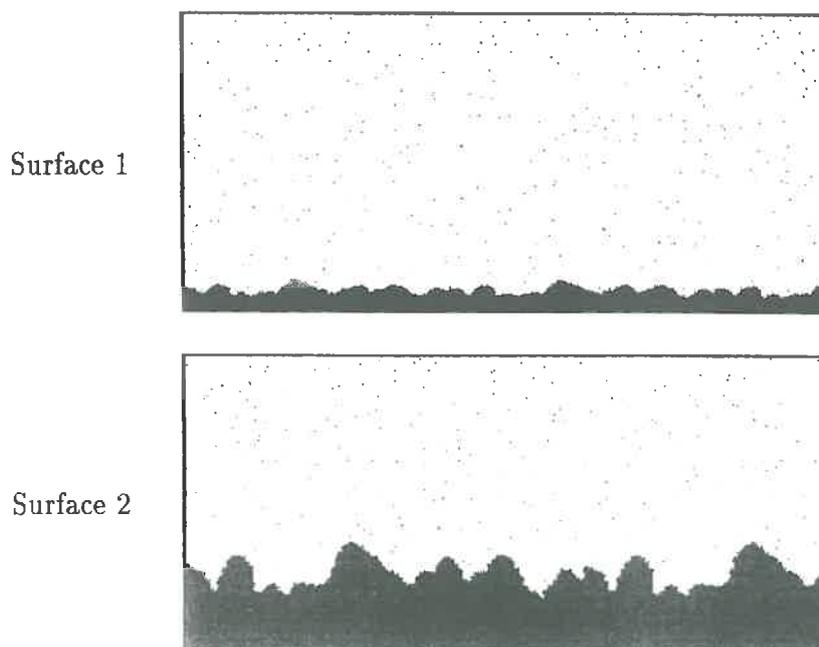


Figure 7.1 – *Simulations 2D à flux constants. Images des surfaces rugueuses 1 et 2 utilisées.*

- Pour une faible infiltrabilité, le modèle produit un excès d'eau superficiel qui remplit les dépressions de la surface du sol. Plus la surface est lisse, plus les zones de stockage sont interconnectées (voir les scénarios 1 et 3 au temps 3000 *ut*). Pour le modèle 2D, les écoulements de surface se font dans une direction de l'espace. Par leur limites, les images présentées soulignent ainsi l'intérêt du modèle 3D développé pour simuler le remplissage d'une surface rugueuse.

### Interprétation quantitative

Les flux cumulés associés à ces scénarios sont représentés en figures 7.4 et 7.5. Les courbes 2D et 3D présentent les mêmes tendances. Elles montrent que :

- L'infiltration effective cumulée est contrôlée par le profil en conditions d'excès d'eau superficiels. Inversement, elle est contrôlée par les intrants dans les cas où ils sont limitants (scénarios 2 et 4).
- Sous des pluies intenses et une faible infiltrabilité, la détention superficielle se produit par le mécanisme hortonien d'excès à l'infiltration (scénario 1 Fig. 7.5).
- L'excès d'eau ainsi produit diminue ensuite par infiltration différée (scénarios 2 et 4), ou augmente irréversiblement. La charge hydraulique provoquée par la présence d'un excès d'eau n'influence pas l'infiltration effective. Cette observation souligne la prise en compte simplifiée de l'infiltration dans la modélisation proposée. La loi de retrait de particules impose simplement un flux vertical potentiel maximal à l'interface solide-fluide.

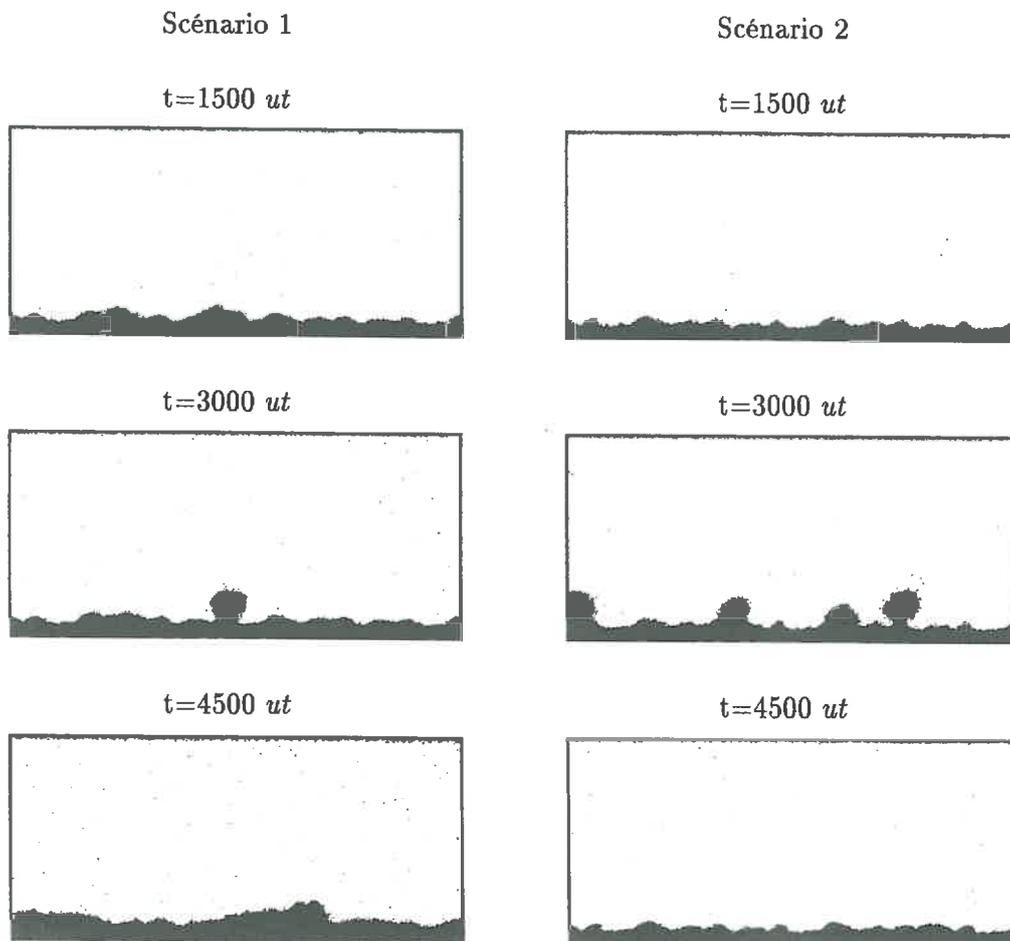


Figure 7.2 – Scénarios à flux constants 2D. Trois étapes des simulations à pluie et infiltrabilité constantes sur la surface lisse 1. L'infiltrabilité est faible ( $0.01 \text{ um.ut}^{-1}.\text{site}^{-1}$ ) pour le scénario 1 et forte ( $0.1 \text{ um.ut}^{-1}.\text{site}^{-1}$ ) pour le scénario 2.

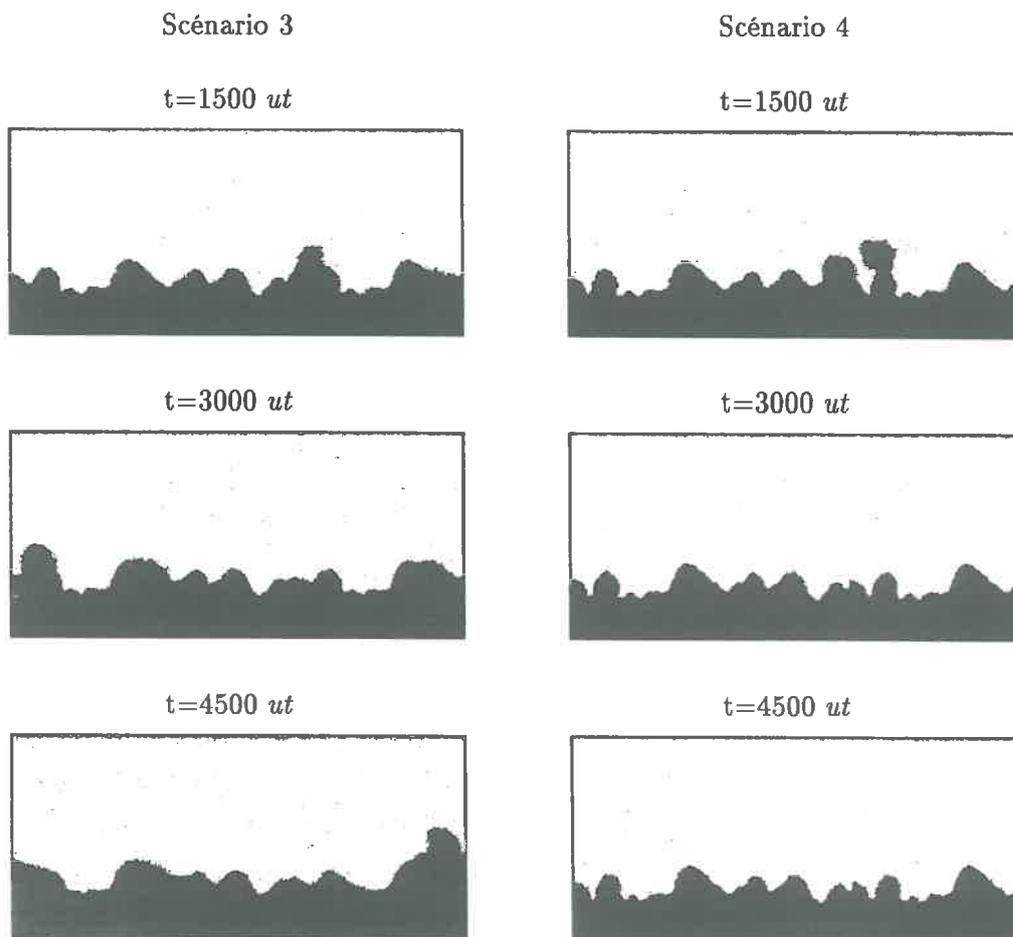


Figure 7.3 – Scénarios à flux constants 2D. Trois étapes des simulations à pluie et infiltrabilité constantes sur la surface rugueuse 2. L'infiltrabilité est faible ( $0.01 \text{ um.ut}^{-1}.\text{site}^{-1}$ ) pour le scénario 3 et forte ( $0.1 \text{ um.ut}^{-1}.\text{site}^{-1}$ ) pour le scénario 4.

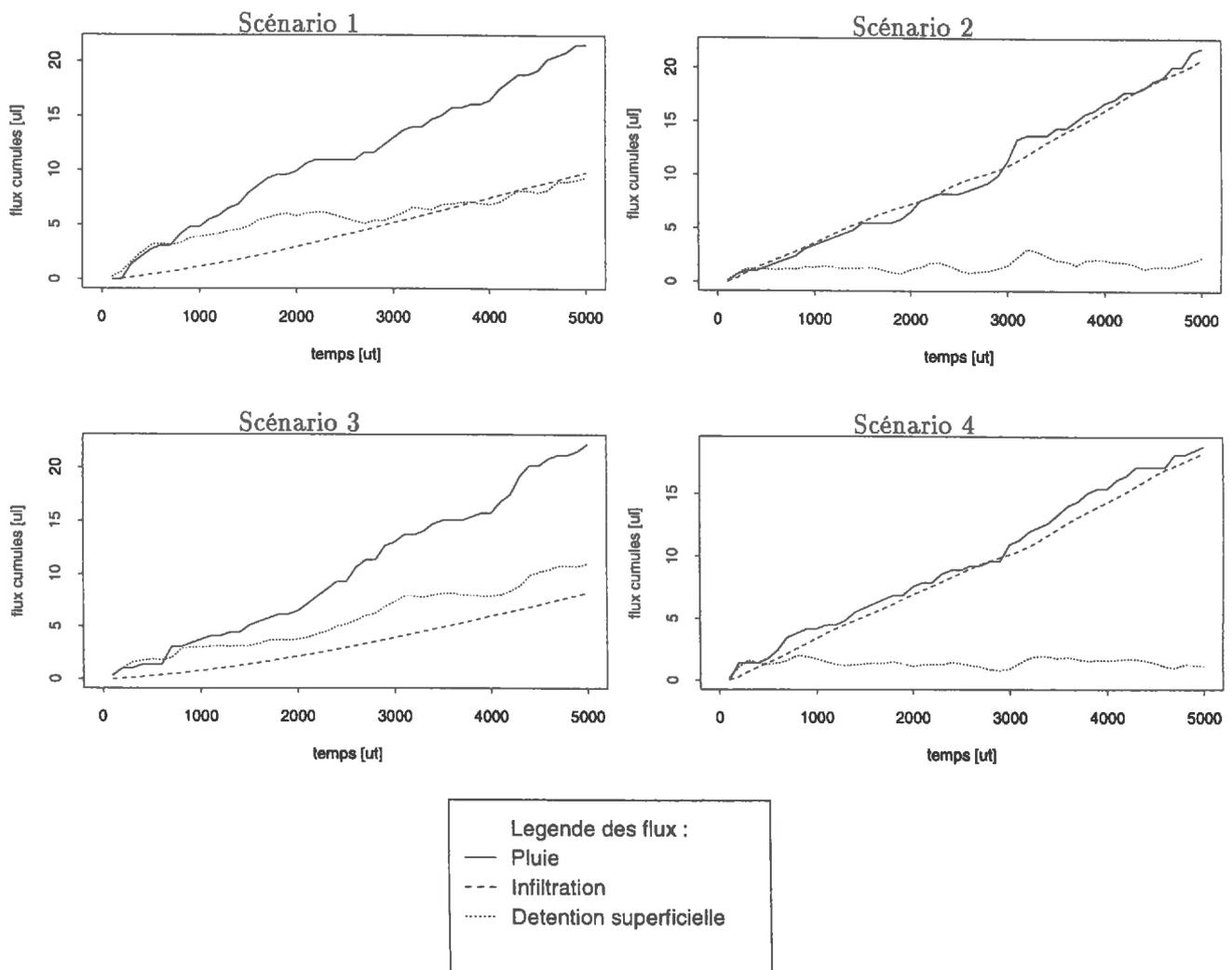


Figure 7.4 – Simulations 2D à flux constants. Pluies, infiltration et excès d'eau totaux en fonction du temps.

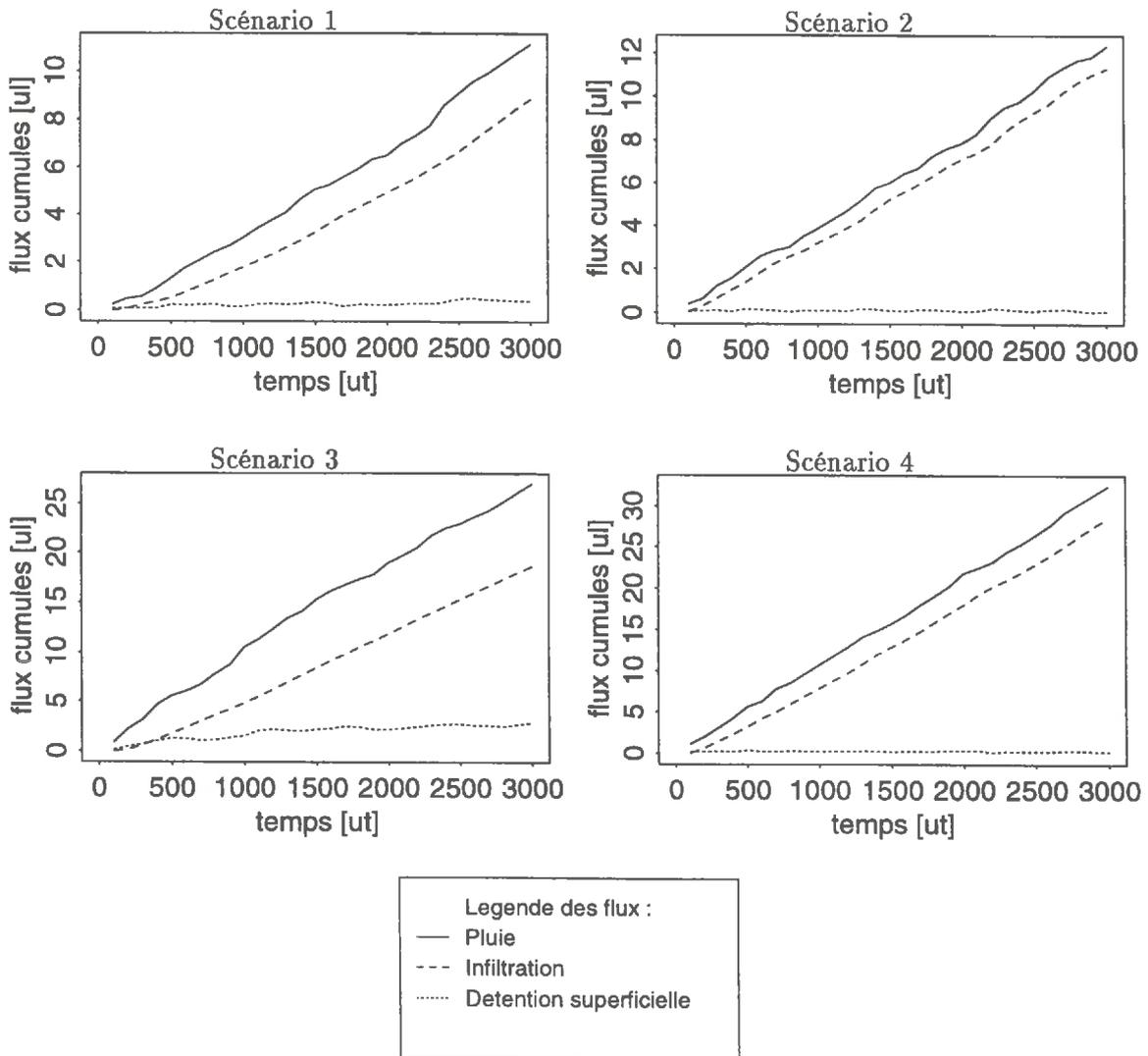


Figure 7.5 – Simulations 3D à flux constants. Pluies, infiltration et excès d'eau totaux en fonction du temps.

## 7.2 Couplages avec infiltrabilité évolutive

### 7.2.1 Objectifs

Dans un contexte hortonien, l'apparition d'excès d'eau superficiels est la conséquence d'une diminution de l'infiltrabilité du sol au cours du temps sous l'action des pluies. Nous voulons montrer ici que la modélisation proposée peut simuler cette dynamique en utilisant une loi d'infiltrabilité décroissante en fonction du temps.

### 7.2.2 Expériences numériques

Nous avons simulé 5 fois, en 2D et en 3D, deux scénarios d'infiltration sur une surface plane horizontale soumise à des pluies d'intensité constante. Les particules liquides de la surface ont retirées à un régime temporel suivant la loi d'infiltration de Philip :

$$i(t) = \frac{s}{2\sqrt{t}} + K \quad (7.1)$$

où  $i$  est l'infiltrabilité,  $t$  le temps,  $s$  la sorptivité et  $K$  la conductivité finale de la surface. Les caractéristiques des simulations réalisées sont présentées au tableau 7.2.

	géometrie	durée	rayon	intensité	sorptivité	conductivité finale
2D	$(ul^2)$	$(ut)$	$r (ul)$	$\lambda (ut^{-1}.site^{-1})$	$(ul.ut^{-1/2})$	$(um.ut^{-1}.site^{-1})$
1	192×480	5000	10	$5.10^{-5}$	0.24	0.
2	192×480	5000	10	$5.10^{-5}$	19.05	0.
3D	$(ul^3)$	$(ut)$	$r (ul)$	$\lambda (ut^{-1}.ul^{-2})$	$(ul.ut^{-1/2})$	$(um.ut^{-1}.ul^{-2})$
1	100×100×100	3000	10	$10^{-5}$	0.08	0.
2	100×100×100	3000	10	$10^{-5}$	7.81	0.

Tableau 7.2 – *Simulations à infiltrabilité évolutive. Construction factorielle des scénarios 2D et 3D répétés 5 fois.*

### 7.2.3 Résultats et discussion

Les flux associés à ces simulations sont représentés en figures 7.6 et 7.7. Pour des sorptivités croissantes, on observe une infiltration cumulée croissante, et des excès d'eau superficiels décroissants. La dynamique de production des excès d'eau dépend du terme  $\frac{s}{2\sqrt{t}}$ , qui varie avec le temps. Pour de grandes valeurs de  $s$ , l'infiltration effective approche les pluies

cumulées. Pour de faibles valeurs de  $s$ , l'infiltration est négligeable aux temps longs. Dans ce cas, la production de l'excès se fait au régime d'apport de pluie.

Ces observations confirment le sens physique du paramètre infiltrabilité réseau. Elles montrent ainsi qu'il est possible de simuler la formation d'un excès d'eau superficiel par l'utilisation d'une loi d'infiltrabilité à décroissance temporelle.

La loi de Philip a été choisie à titre d'illustration. Elle a ici été appliquée de façon uniforme à la surface du sol. N'importe quelle autre loi spatiotemporelle pourrait être utilisée par le modèle. Ce couplage externe de l'infiltration n'est pas intéressant en soi pour l'étude théorique de l'infiltration. En revanche, si cette composante est validée, elle permettra d'étudier par simulations les effets conjugués de l'infiltrabilité et du microrelief sur la détention superficielle et le ruissellement.

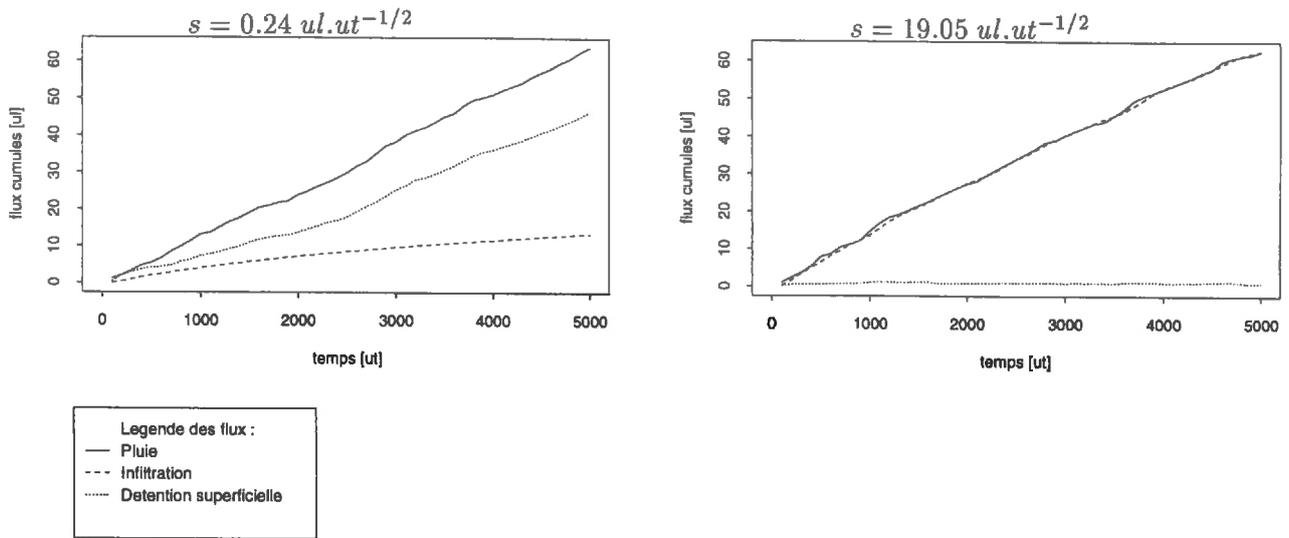


Figure 7.6 – Scénarios 2D à infiltration évolutive. Pluies, infiltration et excès d'eau moyens cumulés au cours du temps pour différentes valeurs de la sorptivité réseau initiale.

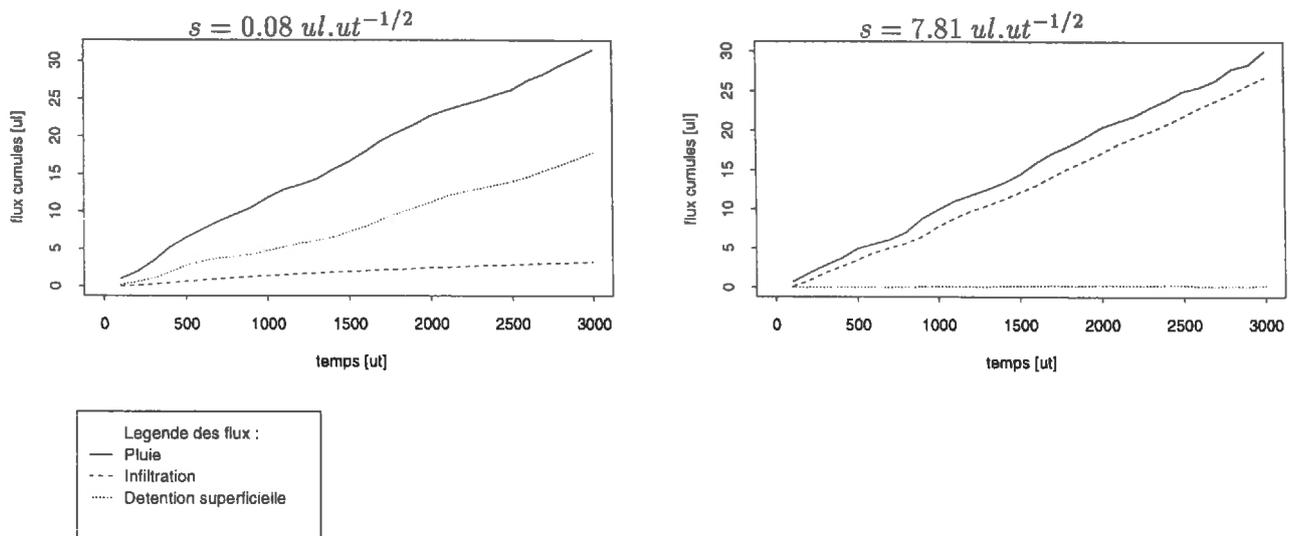


Figure 7.7 – Scénarios 3D à infiltration évolutive. Pluies, infiltration et excès d'eau moyens cumulés au cours du temps pour différentes valeurs de la sorptivité réseau initiale.

## 7.3 Couplages avec ruissellement

### 7.3.1 Objectifs

La pente et la rugosité de la surface du sol sont deux facteurs déterminants dans le devenir d'un excès d'eau superficiel. Nous voulons vérifier ici que notre modélisation restitue qualitativement le rôle de ces facteurs.

### 7.3.2 Expériences numériques

Nous avons simulé, en 2D et 3D, une lame d'eau sur deux types surfaces rugueuses imperméables inclinées (5 et 10 %). Nous avons pour cela utilisé une surface plane (n° 0) et la surface booléenne n° 2 de la figure 7.1 (p. 7.1). Les caractéristiques de ces simulations sont présentées au tableau 7.3.

Pour caractériser l'écoulement, nous avons calculé au cours du temps la vitesse moyenne des lames d'eau simulées. Les valeurs ont été moyennées par pas de 25 *ut*.

	géométrie	durée	lame d'eau	surface	pente	répétitions
2D	( <i>ul</i> <sup>2</sup> )	( <i>ut</i> )	( <i>ul</i> )	n° $\sigma$ ( <i>ul</i> )	(%)	
1	192×480	5000	30	0 0	5	5
2	192×480	5000	30	0 0	10	5
3	192×480	5000	30	2 9.2	5	5
4	192×480	5000	30	2 9.2	10	5
3D	( <i>ul</i> <sup>3</sup> )	( <i>ut</i> )	( <i>ul</i> )	n° $\sigma$ ( <i>ul</i> )	(%)	
1	100×100×200	4500	60	0 0	5	3
2	100×100×200	4500	60	0 0	10	3
3	100×100×200	4500	60	2 11.3	5	3
4	100×100×200	4500	60	2 11.3	10	3

Tableau 7.3 – Simulations du couplage pente  $\times$  microrelief. Construction factorielle des scénarios 2D et 3D. La surface n° 0 est une surface plane. La surface n° 2 est la surface booléenne représentée en figure 7.1.  $\sigma$  (*ul*) désigne l'écart-type des hauteurs de ces surfaces.

### 7.3.3 Résultats et discussion

Les vitesses moyennes des lames d'eau en fonction du temps sont représentées en figures 7.8 et 7.9.

Elles augmentent globalement au cours du temps. Pour les lames d'eau 2D, les vitesses moyennes ont encore des fluctuations importantes à 5000 *ut*. En revanche, les lames d'eau 3D ont un régime d'écoulement permanent après 1000 *ut* environ. Le liquide 3D peut prendre de multiples directions dans le plan d'écoulement pour éviter les obstacles solides. Inversement, une lame d'eau 2D n'a qu'une direction d'écoulement possible. L'absence de ce degré de liberté peut expliquer les différences de régime observées. Le modèle 2D de ruissellement sur surface rugueuse simule un écoulement transitoire. Il sous-estime donc les vitesses d'écoulement réelles, qui atteignent un régime permanent. Ces différences montrent que les écoulements sous faible profondeur d'eau sur surfaces rugueuses ne sont pas linéaires. Elles soulignent ainsi l'importance de simuler la genèse du ruissellement en trois dimensions.

Aux temps longs, les vitesses moyennes mesurées sont significativement différentes pour chacun des scénarios. Leurs valeurs sont d'autant plus importantes que la pente est forte et que la surface est lisse. La rugosité du sol augmente les forces de friction et retarde les écoulements de surface, tandis que la pente les accélère. Ces résultats illustrent que le modèle simule de façon cohérente l'action conjuguée des facteurs pente et microrelief.

Ces simulations restituent les comportements des écoulements sur surfaces rugueuses inclinées. La méthode des gaz sur réseau, qui satisfait macroscopiquement les équations de Navier-Stokes, le garantissait *a priori*. Leur intérêt essentiel est d'avoir montré que seul le modèle 3D est adapté à la modélisation de la genèse du ruissellement.

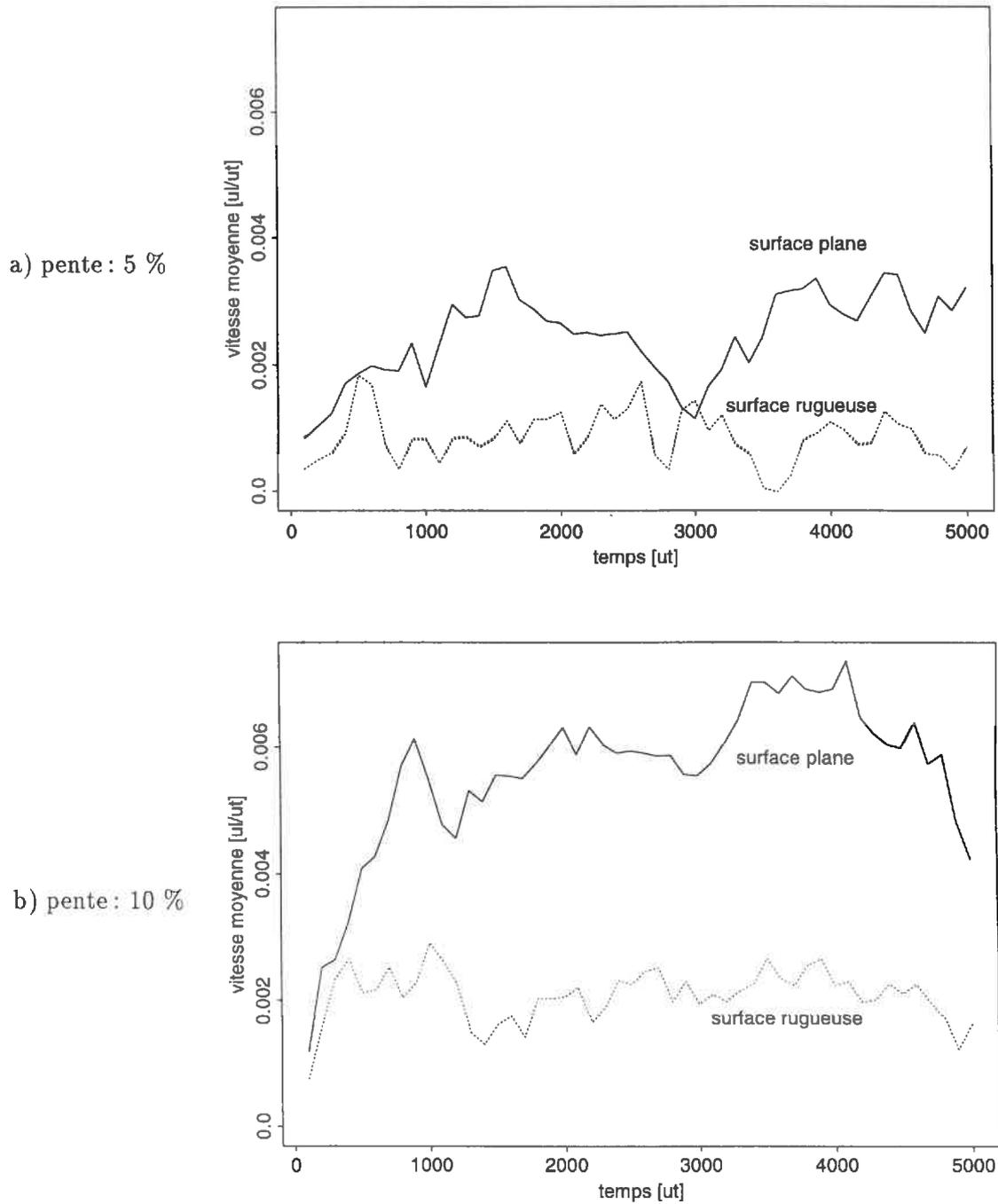


Figure 7.8 – Simulations 2D du couplage pente  $\times$  microrelief. Vitesse moyenne des particules constituant la lame d'eau en fonction du temps pour les deux types de surfaces et les deux niveaux de pente simulés : a) 5 %, b) 10 %.

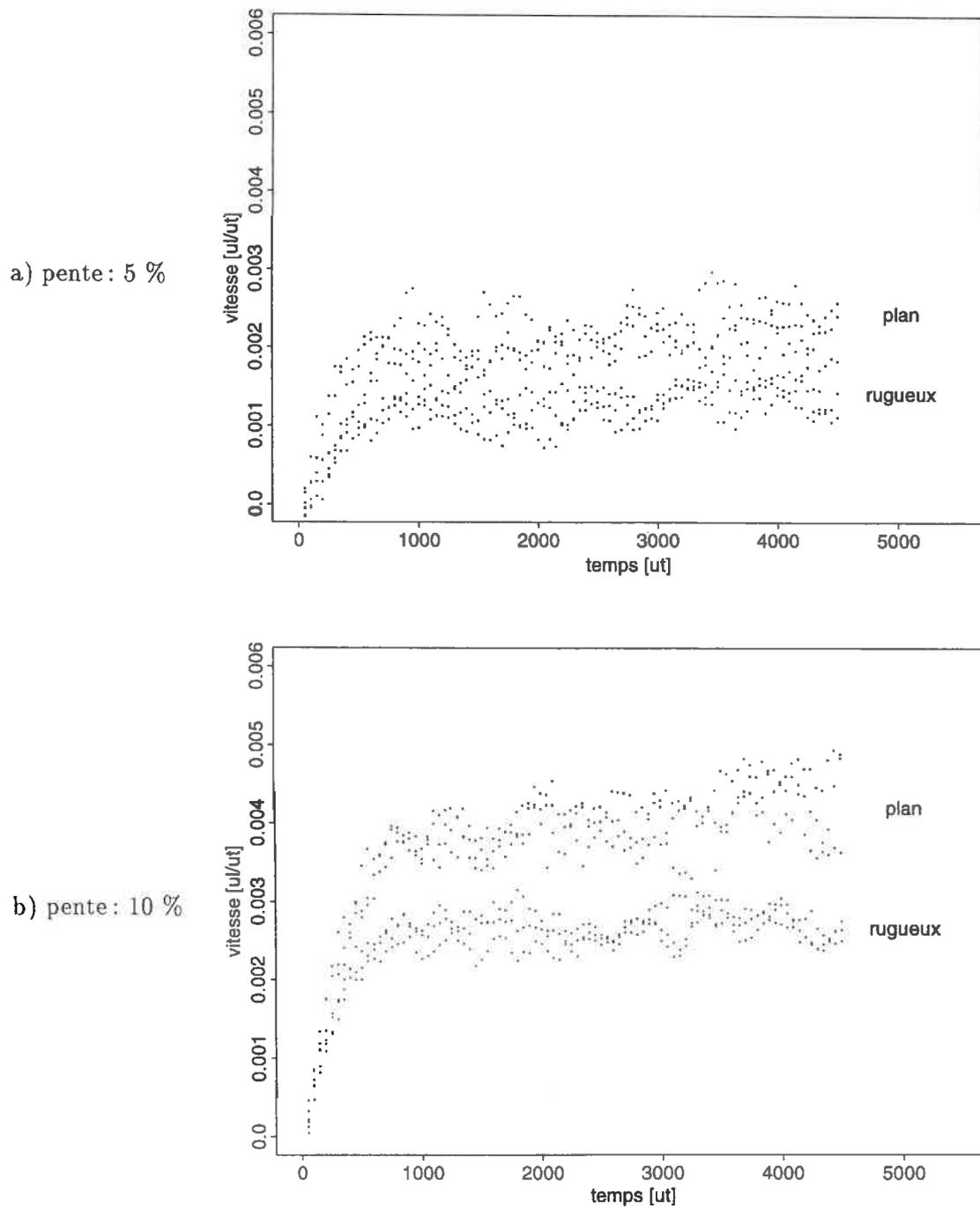


Figure 7.9 – Simulations 3D du couplage pente×microrelief. Vitesse moyenne des particules constituant la lame d'eau en fonction du temps pour les deux types de surfaces et les deux niveaux de pente simulés: a) 5 %, b) 10 %.

## 7.4 Conclusion partielle

Les simulations présentées dans ce chapitre illustrent les potentialités du modèle développé pour l'étude du ruissellement hortonien :

- Elles ont permis de simuler la formation d'un excès d'eau à la surface d'un sol peu infiltrant, puis sa mise en mouvement par gravité. Pour l'ensemble des scénarios étudiés, la partition des pluies entre infiltration et détention superficielle est en accord avec les lois classiques de l'hydrologie des petites surfaces (Mohamoud *et al.*, 1990).
- La composante infiltration résulte d'un couplage externe du modèle. Elle permet de privilégier la simulations des écoulements de surface mais elle est utilisatrice d'une loi spatiotemporelle. L'utilisation d'une loi décroissante de l'infiltrabilité a permis de simuler la formation d'un excès d'eau superficiel. L'intérêt de cette approche serait d'étudier les risques de ruissellement en fonction des facteurs infiltrabilité (loi temporelle, variabilité spatiale...) et microrelief.

Cependant, nous avons aussi montré que :

- Seul le modèle 3D est adapté à l'étude de la genèse du ruissellement car l'écoulement d'une lame d'eau de faible épaisseur sur une surface rugueuse n'est pas linéaire ;
- La simulation des pluies par des gouttes liquides sphériques n'est pas viable. Leurs dimensions et temps d'étalement sont en effet rédhitoires en mémoire et temps de calcul pour simuler à l'échelle métrique.

Par la suite, nous n'utiliserons donc que le modèle 3D développé. Sa mise au point est issue de travaux préliminaires, réalisés avec le modèle 2D, qui ont déjà fait l'objet d'une publication (Garcia-Sanchez *et al.*, 1996) (Annexe C.1). Et nous simulerons les pluies par un apport aléatoire de particules à la surface du sol. Dans ce cadre, nous devons valider les composantes pluie et infiltration. Ce travail sera l'objet des chapitres 8 et 9 :

- Nous testerons l'adéquation du processus spatiotemporel uniforme pour simuler l'apport ponctuel de particules à la surface du sol. On pourra ensuite valider cette composante pluie en comparant des localisations de flaques observées et simulées.
- La validation expérimentale de l'infiltration pourrait reposer sur la mesure simultanée et spatiale de la détention superficielle et de l'infiltration effective. D'une part, la loi d'infiltration mesurée alimenterait la composante infiltration pour simuler ces expériences. D'autre part, la détention superficielle servirait de variable de validation.

Le modèle 3D développé est dorénavant et déjà applicable à l'étude de l'écoulement d'une lame d'eau sur une surface rugueuse inclinée. Le chapitre 10 présente une étude numérique de ces situations.

### III Confrontation à des expériences en conditions contrôlées

## Chapitre 8

# Expérimentation

Nous avons réalisé des expériences en conditions contrôlées pour tester les composantes pluie et infiltration introduites dans notre modélisation. Ce chapitre présente les protocoles utilisés et les résultats expérimentaux obtenus. Les confrontations au modèle 3D sont présentées au chapitre suivant.

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Objectifs</b> . . . . .	<b>116</b>
<b>8.2</b>	<b>Distribution des gouttes de pluies</b> . . . . .	<b>117</b>
8.2.1	Matériel et Méthodes . . . . .	117
8.2.2	Résultats et discussion . . . . .	117
8.2.3	Conclusion partielle . . . . .	121
<b>8.3</b>	<b>Détention superficielle de surfaces rugueuses</b> . . . . .	<b>125</b>
8.3.1	Matériel et Méthodes . . . . .	125
8.3.2	Résultats et discussion . . . . .	126
8.3.3	Conclusion partielle . . . . .	133
<b>8.4</b>	<b>Distribution spatiale de l'infiltration</b> . . . . .	<b>138</b>
8.4.1	Matériel et Méthodes . . . . .	138
8.4.2	Conclusion partielle . . . . .	140
<b>8.5</b>	<b>Conclusion partielle</b> . . . . .	<b>144</b>

---

## 8.1 Objectifs

Dans les chapitres précédents, nous avons utilisé un modèle de gaz sur réseau 3D auquel nous avons ajouté des composantes pente, microrelief, pluie et infiltration pour l'adapter à l'étude du ruissellement. L'ensemble des simulations présentées ont montré les possibilités offertes par cette nouvelle approche pour simuler la formation d'un excès d'eau, puis sa mise en mouvement par gravité.

Le microrelief simulé repose sur l'utilisation de sites solides. Dans le réseau, ils sont définis comme des obstacles aux transferts. Des règles de transition permettent de simuler leur mouillage par les particule de fluide. Dans le cadre du modèle original 3D, le comportement macroscopique des particules fluides et solides a déjà été validé (Frisch *et al.*, 1987). L'utilisation de la composante microrelief de notre modèle est donc légitime.

L'étude des vitesses de lames liquides en écoulement permanent sur des surfaces planes inclinées a montré la validité de la composante pente introduite (Ch. 6).

D'autres scénarios de simulation ont montré la cohérence qualitative des composantes pluie et infiltration étudiées individuellement (Ch. 5), ou simultanément (Ch. 7). Mais ces dernières composantes n'ont pas été validées. Et il n'existe pas de lois théoriques pouvant servir de base à cette validation. L'objet de ce chapitre est donc de fournir les données expérimentales pour valider les composantes pluie et infiltration.

L'objet de ces expériences étaient de fournir à la fois :

- Les variables d'entrée du modèle 3D. Dans le cas de surfaces rugueuses infiltrantes, le modèle utilise le microrelief, la pente, le processus spatiotemporel d'impact des gouttes de pluie et la loi spatiotemporelle d'infiltration ;
- Une variable de validation permettant confronter modèle et expérience. Puisque notre objectif est l'étude du ruissellement, cette variable devait caractériser les écoulements superficiels.

Pour cela, les expériences ont été réalisées en conditions contrôlées. Sur des surfaces de microrelief invariant soumises à des pluies simulées, nous avons étudié successivement :

- La distribution des gouttes de pluies dans les événements pluvieux appliqués. Cette étude préliminaire visait à valider et fournir les paramètres pour simuler avec le modèle les événements pluvieux effectivement rencontrés. Nous voulons vérifier les hypothèses statistiques d'homogénéité et de distribution, et estimer les paramètres du processus de Poisson introduit dans la composante pluie.
- La rétention superficielle sur des surfaces rugueuses imperméables. Cette deuxième étude visait à valider la composante pluie par la rétention superficielle qu'elle induit sur un microrelief connu. Nous avons pour cela introduit une nouvelle méthode de mesure effective des flaques à la surface d'un sol rugueux.
- La rétention superficielle sur des surfaces rugueuses infiltrantes. Cette dernière étude visait à valider la composante infiltration sur la base de mesures simultanées de la rétention superficielle et de l'infiltration.

## 8.2 Distribution des gouttes de pluies

### 8.2.1 Matériel et Méthodes

Nous avons simulé des pluies de  $30 \text{ mm.h}^{-1}$  avec un simulateur à capillaires. Son principe de fonctionnement est présenté en figure 8.1. L'eau est distribuée au goutte à goutte par un réseau rectangulaire de 380 tubes capillaires sur une surface de  $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ . Un mètre en dessous, une grille à maille serrée fractionne et disperse les gouttes d'eau. Ce système est suspendu à  $4.5 \text{ m}$  au dessus de la surface exposée. Le système de réglage des débit et pression à l'entrée de cet appareillage permet de fixer l'intensité de la pluie simulée. L'intensité des pluies simulées est homogène au centre du dispositif sur une surface de  $0,6 \times 0,6 \text{ m}^2$ .

Nous avons utilisé du papier hydrosensible pour étudier les rayons et points d'impact des gouttes d'eau de pluie. Ce matériau a la propriété de changer de couleur au contact d'eau ou d'huile. La surface de la tâche colorée ainsi produite dépend de la nature du fluide, de son volume et de sa vitesse d'impact :

- Pour étalonner cette relation, nous avons lâché des gouttes d'eau de volume connu, et à vitesse initiale nulle, à  $4.5 \text{ m}$  au dessus du papier hydrosensible. Sous hypothèse sphérique, nous avons ajusté une relation polynomiale entre la surface des tâches et le rayon des gouttes d'eau.
- Pour étudier l'homogénéité spatiale et temporelle des impacts des gouttes, nous avons exposé horizontalement des feuilles de papier hydrosensible de  $56 \times 72 \text{ mm}$  à une pluie simulée de  $30 \text{ mm.h}^{-1}$  pendant une seconde. Nous avons pour cela utilisé un clapet à ouverture manuelle et un métronome électronique réglé à 60 pulsation par minute (Fig. 8.2). Trois séries d'environ 20 expositions ont été réalisées : au centre de la surface (série T, pour tester l'homogénéité temporelle), et le long de deux axes perpendiculaires de  $0.6 \text{ m}$  (série X et série Y, pour tester l'homogénéité spatiale).

Dans les deux cas, nous avons numérisé les feuilles exposées en niveau de gris (Fig. 8.3). Par analyse d'image, les tâches ont ensuite été délimitées par seuillage et nous avons calculé leur surface.

### 8.2.2 Résultats et discussion

#### Étalonnage du papier hydrosensible

La relation diamètre de gouttes en fonction de la surface des tâches est représentée en figure 8.4. En imposant une surface de tâche ( $s \text{ [cm}^2\text{]}$ ) nulle pour un diamètre de goutte ( $d \text{ [mm]}$ ) nul, la relation d'étalonnage polynomial, de degré 4, a permis de convertir toutes les surfaces de tâches en rayons de goutte équivalents (Annexe D.1) :

$$d = 13.1s - 27.9s^2 + 29.8s^3 - 11.5s^4 \quad (8.1)$$

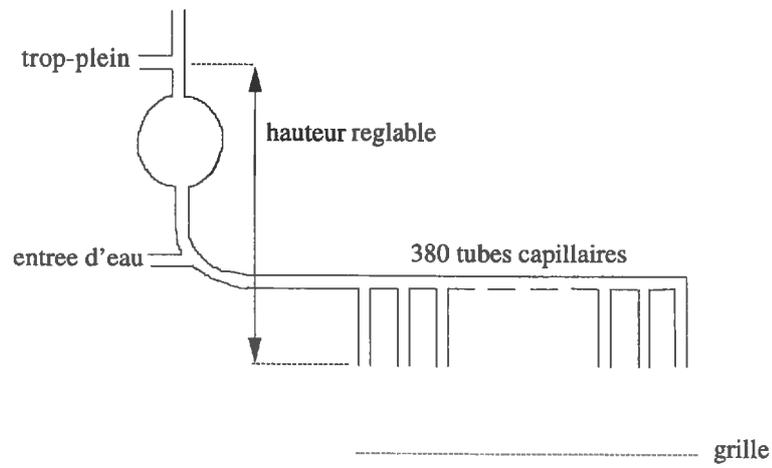


Figure 8.1 – *Simulateur de pluies à capillaires (INRA Agronomie Laon).*

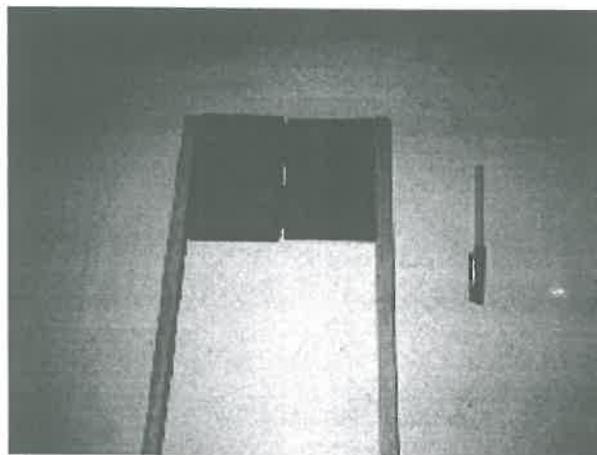


Figure 8.2 – *Étude expérimentale des pluies. Clapet à ouverture manuelle pour l'exposition de papier hydrosensible.*

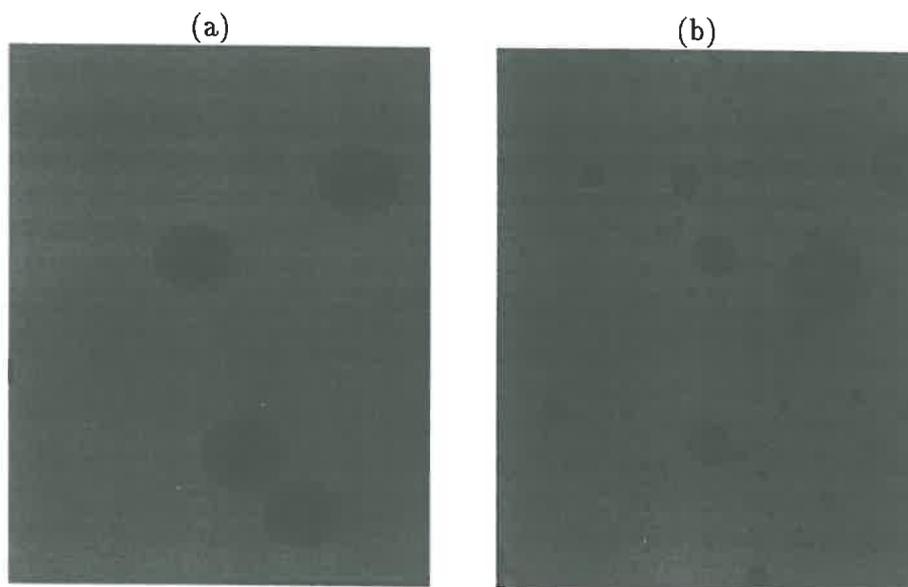


Figure 8.3 – Étude expérimentale des pluies. Images de deux papiers hydrosensibles exposés. Un papier a été exposé à des gouttes de  $5 \mu\text{l}$  (a), l'autre à une pluie simulée de  $30 \text{ mm.h}^{-1}$  pendant 1 seconde (b). L'échelle est 1.

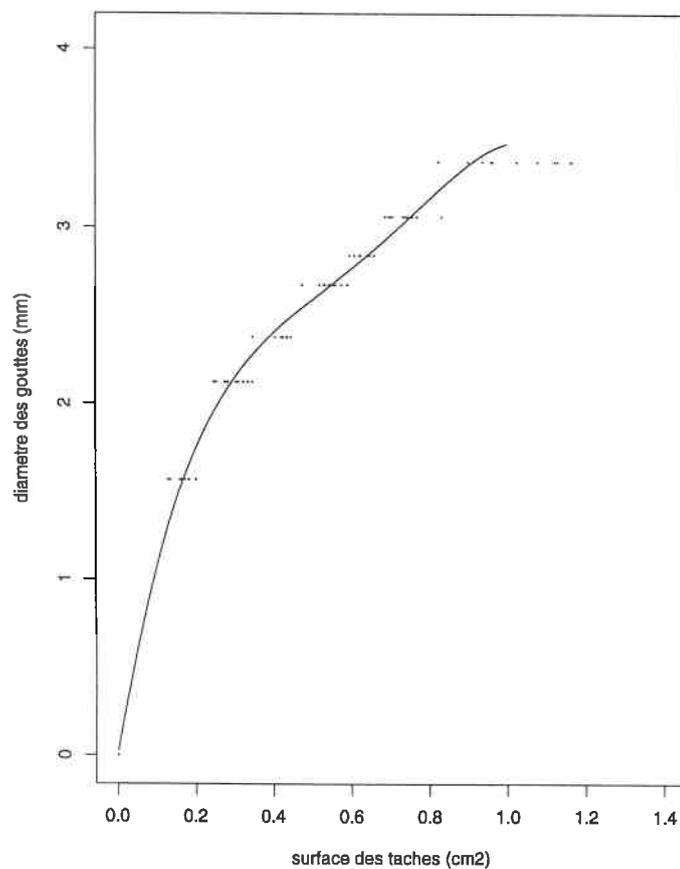


Figure 8.4 – Étalonnage du papier hydrosensible. Les points représentent les diamètres des gouttes en fonction de la surface des taches mesurées. Le trait continu représente la relation polynomiale ajustée.

### Étude statistique des gouttes de pluie

*Homogénéité.* Le processus d'impact des gouttes d'eau est homogène s'il n'existe pas de différence de densité de tâches entre les papiers hydrosensibles exposés. On montre que, sous hypothèse d'homogénéité entre les papiers  $W_1$  et  $W_2$ , le rapport :

$$f = \frac{\nu(W_1)(2n_2 + 1)}{\nu(W_2)(2n_1 + 1)} \quad (8.2)$$

a une distribution de Fisher  $F_{2n_1+1, 2n_2+1}$  (Sachs, 1984), si  $n_1$  et  $\nu(W_1)$  désignent le nombre et la surface des tâches de la région  $W_1$ .

En appliquant ce résultat sur chacune des 3 séries de papier hydrosensible découpées en 30 classe de rayons, on peut montrer une homogénéité intra-série et inter-séries. À un niveau de 5 %, 99.6 % des paires de papiers exposés sont acceptées comme homogènes.

*Distribution.* Le processus d'impact des gouttes est Poissonien si le nombre d'impacts a une distribution de Poisson. Des tests d'adéquation du  $\chi^2$ , par classes de rayons de même amplitude, ont été réalisés. Le graphe 8.5, qui montre l'issue des tests pour 30 classes de rayon, conduit à ne pas rejeter l'hypothèse de distribution Poissonienne.

*Fonction d'intensité.* Si nous retenons l'hypothèse que le processus d'impact des gouttes de pluie à la surface du sol suit un processus de Poisson, le problème est maintenant d'estimer son intensité, que nous noterons :

$$\lambda a(r) \text{ avec } \int a(r) dr = 1 \quad (8.3)$$

$\lambda \int_{r_1}^{r_2} a(r) dr$  représente le nombre moyen de gouttes par unité de surface et unité de temps dont le rayon est compris entre  $r_1$  et  $r_2$ .

Si on note  $X$  le nombre de gouttes en un point de la surface exposée aux pluies pendant 1 seconde, on a (Chadœuf *et al.*, 1989) :

$$\log P(X = 0) = -\lambda \cdot \pi \int_0^\infty r^2 a(r) dr \quad (8.4)$$

La probabilité  $\mu(R)$  de cet événement sachant que les gouttes n'ont pas un rayon supérieur à  $R$  vérifie :

$$\log \mu(r) = -\lambda \cdot \pi \int_0^R r^2 a(r) dr \quad (8.5)$$

et donc :

$$\lambda \cdot a(R) = -\frac{\mu^{(1)}(R)}{\pi R^2 \mu(R)} \quad (8.6)$$

Si on note  $(S_i)_i$  l'ensemble des tâches et si on définit :

$$B_R = \bigcup_{S_i > \pi R^2} S_i \quad (8.7)$$

un estimateur de  $\mu(R)$  est donné par :

$$\widehat{\mu(R)} = \frac{\nu(S) - \nu(B_0)}{\nu(S) - \nu(B_R)} \quad (8.8)$$

où  $\nu$  désigne l'opérateur surface et  $S$  est la surface totale du papier hydrosensible.

La fonction  $\mu$  est représentée en figure 8.6. Sa dérivée  $\mu^{(1)}$  est obtenue localement par la méthode des accroissements et est ensuite lissée par la méthode des noyaux (Silverman, 1986; Goulard *et al.*, 1994).

La fonction d'intensité estimée non-paramétriquement en utilisant l'équation (8.6) est représentée en figure 8.7. Par intégration, on retrouve une intensité pluviométrique de seulement  $23.6 \text{ mm.h}^{-1}$  contre  $30 \text{ mm.h}^{-1}$  mesurée avec le pluviomètre. Cet écart est certainement dû à la variabilité du temps d'exposition du papier hydrosensible. Pour simuler les pluies expérimentales, la solution retenue est de rehausser le paramètre  $\lambda$ .

Les faibles rayons sont très représentés, mais la figure 8.8 montre qu'ils ne représentent qu'un faible volume. Quantitativement, la distribution des rayons pondérée par leur volume a pour moyenne  $2.5 \text{ mm}$  et pour écart-type  $0.96 \text{ mm}$  avec toutes les méthodes d'estimation présentées ci-dessus.

L'intensité normalisée et tronquée de 10 % aux extrémités est représentée en figure 8.9. Pour simuler des pluies de  $30 \text{ mm.h}^{-1}$ , les coefficients  $\lambda$  calculés sont de 0.04 pour les 2 méthodes de lissage.

### 8.2.3 Conclusion partielle

Le papier hydrosensible est une technique simple et exhaustive pour l'étude de la distribution des rayons et points d'impact des gouttes d'eau de pluies. Elle a montré que le simulateur de pluies utilisé produit des gouttes dont le rayon a une grande gamme de variation. D'un point de vue statistique, le processus d'impact des gouttes d'eau retenu est un processus de Poisson dont la fonction d'intensité a été estimée ponctuellement autour d'un rayon moyen de  $2.5 \text{ mm}$ .

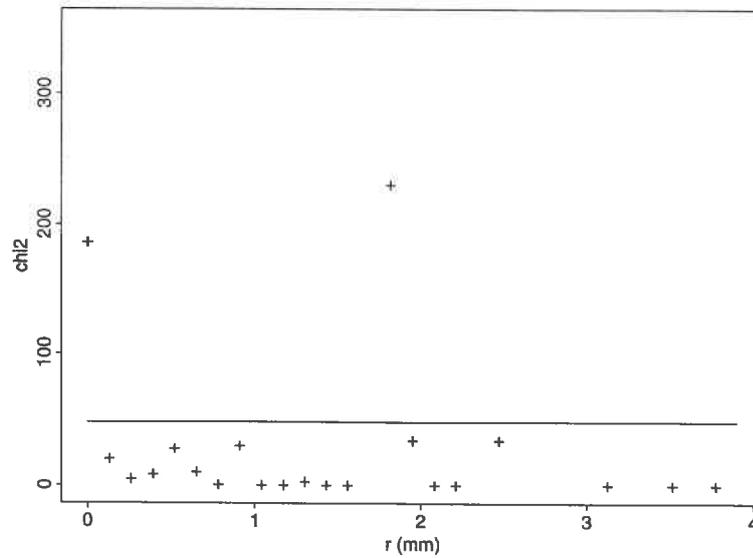


Figure 8.5 – Test de distribution de Poisson du nombre d'impacts des gouttes de pluies. Le graphe représente la statistique du  $\chi^2$  calculée pour chacune des 30 classes de rayon ( $r$ ). Le seuil de rejet à 5 % est matérialisé par un trait horizontal continu.

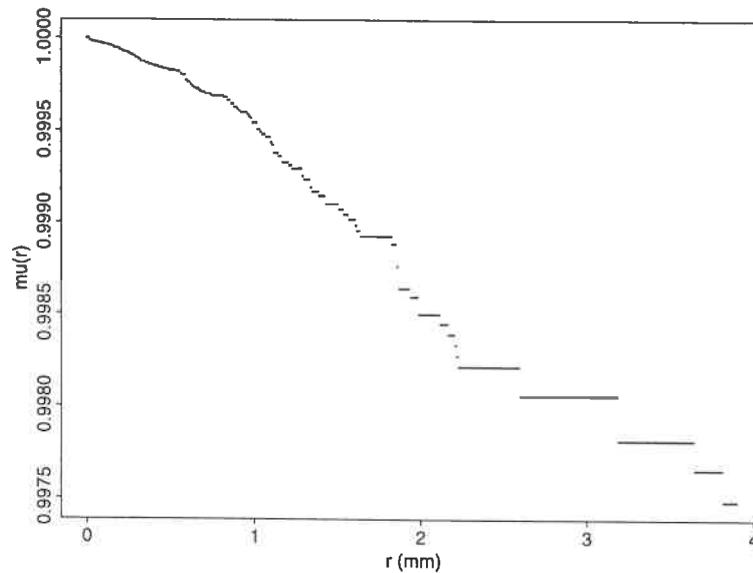


Figure 8.6 – Estimation de la fonction d'intensité : calcul préliminaire de la fonction  $\mu(r)$  (voir texte).

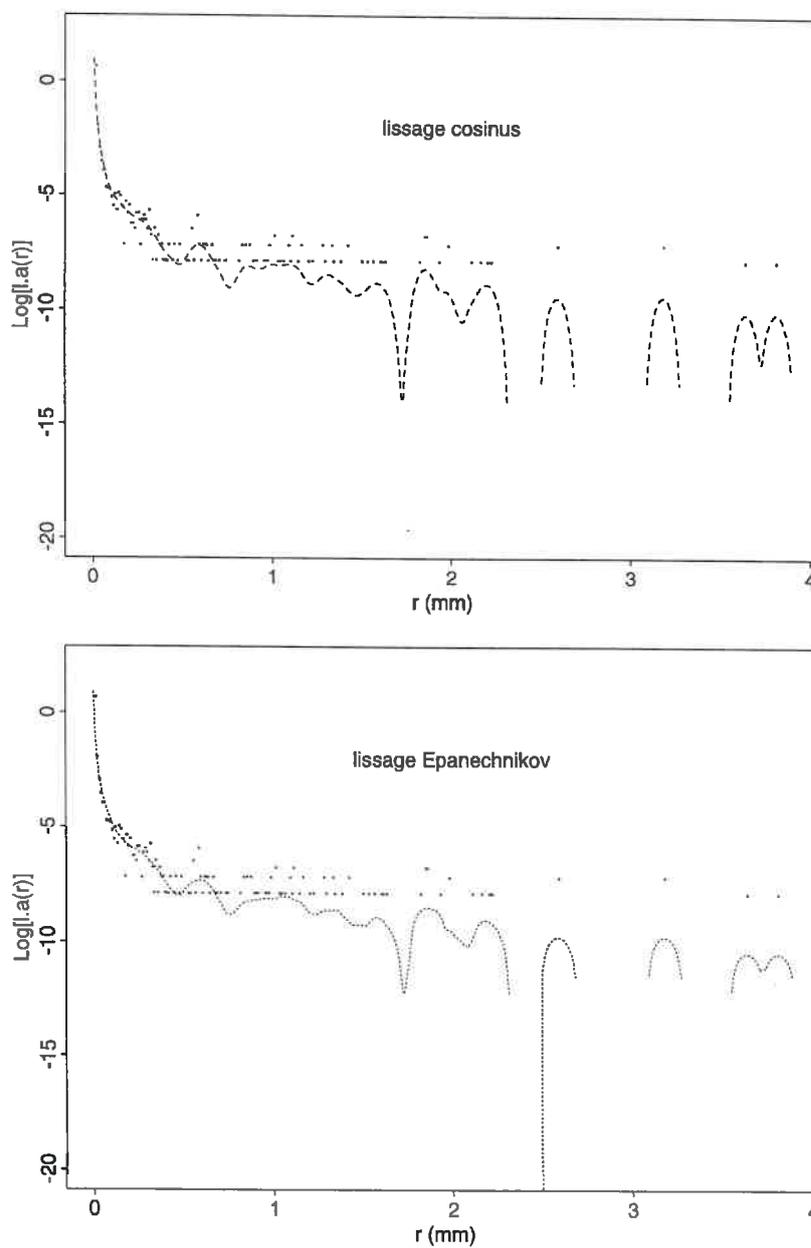


Figure 8.7 – Fonction d'intensité estimée. Les points représentent les valeurs empiriques et les traits les fonctions après lissage de type cosinus ou de type Epanechnikov.

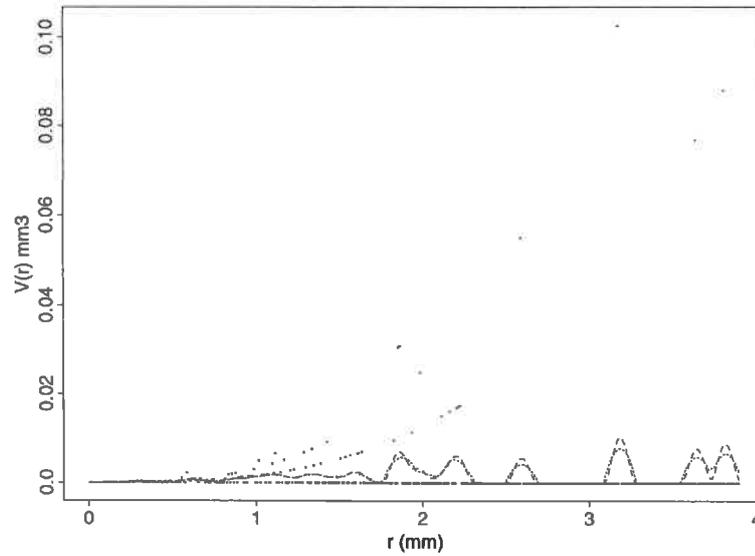


Figure 8.8 – Fonction d'intensité des volumes.

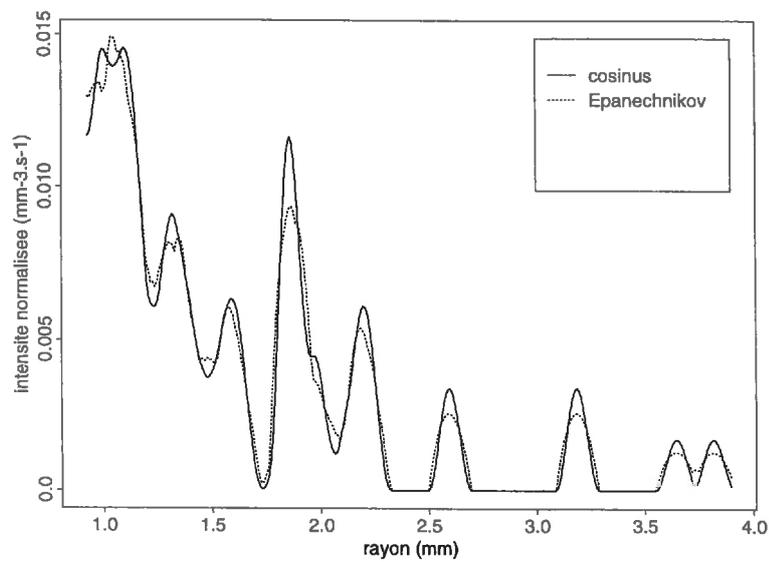


Figure 8.9 – Fonction d'intensité normalisée estimée. Sont représentées les résultats avec les 2 méthodes de lissage (cosinus et Epanechnikov).

## 8.3 Détention superficielle de surfaces rugueuses

### 8.3.1 Matériel et Méthodes

Nous avons photographié le flaquage sur deux surfaces imperméables soumises à des pluies colorées.

Le simulateur de pluies, précédemment décrit (§ 8.2.1), a été alimenté par de l'eau colorée à la fluoréscéine ( $0.25 \text{ g.l}^{-1}$ ) et a simulé des événements pluvieux de  $30 \text{ mm.h}^{-1}$ .

Les deux surfaces de sol artificielles ( $0.6 \times 0.6 \text{ m}^2$ ) reproduisaient des lits de semence de blé («rugueux») et de betterave («lisse») (Tab. 8.1). Pour leur imperméabilisation, elles ont été imprégnées avec une résine époxyde (Fiès et Panini, 1995), puis peintes en blanc (Fig. 8.10).

L'imprégnation et la réaction de séchage de cette résine ne conviennent pas aux matériaux humides. Elle ne peut donc pas être appliquée pour imperméabiliser une surface de sol ayant évolué sous l'action des pluies. Pour contourner ces limites, nous avons tenté de mettre au point une méthode de reproduction de surfaces de sols humides. Une surface de sol humide a été moulée au plâtre, puis contre-moulée avec un élastomère (Fig. 8.11). L'élastomère retenu a été choisi pour sa très grande élasticité, et parce qu'il conserve la forme dans laquelle il a polymérisé. Lors du démoulage, le plâtre et l'élastomère ont malheureusement eu un comportement cassant. Ce nouveau protocole est cependant prometteur. Son aboutissement nécessiterait la mise au point de conditions de préparation et de séchage optimales pour obtenir les propriétés mécaniques voulues.

classe (mm)	semis de blé	semis de betterave
	masse (%)	masse (%)
1-2	15	60
2-5	35	25
5-10	25	15
10-20	15	0
20-30	10	0
30-	0	0

Tableau 8.1 – Granulométrie (en % de la masse totale) des lits de semence de blé et betterave.

Les flaques d'eau ont été suivies sous pluies avec un appareil photographique couleur horizontal fixe et un boîtier mobile contenant un miroir incliné à 45 degrés (Fig. 8.12). La flaques ont ensuite été délimitées par classification supervisée sur les photographies

numérisées.

Nous avons mesuré le microrelief des surfaces en utilisant un rugosimètre laser (Bertuzzi *et al.*, 1990a) (Fig. 8.13).

Son capteur reçoit l'image défocalisée d'un faisceau laser retrodiffusé à la surface du sol. Les caractéristiques de cette image sont reliées par étalonnage à la distance capteur-surface. La précision verticale est de  $0,75\text{ mm}$  et est moins bruitée pour des surfaces claires. Le capteur, porté par un charriot mobile, acquiert des hauteurs le long de son axe de déplacement avec un pas de  $2\text{ mm}$ .

Nous avons mesuré des profils parallèles distants de  $2\text{ mm}$  en déplaçant les surfaces perpendiculairement au sens de déplacement du capteur. Pour cela, chaque surface, placée sur un charriot mobile sur des rails, a été déplacée à l'aide d'une vis micrométrique.

### 8.3.2 Résultats et discussion

Les images photographiques exploitées par analyse d'image ont permis de quantifier les propriétés surfaciques de la détention superficielle. La connaissance du microrelief des surfaces étudiées a ensuite permis d'étudier les volumes d'eau détenus :

#### Analyse surfacique

Nous avons délimité les flaques avec un algorithme de classification supervisée appliqué aux photographies couleurs numérisées (Fig. 8.14). Les signatures des surfaces de type flaques, sol ou ombre ont été déterminées sur des zones caractéristiques délimitées manuellement. Elles ont ensuite servi de critère pour la classification des pixels.

Les flaques ont ainsi été délimitées dans un repère fixe de  $40 \times 40\text{ cm}^2$  au centre des surfaces étudiées (Fig. 8.15). Les flaques observées occupent des dépressions individualisées au temps courts, puis très interconnectées aux temps longs. L'évolution vers une «macroflaque» est plus marquée sur la surface lisse (type «betterave»).

Les données morphologiques relatives aux flaques délimitées appuient nos observations qualitatives. En fonction des pluies cumulées, les flaques augmentent en superficie totale (Fig 8.16) mais la longueur de leurs frontières se stabilisent du fait des interconnexions entre flaques (Fig 8.17).

#### Analyse volumique

Les côtes des surfaces libres des flaques ont été calculées par confrontation entre les hauteurs de rugosité (Fig. 8.18) et la localisations des flaques, mesurées dans le même repère ( $40 \times 40\text{ cm}^2$ ) avec la même résolution horizontale ( $2 \times 2\text{ mm}$ ). L'algorithme utilisé définit la côte de la surface libre d'une flaque comme la côte maximale du microrelief sous-jacent.

Les valeurs calculées montrent la disparité verticale du phénomène de détention au sein

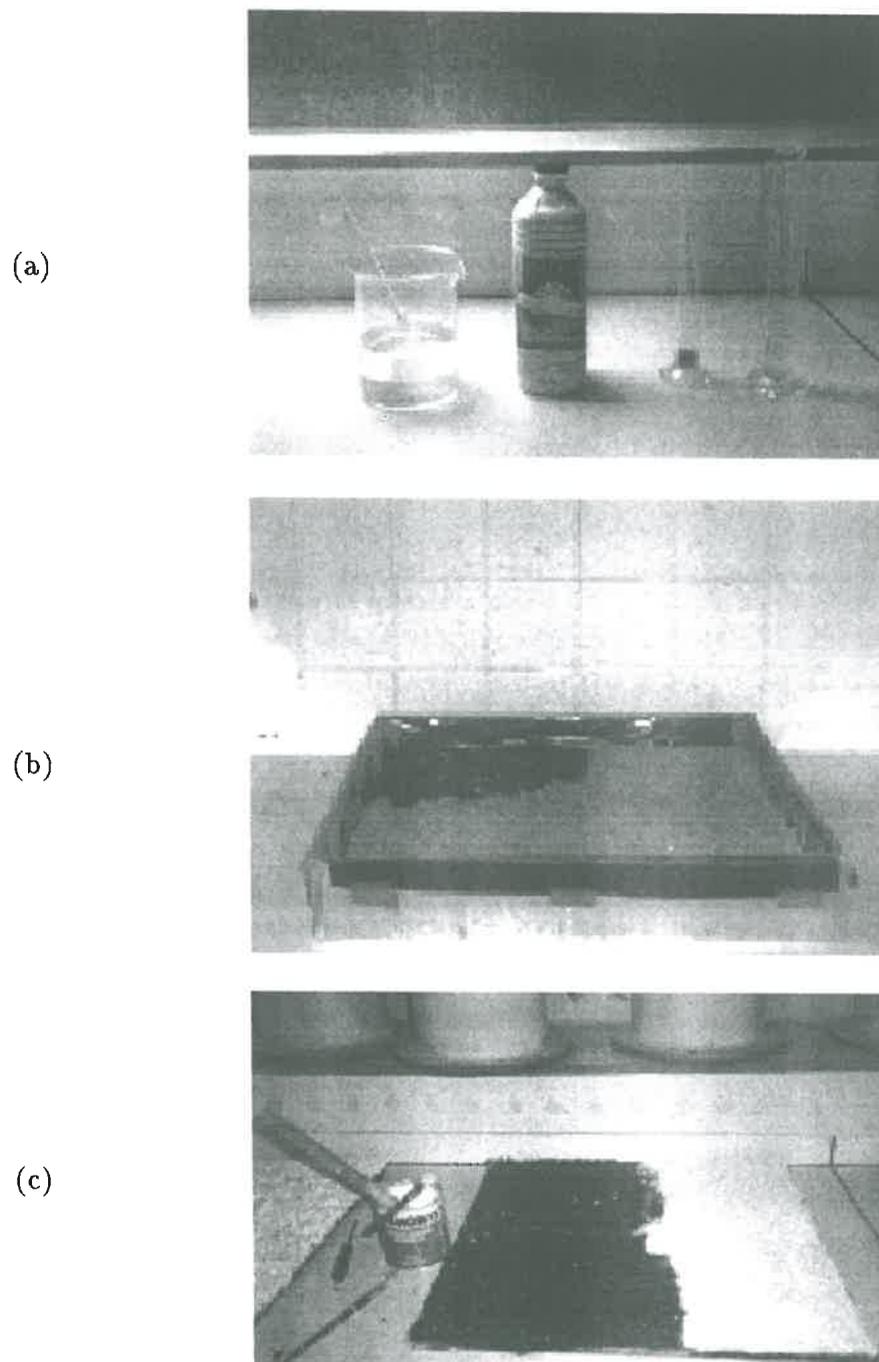
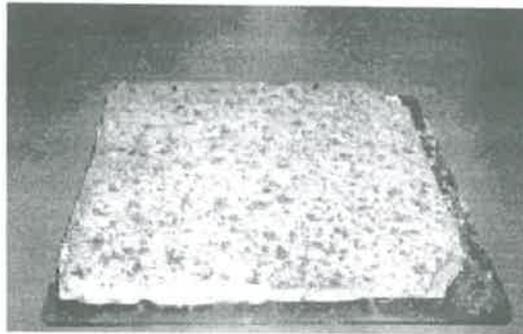


Figure 8.10 – *Protocole de préparation de surfaces de sol imperméables (I). (a) La polymérisation de la résine époxyde utilisée est améliorée par l'ajout d'un catalyseur et d'un accélérateur. (b) Le mélange est dilué dans de l'acétone pour améliorer son imprégnation dans les agrégats de sol. (c) Après séchage sous une hotte (24–48 heures), les surfaces sont peintes en blanc pour améliorer les mesures de microrelief et de détention (voir texte).*

(a)



(b)



(c)



(d)



Figure 8.11 – *Protocole de préparation de surfaces de sol imperméables (II).* (a) La surface de sol est moulée au plâtre. Après séchage, le contre-moule est retiré et nettoyé à l'air comprimé. (b) Plusieurs couches d'un élastomère sont appliquées au pinceau sur le contre-moule en plâtre. (c) L'ensemble est ensuite recouvert d'une toile fine et mis à sécher avant son démoulage (d).

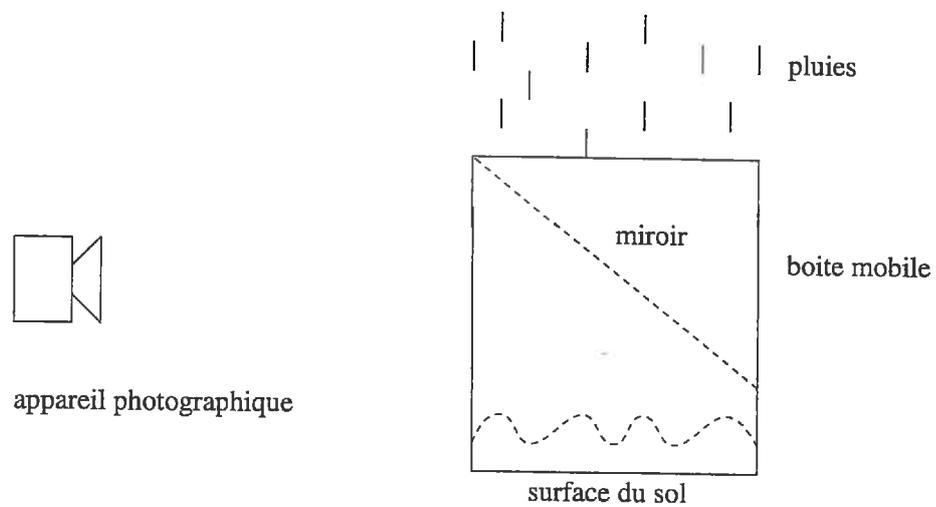


Figure 8.12 – *Principe du suivi photographique de la détention superficielle.*

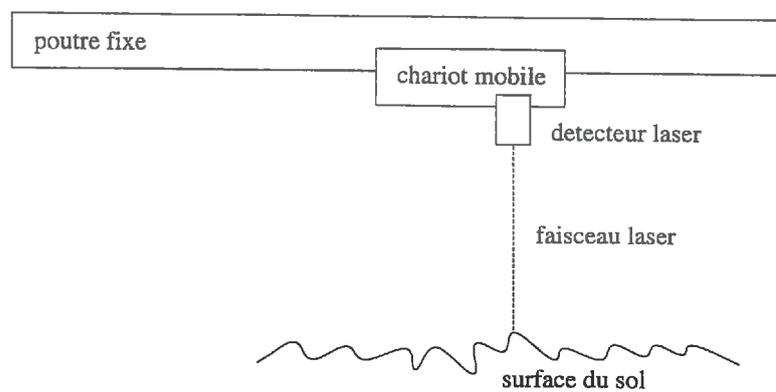


Figure 8.13 – *Principe de fonctionnement du rugosimètre laser (d'après Bertuzzi et al., 1990).*

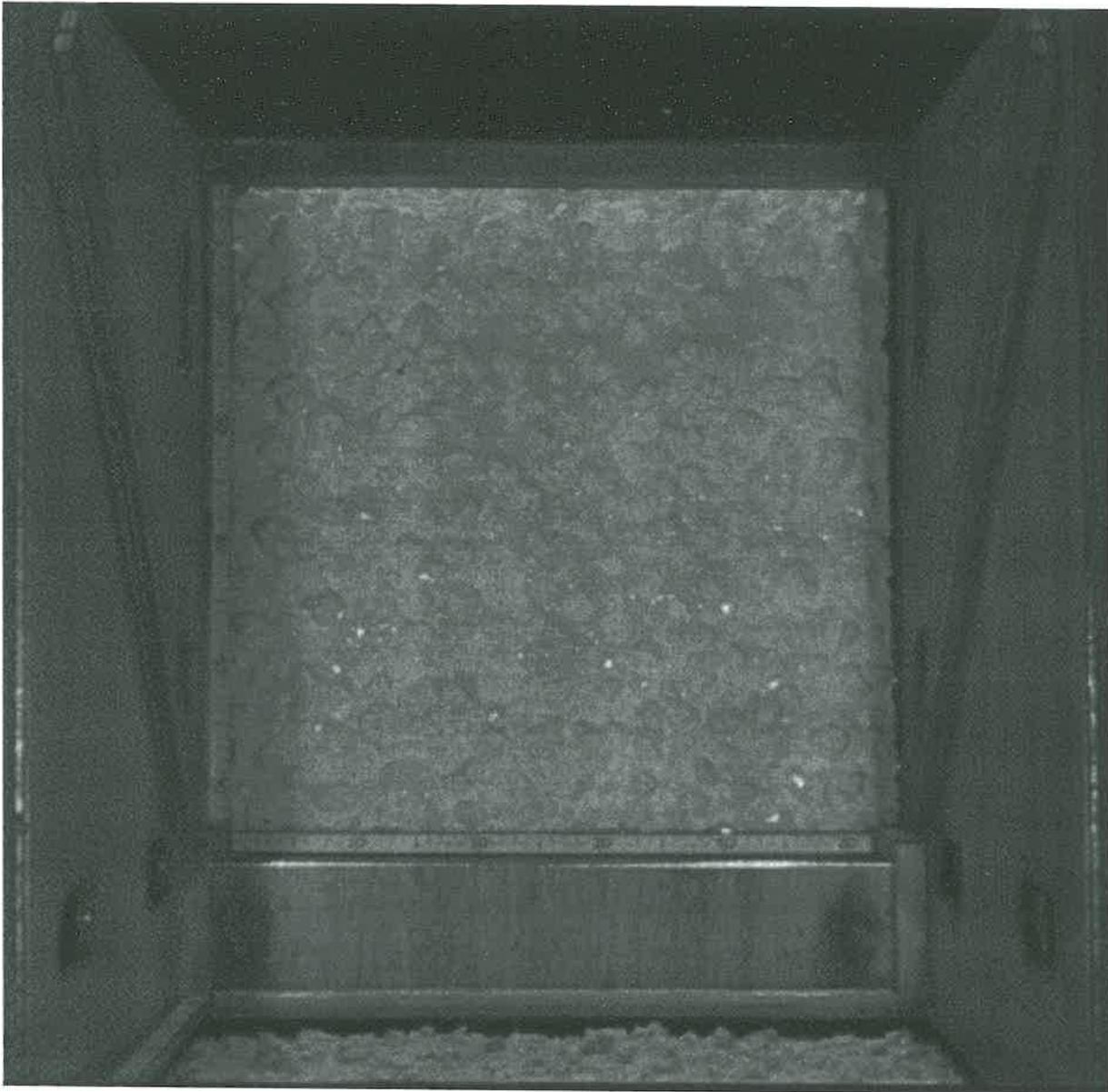


Figure 8.14 – *Image numérisée d'une photographie de plaques colorées à la fluoréscéine sur une surface imperméabilisée blanche.*

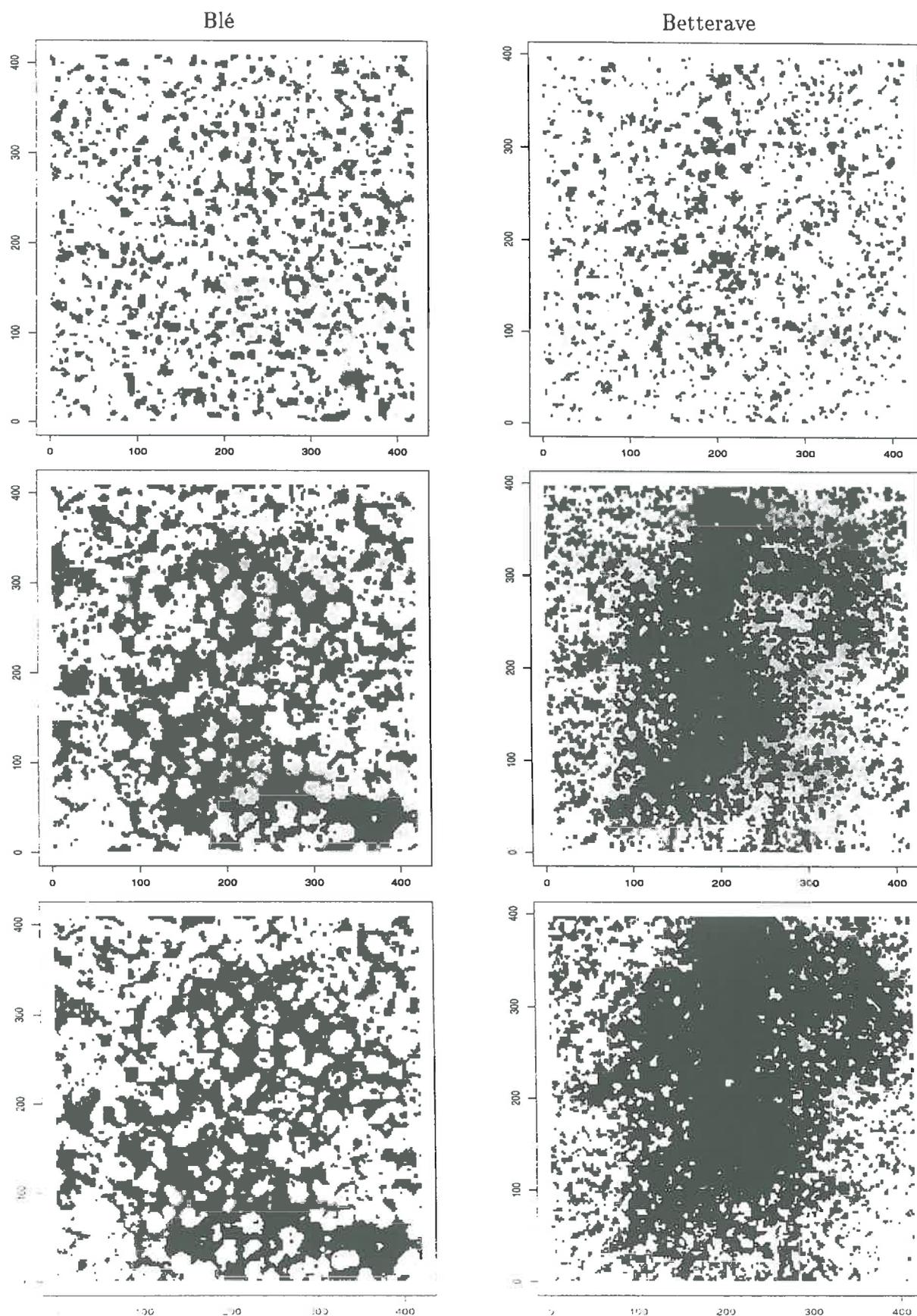


Figure 8.15 *Flaques délimitées par analyse d'image après les 3 épisodes pluvieux sur les surfaces de type lit de semence de blé et lit de semence de betterave. Les flaques sont représentées en noir et les unités sont en millimètres.*

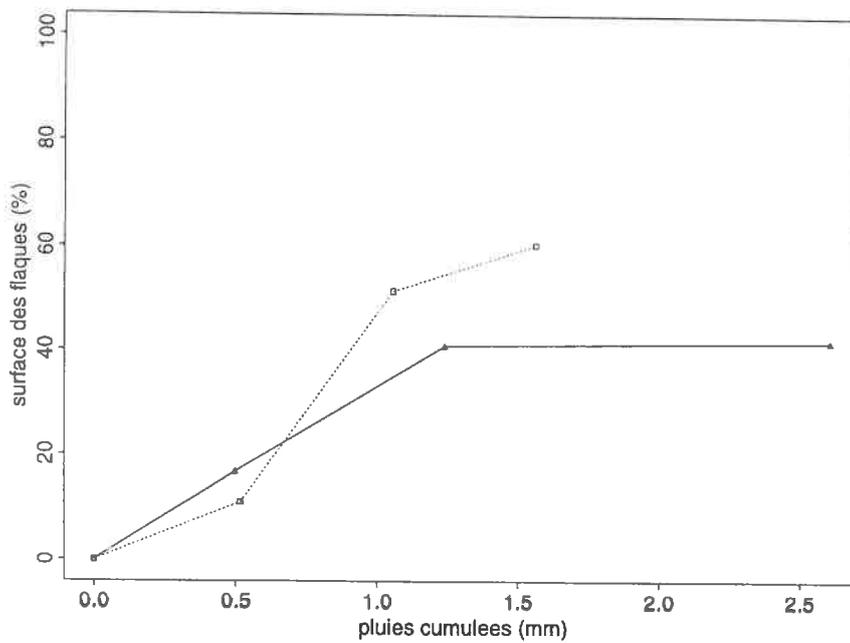


Figure 8.16 – Évolution de la surface totale des flaques en fonction des pluies cumulées. Les traits continus (resp. pointillés) correspondent à la surface de type blé (resp. betterave).

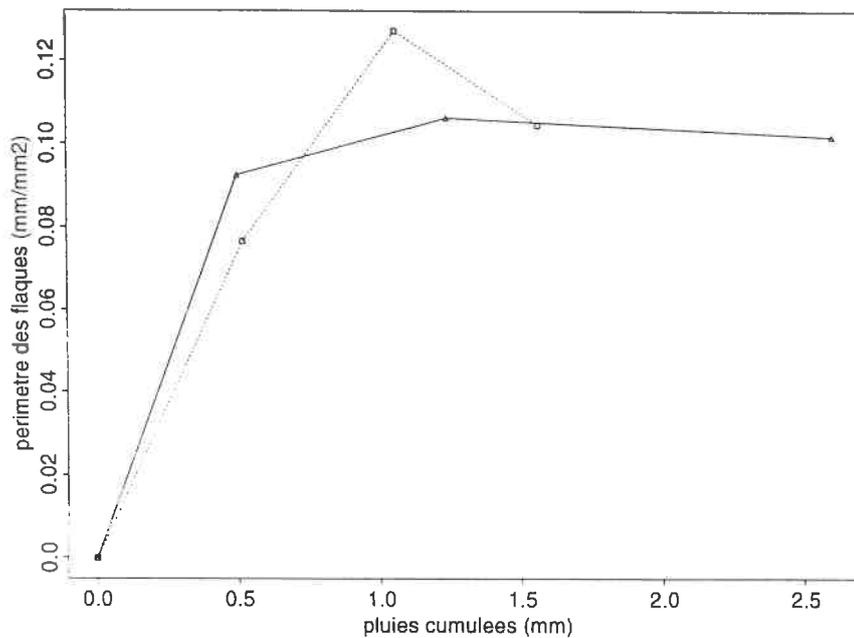


Figure 8.17 – Évolution du périmètre total des flaques en fonction des pluies cumulées. Les traits continus (resp. pointillés) correspondent à la surface de type blé (resp. betterave).

d'une surface rugueuse. Leur distribution est plus étalée pour la surface rugueuse et leur valeur moyenne augmente en fonction des pluies cumulées (Fig. 8.19).

La profondeur des lames d'eau détenues peut atteindre 15 mm (resp. 20 mm) pour la surface lisse (resp. rugueuse). Elle est plus importante au centre des grandes flaques (Fig. 8.20). Elle augmente en moyenne en fonction des pluies cumulées (Fig. 8.21).

La rétention totale des zones de  $0.4 \times 0.4 \text{ m}^2$  étudiées est représentée en fonction des pluies cumulées en figure 8.22. Les surfaces ont stocké jusqu'à 4 mm d'eau. En supposant ces surfaces isolées des écoulements latéraux, leur rétention devrait être à chaque instant égale aux pluies cumulées reçues. Les tendances observées montrent au contraire que les deux surfaces de  $0.6 \times 0.6 \text{ m}^2$  ont collecté en leur centre ( $0.4 \times 0.4 \text{ m}^2$ ) une part importante des pluies apportées. Cette courbe montre donc que pour une surface carrée de  $0.16 \text{ m}^2$ , des écoulements latéraux significatifs peuvent se produire à l'échelle décimétrique quand les pluies nettes dépassent 1 mm. Par la suite, ces résultats doivent être affinés par une étude de précision notre mesure expérimentale de la rétention, et la répétition des traitements. En effet, notre approche peut constituer une étude expérimentale du seuil de débordement des surfaces rugueuses.

### 8.3.3 Conclusion partielle

L'utilisation conjointe des techniques photographiques et rugosimétriques a permis la mesure distribuée et effective des surfaces et volumes de rétention. Le protocole introduit est une alternative à l'étude de la rétention par l'utilisation de modèles de remplissage. Il pourrait servir de base à la validation de ces modèles.

Nous disposons de données relatives à la rétention superficielle sur deux surfaces imperméables rugueuses. Les mesures ont montré :

- l'importance des volumes détenus (jusqu'à 4 mm), et l'hétérogénéité du phénomène ;
- l'analogie de la rétention superficielle avec les phénomènes de percolation. Au delà de 1 mm de pluies nettes, des écoulements latéraux décimétriques ont été observés sur les surfaces de  $0.6 \times 0.6 \text{ m}^2$ .

En conséquence,

- Les données obtenues pourront seulement faire l'objet de comparaisons qualitatives avec le modèle 3D. En effet, celui-ci simule un milieu fermé, et donc ne tient pas compte des écoulements latéraux observés. À pluies cumulées égales, les simulations devraient donc produire des hauteurs de rétention moins importantes.
- Des expériences complémentaires seraient nécessaires pour évaluer les incertitudes associées à ce nouveau protocole de mesure de la rétention superficielle effective.

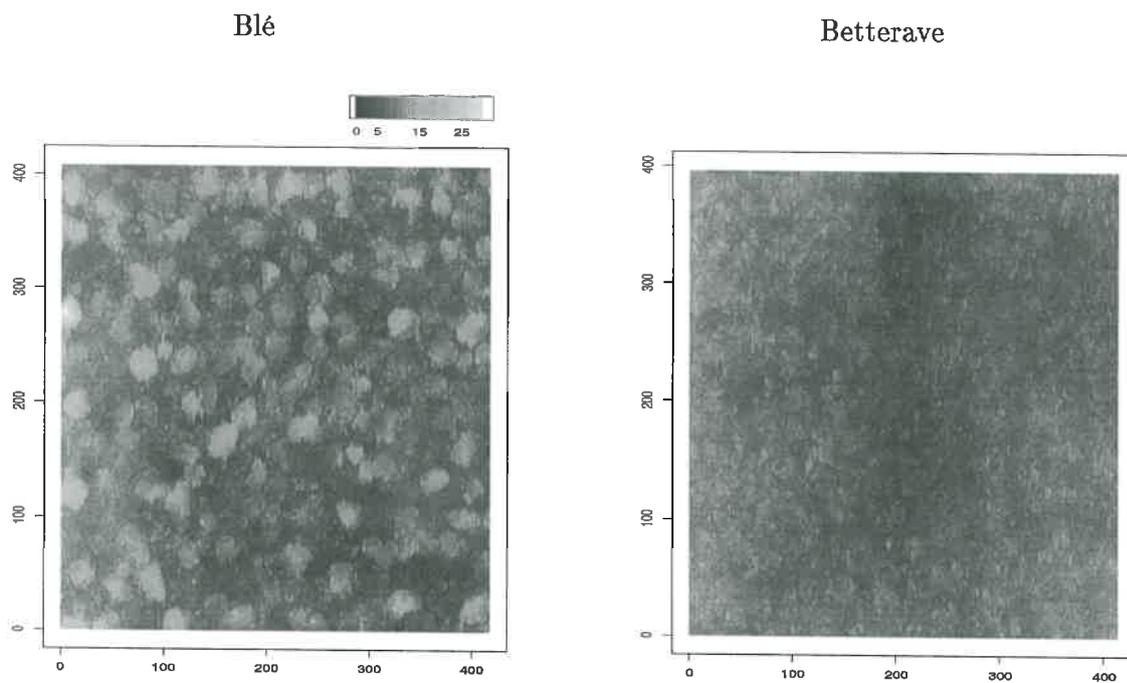


Figure 8.18 – *Profils de rugosité des deux surfaces rugueuses étudiées. Les coordonnées du repère sont en millimètres. Les hauteurs sont visualisées en dégradés de couleurs. Les couleurs fonçées correspondent aux points bas.*

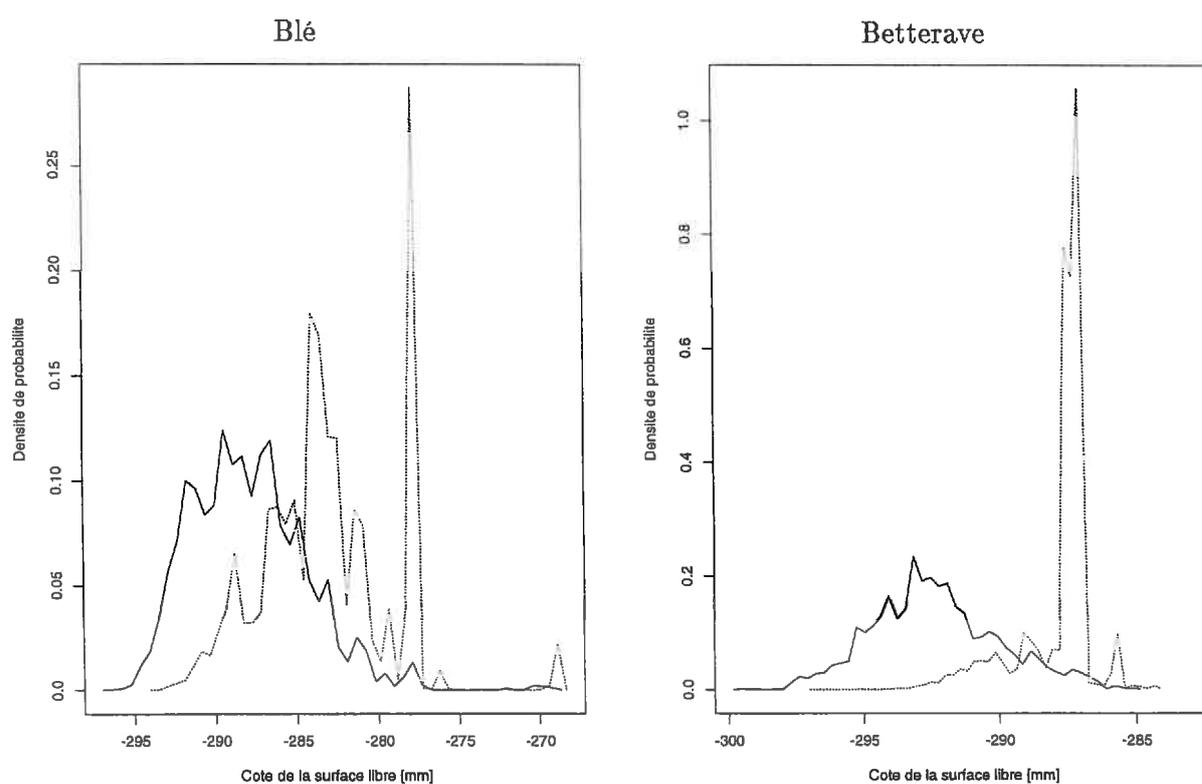


Figure 8.19 – Fonction de distribution de la cote de la surface libre. Les traits continus sont relatifs au deuxième épisode pluvieux. Les traits en pointillés se rapportent au troisième.

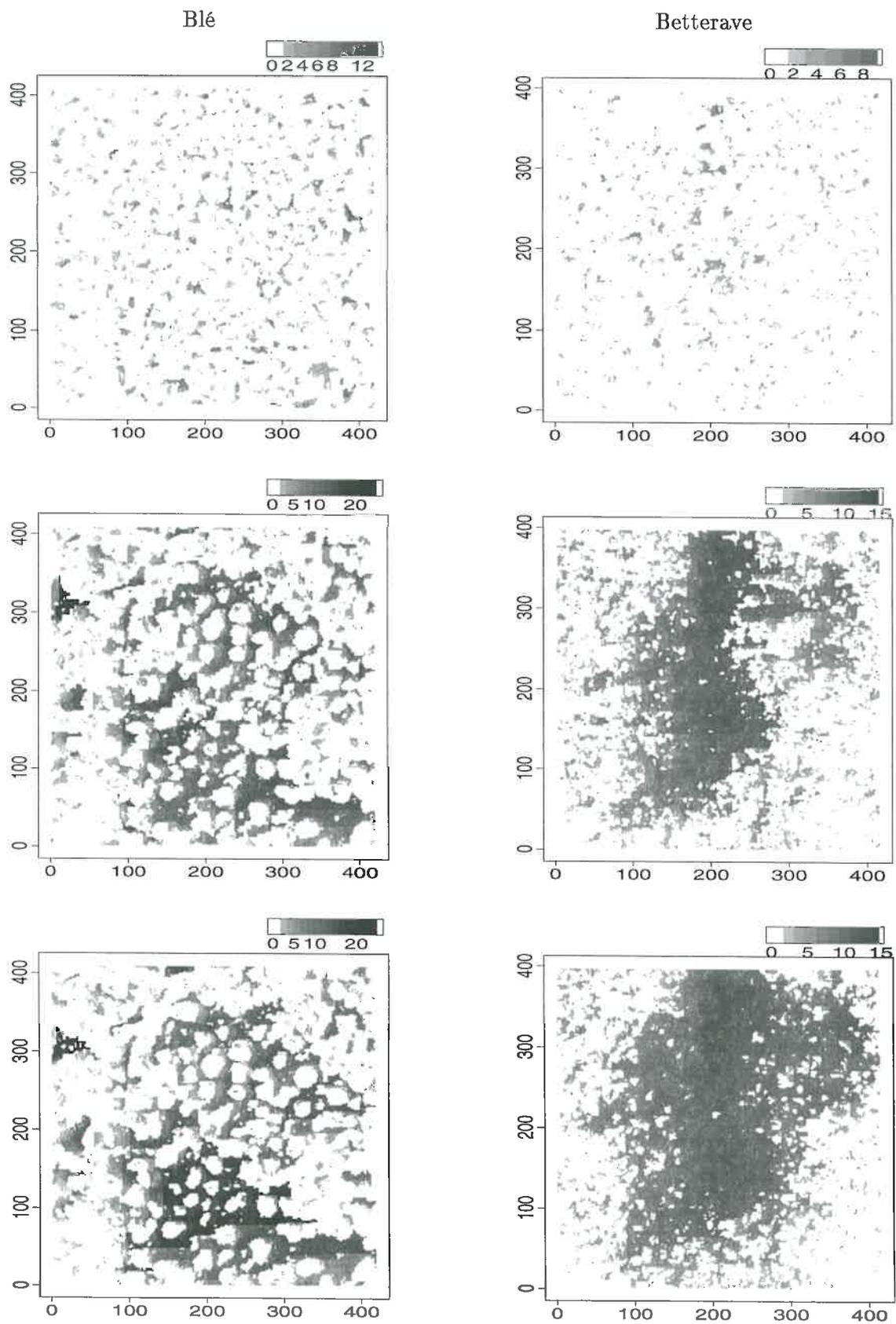


Figure 8.20 – Cartographie des profondeurs de rétention après les 3 épisodes sur les surfaces de type lit de semence de blé et de betterave.

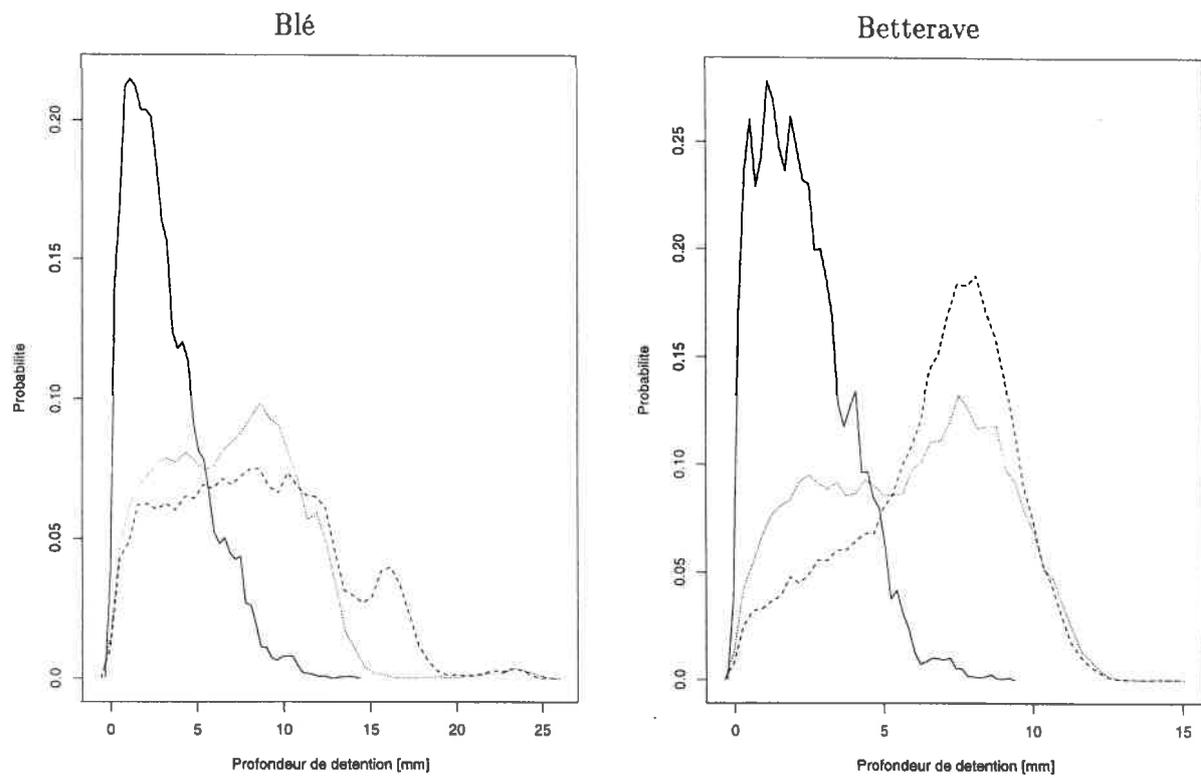


Figure 8.21 – Fonction de distribution de la profondeur de détention pour les 3 épisodes pluvieux et chacune des surfaces. Les données relatives au trois épisodes pluvieux sont représentées respectivement en traits, pointillés et tirets.

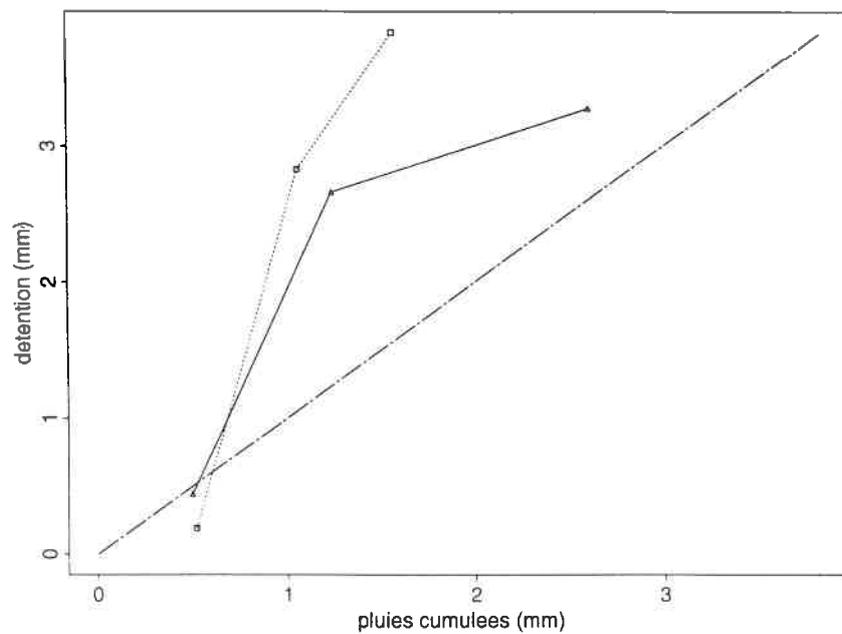


Figure 8.22 – Volume total de flaques en fonction des pluies cumulées. Les traits continus (resp. pointillés) correspondent à la surface de type blé (resp. betterave).

## 8.4 Distribution spatiale de l'infiltration

### 8.4.1 Matériel et Méthodes

Nous avons essayé de mesurer l'infiltration spatiale superficielle de sols artificiels par la collecte sous succion de l'eau infiltrée. Les suivis de la détention et du microrelief, déjà décrits au paragraphe 8.3.1, devaient s'appliquer ici. Pour travailler à microrelief invariant, nous envisagions de simuler des pluies sans énergie cinétique grâce à une buse.

L'infiltration globale a déjà été mesurée par succion en utilisant un bac de drainage en position basse (Fiès et Panini, 1995) (Fig. 8.23). Cette méthode a été appliquée, sur une surface de  $0.04 \text{ m}^2$ , à l'étude de massifs d'agrégats soumis à des pluies simulées.

Sur le même principe, nous avons construit un dispositif de mesure de l'infiltration dans l'espace (Fig. 8.24). Par rapport au dispositif de Fiès et Panini, nous avons séparé la surface en plusieurs zones de collecte, chacune d'elles drainant dans un tube à essai. Pour cela, une plaque de PVC de  $0,6 \times 0,6 \text{ m}^2$  a été percée de 295 cônes (Fig. 8.26.a). Les cônes ont été disposés en quinconce pour minimiser les surfaces en dehors des cônes. Leur diamètre de  $27 \text{ mm}$  résulte d'un compromis entre résolution spatiale et lourdeur du dispositif. Sur un lit de semis, cette taille correspond au diamètre d'une grosse motte.

Ce dispositif doit supporter le sol artificiel étudié et lui transmettre la succion imposée par les collecteurs en dépression. L'eau infiltrée est alors recueillie dans des tubes à essai gradués. Fiès et Panini ont utilisé une couche de sable dont le point d'entrée d'air est en-deçà de la dépression imposée ( $-0.4 \text{ m}$ ). Pour connaître l'origine spatiale de l'eau infiltrée sous succion, celle-ci doit avoir un écoulement essentiellement vertical. L'eau collectée dans un tube peut alors quantifier l'infiltration à la verticale du cône associé. Des essais sur prototype ont montré que le sable n'est pas assez perméable, et qu'il impose l'utilisation de filtres coniques (papier, téflon...) à l'origine d'écoulements préférentiels.

Nous avons finalement opté une plaque poreuse de  $1 \text{ cm}$  d'épaisseur constituée de billes de plastique thermosoudées. Ce matériau résistant a une porosité homogène de  $20 \mu\text{m}$ . Des essais sur prototype ont montré qu'il reste saturé en eau pendant plus de 48 heures sous une succion de  $-0.5 \text{ m}$  (Fig. 8.25).

Pour éviter la présence d'air dans les tuyaux, cette plaque poreuse a été installée alors que le dispositif était recouvert d'eau (Fig. 8.26.b). Le système a alors été mis sous succion ( $-0,5 \text{ m}$ ) en baissant simultanément l'ensemble des collecteurs. Nous avons pu observer sur la plaque poreuse qu'un apport d'eau ponctuel (à la pissette) s'infiltrait instantanément et remplissait les tubes à essai correspondant à la localisation de cet apport (Fig. 8.27).

Cependant, le principe du dispositif est compromis par toute discontinuité du circuit hydraulique, entraînée par piégeage d'air ou des problèmes d'étanchéité. Les améliorations techniques successives du dispositif n'ont pas permis d'éliminer dans un délai raisonnable les entrées d'air à l'origine d'un désamorçage du système en moins de 24 heures. Le dispositif est actuellement en complète révision pour remédier à ces problèmes.

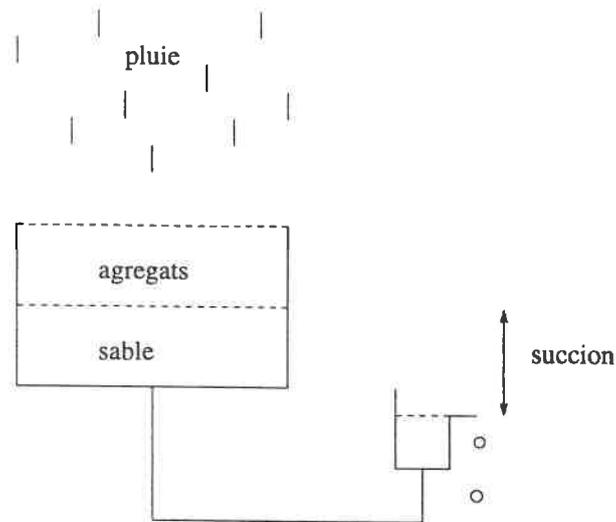


Figure 8.23 – Principe de la mesure de l'infiltration globale sous suction (d'après Fiès et Panini, 1995).

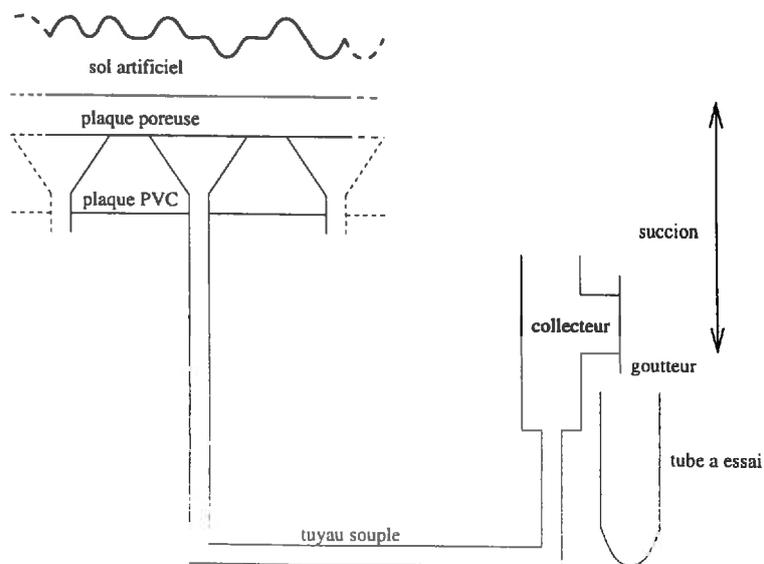


Figure 8.24 – Dispositif de mesure de l'infiltration spatiale sous suction.

Quand ce dispositif sera étanche, il faudra d'abord tester la cohérence spatiale de ses mesures. Ensuite seulement, nous pourrons disposer sur la plaque poreuse des sols artificiels pour étudier leur infiltration spatiale sous pluies simulées.

#### 8.4.2 Conclusion partielle

L'infiltrabilité superficielle du sol est, avec la topographie, le facteur déterminant du ruissellement hortonien. Sa mesure spatiale soulève des problèmes méthodologiques qui constituent en eux-mêmes de véritables travaux de recherche.

La mesure sous succion de l'infiltration superficielle est un projet ambitieux, même en laboratoire et à de faibles résolutions spatiales et temporelles, à cause de «simples» problèmes d'étanchéité dans un circuit hydraulique complexe.

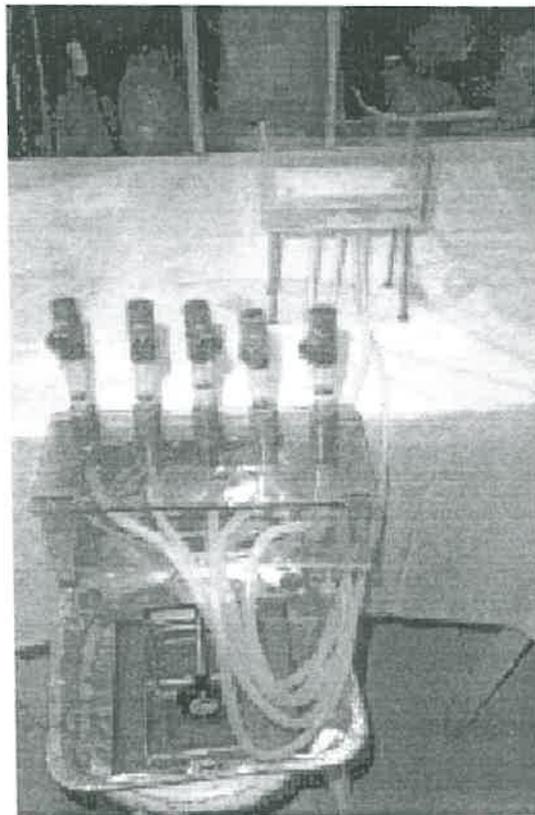
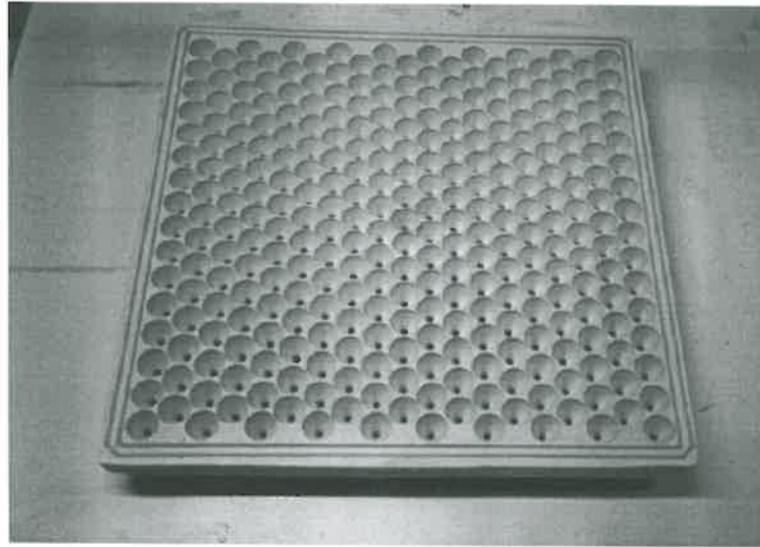


Figure 8.25 – *Prototype de mesure spatiale de l'infiltration sous succion.*

(a)



(b)

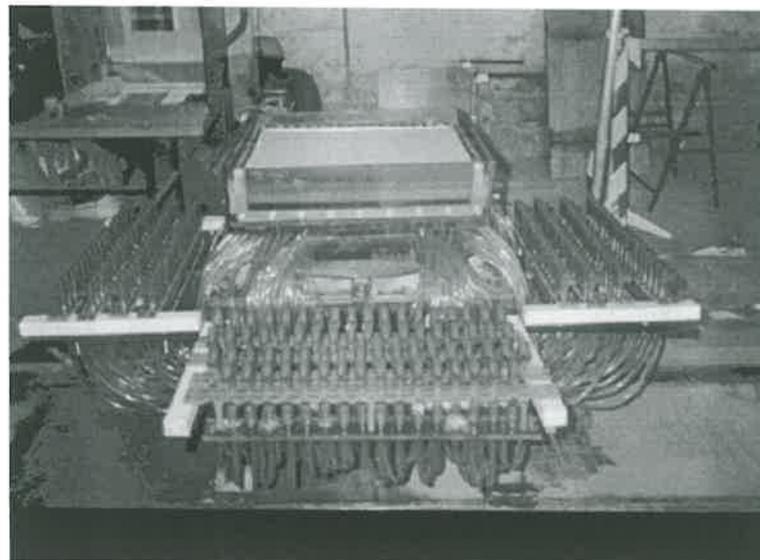


Figure 8.26 – Dispositif de mesure spatiale de l'infiltration sous succion. (a) Une plaque de PVC de  $0,6 \times 0,6 \text{ m}^2$  est percée de 295 cônes de collecte. (b) Elle est recouverte d'une plaque de porosité homogène ( $20 \mu\text{m}$ ). Chaque cône est relié à un goutteur en position basse dont l'eau est recueillie dans un tube à essai.

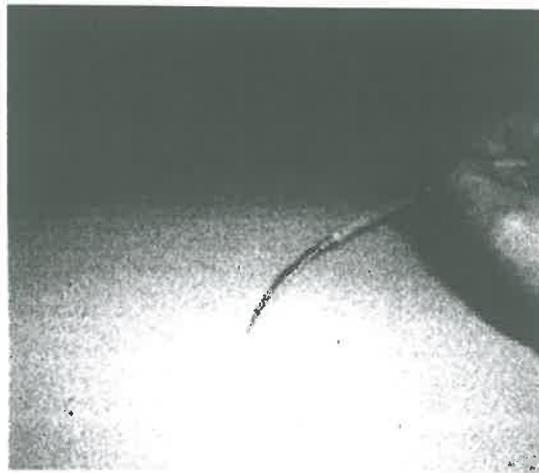


Figure 8.27 – *Un court fonctionnement du dispositif de mesure spatiale de l'infiltration. Sur la plaque poreuse, l'apport d'eau est instantanément infiltré. L'eau est effectivement collectée dans les tubes à essai correspondant à la zone de l'apport.*

## 8.5 Conclusion partielle

Nous disposons de données expérimentales à confronter au modèle 3D développé. Le processus de Poisson peut représenter les pluies expérimentales et ses paramètres ont été estimés. Sur deux surfaces rugueuses impénétrables de géométrie connue, le nouveau protocole présenté a permis la mesure effective et distribuée de la détention superficielle qu'on confrontera aux excès d'eau simulés. On retiendra cependant que ces deux surfaces ne s'affranchissent pas des effets de bord vis-à-vis de la détention.

Le principe du drainage sous succion est intéressant pour la mesure spatiale de l'infiltration superficielle. L'échec du dispositif mis au point peut être surmonté. Il justifie (temporairement?) les démarches de simulation pour étudier l'impact de lois d'infiltrations sur le ruissellement.

# Chapitre 9

## Validation

Nous avons acquis des données expérimentales relatives à la détention superficielle sur deux surfaces rugueuses imperméables (Ch. 8). Ce chapitre présente pour ces situations un début d'évaluation du modèle 3D développé, par confrontation des détentions simulées et mesurées.

### Sommaire

---

<b>9.1 Objectifs . . . . .</b>	<b>146</b>
<b>9.2 Matériel et méthodes . . . . .</b>	<b>146</b>
9.2.1 Précision de la détermination des hauteurs de détention simulées	146
9.2.2 Expériences simulées . . . . .	147
<b>9.3 Résultats et discussion . . . . .</b>	<b>148</b>
9.3.1 Précision de la détermination des hauteurs de détention simulées	148
9.3.2 Expériences simulées . . . . .	150
9.3.3 Pluies simulées avec énergie cinétique initiale . . . . .	151
9.3.4 Influence du facteur d'échelle géométrique $f_i$ . . . . .	151
<b>9.4 Conclusion partielle . . . . .</b>	<b>159</b>

---

## 9.1 Objectifs

Nous avons étudié au chapitre précédent la distribution des rayons et points d'impact des gouttes d'eau d'une pluie expérimentale. Nous avons aussi étudié la localisation et la profondeur de la détention superficielle sur deux surfaces rugueuses imperméables. Les mesures acquises fournissent l'ensemble des données d'entrée du modèle 3D pour simuler ces expériences : processus spatiotemporel d'impact des gouttes de pluie, microrelief. Elles caractérisent aussi un aspect de l'hydraulique superficielle des situations étudiés : la détention superficielle.

Les modèles de gaz sur réseau satisfont macroscopiquement l'équation de Navier-Stokes dans la limite incompressible. Ce résultat, montré en Physique Statistique (Frisch *et al.*, 1987), valide l'utilisation du modèle 3D pour simuler ici l'hydrodynamique de l'eau à la surface du sol.

Cependant, nous simulons les pluies en assimilant cet apport d'eau à une arrivée de particules liquides à leur point d'impact, et ayant une vitesse moyenne nulle. Leur distribution spatiotemporelle est supposée homogène. Cette dernière hypothèse a été validée au chapitre précédent pour les pluies expérimentales de  $30 \text{ mm.h}^{-1}$  étudiées.

L'objectif de ce chapitre est donc de vérifier que cet apport de particules est adapté pour simuler des pluies. Pour cela, nous avons confronté les flaques simulées par le modèle à celles mesurées expérimentalement en termes de profondeur et de localisation. Cette variable de validation traduit notre objectif de modéliser le remplissage et le débordement des dépressions du sol pour prévoir la genèse du ruissellement.

## 9.2 Matériel et méthodes

### 9.2.1 Précision de la détermination des hauteurs de détention simulées

Le modèle 3D développé permet de simuler la formation d'un excès d'eau sous l'action des pluies sur une surface rugueuse. Toutes les variables d'état des particules du réseau sont accessibles. Un algorithme a été développé pour déterminer les hauteurs de détention simulées. Cet algorithme parcourt l'ensemble des sites du réseau pour délimiter le volume occupé par la phase liquide. Par définition, un site du réseau est liquide s'il est suffisamment dense en particules (sa densité doit être supérieure à un seuil défini en Annexe B.1). Le volume de la phase liquide est alors défini comme l'ensemble des sites liquides consécutifs à la verticale de l'interface solide-fluide.

Pour avoir des bases objectives de comparaison avec les expériences, nous avons d'abord étudié les propriétés (précision, biais) de cette technique numérique d'estimation des volumes liquides simulés. Dans un réseau de  $20 \times 20 \times 100 \text{ ut}^3$ , nous avons pour cela simulé des lames d'eau 3D d'épaisseur  $h$  connue sur une surface solide horizontale ( $h \in \{0, 5, 10, 15, 20, 30, 40\}$ ). Pendant  $500 \text{ ut}$  et sur 5 répétitions, nous avons estimé par l'algorithme précédent l'épaisseur verticale de la phase liquide en chaque site de la surface

solide. Les valeurs ont été calculées tous les 50 *ut* en moyennant sur 25 *ut*.

### 9.2.2 Expériences simulées

Nous avons simulé les expériences de détention réalisées au chapitre précédent sur deux surfaces rugueuses imperméables. Pour cela, nous avons appliqué le principe de similitude entre le modèle de gaz sur réseau et le milieu physique réel. En introduisant les facteurs d'échelle  $f_X$  entre la variable  $X_{lg}$  du réseau et la variable  $X_r$  du milieu physique réel :

$$f_X = \frac{X_r}{X_{lg}} \quad (9.1)$$

les conditions pour que le modèle de gaz sur réseau reproduise le milieu physique expérimental s'écrivent (Ch. 4) :

$$f_\rho = \frac{\rho_r}{\rho_{lg}} \quad (9.2)$$

$$f_\nu = \frac{\nu_r}{\nu_{lg}} \quad (9.3)$$

$$f_t = \frac{f_l^2}{f_\nu} \quad (9.4)$$

$$f_v \simeq 3 \frac{f_\nu}{f_l} \quad (9.5)$$

Le choix du fluide réel simulé (l'eau) conditionne ici les facteurs de densité et de viscosité :

$$f_\rho = \frac{1}{12.8/24} \simeq 1.875 \text{ (kg.m}^{-3}.\text{um}^{-1}.\text{ul}^3\text{)} \quad (9.6)$$

$$f_\nu = \frac{1.007 \cdot 10^{-6}}{1.125} \simeq 8.591 \cdot 10^{-7} \text{ (m}^2.\text{s}^{-1}.\text{ul}^{-2}.\text{ut)} \quad (9.7)$$

Les conditions de similitude sont ainsi déterminées par la fixation de l'un des facteurs  $f_l$ ,  $f_t$  ou  $f_v$ . Le facteur géométrique détermine la taille du réseau utilisé pour reproduire le milieu réel. À cause de limitations de mémoire, il a été fixé à  $10^{-3} \text{ mm.ul}^{-1}$ .

Nous n'avons pas retenu la simulation des pluies par des gouttes sphériques liquides posées à leur point d'impact selon un processus de Poisson, comme cela avait été proposé au chapitre 5. En effet, l'étalement d'une goutte sphérique n'a pas pu être restitué dans la gamme des diamètres étudiés (Ch. 6). Nous avons donc opté, sur les mêmes principes de positionnement et de distribution, pour un apport d'eau sous forme de gouttes d'eau de diamètre 1 site. Ce choix visait à rendre compte des phénomènes à plus grande échelle. Pour le positionnement de ces gouttes «ponctuelles», nous avons utilisé un processus de Poisson homogène dont l'intensité  $\lambda$  ( $\text{ut}^{-1}.\text{ul}^{-2}$ ) se calcule à partir de l'intensité pluviométrique réelle  $I$  ( $\text{mm.h}^{-1}$ ) et des facteurs d'échelle  $f_l$  ( $\text{m.ul}^{-1}$ ) et  $f_t$  ( $\text{s.ut}^{-1}$ ) selon la formule suivante :

$$\lambda = \frac{f_t I}{3.6 \cdot 10^5 \times f_l} \text{ (ut}^{-1}.\text{ul}^{-2}\text{)} \quad (9.8)$$

Dans les conditions physiques de l'expérience, l'eau est un liquide incompressible. Pour rester dans la limite incompressible, la gravité maximale que peut simuler le modèle est de  $1.6 \cdot 10^{-4} \text{ ul.ut}^{-2}$  (cf. Ch. 5). Nous avons utilisé cette valeur dans les simulations.

Les épisodes pluvieux expérimentaux de  $30 \text{ mm.h}^{-1}$  appliqués aux surfaces lisses et rugueuses de  $40 \times 40 \text{ cm}^2$  ont été simulés sur un réseau de géométrie  $400 \times 400 \times 200 \text{ ul}^3$ . Les facteurs d'échelle associés à ces simulations étaient :

$$f_l = 10^{-3} (\text{m.ul}^{-1}) \quad (9.9)$$

$$f_t \simeq 1 (\text{s.ut}^{-1}) \quad (9.10)$$

et l'intensité des pluies était donc :

$$\lambda = \frac{1 \times 30}{3.6 \cdot 10^5 \times 0.001} = 8.33 \cdot 10^{-3} (\text{ut}^{-1}.\text{ul}^{-2}) \quad (9.11)$$

Ces simulations non répétées ont duré  $500 \text{ ut}$  (correspondant à une durée réelle de 5 minutes environ), durée pendant laquelle la détention spatiale a été déterminée tous les  $100 \text{ ut}$  en moyennant sur  $12 \text{ ut}$ .

## 9.3 Résultats et discussion

### 9.3.1 Précision de la détermination des hauteurs de détention simulées

Après  $50 \text{ ut}$ , les hauteurs d'eau estimées sont en moyenne égales aux hauteurs d'eau vraies (Fig. 9.1) avec une erreur absolue inférieure à 10 %. Cependant, leur évolution en fonction du temps montre une dérive croissante (Fig. 9.2). Les hauteurs non nulles sont sous-estimées (jusqu'à  $3 \text{ ul}$  en moyenne après  $500 \text{ ut}$ ) tandis que les hauteurs nulles sont surestimées (jusqu'à  $2 \text{ ul}$  en moyenne).

Dans la mesure où les estimations sont bonnes aux temps courts, ces tendances s'expliquent par une condensation de liquide sur les parois solides et une évaporation des lames d'eau. La condensation s'explique par l'attraction exercée par la phase solide sur les particules du réseau lors de la phase d'interaction, qui concerne les particules à une distance de 8 sites (voir Ch. 5). La baisse de la densité gazeuse qui en résulte (comme le réseau est un milieu fini) provoque un retour à l'équilibre par évaporation de la phase liquide.

Dans le milieu physique réel, l'adsorption de l'eau à la surface des solides se produit à une échelle bien inférieure à celle macroscopique de la détention superficielle. Par la suite, les hauteurs d'eau en dessous de  $2 \text{ ul}$  ne seront donc pas considérées comme significatives.

Ces résultats montrent donc que l'algorithme d'estimation des hauteurs de détention a un biais absolu de  $2 \text{ ul}$ . Pour les simulations réalisées, cette erreur représente  $2 \text{ mm}$  de hauteur d'eau. À plus long terme, elle impose l'utilisation de réseaux de grande dimension afin que ce biais soit négligeable par rapport au phénomène étudié.

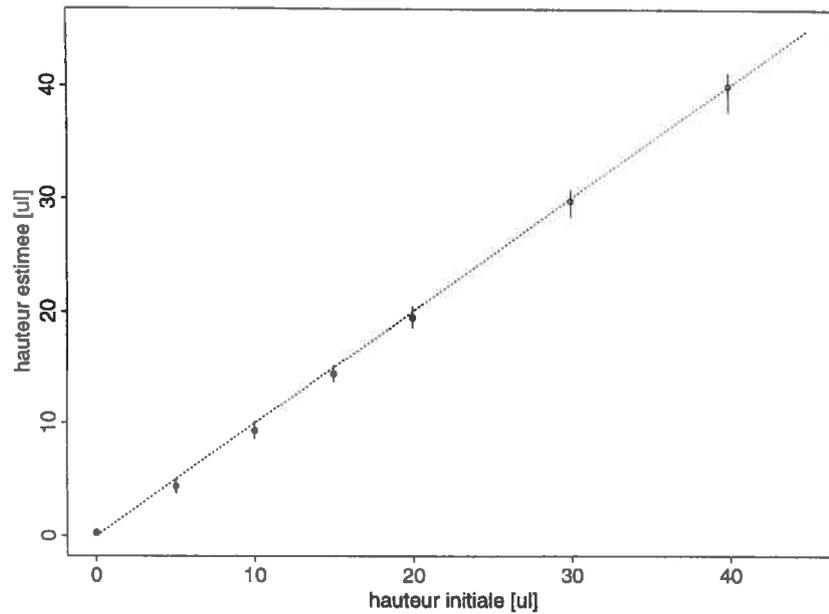


Figure 9.1 – *Caractérisation des écoulements superficiels 3D. Épaisseur moyenne mesurée (5 répétitions, 50 ut, 400 sites) versus épaisseur initiale. Les points et segments verticaux représentent respectivement la moyenne et le domaine de variation des hauteurs estimées.*

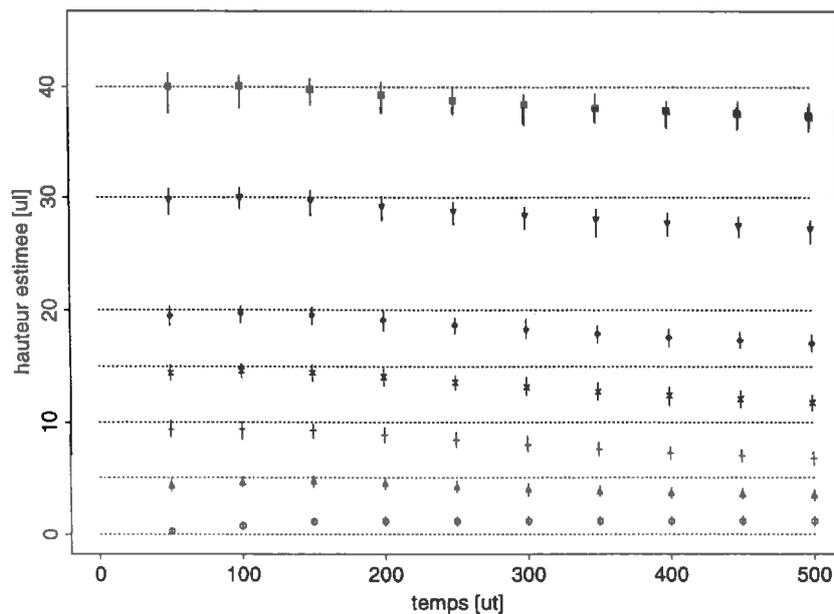


Figure 9.2 – *Évolution temporelle de la hauteur moyenne de détention estimée sur une lame d'eau d'épaisseur initiale connue. Les lignes pointillées représentent la hauteur initiale. Les points et segments verticaux représentent respectivement la moyenne et le domaine de variation des hauteurs estimées.*

### 9.3.2 Expériences simulées

La figure 9.3 présente des images partielles en coupe verticale aux temps 0, 100 et 200 *ut* des deux simulations réalisées. On constate que les pluies simulées provoquent l'apparition d'un excès d'eau à la surface de la phase solide imperméable. Cet excès constitue une lame d'eau répartie de façon assez homogène horizontalement. De plus, du fait des conditions aux limites périodiques, une phase liquide est condensée en haut du réseau. Son épaisseur montre l'importance du phénomène par rapport à la détention simulée. En voulant maximiser la portée des simulations avec un facteur d'échelle de 1 site par millimètre, le phénomène de condensation, qui représente environ 2 sites (cf. § précédent), rend macroscopiquement négligeable toute épaisseur liquide inférieure à 2 *ul*.

En tenant compte de ce seuil, la répartition spatiale de la détention simulée est représentée en figure 9.4. Elle met en évidence des zones de détention individualisées en des flaques bien marquées. Qualitativement, les zones émergées correspondent aux grosses mottes (Fig. 8.18 p. 134). Au cours des pluies, ces flaques simulées s'interconnectent.

Quantitativement, les hauteurs de détention simulées ne correspondent pas du tout aux hauteurs expérimentales (Fig. 9.5). Elles augmentent bien en moyenne et en écart-type avec les pluies cumulées, mais dans des proportions bien inférieures aux valeurs mesurées. De plus, les hauteurs simulées sont peu significatives et sont faiblement corrélées aux hauteurs mesurées. De nombreuses hauteurs positives simulées correspondent à une hauteur expérimentale nulle. De façon plus générale, la détention simulée apparaît indépendante des profondeurs et localisations mises en évidence expérimentalement.

Ce diagnostic montre que le modèle simule des excès d'eau homogènes et peu significatifs. Plusieurs explications sont possibles :

- Les mouillabilités des surfaces simulées et expérimentales sont très différentes?  
Les surfaces rugueuses peintes en blanc avaient une mouillabilité partielle. Les cinétiques d'étalement d'une goutte liquide ont montré que le modèle 2D simulait une mouillabilité liquide-solide partielle (Ch. 6). Les règles d'interactions solide-liquide du modèle 3D sont conçues de manière analogue. Elles ne peuvent donc pas expliquer la totalité des écarts modèle-expérience.
- Les conditions aux limites des simulations ne correspondent pas à celles des expériences?  
Au-delà de 1 *mm* de pluies cumulées, le centre des surfaces rugueuses étudiées ont collecté des écoulements latéraux d'eau. Elles ne constituaient donc pas un système fermé. En revanche, le réseau est muni de conditions aux limites périodiques. Cette différence pourrait expliquer une corrélation inférieure à 1 pour les hauteurs de détention simulées et mesurées. Mais elle ne peut pas expliquer la forte homogénéité de la détention simulée.
- L'impact des gouttes de pluie à la surface du sol n'est pas pris en compte par le modèle?  
Les gouttes de pluies expérimentales ont une vitesse non nulle à leur impact à la surface du sol. De plus, elles ne déforment pas la surface du sol à leur impact. Elles conservent donc toute leur énergie cinétique lors de leur choc élastique avec le sol. En revanche, le modèle simule un apport d'eau par des particules posées à la surface du

sol avec une vitesse moyenne nulle. Cette différence pourrait expliquer les différences expériences-simulations.

- Les hauteurs ne sont pas assez significatives?  
Par rapport aux situations réelles, l'importance relative de la condensation ( $2 ul$ ) par rapport à la détention est démesurée. Un réseau plus grand augmente la mémoire requise pour une simulation. Mais ce choix peut améliorer la simulation des flaques en respectant les échelles bien distinctes de la condensation (microscopique) et de la détention superficielle (macroscopique).
- La gravité simulée est insuffisante?  
Les pluies simulées produisent un apport homogène de particules liquides. Aux temps longs, leur répartition spatiale reste homogène. Elles ne se concentrent pas dans les dépressions. Tout se passe comme si elles évoluaient en apesanteur. Pour trancher, il faudrait établir en unités physiques réelles l'expression de la gravité simulée.

Pour tester deux de ces hypothèses, nous avons simulé une portion des deux surfaces étudiées avec :

- des pluies constituées de particules de vitesse moyenne initiale dirigée vers le bas avec une probabilité arbitraire de 0.7 ;
- un facteur d'échelle géométrique  $f_l = 5.10^{-4} m.ul^{-1}$  deux fois inférieur aux précédentes simulations.

### 9.3.3 Pluies simulées avec énergie cinétique initiale

L'énergie cinétique initiale des particules apportées à la surface du sol semble améliorer le comportement du modèle vis-à-vis de la détention. Les surfaces de  $10 \times 10$  cm utilisées correspondent au coin inférieur gauche des surfaces précédentes. La répartition spatiale de la détention simulée y paraît identique (Fig. 9.6) mais les hauteurs simulées sont plus près de la droite 1:1 et semblent donc plus en accord avec les données expérimentales (Fig. 9.7). Ces tendances doivent être confirmées par des simulations répétées sur des surfaces comparables à celles étudiées au paragraphe précédent. Si l'adjonction d'une énergie cinétique initiale s'avère nécessaire, son intensité devra correspondre aux apports des pluies expérimentales en utilisant le principe de similitude.

### 9.3.4 Influence du facteur d'échelle géométrique $f_l$

La diminution du facteur d'échelle n'affecte pas significativement la répartition des flaques simulées et leur profondeur (Fig. 9.9 et 9.8). Les surfaces de  $20 \times 20$  cm utilisées correspondent au coin inférieur gauche des surfaces expérimentales. Si le facteur échelle a une influence sur le comportement des excès d'eau simulés, son effet doit se faire sentir pour des valeurs bien inférieures, c'est-à-dire pour des géométries de réseau beaucoup plus grandes.



Figure 9.3 – Images en coupe verticale des simulations 3D de la rétention superficielle sous pluies pour les deux surfaces rugueuses expérimentales. Le système lisse (resp. rugueux) est représenté à gauche (resp. à droite) au temps 100 ut. La géométrie du réseau est de  $100 \times 100 \times 200 \text{ ul}^3$ .

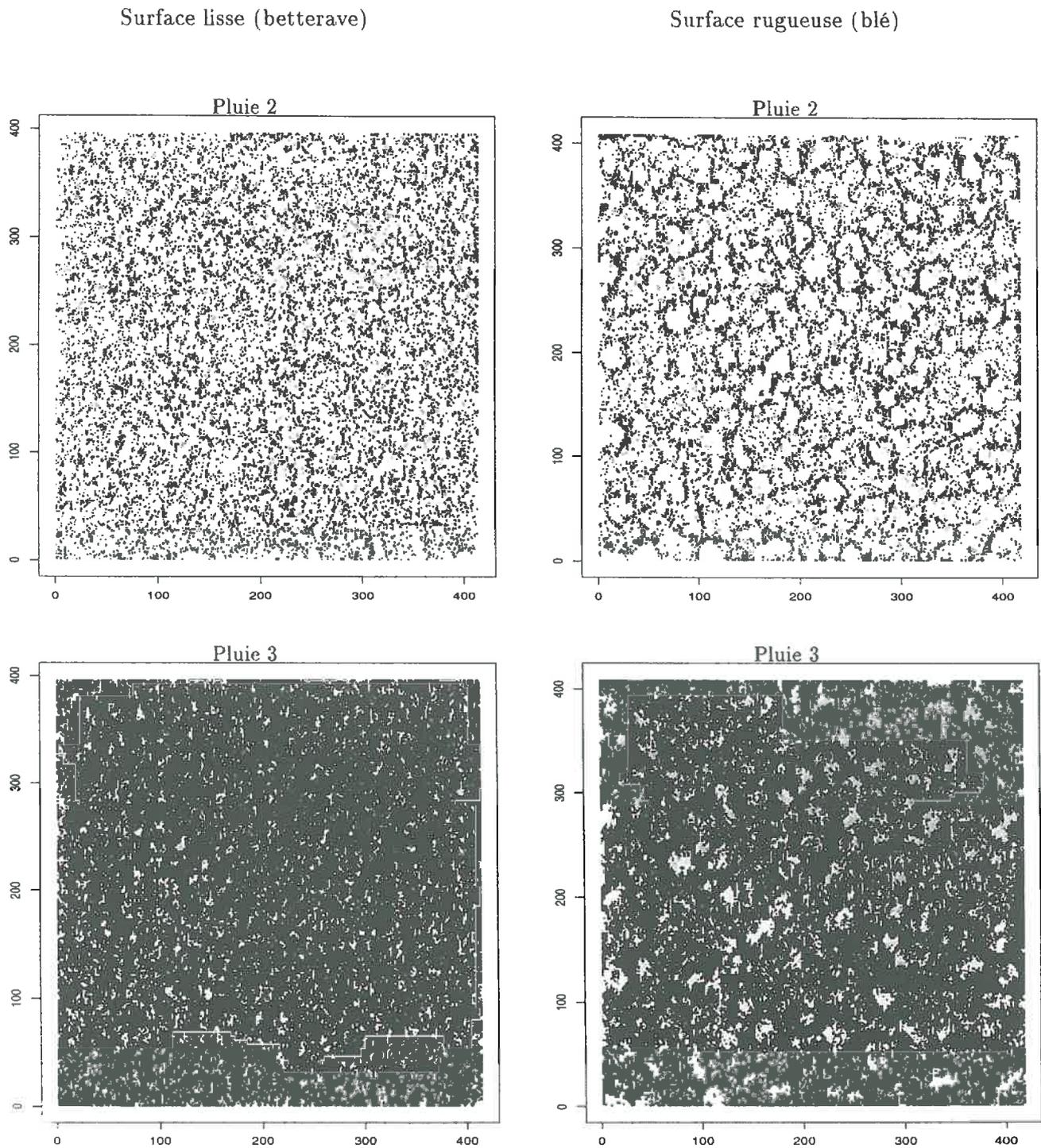


Figure 9.4 Images de la rétention superficielle simulée sous pluies avec le modèle 3D pour les deux surfaces rugueuses expérimentales. Les flaques sont représentées en noir. Toutes les dimensions sont en millimètres.

Surface lisse (betterave)

Surface rugueuse (blé)

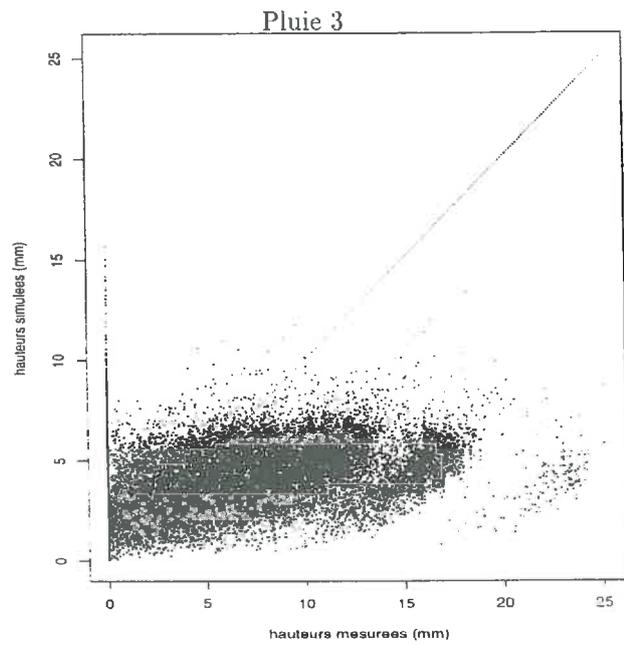
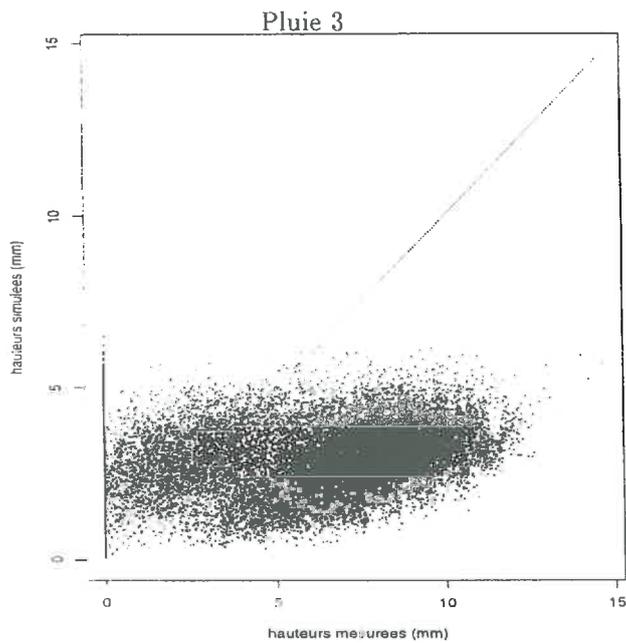
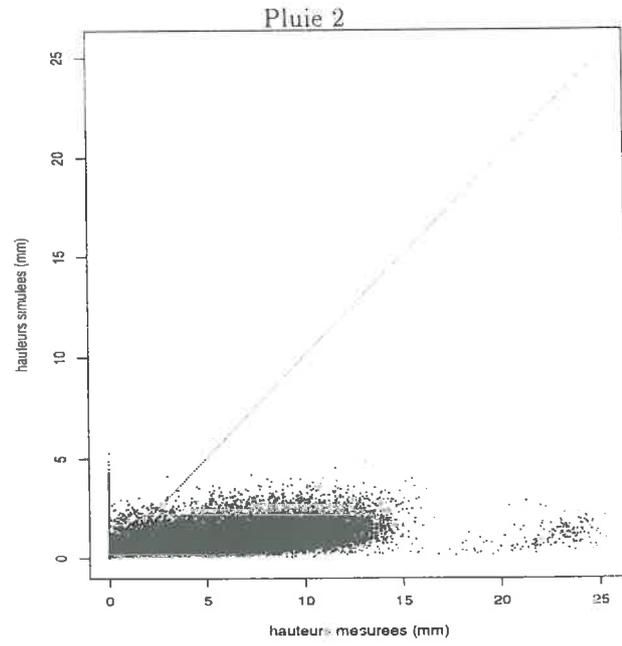
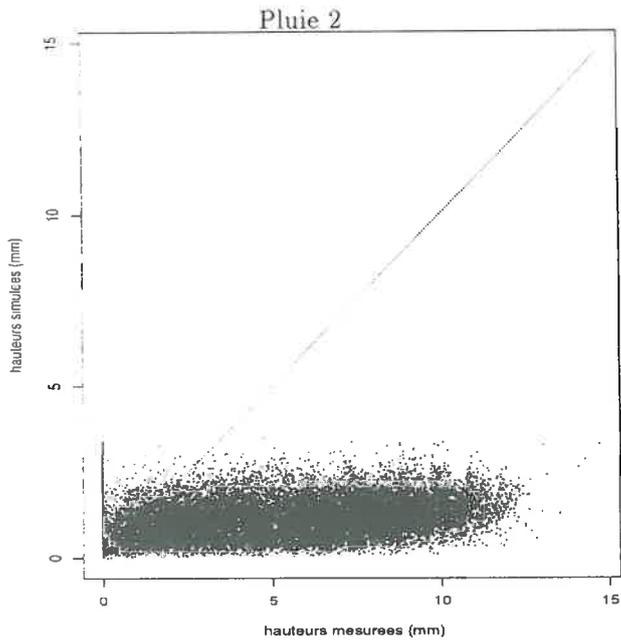


Figure 9.5 – Hauteurs de rétention simulées par le modèle en fonction des hauteurs de rétention déterminées expérimentalement. Chaque point correspond à une maille de  $2 \times 2$  mm.

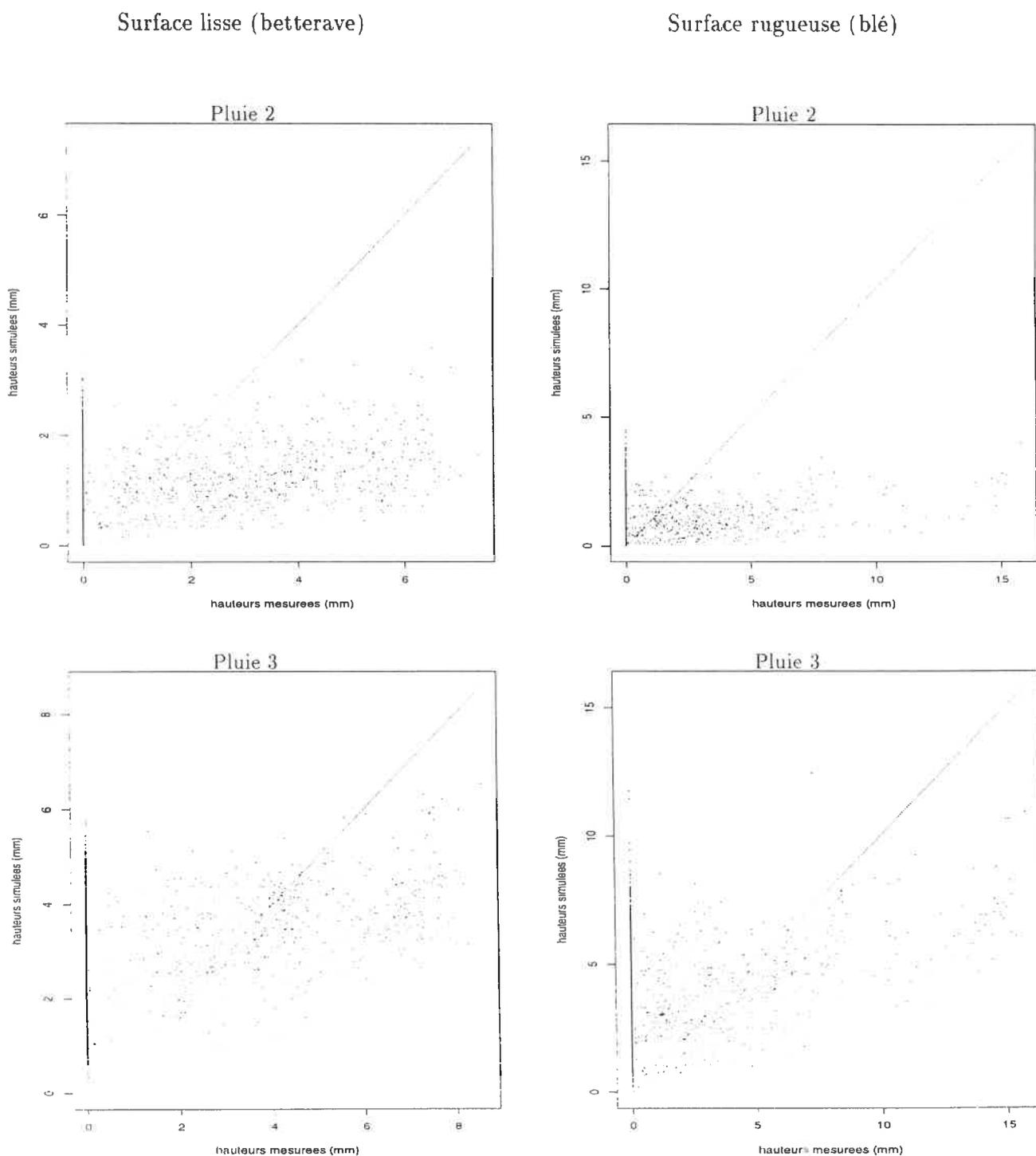


Figure 9.6 - Hauteurs de détention simulées sous pluies avec énergie cinétique en fonction des hauteurs de détention déterminées expérimentalement. Chaque point correspond à une maille de  $2 \times 2$  mm.

Surface lisse (betterave)

Surface rugueuse (blé)

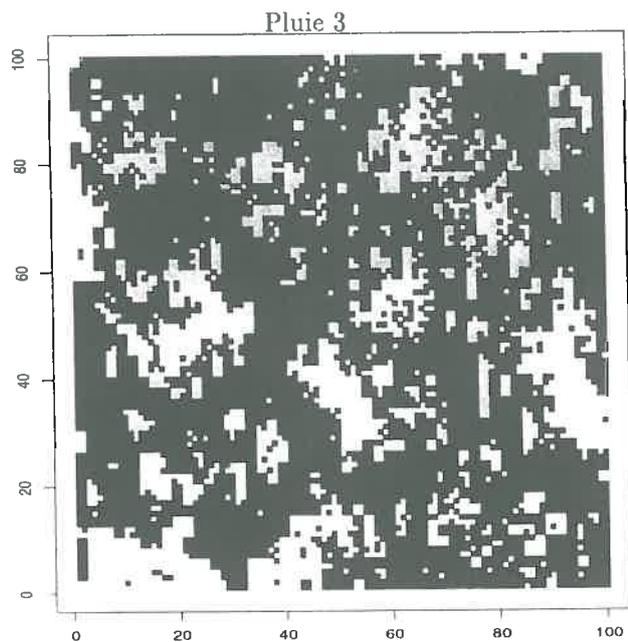
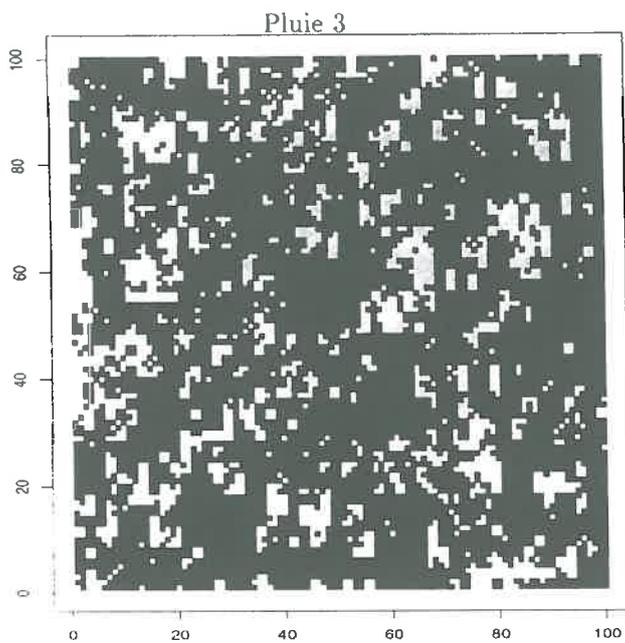
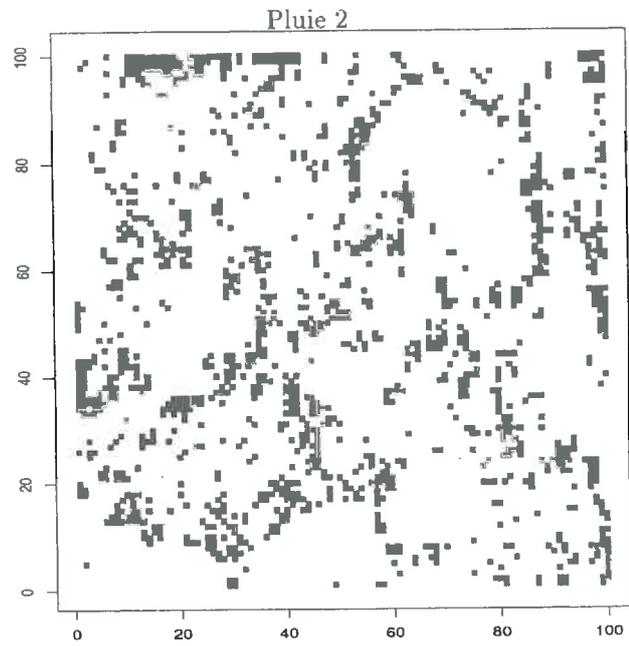
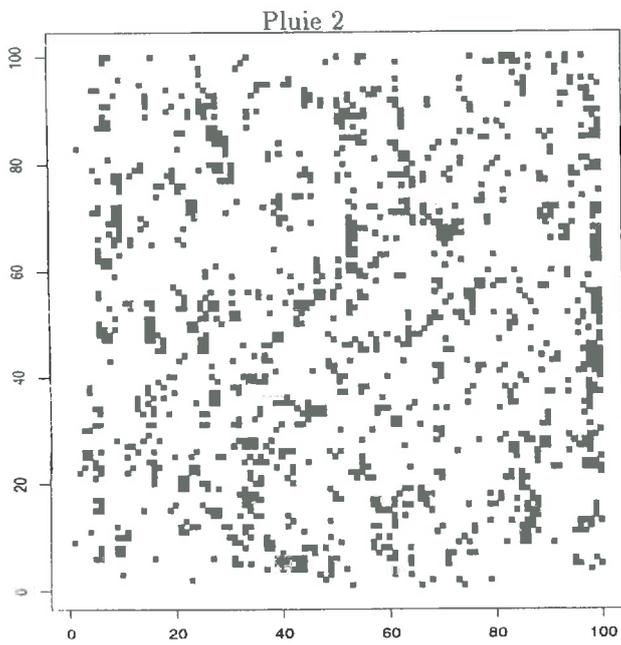


Figure 9.7 Images de la rétention superficielle simulée sous pluies avec énergie cinétique avec le modèle 3D pour les deux surfaces rugueuses expérimentales. Les flaques sont représentées en noir. Toutes les dimensions sont en millimètres.

Surface lisse (betterave)

Surface rugueuse (blé)

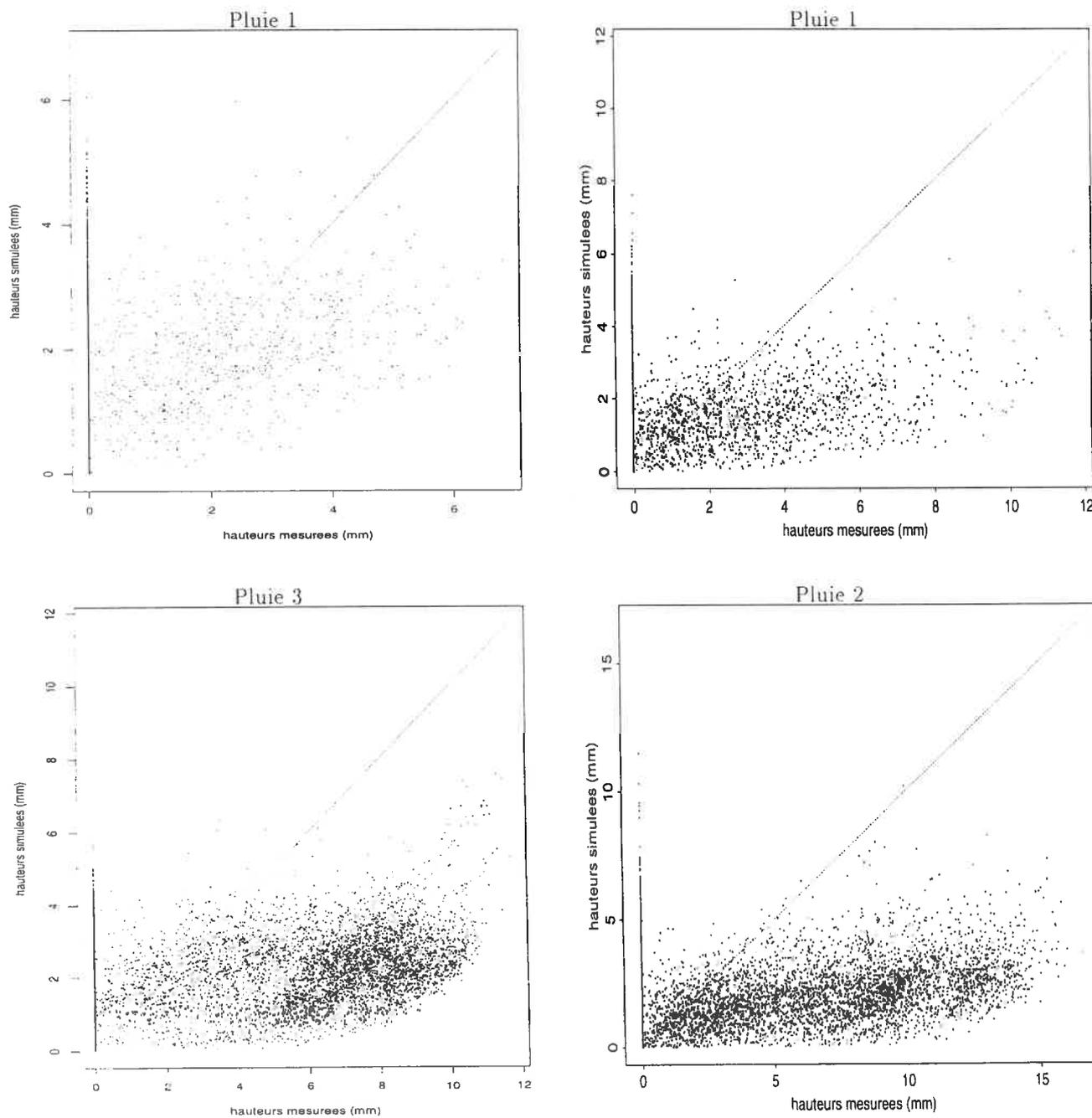


Figure 9.8 – Hauteurs de rétention simulées avec  $f_1 = 5 \cdot 10^{-1} \text{ m}\cdot\text{ul}^{-1}$  en fonction des hauteurs de rétention déterminées expérimentalement. Chaque point correspond à une maille de  $2 \times 2 \text{ mm}$ .

Surface lisse (betterave)

Surface rugueuse (blé)

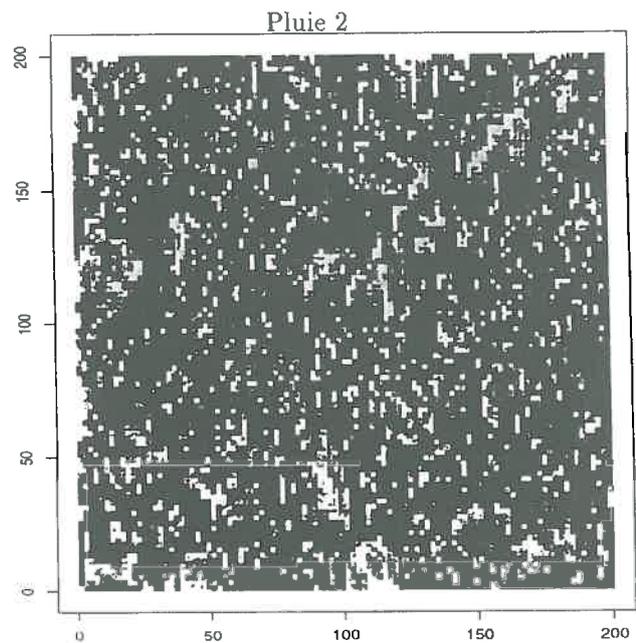
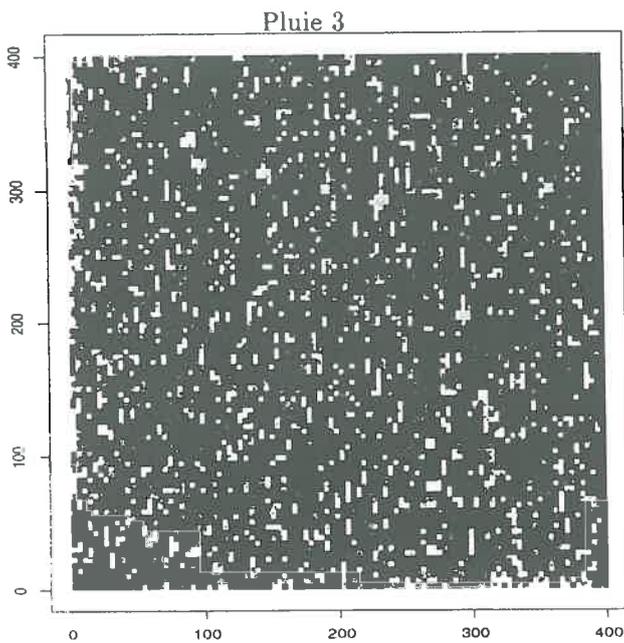
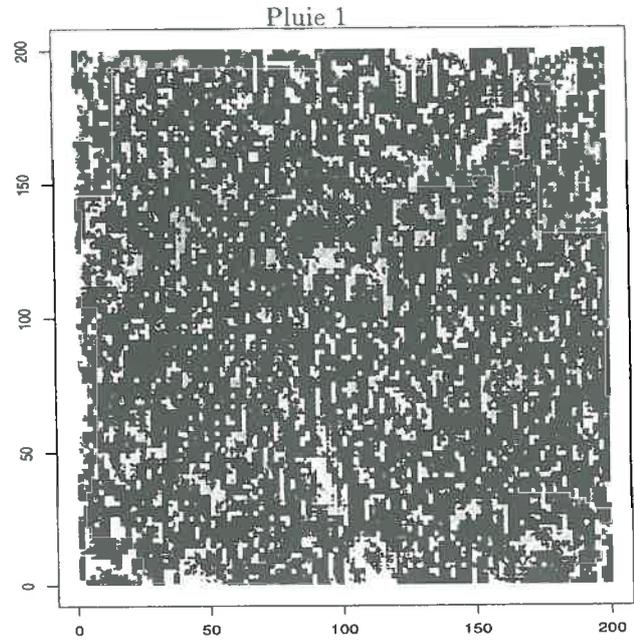
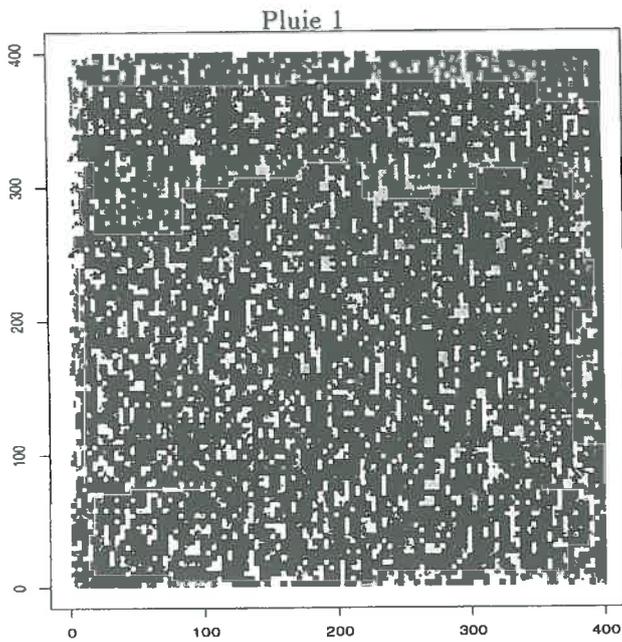


Figure 9.9 – Images de la rétention superficielle simulée sous pluies avec  $f_l = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}\cdot\text{ul}^{-1}$  avec le modèle 3D pour les deux surfaces rugueuses expérimentales. Les flaques sont représentées en noir. Toutes les dimensions sont en millimètres.

## 9.4 Conclusion partielle

L'ensemble des résultats présentés dans ce chapitre sont des étapes prospectives pour valider le modèle 3D de détention superficielle sur des surfaces rugueuses imperméables soumises à des pluies.

Les confrontations entre flaques simulées et mesurées visaient essentiellement à la validation des hypothèses introduites dans la composante pluie. Nous avons constaté que le modèle permet de simuler sur des surfaces rugueuses la formation de flaques qu'un algorithme introduit permet de quantifier (profondeur de détention). Cependant, avec un facteur d'échelle géométrique de 1 millimètre par site ( $f_l = 10^{-3} \text{ m.ul}^{-1}$ ), le modèle ne permet pas de restituer une distribution spatiale des hauteurs de détention conforme aux observations expérimentales.

Les simulations réalisées n'ont pas remis en cause les hypothèses utilisées par la composante pluie. En revanche, elles ont montré les limites du modèle 3D liquide-gaz utilisé :

- Un site représente approximativement la dimension d'une couche liquide adsorbée sur une surface solide. En conséquence, le facteur d'échelle géométrique entre le réseau et le milieu physique réel doit être très petit pour simuler la détention superficielle en respectant les rapports d'échelle entre les deux phénomènes. Ce résultat implique l'utilisation de grandes géométries de réseau sur des ordinateurs très puissants. À titre d'exemple, il a fallu 7 jours pour simuler pendant 500 *ut* la détention sur un réseau de géométrie  $400 \times 400 \times 200 \text{ ul}^3$  avec une station IRIX64.
- Pour simuler un fluide incompressible, la gravité simulée ne doit pas dépasser  $F = 1.6 \cdot 10^{-4} \text{ ul.ut}^{-2}$ . Cette contrainte est la seule explication possible des écarts observés entre modèle et expériences. Cette force correspond, en unités réelles, à une gravité de  $F \times \frac{f_l}{f_t^2}$ . Pour simuler l'eau sous gravité terrestre, les conditions de similitude se traduisent ici par :

$$f_t = \sqrt{\frac{F}{10}} f_l \quad (9.12)$$

puis :

$$f_t = (f_l \sqrt{\frac{F}{10}})^{2/3} \simeq 2 \cdot 10^{-6} \text{ m.ul}^{-1} \quad (9.13)$$

soient 500 sites par millimètre!

Pour une validation future, il faudrait donc d'une part connaître les incertitudes métrologiques liées à la mesure de la détention superficielle proposée et, d'autre part, utiliser le modèle de gaz sur réseau 3D dans son domaine (réhhibitoire?) d'utilisation. On pourrait proposer :

- une étude de précision de la détermination photographique de la localisation des flaques sous pluies colorées ;
- la constitution de données expérimentales répétées sur l'étude de la détention sur des surfaces imperméables ;

- l'utilisation de machines informatiques à grande mémoire et massivement parallèles pour surmonter la contrainte dynamique (approximativement 500 sites par millimètre) imposée par le modèle.

## IV Application aux problèmes de transport en surface

## Chapitre 10

# Étude numérique de la friction

Dans ce chapitre, le modèle 3D est appliqué à l'étude des forces de friction appliquées à un fluide s'écoulant sur une surface rugueuse. Les simulations présentées revisitent les lois puissance classiques reliant, en régime permanent, l'épaisseur et la vitesse moyenne de lames d'eau s'écoulant sur des surfaces rugueuses.

### Sommaire

---

<b>10.1 Objectifs . . . . .</b>	<b>164</b>
<b>10.2 Matériel et méthodes . . . . .</b>	<b>165</b>
<b>10.3 Résultats et discussion . . . . .</b>	<b>165</b>
10.3.1 Lois de friction estimées . . . . .	165
10.3.2 Similitudes . . . . .	168
<b>10.4 Conclusion partielle . . . . .</b>	<b>172</b>

---

## 10.1 Objectifs

Nous voulons établir, avec un modèle de gaz sur réseau, des lois phénoménologiques de friction valables pour les écoulements diffus sur surfaces rugueuses nues.

Les forces de friction désignent l'ensemble des forces de résistance à l'interface d'un fluide qui s'opposent aux forces motrices (en général la gravité) de son écoulement. Ces forces sont proportionnelles à la superficie de l'interface concernée, à la pente et à la vitesse de l'écoulement.

En hydraulique, la friction sur une surface solide est traduite par de nombreuses lois de type puissance reliant la vitesse moyenne d'un élément vertical d'écoulement *en régime permanent*  $\bar{v}$  et sa hauteur d'eau  $h$  (cf. Ch 3). Une forme particulièrement usitée est la loi de Manning-Strikler :

$$\bar{v} = \frac{S_f^{1/2}}{n} h^{2/3} \quad (10.1)$$

où  $S_f$  est la pente de la surface solide et  $n$  le coefficient dit «de Manning» caractérisant l'atténuation des vitesses exercée par la surface solide pour le fluide étudié (en général l'eau).

Ces lois sont au centre de tous les modèles mécanistes de ruissellement car elles simplifient considérablement le traitement des interfaces solide-liquide et liquide-atmosphère (surface libre) et constituent des lois simplifiées de changement d'échelle (de l'interface liquide-solide à l'élément vertical d'écoulement).

Les modèles de ruissellement et d'érosion à l'échelle du bassin versant sont très sensibles aux paramètres de friction qu'ils utilisent. Des nombreux dispositifs expérimentaux en laboratoire ont permis de définir ces paramètres sur des surfaces de référence sous des écoulements profonds. En revanche, leur expression est peu documentée pour des lames d'eau de faible épaisseur sur des surfaces rugueuses alors que cette situation peut être très fréquente sur les versants.

Nous voulons ici répondre aux deux questions posées par les nombreuses utilisations actuelles des lois de friction dans les modèles de ruissellement et d'érosion :

- Quelle est la loi de friction dans le cas des écoulements à faible rugosité relative?
- Dans ce contexte, les écoulements sont-ils instantanément en régime permanent?

Ces lois peuvent bénéficier de l'approche des gaz sur réseau. En effet, leur expression théorique peut se déduire de la simulation d'une lame d'eau sur une surface rugueuse inclinée avec le modèle 3D présenté au chapitre 5. Et surtout, le modèle est valide pour ces situations puisqu'il n'utilise que les composantes pente et microrelief.

## 10.2 Matériel et méthodes

Nous avons simulé l'écoulement d'une lame d'eau sur une surface rugueuse inclinée en utilisant le modèle gaz sur réseau 3D.

Les simulations ont utilisé un réseau de géométrie  $100 \times 100 \times 200 \text{ ul}^3$ . Elles ont duré  $4500 \text{ ut}$  et ont été répétées 3 fois. Ces expériences numériques sont issues du croisement complet des facteurs :

- épaisseur  $h$  ( $\text{ul}$ ) de la lame d'eau (7 niveaux),
- type de surface (0:plane, 1:lisse ou 2:rugueuse, Fig. 10.1). Les surfaces 1 et 2 sont issues d'une même réalisation d'un modèle booléen de microrelief (Chadœuf *et al.*, 1989; Bertuzzi *et al.*, 1995). Elles ont été numérisées avec des facteurs d'échelle horizontale et verticale différents (1:  $x_2, x_2$ ; 2:  $x_2, x_4$ ).
- pente (5 et 10%).

Pour déterminer le temps d'établissement du régime permanent, nous avons d'abord suivi, au cours du temps, la vitesse moyenne des lames dans le sens de la pente. Nous avons ensuite calculé la vitesse moyenne  $\bar{v}$  en régime permanent de chacun des écoulements simulés. Une loi puissance de type  $\bar{v} = \alpha h^\beta$  a alors été ajustée non-linéairement pour chaque couple surface  $\times$  pente.

## 10.3 Résultats et discussion

### 10.3.1 Lois de friction estimées

La vitesse moyenne des lames d'eau simulées augmente au cours du temps et atteint un palier aux temps longs (Fig 10.2).

Pour l'ensemble des simulations, nous considérerons que le régime permanent est déjà établi au temps  $4000 \text{ ut}$ . Ce régime final est plus vite atteint pour les surfaces les plus rugueuses et les lames d'eau les moins profondes. Dans ces cas, la vitesse moyenne finale est plus faible et très instable. La notion de régime permanent y est certainement inadaptée et nous utiliserons la vitesse moyenne aux temps longs pour l'étude des lois de friction.

Les écarts entre les répétitions d'un même traitement montrent le bruit inhérent au modèle discret utilisé ( $5 \cdot 10^{-4} \text{ ul} \cdot \text{ut}^{-1}$  environ). Les fluctuations temporelles de la vitesse moyenne des lames d'eau traduisent sûrement aussi la complexité des écoulements simulés.

En régime permanent, les vitesses simulées augmentent de façon parabolique avec l'épaisseur des lames et sont supérieures pour des pentes plus raides et des surfaces plus lisses (Fig. 10.3). Ces tendances significatives des vitesses simulées traduisent bien les rôles antagonistes et conjugués des facteurs gravité et rugosité vis à vis des écoulements de surface. La hauteur de la lame d'eau ( $h$ ) augmente de façon parabolique la force de gravité à laquelle elle est soumise, et donc de la même façon sa vitesse en régime permanent ( $v$ ).

La pente augmente la composante motrice (latérale) de la gravité et provoque des vitesses

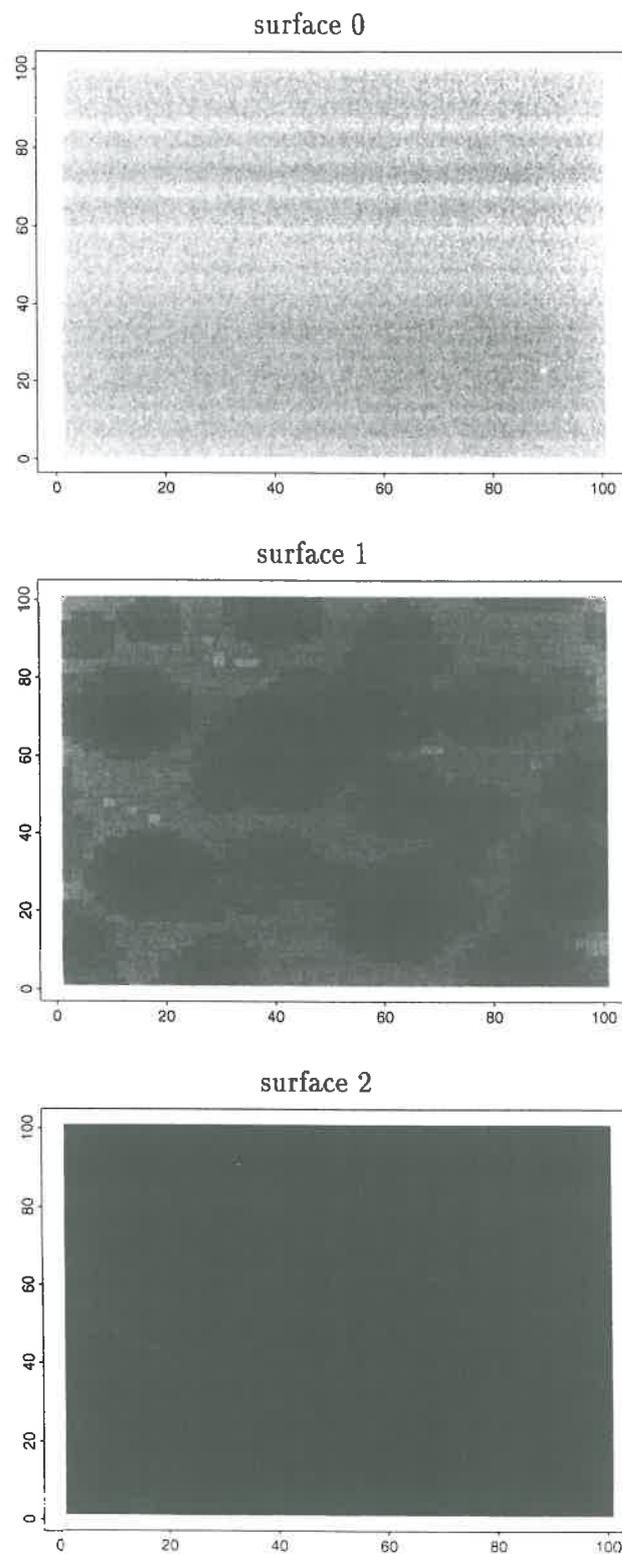


Figure 10.1 – Représentation en niveaux de gris des 3 surfaces solides simulées. Les couleurs claires correspondent à de faibles hauteurs. Les coordonnées sont en unités de longueur réseau ( $ul$ ). L'écoulement est simulé de gauche à droite.

finales supérieures.

Au contraire, la rugosité de la surface du sol augmente l'importance relative des forces dissipatives de frottement dans le bilan énergétique des lames d'eau.

Pour chaque couple pente×microrelief, les courbes puissance  $\bar{v} = \alpha \cdot h^\beta$  ajustées approchent bien les points issus des simulations dans tout le domaine de variation de la hauteur d'eau  $h$  (Fig. 10.3).

Ces lois et leurs paramètres ajustés semblent significatifs. En effet, le modèle non-linéaire produit des tests de nullité des paramètres qui convergent vers une loi de Student pour un nombre infini d'observations. Nous disposons de 21 données par couple pente×microrelief et les pseudos-tests de Student rejettent tous la nullité des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et retiennent donc le modèle puissance (Annexe E.1).

Pour une hauteur d'eau comprise entre 10 et 140 *ul*, les variations des paramètres ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) en fonction des conditions d'écoulement traduisent leur sens physique (Tab. 10.1) :

- $\alpha$  est un facteur topographique. Il est très affecté par la pente. À surface égale, il est multiplié par 3 environ quand la pente double.  $\alpha$  varie également avec la rugosité de la surface solide. À pente égale, il est multiplié par plus de 10 quand l'écart-type des hauteurs de rugosité double.
- $\beta$  caractérise le régime hydraulique de l'écoulement. En effet, la vitesse  $\bar{v}$  est multipliée par  $2^\beta$  lorsque l'épaisseur  $h$  double.  $\beta$  traduit donc la capacité transfert de l'écoulement. On identifie en général un écoulement turbulent (resp. laminaire) par une valeur inférieure (resp. supérieure) à 1. Les fortes valeurs observées traduisent toutes un régime laminaire. En outre,  $\beta$  est très peu affecté par la pente mais augmente significativement avec la rugosité.
- Les estimations  $\alpha$  et  $\beta$  sont exactement antagonistes et sont certainement reliées par une relation linéaire car leurs coefficients de corrélation sous égaux à -0.99 pour tous les ajustements réalisés (Annexe E.1).

En conservant la forme analytique de la loi de Manning :

$$\bar{v} = \alpha h^\beta = \frac{S_f^{1/2}}{n} h^\beta \quad (10.2)$$

l'utilisation des estimations, encore limitées à quelques situations contrastées, aboutissent aux modifications suivantes dans le domaine des écoulements à faible rugosité relative étudiés ( $h/\sigma$ ) :

- $\beta$  peut se déduire de  $\alpha$  par regression linéaire. Nous obtenons ici (Annexe E.2) :

$$\beta = 2.22 - 115292 \times \alpha \quad (10.3)$$

- Les variations de  $\alpha$  en fonction de  $\sigma$  et  $S_f$  peuvent s'exprimer par la loi :

$$\alpha = k \sigma^x S_f^y = k \sigma^{3.5} S_f^{1.5} \quad (10.4)$$

Soit finalement la loi encore approximative :

$$\bar{v} = \alpha h^\beta = k \cdot \sigma^{3.5} S_f^{1.5} h^{(2.22 - 115292 \times \alpha)} \quad (10.5)$$

Les ajustements de la loi  $\bar{v} = \alpha h^\beta$  dans le cas des écoulements à faible rugosité relative simulés s'écartent donc sensiblement de la loi de Manning. Dans ces conditions physiques particulières, les modifications proposées semblent accorder un rôle accru aux facteurs pente et microrelief. Leur action sur  $\alpha$  semble plus forte et ils semblent déterminants dans le régime de l'écoulement en régime permanent ( $\beta$ ).

surface	pente $S_f$ (%)	écart-type des hauteurs $\sigma$ (ul)	$\alpha$ (ul.ut <sup>-1</sup> )	$\beta$
0	5	0,0	$2,64 \cdot 10^{-6}$	1,63
0	10	0,0	$6,83 \cdot 10^{-6}$	1,57
1	5	6,7	$3,67 \cdot 10^{-7}$	2,00
1	10	6,7	$1,00 \cdot 10^{-6}$	1,93
2	5	11,3	$2,17 \cdot 10^{-8}$	2,52
2	10	11,3	$8,41 \cdot 10^{-8}$	2,39

Tableau 10.1 – Estimations des paramètres de la loi  $\bar{v} = \alpha h^\beta$  pour chacun des écoulements simulés.

### 10.3.2 Similitudes

Les vitesses des écoulements simulés ont été exprimées en unités réseau (ul.ut<sup>-1</sup>). Elles peuvent être converties en grandeurs physiques réelles (cf. §4.4 page 47).

Si les simulations réalisées représentent une surface de  $0.1 \times 0.1 \text{ m}^2$ , leur facteur d'échelle géométrique  $f_l$  est :

$$f_l = \frac{0.1}{100} = 0.001 \text{ (m.ut}^{-1}\text{)} \quad (10.6)$$

Si la phase liquide du modèle 3D représente l'eau, le facteur d'échelle de la viscosité  $f_\nu$  est :

$$f_\nu = \frac{1.007 \cdot 10^{-6}}{1.125} = 8.59 \cdot 10^{-7} \text{ (m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{ul}^{-2} \cdot \text{ut)} \quad (10.7)$$

Par suite, le facteur d'échelle temporel  $f_t$  est :

$$f_t = \frac{f_l^2}{f_\nu} \simeq 1 \text{ (s.ut}^{-1}\text{)} \quad (10.8)$$

Le facteur d'échelle des vitesses  $f_v$  est :

$$f_v = \frac{3f_\nu}{f_l} = 0.00269 \text{ (m.s}^{-1}\text{.ul}^{-1}\text{.ut)} \quad (10.9)$$

Le champ de gravité maximum simulé était de  $1.6 \cdot 10^{-4} \text{ ul.ut}^{-2}$ . Il correspond à un champ de force de :

$$f = 1.6 \cdot 10^{-4} \times \frac{f_l}{f_t^2} \simeq 1.6 \cdot 10^{-7} \text{ (m.s}^{-2}\text{)} \quad (10.10)$$

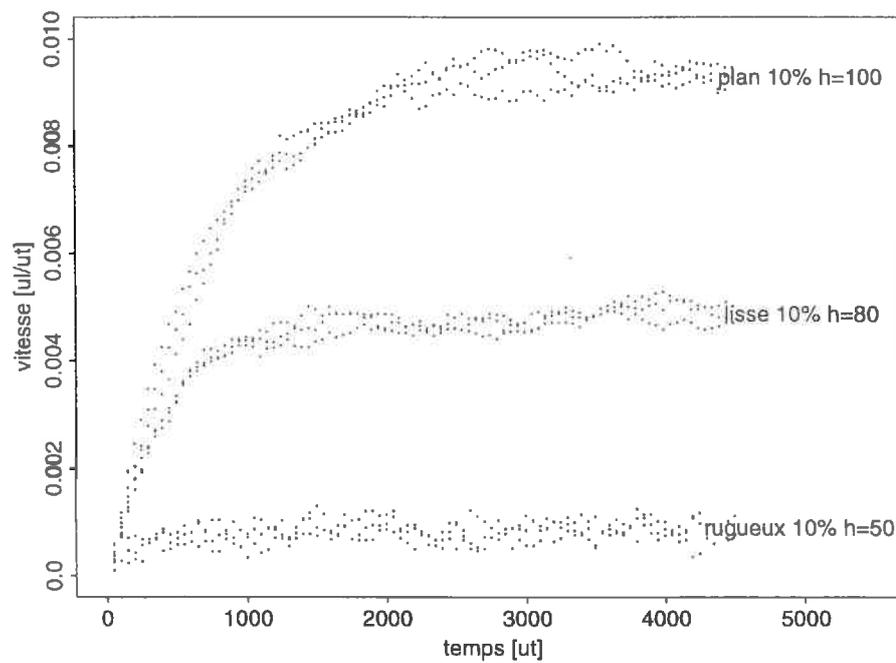


Figure 10.2 – Évolution temporelle de la vitesse moyenne de différentes lames d'eau d'épaisseur  $h$  (ul).

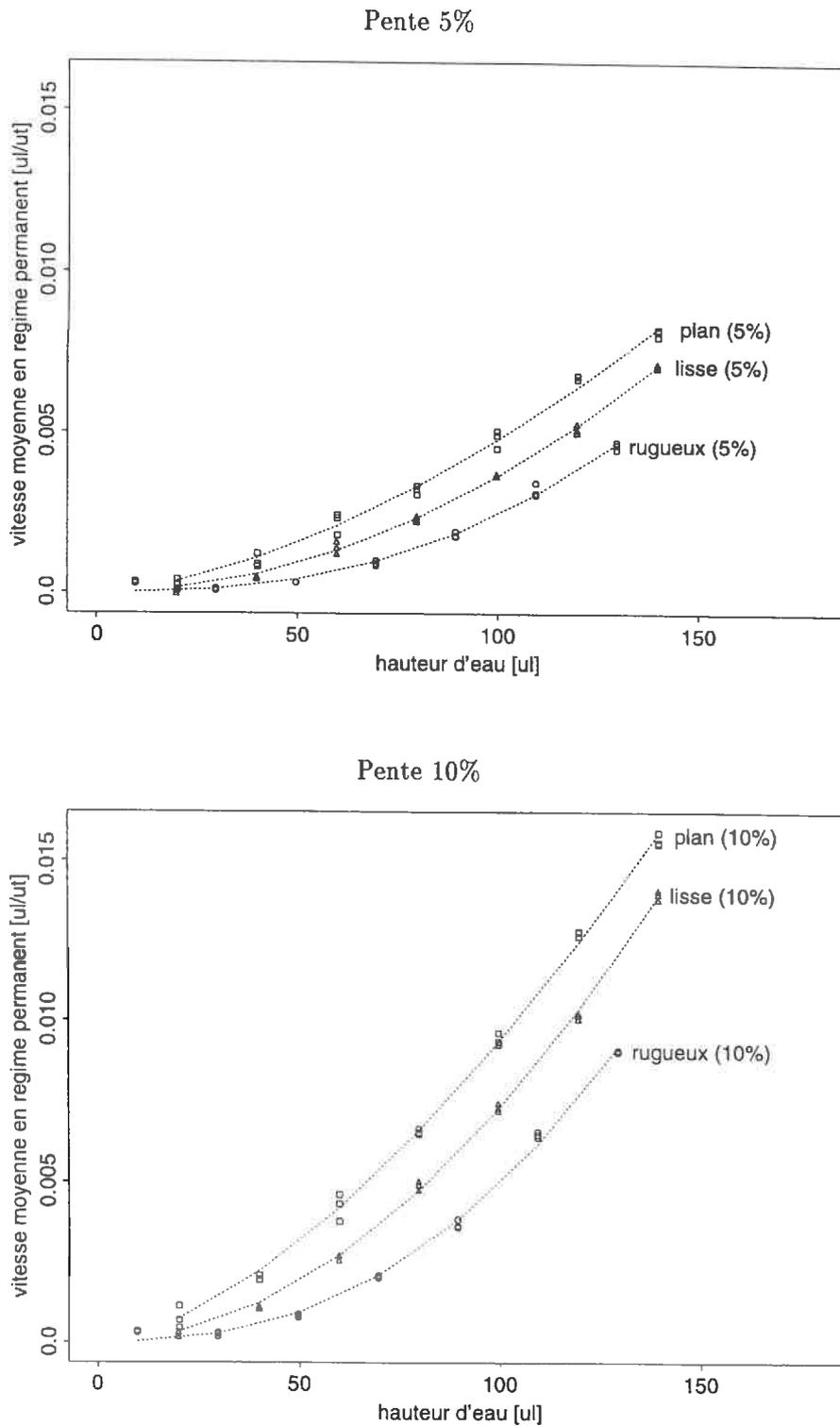


Figure 10.3 – Vitesse en régime permanent de lames d'eau, sur différentes surfaces rugueuses inclinées, en fonction de leur épaisseur. Les points issus des simulations ont été ajustés non-linéairement à une loi de type puissance (traits discontinus).

## 10.4 Conclusion partielle

Les approches mécanistes classiques sont utilisatrices de lois simplifiées telles que les lois de friction. Les relations actuelles sont inadaptées aux écoulements peu profonds. En utilisant la composante pente validée au chapitre 4, le modèle liquide-gaz 3D a permis ici l'étude d'écoulements complexes sur des surfaces rugueuses inclinées.

Les simulations présentées ici ont abouti, en régime permanent, à des lois de friction différentes des lois classiques. Dans le domaine des écoulements de faible profondeur, les lois proposées ont montré l'importance accrue des facteurs pente et microrelief par rapport à la loi classique de Manning-Strickler.

Les modèles de gaz sur réseau est un outil potentiel pour l'élaboration de lois plus adaptées à la genèse du ruissellement. Des scénarios adaptés pourraient compléter la loi approximative proposée et, par la suite, appréhender l'effet d'autres facteurs tels que le temps (en régime transitoire), les pluies, la végétation...

Mais les conditions de similitude dynamique présentées ont encore montré (cf. Ch 9) la nécessité de disposer de puissantes machines informatiques pour simuler les processus étudiés à des échelles réalistes.

# Chapitre 11

## Conclusion générale

L'objet de cette thèse était l'étude de la genèse du ruissellement à état de surface constant à l'échelle du mètre carré. Ce travail visait à prendre en compte le rôle des facteurs infiltrabilité, pente et microrelief dans une nouvelle modélisation 3D du ruissellement utilisant l'approche des gaz sur réseau.

La partie théorique de ce travail a été initiée par des travaux antérieurs qui ont introduit cet outil en Science du Sol (Di Pietro, 1993; Pot, 1994). Nous avons introduit pour la première fois les modèles de gaz sur réseau à l'étude du ruissellement. Des mises au point ont été nécessaires pour adapter l'outil : comment simuler une pluie, un microrelief, et l'infiltration? Certains apports au modèle ont été justifiés en retrouvant quelques lois physiques des systèmes homogènes.

Pour achever la validation du modèle développé, une deuxième partie de ce travail visait à son étude expérimentale. Pour cela, des mises au point métrologiques ont amélioré la mesure des variables d'entrée (pluie, microrelief) et de validation (la détention superficielle) du modèle. Les protocoles ont été appliqués à des surfaces rugueuses rigides soumises à des pluies.

### 11.1 Conclusions

#### 11.1.1 Gaz sur réseau et ruissellement

Pour simuler en trois dimensions le comportement de l'air et de l'eau sur une surface solide, nous avons choisi le modèle de gaz sur réseau 3D à interactions de Appert *et al.* (1994). La Physique Statistique a déjà validé cette famille de modèles hydrodynamiques en montrant qu'ils satisfont macroscopiquement les équations fondamentales de la mécanique des fluides dans la limite incompressible (Frisch *et al.*, 1987).

Pour adapter ce modèle de gaz sur réseau à l'étude du ruissellement sur une surface rugueuse infiltrante, nous lui avons ajouté des composantes microrelief, pente, pluie et

infiltration (Ch. 5) :

- La surface du sol a été modélisée par un volume de sites solides dont la topographie est imposée par l'utilisateur. Elle peut correspondre à des profils mesurés, ou simulés par des modèles de microrelief ;
- La pente a été simulée en orientant l'axe du champ de pesanteur appliqué au fluide ;
- Les pluies ont été simulées par des gouttes liquides sphériques isodiamétriques positionnées à la surface de la phase solide selon un processus spatio-temporel homogène ;
- L'infiltration a été simulée en retirant des particules liquides de l'interface solide selon une loi de retrait arbitraire. Ce couplage externe n'est pas intéressant en soi pour l'étude théorique de l'infiltration. En revanche, si cette composante est validée, elle permettra d'étudier par simulations les effets du facteur infiltrabilité sur la rétention superficielle et le ruissellement.

L'utilisation de ce modèle de gaz sur réseau suppose explicitement que l'eau et l'air sont assimilés respectivement aux phases dense et légère d'un même fluide. Deux arguments justifient cette analogie :

- On peut s'affranchir des phénomènes d'évaporation/condensation en simulant les deux phases à leur densités d'équilibre ;
- Le rapport de densité entre les deux phases peut justifier leur application à l'étude des transferts diphasiques eau-air sur une surface solide (Ch. 5).

Les composantes proposées ajoutent des hypothèses supplémentaires. Certaines d'entre elles ont pu être vérifiées par simulations ou expérimentalement :

- La validité de la composante microrelief était déjà garantie *a priori* par les études théoriques des modèles de gaz sur réseau. Les simulations de l'étalement capillaire ont montré de plus que la variante du modèle utilisé simule une surface solide à mouillabilité partielle (Ch. 6) ;
- Nous avons validé la composante pente en retrouvant la loi de distribution parabolique des vitesses dans une lame d'eau en écoulement permanent sur une surface plane inclinée (Ch. 6) ;
- L'hypothèse d'homogénéité spatio-temporelle des gouttes a été retenue pour les pluies expérimentales. De plus, la distribution de leurs rayons a pu être estimée (Ch. 8). Pour augmenter la portée des simulations, les pluies ont finalement été simulées par un apport de particules à la surface du sol. Cette forme d'apport pour simuler les pluies n'a pas pu être validée ;
- La composante infiltration occasionne par son principe la disparition de particules liquides à l'interface liquide-solide. Elle perturbe localement les règles d'interaction liquide-solide et pourrait remettre en cause la convergence macroscopique du modèle vers les équations de Navier-Stokes. Le protocole expérimental visant à valider cette composante a constitué un important travail métrologique, mais n'a pas encore abouti (Ch. 8).

Puisque ses composantes ne sont pas toutes validées, le modèle développé n'est valide que pour l'écoulement de lames d'eau sur des surfaces rugueuses imperméables inclinées. Quelques simulations ont illustré son utilisation pour revisiter les lois de friction (Ch. 10). Dans le domaine des écoulements de faible profondeur (peu documentés), le modèle 3D a montré l'importance accrue des facteurs pente et microrelief dans la relation vitesse-profondeur par rapport aux lois classiques de Manning-Strickler. Des simulations complémentaires pourraient affiner la loi alternative proposée pour ces situations particulières. Parce qu'elle reposerait sur des bases physiques, cette loi pourrait ensuite améliorer la prise en compte des écoulements dans les mailles des modèles distribués de ruissellement.

Le modèle développé a été confronté avec les mesures expérimentales de la rétention superficielle sur des surfaces rugueuses de  $0.4 \times 0.4 \text{ m}^2$  (Ch. 9). Avec une discrétisation de 1 site par millimètre, il ne restitue pas la distribution spatiale des hauteurs de rétention mesurées. Deux arguments ont été retenus :

- Avec le modèle 3D à interactions utilisé, un site représente environ la dimension de la couche d'eau adsorbée à la surface du sol. Nous devons utiliser de plus grandes géométries de réseau pour respecter les rapports d'échelle entre l'adsorption (microscopique) et la rétention et le ruissellement (macroscopique) ;
- Le modèle utilisé simule une phase liquide incompressible pour une gravité simulée inférieure à  $1.6 \cdot 10^{-6} \text{ ul.ut}^{-2}$ . Un calcul approximatif montre que cette contrainte imposerait une discrétisation de 500 sites par millimètre pour simuler de l'eau sous une gravité terrestre.

Cette étude a montré la portée microscopique du modèle 3D à interactions utilisé, indépendamment des composantes que nous lui avons ajoutées. Elle soulève le problème de la connaissance *exacte* des conditions dans lesquelles on peut utiliser les gaz sur réseau.

### 11.1.2 Méthodologies de validation expérimentale d'un modèle 3D de ruissellement

Nous avons introduit un nouveau protocole expérimental en conditions contrôlées pour valider la rétention simulée avec le modèle 3D développé :

- Les surfaces rugueuses étudiées ont été imperméabilisées avec une résine époxyde puis peintes en blanc. Elles ont été soumises à des pluies colorées à la fluoréscéine ;
- Les propriétés du milieu ont été mesurées grâce à des dispositifs existants. Le microrelief des surfaces a été mesuré grâce à un rugosimètre laser. La granulométrie des gouttes de pluie et la distribution spatiale de leurs points d'impact ont été déterminés en utilisant du papier hydrosensible ;
- La photographie du flaquage sur des surfaces imperméables soumises à des pluies colorées à la fluoréscéine a permis de localiser, par analyse d'image, les zones de rétention. Cette technique, utilisée conjointement aux profils de hauteur des surfaces étudiées obtenus par rugosimétrie laser, a permis le calcul du volume et des profondeurs de rétention. L'ensemble constitue une nouvelle méthode de mesure directe et effective de la rétention superficielle. Les valeurs expérimentales soulignent

l'importance de cette forme de stockage de l'eau à la surface du sol (jusqu'à 4 mm). Des expériences complémentaires seraient nécessaires pour évaluer les incertitudes associées à ces mesures.

Ce protocole peut se généraliser à toute étude de la détention superficielle à l'échelle du mètre carré. Il se limite aux surfaces imperméables dont le microrelief n'évolue pas sous l'action des pluies. Il nous a permis d'acquérir un jeu de données relatif à deux surfaces rugueuses de type «blé» (rugueuse) et de type «betterave» (lisse).

Mais il doit être élargi à des situations plus réalistes :

- La validation de modèles de genèse du ruissellement ne doit pas se limiter à la confrontation statique des détentions mesurées et simulées. Pour des écoulements plus importants, les vitesses mesurées pourraient être un autre critère de validation ;
- L'infiltrabilité du sol est un facteur déterminant des excès d'eau car elle diminue sous l'action des pluies. Pour quantifier ce dernier aspect, d'importants travaux ont abouti à un dispositif de mesure spatiale de l'infiltration par la collecte de l'eau sous succion. Son utilisation pour l'étude de la variabilité spatiale de l'infiltrabilité des couches superficielles du sol demande encore quelques améliorations d'étanchéité.

## 11.2 Perspectives

L'étude physique de la genèse du ruissellement à l'échelle du mètre carré peut paraître limitée pour la prévision des flux de ruissellement et d'érosion à l'échelle du bassin versant.

Quel que soit le modèle physique utilisé, il est en effet clair que l'accessibilité de ses paramètres et ses exigences de calcul seront rédhibitoires pour étendre cette approche à l'échelle du bassin versant.

En revanche, cette démarche pourrait produire à plus long terme des connaissances validées à l'échelle locale pouvant être intégrées dans des modèles distribués de ruissellement et d'érosion. Sa contribution se situerait dans l'amélioration des estimations des termes de production des flux dans les mailles.

Les orientations de ce travail doivent à court terme préciser la portée des modèles de gaz sur réseau et leur adéquation à notre problématique. À moyen terme, la modélisation retenue devrait être validée pour les aspects statiques (détention superficielle) puis dynamiques (ruissellement). Elle devrait ensuite être étendue aux problèmes d'évolution des états de surface et d'érosion.

### 11.2.1 À court terme

À court terme, il me semble prioritaire de :

- Expliciter toutes les contraintes de similitude du modèle 3D utilisé. Pour déterminer

ses exigences de calcul, il s'agira d'établir la valeur du facteur d'échelle géométrique (évaluée à 500 sites par millimètre) garantissant son fonctionnement hydrodynamique valide. D'autres versions du modèle 3D à interactions peuvent avoir des conditions de similitude plus appropriées aux moyens informatiques disponibles. Quoiqu'il en soit, la conservation de cet outil impliquera certainement l'utilisation de machines informatiques à grande mémoire vive, et massivement parallèles ;

- Exploiter les possibilités offertes par les aspects validés du modèle 3D développé. L'étude numérique de la friction a en effet montré que le modèle pouvait produire des lois phénoménologiques (liant vitesse moyenne et hauteur d'eau) adaptées au ruissellement diffus sur les versants. Ces connaissances validées pourraient alors être intégrées dans les modèles distribués de ruissellement et améliorer ainsi l'estimation des termes de production des écoulements.

### 11.2.2 À moyen terme

Les orientations à moyen terme de ces travaux dépendent beaucoup de l'adéquation des modèles de gaz sur réseau à nos problèmes et moyens de calcul.

Si on conserve les modèles de gaz sur réseau, le modèle 3D développé pourrait être validé (pluie, infiltration), puis son domaine d'application être étendu :

- La composante pluie pourrait être validée *via* la détection mesurée expérimentalement en utilisant des machines plus puissantes. Le modèle serait à ce stade un modèle valide de remplissage du microrelief par les pluies. Il pourrait devenir un critère fonctionnel de validation des modèles de microrelief. À partir d'un nombre restreint de mesures de profils de microrelief, il pourrait ainsi prévoir la détection superficielle et le seuil de débordement de surfaces étudiées ;
- Les principes des gaz sur réseau permettent *a priori* d'étendre leur application à l'étude des phénomènes érosifs et des transferts de polluants. L'utilisation de modèles à espèces solides mobiles ou dissoutes pourrait formaliser les phénomènes en jeu pour aboutir à des lois de fonctionnement simplifiées (lois de détachement et de transport) utilisables par les modèles distribués d'érosion. Cette approche utiliserait des connaissances approfondies sur les interactions liquide-solide dans le cadre des évolutions des états de surface.

Si on ne conserve pas les modèles de gaz sur réseau, deux modélisations alternatives sont *a priori* envisageables :

- Les modèles de remplissage du microrelief sous l'action des pluies sont utilisés pour prévoir la détection potentielle maximale de surfaces rugueuses. Ils sont utilisés dans les modèles distribués de ruissellement pour prévoir le volume d'excès d'eau au-delà duquel les mailles sont productrices d'un écoulement. Notre protocole de mesure effective de la détection superficielle pourrait, si sa précision est quantifiée, servir pour leur validation. Cette étude pourrait aboutir à la formulation de lois de débordement de surfaces en fonction de leur pente et microrelief :

- Les modèles mécanistes de génèse du ruissellement soulèveraient des problèmes de conditions aux limites évolutives (surface libre, surface de berges) *a priori* insurmontables numériquement. En revanche, ils pourraient être plus appropriés pour l'étude –complémentaire– des écoulements dont la surface libre recouvre toute la surface du sol.

D'un point de vue expérimental, toute validation d'une modélisation 3D de génèse du ruissellement repose sur les possibilités méthodologiques de mesurer simultanément dans l'espace tous les flux d'eau à la surface du sol à l'échelle du mètre carré :

- La localisation des flaques est un premier critère statique de validation des modèles de ruissellement. Il est insuffisant et il faudrait envisager la mesure spatiale de vitesses d'écoulement ;
- L'infiltrabilité du sol est certainement le flux le plus difficile à mesurer spatialement. Le dispositif de mesure sous succion proposé pourrait servir pour valider, en conditions contrôlées la modélisation développée. Par la suite, la dynamique de l'infiltration et son impact sur le ruissellement devraient plutôt être étudiés par des simulations s'appuyant sur des données de répartition des croûtes dans l'espace (par exemple la liaison microrelief-infiltrabilité) et de mesures expérimentales (par exemple le lien infiltrabilité-pluies cumulées).

## Références bibliographiques

## Références

- Aboujaoudé, A. (1991). *Modélisation hydrologique de l'infiltration dans les sols encroutés à différentes échelles spatiales*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I.
- Al-Durrah, M. M. et Bradford, J. M. (1982). The mechanism of raindrop splash on soil surfaces. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 46:1086-1090.
- Allmaras, R. R., Burwell, R. E., Larson, W. E., et Holt, R. F. (1966). Total porosity and random roughness of the interrow zone as influenced by tillage. *USDA Conserv. Rep.*, 7:1-22.
- Ambroise, B. (1991). Hydrologie des petits bassins versants ruraux en milieu tempéré : processus et modèles. In *Annuaire du Conseil Scientifique du Département de Science du Sol de l'INRA*, pages 1-33.
- Appert, C., d'Humières, D., Pot, V., et Zaleski, S. (1994). Three-dimensional lattice gas with minimal interactions. *Transport Theory and Statistical Physics*, 23:107-122.
- Appert, C. et Zaleski, S. (1990). Lattice gas with liquid-gas phase transition. *Phys. Rev. Lett.*, 64(1):1-4.
- Appert, C. et Zaleski, S. (1993). Dynamical liquid-gas phase transition. *J. Phys. II France*, 3:309-337.
- Auzet, A., Boiffin, J., Papy, F., Maucorps, J., et Ouvry, J. (1990). *Soil erosion on agricultural land*, chapter 25. An approach to the assessment of erosion forms and erosion risk on agricultural land in the northern Paris basin, France, pages 383-400. John Wiley and Sons, London.
- Bader, J. (1994). Modèle analogique de ruissellement à stockage de surface : test sur parcelles et extrapolation sur versant homogène. *Hydrological Sciences journal*, 39(6):569-592.
- Bear, J. (1972). *Dynamics of fluids in porous media*, chapter 11. Models and Analogs. American Elsevier - Environmental Science Series. 764 pp.
- Bertuzzi, P., Caussignac, J. M., Stengel, P., G., M., Y., L. J., et Pelloux, G. (1990a). An automated, noncontact laser profile meter for measuring soil roughness in situ. *Soil Sci.* 149(3):169-178.
- Bertuzzi, P., Garcia-Sanchez, L., Chadœuf, J., Guérif, J., Goulard, M., et Monestiez, P. (1995). Modelling surface roughness by a boolean approach. *European J. of Soil Sci.*, 46:215-220.

- Bertuzzi, P., Rauws, G., et Courault, D. (1990b). Testing roughness indices to estimate soil surface roughness changes due to simulated rainfall. *Soil & Tillage Res.*, 17:87-99.
- Beven, K. (1989). Changing ideas in Hydrology - The case of physically-based models. *J. Hydrol.*, 105:157-172.
- Beven, K. et Germann, P. (1981). Water flow in soil macropores: II. A combined flow model. *J. Soil Sci.*, 32:15-29.
- Boiffin, J. (1984). *La dégradation structurale des couches superficielles du sol sous l'action des pluies*. Thèse de doctorat, Institut National Agronomique Paris-Grignon.
- Boiffin, J. (1985). Stages and time-dependency of soil crusting in situ. In *Int. Symp. on Assessment of Soil Surface Sealing and Crusting*, pages 91-98, Ghent, Belgium.
- Boiffin, J., Guérif, J., et Stengel, P. (1990). La structure du sol et son évolution. In *Les processus d'évolution de l'état structural du sol: quelques exemples d'études expérimentales récentes*, volume 53, pages 37-69. INRA ed.
- Boiffin, J. et Monnier, G. (1985). Infiltration rate as affected by soil surface crusting caused by rainfall. In *Int. Symp. on Assessment of Soil Surface Sealing and Crusting*, pages 210-217, Ghent, Belgium.
- Boiffin, J., Papy, F., et Eimberk, M. (1988). Influence des systèmes de culture sur les risques d'érosion par ruissellement concentré. I.-Analyse des conditions de déclenchement de l'érosion. *Agronomie*, 8(8):663-673.
- Boon, J. P., Frisch, U., et D'Humières, D. (1993). L'hydrodynamique modélisée sur réseau. *La Recherche*, 24(253):390-399.
- Bosquet, L. (1993). Glissement d'un fluide sur une surface de rugosité modèle. *C. R. Acad. Sc. Paris, Série II*, 316:7-12.
- Broadbent, S. R. et Hammersley, J. M. (1957). Percolation processes, crystal and mazes. *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 53:629-641.
- Broadwell, J. (1964). Study of rarefied shear flow by the discrete lattice velocity method. *Journal of Fluid Mechanics*, 19(8):1243.
- Brough, D. L. et Jarret, A. R. (1992). Simple technique for approximating surface storage of slit-tilled fields. *Trans. ASAE*, 35(3):885-890.
- Bruneau, P. et Gascuel-Oudou, C. (1990). A morphological assessment of soil microtopography using a digital elevation model on one square metre plots. *Soil Technology*, 17:315-325.
- Bubbenzer, G. D. (1979). Inventory of rainfall simulators. In U.S. Dep. Agric. Sci. Educ. Admin. Agric.. R. M. A.-W., editor. *Proceedings of the Rainfall Simulation Workshop, Tucson, Arizona*. pages 120-130.
- Burrough. P. A. (1983a). Multiscale sources of spatial variation in soil. I. The application of fractal to nested levels of soil variation. *J. Soil Sci.* 34:577-597.
- Burrough. P. A. (1983b). Multiscale sources of spatial variation in soil. II. A non-brownian fractal model and its application to soil survey. *J. Soil Sci.* 34:599-620.

- Burwell, R. E., Allmaras, R. R., et Amemiya, M. (1963). A field measurement of total porosity and surface microrelief of soils. *Soil Sci. Soc. of Amer. Proc.*, 27(6):697-700.
- Campistron, B., Despaux, G., et Lacaux, J. (1987). A microcomputer data-acquisition system for real-time processing of raindrop size distribution measured with the rd69 distrometer. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 4(3):536-540.
- Cayot, S. (1993). *Etude spatialisée du ruissellement à l'échelle de la parcelle*. Mémoire de DEA, Université de Nancy I.
- Chadœuf, J., Monestiez, P., Bertuzzi, P., et Stengel, P. (1989). Parameter estimation in a boolean model of rough surface: Application to soil surfaces. *Acta Stereol.*, 4:635-640.
- Childs, E. C. (1969). *An introduction to the physical basis of soil water phenomena*. Wiley and Sons, London.
- Chow, V. T. (1959). *Open channel hydraulics*. McGraw-Hill, New York.
- Clarke, R. (1973). A review of some mathematical models used in hydrology, with observations on their calibration and use. *J. Hydrol.*, 19:1-20.
- Cundy, T. et Tiento, S. (1985). Solution to the kinematic wave approach to overland flow routing with rainfall excess given by Philip's equation. *Water Resour. Res.*, 21(8):1132-1140.
- Cunge, J. (1991). *Simulation des écoulements non permanents dans les rivières et canaux*. Institut National Polytechnique de Grenoble. notes de cours.
- Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Dalmont, Paris.
- De Gennes, P.-G. (1976). La percolation: un concept unificateur. *La Recherche*, 7(72):919-927.
- De Gennes, P.-G. (1984). The dynamics of a spreading droplet. *C. R. Acad. Sc. Paris, Série II*, 298(4):111-115.
- De Gennes, P.-G. (1985). Wetting: statics and dynamics. *Rev. of Modern Phys.*, 57(3):827-863.
- De Marsily, G. (1994). Quelques réflexions sur l'utilisation des modèles en hydrologie. *Revue des Sciences de l'eau*, 7:219-234.
- De Ploey, J. (1985). *Soil erosion and conservation*, chapter 49. Experimental data on runoff generation. Ankeny (USA).
- De Saint Venant, B. (1871). Théorie du mouvement non-permanent des eaux avec application aux crues de rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. *Acad. Sci. Comptes Rendus*. 73:148-154.237-240.
- Desbordes, M. (1984). Modélisation en hydrologie urbaine: Recherches et applications. Laboratoire d'hydrologie mathématique. U.S.T.L. Montpellier.
- D'Humières, D. et Lallemand, P. (1987). Numerical simulations of hydrodynamics with lattice gas automata in two dimensions. *Complex systems*, 1:599-

- D'Humières, D. et Lallemand, P. (1986). Lattice gas models for 3d hydrodynamics. *Europhys. Letters*, 2(4):291-297.
- Di Pietro, L. (1993). *Transferts d'eau dans les milieux à porosité bimodale : Modélisation par la méthode de gaz sur réseaux*. Thèse de doctorat, Université de Montpellier II.
- Di Pietro, L. et Lafolie, F. (1991). Water flow characterization and test of a kinematic-wave model for macropore flow in a highly contrasted and irregular double-porosity medium. *J. Soil Sci.*, 42:551-563.
- Di Pietro, L., Melayah, A., et Zaleski, S. (1994). Modelling water infiltration in unsaturated porous media by interacting lattice-gas cellular automata. *Water Resour. Res.*, 30:2785-2792.
- Diggle, P. (1983). *Statistical analysis of spatial point patterns*. Academic Press.
- Dubrulle, P. et Boiffin, J. (1989). Un exemple de traitement informatisé des enregistrements pluviométriques pour les études relatives à la dégradation physique des sols. *La Météorologie, VII<sup>e</sup> série*, 29:22-27.
- Dunne, T. (1978). in *Hillslope hydrology* (Kirby M.J. Ed), chapter Field studies of hillslope flow processes, pages 227-293. Wiley-Interscience Publ.
- Engman, E. T. (1986). Roughness coefficients for routing surface runoff. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 112(1):39-53.
- Epema, G. F. et Riezebos, H. T. (1983). Fall velocity of waterdrops at different heights as a factor influencing erosivity of simulated rain. In *Rainfall simulation, runoff and soil erosion*. De Ploey ed. Catena supplement 4.
- Fiès, J.-C. et Panini, T. (1995). Infiltrabilité et état physique de croûtes : Mesures sur massifs d'agrégats initialement secs ou humides soumis à des pluies simulées. *Agronomie*, 15:205-220.
- Foster, G., Huggins, L., et Meyer, L. (1968). Simulation of overland flow on short field plots. *Water Resour. Res.*, 4(6):1179-1187.
- Frede, H. G. et Gäth, S. (1995). Soil surface roughness as the result of aggregate size distribution 1. report : measuring and evaluation method. *Z. Pflanzenernähr. Bodenk.*, 158:31-35.
- Freeze, R. A. (1972). Role of subsurface flow in generating surface runoff: 1. base flow contribution to channel flow. *Water Resour. Res.*, 8(3):609-623.
- Frisch, U., D'Humières, D., Hasslacher, B., Pomeau, Y., et Rivet, J.-P. (1987). Lattice-gas hydrodynamics in two and three dimensions. *Complex Systems*, 1:649-707.
- Frisch, U., Hasslacher, B., et Pomeau, Y. (1986). Lattice-gas automata for the Navier-Stokes equation. *Phys. Rev.* 56(14):1505-1508.
- Garcia-Sanchez, L. (1992). *Analyse et modélisation de la rugosité du sol et de son évolution sous l'action des pluies*. Mémoire de DEA. Institut National Agronomique Paris-Grignon - Université de Paris IX (Orsay).

- Garcia-Sanchez, L., Di Pietro, L., et Germann, P. F. (1996). Lattice-gas approach to surface runoff after rain. *European J. of Soil Sci.*, 47(4):453-462.
- Gascuel-Oudou, C., Bruneau, P., et Curmi, P. (1991). Runoff generation: assessment of relevant factors by using soil microtopography and micromorphology analysis. *Soil Technology*, 4:209-219.
- Gatignol, R. (1975). Contribution à la théorie cinétique des gaz à répartition discrète des vitesses. *Lecture Notes in Physics*, 36:1-219.
- Gaudu, J.-C., Mathieu, J. M., Fumanal, J. C., Bruckler, L., Chanzy, A., Bertuzzi, P., Stengel, P., et Guennelon, R. (1993). Mesure de l'humidité du sol par une méthode capacitive: analyse des facteurs influençant la mesure. *Agronomie*, 13:57-73.
- Gayle, G. et Skaggs, R. (1978). Surface storage on bedded cultivated lands. *Trans. ASAE*, 21(1):101-104,109.
- Gendreau, N. (1996). Transport de particules fines en rivières: observation et simulation. In *Colloque GIP96 «Érosion, transport de particules et formation de dépôt»*, Toulouse, France.
- Gerlach, T. (1967). Hillslopes throughs for measuring sediments movements. *Geom. Dyn.*, 4(173).
- Germann, P. et Beven, K. (1981). Water flow in soil macropores III. A statistical approach. *J. Soil Sci.*, 32:32-39.
- Germann, P. F. (1985). Kinematic wave approach to infiltration and drainage into and from soil macropores. *Trans. ASAE*, 28(3):745-749.
- Germann, P. F. (1990). Preferential flow and generation of runoff, 1. Boundary layer flow theory. *Water Resour. Res.*, 26(12):3055-3063.
- Gilley, J. et Finkner, S. (1991). Hydraulic roughness coefficients as affected by random roughness. *Trans. ASAE*, 34(3):897-903.
- Goulard, M., Chadœuf, J., et Bertuzzi, P. (1994). Random boolean functions: non-parametric estimation of the intensity. Application to soil surface roughness. *Statistics*, 25:123-136.
- Govers, R. (1985). Selectivity and transport capacity of thin flows in relation to erosion. *Catena*, 12:35-49.
- Govindaraju, R., Jones, S., et Kavvas, M. (1988). On the diffusion wave model for overland flow 1. solution for steep slopes. *Water Resour. Res.*, 24(5):734-744.
- Gril, J. J. et Duvoux, B. (1991). *Maitrise du ruissellement: conditions d'adaptation des méthodes américaines*. CEMAGREF, Anthony.
- Gutfraind, R. et Ippolito, I. (1995). Study of tracer dispersion in self-affine fractures using lattice-gas automata. *Phys. Fluids*, 7(8):1938-1948.
- Hairsine, P. B., Moran, C. J., et Rose, C. W. (1992). Recent development regarding the influence of soil surface characteristics on overland flow and erosion. *Austr. J. Soil Res.*, 30(3):249-264.

- Hall, M., Cherry, S., Goddard, J., et Kennedy, G. (1980). Rain drop sizes and rainfall rate measured by dual-polarization radar. *Nature*, 285:195–198.
- Hardy, J., Pomeau, Y., et De Pazzis, O. (1973). Time evolution of a two-dimensional model system. 1. invariant states and time correlations functions. *J. Math. Phys.*, 14:1746–1759.
- Henderson, F. M. (1966). *Open channel flow*. Macmillan, New York.
- Hignett, C., Gusli, S., Cass, A., et Besz, W. (1995). An automated laboratory rainfall simulation system with controlled rainfall intensity, raindrop energy and soil drainage. *Soil Technology*, 8:31–42.
- Hillel, D. (1974). *Soil and Water : Physical principles and processes*. Academic Press, New York.
- Hopmans, J. W., Cislerova, M., et Vogel, T. (1994). *Tomography of soil-water-root processes*, volume 36, chapter X-ray tomography of soil properties, pages 17–28. Soil Science Society of America.
- Horton, R. E. (1933). The role of infiltration in the hydrological cycle. *Trans. ASAE*, 14:446–460.
- Huang, C. H. et Bradford, J. M. (1990a). Depressional storage for Markov-Gaussian surfaces. *Water Resour. Res.*, 26(9):2235–2242.
- Huang, C. H. et Bradford, J. M. (1990b). Portable laser scanner for measuring soil surface roughness. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 54:1402–1406.
- Huang, C.-H. et Bradford, J. M. (1992). Applications of a laser scanner to quantify soil microtopography. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 56:14–21.
- Janeau, J.-L. (1983). Construction d'un ruisselateur ou simulateur de ruissellement. *Cah. O.R.S.T.O.M. sér. Pédol.*, 20(4):361–365.
- Jeschke, W. (1990). Digital close-range photogrammetry for surface measurement. *SPIE*, 1395:1058–1065.
- Jeulin, D. (1987). Anisotropic rough surface modelling by random morphological functions. *Acta. Stereol.*, 6(1):183–189.
- Landau, L. et Lifchitz, F. (1971). *Mécanique des Fluides*. Editions MIR, Moscou.
- Le Bissonnais, Y. (1990). *Analyse des mécanismes de désagrégation et de mobilisation des particules de terre sous l'action des pluies*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans.
- Léger, L. et Benattar, J.-J. (1990). De la goutte à la crêpe : le mouillage aux rayons X. *La Recherche*. 21(217).
- Lighthill, M. J. et Whitam, G. B. (1955). On kinematic waves : 1. Flood movement in long rivers. *Proc. R. Soc. London*, pages 281–316. Ser. A.
- Lovejoy, S. et Schertzer, D. (1990). Fractals, raindrops and resolution dependence of rain measurements. *Amer. Meteor. Soc.*, 29:1167–1170.

- Ludwig, B. (1992). *L'érosion par ruissellement concentré des terres cultivées du nord du Bassin Parisien : Analyse de la variabilité des symptômes d'érosion à l'échelle du bassin versant élémentaire*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur-Strasbourg I.
- Maheshwari, B. (1992). Suitability of different flow equations and hydraulic resistance parameters for flows in surface irrigation : a review. *Water Resour. Res.*, 28(8):2059-2066.
- Manning, R. (1889). On the flow of water in open channels and pipes. *Trans. Inst. Civ. Eng. (Ireland)*, 20:161-207.
- Marshall, J. S. et Palmer, W. M. (1948). The distribution of raindrops with size. *J. Meteor.*, 5:165-166.
- Martin, L. (1980). *An assessment of soil roughness parameters using stereophotography*, pages 237-248. De Broot & Gabriels, Chichester.
- Melayah, A. (1990). *Etude numérique de l'évaporation dans les milieux poreux par la méthode des gaz sur réseau*. Mémoire de DEA, Université Pierre et Marie Curie, laboratoire de Géologie Appliquée.
- Merot, P. (1991). Inventaire des processus de transfert sur un bassin versant : rôle de l'organisation des sols. In *Séminaire du département de Science du Sol : Les flux dans les volumes pédologiques et à leurs limites : approche à l'échelle spatiale du du bassin versant*.
- Merot, P. et Chanzy, A. (1991). Mesure de l'humidité d'un sol nu par radar dans des conditions d'excès d'eau. In *Proc. of 5th Int. Coll. - Physical measurements and signatures in remote sensing*, pages 293-296.
- Meyer, L. D. (1979). Methods for attaining desired rainfall characteristics in rainfall simulators. In U.S. Dep. Agric. Sci. Educ. Admin. Agric., R. M. A.-W., editor, *Proceedings of the Rainfall Simulation Workshop, Tucson, Arizona*, pages 35-44.
- Mitchell, J. K. et Jones, B. A. (1976). Micro-relief surface depression storage : analysis of models to describe the depth storage function. *Water Resources Bulletin*, 12(6):1205-1222.
- Mohamoud, Y. M., Ewing, L. K., et Boast, C. W. (1990). Small plot hydrology : I. Rainfall infiltration and depression storage determination. *Trans. ASAE*, 33(4):1121-1131.
- Monnier, G., Boiffin, J., et Papy, F. (1986). Reflexions sur l'érosion hydrique en conditions climatiques et topographiques modérées : cas des systèmes de grande culture de l'europe de l'ouest. *Cah. ORSTOM, sér. Pédol.*, 22(2):123-131.
- Monteith, N. H. (1974). The role of surface roughness in runoff. *Soil Conservation Journal*, pages 42-45.
- Moore, I. D. et Larson, C. L. (1979). Estimating micro-relief surface storage from point data. *Trans. ASAE*, 5(22):1073-1077.
- Moran, C. J. et Vézina, G. (1993). Visualizing soil surfaces and crop residues. *IEEE Computer Graphics & Applications*, pages 40-47.

- Motha, J. et Wigham, J. (1995). Modelling overland flow with seepage. *J. Hydrol.*, 169:265-280.
- Nielsen, D., Van Genuchten, M. T., et Biggar, J. W. (1986). Water flow and solute transport in the unsaturated zone. *Water Resour. Res.*, 22(9):89-108.
- Onstad, C. A. (1984). Depressional storage on tilled soil surfaces. *Trans. ASAE*, 27(3):729-732.
- Peucker, T. K. et Douglas, D. H. (1975). Detection of surface-specific points by local parallel processing of discrete terrain elevation data. *Compt. Graphics Im. Proc.*, 4:375-387.
- Phelps, H. (1970). The friction coefficient for shallow flows over a simulated turf surface. *Water Resour. Res.*, 6(4):1220-1226.
- Philip, J. R. (1957). The theory of infiltration : 1. the infiltration equation and its solution. *Soil Sci.*, 83:345-357.
- Pomeau, Y. (1984). Lois de l'étalement capillaire. *C. R. Acad. Sc. Paris, Série II*, 298(2):29-32.
- Pot, V. (1994). *Etude microscopique du transport et du changement de phase en milieu poreux par la méthodes des gaz sur réseau*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.
- Pot, V., Appert, C., Rothman, D., et Zaleski, S. (1993). Modelling water flow in unsaturated porous media by interacting lattice-gas cellular automata : Evaporation. *Water Resour. Res.*, pages? -?
- Rawls, W. J., Brakensiek, D. L., Simanton, J. R., et Kohl, K. D. (1990). Development of a crust factor for a Green Ampt model. *Trans. ASAE*, 33(4):1224-1228.
- Ribolzi, O. (1996). *Etude des mécanismes de genèse des crues par le traçage naturel (chimique et isotopique) sur un bassin versant méditerranéen cultivé (Roujan, Hérault, France)*. Thèse de doctorat, Université d'Aix-Marseille III.
- Richards, L. (1931). Capillary conduction of fluids in porous mediums. *Physics*, 1:318-333.
- Richardson, J. R. et Julien, P. Y. (1994). Suitability of simplified overland flow equations. *Water Resour. Res.*, 30(3):665-671.
- Ripley, B. D. (1987). *Stochastic simulation*. John Wiley and sons, New York.
- Roth, C. et Helming, K. (1992). Dynamics of surface sealing, runoff formation and interill soil loss as related to rainfall intensity, microrelief and slope. *Z. Pflanzenernähr. Bodenk.*, 155:209-216.
- Rothman, D. (1988). Cellular automaton fluids : A model for flow in porous media. *Geophysics*. 53(4):509-518.
- Scotter, D. R., Clothier, B. E., et Harper, E. R. (1982). Measuring saturated hydraulic conductivity using twin rings. *Austr. J. Soil Res.*, 20(4):295-304.
- Serra, J. (1988). *Image analysis and mathematical morphology*, volume 2, chapter 15. Boolean Random Functions. Academic Press.

- Shanahan, M. E. (1989). Stabilité et «rampement» d'une goutte sur un solide hétérogène. *C. R. Acad. Sc. Paris, Série II*, 309:337-342.
- Silverman, B. W. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman and Hall, London.
- Smith, J. A. (1992). Marked point process models of raindrop-size distribution. *J. Appl. Meteor.*, 32:284-296.
- Smith, J. A. et De Veaux, R. (1994). A stochastic model relating rainfall intensity to raindrop processes. *Water Resour. Res.*, 30(3):651-664.
- Smith, R. et Woolhiser, D. (1971). Overland flow on an infiltrating surface. *Water Resour. Res.*, 7(4):899-913.
- Somers, J. et Rem, P. (1992). Obtaining numerical results from the 3d fchc-lattice gas. In Springer-Verlag, editor, *Springer Proceedings on Physics, Workshop on numerical methods for the simulation of multi-phase and complex flows*, pages 59-78.
- Stone, J. J., Lane, L. J., et Shirley, E. D. (1992). Infiltration and runoff simulation on a plane. *Trans. ASAE*, 35(1):161-170.
- Storm, B. (1989). Introduction to hydrological modelling. In *Application of the SHE model to subbasins of river Narmada*.
- Tanner, L. (1986). Les gouttes. *La Recherche*, 174:182-191.
- Tillotson, P. M. et Nielsen, D. R. (1984). Scale factors in Soil Science. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 48(5):953-959.
- Todini, E. (1988). Rainfall-runoff modeling - past, present and future. *J. Hydrol.*, 100:341-352.
- Topp, G. C., Davis, J. L., et Annan, A. P. (1982). Electromagnetic determination of soil water content using TDR: I. Applications to wetting fronts and steep gradients. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 46:672-678.
- Ulbrich, C. (1983). Natural variations in the analytical form of the raindrop size distribution. *J. Climate Appl. Meteor.*, 22:1764-1775.
- Ullah, W. (1974). *Quantitative description of depression storage and roughness properties using a digital surface model*. Thèse de doctorat, University of Guelph.
- Ullah, W. et Dickinson, W. T. (1979a). Quantitative description of depression storage using a digital surface model: I. determination of depression storage. *J. Hydrol.*, 42:63-75.
- Ullah, W. et Dickinson, W. T. (1979b). Quantitative description of depression storage using a digital surface model: II. characteristics of surface depressions. *J. Hydrol.*, 42:77-90.
- Vandervaere, J.-P. (1995). *Caractérisation hydrodynamique d'un sol in situ par infiltrométrie à disques. Analyse critique des régimes pseudo-permanents. Méthodes transitoires et cas de sols encroutés*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I.

- Vauclin, M. et Chopart, J. L. (1992). L'infiltrométrie multidisques pour la détermination *in situ* des caractéristiques hydrodynamiques de la surface d'un sol gravillonnaire de Côte-d'Ivoire. *L'Agronomie Tropicale*, 46(4):259-271.
- Vieira, J. H. D. (1983). Conditions governing the use of approximations for the saint-venant equations for shallow surface water. *J. Hydrol.*, 60:43-58.
- Waldvogel, A. (1974). The  $N_0$  jump of raindrop spectra. *J. Atmos. Sci.*, 31:1067-1078.
- Warner, S. (1995). Mapping a three-dimensional soil surface with hand-held 35 mm photography. *Soil & Tillage Res.*, 34:187-197.
- Wischmeier, W. H. (1976). Use and misuse of the universal soil loss equation. *J. Soil Water Cons.*, 31:5-9.
- Wischmeier, W. H. et Smith, D. D. (1958). Rainfall energy and its relation to soil loss. *Trans. Amer. Geophysical Union*, 39:285-.
- Wooding, R. A. (1968). Steady infiltration from a shallow circular pond. *Water Resour. Res.*, 4(6):1259-1273.
- Woolhiser, D. et Liggett, J. (1967). Unsteady, one-dimensional flow over a plane: the rising hydrograph. *Water Resour. Res.*, 3(3):753-771.
- Young, E. G. (1968). An estimation of sorptivity for infiltration studies from moisture moment considerations. *Soil Sci.*, 106(3):157-163.
- Zaremba, G. (1996). *Etude critique de la mesure de l'infiltration sous succion avec un infiltromètre à disques*. Mémoire de DEA, Université de Montpellier II.

## Annexes

# Annexe A

## Annexes au chapitre 5

### Sommaire

---

<b>A.1 La gravité inclinée . . . . .</b>	<b>194</b>
A.1.1 Principe de simulation . . . . .	194
A.1.2 Caractéristiques du champ simulé . . . . .	194
<b>A.2 Algorithme de positionnement vertical des gouttes d'eau . . .</b>	<b>198</b>
<b>A.3 Simulation des pluies . . . . .</b>	<b>199</b>
A.3.1 Processus de Poisson . . . . .	199
A.3.2 Générateurs aléatoires . . . . .	199

---

## A.1 La gravité inclinée

Cette annexe présente le principe de simulation de la gravité inclinée et établit les formules de calcul des champ de pesanteur 2D et 3D. Seul le cas 2D est développé sachant que le cas 3D se traite de façon strictement analogue.

### A.1.1 Principe de simulation

La force de gravité est simulée en transférant aux particules une quantité de mouvement dans la direction de la force. La mise en oeuvre utilise un algorithme de changement probabiliste des configurations des sites du réseau respectant le principe d'exclusion.

Dans le modèle 2D, la **gravité verticale** repose sur la mise en mouvement vers le bas, avec une probabilité  $\beta_x$ , des particules au repos (Fig. A.1). La **gravité horizontale** consiste à mettre en mouvement vers la droite, avec une probabilité  $\beta_x$ , les particules initialement en mouvement vers la gauche (Fig. A.2).

Dans le modèle 3D, les 2 opérateurs gravité sont des symétries planes. Ils mettent en jeu au maximum 4 particules. Les probabilités associées aux composantes verticales et horizontales seront notées respectivement  $B_z$  et  $B_x$ .

Un champ de pesanteur incliné  $g$  est simulé par application de ses composantes horizontale et verticale. Sa direction et son intensité dépendent des probabilités et de leur importance relative.

### A.1.2 Caractéristiques du champ simulé

Par une étude mécaniste, nous allons déterminer l'intensité et l'orientation du champ de pesanteur  $g$  simulé avec les probabilités définies ci-dessus. Nous adopterons le codage de l'état des particules schématisé en figure A.3.

#### Intensité

Avec ces conventions,  $d_i$  désignera la densité des particules de vitesse  $c_i$  dans le réseau. De même, nous utiliserons les événements :

- $s_i$  : *Le site est occupé par une particule de vitesse  $c_i$*
- $t_{ij}$  : *La particule passe de l'état  $i$  à l'état  $j$*

Considérons l'événement : *Une particule immobile est transformée en particule en mouvement vers le bas*. La probabilité volumique  $\pi_x$  d'un tel événement est :

$$\pi_x = P(t_{12} \cap s_1 \cap \bar{s}_2) \quad (A.1)$$

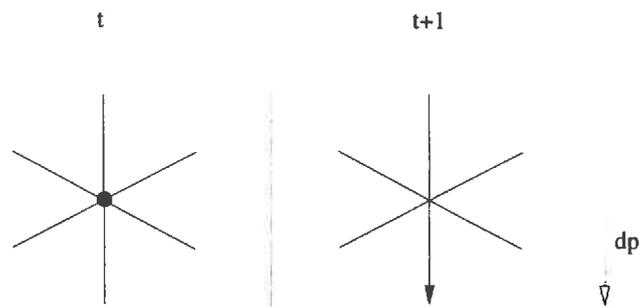


Figure A.1 – Simulation d'une gravité verticale dans le modèle 2D. La particule immobile à l'instant  $t$  est mise en mouvement vers la bas à l'instant  $t + 1$ . Le champ de pesanteur ainsi simulé a la direction du vecteur transfert d'impulsion  $dp$ .

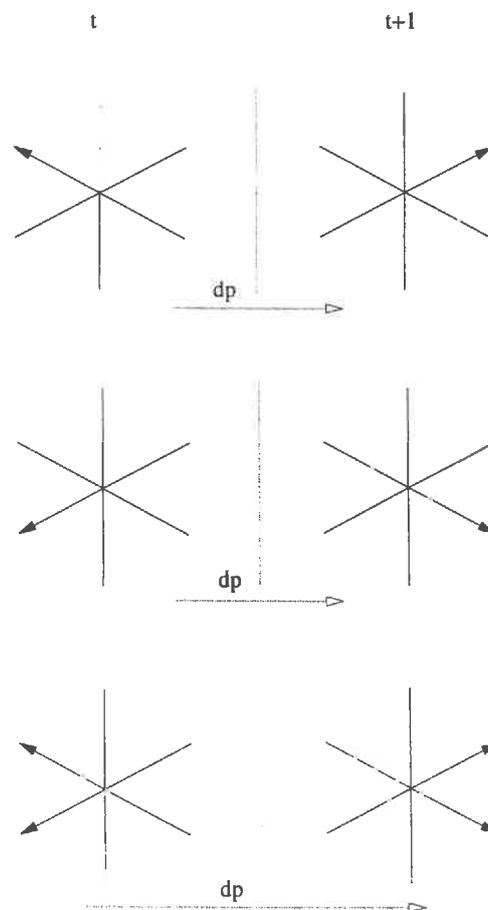


Figure A.2 – Simulation d'une gravité horizontale avec le modèle 2D. Le vecteur vitesse des particules mobiles vers la gauche subit une symétrie verticale à chaque pas de temps. Les trois types de configurations de site susceptibles de subir cette transformation sont représentées aux instants  $t$  et  $t + 1$ , avec leur vecteur transfert d'impulsion  $dp$  associé.

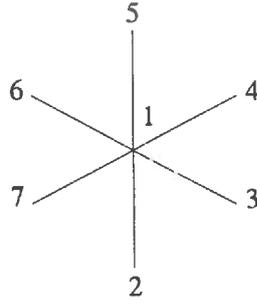


Figure A.3 – Codage de l'état des particules 2D selon leur vecteur vitesse. Sur chaque site du réseau, les particules ont soit une vitesse nulle, soit une vitesse unitaire dirigée le long de l'un des 6 liens reliant le site à ses voisins. Les nombres 1-7 représentés sur le noeud et les liens du site constituent le codage choisi.

$$= \beta_x P(s_1) \times P(\bar{s}_2) \quad (\text{A.2})$$

$$= \beta_x d_1(1 - d_2) \quad (\text{A.3})$$

En moyenne, par unité de volume, le transfert de quantité de mouvement est (Fig. A.1) :

$$\pi_x \cdot dp = \beta_x d_1(1 - d_2) \times 1 \quad (\text{A.4})$$

L'application du principe fondamental de la dynamique conduit à l'expression de la force de gravité volumique simulée  $F_{\beta_x}$  ( $um \cdot ul^{-1} \cdot ut^{-2}$ ) :

$$F_{\beta_x} = \beta_x d_1(1 - d_2) \quad (\text{A.5})$$

Considérons un ensemble  $\epsilon$  de sites de masse  $M(\epsilon)$  et de volume  $V(\epsilon)$ . Son poids  $P_x(\epsilon)$  associé à la gravité verticale simulée  $g_x$  est :

$$P_x(\epsilon) = M(\epsilon)g_x = V(\epsilon)F_{\beta_x} \quad (\text{A.6})$$

Par suite,  $\rho$  désignant la masse volumique de  $\epsilon$ , la gravité verticale est  $g_x$  ( $ul \cdot ut^{-2}$ ) :

$$g_x = \frac{\beta_x}{\rho} d_1(1 - d_2) \quad (\text{A.7})$$

Sachant que  $1 \text{ ul}[y]$  représente  $\sqrt{3}/2 \text{ ul}[x]$ , on peut mener une démarche analogue pour établir l'expression de la gravité horizontale  $g_y$ . La probabilité d'inverser le mouvement d'une particule en déplacement vers la gauche est :

$$\pi_y = \beta_y P\left((s_6 \cap \bar{s}_4) \cup (s_7 \cap \bar{s}_3)\right) \quad (\text{A.8})$$

$$= \beta_y P\left((s_6 \cap \bar{s}_4) \Delta (s_7 \cap \bar{s}_3)\right) + \beta_y P\left((s_6 \cap \bar{s}_4) \cap (s_7 \cap \bar{s}_3)\right) \quad (\text{A.9})$$

La force de gravité volumique simulée  $F_{\beta_y}$  est ainsi :

$$\begin{aligned} F_{\beta_y} &= \sqrt{3}\beta_y \left[ d_7(1 - d_3) + d_6(1 - d_4) - d_6 d_7(1 - d_3)(1 - d_4) \right] + 2\sqrt{3}\beta_y d_6 d_7(1 - d_3)(1 - d_4) \\ F_{\beta_y} &= \sqrt{3}\beta_y \left[ d_7(1 - d_3) - d_6(1 - d_4) + d_6 d_7(1 - d_3)(1 - d_4) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

et la composante horizontale  $g_y$  de la gravité est donc :

$$g_y = \frac{\sqrt{3}\beta_y}{\rho} [ d_7(1 - d_3) + d_6(1 - d_4) + d_6 d_7 (1 - d_3)(1 - d_4) ] \quad (\text{A.12})$$

Les densités  $d_i$  sont sensiblement égales à  $d = \rho/7$  en 2D ( $d = \rho/24$  en 3D). On peut alors en déduire la norme euclidienne du vecteur champ de pesanteur  $g$  résultant :

$$g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \quad (\text{A.13})$$

Les composantes 3D se calculent selon la même démarche :

$$g_x^{3D} \simeq \frac{8B_x}{\rho} d(1 - d) \quad (\text{A.14})$$

$$g_z^{3D} \simeq \frac{8B_z}{\rho} d(1 - d) \quad (\text{A.15})$$

$$(\text{A.16})$$

### Inclinaison

L'inclinaison  $\alpha$  par rapport à la verticale de la gravité simulée  $g$  est donc :

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}\beta_y}{\beta_x} \cdot \frac{[ d_7(1 - d_3) + d_6(1 - d_4) + d_6 d_7 (1 - d_3)(1 - d_4) ]}{d_1(1 - d_2)} \quad (\text{A.17})$$

et en 3D :

$$\tan^{3D} \alpha = \frac{B_x}{B_z} \quad (\text{A.18})$$

## A.2 Algorithme de positionnement vertical des gouttes d'eau

Une fois leur temps et coordonnées horizontales d'apparition déterminés, la simulation des gouttes sphériques isodiamétriques pose le problème de leur positionnement, le long de l'axe vertical, vis-à-vis des phases :

1. Solide : compte-tenu de l'impossibilité de simuler ni en 2D ni en 3D, la chute libre de gouttes liquides, il est nécessaire de positionner les gouttes tangentes à la surface solide.
2. Liquide : cette première règle de positionnement est insuffisante car elle permet le recouvrement des gouttes liquides entre elles, et donc une non-additivité des quantités de liquide ajoutées au cours du temps. Les nouvelles gouttes doivent donc également être tangentes aux surfaces liquides<sup>1</sup>.

Ces contraintes de positionnement tangent non recouvrant posent le problème de la reconnaissance des surfaces solides et liquides. L'algorithme de positionnement utilisé fonctionne en deux étapes. La position de la goutte à positionner est initialement en haut du réseau :

1. Incrémenter l'abscisse (resp. décr. cote) tant que le site n'est ni liquide, ni solide. L'abscisse trouvée à la fin de cette étape est l'abscisse provisoire du point tangent non recouvrant.
2. Décrémenter l'abscisse (resp. incr. cote) tant que le volume sphérique encore hypothétique contient des sites liquides ou solides.

---

1. L'apparition de gouttes liquides au cours du temps ne nuit pas au principe de conservation de la matière dans la mesure où la phase gazeuse a une densité très faible (0.014.0.8/24) par rapport à la phase liquide (0.6.12.8/24)

## A.3 Simulation des pluies

La composante pluie introduite simule le temps d'arrivée et la position des gouttes d'eau sphériques par un processus spatio-temporel de Poisson marqué (la marque est ici le rayon des gouttes  $r$ ).

Cette partie rappelle les définitions de ces notions mathématiques et présente les générateurs aléatoires utilisés pour les simulations.

### A.3.1 Processus de Poisson

#### Définitions

Un processus spatio-temporel de Poisson est défini par les deux axiomes suivants :

- (1) Il existe un réel positif  $\lambda$  tel que, pour une surface quelconque  $S$ , le nombre de points  $N(S)$  apparus dans  $S$  pendant  $dt$  suit une loi de Poisson de moyenne  $\lambda | S | dt^2$ . Le paramètre  $\lambda$  est appelé l'intensité du processus de Poisson.
- (2) Etant donné  $N(S) = n$ , les  $n$  événements dans  $S$  forment un échantillon indépendant de la loi uniforme sur  $S$  pendant  $dt$ .

Par généralisation, les processus de Poisson marqués sont définis par :

- (3) Il existe une fonction  $A(r)$  telle que les points de marque dans  $[r, r + dr]$  suivent un processus de Poisson d'intensité  $A(r)dr$ .

#### Propriétés

On peut montrer la propriété fondamentale suivante (Diggle, 1983) :

*Quelles que soient deux régions disjointes  $A$  et  $B$  du plan,  $N(A)$  et  $N(B)$  sont indépendantes.*

Par suite, la distribution du centre des sphères dans le plan est uniforme. Dans le cas isodiamétrique,  $\lambda$  représente la fréquence surfacique moyenne d'apparition des gouttes d'eau. Dans le cas non-isodiamétrique,  $A$  est la fonction de distribution moyenne des gouttes d'eau par classe de rayons.

### A.3.2 Générateurs aléatoires

En s'appuyant sur les axiomes de définition, la simulation d'un processus marqué de fonction d'intensité  $A(r)$  peut se faire, par pas de temps  $dt$  et classe de rayon  $[r, r + dr]$ , grâce

2.  $| \cdot |$  désigne l'opérateur surface.

aux réalisations de deux lois aléatoires :

1. une loi de Poisson  $\mathcal{P}(A(r)dr. | S | dt)$ , pour déterminer le nombre  $n$  de gouttes apparues (axiome (1))
2. une loi spatio-temporelle uniforme, pour déterminer les temps et coordonnées des  $n$  impacts de gouttes (axiome (2)).

Les axiomes de probabilité permettent de prouver l'existence des nombres aléatoires mais pas d'en produire des réalisations. Les modèles probabilistes tel que le notre utilisent en réalité des outils mathématiques produisant des séquences déterministes de nombres ayant les mêmes propriétés statistiques, en termes de prédictabilité, que les nombres aléatoires et appelées générateurs de nombres *pseudos-aléatoires*. Nous avons utilisé les générateurs préconisés dans le cas des lois simples (Ripley, 1987) :

1. un *feedback generator* pour la loi uniforme sur  $[0, 1]$  issu des librairies classiques du langage C (fonction `erand48()`).
2. un générateur de loi de Poisson utilisant un générateur uniforme et le théorème d'inversion :

Théorème. Si  $U \sim U(0, 1)$  et  $F$  est la fonction de répartition de la loi  $\mathcal{P}$ , alors  $X = F^{-1}(U) \sim \mathcal{P}$

Dans le cas de la loi de Poisson  $\mathcal{P}(\lambda)$ ,

$$F(x) = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^x \frac{\lambda^k}{k!} \quad (\text{A.19})$$

$$= e^{-\lambda} s_x(\lambda) \quad (\text{A.20})$$

On peut donc générer une réalisation  $x$  d'une loi de Poisson  $\mathcal{P}(\lambda)$  par l'algorithme :

- (a) On génère  $u$ , réalisation de  $U(0, 1)$
- (b)  $x \leftarrow 0$
- (c) tant que  $s_x(\lambda) < e^{-\lambda} u$ ,  $x \leftarrow x + 1$

# Annexe B

## Annexes au chapitre 6

### Sommaire

---

<b>B.1</b>	<b>Définition d'un volume liquide . . . . .</b>	<b>202</b>
<b>B.2</b>	<b>Morphologies de l'étalement capillaire: résultats statistiques .</b>	<b>203</b>
B.2.1	Notations . . . . .	203
B.2.2	Ajustements réalisés . . . . .	203
B.2.3	Commentaires . . . . .	204
<b>B.3</b>	<b>Dynamiques d'étalement simulées: résultats statistiques . . . .</b>	<b>205</b>
B.3.1	Notations . . . . .	205
B.3.2	Ajustements réalisés . . . . .	205
B.3.3	Commentaires . . . . .	206
<b>B.4</b>	<b>Loi d'écoulement d'une lame liquide . . . . .</b>	<b>207</b>
B.4.1	Le système . . . . .	207
B.4.2	Équations du mouvement . . . . .	207
B.4.3	Résolution . . . . .	209

---

## B.1 Définition d'un volume liquide

Toutes les simulations que nous avons réalisées dans le cadre de cette thèse ont notamment produit des sorties numériques relatives à la phase liquide simulée. Les sites du réseau appartenant à cette phase ont été identifiés par un critère de densité :

La connaissance des densités d'équilibre des phases liquide ( $\rho_l$ ) et vapeur ( $\rho_v$ ) permet de définir une densité statistique seuil ( $\frac{\rho_v + \rho_l}{2}$ ) au-delà de laquelle le volume étudié est classé liquide. La définition macroscopique la plus rigoureuse et aussi la plus coûteuse est de faire un calcul moyen du nombre de particules par site dans un volume donné et de tester le résultat par rapport au seuil  $\frac{\rho_v + \rho_l}{2}$ . Par cette méthode, nous avons déterminé la nature des phases au centre d'un cube de côté 3 sites.

Ce même critère appliqué sur un volume d'un site ne permet pas de mesurer une épaisseur liquide à cause des fortes fluctuations locales de la densité de particules au sein de la phase liquide. Nous avons dans ce cas utilisé un seuil de 3 particules par site pour définir la phase liquide.

## B.2 Morphologies de l'étalement capillaire : résultats statistiques

### B.2.1 Notations

Dans la bibliographie concernant l'étude de l'étalement d'une goutte liquide sur une surface solide, on peut trouver une grande diversité de développements théoriques s'appuyant sur des conditions initiales aux limites très variables. Parmi elles, celles d'une «calotte sphérique» semble être en accord avec des observations expérimentales. Son équation cartésienne est (p. 79) :

$$e^2 = (R^2 - a^2 - b^2) + 2be + 2ay - y^2 \quad (\text{B.1})$$

Sont résumés ici les résultats statistiques des régressions linéaires multiples de  $e^2$  en fonction de  $e$ ,  $y$  et  $y^2$ , réalisées en 2D pour des rayons initiaux  $r \in \{20, 30, 40\}$  *ul*.

Dans les tableaux suivants,  $\hat{\sigma}$  désigne l'écart-type résiduel,  $R^2$  le coefficient de détermination, et  $F$  la statistique de Fisher associée.

### B.2.2 Ajustements réalisés

#### Simulations 2D

<i>r</i> = 20 <i>ul</i>				
	valeur	écart-type	Student <i>t</i>	<i>Pr</i> (>  <i>t</i>  )
origine	-156.0	9.8	-15.9	0.0000
<i>e</i>	32.5	0.5	64.0	0.0000
<i>y</i>	-3.7	0.8	-4.8	0.0000
<i>y</i> <sup>2</sup>	0.037	0.008	4.9	0.0000
$\sigma$	28.01			
$R^2$	0.970			
<i>F</i>	8134			

$r = 30 \text{ ul}$				
	valeur	écart-type	Student $t$	$Pr(> t )$
origine	-259.4	31.5	-8.2	0.0000
$e$	49.2	0.9	56.6	0.0000
$y$	-8.1	1.5	-5.3	0.0000
$y^2$	0.053	0.010	5.4	0.0000
$\hat{\sigma}$	80.2			
$R^2$	0.962			
$F$	9844			

### B.2.3 Commentaires

La statistique de Fisher  $F$  conduit à rejeter l'hypothèse « aucune des variables explicatives n'a d'influence sur  $e^2$  », tandis que chacune des statistiques de Student  $t$  conduit au rejet de la nullité de chacun des coefficients estimés.

On remarquera que le coefficient de  $y^2$  est systématiquement inférieur à 1. La courbe analytique ajustée n'est pas rigoureusement celle d'une sphère mais celle d'une portion d'ellipse.

## B.3 Dynamiques d'étalement simulées : résultats statistiques

### B.3.1 Notations

On peut trouver dans la littérature deux grandes familles de cinétiques d'étalement  $r(t)$  d'une goutte liquide de rayon  $r$  en fonction du temps  $t$  :

$$r(t) = \rho_0 + \alpha t^\beta \quad (\text{B.2})$$

$$r(t) = r_0 + k \left( 1 - \exp\left(-\frac{t_0 - t}{\tau}\right) \right) \quad (\text{B.3})$$

Les lois moyennes d'étalement mesurées  $r(t)$  en 2D sur 10 répétitions (resp. 3D : 5 répétitions) ont été ajustées à ces deux modèles pour différents rayons initiaux. Dans les tables qui figurent ci-dessous,  $k$  désigne le nombre d'itérations réalisées,  $n$  le nombre d'observations,  $\hat{\sigma}$  l'écart-type résiduel estimé et  $SS$  la somme des carrés associés à chacun des ajustements.

### B.3.2 Ajustements réalisés

#### Simulations 2D

Pour un rayon initial  $r = 20 \text{ ul}$ , la fonction  $r(t)$  mesurée est décroissante et aucun ajustement n'a donc été fait (p. 80).

$r = 30 \text{ ul}$				$r = 30 \text{ ul}$			
	valeur	écart-type	Student $t$		valeur	écart-type	Student $t$
Loi puissance				Loi exponentielle			
$\rho_0$	-29.7	93.7	-0.3	$r_0$	103.6	1.6	63.9
$\alpha$	79.3	75.0	1.1	$k$	66.9	1.4	46.8
$\beta$	0.10	0.05	1.9	$\tau$	2210.8	89.3	24.7
$\hat{\sigma}^2$	14.6			$\hat{\sigma}^2$	9.0		
$k$	120			$k$	6		
$n$	191			$n$	191		
$SS$	2797.1			$SS$	1726.5		

### Simulations 3D

Pour un rayon initial  $r = 20 \text{ ul}$ , la fonction  $r(t)$  mesurée est décroissante et aucun ajustement n'a donc été fait (p. 80).

#### B.3.3 Commentaires

Les ajustements ont été réalisés sur les courbes  $r(t)$  croissantes en fonction du temps : pour des rayons initiaux de 30 et 40  $\text{ul}$ .

La convergence n'est pas atteinte après 120 itérations pour l'ajustement non-linéaire de la loi puissance. La statistique de Fisher  $F$  permet d'évaluer globalement le modèle proposé. Elle teste l'hypothèse  $H_0$  : « aucune des variables explicatives n'a d'influence sur la variable à expliquer ». On rejette  $H_0$  pour les grandes valeurs de  $F$ , ce qui est le cas ici pour  $r = 30$  et 40, sachant que  $F = \frac{n-pSS}{n\sigma}$ ,  $p$  désignant le nombre de paramètres de l'ajustement.

De façon individuelle, chacune des statistiques de Student  $t$  permet de tester chacune des hypothèses  $H_1$  : « le coefficient estimé est nul ». Pour des grandes valeurs de  $|t|$ , on rejette  $H_1$ , ce qui est le cas ici pour chacun des paramètres estimés.

Les coefficients  $\beta$  estimés sont supérieurs à ceux donnés par (De Gennes, 1984). D'autre part, pour le modèle exponentiel, le diamètre de convergence  $r_0$  augmente avec le rayon initial. La constante de temps de l'étalement  $\tau$  suit la même tendance.

## B.4 Loi d'écoulement d'une lame liquide

### B.4.1 Le système

Soit une couche de fluide d'épaisseur  $h$ , limitée inférieurement par sa surface libre et supérieurement par un plan fixe incliné formant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale (figure B.1).

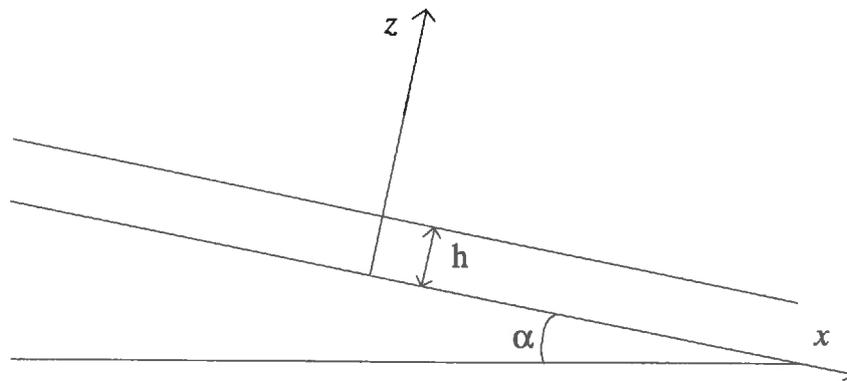


Figure B.1 – Schéma de l'écoulement d'une couche de fluide d'épaisseur  $h$  sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$ .

### B.4.2 Équations du mouvement

#### Forme vectorielle

Le mouvement de ce fluide sous l'action du champ de pesanteur  $g$  est régi par l'équation de Navier Stokes qui s'écrit, sous sa forme générale :

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v \right] = -\nabla p + \eta \nabla^2 v + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot v) + \rho g \quad (\text{B.4})$$

où :

$v$ : vitesse du fluide	$[L/T^2]$
$\rho$ : masse volumique	$[M/L^3]$
$p$ : pression	$[M/LT^2]$
$\eta$ : viscosité dynamique de première espèce	$[L/T]$
$\zeta$ : viscosité dynamique de deuxième espèce	$[L/T]$

En régime permanent :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad (\text{B.5})$$

D'autre part, pour un fluide incompressible, l'équation de continuité s'écrit :

$$\nabla \cdot (\rho v) = \rho \nabla \cdot v = 0 \quad (\text{B.6})$$

Par suite, l'équation générale du mouvement du fluide (B.4) devient :

$$(v \nabla) v = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 v + g \quad (\text{B.7})$$

### Forme analytique

Considérons le repère  $(x, y, z)$  dans lequel l'axe  $x$  est dirigé suivant la direction d'écoulement du fluide, l'axe  $y$  est perpendiculaire à  $x$  et dans le plan de l'écoulement, et l'axe  $z$  est perpendiculaire au plan incliné (figure B.1). Avec ces notations,

$$\begin{cases} p = p(z) \\ v_x = v(z) \\ v_y = 0 \\ v_z = 0 \end{cases}$$

Dans ce repère, les coordonnées des termes vectoriels de (B.7) sont :

$$(v \nabla) v = ( 0, 0, 0 )$$

$$\nabla p = ( 0, 0, dp/dz )$$

$$\Delta v = ( 0, 0, d^2v/dz^2 )$$

$$g = ( g \sin \alpha, 0, g \cos \alpha )$$

La projection de l'équation du mouvement sur les axes  $x$  et  $z$  donne donc :

$$\frac{\eta}{\rho} \frac{d^2v}{dz^2} + g \sin \alpha = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} - g \cos \alpha = 0 \quad (\text{B.9})$$

## B.4.3 Résolution

## Conditions aux limites

A l'interface solide-fluide ( $z = 0$ ), le fluide est immobile :

$$v(0) = 0 \quad (\text{B.10})$$

A l'interface fluide-atmosphère ( $z = h$ ), le fluide est à la pression atmosphérique  $p_0$  et la contrainte tangentielle de cisaillement est nulle. Soit, en notant  $\sigma_{ik}$  le tenseur des contraintes :

$$\sigma_{zz} = -p_{(z=h)} = -p_0 \quad (\text{B.11})$$

$$\sigma_{xz} = \eta \frac{dv}{dz} = 0 \quad (\text{B.12})$$

## Intégration

En intégrant le système d'équations (B.8) et (B.9) pour les conditions aux limites (B.10), (B.11) et (B.12), on obtient une solution analytique unique pour les variables  $v$  et  $p$  :

$$v(z) = \frac{\rho g \sin \alpha}{2\eta} z(h-z) \quad (\text{B.13})$$

$$p(z) = p_0 + \rho g \cos \alpha (h-z) \quad (\text{B.14})$$

La vitesse moyenne  $\bar{v}$  du fluide est alors :

$$\bar{v} = \frac{1}{h} \int_0^h v(z) \cdot dz = \frac{\rho g h^2 \sin \alpha}{3\eta} \quad (\text{B.15})$$

## Annexe C

# Annexes au chapitre 7

### Sommaire

---

C.1 Lattice-gas approach to surface runoff after rain . . . . .	212
---	-----

---

# Lattice–gas approach to surface runoff after rain

L. GARCIA-SANCHEZ, L. DI PIETRO & P.F. GERMANN<sup>a</sup>

Unité de Science du Sol, INRA, Site Agroparc, 84914 Avignon Cedex 9, France, and <sup>a</sup>Geographisches Institut, Hallerstrasse 12, 3012 Bern, Switzerland

## Summary

We simulated the distribution of water flowing over the soil surface in small plots using a lattice-gas approach. The numerical lattice-gas algorithm consists in simulating a fluid as a finite set of particles which move in a discrete lattice obeying deterministic rules. With this technique, complex boundary conditions and transient flow regimens are handled with ease. The amount of depressional storage and the onset of runoff were considered as functions of rainfall intensity, surface roughness, slope angle and infiltration dynamics. Rainfall was simulated by spherical raindrops of fixed diameter, which were generated by a space and time Poisson process of constant intensity. The effect of infiltration on surface flow was simulated by removing liquid particles at the solid surface with a chosen rate function. Depressional storage and runoff then result from the intrinsic hydrodynamic behaviour of the model under the imposed rainfall, infiltration rate and surface geometry. Results of numerical experiments are presented. They show that the lattice-gas approach is well-adapted for simulating the formation of excess water and the roles of roughness and slope in attenuating runoff for any arbitrary complex surface geometry.

## Un modèle de gaz sur réseau pour le ruissellement après la pluie

### Résumé

Nous avons simulé la distribution de l'eau à la surface du sol à l'échelle du mètre carré, avec l'approche de gaz sur réseau. L'algorithme numérique des gaz sur réseau consiste en la simulation d'un fluide par un ensemble fini de particules qui se déplacent sur un réseau discret en obéissant à des lois déterministes. L'excès d'eau à la surface et le déclenchement des flux latéraux sont analysés en fonction de l'intensité de la pluie, de la rugosité de surface, de la pente du sol et de la dynamique de l'infiltration. La pluie a été simulée par des gouttes sphériques, générées par un processus de Poisson d'intensité constante dans l'espace et dans le temps. L'infiltration a été simulée en enlevant des particules liquides à la surface du solide avec un taux de disparition choisi. La détention superficielle d'eau et le ruissellement résultent du comportement hydrodynamique intrinsèque du modèle sous les taux de pluie et d'infiltration imposés et de la géométrie de la surface. Un ensemble d'expériences numériques est présenté. Elles montrent que l'approche des gaz sur réseau est bien adaptée pour simuler le rôle de la rugosité et de la pente vis-à-vis de l'excès d'eau et du ruissellement pour des surfaces de formes arbitraires et complexes.

## Introduction

The understanding of the rainfall–runoff process is fundamental for predicting soil erosion by water and the transport of pollutants from land to streams. The infiltration rate and the storage capacity of soil surface depressions control the runoff producing process. The physical condition of the surface layer

of soil regulates both the infiltration and the surface depressional storage and consequently it controls runoff. The porosity and the geometry and stability of the pores in the plough layer determine the amount and the rate of water entering into the soil. If rain falls faster than infiltration then surface depressions begin to fill. This surface storage is determined by the roughness of the surface and by the slope. Overflow from depressions leads to runoff.

It is well known that tillage affects the structural stability of the plough layer by weakening its resistance to compaction

and to surface splash. The susceptibility of the soil to runoff is increased as infiltration and storage capacity are reduced. In practice, preventing runoff involves preserving a good physical condition of the surface of the soil, among other things. But, what does a good physical condition mean in quantitative terms? In the context of the intensive agriculture of north-west Europe, quantifying the infiltration, depression storage and runoff as functions of the physical condition of soil is crucial to controlling runoff and erosion.

These processes operate over a wide range of spatial scales, from small areas to large regions. Runoff may not be adequately estimated if either infiltration and surface storage or the physical condition of the soil surface are neglected, regardless of scale. Although much effort has been devoted to quantify the mechanisms leading to runoff, the link between these processes is poorly understood.

As for many other complex natural systems, modelling is widely used to help describe or predict runoff or both. A large spectrum of modelling objectives, approaches and spatial scales have been used.

Early models of overland flow omitted infiltration by considering impermeable surfaces (Woolhiser & Liggett, 1967). More complex coupled models for runoff and infiltration have been developed for infiltrating surfaces. Infiltration has variously been modelled using a constant rate equation (Foster *et al.*, 1968), or Philip's equation (Cundy & Tonto, 1985), or Green and Ampt's equation (Stone *et al.*, 1992). Simultaneous numerical solution of Richard's equation for infiltration and kinematic wave equations for overland flow with interdependent boundary conditions has also been proposed (Smith & Woolhiser, 1971; Freeze, 1972).

Although depression storage determines the onset and paths of water flow (Bruneau & Gascuel-Oudou, 1990), overland flow models commonly omit this hydrological component. Very few models that include relief storage have been reported. Diverse approaches have been used to estimate surface storage, for instance, empirical equations (Mitchell & Jones, 1978), or spatially distributed modelling using hydraulic equations (Moore *et al.*, 1980).

If we are interested in describing the mechanisms of flux distribution, then, coupling infiltration, lateral surface flow and surface water storage in the microrelief is required. When all these processes are considered, deterministic approaches are usually intractable. Numerical computations of such a coupled problem involves complex boundary conditions and transient regimens which may be unsolvable even with very powerful computers. Any of the usual simplifications, such as the reduction of the dimensions, approximations for the fluxes, and consideration of smooth surfaces, are critical and somewhat unrealistic restrictions for accurate description of the real problem.

Interesting perspectives of computer simulations of fluid mechanics have recently appeared with the development of the lattice gas technique, as first introduced by Hardy *et al.* (1976),

and later improved by Frisch *et al.* (1986). Lattice hydrodynamics is nowadays considered to be an efficient way to simulate viscous flows, in the incompressible limit, in situations involving complex boundary conditions such as moving interfaces or complicated solid geometries. This method consists in simulating a fluid as a finite set of particles moving in a discrete lattice with discrete velocities. Some recent applications include the study of three-dimensional flow around obstacles, multiphase flow or flow with chemical reactions as summarized by Boon *et al.* (1993). Rothman (1988), Bremond & Jeulin (1994), Di Pietro *et al.* (1994), Gao & Sharma (1994), Pot (1994), and Di Pietro (1996), amongst others, have applied lattice-gas models to flow and transport in porous media.

In this paper we introduce a lattice-gas model that allows simultaneously the study of the surface distribution of water fluxes, depression storage and runoff generation as a function of surface roughness, infiltration rate and rainfall intensity. Water and air dynamics are simulated with the lattice liquid-gas model of Appert & Zaleski (1990, 1993). The applicability of this approach is verified through a set of two-dimensional numerical experiments. The aim of this research is to show that the lattice-gas modelling approach is promising for describing the mechanisms leading to runoff. This method overcomes the difficulties of solving coupled systems of differential equations with complex boundary conditions.

### The model

Lattice gases comprise a new simulating strategy for fluid dynamics. As in the kinetic theory of gases, the fluid is simulated by finite particles. However, in a lattice-gas, space, velocity and time are discrete. A set of fictitious particles resides in the sites of a regular lattice. These particles can have a finite number of states, usually coded in a computer by Boolean variables. The lattice is updated in discrete time-steps by deterministic rules. These rules determine how particles propagate within the lattice, and how they interact (collisions and eventually long-range interactions). When proper rules are chosen (Frisch *et al.*, 1987), the large-scale behaviour of the lattice-gas corresponds to that of a viscous fluid. The large-scale variables (velocity, mass density and pressure) that describe the macroscopic behaviour of this fictitious fluid are obtained as a statistical mean in space and time of the corresponding microscopic variables.

Many two-dimensional and three-dimensional versions of lattice-gas models are reported in the literature. Amongst these, the lattice liquid-gas model (Appert & Zaleski, 1990, 1993) allows us to simulate simultaneously the hydrodynamics of a liquid and its vapour in the incompressible limit. The moving interface displays interfacial tension and evolves under the imposed initial and boundary conditions. This particular behaviour is due to the long-range attractive interactions between particles. More details on the lattice liquid-gas model are provided by the above mentioned articles.

This model was chosen to implement our simulations of the combinations of infiltration, surface storage and runoff. Here we shall show two-dimensional results, but we are experimenting with simulations in three dimensions.

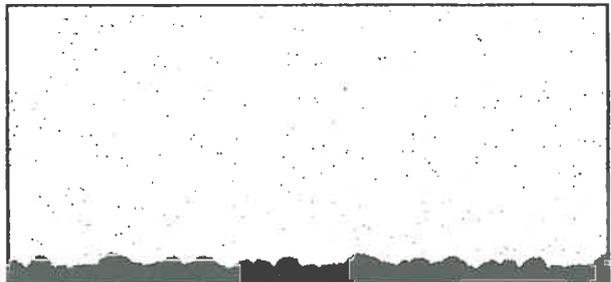
Solid surfaces are simulated by not allowing fluid particles to move across lattice sites within the solid. When a fluid particle arrives at a solid site it is bounced back with a probability,  $P$ . This probability determines the fluid wetting properties, as it regulates the degree of repulsion between fluid and solid. In this implementation of the model  $P$  was set to 0.5. Previous results (Di Pietro, 1993) have shown that this value is adapted to represent a moderately wetting fluid, such as water.

We simulated a rough soil surface initially in contact with the gaseous phase, as shown in Fig. 1 (a, b). The gaseous phase is represented by white with sparse grey dots, and the solid is represented by the continuous dark grey. As the lattice is discrete, the microrelief was simulated by digitizing a continuous height profile of the surface with a chosen spatial step. The continuous height profile was generated with the statistical model of Chadoeuf *et al.* (1989). This model simulates surface roughness by a set of adjacent and interpenetrating spheres of various radii. Bertuzzi *et al.* (1995) have shown that rather realistic reliefs are obtained with this approach. Figure 1a (smooth surface) and b (rough surface) were obtained by applying different scaling factors to the same initial height profile. In this paper we have chosen to use simulated surfaces, but we could equally well reproduce real height profiles obtained, for instance, with a laser profile meter.

An inclined gravity force was added for simulating a slope. The angle of deviation (with respect to the vertical axis) determines the inclination of the surface, as shown in Fig. 2.

Steady-state rainfall was simulated by liquid spheres of fixed radius  $r$ . The sequence of raindrops was governed by a Poisson process of constant intensity  $\lambda$ . This parameter determines the mean number of raindrops that will appear per unit area and time. The process of rainfall simulation is schematized in Fig. 3 (a, b, c). Figure 3a shows the solid surface before rain. The raindrops (represented in black) are placed on the soil surface as they appear, as shown in Fig. 3b, or they are positioned tangentially over any pre-existing raindrop (see Fig. 3c). We did not allow raindrops to overlap for simplicity. As we are not simulating falling raindrops, their initial kinetic energy is zero.

surface a: smooth



surface b: rough

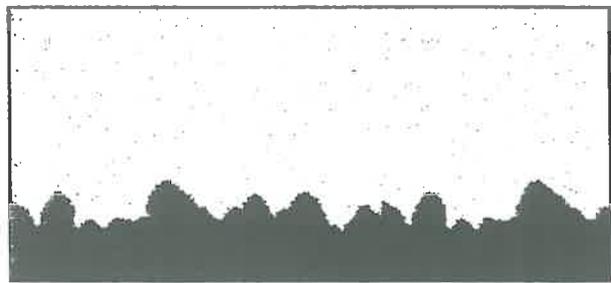


Fig. 1 Simulation of the soil surface by digitization of a height profile. Surfaces a and b correspond to a same profile treated with two different sets of horizontal and vertical scale factors, respectively (1,2) and (3.5,3). The lattice dimensions are  $192 \times 192$  sites, and the solid and gas phases are represented in continuous dark grey and white with grey dots, respectively.

Infiltration was simulated by removing liquid particles from the surface according to an arbitrary infiltration rate function  $i(x, t)$ , where  $x$  is the horizontal space co-ordinate and  $t$  is time. An alternative method would be to simulate the detailed structure of the porous medium within the first centimetres. In this latter case the infiltration rate would not be imposed but would result from the hydrodynamics of the model under the imposed conditions.

(a)

(b)

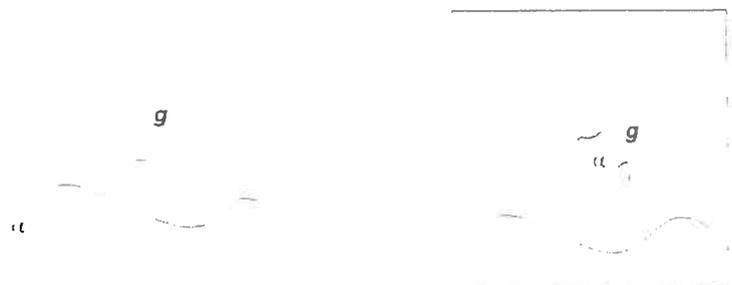


Fig. 2 Principle of simulation of slope. (a) Surface with a slope angle  $\alpha$  and  $g$  is the acceleration of gravity. (b) Equivalent configuration with a flat surface and an inclined gravity that we used in the simulations.

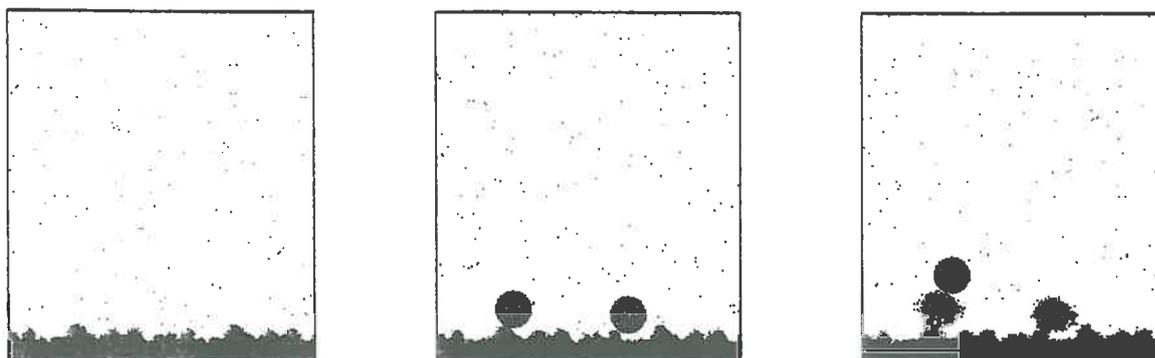


Fig. 3 Simulation of an inactive rainfall event by a Poisson point process and an algorithm of tangential positioning on the soil, or superficial water film, surface. From left to right, the pictures show a solid rough surface before rainfall, at liquid–solid impact time of two droplets and at liquid–liquid impact time of a third droplet. The lattice dimensions are  $192 \times 192$  sites and the sphere radius is 10. The gas, liquid and solid phases are represented, respectively, in white with grey dots, black and grey.

The number and the velocity field of liquid particles were computed at each lattice site as a function of time. To perform the macroscopic averages over time, we chose a relatively long time interval (100 time-steps) to diminish the noise due to microscopic fluctuations of the lattice variables. The total mean liquid lateral flow velocity was calculated as the average of all individual particle lateral velocities over the total number of particles and over 100 time-steps. The total depressional liquid storage was calculated as the average of the total number of particles that remain on the surface over 100 time-steps.

**Lattice units and scaling**

All the computed variables are expressed in arbitrary lattice units. The simulated particles have an identical mass that is chosen to be the unit lattice mass. The unit lattice distance is the distance between two neighbouring lattice sites. The unit lattice time is one simulation time step. Hereafter, for simplicity, the lattice unit symbols will be omitted.

Proper scaling of the lattice variables (length  $l_{LG}$ , time  $t_{LG}$ , pressure  $p_{LG}$ , density  $\rho_{LG}$ , viscosity  $\nu_{LG}$ , and velocity  $u_{LG}$ ) provides for the link between reality and simulations. The hydrodynamic similarity principle (Landau & Lifchitz, 1971) states that two physical systems are similar or analogous provided that the equations that describe these systems, written in dimensionless variables, are the same. Consequently, the corresponding dimensional variables in the two systems are related by a scaling factor. Thus, the relationships between lattice-gas variables and those of a similar real system, are:

- 1.  $l = f_l l_{LG}$
- 2.  $v = f_v \nu_{LG}$
- 3.  $t = f_t t_{LG}$
- 4.  $\rho = f_\rho \rho_{LG}$
- 5.  $u = f_u u_{LG}$
- 6.  $P = p_o = f_p p_{LG}$

where the  $f_s$  are scaling factors for the variables, and  $p_o$  is an arbitrary pressure of reference.

If these factors are known, then from the behaviour of the lattice system we may deduce the behaviour of the real system. The scaling procedure involves writing the macrodynamic flow equation of the lattice gas in terms of the physical variables, and calculating the values of the scaling factors that match the Navier–Stokes equations (Somers & Rem, 1992).

The macroscopic flow equation that describes the lattice-gas evolution in the incompressible limit is:

$$\rho_{LG} \frac{\partial u_{LG}}{\partial t_{LG}} + \vartheta \rho_{LG} u_{LG} \nabla_{LG} = -\nabla_{LG} p_{LG} + \rho_{LG} \nu_{LG} \nabla_{LG}^2 u_{LG} \tag{7}$$

where  $\vartheta$  is a factor of the lattice-gas model which depends on density. No exact theoretical calculation of the  $\vartheta$ -factor exists for this model, but its approximate value at density  $\rho = 4.2$  (equilibrium density of the liquid phase) is 3.

We use Equations (1) to (6) to replace the lattice-gas variables by the physical variables in Equation (7). This leads to the following equation:

$$\left(\frac{f_t}{f_u f_\rho}\right) \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \left(\vartheta \frac{f_t}{f_\rho f_u^2}\right) \rho u \cdot \nabla = -\left(\frac{f_t}{f_p}\right) \nabla p + \left(\frac{f_t^2}{f_\rho f_\nu f_u}\right) \nu \rho \nabla^2 u \tag{8}$$

Equation (8) has the form of the Navier–Stokes equation for the physical flow, but for the factors within brackets. When these factors are equal to the same arbitrary dimensionless constant Equation (8) becomes a scalar multiple of the Navier–Stokes equation. In this case, the following set of equalities which relate the adimensional factors are obtained:

$$\frac{f_t}{f_\rho f_u} = \vartheta \frac{f_t}{f_\rho f_u^2} = \frac{f_t}{f_\nu} = \frac{f_t^2}{f_\rho f_\nu f_u} \tag{9}$$

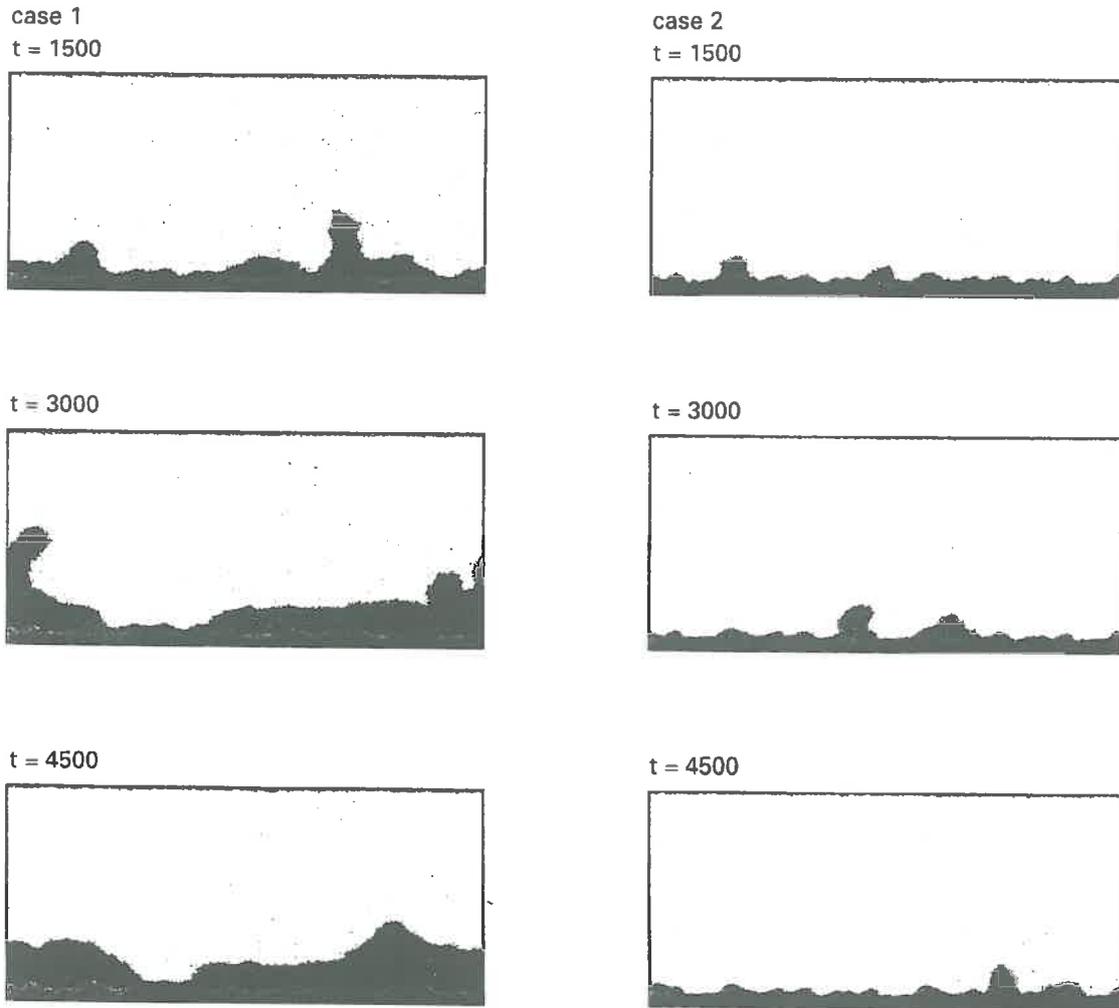


Fig. 4 Three stages of the constant infiltration and rainfall rate simulations on the smooth surface *a*. Infiltration is slow for case 1, and fast for case 2.

The viscosity and the equilibrium density for the liquid phase of the lattice-gas are  $v_{LG} = 1.2$  and  $\rho_{LG} = 4.2$ , respectively (Di Pietro *et al.*, 1994). By replacing the viscosity and density values of the lattice gas and of water in Equations (2) and (4), we obtain  $f_p = 0.010$  and  $f_\rho = 0.24$ . As the pressure is not relevant to the flow, only the length ( $f_l$ ), time ( $f_t$ ), and velocity ( $f_u$ ) scaling factors are to be determined. Equation (9) leads to:

$$f_t = \frac{f_l^2}{f_v} \tag{10}$$

and

$$f_u = v \frac{f_l}{f_t} \tag{11}$$

The time and the velocity factors can be calculated from Equations (10) and (11), respectively, by arbitrarily setting the length factor. The  $f_t$ ,  $f_v$  and  $f_u$  factors must be determined by this procedure for each simulation.

### Numerical experiments: description, results and discussion

The behaviour of the model was tested through three different sets of numerical experiments. All these simulations were carried out in a lattice of  $192 \times 480$  sites, over 5000 time-steps. All the computed variables are the means of five repetitions.

The first set of simulations consisted of four numerical experiments (described in Table 1). A constant rainfall rate was imposed on two surfaces of different roughness (smooth surface *a* and rough surface *b* of Fig. 1) without slope. On each surface we set two constant-rate infiltration functions. The flow variables, total water excess and total surface lateral flow, were computed as functions of time.

Figures 4 and 5 show three stages at times 1500, 3000 and 4500 of each of the four cases of the first set of simulations. Figure 4 shows a simulation over a smooth surface for slow (case 1) and rapid infiltration (case 2), and Fig. 5 shows the

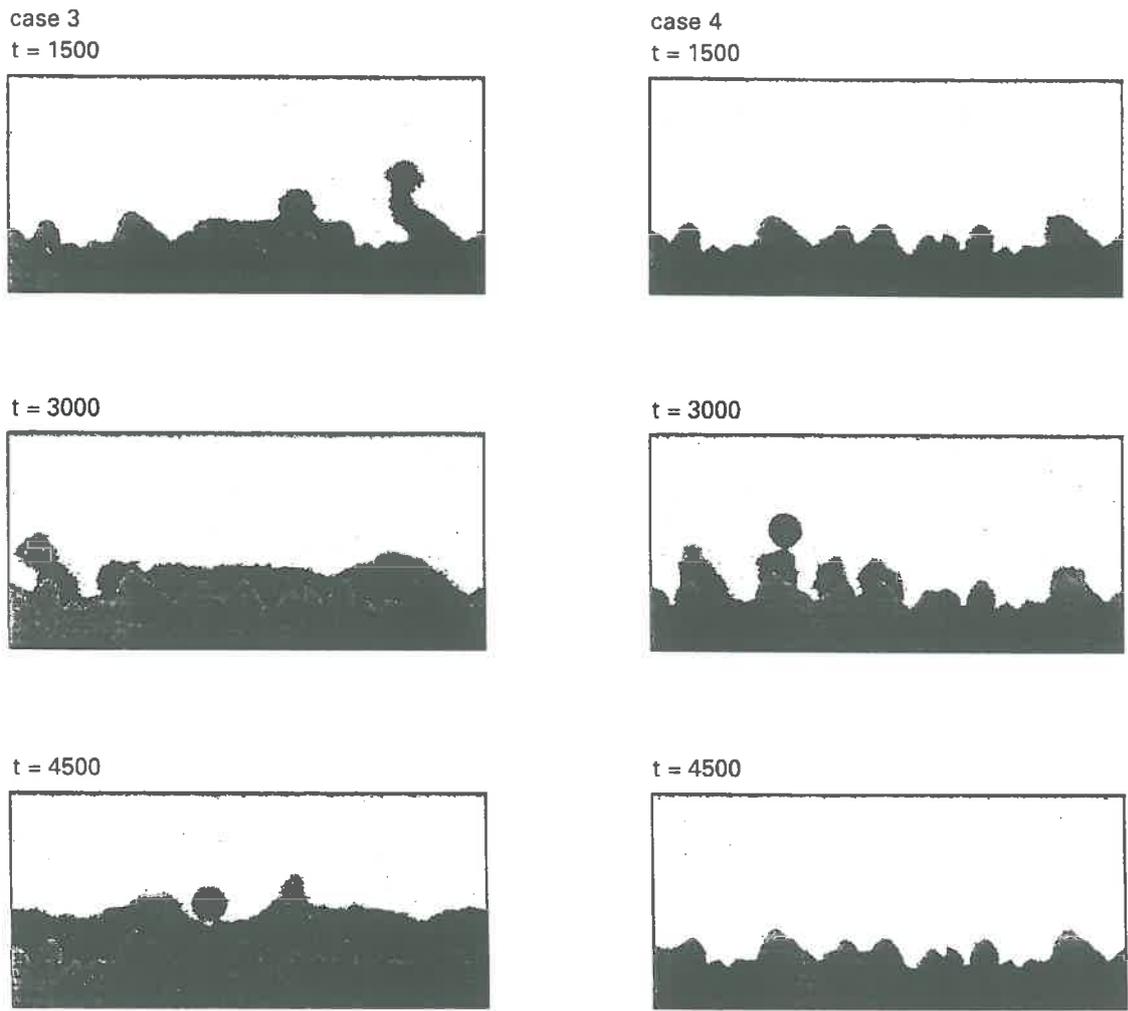


Fig. 5 Three stages of the constant infiltration and rainfall rate simulations on the rough surface b. Infiltration is slow for case 3, and fast for case 4.

simulation over a rough surface for slow (case 3) and rapid (case 4) infiltration. The number of remaining raindrops at the soil surface decreases with proceeding infiltration time and increasing infiltration rate (compare cases 1 and 2 of Fig. 4).

For the slow infiltration, the model produces an excess of water at the surface which remains because there is no slope. This liquid fills the depressions of the surface. The smoother is

the surface the greater is the connectivity of the storage zones (see cases 1 and 3 at time 3000).

The associated computed cumulative fluxes (rainfall, infiltration and lateral flux) are represented in Fig. 6. Our approach leads to a coupled representation of the small plot hydrology similar to the concept formulated by Mohamoud *et al.* (1990). In Fig. 6, as the infiltration rate is constant, the effective cumulative infiltration is linear in time. For the slow infiltration, the cumulative infiltration is less than the cumulative rainfall (cases 1 and 2 of Fig. 6). In the other case the cumulative infiltration and rainfall are nearly equal. As can be observed for real soils, the simulated infiltration is controlled by the infiltrability of the surface (cases 1 and 3 of Fig. 6), or by the rainfall intensity if it is limiting, as in cases 2 and 4 of Fig. 6. The accumulated excess of water can either decrease by infiltration (cases 2 and 4) or irreversibly increase (cases 1 and 3), but the resulting positive head does not increase the infiltrability of the simulated surface. The present model accounts only for the

Table 1 First set of numerical simulations for flat ground.  $\lambda$  is the rainfall intensity and  $i$  is the infiltration rate

Case	Surface	$\lambda$ lattice units	$i$ /lattice units
1	Smooth	$1.15 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-2}$
2	Smooth	$1.15 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-2}$
3	Rough	$1.15 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-2}$
4	Rough	$1.15 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-2}$

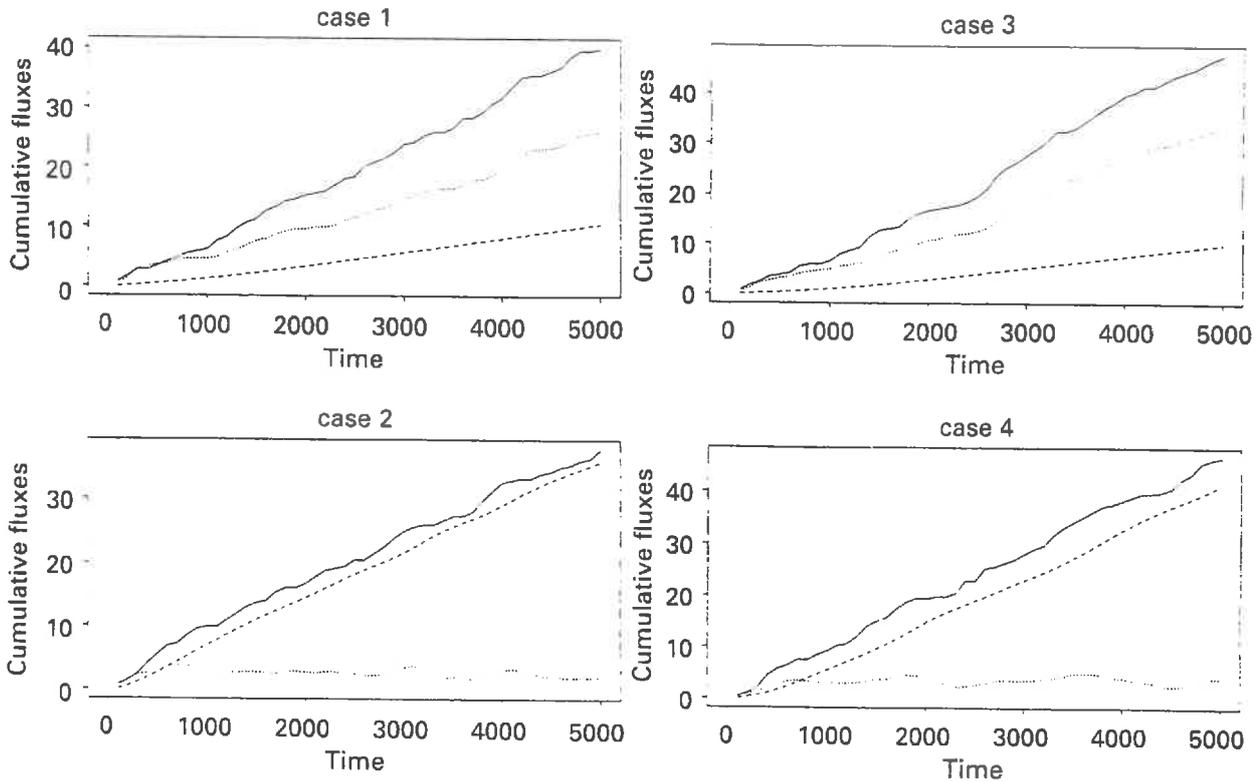


Fig. 6 Mean cumulative computed fluxes as a function of time for the first set of numerical experiments (cases 1–4).

Horton mechanism (Horton, 1933) of an excess of water resulting from rain falling faster than it can infiltrate.

In these numerical experiments, we chose to simulate rainfall at a drop-by-drop scale. This limits the choice of our length scaling factor. If we choose the length factor  $f_l = 0.02$  (1000 lattice sites represent 20 cm in the physical space) then the time factor becomes  $f_t = 0.04$ , and  $f_u$  is approximately 1.5. Thus a simulation time of 1000 represents 40 s, and the infiltration rates of the first set of experiments correspond to  $1.2 \times 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}$  and  $1.2 \times 10^{-2} \text{ cm s}^{-1}$ , respectively. It is possible to scale up the simulations to represent larger surfaces. However, in this case, rainfall cannot be represented with a drop-by-drop approach, as the size of the lattice is limited by the memory of our computer.

The second set of simulations consisted of four numerical experiments (Table 2). We set constant rainfall and infiltration

Table 2 Second set of numerical simulations for slope gradient  $\alpha$ .  $\lambda$  is rainfall intensity and  $i$  is the infiltration rate

Case	Surface	$\alpha$ ( $^\circ$ )	$\lambda$ (lattice units)	$i$ (lattice units)
1	Smooth	5	$5.8 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-3}$
2	Rough	5	$5.8 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-3}$
3	Smooth	10	$5.8 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-3}$
4	Rough	10	$5.8 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-3}$

rates on the smooth and the rough surfaces of Fig. 1, but now with two different slopes. As for the first set of numerical experiments, all the flow variables are computed as functions of time.

The results of the second set of experiments are presented in Fig. 7. The mean lateral velocity of the surface water down slope increases with time. After 5000 time-steps the liquid flows faster on the smoother surface and the steeper slope. These results indicate, in a rather intuitive way, that the model deals adequately with the topographic factors such as surface roughness and slope angle. The surface roughness increases the frictional forces, and so retards the flow, whereas an increasing angle accelerates the flow.

In the third set of simulations, consisting of three numerical experiments, a constant rainfall rate of intensity ( $\lambda = 5.8 \times 10^{-5}$ ) was imposed on a level surface. Liquid on the surface was removed at a time dependent rate following Philip's law:

$$i(t) = \frac{s}{2\sqrt{t}} + K. \tag{12}$$

where  $s$  is the sorptivity, and  $K$  is the final hydraulic conductivity. In all three experiments the value of  $K$  was the same.  $K = 2.4 \times 10^{-3}$ , and the sorptivities were 0.24, 1.9 and 19, which would simulate the role of the initial water content on infiltration.

Figure 8 shows the mean cumulative fluxes for this set of experiments. Increasing sorptivity increases infiltration and

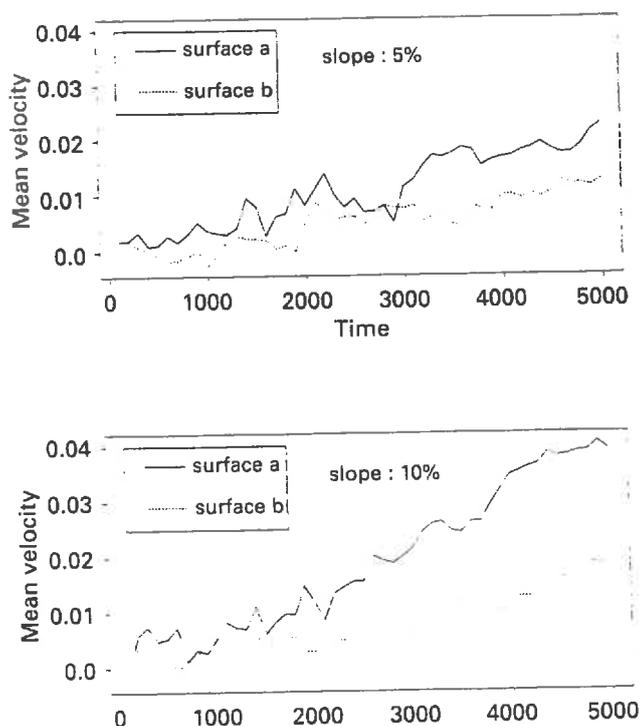


Fig. 7 Mean velocity of the water excess as influenced by slope and surface roughness, for the second set of numerical experiments. Surfaces a and b correspond to the smooth and rough surfaces previously defined.

decreases water excess. The dynamics of the production of excess water depend on the magnitude of the sorptivity term that varies with time. For large values and with fewer than 5000 time-steps this term dominates, and the rate of effective infiltration approaches the rate at which the rain falls. For the smallest value of sorptivity this term becomes negligible near 2500 time-steps. Later, a break in the cumulative water excess curve appears, and the rate at which excess water is produced increases.

The model simulates coherently the distributions of surface fluxes under rain, independently of the type of the approximation to infiltration. However, we cannot validate these two-dimensional simulations because we cannot design the corresponding two-dimensional real experiments. Furthermore, the two-dimensional version of the model cannot reproduce the spatial connectivity between retention depressions, which are an important feature in runoff generation. We are therefore implementing a three-dimensional version of the model, and we are designing laboratory experiments to validate it. The technique aims to measure rainfall, spatially distributed surface infiltration and surface storage on soil surfaces of different roughness simultaneously.

**The future**

This use of the lattice liquid-gas model intuitively simulates the distribution of fluxes while rain is falling on and

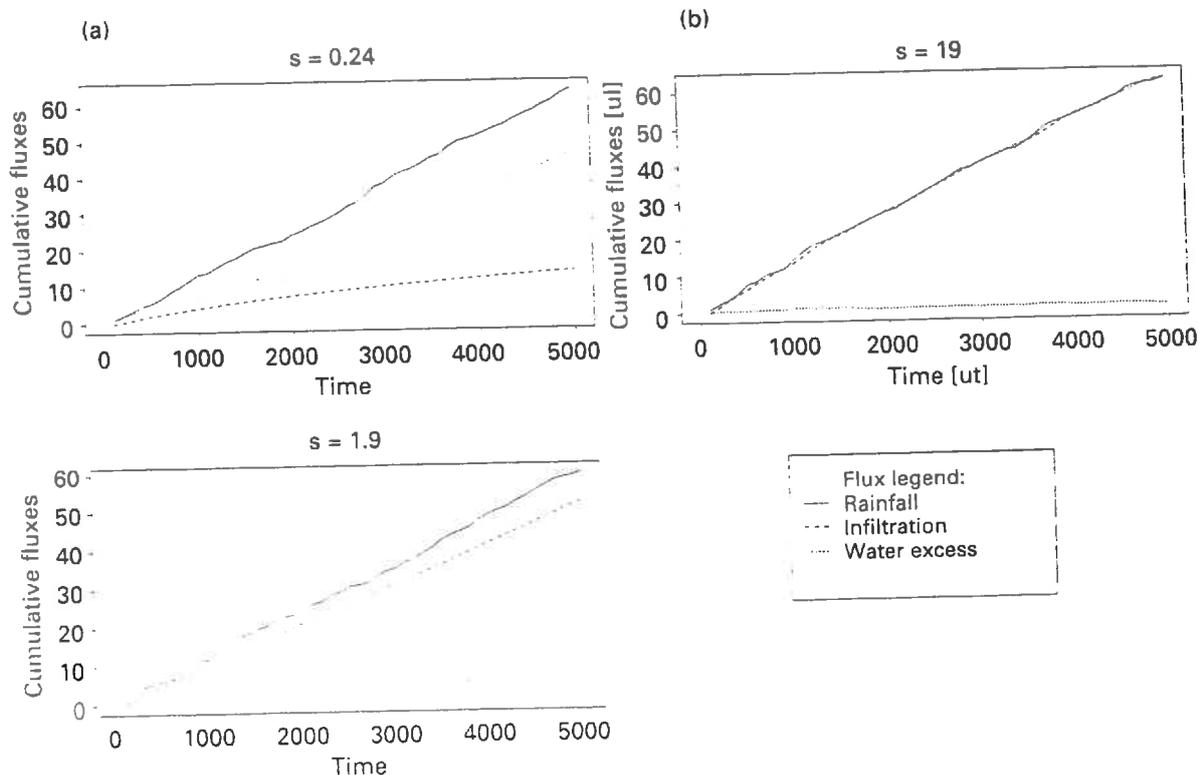


Fig. 8 Mean cumulated rainfall, infiltration and water excess fluxes as a function of time for the different sorptivity values ( $s = 0.24, 1.9$  and  $19$ ) of the third set of numerical experiments.

penetrating inclined surfaces of arbitrary geometries. The possibility of including any type of infiltration law in the model allows for a mixing of the effects of infiltration variability on runoff and surface retention. A three-dimensional version of the model is being developed. With this version we shall be able to simulate more realistically the surface water dynamics. This will allow us to validate the model experimentally.

We have demonstrated the practical impact of obtaining laws relating the physical factors leading to runoff and of having a systematic analysis of the distribution of surface fluxes. Nevertheless, our knowledge is still incomplete. The difficulties for simultaneously measuring all the surface fluxes accounts for the lack of a sufficient amount of the experimental information required for obtaining general laws. The theoretical approach presented here may contribute to the quantification of the interrelated processes, and may help to generalize relations between the controlling factors and surface fluxes, as many different and complex situations may be easily simulated.

Our current computing facilities have restricted the scale of the simulation. Our code is implemented on a Silicon Iris R-8000 bi-processor Station, which allows us to simulate rainfall over many  $\text{cm}^2$ . The reason for this is that we choose a drop-by-drop representation of the rain and the same length scaling factor is applied to drops and to the surface. But, we could simulate rainfall by globally adding liquid particles at a given rate on the surface, as we did for infiltration by removing particles. This technique would permit us to simulate larger surfaces.

The current model is based on a surface geometry that remains constant in time and uses rain with no kinetic energy. The effect of raindrop impact on the soil surface is not taken into account. With the present version we cannot simulate particle detachment or aggregation phenomena. In the future, we plan to modify liquid–solid interactions to model these phenomena.

## References

- Appert, C. & Zaleski, S. 1990. Lattice gas with liquid–gas phase transition. *Physical Review Letters*, **64**, 1–4.
- Appert, C. & Zaleski, S. 1993. Dynamical liquid–gas phase transition. *Journal de Physique. II France*, **3**, 309–337.
- Bertuzzi, P., Garcia-Sanchez, L., Chadoeuf, J., Guerif, J., Goulard, M. & Monestiez, P. 1995. Modelling surface roughness by a Boolean approach. *European Journal of Soil Science*, **46**, 215–220.
- Boon, J.P., Frisch, U. & d'Humieres, D. 1993. L'hydrodynamique modelisée sur réseau. *La Recherche*, **24**, 390–399.
- Bremond, R. & Jeulin, D. 1994. Random media and lattice gas simulations. In: *Geostatistical Simulations* (eds M. Armstrong & P.A. Dowd), pp. 89–105. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Bruneau, P. & Gascuel-Oudou, C. 1990. A morphological assessment of soil microtopography using a digital elevation model on one square meter plots. *Catena*, **17**, 315–325.
- Chadoeuf, J., Monestiez, P., Bertuzzi, P. & Stengel, P. 1989. Parameter estimation in a Boolean model of rough surface: application to soil surfaces. *Acta Stereologica*, **8**, 635–640.
- Cundy, T.W. & Tonto, S.W. 1985. Solution to the kinematic wave approach to overland flow routing with rainfall excess given by Philip's equation. *Water Resources Research*, **21**, 1132–1140.
- Di Pietro, L. 1993. *Transferts d'eau dans des milieux à porosité bimodale: modélisation par la méthode de gaz sur réseau*. Thèse de Doctorat en Mécanique. Génie Mécanique et Génie Civil. Université de Montpellier II. Montpellier.
- Di Pietro, L. 1996. Application of a lattice-gas numerical algorithm to modelling water transport in fractured porous media. *Transport in Porous Media*, **22**, 307–325.
- Di Pietro, L., Melayah, A. & Zaleski, S. 1994. Modelling water infiltration in unsaturated porous media by interacting lattice-gas cellular automata. *Water Resources Research*, **30**, 2785–2792.
- Foster, G.R., Huggins, L.F. & Meyer, L.D. 1968. Simulation of overland flow on short field plots. *Water Resources Research*, **4**, 1179–1187.
- Freeze, R.A. 1972. Role of subsurface flow in generating surface runoff I: Base flow contributions to channel flow. *Water Resources Research*, **8**, 609–623.
- Frisch, U., Hasslacher, B. & Pomeau, Y. 1986. Lattice gas automata for the Navier-Stokes equations. *Physical Review*, **56**, 1505–1508.
- Frisch, U., d'Humieres, D., Hasslacher, B., Lallemand, P., Pomeau, Y. & Rivet, J.P. 1987. Lattice gas hydrodynamics in two and three dimensions. *Complex Systems*, **1**, 649–707.
- Gao, Y. & Sharma, M.M. 1994. A LGA model for fluid flow in heterogeneous porous media. *Transport in Porous Media*, **17**, 1–17.
- Hardy, J., De Pazzis, O. & Pomeau, Y. 1976. Molecular dynamics of a classical lattice gas: transport properties and time correlation functions. *Physical Review A*, **13**, 1949–1961.
- Horton, R.E. 1933. The role of infiltration in the hydrological cycle. *Transactions of the American Geophysical Union*, **14**, 466–460.
- Landau, L. & Lifchitz, E. 1971. *Mécanique des fluides*. Editions MIR, Moscow.
- Mitchell, J.K. & Jones, B.A. 1978. Micro-relief surface depression storage: Changes during rainfall events and their application to rainfall-runoff models. *Water Resources Bulletin*, **14**, 777–802.
- Mohamoud, Y.M., Ewing, L.K. & Boast, C.W. 1990. Small plot hydrology: I. Rainfall infiltration and depression storage determination. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*, **33**, 1121–1131.
- Moore, I.D., Larson, C.L. & Slack, D.C. 1980. Predicting infiltration and micro-relief surface storage for cultivated soils. *Water Resources Research Center Bulletin*, **102**. University of Minnesota, Graduate School, Minneapolis, USA.
- Pot, V. 1994. *Etude microscopique du transport et du changement de phase en milieux poreux par la méthode des gaz sur réseau*. Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI.
- Rothman, D.H. 1988. Cellular automaton fluids: a model for flow in porous media. *Geophysics*, **53**, 509–518.
- Smith, R.E. & Woolhiser, D.A. 1971. Overland flow on an infiltrating surface. *Water Resources Research*, **7**, 899–913.
- Somers, J.A. & Rem, P.C. 1992. Obtaining numerical results from the 3D FCHC-lattice gas. In: *Proceedings of the Shell Workshop on Numerical Methods for the Simulation of Multi-Phase and Complex Flow* (ed. T.M.M. Verbeegen), pp. 59–78. Springer-Verlag, Berlin.

Stone, J.J., Lane, L.J. & Shirley, E.D. 1992. Infiltration and runoff simulations on a plane. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*, **35**, 161–170.

Woolhiser, D.A. & Liggett, J.A. 1967. Unsteady, one-dimensional flow over a plane—the rising hydrograph. *Water Resources Research*, **3**, 753–771.

## Annexe D

# Annexes au chapitre 8

### Sommaire

---

D.1	Étalonnage du papier hydrosensible . . . . .	224
-----	--	-----

---

## D.1 Étalonnage du papier hydrosensible

Formula:  $d \sim a_0 + a_1 * s + a_2 * s^2 + a_3 * s^3 + a_4 * s^4$

Parameters:

	Value	Std. Error	t value
a0	0.0238155	0.0265135	0.898241
a1	13.0831000	0.3663140	35.715500
a2	-27.9366000	1.5173100	-18.412000
a3	29.7995000	2.1770000	13.688300
a4	-11.5017000	0.9881480	-11.639000

Residual standard error: 0.0894335 on 84 degrees of freedom

Correlation of Parameters Estimates:

	a0	a1	a2	a3
a1	-0.624			
a2	0.416	-0.950		
a3	-0.317	0.882	-0.983	
a4	0.262	-0.825	0.953	-0.992

Les valeurs des tests de Student amènent à seulement accepter la nullité de  $a_0$ . Finalement, nous retenons donc l'ajustement :

$$d = (13.1 \pm 0.4)s + (-27.9 \pm 1.5)s^2 + (29.8 \pm 2.2)s^3 + (-11.5 \pm 1.0)s^4 \pm 0.09$$

## Annexe E

# Annexes au chapitre 10

### Sommaire

---

E.1	Tables statistiques des ajustements puissance . . . . .	226
E.2	Régression linéaire entre $\alpha$ et $\beta$ . . . . .	231

---

## E.1 Tables statistiques des ajustements puissance

\*\*\*\*\*

surface 0 pente 5%

Variables:

	h	v
1	20	8.741957e-05
2	20	4.076445e-04
3	20	2.107893e-04
4	40	8.744234e-04
5	40	8.048583e-04
6	40	1.212226e-03
7	60	1.794546e-03
8	60	2.317685e-03
9	60	2.413916e-03
10	80	3.056437e-03
11	80	3.323149e-03
12	80	3.221043e-03
13	100	4.925448e-03
14	100	4.513555e-03
15	100	5.061171e-03
16	120	6.686162e-03
17	120	6.781455e-03
18	140	8.005667e-03
19	140	8.226407e-03
20	140	8.151603e-03

Formula:  $v \sim \alpha * (h^\beta)$

Parameters:

	Value	Std. Error	t value
alpha	2.63652e-06	6.03688e-07	4.36735
beta	1.62920e+00	4.79560e-02	33.97290

Residual standard error: 0.00023507 on 18 degrees of freedom

Correlation of Parameter Estimates:

	alpha
beta	-0.999

\*\*\*\*\*

surface 1 pente 5%

Variables:

	h	v
1	19.8	-2.937886e-05
2	19.8	4.894913e-05
3	39.8	4.871843e-04
4	39.8	4.282572e-04
5	39.8	4.521824e-04
6	59.8	1.207332e-03
7	59.8	1.397455e-03
8	59.8	1.598419e-03
9	79.8	2.218308e-03
10	79.8	2.296360e-03
11	79.8	2.380811e-03
12	99.8	3.640091e-03
13	99.8	3.707085e-03

14 99.8 3.698147e-03  
 15 119.8 5.109589e-03  
 16 119.8 5.020278e-03  
 17 119.8 5.296824e-03  
 18 139.8 7.115559e-03  
 19 139.8 7.054484e-03  
 20 139.8 7.166272e-03

Formula:  $v \sim \alpha * (h^{\beta})$

Parameters:

	Value	Std. Error	t value
alpha	3.66650e-07	6.55733e-08	5.59146
beta	1.99799e+00	3.72085e-02	53.69720

Residual standard error: 0.000124929 on 18 degrees of freedom

Correlation of Parameter Estimates:

alpha  
 beta -0.999

\*\*\*\*\*

surface 2 pente 5%

Variables:

	h	v
1	9.6	3.136842e-04
2	9.6	2.809038e-04
3	9.6	3.318791e-04
4	29.6	7.888504e-05
5	29.6	1.103318e-04
6	29.6	7.439320e-05
7	49.6	3.175301e-04
8	69.6	9.958328e-04
9	69.6	8.446985e-04
10	69.6	9.088147e-04
11	89.6	1.907196e-03
12	89.6	1.752524e-03
13	89.6	1.772070e-03
14	109.6	3.051744e-03
15	109.6	3.098242e-03
16	109.6	3.426723e-03
17	129.6	4.487205e-03
18	129.6	4.723138e-03
19	129.6	4.638031e-03

Formula:  $v \sim \alpha * (h^{\beta})$

Parameters:

	Value	Std. Error	t value
alpha	2.17301e-08	1.12427e-08	1.93281
beta	2.52422e+00	1.08486e-01	23.26760

Residual standard error: 0.00017129 on 17 degrees of freedom

Correlation of Parameter Estimates:

alpha  
 beta -0.999

\*\*\*\*\*

surface 0 pente 10%

Variables:

	h	v
1	20	0.0004558393
2	20	0.0011326105
3	20	0.0006909562
4	40	0.0019473763
5	40	0.0020801213
6	40	0.0019571138
7	60	0.0037711147
8	60	0.0043140532
9	60	0.0046057149
10	80	0.0066377504
11	80	0.0064740056
12	80	0.0065289280
13	100	0.0093506206
14	100	0.0096237377
15	100	0.0092730432
16	120	0.0127946451
17	120	0.0127804154
18	120	0.0126492990
19	140	0.0155393408
20	140	0.0158740996
21	140	0.0155727954

Formula:  $v = \alpha * (h^{\beta})$

Parameters:

	Value	Std. Error	t value
alpha	6.83099e-06	8.73387e-07	7.82127
beta	1.56844e+00	2.68074e-02	58.50760

Residual standard error: 0.000262609 on 19 degrees of freedom

Correlation of Parameter Estimates:

alpha	
beta	-0.999

\*\*\*\*\*

surface 1 pente 10%

Variables:

	h	v
1	19.8	0.0001676340
2	19.8	0.0003131608
3	19.8	0.0001585231
4	39.8	0.0011134058
5	39.8	0.0010602440
6	39.8	0.0011219989
7	59.8	0.0025626690
8	59.8	0.0027152490
9	59.8	0.0027058139
10	79.8	0.0049121025
11	79.8	0.0047551715
12	79.8	0.0050336912
13	99.8	0.0072029434
14	99.8	0.0072917077
15	99.8	0.0074350371

16 119.8 0.0101883297  
 17 119.8 0.0100592216  
 18 119.8 0.0102332258  
 19 139.8 0.0138024931  
 20 139.8 0.0140870633  
 21 139.8 0.0139897733

Formula:  $v \sim \alpha * (h^{\beta})$

Parameters:

	Value	Std. Error	t value
alpha	1.00635e-06	1.08441e-07	9.28019
beta	1.92985e+00	2.24433e-02	85.98740

Residual standard error: 0.00015393 on 19 degrees of freedom

Correlation of Parameter Estimates:

alpha  
 beta -0.999

\*\*\*\*\*

surface 2 pente 10%

Variables:

	h	v
1	9.6	0.0003448125
2	9.6	0.0002958152
3	9.6	0.0003299424
4	29.6	0.0002465268
5	29.6	0.0001672413
6	29.6	0.0002935304
7	49.6	0.0008189048
8	49.6	0.0007783614
9	49.6	0.0008810194
10	69.6	0.0020561429
11	69.6	0.0020827498
12	69.6	0.0020125324
13	89.6	0.0035879186
14	89.6	0.0038399951
15	89.6	0.0036315072
16	109.6	0.0065596043
17	109.6	0.0064577948
18	109.6	0.0063857109
19	129.6	0.0090267425
20	129.6	0.0090550662
21	129.6	0.0090927200

Formula:  $v \sim \alpha * (h^{\beta})$

Parameters:

	Value	Std. Error	t value
alpha	8.40730e-08	2.31639e-08	3.62948
beta	2.38508e+00	5.78903e-02	41.20000

Residual standard error: 0.00020125 on 19 degrees of freedom

Correlation of Parameter Estimates:

alpha  
 beta -0.999

\*\*\*\*\*

E.2 Régression linéaire entre  $\alpha$  et  $\beta$ 

Call: `lm(formula = beta ~ alpha)`

Residuals:

1	2	3	4	5	6
-0.2826	0.1405	-0.1746	-0.1716	0.3056	0.1828

Coefficients:

	Value	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	2.2169	0.1370	16.1813	0.0001
alpha	-115292.9261	45350.3081	-2.5423	0.0638

Residual standard error: 0.2675 on 4 degrees of freedom

Multiple R-Squared: 0.6177

F-statistic: 6.463 on 1 and 4 degrees of freedom, the p-value is 0.06383

Correlation of Coefficients:

(Intercept)

alpha -0.6037